Robusno upravljanje autonomnom letjelicom s četiri rotora

Brezak, Hrvoje

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:971374

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-25**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Hrvoje Brezak

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:
Prof.dr.sc. Josip Kasać

Student:
Hrvoje Brezak

Zagreb, 2017.

Pod moralnom i krivičnom odgovornošću izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja i vještine stečene tijekom studija te navedenu literaturu.

Ovim putem zahvaljujem se svome mentoru, prof.dr.sc. Josipu Kasaću na pružanoj podršci, potpori i savjetima tijekom izrade i pisanja ovog rada.

Isto tako zahvaljujem kolegama Denisu Kotarskom i Petru Piljeku na podršci i svim posuđenim rezervnim dijelovima.

Konačano, zahvaljujem se majci Zlatici, ocu Ivici, sestri Kristini, bratu Tomislavu, prijateljima, prijateljicama i kolegama na moralnoj podršci tijekom cijelog dosadašnjeg studija pa tako i tijekom izrade ovog diplomskog rada.

Hrvoje Brezak

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **HRVOJE BREZAK** Mat. br.: 0035181313

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **ROBUSNO UPRAVLJANJE AUTONOMNOM LETJELICOM S ČETIRI ROTORA**

Naslov rada na engleskom jeziku: **ROBUST CONTROL OF UNMANNED AERIAL VEHICLE WITH FOUR ROTORS**

Opis zadatka:

Razvoj elektronike, od senzora pa do mikroprocesora i proizvodne tehnologije, omogućuje sve širu i dostupniju primjenu bespilotnih letjelica. Bespilotne letjelice unatoč svojoj relativno malenoj dimenziji, mogu postići velike brzine i akceleracije. Nedostatak komercijalno dostupnih bespilotnih letjelica je relativno velika osjetljivost na vanjske poremećaje. Osnovni zadatak ovog rada je implementacija robusnog upravljanja letjelicom s četiri rotora u uvjetima nemjerljivih vanjskih poremećaja poput naglih udara vjetra.

U radu je potrebno:

- Izraditi fizički model letjelice s četiri rotora te ugraditi odgovarajuće elektroničke sklopove za prikupljanje i obradu podataka sa senzora, te za upravljanje elektromotorima.
- Implementirati biblioteke programa za upravljanje elektroničkim sklopovima letjelice.
- Implementirati simulacijski model letjelice te provesti linearizaciju nelinearnog dinamičkog modela.
- Provesti sintezu linearnog regulatora s estimatorom stanja te usporediti odzive linearnog i nelinearnog dinamičkog modela.
- Implementirati robusni nelinearni regulator s kliznim režimom (engl. *sliding-mode controller*) s odgovarajućim filterima te ga primijeniti za rješavanje problema slijeđenja zadane referentne trajektorije u slučaju vanjskih poremećaja.
- Testirati upravljački sustav letjelice na primjerima slijeđenja zadane referentne trajektorije pod utjecajem vanjskih poremećaja poput vjetra.

Zadatak zadan:	Rok predaje rada:	Predviđeni datum obrane:
17. studenog 2016.	19. siječnja 2017.	25., 26. i 27. siječnja 2017.

Zadatak zadao:

Kasač Josip

Prof. dr. sc. Josip Kasač

v. d. predsjednika Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Biserka Runje

Sadržaj

1 Uvod **1**

2 Matematički model quadrotora **3**
2.1 Uvod . . . 3
2.2 Kinematika . . . 4
2.2.1 Referentni okvir . . . 4
2.2.2 Jednadžbe kinematike . . . 5
2.3 Dinamika . . . 10
2.3.1 Jednadžbe gibanja . . . 10
2.3.2 Vanjske sile i momenti . . . 14
2.3.3 Ukupni dinamički model . . . 18

3 Upravljački algoritmi **19**
3.1 Pojednostavljeni dinamički modeli . . . 19
3.2 PD kontroler . . . 22
3.3 PID kontroler . . . 23
3.4 Robusno upravljanje . . . 24
3.4.1 Regulatori s kliznim režimom rada . . . 25
3.4.2 Regulator s kliznim režimom rada prvog reda . . . 26
3.4.3 Super-twisting regulator . . . 27
3.5 Eksterna linearizacija . . . 28

4 Simulacijski model i rezultati **31**
4.1 Sinteza eksterne linearizacije . . . 31
4.2 Sinteza regulatora s kliznim režimom rada prvog reda . . . 34
4.3 Sinteza super-twisting algoritma . . . 37
4.4 Rezultati simulacije . . . 38
4.4.1 Slijeđenje referentne trajektorije bez vanjskih poremećaja . . . 40
4.4.2 Slijeđenje referentne trajektorije uz prisutnost vanjskih poremećaja 47
4.4.3 Slijeđenje trajektorije uz prisutnost vanjskih poremećaja i saturacije 54

5 Izrada fizičkog modela **59**
5.1 Konstrukcija . . . 59
5.2 Propeleri . . . 60
5.3 Motori . . . 61
5.4 Elektronički kontroler brzine . . . 62
5.5 Baterija . . . 63
5.6 Pločica za napajanje . . . 64

5.7 Kontroler za let 64
5.8 Daljinsko upravljanje 65
5.9 GPS 67
5.10 Izrađen quadrotor helikopter 69

6 Zaključak **71**

Popis slika

4.1 Odzivi PID regulatora na zadane reference u slučaju bez poremećaja . . 41
4.2 Praćenje trajektorije pomoću PID regulatora u slučaju bez poremećaja . 41
4.3 Sile i momenti kod praćenja trajektorije pomoću PID regulatora u uvjetima bez poremećaja 42
4.4 Odzivi regulatora s kliznim režimom rada prvog reda na zadane reference u slučaju bez poremećaja 43
4.5 Praćenje trajektorije pomoću regulatora s kliznim režimom rada prvog reda u slučaju bez poremećaja 44
4.6 Sile i momenti kod praćenja trajektorije pomoću regulatora s kliznim režimom rada prvog reda u slučaju bez poremećaja 44
4.7 Odzivi super twisting algoritma na zadane reference u slučaju bez poremećaja 45
4.8 Praćenje trajektorije pomoću super twisting algoritma u slučaju bez poremećaja 46
4.9 Sile i momenti kod praćenja trajektorije pomoću super twisting algoritma u slučaju bez poremećaja 46
4.10 Odzivi PID regulatora na zadane reference u slučaju sa prisutnim poremećajem 47
4.11 Sile i momenti kod praćenja trajektorije PID regulatorom uz prisutan poremećaj 48
4.12 Odzivi regulatora s kliznim režimom rada prvog reda na zadane reference uz prisutni poremećaj 49
4.13 Praćenje trajektorije s regulatorom s kliznim režimom rada prvog reda uz prisutan poremećaj 49
4.14 Sile i momenti kod praćenja trajektorije s regulatorom s kliznim režimom rada prvog reda uz prisutan poremećaj 50
4.15 Odzivi super twisting algoritma na zadane reference uz prisutan poremećaj 51
4.16 Praćenje trajektorije pomoću super twisting algoritma uz prisutan poremećaj 52
4.17 Sile i momenti kod praćenja trajektorije pomoću super twisting algoritma uz prisutan poremećaj 52
4.18 Saturirani upravljački signali nastali djelovanjem super twisting algoritma uz prisutan poremećaj i uključenu saturaciju 53
4.19 Odzivi PID regulatora na zadane reference u slučaju s poremećajem i uključenom saturacijom 55
4.20 Sile i momenti kod praćenja trajektorije PID regulatorom uz prisutan poremećaj i uključenom saturacijom 55
4.21 Saturirani upravljački signali nastali djelovanjem regulatora s kliznim režimom rada prvog reda uz prisutan poremećaj 56

4.22 Odzivi super twisting algoritma na zadane reference uz prisutan poremećaj i uključenu saturaciju . . . 57
4.23 Praćenje trajektorije pomoću super twisting algoritma uz prisutan poremećaj i uključenu saturaciju . . . 57
4.24 Sile i momenti kod praćenja trajektorije pomoću super twisting algoritma uz prisutan poremećaj i uključenu saturaciju . . . 58
4.25 Saturirani upravljački signali nastali djelovanjem regulatora s kliznim režimom rada prvog reda uz prisutan poremećaj i uključenu saturaciju . . . 58

5.1 ZMR250 model konstrukcije . . . 60
5.2 Kingkong 5040 propeler . . . 61
5.3 EMAX RS2205 motori . . . 62
5.4 Littlebee 30A ESC . . . 63
5.5 LiPo baterija Turnigy Nanocell 3S 1200mAh . . . 63
5.6 ACSP4 pločica za napajanje . . . 64
5.7 Pixracer kontroler . . . 66
5.8 Flysky FS-T6 . . . 67
5.9 GPS modul baziran na uBlox NEO M8N prijamniku . . . 68
5.10 Fizički model quadrotora . . . 69
5.11 Quadrotor u pogonu . . . 69
5.12 Lijeva strana quadrotora . . . 69
5.13 Desna strana quadrotora . . . 69

Sažetak

Mikro zračna vozila danas predstavljaju jednu od najaktivnijih grana mobilne robotike. Napredak tehnologije omogućio je razvoj agilnih i kompaktnih letjelica sa sve širom primjenom u industriji i svakodnevnom životu. Sve složenije primjene zahtijevaju određeni stupanj autonomnog djelovanja za što je nužno osigurati pouzdanu primjenu letjelica u složenim realnim okolinama. Jedan od koraka je i razvoj i implementacija naprednijih robusnih algoritama koji će omogućiti kretanje letjelica u realnim uvjetima uz prisutne nepoznate poremećaje.

Ovaj rad bavi se izradom i primjenom quadrotor helikoptera u evaluaciji obrađenih upravljačkih zakona. U sklopu rada obrađena je kinematika i dinamika krutog tijela sa šest stupnjeva slobode koje predstavlja quadrotor. Izveden je puni matematički model sustava koji je zatim lineariziran korištenjem razumnih pretpostavki. Na temelju lineariziranog modela provedena je sinteza upravljačkih zakona za linearni PID regulator te robusne regulatore s kliznim režimom rada prvog i drugog reda. Izrađena je računalna simulacija pomoću koje su ispitane i uspoređene performanse pojedinih upravljačkih zakona za slučajeve sa i bez prisutnih vanjskih poremećaja.

Praktični dio rada sastoji se od odabira komponenti za izradu fizičkog modela quadrotor helikoptera te njegovog sastavljanja i testiranja. Sa izrađenim modelom moguće je upravljati daljinski no moguće mu je i zadavati samostalne misije pomoću softvera za autonoman let.

Ključne riječi: kinematika i dinamika krutog tijela, robusno upravljanje, quadrotor, autonoman let

Summary

Micro air vehicles are regarded as one of the most active areas of research in the field of mobile robotics. Rapid advances of technologies has enabled development of very agile and compact air vehicles with wide range of applications both in industry and everyday life. Increasing number of sophisticated applications require certain degree of autonomy of the air vehicles, for which certain safety standards have to be achieved first. One of the imperatives is development and implementation of more advanced robust control algorithms which will enable air vehicles to safetly perform useful tasks in unknown environment.

Main topic of this master's thesis is the application of quadrotor helicopter platform in evaluation of described robust control laws. Kinematics and dynamics of six degrees of freedom rigid bodies, which include quadrotors, was studied in detail. A full dynamical model of quadrotor was derived and linearized using reasonable assumptions. Linearized model was then used to design control laws for linear PID controller and robust sliding mode controllers of first and second order. Computer simulation was made and used for numerical evaluation and performance comparison of derived control laws in cases both with and without external disturbances.

Practical part of thesis consists of components selection, building and testing of a functioning quadrotor helicopter. This quadrotor can be flown via remote control but is also capable of executing autonomous missions recieved from mission planer software for autonomous vehicles.

Keywords: kinematics and dynamics of rigid bodies, robust control, quadrotor, autonomous flight

1 Uvod

Ovaj rad bavi se hardverskim i softverskim aspektima quadrotor helikoptera. Iako su prvi prototipovi izrađeni još početkom dvadesetog stoljeća, quadrotori zajedno sa čitavim područjem letećih mobilnih robota doživljavaju brz razvoj i širenje primjena tek u posljednjih desetak godina. Razloge za to nalazimo u munjevitom razvoju mikroprocesora, koji se ponajprije očituje u povećanju procesorske sposobnosti i minijaturizaciji pripadnih kučišta, zatim razvoju naprednih električnih sklopova i preciznih senzorskih modula malih dimenzija koji su nužni za stabilizaciju inherentno nestabilnih letjelica poput quadrotora. Razvoj baterija sa visokim omjerom kapaciteta po masi pridonio je razvoju letjelica s duljim vremenom autonomije i većih dimenzija, čime se povećava spektar mogućih primjena. Vrlo su popularni u istraživačkim laboratorijima jer kao inherentno nestabilni podaktuirani nelinearni tehnički sustav sa šest stupnjeva slobode predstavljaju svestranu platformu za razvoj i testiranje novog upravljačkih algoritama. Quadrotori se danas koriste za fotografiju i snimanje, u filmskoj industriji, za dostavu paketa. Spektar mogućih primjena brzo se širi te se danas usavršavaju njihove primjene u pametnoj agrikulturi, nadzoru zgrada i granica, inspekciji gradilišta, održavanju. Razvoj sve kompleksnijih načina primjene veže se uz sve veći stupanj autonomije ovih sustava što zahtjeva razvoj algoritama koji robotima omogućavaju nesmetanu i sigurnu operaciju u različitim uvjetima bez ljudske asistencije. Danas se u svrhu stabilizacije i slijeđenja trajektorije uglavnom koriste linearni upravljački algoritmi koji uspješno obavljaju svoju zadaću u uvjetima blizu idealnih odnosno bez poremećaja. S obzirom na brzinu razvoja područja te brzog širenja spektra korisnih primjena, izgledna je težnja za razvoj letjelica sa sve većim stupnjem autonomije koje mogu obavljati korisne radnje bez nadzora čovjeka. Stoga je nužan razvoj upravljačkih algoritama koji će osigurati da su letjelice u nepovoljnim vremenskim uvjetima poput pojave jakog vjetra sposobne kompenzirati poremećaje te nastaviti kretanje zadanim putem bez pada i gubitka skupe opreme. U ovom radu istražuje se primjena nelinearnih algoritama višeg reda na stabilizaciju quadrotor letjelice. Nelinearni algoritmi sposobni su nositi se s nelinearnim poremećajima kakve nalazimo u realnim uvjetima te pokazuju visok stupanj preciznosti, čak i u slučaju vrlo jakih poremećaja koji linearni algoritam ne može anulirati.

Tema ovog rada je upotreba quadrotor helikopter letjelice kao platforme za razvoj i testiranje nelinearnih upravljačkih algoritama, najprije u računalnoj simulaciji a u daljnjem radu i na fizičkom modelu letjelice u stvarnim uvjetima. Samim time rad obuhvaća više inženjerskih područja, od kinematike i dinamike sustava preko teorije upravljanja do praktičnih aspekata poput odabira konstrukcije, senzora i sastavljanja robota. Ipak, predmet rada u suštini je leteći mobilni robot. Mobilna robotika definira se kao višedisciplinarno područje tehnike koje se bavi razvojem i izvedbom autonomnih mobilnih

robota. Generalno, mobilni roboti su pokretni i manipulativni fizički sustavi sposobni za autonomno gibanje kroz zadani prostor ostvarajući pritom interakciju s okolinom. Brz razvoj tehnologije kojem svjedočimo danas prati i brzi razvoj u području mobilnih roboti te stoge ne čudi da imaju sve veću primjenu u znanstvenim istraživanju na i izvan našeg planeta, u industriji, uslužnim djelatnostima i svakodnevnom životu.

Osim što je zračni mobilni robot, quadrotor se također klasificira i kao zračno vozilo bez ljudske posade (UAV, eng. *unmanned aerial vehicle*) te pripada i kategoriji mikro zračnih vozila (MAV, eng. *micro aerial vehicles*). UAV je naziv za sve letjelice koje tijekom operacije ne zahtjevaju prisutnost ljudske posade, što obuhvaća širok spektar dimenzija letjelica. Za razliku od klase robota s kojom najčešće povezujemo naziv dron, vojnim daljnski upravljnim sustavima (RPV, eng. *remotely piloted vehicles*), MAV klasu karakteriziraju male dimenzije i ekstremna agilnost. Zbog male mase i dimenzija, mogućnosti leta u otvorenim i zatvorenim prostorima te relativno niskim cijenama vrlo su popularni u istraživačkim i komercijalnim primjenama.

Cilj ovog rada je izrada računalne simulacije pomoću koje se na temelju matematičkog modela quadrotor helikoptera uspoređuju performanse linearnih i nelinearnih upravljačkih zakona za stabilizaciju i slijeđenje putanje robota. Paralelno se izrađuje fizički modela quadrotor helikoptera na koji se implementira autopilot odnosno softver za autonoman let. U kasnijim fazama planira se implementacija algoritama testiranih u računalnoj simulaciji izravno u softver fizičkog modela quadrotora te testiranje na pravom letjelici u realnim uvjetima.

2 Matematički model quadrotora

Izvođenje matematičkog modela početni je korak u analizi svakog dinamičkog sustava. Poznavanje modela pruža nam mogućnost za analizu ponašanja sustava u različitim uvjetima te predviđanje utjecaja različitih faktora poput poremećaja na odziv sustava. Model je nužan preduvjet za izradu i analizu upravljačkih programa jer nam omogućava njihovo inicijalno testiranje i validaciju na računalu bez ugrožavanja sigurnosti ili imovine.

2.1 Uvod

Prvi korak u postupku izvođenja modela je definiranje strukture koju ćemo modelirati. Iako se danas susrećemo s naizgled vrlo složenim quadrotorima koji nose velik broj uređaja i opreme, modeliranje takvog sustava bilo bi vrlo složeno i opsežno. Stoga se modeliranju pristupa s pojednostavljenom strukturom koja dovoljno vjerno opisuje ponašanje realnog sustava.

Osnovni mehanički model quadrotor helikoptera sastoji se od krute konstrukcije u obliku slova X na čijim krakovima se nalaze četiri kruto pričvršćena motora. Na motorima su kruto pričvršćeni propeleri sa fiksnim kutem nagiba i duljinom ograničenom dimenzijama konstrukcije. Vrtnja motora generira sile i momente potrebne za različita gibanja. Poznato je da svaka akcija rezultira reakcijom. Vrtnja kruto pričvršćenog motora tako rezultira reaktivnim momentom koji nastoji rotirati konstrukciju u smjeru suprotnom od smjera vrtnje motora. Kod letjelica s jednim rotorom poput klasičnog helikoptera reaktivni moment poništava se ugradnjom dodatnog repnog motora. Velika prednost letjelica s parnim brojem motora je što se reaktivni moment jednog motora može poništiti onim drugog motorom koji se vrti u suprotnom smjeru.

Iz ovog razloga quadrotor ima dva para dijagonalno smještenih motora koji se međusobno razlikuju smjerom vrtnje. Da bi se poništio reaktivni moment oko vertikalne osi, parovi motora vrte se u suprotnim smjerovima - motori na jednoj dijagonali vrte se u smjeru kazaljke na satu dok se na drugoj dijagonali motori vrte suprotno. Reaktivni moment u potpunosti se poništava samo u slučaju kada se svi motori rotiraju istim brzinama. Propeleri na pojedinim dijagonala razlikuju se smjerom kuta nagiba da bi u konačnici svi proizvodili maksimalni potisak u istome smjeru.

Fizikalno quadrotor opisujemo kao kruto tijelo sa šest stupnjeva slobode gibanja. Obzirom da su sva složena gibanja koje ova platforma može izvršiti rezultat variranja brzina vrtnje samo četiri motora, sustav je podaktuiran.

Postoje četiri osnovne naredbe koje upravljaju gibanjem quadrotora:

- Potisak (eng. *throttle*) je naredba kojom se istovremeno i podjednako povećava i smanjuje brzina svih motora. Ovo u osnovi rezultira generiranjem vertikalne potisne sile te dizanjem ili spuštanjem robota. U stanju lebdenja vertikalna potisna sila poništava djelovanje gravitacijske sile na tijelo.
- Poniranje (eng. *pitch*) je naredba kojom se postiže gibanje unaprijed ili unazad u horizontalnoj ravnini. Promjenom omjera brzine vrtnje prednjih i stražnjih motora stvara se zakretni moment oko osi robota. Ovo rezultira nagibom quadrotora i rastavom vertikalne potisne sile na horizontalnu i vertikalnu komponentu. Horizontalna komponente sile potiska tada uzrokuje gibanje u smjeru nagiba.
- Valjanje (eng. *roll*) naredba vrlo je slična poniranju. Ona uzrokuje naginjanje te gibanje letjelice ulijevo ili udesno promjenom omjera brzina vrtnje motora s desne i lijeve strane.
- Skretanje (eng. *yaw*) naredba uzrokuje zakretanje quadrotora oko vlastite vertikalne osi. Ovo se postiže promjenom omjera brzina vrtnje motora na dijagonalama. Rezultat je nepotpuno poništavanje reaktivnog momenta oko vertikalne osi koje zatim zakreće quadrotor u smjeru vrtnje dominantne dijagonale.

Za opisanu konfiguraciju quadrotor helikoptera sada ćemo opisati jednadžbe kinematike i dinamike.

2.2 Kinematika

Po definiciji kinematika je grana mehanike koja proučava gibanje tijela ili sustava tijela bez razmatranja uzroka tih gibanja. Bavi se evolucijom pozicija, brzina i ubrzanja tijela u vremenu, drugim riječima opisom gibanja. Poznato nam je da su sva gibanja relativna te njihov opis ovisi o promatraču koji ih opisuje. Stoga da bi mogli opisati gibanja potrebno je strogo definirati u odnosu na što ga opisujemo. U ovu svrhu služe nam referentni okviri.

2.2.1 Referentni okvir

Referentni okvir prema definiciji je dogovorno određen koordinatni sustav u kojem se definiraju položaji fizikalnih tijela te se promatra i opisuje gibanje. Za opis vrlo složenih gibanja često je potrebno definirati više referentnih okvira. Razlog tome je što kompleksna gibanja nije uvijek jednostavno i intuitivno opisati u referentnom okviru u kojem je to potrebno. U tom slučaju obično postoji neki drugi, pogodniji referentni okvir u kojem je definicija potrebnih jednadžbi gibanja jednostavnija i intuitivnija. U našem slučaju definiramo dva okvira, inercijalni referentni okvir i referentni okvir kruto vezan za tijelo (referentni okvir tijela).

Inercijalni referentni okvir uobičajeno je opisati kao referentni okvir u kojem je zakon tromosti ili inercije izravno primjenjiv. To znači da ovaj okvir ne rotira. Naime, ukoliko se tijelo giba unutar okvira koji i sam rotira, na gibanje tijela više ne utječu samo sile i momenti kako to opisuju Newtonovi zakoni već i akceleracijski efekti zbog rotacijskog gibanja okvira. Ove efekte znamo i pod nazivom inercijske (d'Alambertove) sile. Primjeri su Coriolisova sila te centrifugalna sila. Inercijalni referentni okvir za naše potrebe uobičajeno je vezati za površinu planeta Zemlje. Iako Zemlja također rotira te strogo gledajući nije inercijalni sustav, utjecaj akceleracijskih efekata zbog rotacije na površini Zemlje dovoljno je malen da u većini inženjerskih primjena može biti zanemaren.

Referentni okvir tijela je referentni okvir koji je kruto vezan za tijelo čije gibanje se opisuje. On nije inercijalan što znači da Newtonovi zakoni gibanja u njemu nisu izravno primjenjivi već im se dodaju i inercijske sile. Ovo također znači da ovaj okvir može rotirati, što s obzirom da je kruto vezan uz quadrotor i zasigurno hoće.

Referentni okvir vezan za tijelo uvodimo iz razloga što je u njemu znatno jednostavnije definirati jednadžbe gibanja iz slijedećih razloga:

- matrica inercije u okviru tijela postaje vremenski nepromjenjiva
- jednadžbe gibanja se pojednostavljuju zbog simetričnosti konstrukcije
- mjerenja sa senzora na quadrotoru odvijaju se u ovom okviru
- vertikalna sila i zakretni momenti koji uzrokuju gibanja zadaju se u ovom okviru
- vertikalna sila u ovom okviru ne mijenja smjer

Iako je u okviru vezanom za tijelo jednostavnije definirati jednadžbe, nekoliko je razloga zašto je potrebno definirati i inercijalni sustav:

- definicija pozicije quadrotora u prostoru ima smisla jedino u globalnom, inercijalnom okviru
- inercijske sile u inercijalnom okviru nestaju
- gravitacijska sila se jednostavno definira

2.2.2 Jednadžbe kinematike

Generalni pristup definiciji kinematičkih jednadžbi je uvođenje dvaju referentnih okvira te definicija alata za jednostavno prebacivanje fizikalnih veličina između ovih okvira.

