

# Analiza toplinskih tokova između susjednih stanova u višestambenoj građevini

---

**Prajdić, Slaven**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:702366>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-24**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Slaven Prajdić**

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentori:

Doc. dr. sc. Mislav Čehil, dipl. ing.

Student:

Slaven Prajdić

Zagreb, 2016.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	06-07-2016 Prilog
Klasa:	602-04/16-6/3
Ur.broj:	15-1703-16-240

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: Slaven Prajdić

Mat. br.: 0035168643

Naslov rada na  
hrvatskom jeziku:

**Analiza toplinskih tokova između susjednih stanova u višestambenoj  
građevini**

Naslov rada na  
engleskom jeziku:

**Analysis of heat flows between neighboring apartments in a residential  
building**

Opis zadatka:

Kod višestambenih građevina, u slučaju različitih temperatura zraka susjednih stanova, dolazi do prolaza topline između stanova kroz zajedničke zidove, podove i stropove. U zgradama spojenim na centralni toplinski sustav, specifična cijena grijanja po metru kvadratnom tlocrtne površine bila je svim stanovima jednaka. Uvođenjem razdjelnika topline dolazi do drukčije razdiobe potrošene toplinske energije koja bi trebala odražavati stvarno potrošenu toplinu u pojedinim stanovima. Međutim, u situaciji kada netko od stanara odluči štedjeti na grijanju, nužno to ostvaruje dijelom i na račun susjeda. Tako možemo pretpostaviti da bi se onaj tko održava uobičajenu temperaturu zraka od 22°C mogao naći u situaciji da subvencionira grijanje susjednih stanova s nižom temperaturom zraka.

U radu je potrebno proanalizirati ovu problematiku na način da se napravi matematički model kojim će biti obuhvaćeni toplinski tokovi između stanova kao i akumulacija topline u konstruktivnim elementima građevine. Potrebno je simulirati različite moguće scenarije vođenja temperature zraka unutar susjednih stanova te odrediti potencijal za prolaz topline između susjednih stanova.

Detaljniji podaci potrebni za izradu proračuna nalaze se kod mentora.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć prilikom izrade rada.

Zadatak zadan:

5. svibnja 2016.

Rok predaje rada:

7. srpnja 2016.

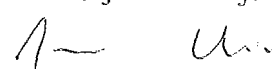
Predviđeni datumi obrane:

13., 14. i 15. srpnja 2016.

Zadatak zadao:

  
Doc.dr. sc. Mislav Čehil

Predsjednica Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu. Zahvaljujem se mentoru, Dr. sc. Mislavu Čehilu, dipl. ing., na pomoći, podršci i razumijevanju tijekom izrade diplomskog rada, te svojoj obitelji i svojim prijateljima na podršci tokom studija.

Slaven Prajdić

## SADRŽAJ

POPIS SLIKA .....	I
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK.....	V
SUMMARY .....	VI
1. Uvod .....	1
2. Definicija pojmova .....	3
2.1. Razdjelnik topline .....	3
2.2. Toplinska izolacija .....	4
2.3. Koeficijent prolaza topline .....	4
2.4. Otpor materijala.....	5
2.5. Toplina .....	5
2.6. Temperatura .....	5
2.7. Specifični toplinski kapacitet .....	5
2.8. Akumulacija topline .....	5
3. Proračun nestacionarnog prolaza topline.....	7
3.1.1. Akumulacija topline u prostoriji .....	9
3.1.2. Akumulacija topline u vratima.....	11
3.1.2. Akumulacija topline u unutarnjem i vanjskom staklu prozora .....	14
3.1.3. Akumulacija topline u zidovima .....	20
4. REZULTATI SIMULACIJE .....	29
5. EKONOMSKA ANALIZA REZULTATA .....	46
6. ZAKLJUČAK.....	48
LITERATURA.....	49
PRILOZI.....	50

**POPIS SLIKA**

Slika 1.	Shematski prikaz akumuliranja topline .....	7
Slika 2.	Idealizirani blok dijagram akumulacije topline u građevinskom elementu.....	8
Slika 3.	Raspored temperatura u vratima podijeljenih na 3 dijela po debljini u stacionarnim uvjetima .....	12
Slika 4.	Raspored temperatura u stacionarnim uvjetima u unutarnjem staklu prozora koje je podijeljeno na 3 dijela po debljini .....	15
Slika 5.	Raspored temperatura u stacionarnim uvjetima u vanjskom staklu prozora, koje je podijeljeno na 3 dijela po debljini .....	18
Slika 6.	Raspored temperatura u zidu konstrukcije s armiranim betonom u stacionarnim uvjetima .....	21
Slika 7.	Modelska shema stana u Simulink-u.....	29
Slika 8.	Modelska shema segmenta prostorije.....	30
Slika 9.	Modelska shema segmenta zida .....	30
Slika 10.	Količina izgubljene energije kod intermitentnog režima .....	31
Slika 11.	Količina izgubljene energije kod kontinuiranog režima .....	31
Slika 12.	Temperature u prostoriji, zidu, vratima i prozoru .....	32
Slika 13.	Temperature u prostoriji, zidu, vratima i prozoru .....	33
Slika 14.	Temperatura u prostoriji .....	34
Slika 15.	Temperature u vanjskom zidu .....	34
Slika 16.	Temperature u unutarnjem zidu .....	35
Slika 17.	Temperature u prozoru .....	36
Slika 18.	Akumulacija toplinskih tokova.....	36
Slika 19.	Toplinski tokovi .....	37
Slika 20.	Temperatura u prostoriji .....	38
Slika 21.	Temperature u vanjskom zidu .....	38
Slika 22.	Temperature u unutarnjem zidu .....	39
Slika 23.	Temperature u prozoru .....	39
Slika 24.	Akumulacija toplinskih tokova.....	40
Slika 25.	Toplinski tokovi .....	40
Slika 26.	Temperatura u prostoriji .....	42
Slika 27.	Temperature u vanjskom zidu .....	42

Slika 28.	Temperature u unutarnjem zidu .....	43
Slika 29.	Temperature u prozoru .....	43
Slika 30.	Akumulacija toplinskih tokova.....	44
Slika 31.	Toplinski tokovi .....	44



## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Usporedba akumulacije toplinskih tokova u različitim režimima grijanja.....	46
Tablica 2. Prikaz toplinskih tokova kroz unutarnji zid u režimu bez grijanja.....	47

**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$\lambda$	W/mK	koeficijent toplinske vodljivosti
$k$	W/m <sup>2</sup> K	koeficijent prolaza topline
$R$	m <sup>2</sup> K/W	toplinski otpor
$c_p$	J/kgK	specifični toplinski kapacitet
$Q$	W	toplinski tok
$m$	kg	masa
$\alpha$	W/m <sup>2</sup> K	koeficijent prijelaza topline
$a$	m	duljina
$b$	m	širina
$h$	m	visina
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća
$A$	m <sup>2</sup>	površina
$\delta$	m	debljina

## **SAŽETAK**

U radu je proanalizirana problematika toplinskih tokova između susjednih stanova u višestambenoj građevini. Promatran je stan u višestambenoj građevini koji se nalazi okružen drugim stanovima koji održavaju konstantnu temperaturu. Napravljen je matematički model kojim su obuhvaćeni toplinski tokovi između stanova kao i akumulacija topline u konstruktivnim elementima građevine. Simulirana su tri scenarija vođenja temperature unutar susjednih stanova: režim s konstantnom temperaturom, intermitentni režim (režim s promijenjivom temperaturom) i režim bez grijanja.

Ključne riječi: matematički model, toplinski tok, višestambena građevina, simulink model

## **SUMMARY**

This thesis presents the problem of heat flows between neighboring apartments in a residential building. It observes the apartment in a residential building which is surrounded by other apartments that maintain a constant temperature. A mathematical model which includes heat flows between the apartments and the accumulation of heat in the structural elements of the building is made. Three scenarios are simulated: the constant temperature regime, intermittent regime (variable temperature regime) and the regime without heating.

**Keywords:** mathematical model, heat flow, residential building, Simulink model

## 1. Uvod

Kod višestambenih građevina, u slučaju različitih temperatura zraka susjednih stanova, dolazi do prolaza topline između stanova kroz zajedničke zidove, podove i stropove. U zgradama spojenim na centralni toplinski sustav, specifična cijena grijanja po metru kvadratnom tlocrtne površine bila je svim stanovima jednaka. Uvođenjem razdjelnika topline dolazi do drukčije razdiobe potrošene toplinske energije koja bi trebala odražavati stvarno potrošenu toplinu u pojedinim stanovima. Međutim, u situaciji kada netko od stanara odluči štedjeti na grijanju, nužno to ostvaruje dijelom i na račun susjeda. Tako možemo pretpostaviti da bi se onaj tko održava uobičajenu temperaturu zraka od 22°C mogao naći u situaciji da subvencionira grijanje susjednih stanova s nižom temperaturom zraka.

Toplinska izolacija štiti zgradu od vanjskih uvjeta, ima veliki utjecaj na zaštitu okoliša, omogućuje ugodniji boravak i produljuje životni vijek zgradi. Kako bi se krenulo u projektiranje energetski efikasnih zgrada potrebno je dobro poznavanje toplinskih svojstava građevinskih materijala.

Gubici topline kroz građevinski element ovise o njegovom sastavu i orijentaciji. Vrijednosti koeficijenta toplinske vodljivosti su različite za različite materijale, a ovise o veličini, gustoći, povezanosti pora i stanju vlažnosti materijala. Akumulacija topline je svojstvo građevinskih materijala da prihvate toplinu koja im se dovodi, u sebi je sačuvaju (akumuliraju) i kod hlađenja okoline ponovo je predaju okolini. Vrlo je povoljna i važna tijekom zime za prostorije koje grijemo. Ako zidovi imaju sposobnost akumulacije topline tada će nakon prekida grijanja u prostoriji biti još dugo vremena toplo, zidovi će odavati toplinu te će biti spriječeno naglo hlađenje prostorije i stvaranje kondenzata. Količina topline koja se akumulira u građevinskom elementu najviše ovisi o razlici temperatura između elementa i zraka u prostoru te o masi i specifičnom toplinskom kapacitetu elementa. Materijali pogodni za akumulaciju topline su velike gustoće kao npr. beton, puna opeka itd. Toplinska akumulacija vanjskih konstrukcija je ljeti nepovoljna jer uzrokuje povećanje već visoke temperature zraka u prostoriji.

U ovom radu je napravljena toplinska analiza stana zgrade od armiranog betona. Stalno grijanje je režim rada u kojem termostat održava temperaturu zraka u prostoriji od 21,5 do 22 °C dok je intermitentno grijanje režim rada u kojem termostat tijekom radnog vremena od 8 do 16 sati održava temperaturu od 15,5 do 16 °C, a ostatak dana održava temperaturu od 21,5

do 22 °C. Vanjska temperatura je 0 °C, a temperatura okolnih prostorija u zgradi 22 °C. Proračun je izveden u Simulinku te se temelji na analizi akumulacije topline u prozoru, zidovima, stropu i podu tako što ih se podijeli na nekoliko dijelova po poprečnom presjeku te u svakom promatra promjena. Vrijeme trajanja simulacije je 10 dana, a promatrani su rezultati tijekom zadnja 3 dana.

## 2. Definicija pojmova

### 2.1. Razdjelnik topline

Većina zgrada u Hrvatskoj je vrlo staro. Izgrađene su šezdesetih i sedamdesetih godina prošlog stoljeća. Ugradnjom centralnih grijanja u stambene prostore nije se pretjerano pazilo na projektiranje instalacija i balansiranje sustava. Drugim riječima rasipanje energije bilo je ogromno. Važno je napomenuti da su se troškovi grijanja plaćali po metru kvadratnog stambenog prostora, tako da pojedinci koji su i htjeli uštediti nisu mogli radi svojih susjeda, te da se osjećaj štednje skroz izgubio. Kada bi u stanu postalo toplo, ljudima bi lakše bilo otvoriti prozore već zatvoriti ventil na radijatoru. Najviše energije gubi se u prijelaznim godišnjim dobima jer toplana grije zgrade bez obzira trebalo grijanje ili ne. Smanjenjem temperature grijanog prostora za jedan stupanj štedi se od 4-6 % potrošene energije.

Razdjelnici topline su uređaji koji omogućuju raspodjelu ukupne potrošnje toplinske energije zgrade na pojedine stanove po stvarnoj potrošnji. Ugrađuju se na sve radijatore u pojedinom stanu. Registriraju udio potrošene toplinske energije pojedinog radijatora u impulsima. Očitavaju se daljinskim putem, pomoću sustava za daljinsko očitavanje koji se postavlja u stubište zgrade. Razdjelnici moraju odgovarati propisanoj tehničkoj normi i ne trebaju se umjeravati. Glavni cilj razdjelnika topline je racionalnije trošenje energije, odnosno štednja. Sekundarni cilj je pravedna raspodijela troškova. Jedno bez drugog ne idu, odnosno da bi se ostvario drugi cilj, štednja je neophodna. Razdjelnici topline mogu se svrstati u četiri grupe ili generacije. Najbolja i najpravednija generacija je četvrta. Ona koristi on-line metodu, odnosno bežičnu komunikaciju razdjelnika sa sakupljačem signala.