Prvi korak u definiciji alata za prebacivanje je uvođenje pretpostavke krutog tijela. Krutim tijelom smatra se ono u kojem je međusobni položaj čestica nepromjenjiv. Posljedica ove idealizacije je nemogućnost elastične ili plastične deformacije tijela. Na temelju toga razvijen je teorem o krutom tijelu [1] . Iz triju postavki teorema proizlazi da translacijska gibanja krutog tijela možemo opisati kao gibanje čestice smještene u centar mase.

Ako referentni okvir tijela definiramo sa ishodištem u centru mase, iz ovog slijedi da translacijska gibanja krutog tijela možemo opisati translacijom ishodišta referentnog okvira tijela. Iz teorema slijedi i da se rotacija krutog tijela može u potpunosti opisati rotacijom referentnog okvira kruto vezanog za tijelo. Teorem dakle svodi opis gibanja krutog tijela na opis translacije i rotacije referentnog okvira tijela, za što već postoje dobro definirani matematički alati. Ovime se povezivanje opisa gibanja tijela u dva referentna okvira svodi na definiciju međusobne ovisnosti ta dva referentna okvira.

Inercijalni referentni okvir definiramo desnokretnim pravokutnim koordinatnim sustavom (O^I, X^I, Y^I, Z^I). Ishodiše O^I vezano je za površinu Zemlje, X^I usmjeren je prema sjeveru, Y^I usmjeren je prema istoku dok Z^I u skladu s definicijom osi gleda u smjeru središta Zemlje. Ovaj način definicije globalnog inercijalnog sustava vrlo je čest u aeronautičkim primjenama i naziva se "North-East-Down" (NED). Ova konvencija odabrana je jer se koristi u softveru za autonoman let primjenjenom u ovom radu.

U inercijalnom okviru definiramo poziciju i orijentaciju quadrotora u prostoru. Linearna pozicija quadrotora definira se kao vektor koordinata $\mathbf{\Gamma}$ koji definira položaj ishodišta referentnog okvira quadrotora obzirom na ishodište inercijalnog okvira:

$$\mathbf{\Gamma}^I = \begin{bmatrix} x_I & y_I & z_I \end{bmatrix}^T \tag{2.1}$$

Kutna pozicija quadrotora opisuje se pomoću tri Eulerova kuta koji opisuju orijentaciju referentnog okvira vezanog uz tijelo u odnosu na inercijalni okvir:

$$\mathbf{\Theta}^I = \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T \tag{2.2}$$

Opis orijentacije referentnog okvira vezanog uz tijelo u odnosu na inercijalni okvir temelji se na Eulerovom rotacijskom teoremu (eng. *Euler's rotation theorem*). Teorem tvrdi da se svaki pomak krutog tijela tijekom kojeg neka točka tijela ostaje fiksna može opisati jednom rotacijom oko proizvoljne osi kroz tu točku. Vrijedi i obratno - svaku složenu rotaciju oko proizvoljne osi moguće je rastaviti na elementarne rotacije oko znanih osi. Euler je dokazao da je skupom od tri kuta moguće prikazati svaku složenu rotaciju. Kutevi koje je definirao zovu se Eulerovi kutevi te se i danas koriste. Primjenom Eulerovog teorema svaku moguću orijentaciju referentnog okvira tijela možemo opisati pomoću tri uzastopne rotacije oko poznatih osi kojima bi orijentaciju inercijalnog okvira zarotirali u orijentaciju okvira vezanog za tijelo. Redoslijed rotacija može se birati, no po odabiru nužno je držati ga se. U ovo radu koristi se redoslijed "skretanje-poniranje-valjanje" (eng. *"yaw-pitch-roll"*).

Jednostavne rotacije opisujemo pomoću rotacijskih matrica. Svaka jednostavna rotacija opisuje rotaciju za određeni kut oko jedne osi. Ove jednostavne matrice pomnožene u skladu s odabranim redoslijedom rezultiraju rotacijskom matricom za transformaciju između inercijalnog okvira i referentnog okvira tijela. Ovdje je važno naglasiti da se jednostavne rotacije primjenjuju odabranim redoslijedom. Prva rotacijska matrica opisuje

skretanje odnosno rotaciju oko Z_I osi inercijalnog okvira. Rezultat ove rotacije možemo smatrati "međuokvirom" ili pomoćnim referentnim okvirom i označiti ga kao (o_1, x_1, y_1, z_1). Slijedeća rotacija opisuje poniranje i ona predstavlja rotaciju oko y_1 osi. Rezultat je drugi pomoćni referentni okvir (o_2, x_2, y_2, z_2). Iduća rotacija je valjanje odnosno rotacija oko osi y_2 rezultat koje je referentni okvir tijela.

- Rotacija oko Z^I osi za kut ψ (yaw) opisuje se matricom $R(\psi, Z)$

$$\mathbf{R}(\psi, z) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

- Rotacija oko y_1 osi za kut θ (pitch) opisuje se matricom $R(\theta, Y)$

$$\mathbf{R}(\theta, y) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

- Rotacija oko x_2 osi za kut ϕ (roll) opisuje se matricom $R(\phi, X)$

$$\mathbf{R}(\phi, x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Pomnožene pravilnim redoslijedom jednostavne rotacije daju nam rotacijsku matricu koja opisuje složenu rotaciju iz inercijalnog okvira u referentni okvir tijela:

$$\mathbf{R}_I^B(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{R}(\phi, x)\mathbf{R}(\theta, y)\mathbf{R}(\psi, z) = \tag{2.6}$$

$$= \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ -c_\phi s_\psi + s_\phi s_\theta c_\psi & c_\phi c_\psi + s_\phi s_\theta s_\psi & s_\phi c_\theta \\ s_\phi s_\psi + c_\phi s_\theta c_\psi & -s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

Mnoge korištene veličine definirane su u referentnom okviru tijela. Da bi saznali njihove vrijednosti s obzirom na inercijalni okvir koristimo inverz matrice $\mathbf{R}_I^B(\phi, \theta, \psi)$ koji je za rotacijske matrice jednak transponiranoj matrici:

$$\mathbf{R}_B^I(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{R}(\psi, z)\mathbf{R}(\theta, y)\mathbf{R}(\phi, x) = \mathbf{R}_I^B(\phi, \theta, \psi)^{-1} \tag{2.8}$$

Koristeći definirane rotacijske matrice sada možemo jednostavno prebacivati linearne veličine iz jednog okvira u drugi. Primjerice ubrzanje quadrotora mjereno pomoću senzora akceleracije u referentnom okviru tijela možemo prebaciti u inercijalni okvir jednostavnim množenjem:

$$\mathbf{a}_I = \mathbf{R}_B^I(\phi, \theta, \psi)\mathbf{a}_B \tag{2.9}$$

da bi dobili njegov iznos i smjer s obzirom na inercijalni referentni okvir.

Referentni okvir vezan za tijelo opisujemo desnokretnim koordinatnim sustavom (o^B, x^B, y^B, z^B) pri čemu se ishodište sustava nalazi u centru mase letjelice. U ovom okviru definirani su vektori linearne i kutne brzine letjelice:

$$\mathbf{V}^B = \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T \tag{2.10}$$

$$\boldsymbol{\omega}^B = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T \tag{2.11}$$

Vezu između linearnih brzina u dva okvira moguće je izraziti pomoću izvedene rotacijske matrice:

$$\dot{\mathbf{\Gamma}} = \mathbf{R}_B^I(\phi, \theta, \psi)\mathbf{V}^B \tag{2.12}$$

Kutne brzine ne mogu se transformirati rotacijskim matricama. Razlog za to je što se po definiciji kutne brzine zbivaju se oko pojedine osi. Svaka od tih osi nalazi se u jednom od posrednih referentnih okvira. Primjerice, promjena kuta ψ zbiva se oko osi z_I dok se slijedeća promjena kuta θ tada zbiva oko osi y_1. Kako senzor mjeri vrijednosti kutnih brzina u referentnom okviru tijela a ne u svakom pojedinom okviru, vrijedi:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}^B = \dot{\psi} Z_I + \dot{\theta} y_1 + \dot{\phi} x_2 \tag{2.13}$$

Stoga da bi dobili točnu vrijednost kutne brzine, potrebno je mjerenu vrijednost zarotirati u referentni okvir koji sadrži os oko koje se rotacija zbila. Uz pomoć rotacijskih matrica moguće je transformirati vektore smjera Z_I, y_1 i x_2 u osi referentnog okvira tijela, pri čemu dobivamo:

$$\boldsymbol{\omega}^B = \omega_x x_B + \omega_y y_B + \omega_z z_B = \tag{2.14}$$

$$= \dot{\phi} x_B + \dot{\theta}(c_\phi y_B - s_\phi z_B) + \dot{\psi}(-s_\theta x_B + c_\theta s_\phi y_B + c_\theta c_\phi z_B) \tag{2.15}$$

Iz gornjeg izraza može se izvesti međuodnos kutnih brzina u inercijalnom okviru i okviru tijela:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\theta & c_\theta s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

Gornju matricu koja prebacuje vrijednosti kutnih brzina iz inercijalnog u okvir tijela nazivamo koordinatnom transformacijskom matricom $\mathbf{T}_I^B(\phi,\theta,\psi)$. Valja napomenuti da matrica $\mathbf{T}_I^B(\phi,\theta,\psi)$ nije rotacijska matrica te stoga $(\mathbf{T}_I^B(\phi,\theta,\psi))^{-1} \neq (\mathbf{T}_I^B(\phi,\theta,\psi))^T$. S obzirom da se senzori nalaze u okviru tijela, češće koristimo njen inverz $\mathbf{T}_B^I(\phi,\theta,\psi)$:

$$\mathbf{T}_B^I(\phi,\theta,\psi) = \begin{bmatrix} 1 & t_\theta s_\phi & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi/c_\theta & c_\phi/c_\theta \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

Koristeći navedene matrice sada možemo opisati kinematiku krutog tijela sa šest stupnjeva slobode. Translacijska kinematika definira se kao:

$$\dot{\mathbf{\Gamma}}^I = \mathbf{R}_B^I(\phi,\theta,\psi)\mathbf{V}^B \tag{2.18}$$

dok rotacijsku kinematiku definiramo izrazom:

$$\dot{\mathbf{\Theta}}^I = \mathbf{T}_B^I(\phi,\theta,\psi)\boldsymbol{\omega}^B \tag{2.19}$$

2.3 Dinamika

Dinamika je grana mehanike koja povezuje promjene pozicije, brzine i ubrzanja tijela sa njihovim uzrocima. Cilj dinamike je izvod jednadžbi koje opisuju utjecaj sila i momenata primjenjenih na tijelo na njegovo gibanje. U ovom radu namjera nam je opisati jednadžbe gibanja krutog tijela sa šest stupnjeva slobode gibanja da bi mogli pristupiti simuliranju ponašanja quadrotor helikoptera. Formulaciji jednadžbi pristupa se pomoću Newton-Eulerove metode.

2.3.1 Jednadžbe gibanja

Jednadžbe gibanja izvodimo u referentnom okviru tijela. Ponovno navodimo razloge za ovaj pristup:

- matrica inercije u okviru tijela postaje vremenski nepromjenjiva
- jednadžbe gibanja se pojednostavljuju zbog simetričnosti konstrukcije
- mjerenja sa senzora na quadrotoru odvijaju se u ovom okviru
- vertikalna sila i zakretni momenti koji uzrokuju gibanja zadaju se u ovom okviru
- vertikalna sila u ovom okviru ne mijenja smjer

Pri tome koristimo Newton-Eulerovu metodu temeljenu na dva Eulerova zakona gibanja krutog tijela (eng. *Euler's laws of motion*). Ove zakone Euler je izveo iz dobro poznatih Newtonovih zakona gibanja za česticu (eng. *Newton's laws of motion*). Kao rezultat Newton-Eulerove metode dobivamo matričnu jednadžbu koja objedinjava opis translacijskih i rotacijskih gibanja tijela.

U izvodu se koriste dvije pretpostavke:

Pretpostavka 1 - *Ishodište referentnog okvira vezanog za tijelo podudara se sa centrom mase krutog tijela.*

Pretpostavka 2 - *Koordinate osi referentnog okvira vezanog za tijelo podudaraju se s glavnim osima krutog tijela.*

U slučaju quadrotora ove pretpostavke zadovoljene su građom quadrotora koja je dvostruko simetrična s tendencijom postavljanja komponenti veće mase u centar konstrukcije. Pokazat će se da korištenje ovih pretpostavki pojednostavljuje opis gibanja bez gubitka na točnosti.

U izvodu jednadžbi gibanja koristimo se osnovnom kinematičkom jednadžbom koja povezuje vremensku promjenu (derivaciju) vektora između dva različita referentna okvira. Označimo sa $\mathbf{Q}$ vektor proizvoljne veličine. Vremenska promjena vektora $\mathbf{Q}$ promatrana

u nekom referentnom okviru B iznosi $d\mathbf{Q}/dt$. Gledano iz drugog referentnog okvira A ova promjena iznosi $D\mathbf{Q}/Dt$. Razlika u iznosu vremenske promjene vektora s obzirom na dva različita referentna okvira postoji ako okvir B rotira u odnosu na okvir A te je određena izrazom:

$$\frac{D\mathbf{Q}}{Dt} = \frac{d\mathbf{Q}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{Q} \tag{2.20}$$

gdje je $\boldsymbol{\omega}$ kutna brzina rotacije B u odnosu na A.

U općem obliku osnovna kinematička jednadžba sastoji se od dva člana: komponente vremenske promjene vektora koju bilježimo u nekom okviru B te dodatne akceleracijske komponente zbog rotiranja okvira B u odnosu na okvir A. Detaljan izvod ove relacije može se naći u [1].

Izvod opisa translacijskog gibanja krutog tijela korištenjem Newton-Eulerove metode temelji se na prvom Eulerovom zakonu za kruto tijelo, izvedenom iz drugog Newtonovog zakona za česticu. Govori nam da je suma vanjskih sila na kruto tijelo jednaka vremenskoj promjeni količine gibanja krutog tijela $\mathbf{p}$:

$$\mathbf{F}^I = \frac{D\mathbf{p}}{Dt} = \frac{D}{Dt}(m\mathbf{v}_{cm}) = m\mathbf{a}_{cm} \tag{2.21}$$

Ova formulacija definirana je u inercijalnom referentnom okviru. Istu možemo izraziti u referentnom okviru vezanom na tijelo primjenom osnovne kinematičke jednadžbe na prvi dio izraza:

$$\mathbf{F}^B = \frac{d\mathbf{p}}{dt} + \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{p} = \tag{2.22}$$

$$= \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}^B) + \boldsymbol{\omega}^B \times (m\mathbf{v}^B) = \tag{2.23}$$

$$= m\dot{\mathbf{v}}^B + \boldsymbol{\omega}^B \times (m\mathbf{v}^B) \tag{2.24}$$

U gornjim izrazima $\mathbf{F}^I$ predstavlja sumu svih vanjskih sila koje djeluju na tijelo s obzirom na inercijalni referentni okvir dok $\mathbf{F}^B$ ima isto značenje u okviru tijela. Vektor $\mathbf{p}$ označava količinu gibanja krutog tijela, m je masa tijela, $\mathbf{v}_{cm}$ je brzina a $\mathbf{a}_{cm}$ ubrzanje centra mase tijela. Iz pretpostavke 1 slijedi da je $\mathbf{v}_{cm}$ jednaka brzini ishodišta referentnog okvira tijela $\mathbf{v}^B$. Vektor $\boldsymbol{\omega}^B$ opisuje rotaciju okvira tijela u odnosu na inercijalni okvir.

Drugi Eulerov zakon opisuje rotacijsko gibanje krutog tijela. Iz njega slijedi da je u inercijalnom referentnom okviru ukupna suma svih momenata koji djeluju na tijelo oko neke točke jednaka zbroju promjene kutne količine gibanja oko iste točke i momenta nastalog rotacijom centra mase tijela oko te točke:

$$\boldsymbol{\tau}^I = \frac{D\mathbf{H}}{Dt} + \mathbf{r} \times m\mathbf{a}_B \tag{2.25}$$

gdje je $\mathbf{r}$ vektor položaja centra mase tijela u odnosu na točku rotacije.

Korištenjem pretpostavke 1 centar mase i točka rotacije su izjednačeni te izraz postaje jednostavniji:

$$\boldsymbol{\tau}^I = \frac{D\mathbf{H}}{Dt} = \frac{D}{Dt}(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}_{cm}) = \mathbf{I}\boldsymbol{\alpha}_{cm} \tag{2.26}$$

Primjenom osnovne kinematičke jednadžbe na gornji izraz dobivamo jednadžbu rotacijskog gibanja u referentnom okviru vezanom za tijelo:

$$\boldsymbol{\tau}^B = \frac{d\mathbf{H}}{dt} + \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{H} = \tag{2.27}$$

$$= \frac{d}{dt}(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B) + \boldsymbol{\omega}^B \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B) = \tag{2.28}$$

$$= \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}^B + \boldsymbol{\omega}^B \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B) \tag{2.29}$$

U gornjim izrazima moment s obzirom na inercijalni sustav označen je sa $\boldsymbol{\tau}^I$ dok $\boldsymbol{\tau}^B$ označava moment s obzirom na referentni okvir tijela. $\mathbf{H}$ predstavlja kutnu količinu gibanja krutog tijela dok $\mathbf{I}$ predstavlja matricu momenata inercije.

Moment inercije fizikalna je veličina koja opisuje otpor tijela ili čestice rotacijskom gibanju, što podsjeća na masu tijela kod translacijskog gibanja. No za razliku od mase koja je svojstvena tijelu, moment inercije nije svojstven tijelu već ovisi o točki u odnosu na koju opisujemo rotaciju tijela. Moment inercije krutog tijela u prostoru izražava se matricom momenta inercije koji opisuje inerciju tijela oko tri prostorne koordinatne osi:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

Unošenjem pretpostavke 2 matrica momenta inercije pojednostavljuje se u dijagonalnu matricu oblika:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

Koristeći jednadžbe (2.24) i (2.29) moguće je opisati gibanje proizvoljnog krutog tijela sa šest stupnjeva slobode gibanja. Jednadžbe mogu biti prikazane u obliku matrica na slijedeći način:

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}}^B \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}^B \times (m\mathbf{V}^B) \\ \boldsymbol{\omega}^B \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^B \\ \boldsymbol{\tau}^B \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

U gornjem izrazu $\mathbf{0}_{3\times3}$ i $\mathbf{I}_{3\times3}$ predstavljaju nul odnosno jediničnu matricu sa tri retka i tri stupca dok $\mathbf{I}$ predstavlja matricu momenata inercije.

U literaturi je uobičajeno dani matrični izraz sažeti u oblik matrične jednadžbe gibanja krutog tijela:

$$\mathbf{M}_B\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_B(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = \mathbf{F}_B + \boldsymbol{\tau}_B \tag{2.33}$$

Potpisan indeks B ovdje se koristi da bi se naglasilo da jednadžba opisuje gibanja s obzirom na referentni sustav tijela.

Lijevi dio jednadžbe (2.33) općenito opisuje dinamiku svakog krutog tijela sa šest stupnjeva slobode koje zadovoljava pretpostavke korištene u izvodu. Desni dio predstavlja sile i momente koji djeluju na tijelo. Slijedi opis članova lijevog dijela jednadžbe.

Vektor $\boldsymbol{\nu}$ objedinjava vektore linearne i kutne brzine s obzirom na referentni okvir vezan za tijelo:

$$\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}^B & \boldsymbol{\omega}^B \end{bmatrix}^T \tag{2.34}$$

Matrica $\mathbf{M}_B$ naziva se matrica inercije sustava i sadrži članove koji opisuju otpor sustava prema translacijskom i rotacijskom gibanju:

$$\mathbf{M}_B = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{ZZ} \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

Matrica $\mathbf{C}_B(\boldsymbol{\nu})$ naziva se matricom centripetalnih i Coriolisovih sila. Opisuje akceleracijske efekte tj. inercijske sile koje se javljaju u opisu s obzirom na referentni okvir tijela ako on rotira. Dobiva se preuređenjem treće matrice izraza (2.32). U ovu svrhu poslužit ćemo se jedinstvenim svojstvom antisimetričnih matrica. Antisimetrične matrice (eng. *skew-symmetric matrix*) jesu kvadratne matrice koje transponiranjem daju negaciju originalne matrice, odnosno zadovoljavaju $-A = A^T$. Antisimetrične matrice dimenzija 3×3 imaju svojstvo predstavljanja vektorskog umnoška u obliku matričnog množenja:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = [\mathbf{a}]_\times \mathbf{b} \tag{2.36}$$

U slijedećim retcima koristimo ovo svojstvo antisimetričnih matrica te antikomutativno svojstvo vektorskog umnoška da bi izveli traženi zapis matrice:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}^B \times (m\mathbf{V}^B) \\ \boldsymbol{\omega}^B \times (I\boldsymbol{\omega}^B) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} (m\mathbf{V}^B) \times \boldsymbol{\omega}^B \\ (I\boldsymbol{\omega}^B) \times \boldsymbol{\omega}^B \end{bmatrix} = \tag{2.37}$$

$$= -\begin{bmatrix} \mathbf{A}(m\mathbf{V}^B) \cdot \boldsymbol{\omega}^B \\ \mathbf{A}(I\boldsymbol{\omega}^B) \cdot \boldsymbol{\omega}^B \end{bmatrix} = \tag{2.38}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times3} & -\mathbf{A}(m\mathbf{V}^B) \\ \mathbf{0}_{3\times3} & -\mathbf{A}(I\boldsymbol{\omega}^B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^B \\ \boldsymbol{\omega}^B \end{bmatrix} = \tag{2.39}$$

$$= \mathbf{C}_B(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} \tag{2.40}$$

Cjelovit oblik matrice $\mathbf{C}_B(\boldsymbol{\nu})$ sada je:

$$\mathbf{C}_B(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times3} & -\mathbf{A}(m\mathbf{V}^B) \\ \mathbf{0}_{3\times3} & -\mathbf{A}(I\boldsymbol{\omega}^B) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & -mu \\ 0 & 0 & 0 & -mv & mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I_z r & -I_y q \\ 0 & 0 & 0 & I_z r & 0 & -I_x p \\ 0 & 0 & 0 & I_y q & I_x p & 0 \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

Desni dio jednakosti (2.33) sadrži vektor sume vanjskih sila na tijelo $\mathbf{F}_B$ i vektor sume vanjskih momenata na tijelo $\boldsymbol{\tau}_B$. Ovi vektori specifični su za svaki konkretan sustav. Slijedi opis ovih vektora za korišteni model quadrotora.

2.3.2 Vanjske sile i momenti

Vanjske sile i momenti predstavljaju dinamiku svojstvenu za sustav koji opisujemo. Kod quadrotora u vanjske sile i momente ubrajaju se sile i momenti nastali kao posljedica vrtnje propelera i djelovanja okoline.

Propeler quadrotora je rotirajuće krilo određenog profila, duljine i kuta nagiba. Tijekom njegova gibanja kroz zrak javljaju se isti aerodinamički efekti kao kod krila aviona. Prilikom vrtnje motora postoji relativna brzina gibanja između čestica zraka i propelera. Pri tome propeler svojim oblikom dio čestica zraka usporava i potiskuje prema dolje dok dio nastavlja gibanje po gornjoj liniji propelera bez promjene. U skladu s Bernoulijevim zakonom smanjenjem brzine fluida duž iste strujnice raste tlak fluida što rezultira područjem višeg tlaka na donjoj površini profila propelera i područjem nižeg tlaka zraka na gornjoj površini profila. Kao posljedica razlike tlaka na propeler djeluje vertikalna potisna sila $\mathbf{F}_p$.

Razmatranjem aerodinamičkih efekata te proračunom pomoću teorije kutne količine gibanja elementa krila propelera (eng. *blade element momentum theory*) moguće je izvesti

veze između sila i momenata motora i kvadrata kutne brzine propelera. Detaljan izvod može se pronaći u [2]. Ovdje iznosimo krajnji rezultat tog izvoda:

$$\mathbf{F}_p = b\boldsymbol{\omega}^2 \tag{2.42}$$
$$\boldsymbol{\tau}_p = d\boldsymbol{\omega}^2 \tag{2.43}$$

Konstanta proporcionalnosti sile potiska i kutne brzine propelera naziva se koeficijent potiska b dok se konstanta proporcionalnosti momenta motora i kutne brzine naziva koeficijent otpora zraka d.

Moment $\boldsymbol{\tau}_p$ predstavlja moment koji motor mora razviti da bi nadvladao otpor zraka i postigao željenu brzinu vrtnje $\boldsymbol{\omega}$. S obzirom da je motor kruto pričvršćen za konstrukciju quadrotora, djelovanje momenta $\boldsymbol{\tau}_p$ po principu akcije i reakcije izaziva pojavu reaktivnog momenta $\boldsymbol{\tau}_r$ istog iznosa i suprotnog smjera koji djeluje na tijelo quadrotora oko vertikalne osi.

Sile potiska četiri motora quadrotora zajedno tvore vertikalnu silu potiska quadrotora $\mathbf{F}_T$:

$$\mathbf{F}_T = -\sum_{i=1}^{4} \mathbf{F}_{p,i} = -b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \tag{2.44}$$

Ova sila izaziva vertikalna ubrzanja quadrotora s obzirom na referentni okvir tijela. Negativni predznak upućuje na smjer djelovanja suprotan smjeru z_B osi definirane pomoću NED konvencije. U slučaju kada se ova sila izravno poništava sa silom gravitacije suma sila na quadrotor iznosi nula te kažemo da je quadrotor u stanju lebdenja.

Sile potiska $\mathbf{F}_p$ motora djeluju na krakovima quadrotora duljine l zbog čega stvaraju zakretne momente $\boldsymbol{\tau}_x$ i $\boldsymbol{\tau}_y$ oko glavnih osi quadrotora. U slučaju da se svi motori vrte istom brzinom zakretni momenti oko horizontalnih osi međusobno se poništavaju. Promjenom omjera brzina vrtnje $(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$ određenih kombinacija motora poništavanje više nije potpuno čime se što omogućava rotiranje quadrotora i željeno horizontalno gibanje.

Prema konfiguraciji motora korištenoj u ovom radu moment oko osi x_B nastaje variranjem omjera brzina parova motora ω_1, ω_4 i ω_2, ω_3:

$$\boldsymbol{\tau}_x = -l\sin\alpha\mathbf{F}_{p,1} + l\sin\alpha\mathbf{F}_{p,2} + l\sin\alpha\mathbf{F}_{p,3} - l\sin\alpha\mathbf{F}_{p,4} = \tag{2.45}$$
$$= bl\sin\alpha(-\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \tag{2.46}$$

Ovdje α predstavlja kut između osi x_B quadrotora i krakova motora te je zbog simetrije isti za sva četiri motora. Vrijednost $l\sin\alpha$ je udaljenost osi vrtnje motora od x_B

osi quadrotora. Predznaci su određeni pozitivnim smjerom rotacije referentnog okvira vezanog za tijelo po pravilu desne ruke.

Moment oko osi y_B nastaje variranjem omjera brzina parova motora ω_1, ω_3 i ω_2, ω_4:

$$\boldsymbol{\tau}_y = l \sin\beta \mathbf{F}_{p,1} - l \sin\beta \mathbf{F}_{p,2} + l \sin\beta \mathbf{F}_{p,3} - l \sin\beta \mathbf{F}_{p,4} = \tag{2.47}$$

$$= bl \sin\beta(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \tag{2.48}$$

Kut β predstavlja kut između osi y_B quadrotora i krakova motora a $l \sin\beta$ je udaljenost osi vrtnje motora od yB osi quadrotora. Predznaci su određeni pozitivnim smjerom rotacije referentnog okvira vezanog za tijelo po pravilu desne ruke. Kutevi α i β ovise o konfiguraciji quadrotora a najčešće vrijedi $\alpha = \beta$.

Moment oko vertikalne osi z sastoji se od sume reaktivnih momenata motora te momenta gibanja:

$$\boldsymbol{\tau}_z = \sum_{i=1}^{4} \boldsymbol{\tau}_{p,i} + \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}^B \tag{2.49}$$

Ako pretpostavimo da je quadrotor u stanju lebdenja $\dot{\boldsymbol{\omega}}^B = 0$ te slijedi:

$$\boldsymbol{\tau}_z = \sum_{i=1}^{4} \boldsymbol{\tau}_{p,i} = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) \tag{2.50}$$

U realnim uvjetima ubrzanja oko vertikalne osi prilikom skretanja su vrlo mala te se njihovim zanemarivanjem ne gubi znatno na točnosti. Stoga ovu pretpostavku smatramo dovoljno točnom.

Sile i momente koji su uzrokovani vrtnjom motora quadrotora možemo sažeto prikazati upravljačkom matricom $\mathbf{U}_B$:

$$\mathbf{U}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{F}_T \\ \boldsymbol{\tau}_x \\ \boldsymbol{\tau}_y \\ \boldsymbol{\tau}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ bl \sin\alpha(-\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \\ bl \sin\beta(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \\ b(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \tag{2.51}$$

Poznato je da na svaku masu koja se nalazi dovoljno blizu Zemlji djeluje privlačna gravitacijska sila usmjerena prema središtu planeta. Ovaj smjer poklapa se sa smjerom z osi našeg inercijalnog referentnog okvira:

$$\mathbf{F}_g^I = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \tag{2.52}$$

gdje je g gravitacijska konstanta. Koristeći izvedenu rotacijsku matricu silu gravitacije možemo relativno lako prebaciti u referentni okvir tijela:

$$\mathbf{F}_g^B = \mathbf{R}_I^B \mathbf{F}_g^I = \begin{bmatrix} -mg\sin\theta \\ mg\cos\theta\sin\phi \\ mg\cos\theta\sin\phi \end{bmatrix} \tag{2.53}$$

Obzirom da je ovo sila te nema utjecaja na jednadžbu momenta, gravitacijsku silu lako dovodimo u pogodan zapis za jednadžbu gibanja:

$$\mathbf{G}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_g^B \\ \mathbf{0}_{3\times3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -mg\sin\theta \\ mg\cos\theta\sin\phi \\ mg\cos\theta\sin\phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.54}$$

2.3.3 Ukupni dinamički model

Ukupni dinamički model quadrotora modeliranog kao kruto tijelo sa šest stupnjeva slobode gibanja moguće je sažeti u oblik matrične jednadžbe gibanja:

$$\mathbf{M}_B\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_B(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = \mathbf{G}_B + \mathbf{U}_B \tag{2.55}$$

sa članovima

- $\mathbf{M}_B$ = matrica inercije sustava
- $\dot{\boldsymbol{\nu}}$ = vektor linearnih i kutnih brzina s obzirom na referentni okvir tijela
- $\mathbf{C}_B(\boldsymbol{\nu})$ = matrica centripetalnih i Coriolisovih sila
- $\mathbf{G}_B$ = vektor gravitacijske sile
- $\mathbf{U}_B$ = upravljački vektor

Kod izrade simulacijskih modela često se javlja potreba za zapisom jednadžbe (2.55) u obliku skupa diferencijalnih jednadžbi prvog reda:

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= (vr - wq) + g\sin\theta \\
\dot{v} &= (wp - ur) - g\cos\theta\sin\phi \\
\dot{w} &= (uq - vp) - g\cos\theta\sin\phi - \frac{F_T}{m} \\
\dot{p} &= \frac{I_y - I_z}{I_x}qr + \frac{\tau_x}{I_x} \\
\dot{q} &= \frac{I_z - I_x}{I_y}pr + \frac{\tau_y}{I_y} \\
\dot{r} &= \frac{I_x - I_y}{I_z}pq + \frac{\tau_z}{I_z}
\end{aligned} \tag{2.56}$$

3 Upravljački algoritmi

U prethodnom poglavlju kao rezultat matematičkog modeliranja quadrotora izveden je dinamički model koji opisuje ponašanje quadrotora pod utjecajem opisanih sila i momenata. Matematički model sustava omogućava nam analizu odziva sustava za različite vrijednosti početnih uvjeta te pobudnih signala. U slučaju kada odzivi dinamike sustava ne zadovoljavaju potrebne kriterije u sustav uvodimo upravljačke zakone kojima se modificira osnovna dinamika sustava te osiguravaju potrebne performanse.

U većini slučajeva izvođenje upravljačkih zakona na temelju punog dinamičkog modela je neizvedivo ili vrlo teško izvedivo zbog njegove složenosti. Stoga je prvi korak kod izvođenja upravljačkih zakona pojednostavljenje samog modela unošenjem razumnih pretpostavki. Pretpostavke se najčešće odnose na pretpostavljanje uvjeta u kojima će se sustav nalaziti prilikom operacije (pretpostavka radne točke). Primjer pretpostavki često korištenih kod quadrotora su pretpostavka malih brzina skretanja (rotacije oko vertikalne osi) te pretpostavka da se radna točka quadrotora nalazi u stanju lebdenja ili gibanja malim brzinama.

U ovom radu korišteno je nekoliko modela quadrotora s različitom razinom pojednostavljenja. U procesu pojednostavljenja često se zanemaruje dio dinamike sustava. Za upravljačke algoritme ova nemodelirana dinamika predstavlja vrstu poremećaja koja se naziva greškom modela. Vrlo male razlike u rezultatima između modela s različitim razinama pojednostavljenja ukazuju na robusnost korištenih upravljačkih zakona ali i razumnost korištenih pretpostavki. Nakon njihove sinteze i potvrde valjanosti na jednostavnijem modelu, upravljački zakoni kroz simulaciju se testiraju na punom dinamičkom modelu sustava.

U ovom poglavlju opisani su modeli korišteni za izvođenje upravljačkih algoritama te sami algoritmi koji su korišteni u simulacijama za regulaciju gibanja quadrotor helikoptera.

3.1 Pojednostavljeni dinamički modeli

Sustav jednadžbi (2.56) predstavlja puni dinamički model quadrotora definiran s obzirom na referentni okvir vezan za quadrotor:

$$
\begin{aligned}
\dot{u} &= (vr - wq) + g\sin\theta \\
\dot{v} &= (wp - ur) - g\cos\theta\sin\phi \\
\dot{w} &= (uq - vp) - g\cos\theta\sin\phi - \frac{F_T}{m} \\
\dot{p} &= \frac{I_y - I_z}{I_x} qr + \frac{\tau_x}{I_x} \\
\dot{q} &= \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{\tau_y}{I_y} \\
\dot{r} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} pq + \frac{\tau_z}{I_z}
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

Puni model karakterizira vrlo nelinearna dinamika, podaktuiranost te združenost jednadžbi translacijskih i rotacijskih gibanja.

Pojednostavljeni modeli izvode se iz punog dinamičkog modela unošenjem idućih pojednostavljenja:

- prve tri jednadžbe koje opisuju translacijska gibanja transformiramo iz jednadžbi s obzirom na referentni okvir tijela u jednadžbe pisane s obzirom na inercijalni referentni okvir
- kod jednadžbi rotacijskog gibanja unosimo pretpostavku malih kuteva tj. pretpostavljamo da je radna točka quadrotora vrlo bliska stanju lebdenja

Uvođenjem ovih pojednostavljenja u (2.56) dobivamo pojednostavljeni sustav jednadžbi:

$$
\begin{aligned}
\ddot{x} &= (-s\psi s\phi - c\psi s\theta c\phi)\frac{F_T}{m} \\
\ddot{y} &= (c\psi s\phi - s\psi s\theta c\phi)\frac{F_T}{m} \\
\ddot{z} &= g - (c\theta c\phi)\frac{F_T}{m} \\
\ddot{\phi} &= \frac{I_y - I_z}{I_x}\dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{\tau_x}{I_x} \\
\ddot{\theta} &= \frac{I_z - I_x}{I_y}\dot{\phi}\dot{\psi} + \frac{\tau_y}{I_y} \\
\ddot{\psi} &= \frac{I_x - I_y}{I_z}\dot{\phi}\dot{\theta} + \frac{\tau_z}{I_z}
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

U simulaciji ovaj pojednostavljeni sustav jednadžbi nazivamo model 2.

Primjenom prvog pojednostavljenja dobivamo jednostavnije i intuitivnije jednadžbe translacijskog gibanja. Pozicije i gibanja letjelice sada se opisuju pomoću prostornih

koordinata koje su nam intuitivne. S obzirom da su sada opisane u inercijalnom sustavu, translacijske jednadžbe više ne sadrže članove imaginarnih sila. Unos pretpostavke utječe i na definicije vanjskih sila. U inercijalnom okviru gravitacijska sila podudara se s vertikalnom osi dok su njene horizontalne komponente jednake nuli. Vektor sile potiska quadrotora prenosi se u inercijalni okvir množenjem s rotacijskom matricom čime se rastavlja na komponente po sve tri inercijalne osi.

Prilikom izvođenja jednadžbi rotacijske kinematike utvrđeno je da u općem slučaju vrijedi nejednakost kutnih brzina između dva referentna okvira (2.13) te da je kutne brzine moguće prenijeti iz jednog okvira u drugi koristeći matricu transformacije (2.17).

Pretpostavkom malih kuteva u rotacijskim jednadžbama gibanja vrijede slijedeće aproksimacije: $\sin\beta \approx \beta$, $\cos\beta \approx 1$. Iz pretpostavke slijedi da matrica transformacije (2.17) postaje približno jednaka jediničnoj dijagonalnoj matrici, odnosno vrijedi:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Daljnje pojednostavljenje modela moguće je uvođenjem pretpostavke malih kuteva u translacijske jednadžbe modela 2, pri čemu se smatra da je svaki umnožak dva mala kuta ili njihovih derivacija zanemariv, primjerice $\dot{\psi} \cdot \dot{\theta} \approx 0$. Uz ova pojednostavljenja model 2 prelazi u:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\theta \frac{F_T}{m} \\ \ddot{y} &= \phi \frac{F_T}{m} \\ \ddot{z} &= g - \frac{F_T}{m} \\ \ddot{\phi} &= \frac{\tau_x}{I_x} \\ \ddot{\theta} &= \frac{\tau_y}{I_y} \\ \ddot{\psi} &= \frac{\tau_z}{I_z} \end{aligned} \tag{3.3}$$

U simulaciji gornji sustav jednadžbi nazivamo model 3.

Model 3 još uvijek nije linearan zbog umnoška upravljačke varijable i varijable stanja u prve dvije jednadžbe. Tip modela u kojem dolazi do množenja upravljačke varijable i varijable stanja naziva se bilinearnim modelom.

Da bi bilinearni model potpuno linearizirali potrebno je još jedno pojednostavljenje. U općem slučaju sila potiska $\mathbf{F}_T$ može se rastaviti na dvije komponente - komponentu

koja je potrebna za poništavanje konstantne gravitacijske sile te komponentu potrebnu za dodatnu promjenu visine:

$$\mathbf{F}_T = m\mathbf{g} + \Delta\mathbf{F}$$

Zbog pretpostavke stanja bliskog lebdenju komponenta ΔF smatra se zanemarivom pa vrijedi:

$$\mathbf{F}_T \approx m\mathbf{g}$$

Uvrštavanjem ove pretpostavke u (3.3) dobivamo konačni linearizirani model quadrotora:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= -\theta g \\
\ddot{y} &= \phi g \\
\ddot{z} &= g - \frac{F_T}{m} \\
\ddot{\phi} &= \frac{\tau_x}{I_x} \\
\ddot{\theta} &= \frac{\tau_y}{I_y} \\
\ddot{\psi} &= \frac{\tau_z}{I_z}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Upravljački zakoni korišteni u simulaciji izvedeni su na temelju lineariziranog modela quadrotora kojeg nazivamo model 4.

3.2 PD kontroler

Svaki dinamički sustav koji opišemo diferencijalnim jednadžbama ima određenu namjenu i svrhu. Primjerice tempomat u automobilu postiže i održavanja zadanu brzinu vozila, termostat postiže i održava zadanu temperaturu prostorije dok motor glave glodalice održava zadanu brzinu vrtnje u radu. Svi dijele sličan princip rada - trenutnu vrijednost neke fizikalne veličine dovode na zadanu željenu vrijednost. Da bi to postigli na željeni način nužno je u sustavu koristiti regulator. Razliku između zadane i željene vrijednosti nazivamo regulacijskom pogreškom. Cilj svih upravljačkih zakona odnosno regulatora je svesti pogrešku na nulu uz zadovoljavanje potrebnih kriterija poput točnosti i brzine odziva.

Osnovi preduvjet za uvođenje regulacije sustava je postojanje negativne povratne veze. Povratna veza podrazumijeva mjerenje fizikalne veličine koja je predmet regulacije na izlazu iz sustava, čime saznajemo trenutno stanje te vraćanje ove vrijednosti na početak

regulacijske petlje gdje oduzimanjem od tražene vrijednosti tvori regulacijsku pogrešku. Regulacijska pogreška ujedno je i ulaz u regulator.

PD regulator jedan je od najjednostavnijih praktično primjenjenih regulatora. Ulaz u regulator je trenutna regulacijska pogreška. Cilj regulatora je svođenje regulacijske pogreške na nulu podešavanjem iznosa izlaznog signala regulatora u. Signal u naziva se upravljački signal i predstavlja fizikalnu veličinu koja izravno utječe na rad aktuatora. U slučaju regulacije brzine elektromotora upravljački signal je napon kojim se izravno utječe na brzinu vrtnje motora. PD regulator izlazni upravljački signal generira primjenom dva djelovanja na pogrešku regulacije:

$$u(t) = K_P e(t) + K_D \frac{de(t)}{dt} \tag{3.5}$$

gdje je $e(t) = x(t) - x_d(t)$ regulacijska pogreška odnosno razlika između trenutne vrijednosti neke varijable x i njene tražene vrijednosti x_d.

Konstanta K_P predstavlja pojačanje proporcionalnog ili P djelovanja dok konstanta K_D predstavlja pojačanje derivativnog ili D djelovanja.

- P djelovanje generira vrijednost proporcionalnu vrijednosti pogreške. Velika pozitivna pogreška rezultira velikim pozitivnim upravljačkim signalom. Kada smo blizu željene vrijednosti i pogreška je mala, P djelovanje je također malo.
- D djelovanje generira vrijednost temeljnu na brzini promjene pogreške umjesto na samoj vrijednosti pogreške. Ovo omogućuje ubrzavanje reakcije upravljačkog signala u slučaju da je greška iznosom mala ali naglo raste.

Sumom djelovanja nastaje upravljački signal u koji je kontinuirana vremenska funkcija, zbog čega PD regulator svrstavamo u linearne regulatore. Prednosti PD regulatora je jednostavnost implementacije i analize stabilnosti, što je karakteristika linearnih regulatora. Kod njih se primjenjuju dobro poznate i u praksi utvrđene metode za analizu i izračun vrijednosti konstanti P i D djelovanja potrebnih da bi se postigle željene performanse. Odziv PD regulatora u idealnim uvjetima često koristi za evaluaciju kvalitete odziva složenijih regulatora.

Nedostaci PD regulatora su visoka osjetljivost na netočnosti u modelu (nerobusnost), nemogućnost točnog slijeđenja promjenjivih ulaznih signala te nemogućnost kompenzacije poremećaja. Posljedica toga je da se PD regulator rijetko koristi kod zahtjevnijih sustava i uglavnom se koristi u primjenama koje ne zahtijevaju visoku točnost.

3.3 PID kontroler

Neke od problema PD regulatora poput trajnog regulacijskog odstupanja moguće je riješiti dodavanjem trećeg, integralnog djelovanja:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \tag{3.6}$$

Konstanta K_I predstavlja pojačanje integralnog ili I djelovanja.

- Integralno djelovanje predstavlja sumiranje iznosa greške u vremenu. Efikasno otklanja trajnu regulacijsku pogrešku zbrajanjem pogreški preostalih nakon djelovanja P i D komponenti. Tako se vrijednost I djelovanja povećava s vremenom čime se postupno pojačava vrijednost upravljačkog signala u sve dok greška ne postane jednaka nuli.

PID regulator danas predstavlja najčešće korišten regulator u praksi. Pravilnim podešavanjem pojačanja regulatora moguće je postići većinu regulacijskih zahtjeva u širokom spektru industrijskih i drugih primjena. Raširenosti pridonosi činjenica da pripada u klasu linearnih regulatora za koju postoje pouzdane empirijske metode za podešavanje parametara, što olakšava praktičnu primjenu. Ipak, izbor pojačanja empirijskim metodama poput Ziegler-Nichols metode rezultiraju suboptimalnim performansama koje ne zadovoljavaju sve primjene. U tom slučaju pristupa se temeljitoj analizi dinamike sustava i preciznom odabiru pojačanja.

Linearni regulatori u općem obliku nisu primjenjivi na nelinearne sustave. S obzirom da je gotovo svaki tehnički sustav u općem obliku nelinearan, obično se primjenjuje postupak linearizacije dinamike sustava oko željene radne točke prije sinteze regulatora. Ipak, kod sustava s izraženim nelinearnostima ili sustavima koje nije moguće linearizirati upotreba linearnih regulatora vrlo je ograničena. U tim uvjetima obično se primjenjuju regulatori iz klase nelinearnih regulatora.

3.4 Robusno upravljanje

U praktičnom pristupu problemu regulacije bilo kojeg sustava uvijek ćemo se služiti određenim pojednostavljenjima i pretpostavkama, kao što je demonstrirano u ovom radu. Razlog tome leži u složenosti svih prirodnih i praktično izvedenih tehničkih i drugih sustava. Analiza ovakvih sustava bez pojednostavljenja u većini slučajeva bila bi nemoguća ili vrlo složena i dugotrajna, čime sam proces postaje nepraktičan. Isto tako inzistiranje na apsolutnoj preciznost naših modela nema smisla u područjima gdje apsolutnu točnost tehnički nije moguće postići već dijelovi, senzori, aktuatori i ostala oprema imaju propisane granice tolerancije pogreške. Potvrdu da ovaj inženjerski pristup funkcionira možemo pronaći u tehničkim sustavima svuda oko nas.

Ipak, ovaj pristup garantira da uvijek postoji razlika između matematičkog modela na kojem se vrši sinteza upravljačkih zakona i realnih sustava koje opisuju. Isto tako praktično je nemoguće savršeno predvidjeti i opisati radne uvjete realnog sustava i dodati u model sve vanjske utjecaje. Uz to, dinamika svakog realnog sustava mijenjati će se s vremenom kako dolazi do neizbježnih promjena materijala poput trošenja i starenja.

Iz svega ovog slijedi da je robusnost, odnosno sposobnost upravljačkih zakona da svojim djelovanjem kompenziraju utjecaje postojanja grešaka modela, promjene parametara modela ili djelovanja vanjskih poremećaja uz zadovoljavajuće performanse regulacije bitan faktor pri dizajniranju upravljačkih zakona u brojnim osjetljivim primjenama.

Većina ovih negativnih utjecaja manifestira se u obliku nelinearnosti koje utječu na rad sustava. U tom slučaju regulatori iz klase linearnih regulatora, koji ne mogu potpuno kompenzirati utjecaje nelinearnih pojava često ne zadovoljavaju kriterije regulacije. U ovim situacijama neophodno je korištenje nelinearnih regulatora, koji se često nazivaju i klasom robusnih regulatora. U ovom radu koristi se jedna od metoda dizajniranja nelinearnih robusnih regulatora, temeljena na tzv. kliznom režimu rada.

3.4.1 Regulatori s kliznim režimom rada

Regulatori s kliznim režimom rada (eng. *sliding mode controllers*) su regulatori iz klase nelinearnih regulatora s kliznim režimom rada koje karakteriziraju visoka preciznost regulacije te izrazita robusnost na vanjske i unutarnje poremećaje. Općenito, svaki dinamički sustav definiran je vlastitim stanjem, koje opisujemo pomoću varijabli stanja. Varijable stanja opisuju fizikalne veličine koje karakteriziraju pojedini sustav - to mogu biti pozicija i brzina kod sustava u gibanju ili struja i napon kod električnih sustava. Uvrštavanjem vremenskog intervala u dinamičke jednadžbe sustava za svaki vremenski trenutak možemo formirati jedinstveni skup varijabli stanja - primjerice uvrštavanjem vremena t u dinamičku jednadžbu gibanja matematičkog njihala za svaku sekundu dobivamo trenutnu poziciju x_1 i trenutnu brzinu njihala x_2, koje čine par varijabli stanja (x_1, x_2). Ako geometrijski opišemo dvodimenzionalnu ravninu čije osi definiraju varijable stanja x_1 i x_2 tada za svaki vremenski trenutak dobivamo točku (x_1, x_2) u ravnini. Niz ovakvih točaka u dvodimenzionalnoj ravnini definiraju krivulju u vremenskom periodu. Ova krivulja izravno je dakle definirana dinamikom sustava.

Osnovna ideja regulatora s kliznim režimom rada je odabir krivulje u ravnini varijabli stanja koja zadovoljava performanse sustava koje želimo postići te zatim odabir upravljačkog zakona koji će varijable stanja sustava prisiliti da slijede odabranu krivulju, čime efektivno prisiljavamo sustav da slijedi željenu dinamiku. Situacija u kojoj se varijable stanja sustava zaista "kližu" tj. "kreću" zadanom krivuljom naziva se klizni režim rada. Krivulja se tada naziva kliznom površinom (eng. *sliding surface*).