## 2.2. Toplinska izolacija

Toplinska izolacija štiti zgradu od vanjskih uvjeta, ima veliki utjecaj na zaštitu okoliša, omogućuje ugodniji boravak i produljuje život zgradi. Kako bi se krenulo u projektiranje energetski efikasnih zgrada potrebno je dobro poznavanje toplinskih svojstava građevinskih materijala. Gubici topline kroz građevinski element ovise o njegovom sastavu i orijentaciji. Koeficijent toplinske vodljivosti  $\lambda$  je količina topline koja u jedinici vremena prođe kroz sloj materijala površine 1 m<sup>2</sup>, debljine 1m kod razlike temperature od 1 K, a izražava se u W/mK. Vrijednosti koeficijenta toplinske vodljivosti su različite za različite materijale, a ovisi o veličini, gustoći, povezanosti pora i stanju vlažnosti materijala. (izvor 2)

## 2.3. Koeficijent prolaza topline

Teži se što manjem koeficijentu prolaza topline  $k$ , dakle što je on manji, to je zgrada bolje toplinski izolirana. Koeficijent prolaza topline  $k$  je ona količina topline koju građevinski element gubi u jednoj sekundi po m<sup>2</sup> površine kod razlike temperature od 1 K. Izražava se u W/m<sup>2</sup>K. Važna je karakteristika vanjskog elementa konstrukcije i bitna je za analizu ukupnih toplinskih gubitaka (kWh/m<sup>2</sup>), a stoga i za potrošnju energije za grijanje. [3]

Računa se prema izrazu:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_b}}$$



## **2.4. Otpor materijala**

Otpor materijala prolazu topline se izražava toplinskim otporom  $R$ , kojemu je mjerna jedinica  $m^2K/W$ . Toplinski otpor je inverzna vrijednost koeficijentu prolaza topline  $k$ . Vrlo je važna debljina sloja toplinske izolacije i njen koeficijent toplinske vodljivosti, budući da oni utječu na toplinsku zaštitu. [4]

## **2.5. Toplina**

Toplina je oblik energije vezan uz kaotično gibanje molekula. U dodiru s ugrijanim tijelom, čovjek dobiva subjektivan osjećaj topline, dok se objektivna vrijednost dobiva promatranjem djelovanja ugrijanih tijela na druga tijela. [5]

## **2.6. Temperatura**

Temperatura je veličina koja karakterizira toplinsko stanje nekog tijela. Mjerna jedinica joj je Kelvin ili stupanj Celzusa. U toplinskom međudjelovanju dvaju tijela toplina uvijek prelazi s tijela veće temperature na tijelo manje temperature sve dok se one ne izjednače. Količina topline u nekom tijelu je onoliko veća koliko mu je veća masa, viša temperatura i veći specifični toplinski kapacitet. [5]

## **2.7. Specifični toplinski kapacitet**

Mijenja se s promjenom temperature i jednak je onoj količini topline koja je potrebna da se 1 kg neke tvari pri danoj temperaturi povisi temperatura za 1 K. Izražava se u  $J/kgK$ . [5]

## **2.8. Akumulacija topline**

Akumulacija topline je nakupljanje toplinske energije u konstrukcijama. To je svojstvo građevinskih materijala da prihvate toplinu koja im se dovodi, u sebi je sačuvaju (akumuliraju) i kod hlađenja okoline ponovo je predaju okolini. Vrlo je povoljna i važna tijekom zime za prostorije koje grijemo. Ako zidovi imaju sposobnost akumulacije topline tada će nakon prekida grijanja u prostoriji biti još dugo vremena toplo, zidovi će odavati

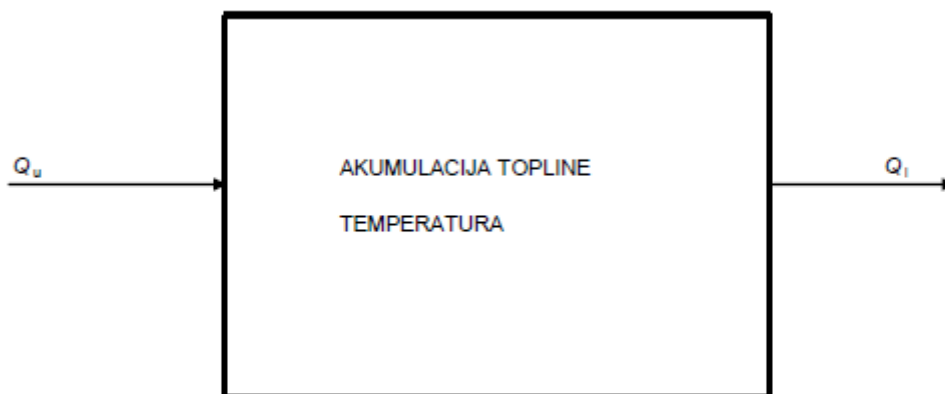
toplinu te će biti spriječeno naglo hlađenje prostorije i stvaranje kondenzata. Količina topline koja se akumulira u građevinskom elementu najviše ovisi o razlici temperatura između elementa i zraka u prostoru te o masi i specifičnom toplinskom kapacitetu elementa. Pogodni za akumulaciju topline su materijali velike gustoće kao npr. beton, puna opeka itd. Toplinska akumulacija vanjskih konstrukcija je ljeti nepovoljna jer uzrokuje povećanje već visoke temperature zraka u prostoriji. [5]

### 3. Proračun nestacionarnog prolaza topline

Stan je idealiziran kao jedna prostorija sa jednim unutarnjim i vanjskim prozorom i vratima. U radu je analizirana konstrukcija s armiranim betonom. Proračun se temelji na analizi akumulacije topline u vratima, prozoru, zidovima, stropu i podu.

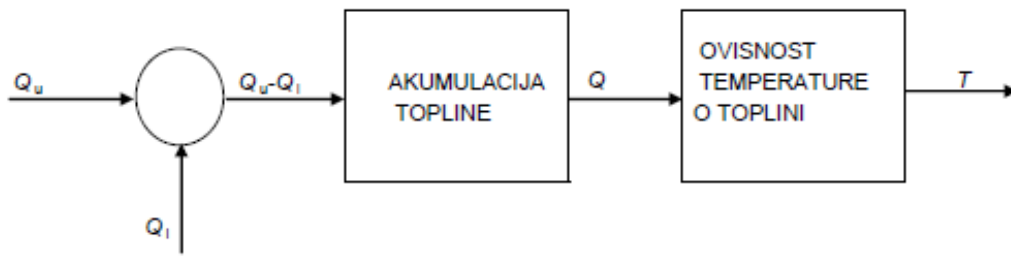
#### 3.1. Model akumulacije topline

Akumulaciju topline promatramo kao dinamiku promjene količine topline u jednom građevinskom elementu. Građevinski element promatramo kao otvoreni sustav. S jedne strane u njega ulazi toplinski tok a s druge strane iz njega izlazi toplinski tok. Ulazni i izlazni toplinski tokovi se mijenjaju u ovisnosti o vremenu a kao posljedica te promjene mijenja se količina topline u građevinskom elementu.



Slika 1. Shematski prikaz akumuliranja topline

Na slici 1 prikazan je građevinski element kao sustav u kojem se akumulira toplina. Uzroci akumulacije su toplinski tokovi  $Q_u$  i  $Q_i$ , a posljedica je promjena temperature  $T$ . Razlika ulaznog i izlaznog toplinskog toka izaziva promjenu količine topline u građevinskom elementu.



**Slika 2. Idealizirani blok dijagram akumulacije topline u građevinskom elementu**

Neposredni ulaz procesa akumulacije je razlika toplinskih tokova, a izlaz je akumulirana toplina u građevinskom elementu. Ovisnost temperature o toplini je određena masom i specifičnim toplinskim kapacitetom građevinskog elementa. [6]

Matematički model akumulacije topline u građevinskom elementu

$$\frac{dQ}{dt} = Q_u - Q_i \quad (1)$$

$$Q = c_p \cdot \Delta T \cdot m \quad (2)$$

Jednadžba (2) se izrazi kao

$$\Delta T = \frac{Q}{c_p \cdot m} \quad (3)$$

Izraz (3) se integrira po vremenu

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{c_p \cdot m} \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (4)$$

Izraz (1) uvrštavamo u izraz (4)

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{c_p \cdot m} \cdot (Q_u - Q_i) \quad (5)$$

$Q$  – količina topline u građevinskom elementu [J]

$Q_u$  – ulazni toplinski tok [W]

$Q_i$  – izlazni toplinski tok [W]

$c_p$  – specifični toplinski kapacitet građevinskog elementa [J/kgK]

$\Delta T$  – razlika temperatura na ulazu i izlazu sustava građevinskog elementa [K]

$m$  – masa građevinskog elementa [kg]

### 3.1.1. Akumulacija topline u prostoriji

Prostoriju zamišljamo kao otvoreni sustav kojem se dovodi topline iz grijača a odvodi prema zidovima, podu, stropu, prozoru i vratima.

Podaci o prostoriji:

unutarnji koeficijent prijelaza topline:  $\alpha_u = 9 \text{ W/m}^2\text{K}$

duljina prostorije:  $a = 7 \text{ m}$

širina prostorije:  $b = 7 \text{ m}$

visina prostorije:  $h = 2,5 \text{ m}$

snaga grijača:  $Q_u = 8000 \text{ W}$

gustoća zraka u prostoriji:  $\rho = 1,2252 \text{ kg/m}^3$

specifični toplinski kapacitet zraka u prostoriji:  $c_p = 1103 \text{ J/kgK}$

[7], [8]

Jednadžbe:

Ulazna toplina:

$$Q_u = 8000 \text{ W}$$

Ukupna površina zida, stropa i poda:

$$A = 4 \cdot A_z + A_p + A_s - A_{pr} - A_v$$

Izlazna toplina prema zidu, stropu i podu:

$$Q_{zsp} = k_1 \cdot A \cdot (T_u - T_1)$$

Izlazna toplina prema unutarnjem prozoru:

$$Q_{pr} = k_{1pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_u - T_{1pr})$$

Izlazna toplina prema vratima:

$$Q_v = k_{1v} \cdot A_v \cdot (T_u - T_{1v})$$

Koeficijenti prolaza topline:

$$k_{1pr} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{\delta_{pr}}{6}}; k_{1v} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{\delta_{pr}}{6}}; k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{\delta_{pr}}{20}}$$

Akumulacija topline:

$$\frac{dT_u}{dt} = Q_u - k_1 \cdot A \cdot (T_u - T_1) - k_{1pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_u - T_{1pr}) - k_{1v} \cdot A_v \cdot (T_u - T_{1v})$$

$$\frac{dT_u}{dt} = Q_u - \frac{1}{m_z \cdot c_{pz}} \cdot [k_1 \cdot A \cdot (T_u - T_1) - k_{1pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_u - T_{1pr}) - k_{1v} \cdot A_v \cdot (T_u - T_{1v})]$$

### 3.1.2. Akumulacija topline u vratima

Vrata promatramo kao otvoreni sustav koji ima ulaz  $Q_u$ , a izlaz  $Q_i$ , te ih po debljini dijelimo na tri jednaka dijela. U svakom od ta tri dijela promatramo akumulaciju topline i temperaturu.

Podaci o vratima:

Vrata su izrađena od hrastovog drveta.

širina:  $a = 1$  m

visina:  $h = 2$  m

koeficijent toplinske vodljivosti:  $\lambda_v = 0,21$  W/mK

debljina:  $\delta_v = 0,04$  m

specifični toplinski kapacitet:  $c_{pv} = 2400$  J/kgK

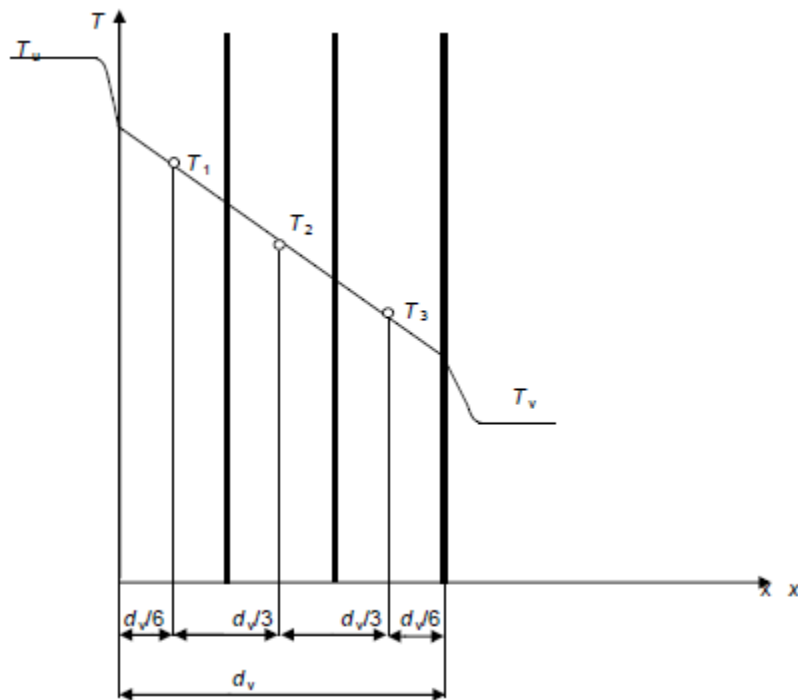
gustoća:  $\rho_v = 825$  kg/m<sup>3</sup>

površina:  $A_v = 2$  m<sup>2</sup>

unutarnji koeficijent prijelaza topline:  $\alpha_u = 9$  W/m<sup>2</sup>K

vanjski koeficijent prijelaza topline:  $\alpha_v = 20$  W/m<sup>2</sup>K

[7], [8]



Slika 3. Raspored temperatura u vratima podijeljenih na 3 dijela po debljini u stacionarnim uvjetima

Jednadžbe:

Ulazna i izlazna toplina i topline između promatranih točaka:

$$Q_u = k_{1v} \cdot A_v \cdot (T_u - T_{1v})$$

$$Q_{1,2} = k_{2v} \cdot A_v \cdot (T_{1v} - T_{2v})$$

$$Q_{2,3} = k_{3v} \cdot A_v \cdot (T_{2v} - T_{3v})$$

$$Q_i = k_{4v} \cdot A_v \cdot (T_{3v} - T_v)$$



Koeficijenti prolaza topline:

$$k_{1v} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{\delta_v}{\lambda_v}}; k_{2v} = \frac{1}{\frac{\delta_v}{\lambda_v}}; k_{3v} = \frac{1}{\frac{\delta_v}{\lambda_v}}; k_{4v} = \frac{1}{\frac{\delta_v}{\lambda_v} + \frac{1}{\alpha_i}}$$

Akumulacija topline:

$$\frac{dT_{1v}}{dt} = k_{1v} \cdot A_v \cdot (T_u - T_{1v}) - k_{2v} \cdot A_v \cdot (T_{1v} - T_{2v})$$

$$\frac{dT_{1v}}{dt} = \frac{A_v}{m_v \cdot c_{pv}} \cdot [k_{1v} \cdot (T_u - T_{1v}) - k_{2v} \cdot (T_{1v} - T_{2v})]$$

$$\frac{dT_{2v}}{dt} = k_{2v} \cdot A_v \cdot (T_{1v} - T_{2v}) - k_{3v} \cdot A_v \cdot (T_{2v} - T_{3v})$$

$$\frac{dT_{2v}}{dt} = \frac{A_v}{m_v \cdot c_{pv}} \cdot [k_{2v} \cdot (T_{1v} - T_{2v}) - k_{3v} \cdot (T_{2v} - T_{3v})]$$

$$\frac{dT_{3v}}{dt} = k_{3v} \cdot A_v \cdot (T_{2v} - T_{3v}) - k_{4v} \cdot A_v \cdot (T_{3v} - T_{4v})$$

$$\frac{dT_{3v}}{dt} = \frac{A_v}{m_v \cdot c_{pv}} \cdot [k_{3v} \cdot (T_{2v} - T_{3v}) - k_{4v} \cdot (T_{3v} - T_{4v})]$$

### 3.1.2. Akumulacija topline u unutarnjem i vanjskom staklu prozora

Unutarnje i vanjsko staklo prozora zasebno se promatraju kao sustav kojem se topline  $Q_u$  dovodi iznutra a topline  $Q_v$  odvodi prema van. Između ta dva stakla se nalazi međuprostor u kojem se, kao i u prostoriji, akumulira zrak. Unutarnje i vanjsko staklo su jednaki i imaju jednaka svojstva. Svako staklo je po debljini podijeljeno na tri jednaka dijela u kojima se promatra akumulacija topline i temperatura.

Podaci o prozoru:

širina:  $a = 5$  m

visina:  $h = 2$  m

površina:  $A_{pr} = 10$  m<sup>2</sup>

koeficijent toplinske vodljivosti stakla:  $\lambda_{pr} = 0,79$  W/mK

debljina stakla:  $\delta_{pr} = 0,004$  m

specifični toplinski kapacitet stakla:  $c_{ppr} = 770$  J/kgK

gustoća stakla:  $\rho_{pr} = 2550$  kg/m<sup>3</sup>

unutarnji koeficijent prijelaza topline:  $\alpha_u = 9$  W/m<sup>2</sup>K

vanjski koeficijent prijelaza topline:  $\alpha_v = 20$  W/m<sup>2</sup>K

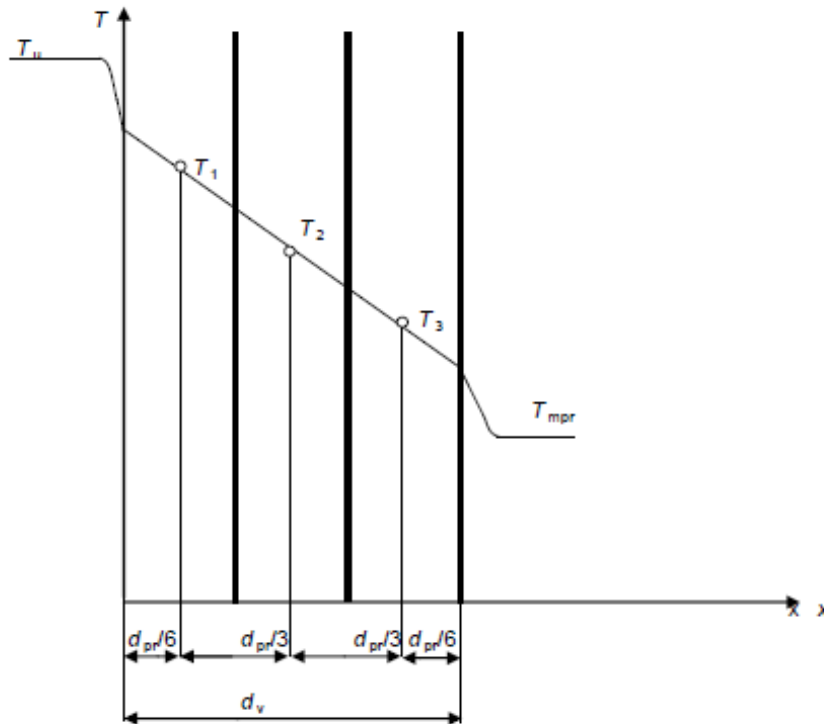
gustoća zraka u međuprostoru:  $\rho = 1,2252$  kg/m<sup>3</sup>

specifični toplinski kapacitet zraka u međuprostoru:  $c_p = 1103$  J/kgK

razmak između unutarnjeg i vanjskog stakla:  $d_{mpr} = 0,016$  m

[7], [8]

Unutarnje staklo:



**Slika 4. Raspored temperatura u stacionarnim uvjetima u unutarnjem staklu prozora koje je podijeljeno na 3 dijela po debljini**

Jednadžbe:

Unutarnje staklo:

Ulazna i izlazna toplina i topline između promatranih točaka:

$$Q_u = k_{1pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_u - T_{1pr})$$

$$Q_{1,2} = k_{2pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{1pr} - T_{2pr})$$

$$Q_{2,3} = k_{3pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{2pr} - T_{3pr})$$

$$Q_i = k_{4pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{3pr} - T_{mpr})$$

Koeficijent prolaza topline:

$$k_{1pr} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{\delta_{pr}}{\lambda_{pr}}}; k_{2pr} = \frac{1}{\frac{\delta_{pr}}{3} + \frac{\delta_{pr}}{\lambda_{pr}}}; k_{3pr} = \frac{1}{\frac{\delta_{pr}}{3} + \frac{\delta_{pr}}{\lambda_{pr}}}; k_{4pr} = \frac{1}{\frac{\delta_{pr}}{6} + \frac{1}{\alpha_v}}$$

Akumulacija topline:

$$\frac{dT_{1pr}}{dt} = k_{1pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_u - T_{1pr}) - k_{2pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{1pr} - T_{2pr})$$

$$\frac{dT_{1pr}}{dt} = \frac{A_{pr}}{m_{pr} \cdot c_{pr}} \cdot [k_{1pr} \cdot (T_u - T_{1pr}) - k_{2pr} \cdot (T_{1pr} - T_{2pr})]$$

$$\frac{dT_{2pr}}{dt} = k_{2pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{1pr} - T_{2pr}) - k_{3pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{2pr} - T_{3pr})$$

$$\frac{dT_{2pr}}{dt} = \frac{A_{pr}}{m_{pr} \cdot c_{pr}} \cdot [k_{2pr} \cdot (T_{1pr} - T_{2pr}) - k_{3pr} \cdot (T_{2pr} - T_{3pr})]$$

$$\frac{dT_{3pr}}{dt} = k_{3pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{2pr} - T_{3pr}) - k_{4pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{3pr} - T_{4pr})$$

$$\frac{dT_{3pr}}{dt} = \frac{A_{pr}}{m_{pr} \cdot c_{pr}} \cdot [k_{3pr} \cdot (T_{2pr} - T_{3pr}) - k_{4pr} \cdot (T_{3pr} - T_{4pr})]$$

Međuprostor između unutarnjeg i vanjskog stakla prozora

Akumulacija topline se izvodi na isti način kao i u prostoriji. Zamišljamo ga kao otvoreni sustav u koji dolazi toplina iz unutarnjeg stakla, a izlazi u vanjsko staklo.

Jednadžbe:

Ulazna i izlazna toplina i topline između promatranih točaka:

$$Q_u = k_{4pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{3pr} - T_{mpr})$$

$$Q_i = k_{5pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{mpr} - T_{4pr})$$

Akumulacija topline:

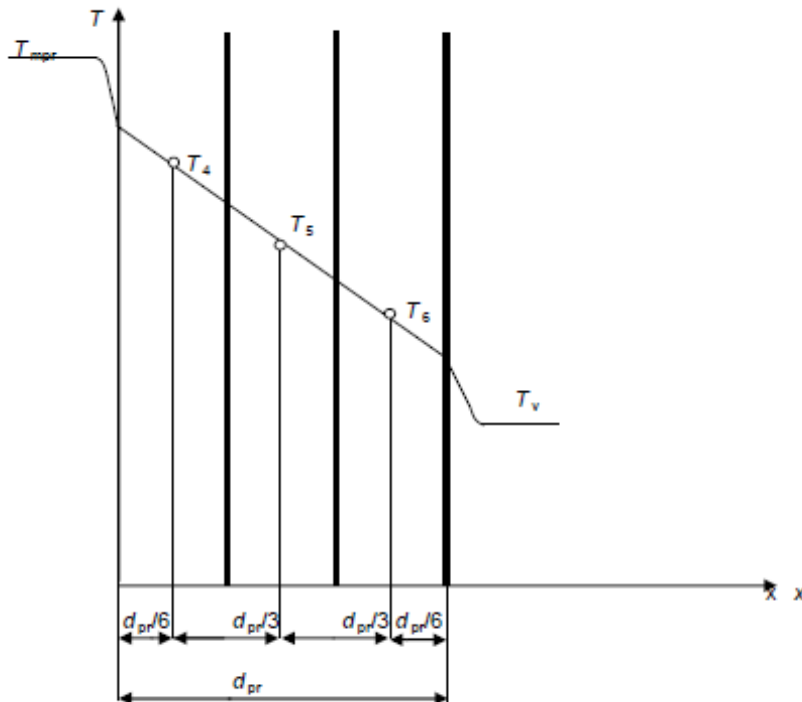
$$\frac{dT_{mpr}}{dt} = k_{4pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{3pr} - T_{mpr}) - k_{5pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{mpr} - T_{4pr})$$

$$\frac{dT_{mpr}}{dt} = \frac{A_{pr}}{m_z \cdot c_{pz}} \cdot [k_{4pr} \cdot (T_{3pr} - T_{4pr}) - k_{5pr} \cdot (T_{mpr} - T_{4pr})]$$

Koeficijent prolaza topline:

$$k_{5pr} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{\delta_{pr}}{\lambda_{pr}}}$$

Vanjsko staklo:



Slika 5. Raspored temperatura u stacionarnim ujetima u vanjskom staklu prozora, koje je podijeljeno na 3 dijela po debljini

Jednadžbe:

Ulazna i izlazna toplina i topline između promatranih točaka:

$$Q_u = k_{5pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{mpr} - T_{4pr})$$

$$Q_{4,5} = k_{6pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{4pr} - T_{5pr})$$

$$Q_{5,6} = k_{7pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{5pr} - T_{6pr})$$

$$Q_i = k_{8pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{6pr} - T_v)$$

Koeficijent prolaza topline:

$$k_{6pr} = \frac{1}{\frac{\delta_{pr}}{\frac{3}{\lambda_{pr}}}}; k_{7pr} = \frac{1}{\frac{\delta_{pr}}{\frac{3}{\lambda_{pr}}}}; k_{8pr} = \frac{1}{\frac{\delta_{pr}}{\frac{6}{\lambda_{pr}} + \frac{1}{\alpha_v}}}$$

Akumulacija topline:

$$\frac{dT_{4pr}}{dt} = k_{5pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{mpr} - T_{4pr}) - k_{6pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{4pr} - T_{5pr})$$

$$\frac{dT_{4pr}}{dt} = \frac{A_{pr}}{m_{pr} \cdot c_{pr}} \cdot [k_{5pr} \cdot (T_{mpr} - T_{4pr}) - k_{6pr} \cdot (T_{4pr} - T_{5pr})]$$

$$\frac{dT_{5pr}}{dt} = k_{6pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{4pr} - T_{5pr}) - k_{7pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{5pr} - T_{6pr})$$

$$\frac{dT_{5pr}}{dt} = \frac{A_{pr}}{m_{pr} \cdot c_{pr}} \cdot [k_{6pr} \cdot (T_{4pr} - T_{5pr}) - k_{7pr} \cdot (T_{5pr} - T_{6pr})]$$

$$\frac{dT_{6pr}}{dt} = k_{7pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{5pr} - T_{6pr}) - k_{8pr} \cdot A_{pr} \cdot (T_{6pr} - T_v)$$

$$\frac{dT_{6pr}}{dt} = \frac{A_{pr}}{m_{pr} \cdot c_{pr}} \cdot [k_{7pr} \cdot (T_{5pr} - T_{6pr}) - k_{8pr} \cdot (T_{6pr} - T_v)]$$

### 3.1.3. Akumulacija topline u zidovima

Promatra se akumulacija topline u zidovima armirano betonskom konstrukcijom. Zidove promatramo kao otvoreni sustav kojem se s jedne strane iz prostorije dovodi topline a s druge strane odvodi u okoliš.