Iz ovog slijedi da je u praksi sinteza regulatora s kliznim režimom rada sastoji od dvije faze:

- odabira klizne površine s
- odabira upravljačkog zakona u koji će osigurati klizni režim rada

Svrha klizne površine je osigurati željeni dinamički odziv sustava. Definira se kao funkcija varijabli stanja. U slučajevima kada treba osigurati praćenje željene trajektorije, klizna površna definira se kao funkcija pogreške praćenja trajektorije i određenog broja

njenih derivacija:

$$s = s(e^k, e^{k-1}, ..., \dot{e}, e) \tag{3.7}$$

Ako sa r označimo relativni stupanj sustava (red derivacije izlaza umanjen za red derivacije ulaza), tada se parametar k definira kao $k = r - 1$. Tipična forma za odabir oblika klizne površine je:

$$s = (\frac{d}{dt} + p)^k e \tag{3.8}$$

iz koje slijedi:

$$k = 1,\ s = \dot{e} + pe \tag{3.9}$$
$$k = 2,\ s = \ddot{e} + 2p\dot{e} + p^2 e \tag{3.10}$$
$$k = 3,\ s = e^{(3)} + 3p\ddot{e} + 3p^2\dot{e} + p^3 e \tag{3.11}$$

Parametar p izravno utječe na brzinu konvergencije varijabli stanja u nulu utjecajem na polove sustava. Nužan uvjet za stabilnost sustava je $p > 0$ i dok je zadovoljen, odabir parametra p nije strogo definiran. U praksi se obično povećava sve dok se ne dobije zadovoljavajući odziv za dani sustav.

Druga faza sinteze regulatora s kliznim režimom rada sastoji se od odabira upravljačkog zakona u koji osigurava postizanje te održavanje kliznog režima rada odnosno osigurava $s = 0$. Upravljački zakoni regulatora s kliznim režimom rada obično se dijele na upravljačke zakone prvog reda i upravljačke zakone višeg reda.

3.4.2 Regulator s kliznim režimom rada prvog reda

Regulator s kliznim režimom rada prvog reda (eng. *first order sliding mode controller*) prvi je izvedeni regulator s kliznim režimom rada. Zbog izvrsnih svojstava potaknuo je široko zanimanje znanstvene zajednice te nastanak klase nelinearnih regulatora s kliznim režimom rada. Definira se kao:

$$u = -\rho \text{sign}(s), \qquad \text{gdje} \qquad U = \begin{cases} -\rho & \text{if } s > 0, \\ \rho & \text{if } s < 0. \end{cases} \tag{3.12}$$

Gornju definiciju moguće je interpretirati kao dva međusobno isključiva regulacijska djelovanja između kojih se sustav prebacuje ovisno o trenutnom stanju. Zbog ove karakteristike regulatori s kliznim režimom rada svrstavaju se u kategoriju regulatora s varijabilnom strukturom (VSC, eng. *variable structure control*).

Parametar ρ predstavlja konstantno i dovoljno veliko pojačanje regulatora. Odabire se provedbom Lyapunovljeve analize stabilnosti kojom se dokazuje stabilnost nelinearnih dinamičkih sustava. Sama analiza znatno je složenija od analize stabilnosti linearnih sustava što je glavni razlog prevladavanja upotrebe metoda linearizacije nelinearnih sustava oko radne točke u primjenama gdje je to prihvatljivo.

Ovisno o početnim uvjetima sustava u početnom trenutku aktivira se jedno od djelovanja regulatora i uz pomoć pojačanja ρ vodi varijable stanja sustava prema odabranoj kliznoj površini. Nakon što je dosegnuta klizna površina, regulacijsko djelovanje održava klizni režim rada visokofrekventnim prebacivanjem između dva regulacijska djelovanja čime prisiljava varijable stanja na klizanje duž površine. Ovaj princip osigurava asimptotsku konvergenciju pogreške regulacije u nulu. Regulator je potpuno neovisan o dinamici sustava koji regulira. Ovo ga čini izrazito robusnim u odnosu na greške modela, promjene parametara modela te vanjske poremećaje.

Glavni nedostatak ovog načina upravljanja je u samom visokofrekventnom prebacivanju između regulacijskih djelovanja koje rezultira izrazito nelinearnim i diskontinuiranim upravljačkim signalom u visoke frekvencije. U literaturi ovaj efekt poznat je pod nazivom "chattering". Takav signal nije primjenjiv na realnim aktuatorima jer bi visokofrekventna skokovita promjena upravljačke varijable uzrokovala pregaranje i uništenje aktuatora.

Unatoč početnoj neprimjenjivosti na mehaničke sustave, visoka točnost i robusnost ove upravljačke metode rezultirali su velikim interesom i brojnim istraživanjima u području robusne regulacije. U nastojanju da se prevladaju gore navedeni nedostaci predložene su modifikacije upravljačkog zakona prvog reda koje diskontinuirani upravljački signal aproksimiraju kontinuiranom funkcijom. Najpopularnije modifikacije su zamjena signum funkcije sa saturacijom ili hiperbolnom tangens funkcijom:

$$\text{Saturacija} \qquad u = -\rho \frac{s}{|s| + \epsilon}, \qquad \epsilon > 0, \qquad \epsilon \approx 0 \tag{3.13}$$

$$\text{Tangens hiperbolni} \qquad u = -\rho \ \tanh\left(\frac{s}{\epsilon}\right), \qquad \epsilon > 0, \qquad \epsilon \approx 0 \tag{3.14}$$

Korištenjem gore navedenih aproksimacija moguće je ublažiti probleme originalne signum funkcije no pod cijenu gubitka na točnosti i robusnosti. Drugi način prevladavanja poteškoća metoda s kliznom površinom je implementacija tzv. regulatora s kliznim režimom rada višeg reda.

3.4.3 Super-twisting regulator

Regulatori s kliznim režimom rada višeg reda postižu kontinuirane upravljačke signale unošenjem viših matematičkih funkcija u upravljački zakon, čime raste red upravljačkog zakona. U ovom radu koristi se upravljački zakon drugog reda pod nazivom "Super-twisting algorithm".

Super-twisting upravljački zakon naziv je za regulator s kliznim režimom rada drugog reda koji diskontinuiranu signum funkciju regulatora prvog reda zamjenjuje sa kontinuiranom funkcijom definiranom kao:

$$u = -Q\ \sqrt{|s|}\ \mathrm{sign}(s) + w \tag{3.15}$$
$$\dot{w} = -W\ \mathrm{sign}(s) \tag{3.16}$$

gdje s označava kliznu površinu definiranu na identičan način kao (3.8).

Pojačanja Q i W moguće je definirati na više načina. U ovo radu koristi se formulacija u kojoj se oni zamjenjuju jednim pojačanjem $\rho = Q = W$.

Integralno djelovanje unutar upravljačkog zakona uz dobro odabrane parametre prigušuje visokofrekventne oscilacije signum funkcije rezultirajući kontinuiranim upravljačkim signalom. Obzirom da integralno djelovanje podiže stupanj upravljačkog zakona za jedan, super-twisting algoritam predstavlja regulator s kliznim režimom rada drugog reda.

Super-twisting upravljački zakon može se promatrati kao nelinearni ekvivalent klasičnog PI regulatora, pri čemu jednadžba (3.15) predstavlja nelinearno P djelovanje a jednadžba (3.16) predstavlja nelinearno I djelovanje.

Prednosti super-twisting algoritma su visoka robusnost u odnosu na greške modela, promjenu parametara i utjecaj poremećaja te asimptotska stabilnost. Kao nedostatke možemo navesti složenost analize stabilnosti i određivanja nužnih uvjeta za pojačanja u općem slučaju.

3.5 Eksterna linearizacija

Eksterna linearizacija (eng. *feedback linearization*) je metoda upravljanja koja se može koristiti kod sinteze regulatora nelinearnih sustava. Tada obično predstavlja prvi korak sinteze sa ciljem dodatnog pojednostavljenja dinamike sustava prije uvođenja robusnog upravljačkog zakona. Temelji se na iskorištavanju oblika jednadžbi sustava da bi se modificiralo složeniju dinamiku u pogodniji zapis.

Metoda je izravno primjenjiva na sustave koji su u prostoru stanja definirani u obliku:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u} \tag{3.17}$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \tag{3.18}$$

U gornjim izrazima $\mathbf{x}$ predstavlja n-dimenzionalni vektor varijabli stanja, $\mathbf{u}$ je p-dimenzionalni vektor upravljačkih varijabli, $\mathbf{y}$ je m-dimenzionalni vektor izlaznih varijabli, $\mathbf{f}$ je n-dimenzionalni vektor nelinearnih funkcija, $\mathbf{G}$ je $(n \times p)$ matrica nelinearnih

funkcija, $\mathbf{h}$ je m-dimenzionalni vektor nelinearnih funkcija, pri čemu n predstavlja broj varijabli stanja sustava, p broj ulaza sustava dok m predstavlja broj izlaza sustava.

Ideja metode je upotrijebiti povratnu vezu po stanju sustava, tj. mjerene ili estimirane veličine varijabli stanja da bi pretvorili nelinearne jednadžbe sustava u linearne. Pri tome se pretpostavlja apsolutno točno poznavanje modela i njegovih parametara te točno mjerenje svih nelinearnih efekata koji se pojavljuju u sustavu. Točna mjerenja nelinearnih efekata tada se uvrštavaju u upravljački zakon sa suprotnim predznakom te u suštini izravno poništavaju neželjene nelinearnosti sustava. Ovom prisilnom linearizacijom dobivamo jednadžbe na koje možemo primijeniti dobro poznate linearne metode upravljanja. Ovo je moguće ako je jednadžbe stanja moguće zapisati u slijedećem obliku:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x})\left[\mathbf{u} - \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\right] \tag{3.19}$$

U gornjem izrazu $\mathbf{A}$ je $(n \times n)$ matrica stanja sustava, $\mathbf{B}$ je $(n \times p)$ matrica dinamike ulaza sustava. Uvjet je da je par matrica $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ kontrolabilan. Simbol $\boldsymbol{\alpha}$ predstavlja p-dimenzionalni vektor nelinearnih funkcija dok $\boldsymbol{\gamma}$ predstavlja $(p \times p)$ matricu nelinearnih funkcija.

Gornji sustav moguće je linearizirati pomoću upravljačkog zakona:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})\mathbf{v} \tag{3.20}$$

gdje je $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\gamma}^{-1}(\mathbf{x})$.

Uvrštavanjem (3.20) u (3.19) rezultira lineariziranim jednadžbama sustava

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{v} \tag{3.21}$$

Ovdje $\mathbf{v}$ predstavlja upravljački zakon oblika $\mathbf{v} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ takav da rezultirajuća dinamika sustava $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ garantira stabilnost.

Ako naš nelinearni sustav ne zadovoljava oblik (3.19), metodu eksterne linearizacije nije moguće primijeniti izravno. No to ne znači da nije primjenjiva. Postoji mogućnost da drugačijim izborom varijabli stanja naš sustav poprimi potreban oblik. U tu svrhu traži se transformacija koordinata oblika

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}(\mathbf{x}) \tag{3.22}$$

koja bi naš sustav (3.17) prvotno nepovoljnog oblika pretvorila u oblik

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x})\left[\mathbf{u} - \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\right] \tag{3.23}$$

za koji je provedba eksterne linearizacije moguća. Ako takva transformacija postoji, ona mora biti kontinuirana te imati inverz $\mathbf{x} = \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{z})$. Eksplicitni matematički izvod

za pronalaženje transformacije $\mathbf{T}$ i pripadnih upravljačkih varijabli u može se pronaći u [11].

Iako kao rezultat primjene metode eksterne linearizacije matematički model obično ima odziv visoke točnosti, pretpostavke da u potpunosti poznajemo model sustava te nelinearnosti u njemu čine ovu metodu apsolutno nerobusnom te neprimjenjivom u praksi. Ipak, ako se metoda koristi kao prvi korak u sintezi upravljačkog zakona ona može znatno pojednostaviti dinamiku sustava dok drugi korak uvođenja robusnog regulatora tada osigurava valjanost pretpostavki metode eksterne linearizacije kompenzacijom grešaka modela i parametara te vanjskih poremećaja.

4 Simulacijski model i rezultati

U ovom poglavlju opisana je sinteza upravljačkih zakona korištenih u simulaciji gibanja quadrotor helikoptera. Sinteza je bazirana na izvedenom lineariziranom modelu:

$$
\begin{aligned}
\ddot{x} &= \theta g \\
\ddot{y} &= -\phi g \\
\ddot{z} &= -g + \frac{F_T}{m} \\
\ddot{\phi} &= \frac{\tau_x}{I_x} \\
\ddot{\theta} &= \frac{\tau_y}{I_y} \\
\ddot{\psi} &= \frac{\tau_z}{I_z}
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

Sintezi upravljačkih zakona pristupa se u dva koraka. U prvom koraku na model se primjenjuje metoda eksterne linearizacije. Ovo rezultira vrlo kvalitetnim odzivom sustava no uz pretpostavku točnog poznavanja modela i svih parametara što ga čini vrlo nerobusnim. Drugi korak je uvođenje regulatora s kliznim režimom rada koji svojim djelovanjem osigurava točnost pretpostavki eksterne linearizacije te osigurava kvalitetan odziv u uvjetima prisutnosti grešaka modela i poremećaja.

4.1 Sinteza eksterne linearizacije

U ovom radu cilj sinteze regulacijskog djelovanja na temelju modela quadrotora je osigurati da letjelica prati zadanu trajektoriju sa zadovoljavajućom točnošću uz kompenzaciju poremećaja u vidu udara vjetra u horizontalnoj ravnini. Stoga je prvi korak sinteze definicija pogreški praćenja zadanih referentnih signala u prostoru:

$$e_x = x - x_d(t) \tag{4.2}$$

$$e_y = y - y_d(t) \tag{4.3}$$

$$e_z = z - z_d(t) \tag{4.4}$$

$$\tag{4.5}$$

Slijedi uvrštavanje pogreški (4.2) u model quadrotora da bi dobili jednadžbe koje opisuju dinamiku pogreški sustava. Konačni cilj je osigurati ova dinamika pogreški teži u nulu u konačnom vremenu. Prvo uvrštavamo pogrešku u jednadžbu z osi iz čega slijedi:

$$\ddot{e}_z = -\ddot{z}_d + g - \frac{1}{m}u_1 \tag{4.6}$$

gdje u_1 predstavlja upravljački zakon za stabilizaciju pogreške visine letjelice. Zakon u_1 biramo na način:

$$u_1 = -m(\ddot{z}_d - g - k_{z1}\dot{e}_z - k_{z0}e_z) - u_{S,1} \tag{4.7}$$

Uvrštavanjem upravljačkog zakona u_1 u dinamiku pogreške po z osi dobivamo

$$\ddot{e}_z + k_{z1}\dot{e}_z + k_{z0}e_z = \frac{1}{m}u_{S,1} \tag{4.8}$$

Parametri k_{z1} i k_{z0} predstavljaju odabrana pojačanja dok $u_{S,1}$ predstavlja djelovanje regulatora s kliznim režimom rada čija je svrha kompenzacija nemodelirane dinamike sustava te vanjskih poremećaja. Sinteza ovog djelovanja provodi se u narednom poglavlju. Pravilnom implementacijom regulator s kliznim režimom rada osigurava robusnost cjelokupnog upravljačkog zakona i desna strana jednadžbe (4.8) jednaka je nuli. U tom slučaju izbor pojačanja $k_{z1} > 0$ i $k_{z0} > 0$ garantira konvergenciju dinamike pogreške po z osi u nulu.

Slijedi stabilizacija pogreške u smjeru osi x. U skladu s definicijom referentnog okvira vezanog za tijelo gibanje u smjeru x osi ostvaruje se pomoću momenta τ_y zakretom za kut θ:

$$\ddot{e}_x = -\ddot{x}_d - \frac{g}{m}\theta \tag{4.9}$$

Gornja jednadžba ne sadržava niti jednu upravljačku varijablu, odnosno u ovom obliku kontrola pozicije i brzine u x smjeru nije moguća. Da bi ostvarili kontrolu, deriviramo jednadžbu do pojave neovisne upravljačke varijable:

$$\dddot{e}_x = -\dddot{x}_d - \frac{g}{m}\dot{\theta} \tag{4.10}$$

$$e_x^{(4)} = -x_d^{(4)} - \frac{g}{m}\ddot{\theta} = -x_d^{(4)} - \frac{g}{mI_y}u_3 \tag{4.11}$$

$$\tag{4.12}$$

Pojavom upravljačke varijable u_3 sada je moguća stabilizacija pogreške u smjeru osi x slijedećim odabirom:

$$u_2 = -\frac{mI_y}{g}(x_d^{(4)} - k_{x3}\dddot{e}_x - k_{x2}\ddot{e}_x - k_{x1}\dot{e}_x - k_{x0}e_x) - u_{S,3} \tag{4.13}$$

gdje $u_{S,3}$ predstavlja djelovanje regulatora s kliznim režimom rada.

Rezultirajuća dinamika pogreške glasi

$$e_x^{(4)} + k_{x3}\dddot{e}_x + k_{x2}\ddot{e}_x + k_{x1}\dot{e}_x + k_{x0}e_x = \frac{g}{mI_y}u_{S,3} \tag{4.14}$$

Uz odgovarajuću implementaciju regulatora s kliznim režimom rada $u_{S,3}$ desna strana jednadžbe jednaka je nuli i izbor pojačanja $k_{x3}, k_{x2}, k_{x1}, k_{x0} > 0$ garantira konvergenciju dinamike pogreške po x osi u nulu.

Prelazimo na stabilizacija pogreške u smjeru osi y. U skladu s definicijom referentnog okvira vezanog za tijelo gibanje u smjeru y osi ostvaruje se pomoću momenta τ_x zakretom za kut ϕ. Postupak je ekvivalentan onom za x smjer:

$$\ddot{e}_y = -\ddot{y}_d + \frac{g}{m}\phi \tag{4.15}$$

$$\dddot{e}_y = -\dddot{y}_d + \frac{g}{m}\dot{\phi} \tag{4.16}$$

$$e_y^{(4)} = -y_d^{(4)} + \frac{g}{m}\ddot{\phi} = -y_d^{(4)} + \frac{g}{mI_x}u_2 \tag{4.17}$$

$$\tag{4.18}$$

Izborom upravljačke varijable u_2 na način:

$$u_2 = \frac{mI_x}{g}(y_d^{(4)} - k_{y3}\dddot{e}_y - k_{y2}\ddot{e}_y - k_{y1}\dot{e}_y - k_{y0}e_y) + u_{S,2} \tag{4.19}$$

dobivamo jednadžbu dinamike pogreške u smjeru osi y:

$$e_y^{(4)} + k_{y3}\dddot{e}_y + k_{y2}\ddot{e}_y + k_{y1}\dot{e}_y + k_{y0}e_y = \frac{g}{mI_x}u_{S,2} \tag{4.20}$$

U ovom slučaju također vrijedi da pravilnim izborom $u_{S,2}$ desna strana jednadžbe postaje jednaka nuli i izbor pojačanja $k_{y3}, k_{y2}, k_{y1}, k_{y0} > 0$ tada garantira konvergenciju dinamike pogreške po y osi u nulu.

Do sada smo stabilizirali gibanja quadrotora u svim smjerovima u prostoru. Preostalu upravljačku varijablu u_4 iskoristit ćemo za stabilizaciju kuta skretanja odnosno rotacije oko vertikalne z osi, pri čemu biramo da upravljački zakon prati referentno stanje $\psi_d = 0$. Ovo je moguće zbog izvrsnih manevarskih sposobnosti quadrotor letjelica koja im omogućuju izvođenje složenih prostornih gibanja bez potrebe da im x os bude usmjerena u pravcu gibanja. Iz definicije $\psi_d = 0$ slijedi:

$$e_\psi = \psi - \psi_d(t) = \psi \tag{4.21}$$
$$\dot{e}_\psi = \dot{\psi} \tag{4.22}$$
$$\ddot{e}_\psi = \ddot{\psi} \tag{4.23}$$

Upravljačka varijabla u_3 stabilizira jednadžbu

$$\ddot{\psi} = \frac{u_4}{I_z} \tag{4.24}$$

Biramo upravljački zakon u obliku

$$u_4 = I_z(-k_{\psi 1}\dot{\psi} - k_{\psi 0}\psi) + u_{S,4} \tag{4.25}$$

što rezultira konačnom dinamikom

$$\ddot{\psi} + k_{\psi 1}\dot{\psi} + k_{\psi 0}\psi = I_z\ u_{S,4} \tag{4.26}$$

Pravilnim izborom $u_{S,4}$ desna strana jednadžbe postaje jednaka nuli i izbor pojačanja $k_{\psi 1}, k_{\psi 2} > 0$ garantira konvergenciju kuta ψ osi u nulu.

4.2 Sinteza regulatora s kliznim režimom rada prvog reda

Sada ćemo provesti sintezu regulatora s kliznim režimom rada prvog reda koji u upravljačkim zakonima izvedenim u prošlom poglavlju svojim djelovanjem kompenziraju utjecaje grešaka modela i vanjskih poremećaja poremećaja.

Prvi korak u sintezi regulatora s kliznim režimom rada je definicija željene klizne površine. Dinamika pogreške pozicije u z osi izvedena u prethodnom poglavlju glasi

$$\ddot{e}_z + k_{z1}\dot{e}_z + k_{z0}e_z = \frac{1}{m}u_{S,1} \tag{4.27}$$

Prvi korak je definicija reda klizne površine prema (3.8). Izlaz $\ddot{e}_z$ je drugog stupnja dok ulaz nema derivacije, odnosno relativni stupanj jednadžbe $r = 2$. Iz toga slijedi da je parametar $k = r - 1 = 1$ te je oblik klizne površine

$$s_1 = \dot{e}_z + p_1 e_z \tag{4.28}$$

Uvrštavanjem s_1 u jednadžbu pogreške dobivamo oblik

$$\dot{s_1} + \lambda_1 s_1 = \frac{1}{m} u_{S,1} \tag{4.29}$$

pri čemu su p_1 i λ_1 konstante koje izravno utječu na brzinu konvergencije varijabli stanja u nulu utjecajem na polove sustava.

Izjednačenjem lijevih strana jednakosti (4.27) i (4.29) dobivaju se vrijednosti pojačanja k_{z1} i k_{z0}:

$$k_{z1} = p_1 + \lambda_1, \qquad k_{z0} = p_1 \lambda_1 \tag{4.30}$$

Drugi korak sinteze regulatora s kliznim režimom rada je odabira upravljačkog zakona $u_{S,1}$ koji osigurava postizanje te održavanje kliznog režima rada odnosno osigurava $s_1 = 0$. Za regulator prvog reda biramo oblik regulatora

$$u_{1SM,1} = -\rho_1 sign(s_1) \tag{4.31}$$

Parametar ρ_1 predstavlja konstantno i dovoljno veliko pojačanje regulatora. Odabire se provedbom Lyapunovljeve analize stabilnosti kojom se dokazuje stabilnost nelinearnih dinamičkih sustava. Iz analize proizlazi nužan uvjet za pojačanje regulatora ρ_1. Detaljan izvod postupka nalazi se u [3] i [4] dok je ovdje naveden krajnji rezultat:

$$\rho_1 > \max\{|d_z|\} \tag{4.32}$$

Ovdje parametar d_z predstavlja ukupan utjecaj akumuliranih nepoznanica koje djeluju na dinamiku pogreške z osi (greške modela, vanjski poremećaji) dok $\max\{|d_z|\}$ označava njihovu procijenjenu maksimalnu vrijednost.

Sinteza upravljačkog zakona $u_{s,4}$ čija dinamika pogreške je također drugog reda istovjetna je postupku gore opisanom postupku za $u_{s,1}$. Odabrana je klizna površina

$$s_4 = \dot{e}_\psi + p_4 e_{psi} \tag{4.33}$$

Uvrštavanjem u dinamiku pogreške (4.26) dobivamo

$$\dot{s_4} + \lambda_4 s_4 = I_z u_{S,4} \tag{4.34}$$

pri čemu su p_4 i λ_4 konstante na temelju kojih dobivamo vrijednosti pojačanja $k_{\psi 1}$ i $k_{\psi 0}$:

$$k_{\psi 1} = p_4 + \lambda_4, \qquad k_{\psi 0} = p_4 \lambda_4 \tag{4.35}$$

Odabrani upravljački zakon je

$$u_{1SM,4} = -\rho_4 sign(s_4) \tag{4.36}$$

uz nužan uvjet pojačanja regulatora:

$$\rho_4 > \max\{|d_\psi|\} \tag{4.37}$$

Jednadžba pogreške u smjeru osi x četvrtog je reda i glasi

$$e_x^{(4)} + k_{x3}\dddot{e}_x + k_{x2}\ddot{e}_x + k_{x1}\dot{e}_x + k_{x0}e_x = \frac{g}{mI_y}u_{S,2} \tag{4.38}$$

Slijedi da je relativni stupanj jednadžbe $r = 4$ dok je parametar k kojim definiramo stupanj jednadžbe klizne površine $k = r - 1 = 3$ pa jednadžba klizne površine glasi

$$s_3 = \dddot{e}_x + 3p_3\ddot{e}_x + 3p_3^2\dot{e}_x + p_3^3 e_x \tag{4.39}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu pogreške dobivamo

$$\dot{s}_3 + \lambda_3 s_3 = \frac{g}{mI_y}u_{S,3} \tag{4.40}$$

Pojačanja regulatora tada iznose

$$k_{x3} = 3p_3 + \lambda_3, \quad k_{x2} = 3p_3^2 + 3p_3\lambda_3, \quad k_{x1} = p_3^3 + 3p_3^2\lambda_3, \quad k_{x0} = p_3^3\lambda_3 \tag{4.41}$$

Na mjesto upravljačkog zakona $u_{S,3}$ uvrštavamo

$$u_{1SM,3} = -\rho_3 sign(s_3) \tag{4.42}$$

gdje ρ_3 zadovoljava

$$\rho_3 > \max\{|d_x|\} \tag{4.43}$$

Sinteza upravljačkog zakona u smjeru osi y istovjetna je onoj za osi x jer također ima dinamiku pogreške četvrtog reda. Odabire se klizna površina

$$s_2 = \dddot{e}_y + 3p_2\ddot{e}_y + 3p_2^2\dot{e}_y + p_2^3 e_y \tag{4.44}$$

koja se uvrštava u jednadžbu dinamike pogreške rezultirajući sa

$$\dot{s_2} + \lambda_2 s_2 = \frac{g}{mI_x} u_{S,2} \tag{4.45}$$

Pojačanja regulatora iznose

$$k_{y3} = 3p_2 + \lambda_2, \quad k_{y2} = 3p_2^2 + 3p_2\lambda_2, \quad k_{y1} = p_2^3 + 3p_2^2\lambda_2, \quad k_{y0} = p_2^3\lambda_2 \tag{4.46}$$

Na mjesto upravljačkog zakona $u_{S,2}$ uvrštavamo

$$u_{1SM,2} = -\rho_2 sign(s_2) \tag{4.47}$$

gdje ρ_2 zadovoljava

$$\rho_2 > \max\{|d_y|\} \tag{4.48}$$

4.3 Sinteza super-twisting algoritma

Sinteza upravljačkih zakona temeljnih na super-twisting regulatoru s kliznim režimom rada drugog reda u prvom koraku istovjetna je prvom koraku u izvodu regulatora s kliznim režimom rada prvog reda, odnosno koriste se iste definicije kliznih površina s_1, s_2, s_3 i s_4 te pripadnih parametara.

Upravljačko djelovanje super-twisting algoritma koje kompenzira poremećaje i tjera sustav na gibanje kliznom površinom $s = 0$ u općem slučaju sastoji se od dva dijela koji se mogu promatrati kao nelinearna P i I djelovanja:

$$\begin{aligned} u &= -Q\ \sqrt{|s|}\ \mathrm{sign}(s) + w \\ \dot{w} &= -W\ sign(s) \end{aligned}$$

Nelinearno P djelovanje sastoji se od klasične signum funkcije i pojačanja ovisnog o udaljenosti od klizne površine, što predstavlja analog linearnom P djelovanju koje ovisi od iznosu pogreške. Drugi dio sadrži integralno djelovanje analogno linearnom integralnom djelovanju. Sumom ovih djelovanja dobivamo kontinuirani upravljački signal čime se rješava problem chattering efekta uz zadržavanje povoljnih robusnih svojstava.

Upravljačko djelovanje $u_{S,1}$ u jednadžbi greške po z osi (4.8) stoga zamjenjujemo sa djelovanjem

$$u_{2SM,1} = -U_z\sqrt{|s_1|}sign(s_1) + \dot{w}_1 \tag{4.49}$$
$$w_1 = -U_z sign(s_1) \tag{4.50}$$

Iz Lyapunovljeve analize stabilnosti super-twisting upravljačkog zakona slijedi nužan uvjet stabilnosti $U_z \geq |\dot{d}_z|$, gdje je $|\dot{d}_z|$ prva derivacija akumuliranih nepoznanica koje djeluju na dinamiku pogreške z osi.

Na isti način definirana su upravljačka djelovanja za ostale jednadžbe. Upravljačko djelovanje u smjeru osi x glasi

$$u_{2SM,3} = -U_x\sqrt{|s_3|}sign(s_3) + \dot{w}_3 \tag{4.51}$$
$$w_3 = -U_x sign(s_3) \tag{4.52}$$

uz uvjet $U_x \geq |\dot{d}_x|$. U smjeru osi y definiramo

$$u_{2SM,2} = -U_y\sqrt{|s_2|}sign(s_2) + \dot{w}_2 \tag{4.53}$$
$$w_2 = -U_y sign(s_2) \tag{4.54}$$

uz uvjet $U_y \geq |\dot{d}_y|$ dok upravljački zakon za stabilizaciju rotacije oko vertikalne osi glasi

$$u_{2SM,4} = -U_\psi\sqrt{|s_4|}sign(s_4) + \dot{w}_4 \tag{4.55}$$
$$w_4 = -U_\psi sign(s_4) \tag{4.56}$$

uz uvjet $U_\psi \geq |\dot{d}_\psi|$.

4.4 Rezultati simulacije

Upravljački zakoni izvedeni na temelju lineariziranog modela quadrotora u prethodnom poglavlju implementirani su u MATLAB softverskom okruženju i testirani na punom dinamičkom modelu quadrotora. Numerička simulacija provedena je pomoću Runge-Kutta iterativne metode kojom se dobivaju približna rješenja skupa diferencijalnih jednadžbi prvog reda. Ukupno vrijeme simulacije iznosi $T = 40$ sekundi.

Simulacija zahtjeva poznavanje fizičkih parametara quadrotora. Masa quadrotora dobivena je vaganjem vlastitog quadrotora nakon njegove izrade dok su približni momenti inercije dobiveni izradom modela quadrotora u softveru za 3D modeliranje SolidWorks.

MATLAB program vrši simulaciju problema praćenja zadane trajektorije u uvjetima sa i bez vanjskih poremećaja. Trajektorije su zadane kontinuiranim matematičkim funkcijama:

$$x_d(t) = \cos(0.4t) \tag{4.57}$$
$$y_d(t) = \sin(0.4t) \tag{4.58}$$
$$z_d(t) = 0.4t \tag{4.59}$$
$$\psi_d(t) = 0 \tag{4.60}$$

U realnim uvjetima leta quadrotora nije moguće izbjeći vanjske poremećaje u vidu udara vjetra i zračnih strujanja. U ovom radu vanjski poremećaj simulira se u obliku četiri uzastopna udara vjetra u horizontalnoj ravnini letjelice u smjeru osi x tokom leta. Svi udari vjetra modelirani su matematičkom funkcijom:

$$d_x = e^{-5*(t+5-T/4)^2} \tag{4.61}$$

Mjerenje brzine translacijskog gibanja kod quadrotor letjelica obično se ne provodi jer iziskuje kupnju dodatnih senzora i povećava masu letjelice. Posljedica toga je nemogućnost direktnog izračuna derivacija pogreški $\dot{e}_x$, $\dot{e}_y$, $\dot{e}_z$, $\dot{e}_{psi}$, već se dobivaju upotrebom nekog od poznatih estimatora derivacije. U ovoj simulaciji za izračun derivacije pogreški koristi se linearni estimator prvog reda oblika:

$$\dot{\nu}_{est,i} = v_\nu == -K_{est} * (\nu_{est,i} - \nu_i) \tag{4.62}$$

pri čemu je $\dot{\nu}_{est,i}$ tražena estimacija derivacije. u radu je odabrano pojačanje $K_{est} = 1.5$.

Početna stanja svih varijabli stanja i estimatora derivacija postavljeni su na nulu. Kao posljedica u početnom trenutku mogu se javiti vrlo velike greške između nultih početnih uvjeta i vrijednosti zadanih referenci koji mogu rezultirati neželjenim impulsnim skokovima upravljačkih signala. Obzirom da aktuatori realnih sustava ne mogu pratiti takav skok, štoviše može dovesti do njihovog oštećenja uvodimo filter zadanih referenci drugog reda koji nagli skok upravljačkog signala ublažava u prihvatljiv postupni porast. Korišteni filter sastoji se od dva identična uzastopna člana oblika

$$\dot{u}_{f,i} = -K_f * (u_{f,i} - u_i) \tag{4.63}$$

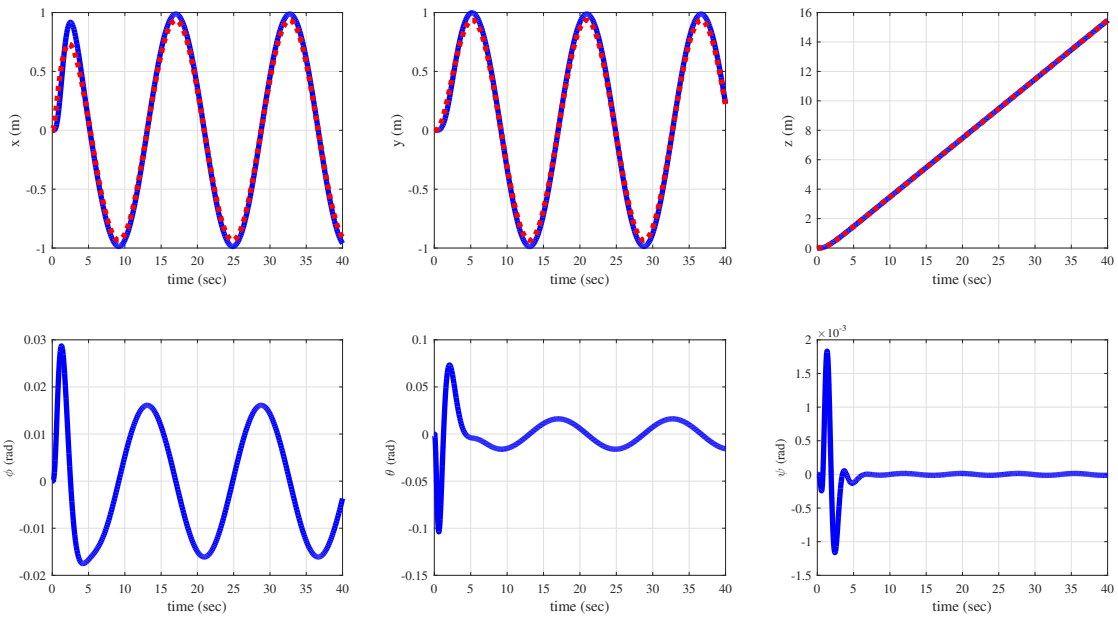
gdje je $u_{f,i}$ tražena filtrirana referenca. U radu koristi se pojačanje filtra $K_f = 30$. Parametri kliznih površina isti su za oba robusna regulatora. Definirani su pomoću $p_1 = p_4 = 1$, $\lambda_1 = \lambda_4 = 1$ te $p_2 = p_3 = 5$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 5$ kojima se dobivaju pripadna pojačanja upravljačkih zakona. Pojačanja regulatora s kliznim režimom rada prvog reda iznose $\rho_{1SM,1} = \rho_{1SM,4} = 0$ i $\rho_{1SM,2} = \rho_{1SM,3} = 5$ dok se kod super-twisting algoritma koriste pojačanja $\rho_{ST,1} = \rho_{ST,4} = 0$ i $\rho_{ST,2} = \rho_{ST,3} = 0.6$.

U današnje vrijeme PID predstavlja najčešće korišteni regulator korišten u softverima za autonoman let. U idućim potpoglavljima uspoređujemo performanse linearnog PID regulatora i robusnih regulatora s kliznim režimom rada. Također uspoređujemo performanse originalnog regulatora s kliznim režimom rada prvog reda baziranog na signum funkciji i regulatora s kliznim režimom rada drugog reda poznatog kao super-twisting algoritam. Jedan od ciljeva ove simulacije je vjerno modeliranje izrađenog fizičkog modela quadrotora. Stoga se u simulaciju uvodi i vrlo bitno ograničenje saturacije motora, koje predstavlja ograničenja koja bi postojala implementacijom upravljačkih programa na izrađeni model quadrotora. Performanse regulatora biti će evaluirane u tri zasebna slučaja: praćenje trajektorije bez poremećaja, praćenje trajektorije uz vanjski poremećaj te praćenje trajektorije uz vanjski poremećaj sa uključenom saturacijom upravljačkih signala.

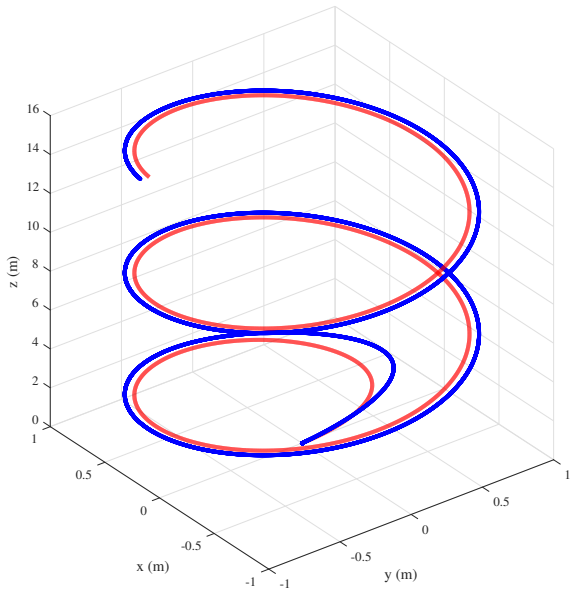
4.4.1 Slijeđenje referentne trajektorije bez vanjskih poremećaja

U slučaju praćenja referentne trajektorije bez prisutnih vanjskih poremećaja navedeni upravljački zakoni trebali bi osigurati dovoljno točno praćenje zadane putanje. Pri tome kod robusnih algoritama upravljačka djelovanja moraju osigurati kompenzaciju grešaka modela zbog unešenih pojednostavljenja tijekom sinteze regulatora da bi vrijedili nužni uvjeti metode eksterne linearizacije. Poznato je da linearni PID regulator može osigurati visoku točnost kod zadane konstantne referentne vrijednosti, no isto ne vrijedi u slučaju promjenjivih referentnih trajektorija. Stoga očekujemo pogreške praćenja kod PID regulatora i bolje performanse robusnih regulatora.

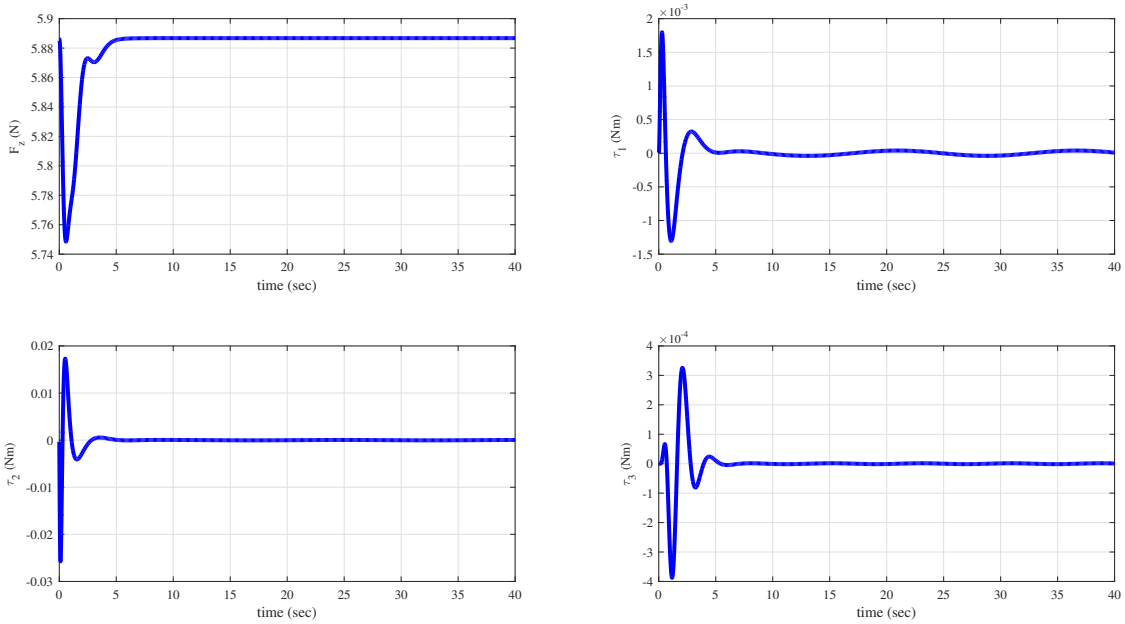
Slike 4.1 - 4.3 prikazuju rezultate slijeđenja promjenjive trajektorije sa quadrotorom stabiliziranim upravljačkim zakonima baziranim na linearnom PID regulatoru u slučaju kada nema vanjskih poremećaja. Vidljivo je da se slijeđenje trajektorije postiže uz očekivano trajno regulacijsko odstupanje.



Slika 4.1: Odzivi PID regulatora na zadane reference u slučaju bez poremećaja

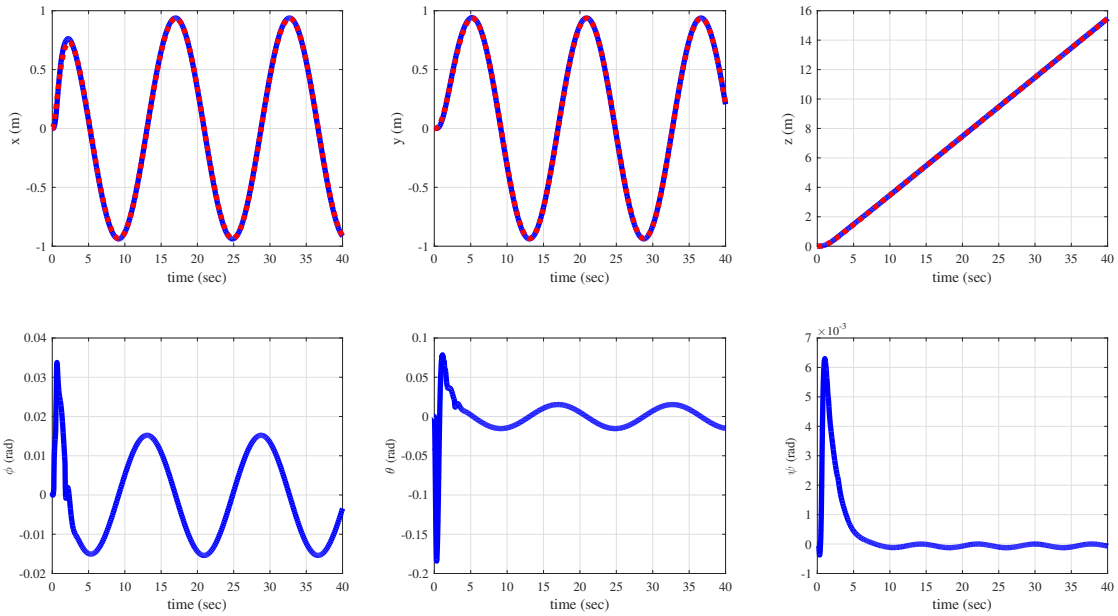


Slika 4.2: Praćenje trajektorije pomoću PID regulatora u slučaju bez poremećaja

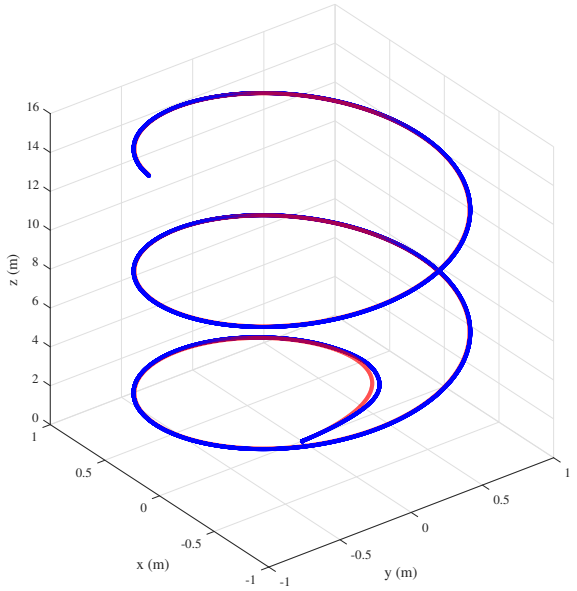


Slika 4.3: Sile i momenti kod praćenja trajektorije pomoću PID regulatora u uvjetima bez poremećaja

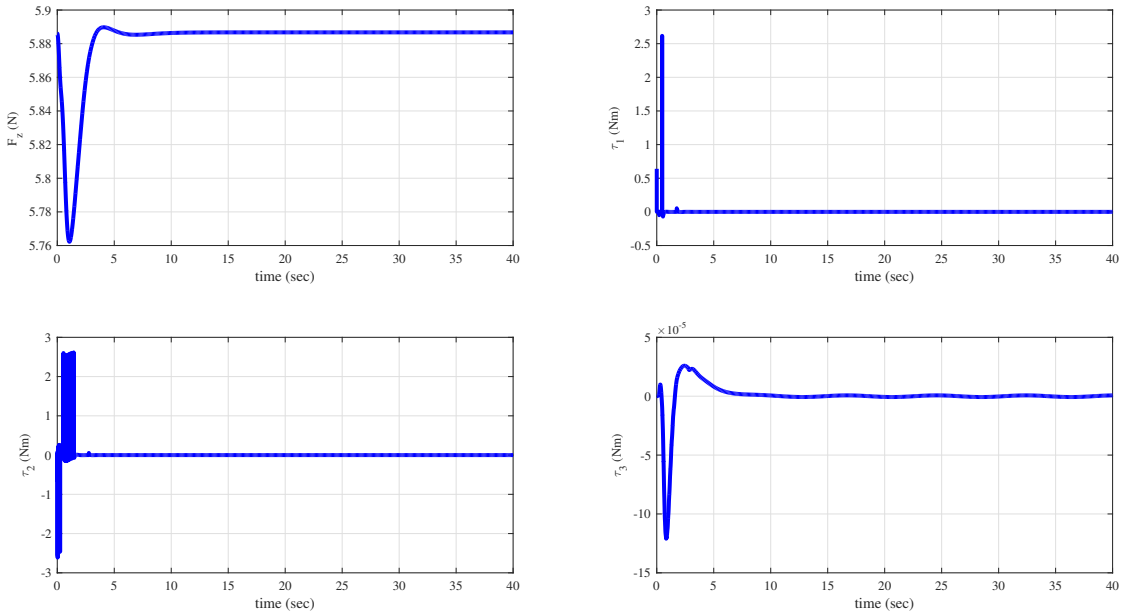
Slike 4.4 - 4.6 prikazuju rezultate regulatora s kliznim režimom rada prvog reda. Vidljivo je quadrotor precizno prati trajektoriju a greška praćenja asimptotski teži u nulu. Na slici 4.6 kod upravljačkog signala τ_2 vidljivo je karakteristično visokofrekventno prebacivanje regulacijskog djelovanja (chattering) karakteristično za ovaj kontroler. Visokofrekventno djelovanje služi početnom nastojanju regulatora da postigne klizni režim rada odnosno postigne $s_2 = 0$. Kada ga jednom postigne, obzirom da nema vanjskih poremećaja djelovanje prestaje i regulacijsko djelovanje signum funkcije jednako je nuli.