Konstrukcija s armiranim betonom

Zid se sastoji od armiranog betona i izolacije od stiropora. Svaki sloj je podijeljen na deset dijelova po debljini u kojima se promatra akumulacija topline i promjena temperature.

Dimenzije zida:

duljina  $a = 7$  m

visina  $h = 2,5$  m

debljina  $\delta = 0,45$  m

Podaci o armiranom betonu:

unutarnji koeficijent prijelaza topline:  $\alpha_u = 9$  W/m<sup>2</sup>K

vanjski koeficijent prijelaza topline:  $\alpha_v = 20$  W/m<sup>2</sup>K

koeficijent toplinske vodljivosti:  $\lambda_b = 2,6$  W/mK

debljina:  $\delta_b = 0,25$  m

specifični toplinski kapacitet:  $c_{pb} = 1000$  J/kgK

gustoća:  $\rho_b = 2400$  kg/m<sup>3</sup>

[7], [8]

Podaci o izolaciji:

koeficijent toplinske vodljivosti:  $\lambda_i = 0,04$  W/mK

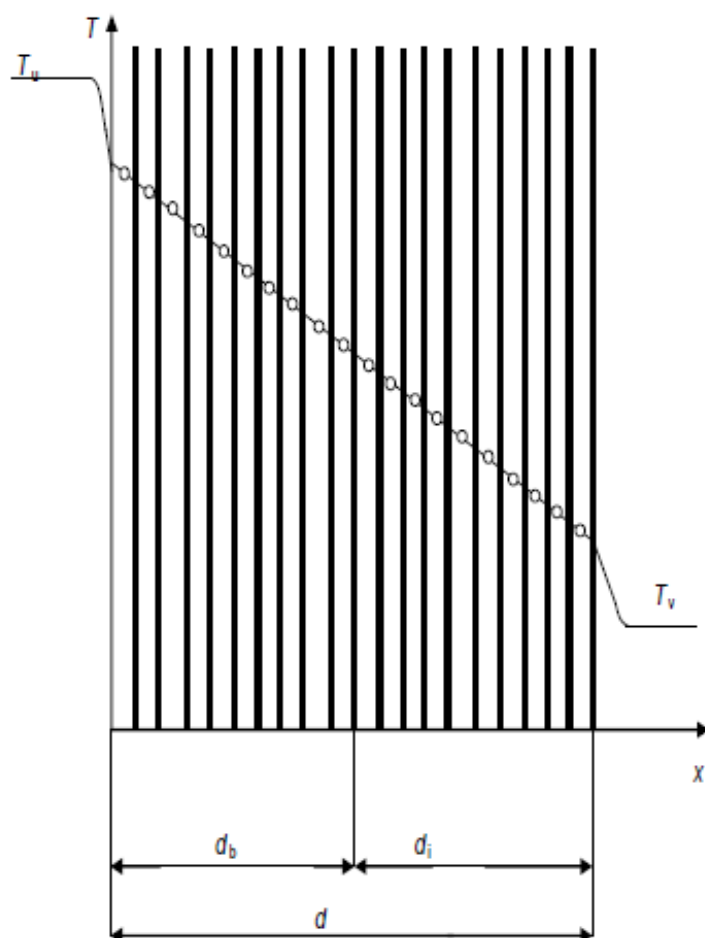
debljina:  $\delta_i = 0,2$  m

specifični toplinski kapacitet:  $c_{pi} = 1500$  J/kgK

gustoća:  $\rho_i = 15$  kg/m<sup>3</sup>

[7], [8]





**Slika 6. Raspored temperatura u zidu konstrukcije s armiranim betonom u stacionarnim uvjetima**

Jednadžbe:

Ulazna i izlazna toplina i topline između promatranih točaka:

Armirani beton:

$$Q_u = k_1 \cdot A \cdot (T_u - T_1)$$

$$Q_{1,2} = k_2 \cdot A \cdot (T_1 - T_2)$$

$$Q_{2,3} = k_3 \cdot A \cdot (T_2 - T_3)$$

$$Q_{3,4} = k_4 \cdot A \cdot (T_3 - T_4)$$

$$Q_{4,5} = k_5 \cdot A \cdot (T_4 - T_5)$$

$$Q_{5,6} = k_6 \cdot A \cdot (T_5 - T_6)$$

$$Q_{6,7} = k_7 \cdot A \cdot (T_6 - T_7)$$

$$Q_{7,8} = k_8 \cdot A \cdot (T_7 - T_8)$$

$$Q_{8,9} = k_9 \cdot A \cdot (T_8 - T_9)$$

$$Q_{9,10} = k_{10} \cdot A \cdot (T_9 - T_{10})$$

Izolacija:

$$Q_{10,11} = k_{11} \cdot A \cdot (T_{10} - T_{11})$$

$$Q_{11,12} = k_{12} \cdot A \cdot (T_{11} - T_{12})$$

$$Q_{12,13} = k_{13} \cdot A \cdot (T_{12} - T_{13})$$

$$Q_{13,14} = k_{14} \cdot A \cdot (T_{13} - T_{14})$$

$$Q_{14,15} = k_{15} \cdot A \cdot (T_{14} - T_{15})$$

$$Q_{15,16} = k_{16} \cdot A \cdot (T_{15} - T_{16})$$

$$Q_{16,17} = k_{17} \cdot A \cdot (T_{16} - T_{17})$$

$$Q_{17,18} = k_{18} \cdot A \cdot (T_{17} - T_{18})$$

$$Q_{18,19} = k_{19} \cdot A \cdot (T_{18} - T_{19})$$

$$Q_{19,20} = k_{20} \cdot A \cdot (T_{19} - T_{20})$$

$$Q_i = k_{21} \cdot A \cdot (T_{20} - T_v)$$

Koeficijent prolaza topline:

Armirani beton:

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{\delta_b}{\lambda_b}}; k_2 = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_b}}; k_3 = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_b}}; k_4 = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_b}}; k_5 = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_b}}; k_6 = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_b}}; k_7 = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_b}}; k_8 = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_b}}; k_9 = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_b}}; k_{10} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_b}}$$

Izolacija:

$$k_{11} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{20} \frac{1}{\lambda_b} + \frac{\delta_b}{20} \frac{1}{\lambda_i}}; k_{12} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_i}}; k_{13} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_i}}; k_{14} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_i}}; k_{15} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_i}}; k_{16} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_i}}; k_{17} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_i}}; k_{18} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_i}}; k_{19} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_i}}; k_{20} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{10} \frac{1}{\lambda_i}}; k_{21} = \frac{1}{\frac{\delta_b}{20} \frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_v}}$$

Akumulacija topline:

Armirani beton:

$$\frac{dT_1}{dt} = k_1 \cdot A \cdot (T_u - T_1) - k_2 \cdot A \cdot (T_1 - T_{2p})$$

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_1 \cdot (T_u - T_1) - k_2 \cdot (T_1 - T_2)]$$

$$\frac{dT_2}{dt} = k_2 \cdot A \cdot (T_1 - T_2) - k_3 \cdot A \cdot (T_2 - T_3)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_2 \cdot (T_1 - T_2) - k_3 \cdot (T_2 - T_3)]$$

$$\frac{dT_3}{dt} = k_3 \cdot A \cdot (T_2 - T_3) - k_4 \cdot A \cdot (T_3 - T_4)$$

$$\frac{dT_3}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_3 \cdot (T_2 - T_3) - k_4 \cdot (T_3 - T_4)]$$

$$\frac{dT_4}{dt} = k_4 \cdot A \cdot (T_3 - T_4) - k_5 \cdot A \cdot (T_4 - T_5)$$

$$\frac{dT_4}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_4 \cdot (T_3 - T_4) - k_5 \cdot (T_4 - T_5)]$$

$$\frac{dT_5}{dt} = k_5 \cdot A \cdot (T_4 - T_5) - k_6 \cdot A \cdot (T_5 - T_6)$$

$$\frac{dT_5}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_5 \cdot (T_4 - T_5) - k_6 \cdot (T_5 - T_6)]$$

$$\frac{dT_6}{dt} = k_6 \cdot A \cdot (T_5 - T_6) - k_7 \cdot A \cdot (T_6 - T_7)$$

$$\frac{dT_6}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_6 \cdot (T_5 - T_6) - k_7 \cdot (T_6 - T_7)]$$

$$\frac{dT_7}{dt} = k_7 \cdot A \cdot (T_6 - T_7) - k_8 \cdot A \cdot (T_7 - T_8)$$

$$\frac{dT_7}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_7 \cdot (T_6 - T_7) - k_8 \cdot (T_7 - T_8)]$$

$$\frac{dT_8}{dt} = k_8 \cdot A \cdot (T_7 - T_8) - k_9 \cdot A \cdot (T_8 - T_9)$$

$$\frac{dT_8}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_8 \cdot (T_7 - T_8) - k_9 \cdot (T_8 - T_9)]$$

$$\frac{dT_9}{dt} = k_9 \cdot A \cdot (T_8 - T_9) - k_{10} \cdot A \cdot (T_9 - T_{10})$$

$$\frac{dT_9}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_9 \cdot (T_8 - T_9) - k_{10} \cdot (T_9 - T_{10})]$$

$$\frac{dT_{10}}{dt} = k_{10} \cdot A \cdot (T_9 - T_{10}) - k_{11} \cdot A \cdot (T_{10} - T_{11})$$

$$\frac{dT_{10}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{10} \cdot (T_9 - T_{10}) - k_{11} \cdot (T_{10} - T_{11})]$$

Izolacija:

$$\frac{dT_{11}}{dt} = k_{11} \cdot A \cdot (T_{10} - T_{11}) - k_{12} \cdot A \cdot (T_{11} - T_{12})$$

$$\frac{dT_{11}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{11} \cdot (T_{10} - T_{11}) - k_{12} \cdot (T_{11} - T_{12})]$$

$$\frac{dT_{12}}{dt} = k_{12} \cdot A \cdot (T_{11} - T_{12}) - k_{13} \cdot A \cdot (T_{12} - T_{13})$$

$$\frac{dT_{12}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{12} \cdot (T_{11} - T_{12}) - k_{13} \cdot (T_{12} - T_{13})]$$

$$\frac{dT_{13}}{dt} = k_{13} \cdot A \cdot (T_{12} - T_{13}) - k_{14} \cdot A \cdot (T_{13} - T_{14})$$

$$\frac{dT_{13}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{13} \cdot (T_{12} - T_{13}) - k_{14} \cdot (T_{13} - T_{14})]$$

$$\frac{dT_{14}}{dt} = k_{14} \cdot A \cdot (T_{13} - T_{14}) - k_{15} \cdot A \cdot (T_{14} - T_{15})$$

$$\frac{dT_{14}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{14} \cdot (T_{13} - T_{14}) - k_{15} \cdot (T_{14} - T_{15})]$$

$$\frac{dT_{15}}{dt} = k_{15} \cdot A \cdot (T_{14} - T_{15}) - k_{16} \cdot A \cdot (T_{15} - T_{16})$$

$$\frac{dT_{15}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{15} \cdot (T_{14} - T_{15}) - k_{16} \cdot (T_{15} - T_{16})]$$

$$\frac{dT_{16}}{dt} = k_{16} \cdot A \cdot (T_{15} - T_{16}) - k_{17} \cdot A \cdot (T_{16} - T_{17})$$

$$\frac{dT_{16}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{16} \cdot (T_{15} - T_{16}) - k_{17} \cdot (T_{16} - T_{17})]$$

$$\frac{dT_{17}}{dt} = k_{17} \cdot A \cdot (T_{16} - T_{17}) - k_{18} \cdot A \cdot (T_{17} - T_{18})$$

$$\frac{dT_{17}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{17} \cdot (T_{16} - T_{17}) - k_{18} \cdot (T_{17} - T_{18})]$$

$$\frac{dT_{18}}{dt} = k_{18} \cdot A \cdot (T_{17} - T_{18}) - k_{19} \cdot A \cdot (T_{18} - T_{19})$$

$$\frac{dT_{18}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{18} \cdot (T_{17} - T_{18}) - k_{19} \cdot (T_{18} - T_{19})]$$

$$\frac{dT_{19}}{dt} = k_{19} \cdot A \cdot (T_{18} - T_{19}) - k_{20} \cdot A \cdot (T_{19} - T_{20})$$

$$\frac{dT_{19}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{19} \cdot (T_{18} - T_{19}) - k_{20} \cdot (T_{19} - T_{20})]$$