Slika 4.4: Odzivi regulatora s kliznim režimom rada prvog reda na zadane reference u slučaju bez poremećaja

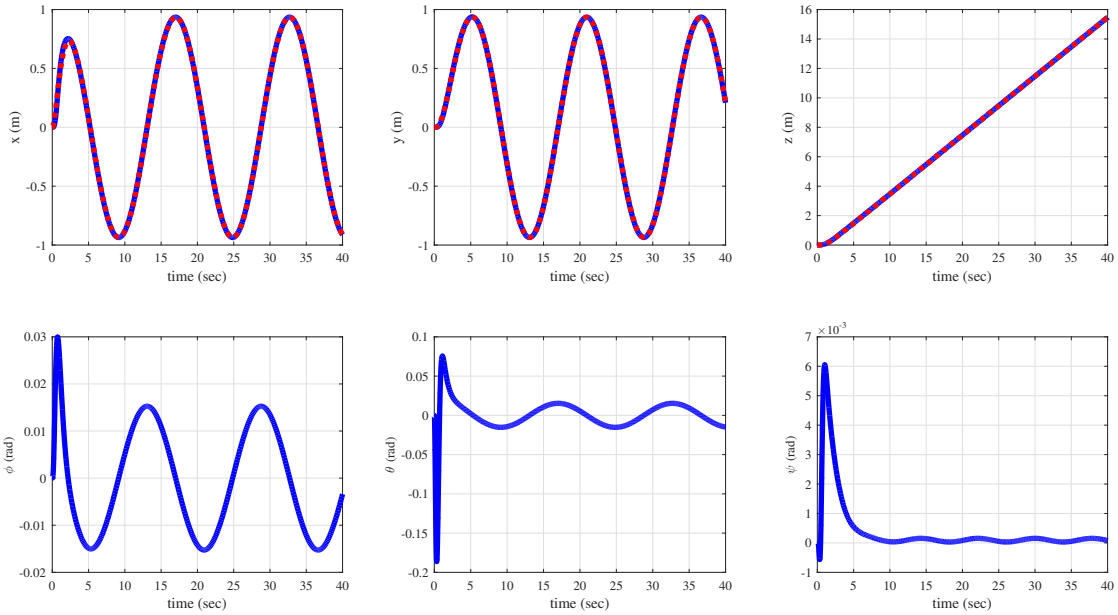


Slika 4.5: Praćenje trajektorije pomoću regulatora s kliznim režimom rada prvog reda u slučaju bez poremećaja

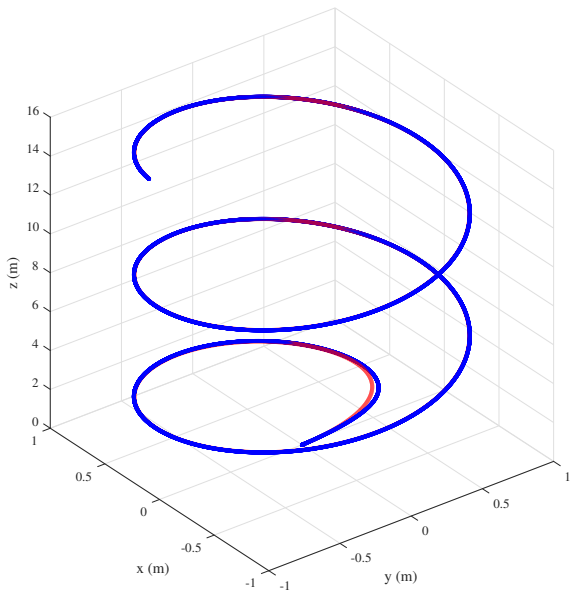


Slika 4.6: Sile i momenti kod praćenja trajektorije pomoću regulatora s kliznim režimom rada prvog reda u slučaju bez poremećaja

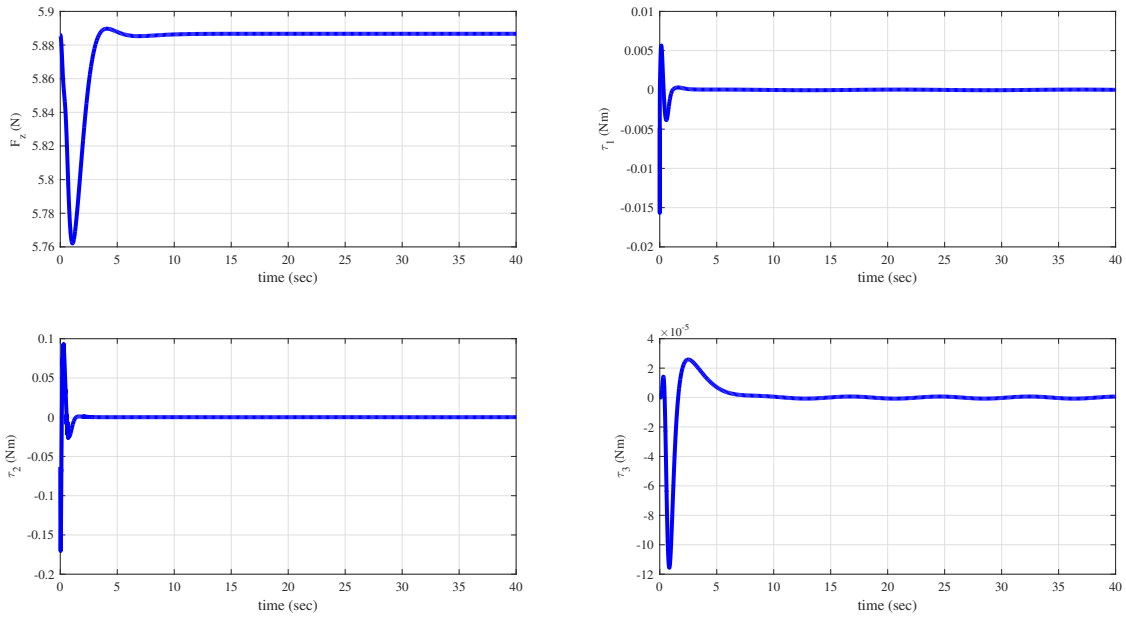
U rezultatima super twisting algoritma na slikama 4.7 - 4.9 možemo uočiti točnost slijeđenja poput one regulatora s kliznim režimom rada prvog reda no bez pojave visokofrekventnih prebacivanje regulacijskog djelovanja.



Slika 4.7: Odzivi super twisting algoritma na zadane reference u slučaju bez poremećaja



Slika 4.8: Praćenje trajektorije pomoću super twisting algoritma u slučaju bez poremećaja



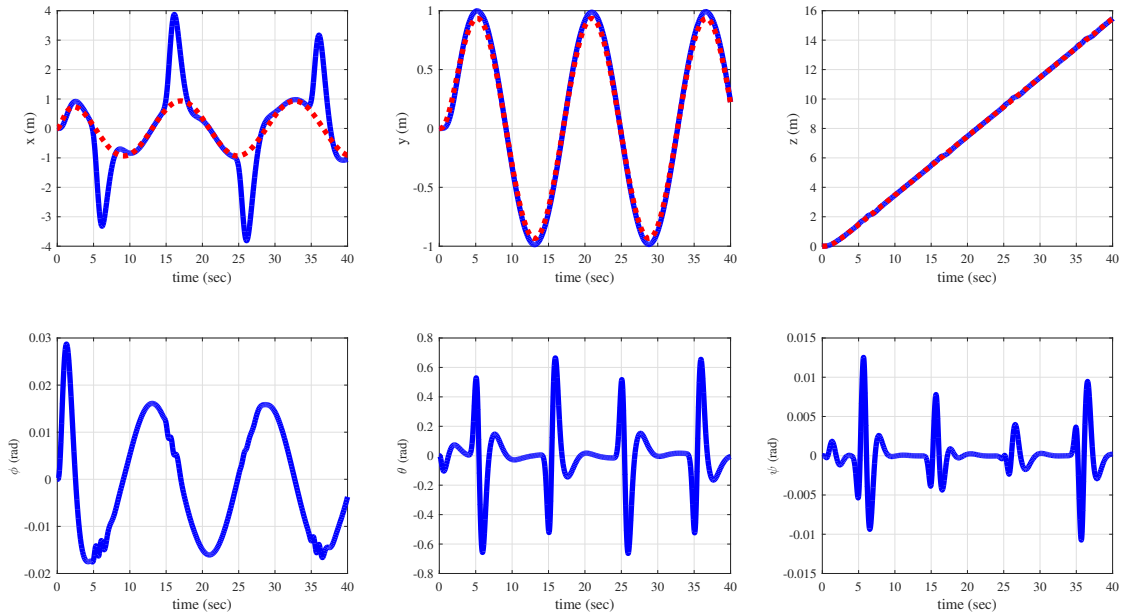
Slika 4.9: Sile i momenti kod praćenja trajektorije pomoću super twisting algoritma u slučaju bez poremećaja

4.4.2 Slijeđenje referentne trajektorije uz prisutnost vanjskih poremećaja

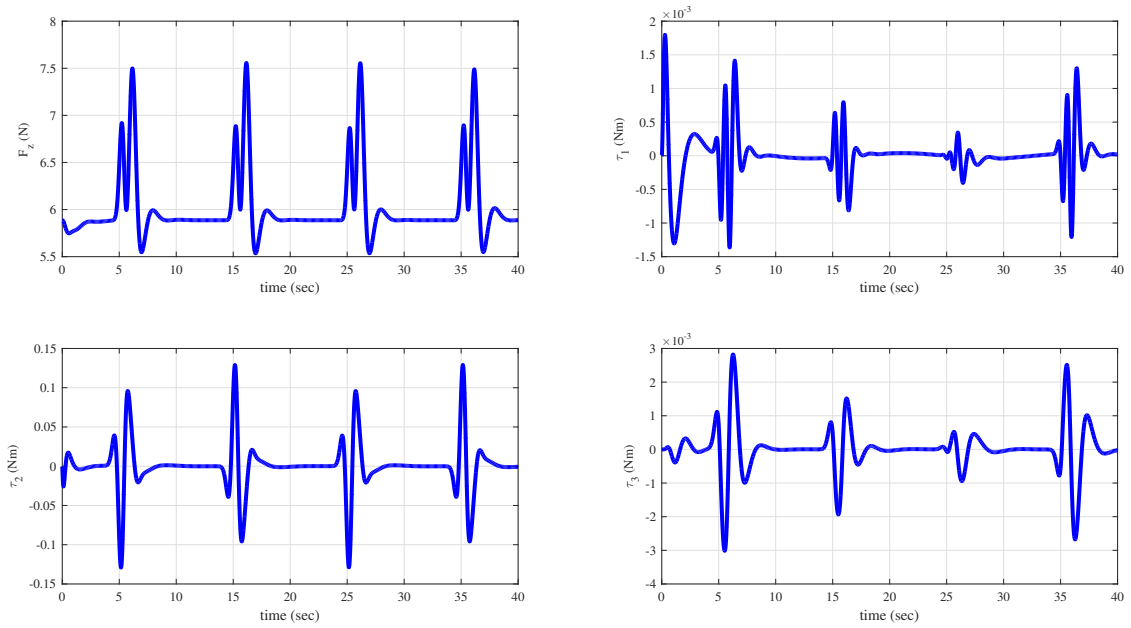
Vanjski poremećaji u obliku vjetra prirodna su i neizbježna pojava u realnim uvjetima. Kod daljinskog upravljanja quadrotorom korisnik je taj koji uočava promjenu u ponašanju letjelice te odgovarajućom reakcijom kompenzira utjecaje poremećaja. U autonomnim primjenama kompenzacija poremećaja ovisi o primjenjenim upravljačkim zakonima a razlika u kvaliteti kompenzacije čini razliku između izvršenja zadatka i pada letjelice.

Poznato nam je da su poremećaju redovito opisani nelinearnim matematičkim funkcijama koje linearni PID regulator ne može poništiti. Stoga u uvjetima udara vjetra očekujemo znatno lošije performanse nego u prethodnom potpoglavlju.

Rezultati simulacije s uključenim poremećajem potvrđuju očekivanja. Na slici 4.10 vidljivo je da se poremećaj u potpunosti preslikava na izlazne varijable sustava rezultirajući velikim odstupanjima. Regulacijsko PID djelovanje nastavlja slijeđenje trajektorije tek kada djelovanje nelinearnog poremećaja nestane. Na slici 4.11 vidljive su oscilacije čija pojava odgovara trenucima u kojima je modeliran nalet vjetra.

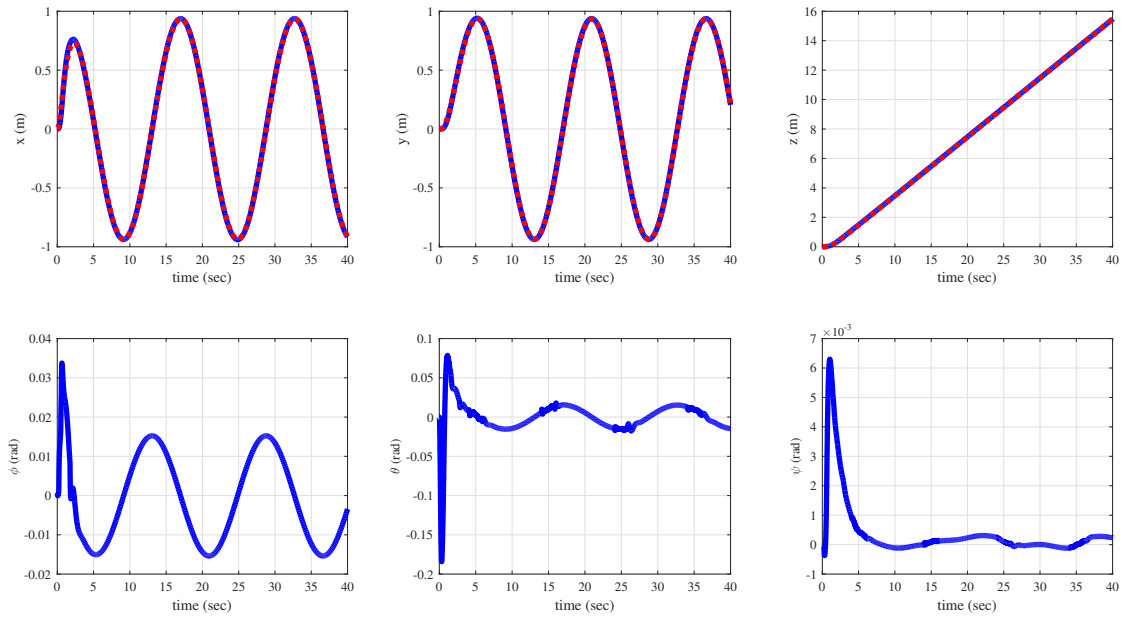


Slika 4.10: Odzivi PID regulatora na zadane reference u slučaju sa prisutnim poremećajem

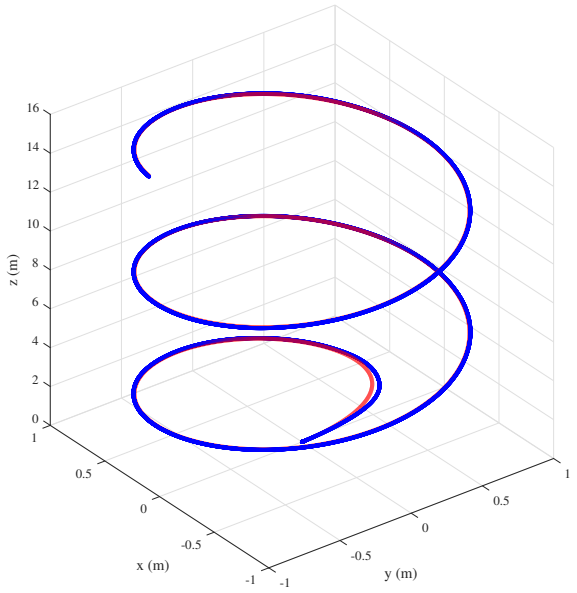


Slika 4.11: Sile i momenti kod praćenja trajektorije PID regulatorom uz prisutan poremećaj

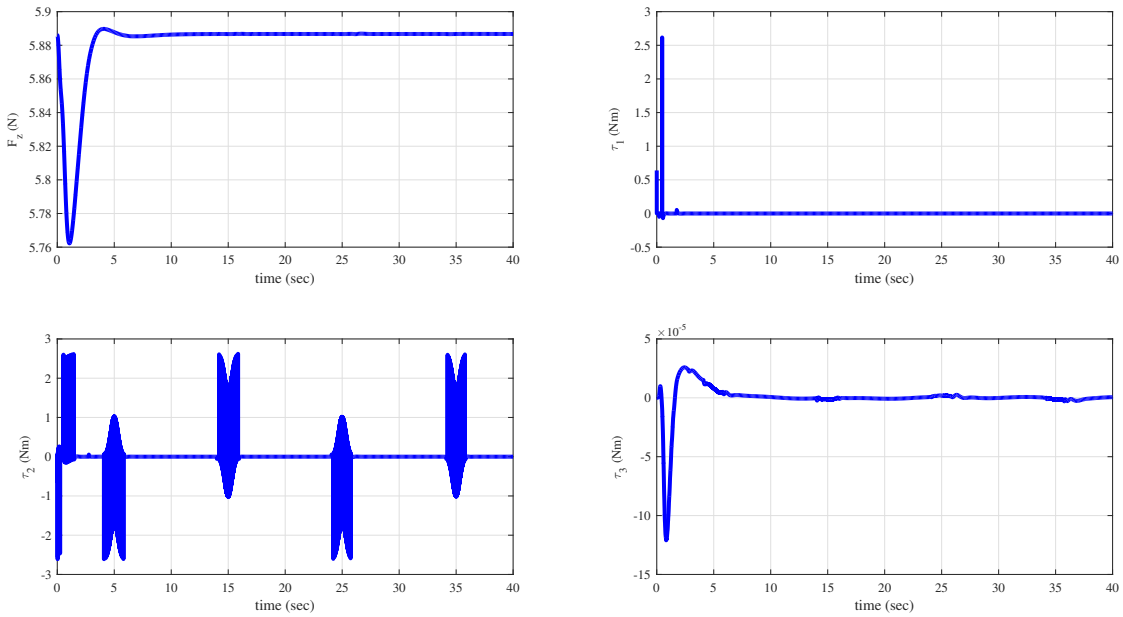
Slike 4.12 - 4.9 sadrže rezultate simulacije za regulator s kliznim režimom rada prvog reda. Regulator pokazuje odlične performanse te u potpunosti kompenzira vanjske poremećaje. Cijena apsolutne robusnosti vidljiva je na slici 4.14. U trenucima pojave poremećaja regulator reagira snažnim visokofrekventnim djelovanjem koje kompenzira poremećaj ali također čini ovaj regulator neprimjenjivim na nekom praktičnom tehničkom sustavu.



Slika 4.12: Odzivi regulatora s kliznim režimom rada prvog reda na zadane reference uz prisutni poremećaj

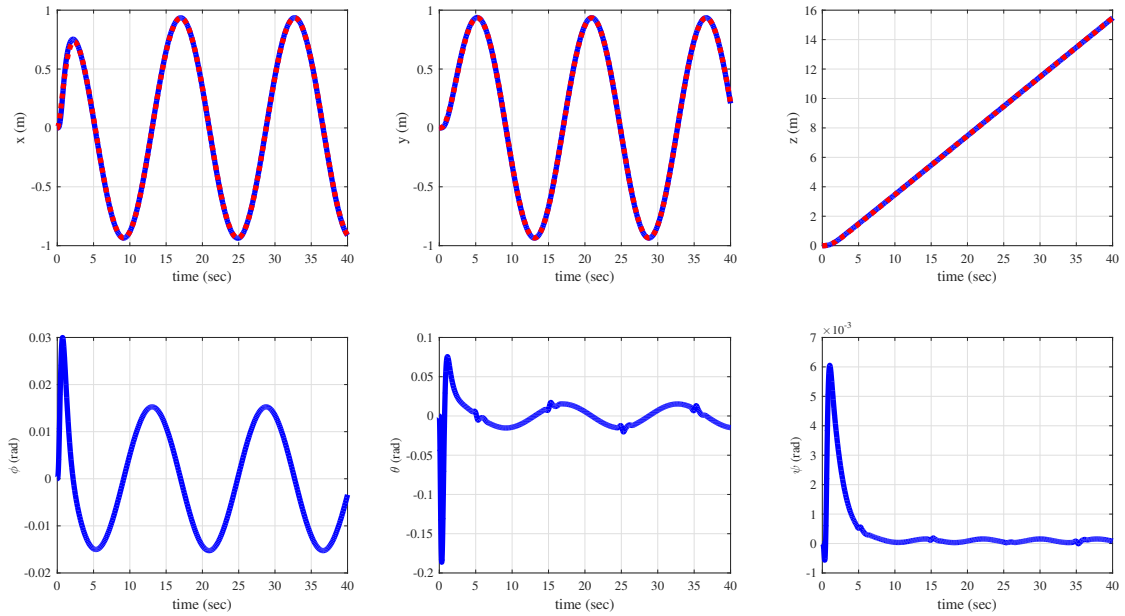


Slika 4.13: Praćenje trajektorije s regulatorom s kliznim režimom rada prvog reda uz prisutan poremećaj

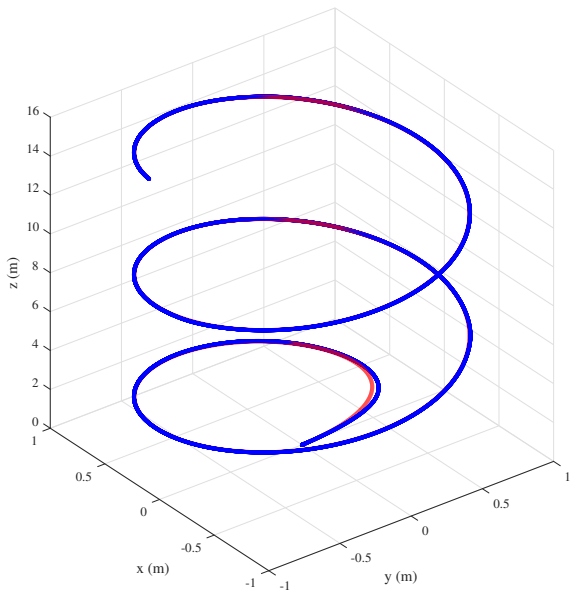


Slika 4.14: Sile i momenti kod praćenja trajektorije s regulatorom s kliznim režimom rada prvog reda uz prisutan poremećaj

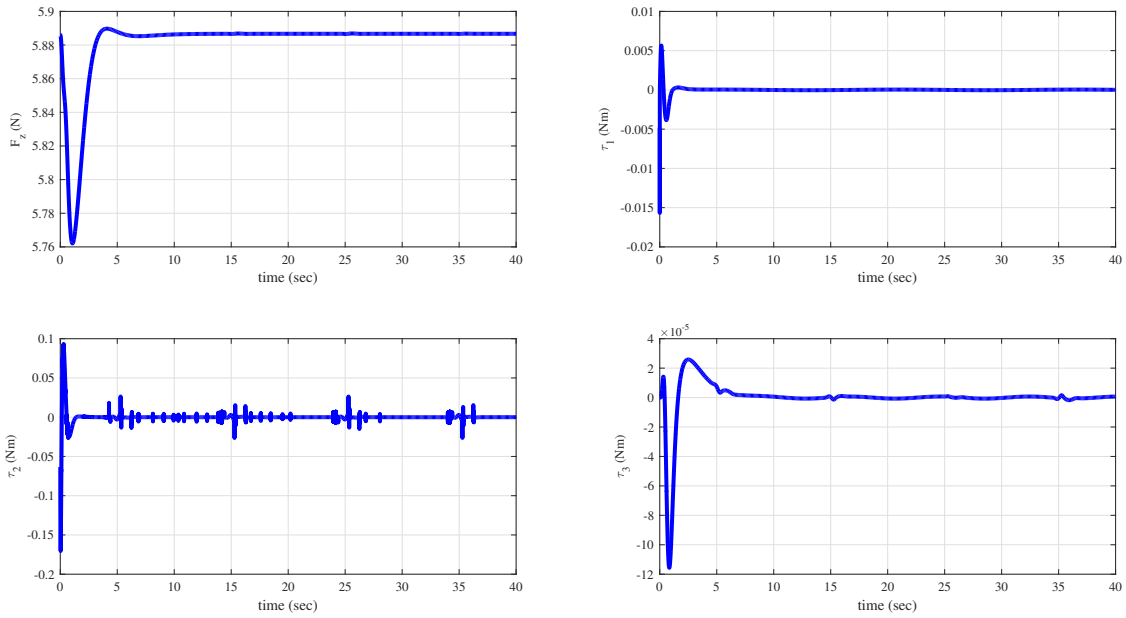
Iz slika 4.15 - 4.17 vidljivo je da super twisting algoritam i u uvjetima pojave nelinearnog vanjskog poremećaja zadržava odlične performanse regulatora prvog reda uz prigušenje odnosno eliminaciju visokofrekventnog djelovanja. Iz slike 4.18 koja prikazuje upravljačke signale koji nastaju djelovanjem super twisting algoritma vidljivo je da se sitne oscilacije prisutne na slici 4.17 ne prenose na aktuatore sustava, iz čega slijedi da je super twisting algoritam moguće primjeniti i na realnim sustavima.