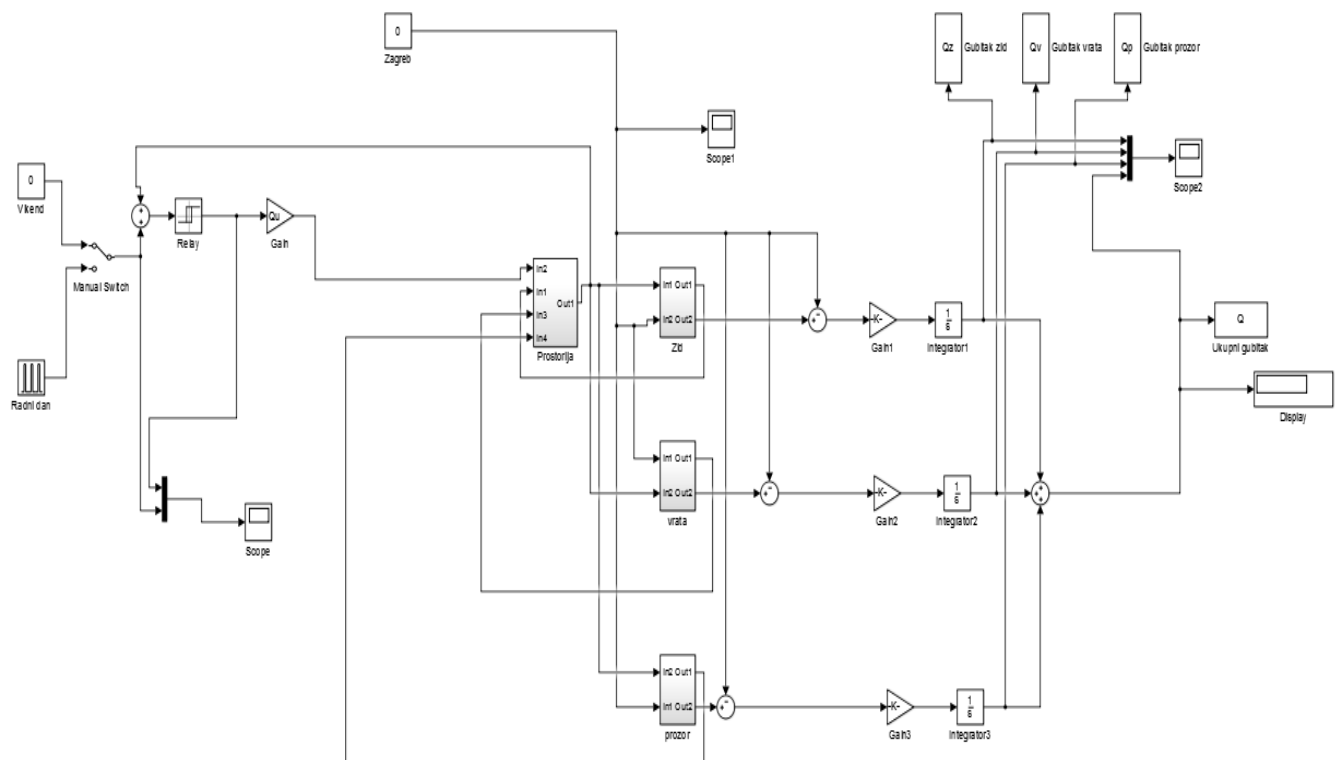
$$\frac{dT_{20}}{dt} = k_{20} \cdot A \cdot (T_{19} - T_{20}) - k_{21} \cdot A \cdot (T_{20} - T_v)$$

$$\frac{dT_{20}}{dt} = \frac{A}{m_b \cdot c_{pb}} \cdot [k_{20} \cdot (T_{19} - T_{20}) - k_{21} \cdot (T_{20} - T_v)]$$

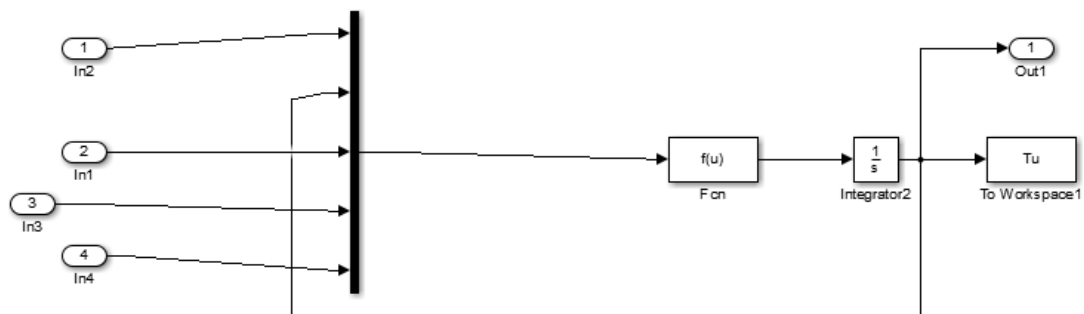


## 4. REZULTATI SIMULACIJE

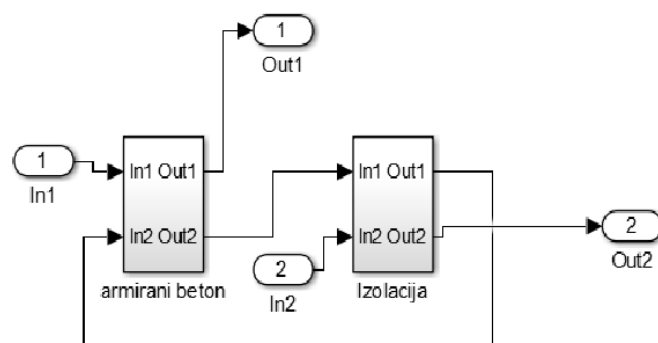
Simulacija toplinskih tokova se vršila u Simulink-u, a temelji se na analizi akumulacije topline u prozoru, zidovima, stropu i podu. Komponente promatranih stanova su definirane blokovima koji u sebi sadrže skupove diferencijalnih jednadžbi prevedene u modelske sheme. U ovom radu je napravljena toplinska analiza stana zgrade od armiranog betona. Stalno grijanje je režim rada u kojem termostat održava temperaturu zraka u prostoriji od 21,5 do 22 °C dok je intermitentno grijanje režim rada u kojem termostat tijekom radnog vremena od 8 do 16 sati održava temperaturu od 15,5 do 16 °C, a ostatak dana održava temperaturu od 21,5 do 22 °C. Vanjska temperatura je 0 °C [9], a temperatura okolnih prostorija u zgradi 22 °C. Vrijeme trajanja simulacije je 10 dana, a promatrani su rezultati tijekom zadnja 3 dana.



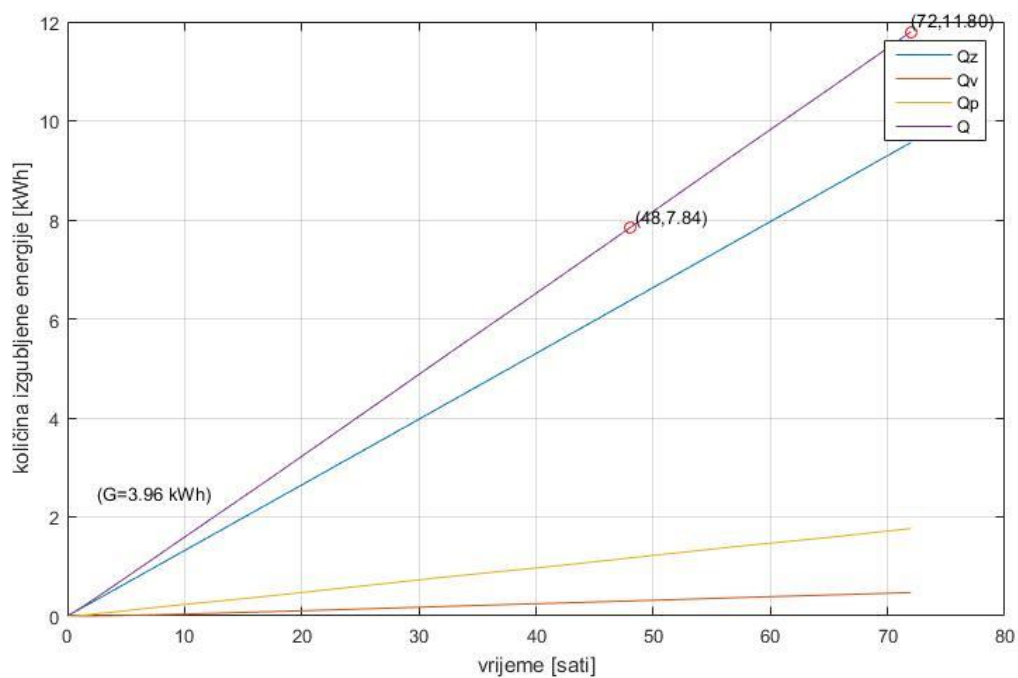
Slika 7. Modelna shema stana u Simulink-u



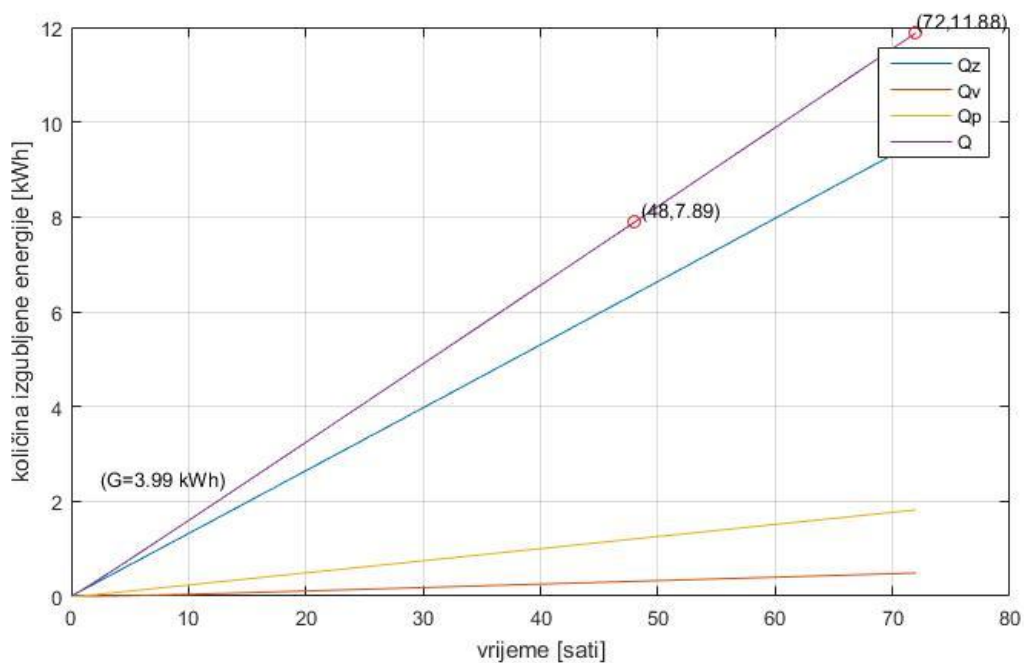
Slika 8. Modelska shema segmenta prostorije



Slika 9. Modelska shema segmenta zida

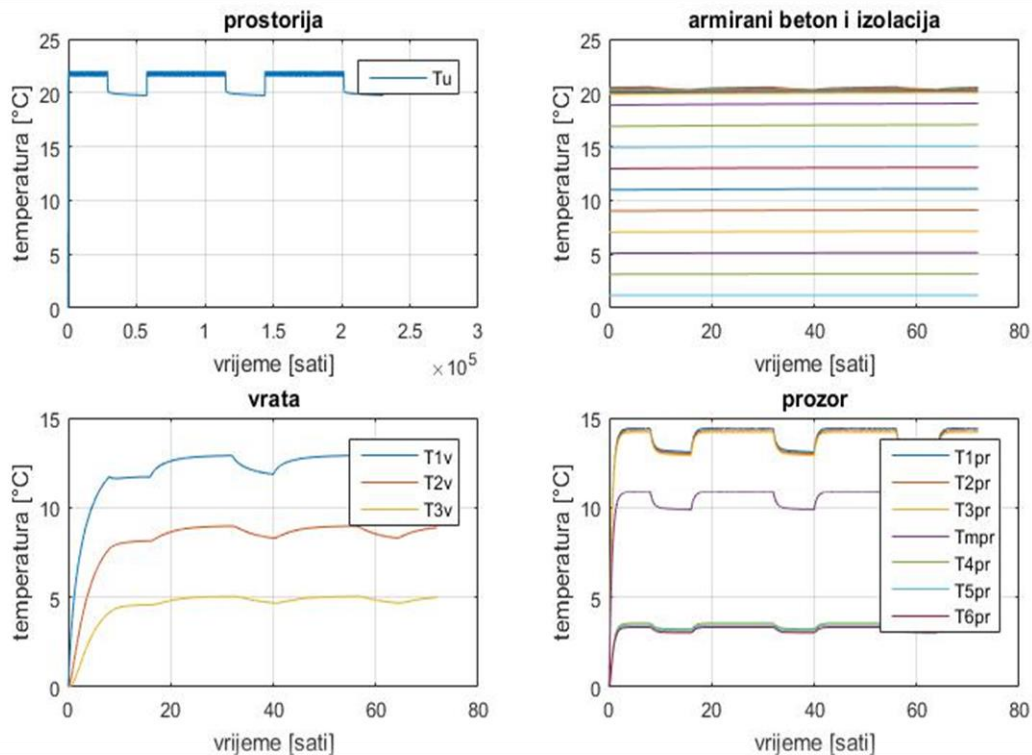


**Slika 10. Količina izgubljene energije kod intermitentnog režima**



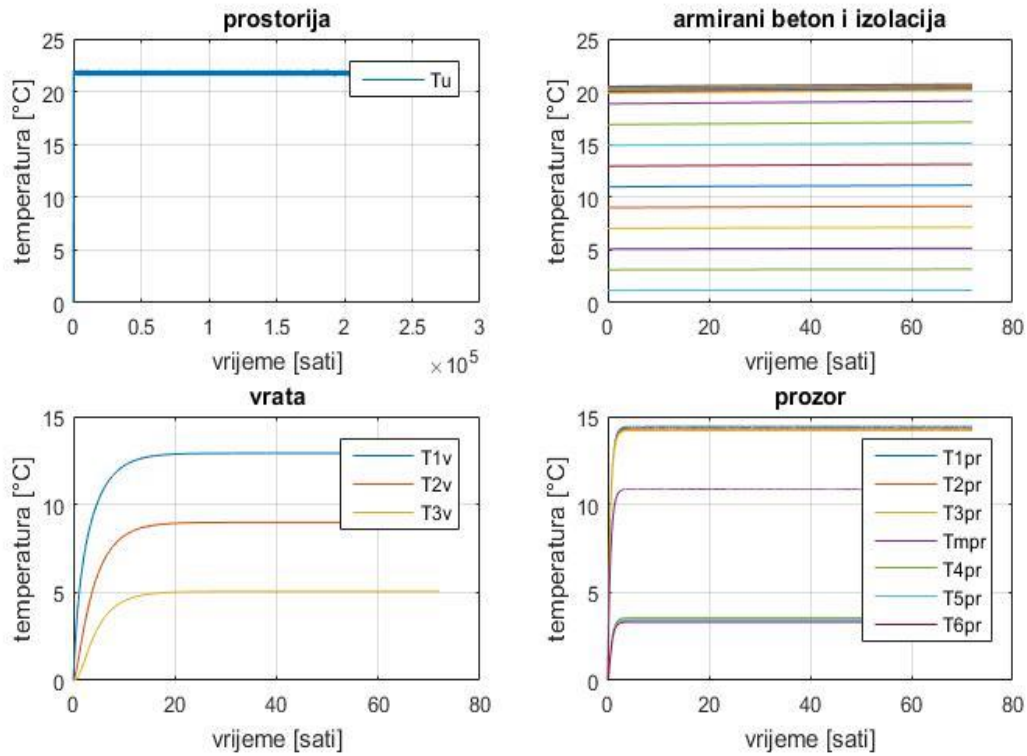
**Slika 11. Količina izgubljene energije kod kontinuiranog režima**

Slike 10 i 11 pokazuju količinu izgubljene energije kroz prozor, zid, vrata te ukupnu količinu pri intermitentnom i kontinuiranom režimu rada. Izražena količina je za prva tri dana simulacije.