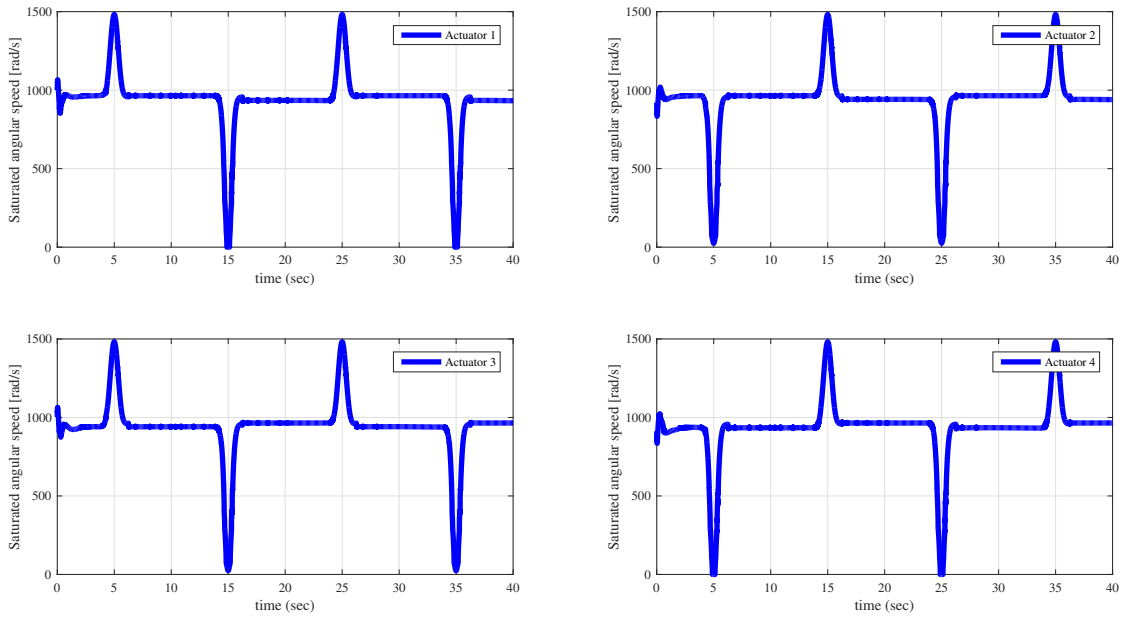
Slika 4.15: Odzivi super twisting algoritma na zadane reference uz prisutan poremećaj



Slika 4.16: Praćenje trajektorije pomoću super twisting algoritma uz prisutan poremećaj



Slika 4.17: Sile i momenti kod praćenja trajektorije pomoću super twisting algoritma uz prisutan poremećaj



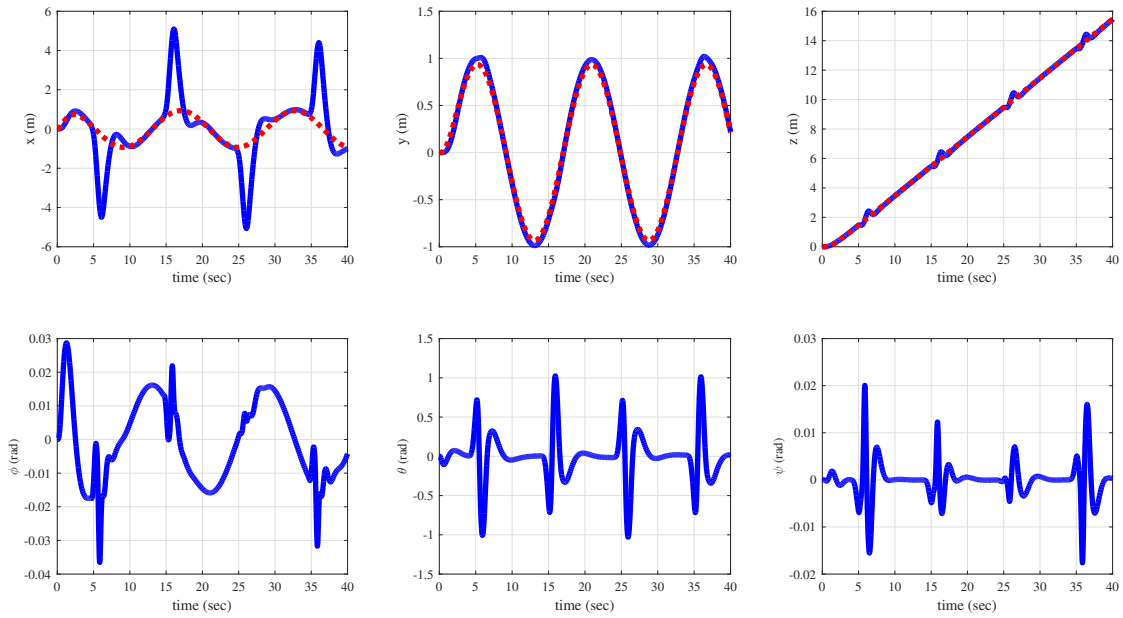
Slika 4.18: Saturirani upravljački signali nastali djelovanjem super twisting algoritma uz prisutan poremećaj i uključenu saturaciju

4.4.3 Slijeđenje trajektorije uz prisutnost vanjskih poremećaja i saturacije

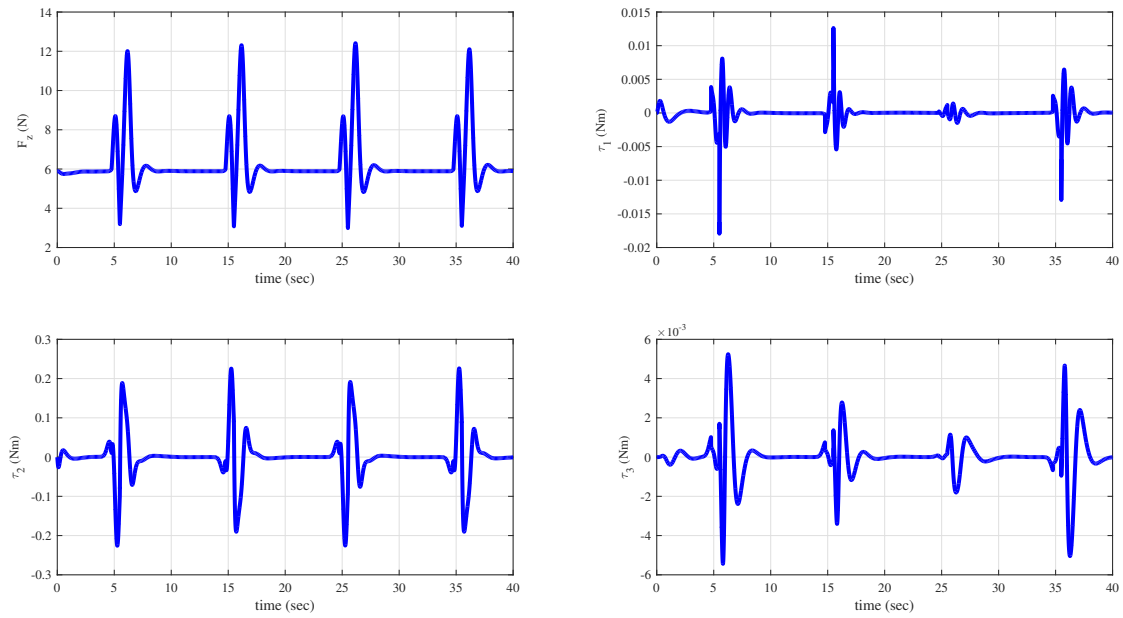
Za svaki realni aktuator ovisno o namjeni postoji granični upravljački signal iznad kojeg aktuator više ne može pojačavati svoje djelovanje. Držanjem upravljačkog signala aktuatora iznad te granice nakon određenog vremenskog perioda obično rezultira pregaranjem aktuatora. Stoga je u svim realnim primjenama nužno ograničiti iznose upravljačkog signala unutar raspona koji aktuator može postići. Ovakav tip ograničenja na upravljački signal nazivamo saturacijom. Za izradu fizičkog modela quadrotora u ovom radu korišteni su motori EMAX RS2205. Na temelju eksperimentalnih podataka pružanih od strane proizvođača izračunate su konstante koje sadrži upravljački vektor (2.51) te maksimalna kutna brzina motora ω_{MAX}, koja iznosi $\omega_{MAX} = 2100\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Inverzom upravljačkog vektora moguće je iznose sila i momenata koje zahtjeva sustav prevesti u kvadrate potrebnih kutnih brzina vrtnje motora ω_1^2, ω_2^2, ω_3^2 i ω_4^2. Tada se kutne brzine pojedinih motora ograničavaju na raspon $0 \leq omega_i \leq \omega_{MAX}$.

Saturacija predstavlja značajno ograničenje za regulacijsko djelovanje u sustavu. Dok su u prethodnim potpoglavljima sile i momenti bili praktično neograničeni, uključenjem saturacije dobiva se uvid u stvarne sposobnosti fizičkog modela sa zadanim aktuatorima.

Kod sustava reguliranog pomoću PID regulatora na slici 4.19 vidljiva je pojava utjecaja poremećaja i na poziciju po z osi. Razlog tome je što uvođenjem saturacije ograničavamo moguću količinu aktuatorskog djelovanja. Kada se pri udaru vjetra pojača brzina vrtnje motora s ciljem pokušaja kompenzacije poremećaja,više ne preostaje dovoljno aktuatorskog djelovanja za nesmetano slijeđenje z reference.

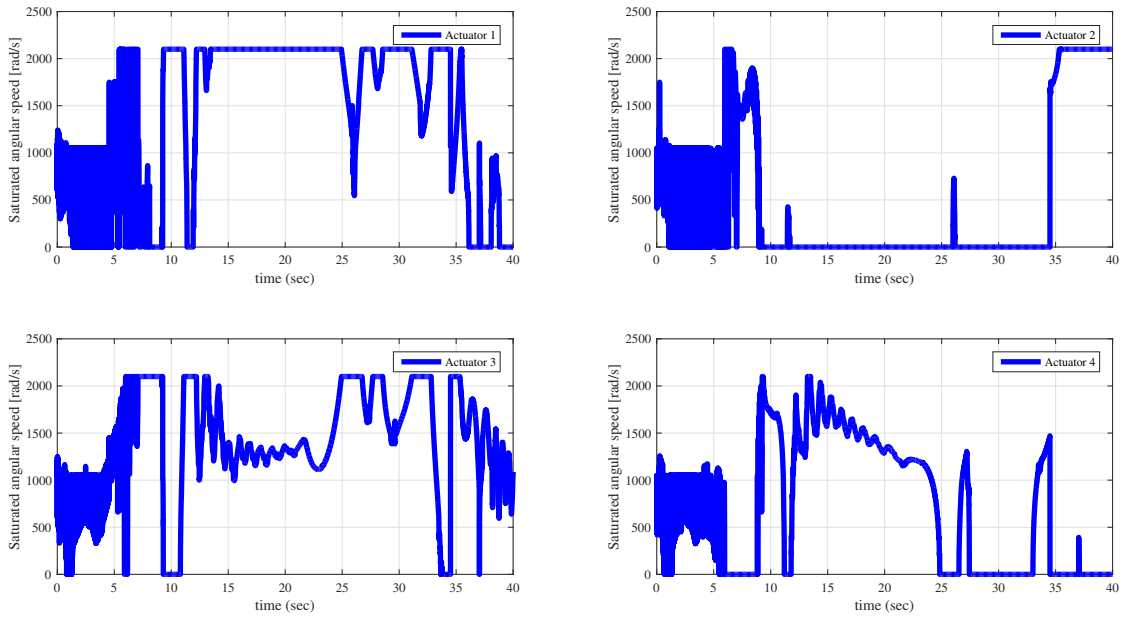


Slika 4.19: Odzivi PID regulatora na zadane reference u slučaju s poremećajem i uključenom saturacijom



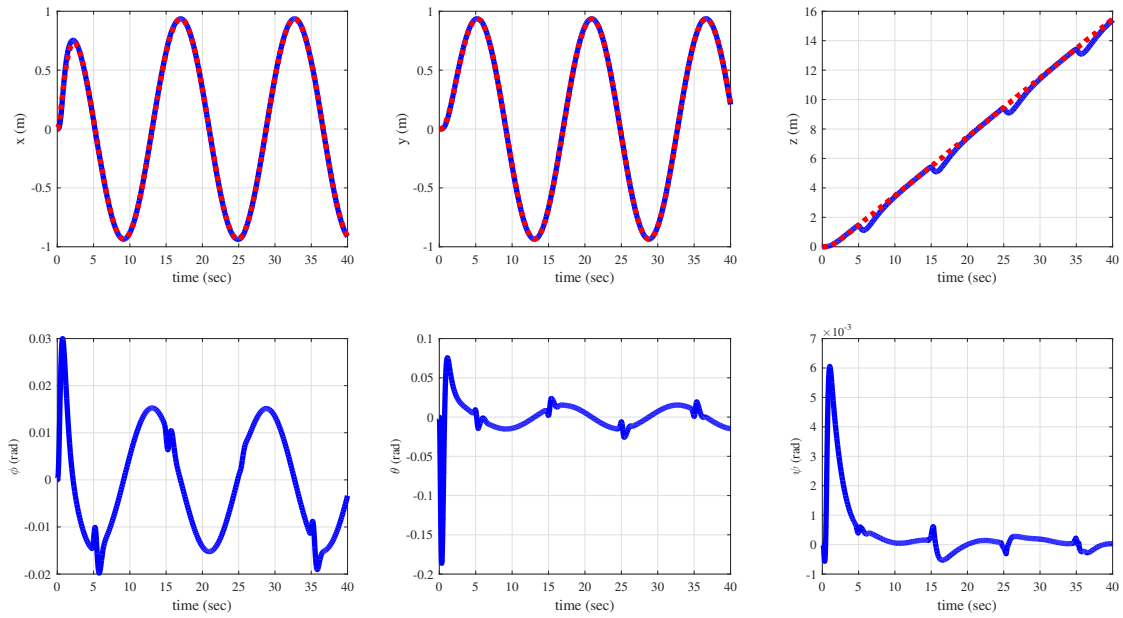
Slika 4.20: Sile i momenti kod praćenja trajektorije PID regulatorom uz prisutan poremećaj i uključenom saturacijom

Uvođenjem saturacije sustav sa regulatorom s kliznim režimom rada prvog reda postaje nestabilan jer saturacijom više ne dozvoljavamo proizvoljno visokofrekventno djelovanje koje je u prošlim poglavljima osiguravalo stabilnost sustava, što je vidljivo na slici 4.21.

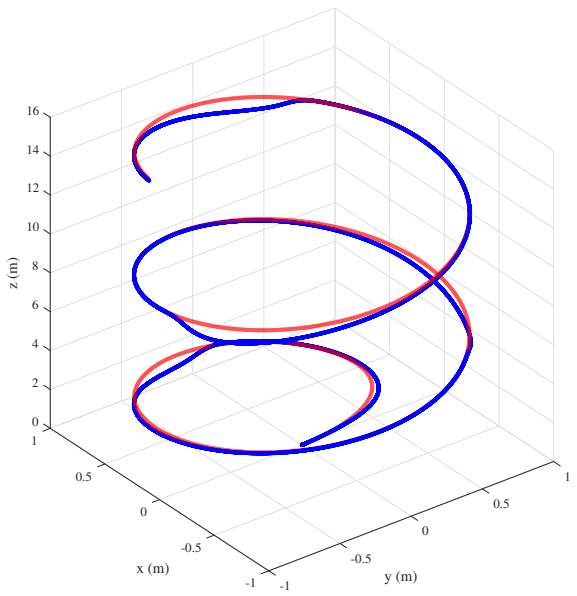


Slika 4.21: Saturirani upravljački signali nastali djelovanjem regulatora s kliznim režimom rada prvog reda uz prisutan poremećaj

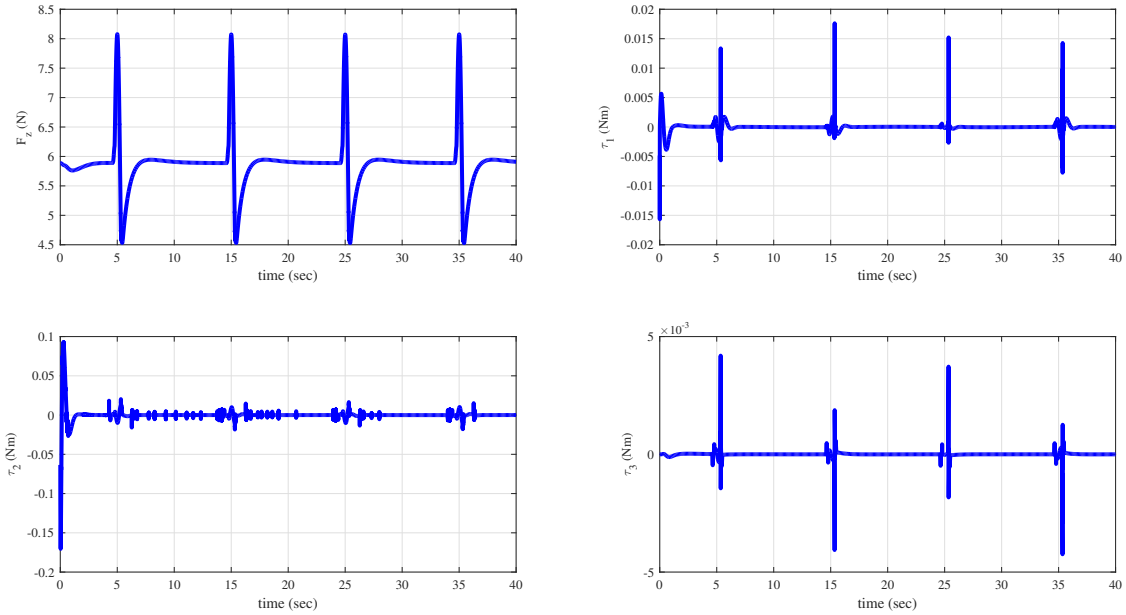
I u uvjetima s uključenom saturacijom super twisting algoritam pokazuje dobro ponašanje. Upravljačko djelovanje u potpunosti kompenzira utjecaj poremećaja. Na slici 4.21 vidljivo je da agresivna kompenzacija poremećaja u uvjetima saturacije aktuatora i ovdje izaziva propade u z osi u trenucima udara vjetra. Ovo nam daje naslutiti da bi u realnim uvjetima fizički model koji bi pratio referentnu trajektoriju istog oblika uz prisutne udare vjetra radio na rubu mogućnosti svojih aktuatora. Na slici 4.25 vidljivo je da se motori u trenucima udara vjetra nađu na donjoj granici saturacije no pošto to traje vrlo kratko ne vodi u destabilizaciju modela.



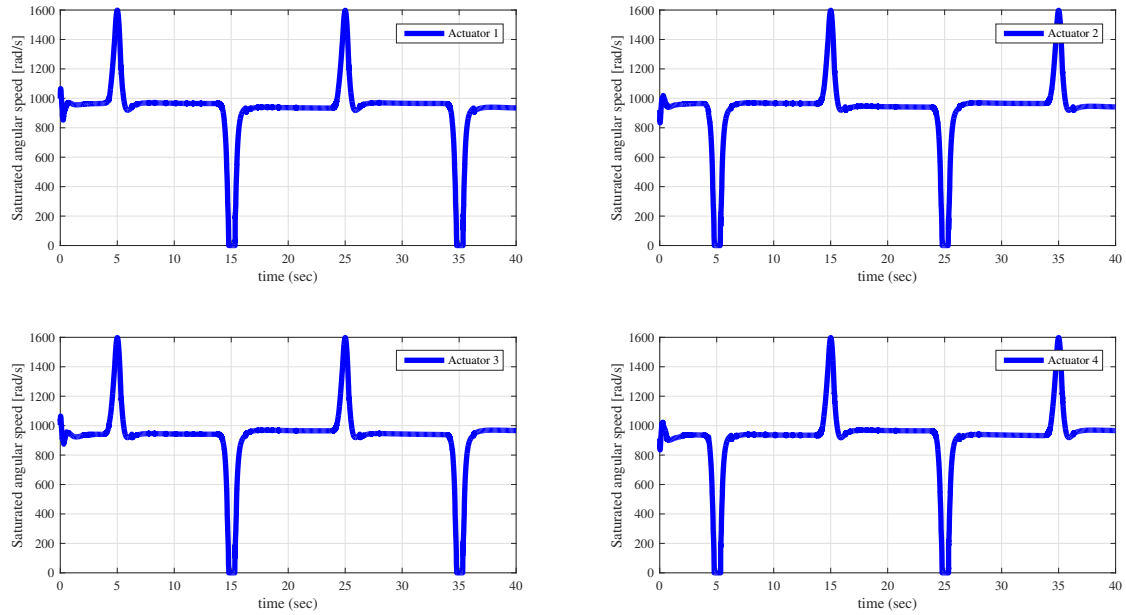
Slika 4.22: Odzivi super twisting algoritma na zadane reference uz prisutan poremećaj i uključenu saturaciju



Slika 4.23: Praćenje trajektorije pomoću super twisting algoritma uz prisutan poremećaj i uključenu saturaciju



Slika 4.24: Sile i momenti kod praćenja trajektorije pomoću super twisting algoritma uz prisutan poremećaj i uključenu saturaciju



Slika 4.25: Saturirani upravljački signali nastali djelovanjem regulatora s kliznim režimom rada prvog reda uz prisutan poremećaj i uključenu saturaciju

5 Izrada fizičkog modela

U sklopu rada izrađen je fizički model quadrotor helikoptera sa namjerom implementacije ispitivanih upravljačkih algoritama te validacije rezultata simulacija na fizičkoj platformi u realnim uvjetima.

Svaki mobilni robot u osnovi čine četiri funkcionalne cjeline:

- **mehanički sustav** - kučište ili konstrukcija robota sa pripadnim pokretnim i nepokretnim dijelovima,
- **energetski sustav** - izvor energije koju robot koristi za izvršavanje svoje zadaće; kod mobilnih robota ovo su najčešće električne baterije te rijeđe motori na unutarnje izgaranje kod većih izvedbi,
- **mjerni sustav** - skup senzora pomoću kojih robot dobiva informacije o svom unutarnjem stanju te analizira okolinu u kojoj se nalazi,
- **upravljački sustav** - "mozak" robota; izvršava nizove naredbi grupiranih u programski kod pohranjen u memoriji, vrši obradu podataka dobivenih sa senzora te komunicira s vanjskim uređajima ili samom okolinom

Kod odabira komponenata quadrotora slijeđeno je iskustveno pravilo da letjelica mora proizvoditi najmanje dvostuko više potiska nego joj je potrebno za lebdenje u zraku. Ovo predstavlja minimalni kriterij ostvarenje stabilnosti i manevarske sposobnosti tokom leta. Odabir komponenti vršen je slijedećom metodologijom: sastavljen je popis potrebnih dijelova te je njihova ukupna masa procjenjena na 550 grama; na temelju ovog podataka i planirane namjene letjelice odabran je model konstrukcije koristeći dostupne izvore informacija. Konstrukciju je važno pažljivo odabrati jer ona fizički limitira veličinu propelera koje je moguće koristiti, što utječe na izbor motora i baterije. Na temelju dostupnih veličina propelera biramo model motora čije karakteristike zadovoljavaju naše potrebe.

Slijedi opis odabranih komponenata za izradu modela korištenog u ovom radu.

5.1 Konstrukcija

Prvi korak u izradi svakog quadcoptera trebao bi biti pažljivi odabir konstrukcije. U obzir treba uzeti planiranu namjernu te ugrubo procjeniti masu ostalih komponenti koje planiramo ugraditi. Na temelju ovih podataka koristeći dostupne izvore informacija moguće je procjeniti koji model konstrukcije odabrati. Modeli su podjeljeni prema veličini u

klase označene prema razmaku osi motora na dijagonali quadrotora u milimetrima. Tako razlikujemo klase 150, 180, 210, 250 i druge.

Za konstrukciju quadrotora u ovom radu odabran je standardni model srednje veličine sa razmakom osi motora na dijagonali jednak 250 milimetara, odnosno model klase "250". Izrađen je od karbona kojeg karakterizira visoka čvrstoća materijala uz vrlo malu masu. Za potrebe ovog rada standardna konstrukcija modificirana je dodatnim dijelovima od PLA plastike koji su modelirani u CAD softveru SolidWorks te printani na RepRapPro 3D printeru kućne radinosti. Modifikacija kućišta rezultira dodatnim prostorom unutar quadrotora za smještaj i zaštitu potrebnih komponenti. Ovime je također ostvaren odmak visokoenergetskog kruga baterije i motora od kontrolera sa senzorima osjetljivim na elektromagnetske smetnje. Druga modifikacija jesu 3D printani odstojnici od tla koji služe za sigurno slijetanje na različite površine.

Slika 5.1: ZMR250 model konstrukcije

5.2 Propeleri

Uzimajući u obzir odabranu konstrukciju odabrani su trokrilni propeleri Kingkong 5040. Oznaka modela opisuje njegove fizičke karakteristike. U ovom slučaju riječ je o propelerima duljine 5 inča sa korakom od 4 inča. Kod dvokrilnih propelera duljina se opisuje kao udaljenost od vrha krila do vrha krila dok je kod trokrilnih propelera jednaka promjeru imaginarne kružnice koju gibanjem opisuje vrh propelera. Korak propelera određen je kutom nagiba profila propelera. Iznos je jednak vertikalnom pomaku koji propeler ostvari jednom punom rotacijom.