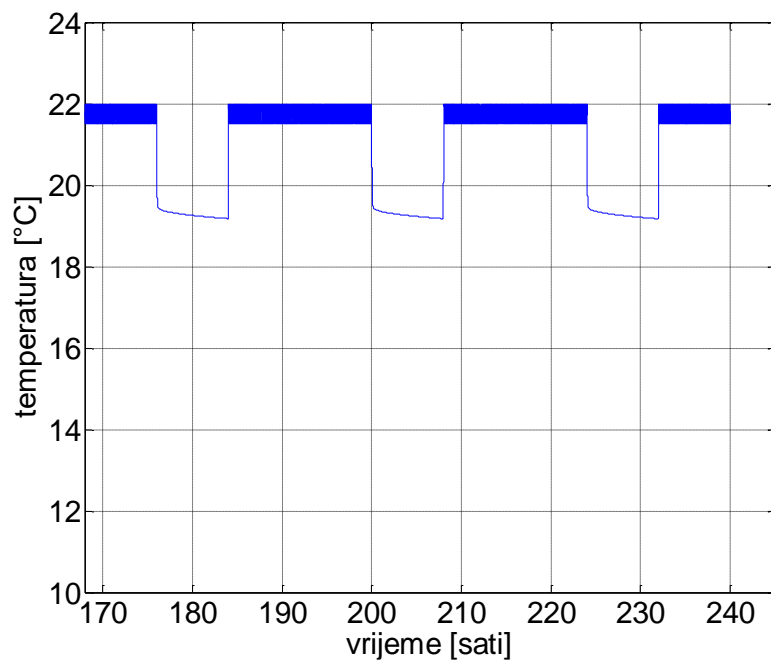
Slika 12. Temperature u prostoriji, zidu, vratima i prozoru

Slika 12 pokazuje temperature u prostoriji, zidu, vratima i prozoru u intermitentnom režimu rada tijekom prva 3 dana simulacije. Iz temperatura je vidljivo da termostat u periodu od 8 sati ujutro do 16 sati popodne snižava temperaturu na 16°C no zbog progrijanosti ta temperatura ne pada ispod 19°C. Iz dijagrama za armirani beton i izolaciju vidimo da je taj materijal toplinski tromiji te da se ne vide velike razlike u slojevima tijekom snižavanja temperature u prostoriji. Vrata i prozor ipak brže reagiraju na promjenu, pogotovo prozor gdje vidimo razliku između vanjskog stakla, međuprostora i unutarnjeg stakla.

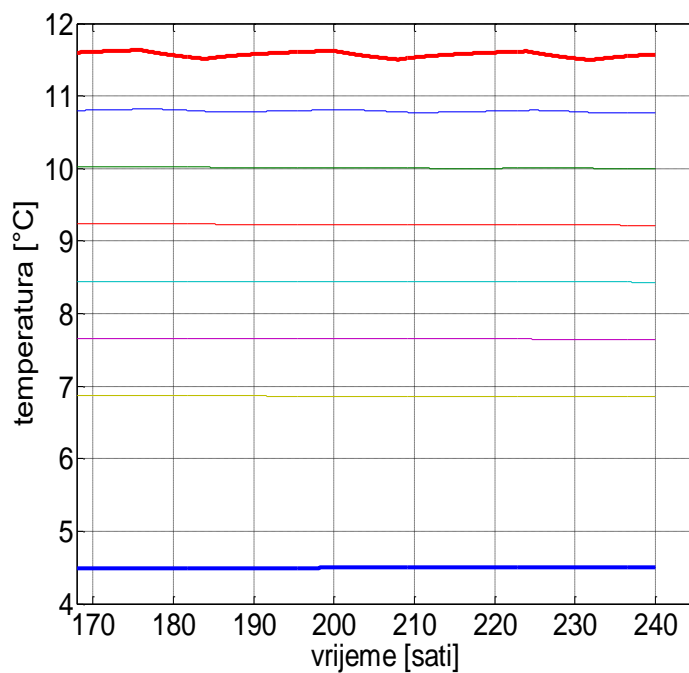


Slika 13. Temperature u prostoriji, zidu, vratima i prozoru

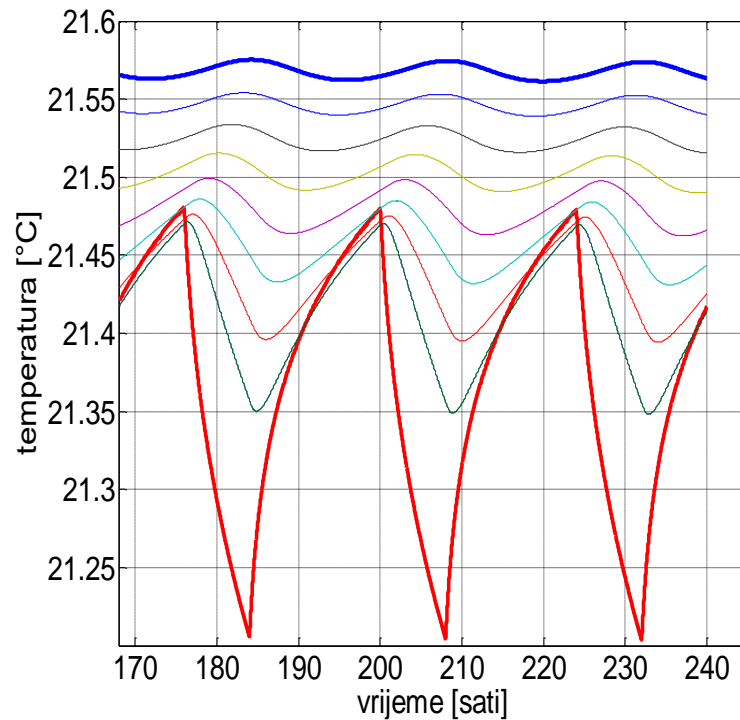
Slika 13 pokazuje temperature u prostoriji, zidu, vratima i prozoru u kontinuiranom režimu rada tijekom prva 3 dana simulacije. Iz dijagrama su jasno vidljive konstantne temperature u pojedinim slojevima elemenata. Nakon početnog progrijavanja temperatura se ustaljuje i održava na konstantnom nivou.

Intermitentni režim**Slika 14. Temperatura u prostoriji**

Intermitentnim režimom rada temperatura u prostoriji se održava na 22°C do 8 sati ujutro. Slika 14 prikazuje promjenu temperature u prostoriji posljednja 72 sata simulacije.

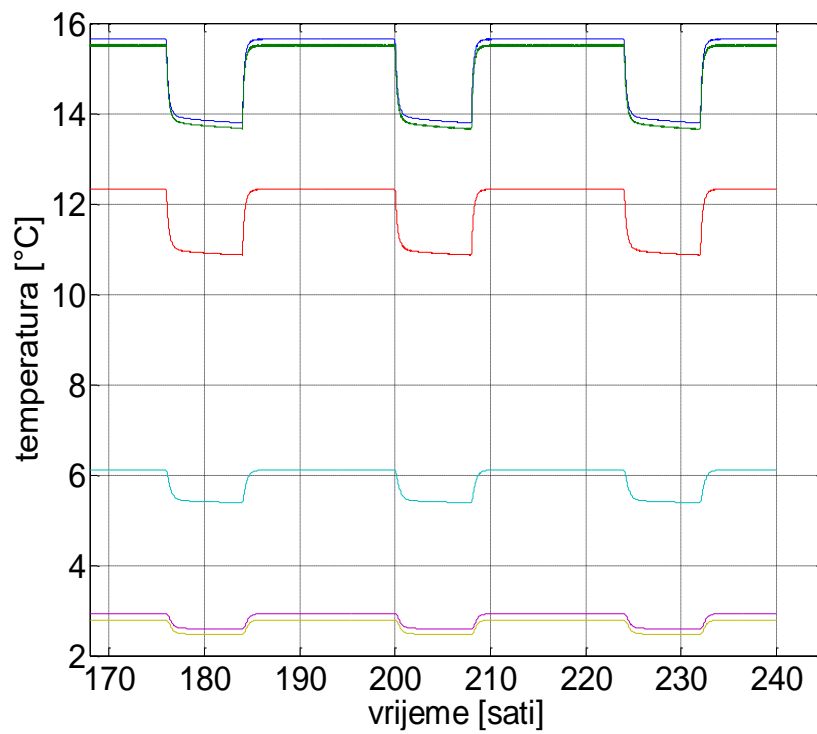
**Slika 15. Temperature u vanjskom zidu**

Slika 15 prikazuje promjenu temperature u vanjskom zidu. Zid je potpuno progrijan. U 8 sati grijač se isključuje te dolazi do naglog smanjenja temperature prostorije zbog velikog toplinskog ponora armiranog betona. Prikazani su temperature u pojedinim segmentima zida.



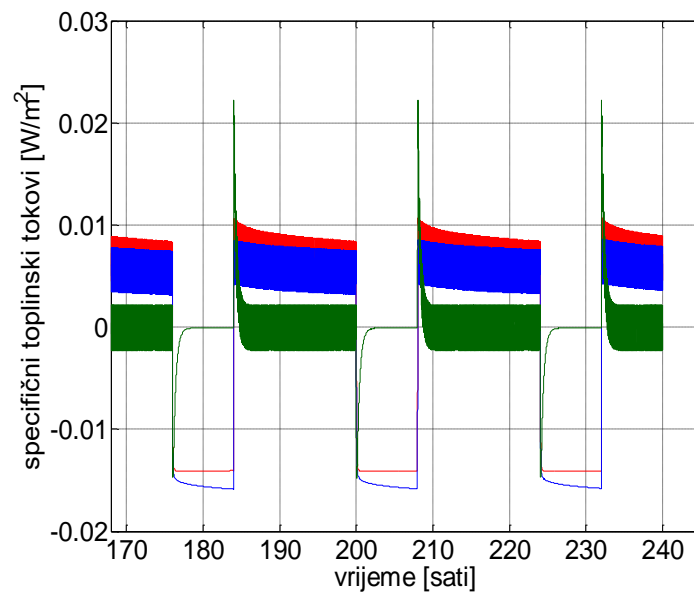
**Slika 16. Temperature u unutarnjem zidu**

Slika 16 prikazuje promjenu temperature u unutarnjem zidu tijekom posljednja 72 sata simulacije. Vidljiv je drastičan pad temperature u prvom sloju unutarnjeg zida u razdoblju kada termostat snižava temperaturu u prostoriji. Taj pad je sve manje izražen u ostalima slojevima, u smjeru vanjskog zida. Također je vidljivo da u slojevima bližima vanjskom zidu temperatura pada sa zakašnjenjem iz razloga samog materijala, armiranog betona. Potrebno je određeno vrijeme dok toplinski tok dođe do vanjskih slojeva.



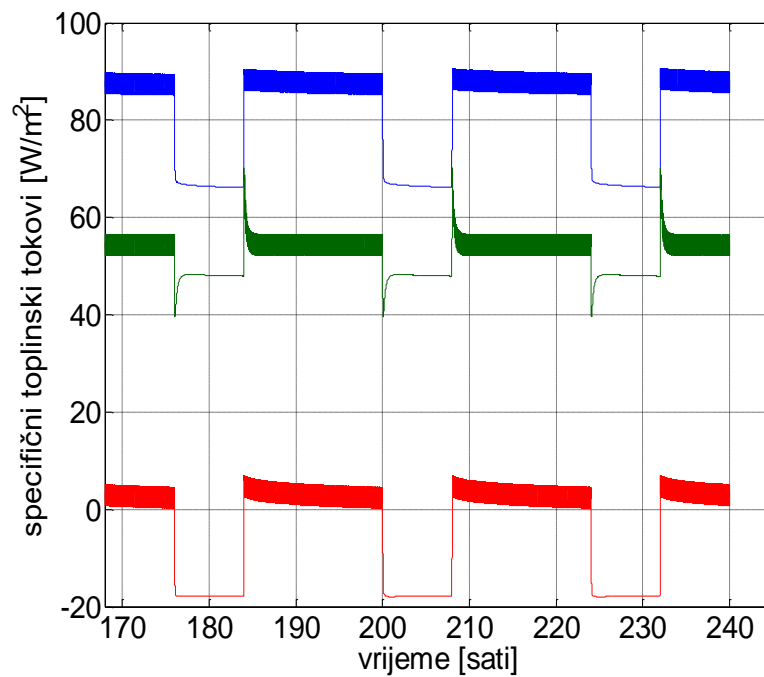
Slika 17. Temperature u prozoru

Slika 17 prikazuju promjenu temperature u prozoru tijekom posljednja 72 sata simulacije.