Povećanje duljine ili koraka propelera uz konstantu brzinu okretaja po minuti ili RPM (eng. *revolution per minute*) rezultira većom količinom obrađenog zraka po rotaciji propelera. Veća količina zraka više se opire gibanju te raste moment otpora zraka što zahtjeva povećanje momenta motora. Krajnja posljedica je porast struje motora i potrošnje energije po motoru zbog čega odabir propelera nužno utječe na izbor motora i baterije. Važno

je imati na umu da porast struje može biti znatan te može premašiti dopuštene vrijednosti motora, vodiča ili drugih kompoeneti. Danas većina proizvođača uz model motora navodi preporučene vrijednosti duljine i koraka propelera.

Iako je quadrotor testiran i sa dvokrilnim propelerima, konačan odabir pao je na trokrilni propeler zbog subjektivno stabilnijeg ponašanja letjelice u letu i većeg potiska koje pruža. Negativna strana ovog izbora je manja efikasnost trokrilnog propelera u odnosu na dvokrilni zbog čega raste potrošnja energije i smanjuje se vrijeme autonomije.

Slika 5.2: Kingkong 5040 propeler

5.3 Motori

Za pogon quadrotora prvotno su odabrani ZMR1804-2300KV brushless motori. Glavni motiv izbora bio je financijska pristupačnost uz nazivno zadovoljavanje potrebnih kriterija. Međutim u praksi ovi motori su se pokazali osjetljivima i sklonim pregaranju. Stoga su zamjenjeni snažnijim motorima EMAX RS2205-2300KV.

Prvi dio oznake motora specifira fizičke dimenzije rotora. U ovom slučaju riječ je o motoru s rotorom promjera 22 milimetra i visine 5 milimetra. Kv predstavlja jednu od konstanti elektromotora. Jednaka je recipročnoj vrijednosti konstante elektromotorne sile. Razlog raširenosti upotrebe ove konstante je njena praktičnost - njen iznos približno je jednak broju okretaja motora u minuti (RPM) po 1 voltu napona primjenjenog na krajevima motora. Proizvođači redovito navode konstantu Kv u specifikacijama što pruža mogućnost procjene očekivane brzine vrtnje motora bez propelera za danu bateriju. Brzina vrtnje motora sa propelerom iskustveno se procjenjuje na oko 80% vrijednosti brzine bez propelera.

Prema eksperimentalnim podacima danim od strane proizvođača, RS2205 sa odabranim 5040 propelerom razvija potisak od oko 700 grama tj. razvija silu od približno 7

N. Četiri motora dakle razvijaju potisak od oko 2 kilograma što za ovaj quadrotor daje omjer potisak-masa od oko 4:1 što je i više nego zadovoljavajuće.

Slika 5.3: EMAX RS2205 motori

5.4 Elektronički kontroler brzine

Elektronički kontroler brzine, šire poznat kao ESC (eng. *electronic speed controller*), naziv je za dio hardvera koji pretvara zahtjev za određenom brzinom vrtnje dobiven od kontrolera leta u napon na krajevima motora. Dio je visokoenergetskog kruga quadrotora te se napaja izravno iz baterije. Od strane kontrolera leta prima PWM (eng. *pulse width modulation*) signal u rasponu od 1000 do 2000, što predstavlja zahtjev za brzinom vrtnje motora od minimalne do maksimalne. Ugrađeni mikrokontroler ESC-a na temelju zahtjeva generira odgovarajuće rotirajuće magnetsko polje brushless motora. ESC također izravno mjeri brzinu vrtnje motora te preko povratne veze osigurava održavanje tražene vrijednosti.

Uz ZMR1804-2300KV motore prvotno su nabavljeni Afro 12A ESC kontroleri. Limit jakosti struje od 12A zadovoljavao je potrebe ZMR motora čije su vršne struje oko 10A. Nabavkom novih motora čije vršne struje sežu preko 20A javila se potreba za odabirom novih ESC kontrolera. Odabrani su Littlebee 30A OPTO kontroleri. Oznaka OPTO govori nam da su visokonaponski i logički dio kontrolera fizički odvojeni da bi se spriječio proboj visokog napona do osjetljivih niskonaponskih komponenti kontrolera.

Slika 5.4: Littlebee 30A ESC

5.5 Baterija

Za glavni izvor energije quadrotora odabrana je 3S litij-polimer baterija (skraćeno LiPo). Litij-polimer baterija je tip punjive baterije čija se funkcija bazira na korištenju litijevih iona za prijenos naboja između elektroda. Prodaje se u mekom pakovanju koje se sastoji od određenog broja ćelija. Nominalni napon pojedine ćelije LiPo baterije iznosi 3.7V. Ukupan napon baterije ovisi o broju sadržanih ćelija i označava se sa xS, gdje je x broj ćelija. Nominalni napon 3S baterije iznosi 11.1V. Potpuno napunjena ćelija ima napon 4.2V. Pražnjenje ćelije ispod 3V ne preporuča se zbog opasnosti od oštećenja i zapaljenja ćelije. Stoga je mogućnost praćenja napona baterije tokom autonomnog leta quadrotora od iznimne važnosti.

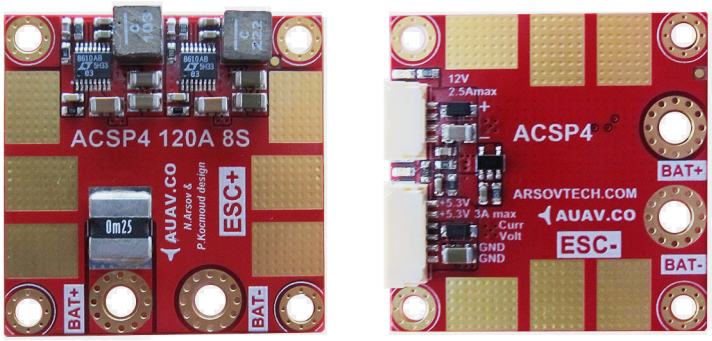
Pojava litij-polimer baterija izazvala je nagli porast razvoja i zanimanja za mikro zračne letjelice. Do tada su za napajanje korištene baterije puno manjeg kapaciteta što je ograničavalo vrijeme leta i težinu letjelice. Ovo osobito vrijedi za letjelice s više motora koje imaju visoku potrošnju energije. Glavna karakteristika LiPo baterija je vrlo visoka gustoća energije odnosno omjer skladištene energije po masi. Ovo omogućuje izradu baterija vrlo visokog kapaciteta i male mase što ih čini idealnim za navedene primjene.

Slika 5.5: LiPo baterija Turnigy Nanocell 3S 1200mAh

5.6 Pločica za napajanje

Energetski sustav quadrotora sastoji se od visokoeneergetskog i niskoenergetskog kruga. Visokoenergetski krug čine komponente koje rade na visokim naponima te vuku jake struje. To su baterija, ESC kontroleri, motori te ostale komponente poput kamere, signalnih lampica i drugih. Niskoenergetski krug uglavnom se sastoji od logičkih komponenti koje funkciju vrše na niskim naponima poput kontrolera leta, različitih senzora, radio prijemnika i drugih. Ova dva kruga moraju biti dobro odvojena da bi se spriječila uništenja osjetljivih komponenti.

Pločica za napajanje (eng. *power distribution board*) ima dvojaku ulogu. Ona distribuira napon baterije izravno na ESC kontrolere i motore dok istovremeno pomoću sklopovlja za regulaciju napona spušta napon baterije na razine potrebne niskoenergetskom krugu quadrotora. U ovom radu koristi se ACSP4 pločica za napajanje koja osim funkcija napajanja visokoenergetskog i niskoenergetskog kruga ima i funkciju mjerenja napona baterije te jakosti struje iz baterije. Ove mjerene veličine zatim proslijeđuje kontroleru leta koji aktivno prati stanje baterije.



Slika 5.6: ACSP4 pločica za napajanje

5.7 Kontroler za let

Kontroler za let (eng. *flight controller*) predstavlja mozak svakog quadrotora. U osnovi kontroler za let je računalo u malom koje na tiskanoj pločici standardne veličine 36x36 milimetara koja sadrži glavni procesor, radnu i trajnu memoriju, IMU te priključke za broju periferiju. IMU (eng. *inertial measurement unit*) je elektronički uređaj za mjerenje fizikalnih veličina potrebnih za funkcioniranje quadrotora. Sastoji se od skupa različith senzora. Osnovni senzori su akcelerometar i žiroskop koji mjere linearna ubrzanja odnosno kutne brzine quadrotora. Ovi podaci su nužni da bi inherentno nestabilan quadrotor postigao stabilnost. Napredniji IMU sadrže i druge senzore koje proširuju funkcionalnost quadrotora. Kontroler za let ovisno o izvedbi može podržavati priključivanje dodatnih, perifernih uređaja. Periferni uređaji nisu nužni za osnovno funkcioniranje

letjelice i dodaju se ovisno o namjeni letjelice. U najčešće korištenje periferne uređaje ubrajamo GPS, kamere, piskać za zvučna upozorenja, ultrazvučne senzore udaljenosti i druge.

U ovom radu koristi se Pixracer kontroler za let. Predstavlja četvrtu generaciju kontrolera proizvođača 3DRobotics te nasljednika Pixhawk kontrolera za autonoman let. Pixhawk je postao vrlo popularan u znanstvenim i istraživačkim krugovima kao pouzdana i svestrana platforma za razvoj i testiranje novih hardverskih i softverskih rješenja vezanih za područje autonomnog leta. Pixracer predstavlja njegovu novu verziju jednakih mogućnosti no manjih dimenzija, mase i cijene što ga čini još pristupačnijim široj istraživačkoj zajednici.

Pixracer je baziran na STM32F427VIT6 čipu koji je 32-bitni procesor baziran na ARM arhitekturi. Procesor sa FM25V02-G feromagnetičnom radnom memorijom (FRAM, eng. *ferroelectric random access memory*), trajnom memorijom na microSD kartici (ROM, eng. *read-only memory*) te ulazno-izlaznom periferijom zajedno čini mikrokontroler zadužen za izvođenje svih logičkih operacija te izvršavanje programskog koda. Pixracer posjeduje napredni IMU koji sadrži akcelerometar za mjerenje linearnih ubrzanja letjelice, žiroskop za mjerenje kutne brzine s obzirom na referentni okvir quadrotora, barometar za mjerenje trenutne nadmorske visine na kojoj je quadrotor te kompas za mjerenje orijentacije letjelice u odnosu na Zemljino magnetsko polje. IMU koristi redundanciju da bi se povećala preciznost mjerenja i mogućnost pada letjelice zbog kvara senzora svela na minimum pa se tako zapravo sastoji od tri akcelerometra i žiroskopa te po dva barometra i kompasa.

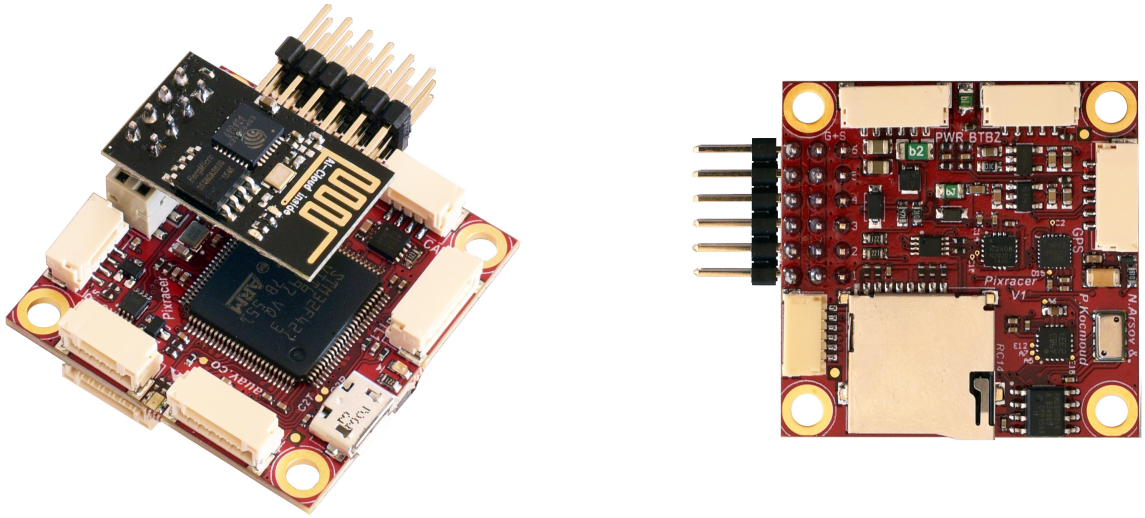
Pixracer podržava spajanje ESP8266 WIFI modula. Sa modulom je moguće uspostaviti bežičnu vezu između Pixracera i laptop računala ili tableta. Laptop ili tablet može služiti kao bazna stanica za autonoman let što je upotrebom wifi modula moguće bez potrebe za kupnjom dodatnih modula za telemetriju. Preko bežične veze moguće je i izravno pristupiti operativnom sustavu na kontroleru te pokretati ili gasiti module pomoću naredbi s komandne linije.

Kontroler sadrži i utor za SD karticu koja se koristi kao ROM memorija te kao mjesto za spremanje log datoteka. Log datoteke za pojedini let sadrže sve podatke koje su zabilježili senzori, parametre korištene u letu te povijest događaja tokom leta. Mogu se pregledavati i obrađivati na kućnom računalu pomoću postojećih programa poput programa FlightPlot. Pomoću ovog programa moguće je dobiti grafove izravno iz zabilježenih podataka sa SD kartice.

Pixracer potpuno podržava dva softvera za autonoman let: PX4 i ArduPilot. U ovom radu koristit će se PX4 softver za autonoman let.

5.8 Daljinsko upravljanje

Za izravno daljinsko upravljanje quadrotorom potrebne su dvije komponente: odašiljač za daljinsko upravljajne (eng. *remote control transmitter*) i prijamnik signala za daljinsko



Slika 5.7: Pixracer kontroler

upravljanje (eng. *remote control receiver*). Odašiljač i upravljač potrebno je međusobno spariti (eng. *bind*). Nakon sparenja prijamnik reagira jedino na signale sparenog odašiljača čime se spriječava interferencija s drugim odašiljačima u blizini. Odašiljač i prijamnik za komunikaciju koriste određeni frekvencijski pojas.

Frenkvencijski pojasevi strogo su definirani i različiti pojasevi imaju različite namjene poput prijenosa radio signala, televizijskih signala, signala mobilne mreže ili za vojne primjene. Za daljinsko upravljanje letjelicama koriste se pojasevi namjenjeni općoj slobodnoj upotrebi. Takvih pojaseva ima više i definicije nekih se razlikuju od kontinenta do kontinenta te od zemlje do zemlje. Primjer globalno definiranih slobodnih pojaseva su pojas 2.4-2.5GHz te 24-24.25GHz. Preporučivo je prije kupnje i upotrebe opreme za daljinsko upravljanje uvijek provjeriti propise u zemlji boravka. Prednosti korištenja viših frekvencija su veća brzina komunikacije odnosno manja kašnjenja signala no uz cijenu smanjenje dosega signala te smanjena mogućnosti prodora signala kroz čvrste prepreke. Niže frekvencije omogućavaju komunikaciju na mnogo većim udaljenostima te kroz čvrste objekte no kašnjenje signala je veće. Za daljinsko upravljanje letjelicama u prošlosti je najčešće korišten frekvencijski pojas oko 72MHz. Modelarski zrakoplovi koji su tada bili najčešće hobističke letjelice nisu bili namjenjeni brzom manevriranju i bili su dugog dosega. Danas se najčešće koristi frekvencijski pojas od 2.4 GHz. Viša frekvencija omogućava dobru kontrolu brzih letjelica poput quadrotora.

U ovom radu korišten je 2.4GHz Flysky FS-T6 odašiljač i pripadni prijemnik. Karakterizira ih mogućnost upotrebe maksimalno 6 komunikacijskih kanala unutar 2.4GHz pojasa što daje mogućnost slanja 6 različitih upravljačih signala. Četiri upravljačka signala koriste se za četiri glavne naredbe quadrotora (roll, pitch, yaw, throttle) dok ostala dva mogu služiti za odabir moda leta quadrotora ili paljenje/gašenje zvučnog signala pomoću prekidaća na odašiljaću. Daljinsko upravljanje koriste se prilikom ručnog leta no preporuča se i tijekom vršenja testova te kod autonomnog letenja. U ovim uvjetima oda-

šiljač omogućava korisniku da u slučaju greške preuzme kontrolu nad letjelicom te spriječi evenutalan pad i oštećenje opreme. Pri testiranju novih upravljačkih programa korisnik daljinskim upravljanjem podiže letjelicu na željenu visinu te prekidačem na upravljaču aktivira izvršavanje novog koda. Na ovaj način slučaju greške ponovo je moguće brzo preuzeti kontrolu nad letjelicom ili prebaciti mod rada na stabilnu verziju koda.

Slika 5.8: Flysky FS-T6

5.9 GPS

Za autonoman let i druge autonomne funkcije poput održavanje iste pozicije letjelica mora imati povratnu vezu po poziciji, odnosno mora posjedovati vanjski ili unutarnji skup senzora koji mjere poziciju i promjenu pozicije u globalnom odnosno inercijalnom referentnom okviru. U ovu svrhu najčešće se koristi globalni pozicijski sustav ili GPS (eng. *Global Positioning System*). U osnovi GPS predstavlja mrežu satelita koji orbiritaju Zemlju i omogućavaju precizno lociranje GPS prijamnika na zemlji.

GPS prijamnik spaja se na maksimalan broj satelita koji se trenutno nalaze unutar dosega prijamnika te mjeri vrijeme potrebno za primitak signala koje šalje svaki pojedini satelit. Prijamnik bilježi vrijeme potrebno za primanje poruka te pomoću tih podataka računa razlike u udaljenosti do svakog satelita. Izračun pozicije prijamnika kombinacija je izračuna udaljenosti i kuteva pmoću procesa trilateracije i triangulacije sa navedenim podacima. Ovisno o prijamniku moguće je očitati i izvedene podatke poput brzine, ubrzanja, smjera, nadmorske visine i drugih. Glavni nedostaci su GPS-a velika nepreciznost u zatvorenim prostorima zbog slabog prodora signala kroz čvrste objekte te mogućnost pogreške u očitavanjima koja napretkom tehnologije u stalnom padu. GPS danas ima brojne primjene poput navigacije, nadzora vozila, lociranja ljudi u kriznim situacijama te u nizu industrija poput telekomunikacija, trgovine, automobilske industrije i drugih.

U ovom radu korišten je GPS modul baziran na uBlox M8N GPS prijamniku. Kod leta u otvorenom prostoru ovaj modul omogućava precizno pozicioniranje i autonoman let mjerenjem globalne pozicije, brzine te nadmorske visine. uBlox M8N prijamnik kombinira tri izračunate pozicije dobivene istovremenim korištenjem troje od četiri dostupna zasebna sustava satelita: američki GPS sustav poznat kao Navstar GPS, europski GPS sustav Galileo, ruski GPS sustav GLONASS (eng. *Global Navigation Satellite System*) te kineski GPS sustav BeiDou. Kao rezultat specificirana preciznost lociranja je unutar 2 metra. Modul također ima funkciju spremanja mjerenih podataka u zasebnu datoteku za kasniju analizu.

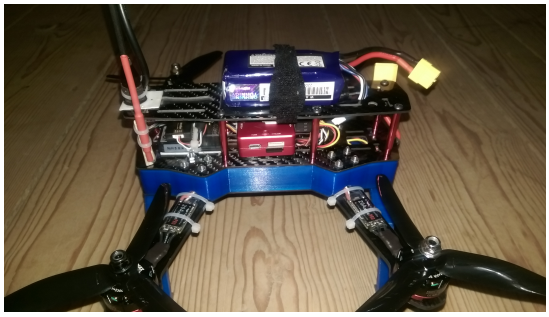
Slika 5.9: GPS modul baziran na uBlox NEO M8N prijamniku

5.10 Izrađen quadrotor helikopter

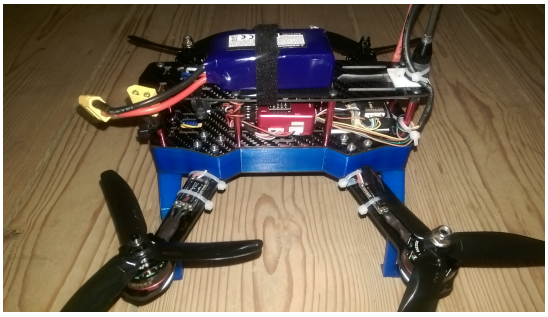
Quadrotor je u konačnici izrađen i testiran koristeći daljinsku kontrolu i autonoman let korištenjem prikladnog softvera. Prilikom procesa izrade došlo je i do nekoliko pogrešaka u koracima i posljedičnih uništenih komponenti što je svakako dio svakog sličnog praktičnog rada i predstavlja vrijedno praktično iskustvo.

Slika 5.10: Fizički model quadrotora

Slika 5.11: Quadrotor u pogonu



Slika 5.12: Lijeva strana quadrotora



Slika 5.13: Desna strana quadrotora

6 Zaključak

U sklopu ovog rada obrađena je kinematika i dinamika krutog tijela sa šest stupnjeva slobode koje predstavlja quadrotor. Izveden je puni matematički model sustava koji je zatim lineariziran korištenjem razumnih pretpostavki. Na temelju lineariziranog modela provedena je sinteza upravljačkih zakona za linearni PID regulator te robusne regulatore s kliznim režimom rada prvog i drugog stupnja. Izrađena je i računalna simulacija za evaluaciju upravljačkih zakona na punom modelu quadrotora. Rezultati ispitivanja pomoću simulacije pokazuju opravdanost razvoja robusnih upravljačkih zakona sa svrhom implementacije na realne letjelice. Najčešće korišteni regulator kod quadrotora danas je PID regulator. Iz rezultata simulacije vidljivo je da ovaj regulator pruža zadovoljavajuće performanse u nezahtjevnim primjenama te u primjenama kada korisnik može daljinskim upravljanjem kompenzirati eventualni poremećaj. No u zahtjevnim primjenama poput primjena s određenim stupnjem autonomije linearni PID regulator ne pruža robusnost potrebnu za operaciju autonomnih letjelica bez nadzora čovjeka. Super twisting algoritam pokazao se vrlo robusnim rješenjem u uvjetima sa i bez poremećaja te uz pretpostavku primjene na realnoj platformi uz ograničenja pripadnih aktuatora i zaključujem da predstavlja vrlo realnog kandidata za zamjenu dosadašnjih linearnih regulatora u zahtjevnim primjenama.

U sklopu rada izrađen je i fizički model quadrotora koji predstavlja svestranu platformu za daljnja istraživanja i rad. Planira se proučavanje strukture i načina pisanja koda u korištenom softveru za autonoman let te implementacija vlastitih kontrolih modula temeljenih na super twisting algoritmu. Ovo bi omogućilo testiranje algoritma na stvarnoj letjelici i u realnim uvjetima te bi služila u daljnjoj evaluaciji potencijala ovog upravljačkog algoritma.

Bibliografija

[1] Ardema, M.D., *Newton-Euler Dynamics*, Springer, 2005.

[2] Bresciani, T., *Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter*, Department of Automatic Control, Lund University, 2008.

[3] Kasać, J., Stevanović, S., Žilić, T., Stepanić, J., *Robust output tracking control of a quadrotor in the presence of external disturbances*, FAMENA, 2013.

[4] Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L., Levant, A., *Sliding Mode Control and Observation*, Springer, 2014.

[5] Kumar, V., Michael, N., *Opportunities and challenges with autonomous micro aerial vehicles*, The International Journal of Robotics Research, 2012.

[6] Cabecinhas, D., Cunha, R., Silvestre, C., *A Globally Stabilizing Path Following Controller for Rotorcraft With Wind Disturbance Rejection*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015.

[7] Wang L., Su, J., *Robust Disturbance Rejection Control for Attitude Tracking of an Aircraft*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015.

[8] Kasać, J., Žilić, T., Milić, V., Jokić A., Lobrović M., *Robust Decentralized Global Asymptotic Tracking Control of a Class of Nonlinear Mechanical Systems*, American Control Conference (ACC), Boston, 2016.

[9] Schmidt, M.D., *Simulation and control of a quadrotor unmanned aerial vehicle*, University of Kentucky, 2011.

[10] Jazar, R.N., *Theory of Applied Robotics - Kinematics, Dynamics, and Control*, Springer, 2010.

[11] Kasać, J., *Vođenje tehničkih sustava*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2007.

Prilozi

1. CD-R disc