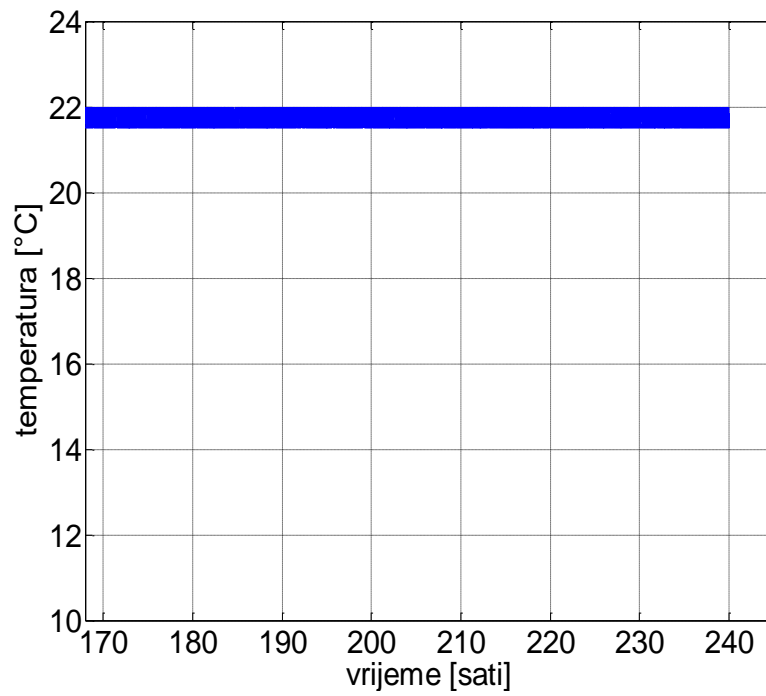
Slika 18. Akumulacija toplinskih tokova



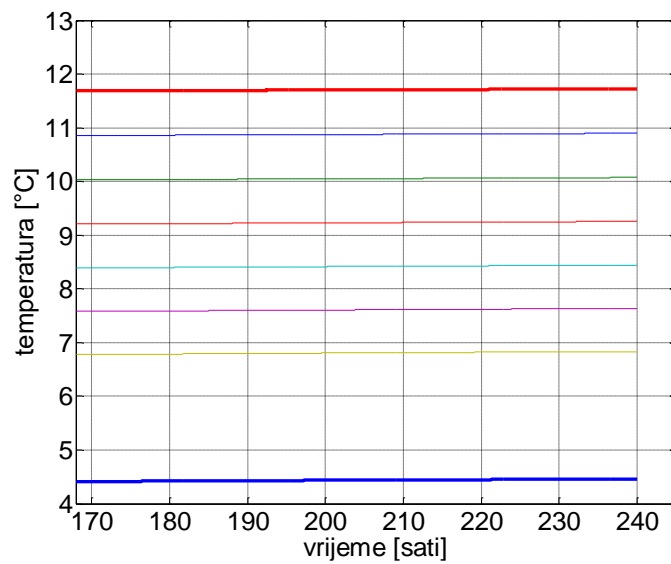


**Slika 19. Toplinski tokovi**

Slike 18 i 19 prikazuju toplinske tokove i njihovu akumulaciju u prostoriji tijekom posljednja 72 sata simulacije. Crvenom bojom je prikazan toplinski tok kroz unutarnji zid, plavom bojom toplinski tok kroz vanjski zid, a zelenom bojom toplinski tok kroz prozor. Vidljivo je da se najviše toplinskog toka akumulira u unutarnjem zidu, a najmanje u prozoru. Iz dijagrama se vidi da akumulirani toplinski tok u periodu kada se smanjuje temperatura ide u negativni dio, što znači da se prethodno akumulirani toplinski tok predaje prostoriji.

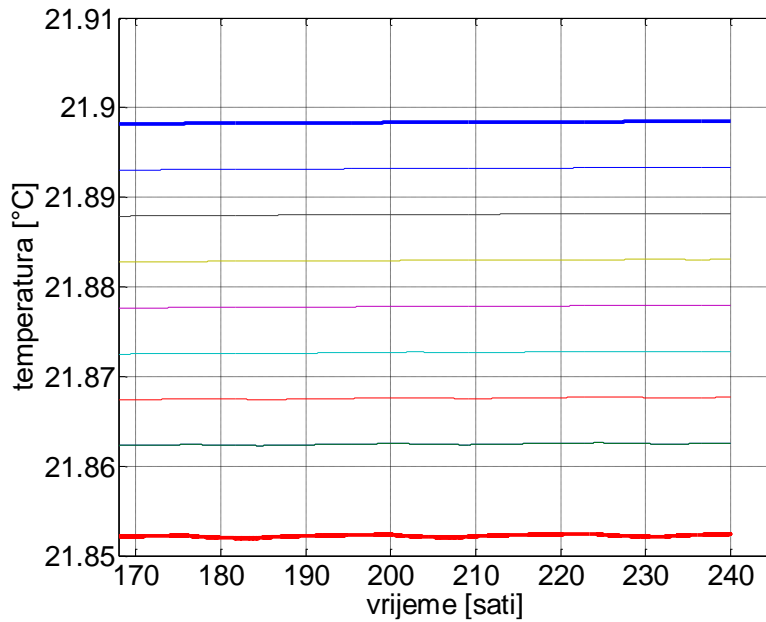
Kontinuirani režim

Slika 20. Temperatura u prostoriji

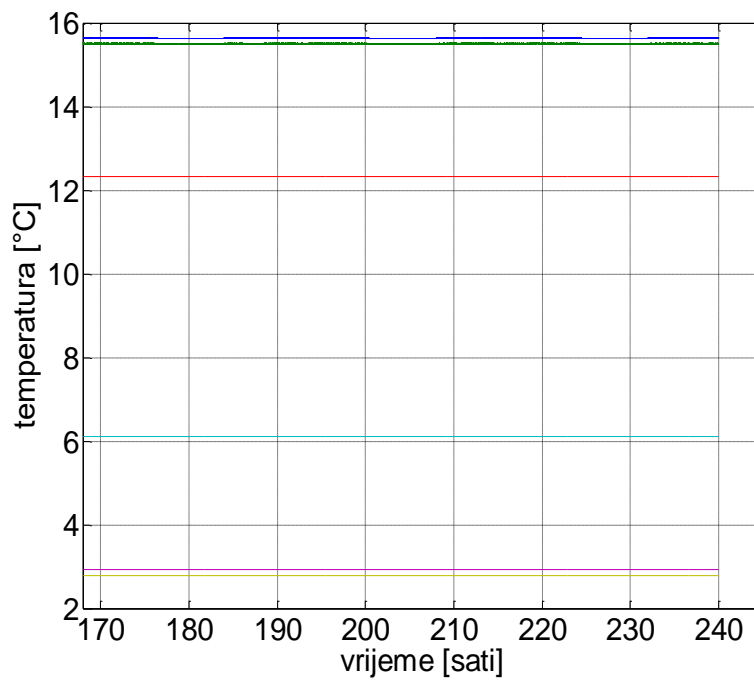


Slika 21. Temperature u vanjskom zidu

Slike 11 i 12 prikazuju promjenu temperature u prostoriji odnosno u vanjskom zidu tijekom posljednja 72 sata simulacije. Zid je potpuno progrijan. Temperatura u prostoriji je konstantna.

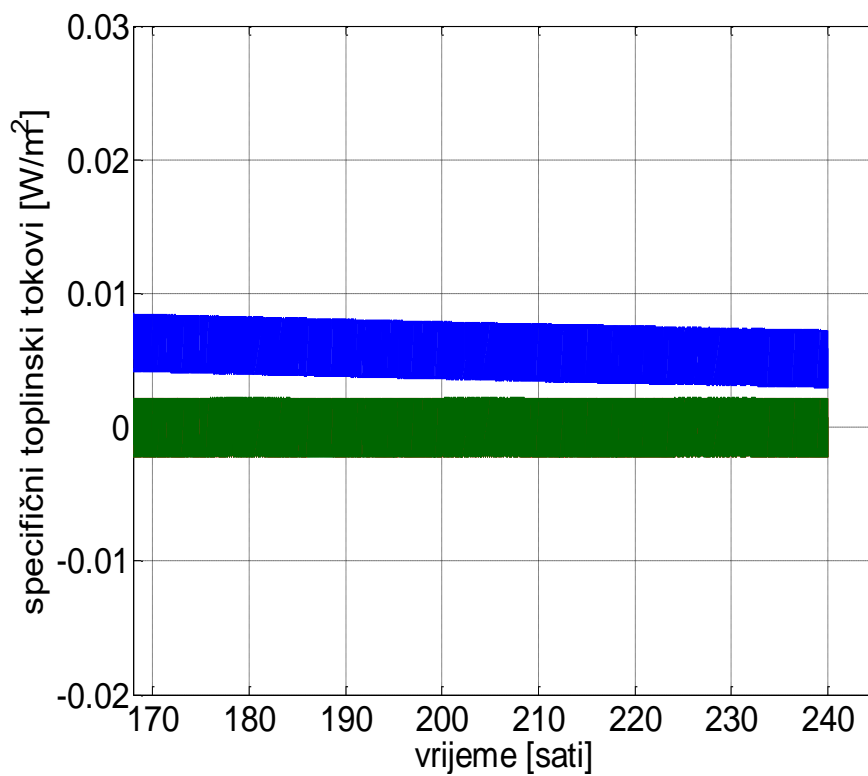


Slika 22. Temperature u unutarnjem zidu

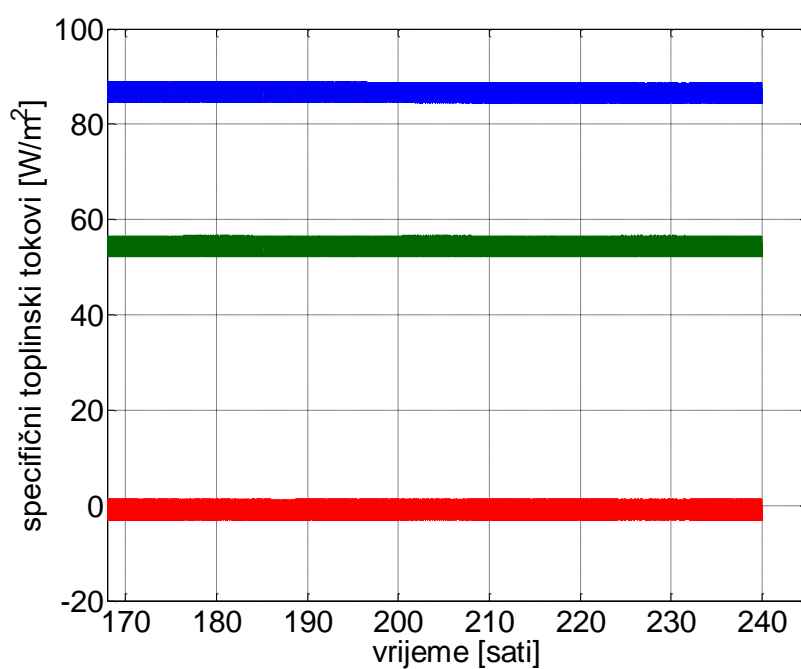


Slika 23. Temperature u prozoru

Slike 23 i 23 prikazuju promjenu temperature u unutarnjem zidu odnosno u prozoru tokom posljednja 72 sata simulacije.

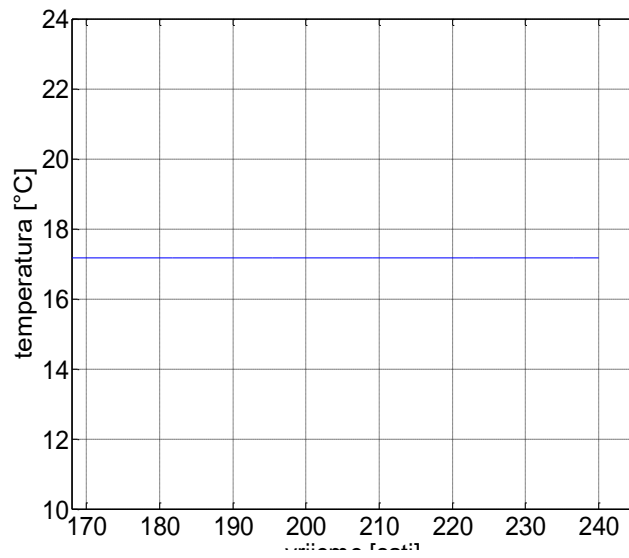
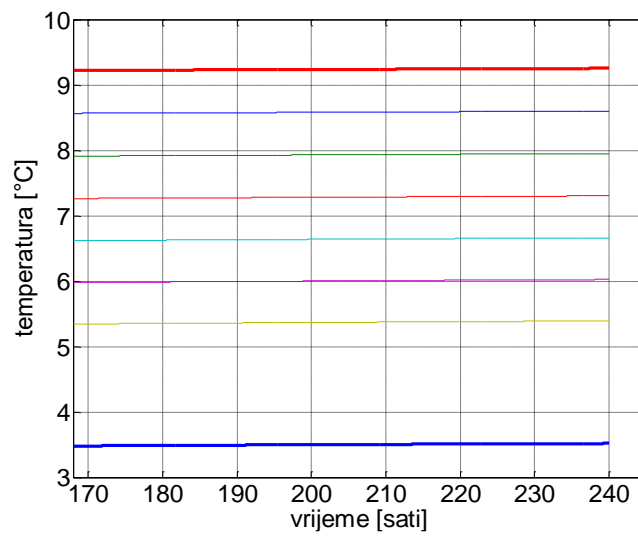


Slika 24. Akumulacija toplinskih tokova

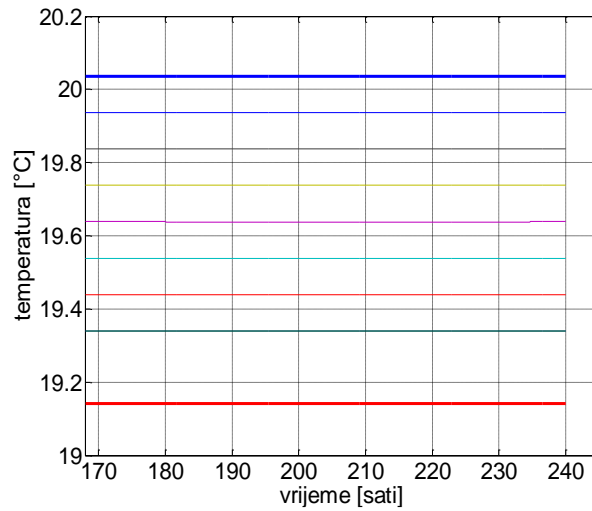


Slika 25. Toplinski tokovi

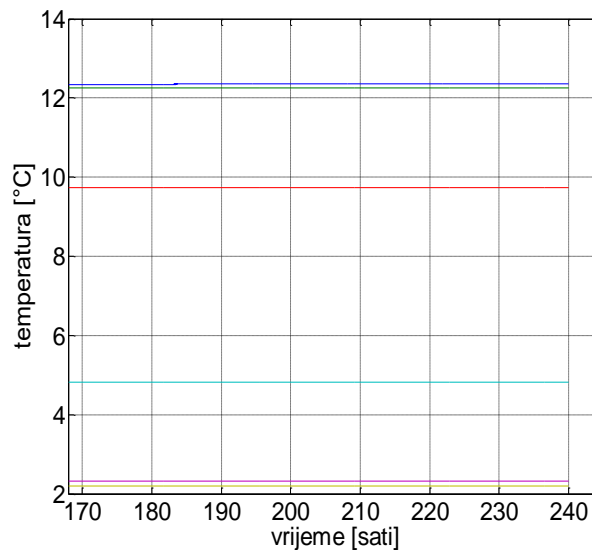
Slike 24 i 25 prikazuju toplinske tokove i njihovu akumulaciju u prostoriji tijekom posljednja 72 sata simulacije. Crvenom bojom je prikazan toplinski tok kroz unutarnji zid, plavom bojom toplinski tok kroz vanjski zid, a zelenom bojom toplinski tok kroz prozor. U unutarnjem zidu se ne akumulira toplinski tok iz razloga potpune progrijanosti uslijed konstantne temperature prostorije. U prozoru se akumulira vrlo mali iznos toplinskog toka.

Režim sa isključenim grijanjem**Slika 26. Temperatura u prostoriji****Slika 27. Temperature u vanjskom zidu**

Slike 26 i 27 prikazuju promjenu temperature u prostoriji odnosno u vanjskom zidu tijekom posljednja 72 sata simulacije. Zid je potpuno progrijan. Temperatura je malo niža od 17°C u periodu do 8 sati ujutro kada ona neznatno naraste zbog akumuliranih toplinskih tokova.

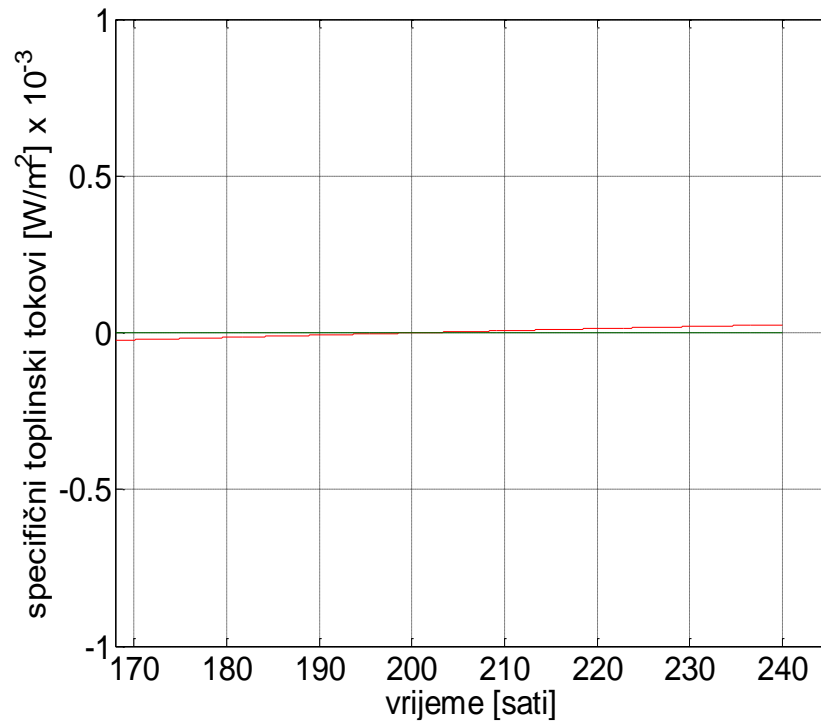


**Slika 28. Temperature u unutarnjem zidu**

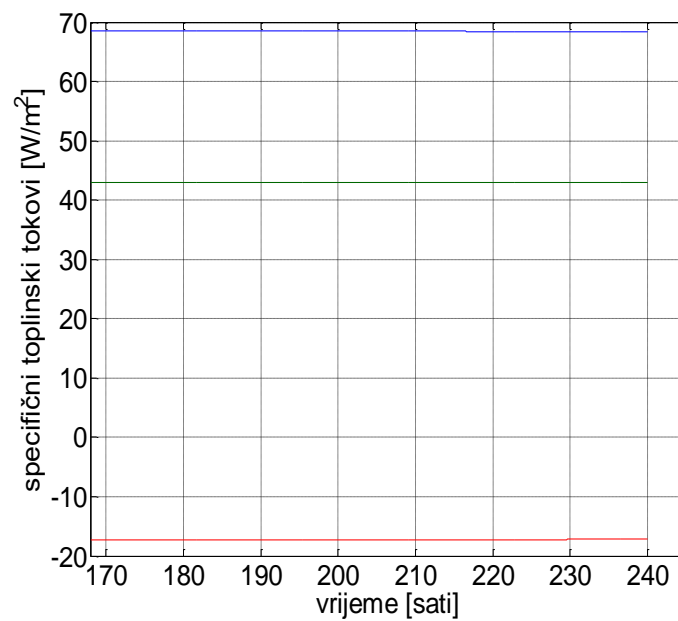


**Slika 29. Temperature u prozoru**

Slike 28 i 29 prikazuju promjenu temperature u unutarnjem zidu odnosno u prozoru tijekom posljednja 72 sata simulacije.



Slika 30. Akumulacija toplinskih tokova



Slika 31. Toplinski tokovi



Slike 30 i 31 prikazuju toplinske tokove i njihovu akumulaciju u prostoriji tijekom posljednja 72 sata simulacije. Crvenom bojom je prikazan toplinski tok kroz unutarnji zid, plavom bojom toplinski tok kroz vanjski zid, a zelenom bojom toplinski tok kroz prozor. Možemo vidjeti kako je toplinski tok kroz unutarnji zid negativan što znači da se iskorištava toplina iz okolnih grijanih stanova.

## 5. EKONOMSKA ANALIZA REZULTATA

Cijena toplinske energije po kWh iznosi 0,16 kn + PDV što ukupno daje 0,20 kn/kWh. [10]

**Tablica 1. Usporedba akumulacije toplinskih tokova u različitim režimima grijanja**

Vremenski period	Akumulacija toplinskih tokova u vanjskom zidu [W/m <sup>2</sup> ]		Akumulacija toplinskih tokova u unutarnjem zidu [W/m <sup>2</sup> ]		Akumulacija toplinskih tokova u prozoru [W/m <sup>2</sup> ]	
	8-16 h	16-8 h	8-16 h	16-8 h	8-16 h	16-8 h
Intermitentni režim	-0,0017	0,006	-0,015	0,008	0	0
Kontinuirani režim	0,006		0		0	
Režim bez grijanja	0		0,001		0	0

**Tablica 2. Prikaz toplinskih tokova kroz unutarnji zid u režimu bez grijanja**

	Period od 24 h	Ukupno zbrojeno (30 dana)
Ukupni toplinski tok [kWh]	21,168	635,04
Toplinski tok izražen u kunama [kn]	4,23	127

Iz tablice vidimo da stanari koji odluče štedjeti na grijanju to ostvaruju dijelom i na račun susjeda. Ukupni iznos u kunama energije koju stanar s ugašenim grijanjem dobije od strane susjeda koji drži temperaturu od 22 °C je 4,23 kn po danu. Što na bazi mjeseca daje ukupni iznos od 127 kuna.

## 6. ZAKLJUČAK

Kod višestambenih građevina, u slučaju različitih temperatura zraka susjednih stanova, dolazi do prolaza topline između stanova kroz zajedničke zidove, podove i stropove. U zgradama spojenim na centralni toplinski sustav, specifična cijena grijanja po metru kvadratnom tlocrtno površine bila je svim stanovima jednaka. Uvođenjem razdjelnika topline dolazi do drukčije razdiobe potrošene toplinske energije koja bi trebala odražavati stvarno potrošenu toplinu u pojedinim stanovima. Međutim, u situaciji kada netko od stanara odluči štedjeti na grijanju, nužno to ostvaruje dijelom i na račun susjeda. Tako možemo pretpostaviti da bi se onaj tko održava uobičajenu temperaturu zraka od 22°C mogao naći u situaciji da subvencionira grijanje susjednih stanova s nižom temperaturom zraka.

U ovom radu je napravljena toplinska analiza stana zgrade od armiranog betona. Stalno grijanje je režim rada u kojem termostat održava temperaturu zraka u prostoriji od 21,5 do 22 °C dok je intermitentno grijanje režim rada u kojem termostat tijekom radnog vremena od 8 do 16 sati održava temperaturu od 15,5 do 16 °C, a ostatak dana održava temperaturu od 21,5 do 22 °C. Vanjska temperatura je 0 °C, a temperatura okolnih prostorija u zgradi 22 °C. Proračun je izveden u Simulinku te se temelji na analizi akumulacije topline u prozoru, zidovima, stropu i podu tako što ih se podijeli na nekoliko dijelova po poprečnom presjeku te u svakom promatra promjena. Vrijeme trajanja simulacije je 10 dana, a promatrani su rezultati tijekom zadnja 3 dana.

Iz dobivenih rezultata za zaključiti je da doista stanari koji snize temperaturu u svojim stanovima mogu uštedjeti na račun svojih susjeda. U ovom radu analiza je rađena s pogleda stanara koji gasi grijanje u svome stanu. Vidljivo je da na bazi unutarnjeg zida stanar prosječno dnevno može uštedjeti više od četiri kune. Kada se ta brojka pomnoži s 30 dana u mjesecu dolazimo do iznosa od 127 kn. Jasno je da ovaj sustav razdiobe topline nije najpravedniji. Ukupna potrošnja zgrade se doista i razdjeljuje po potrošnji pojedinog stana, no vidimo da i dalje ona uvelike ovisi o susjednim stanovima i njihovom grijanju, tj. ne grijanju vlastitog stambenog prostora.

## LITERATURA

- [1] <http://www.dhmz.htnet.hr/klima/klima.php?id=mjes&param=01>
- [2] [http://hr.wikipedia.org/wiki/Toplinska\\_izolacija\\_zgrada](http://hr.wikipedia.org/wiki/Toplinska_izolacija_zgrada)
- [3] [http://hr.wikipedia.org/wiki/Koeficijent\\_prolaska\\_topline](http://hr.wikipedia.org/wiki/Koeficijent_prolaska_topline)
- [4] <http://fasade.hr/hr/za-investitore/fizika-zgrade/161-ime-se-bavi-fizika-zgrade?start=2>
- [5] [http://www.gradri.uniri.hr/adminmax/files/class/GRA%C4%90EVINSKA%20FIZIK  
A.pdf](http://www.gradri.uniri.hr/adminmax/files/class/GRA%C4%90EVINSKA%20FIZIK<br/>A.pdf)
- [6] [http://powerlab.fsb.hr/DinamikaProcesa/Matmod\\_primjeri\\_novo.pdf](http://powerlab.fsb.hr/DinamikaProcesa/Matmod_primjeri_novo.pdf)
- [7] Toplinske tablice, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb
- [8] Krautov strojarski priručnik, Ražnjević K., ur., Axiom, Zagreb, 1997.
- [9] <http://www.meteo-info.hr/>
- [10] [http://toplinarstvo.hep.hr/toplinarstvo/kupci/cijene/CJENIK\\_CTS\\_ZAGREB.PDF](http://toplinarstvo.hep.hr/toplinarstvo/kupci/cijene/CJENIK_CTS_ZAGREB.PDF)
- [11] Galović, A.: Termodinamika I, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2007.
- [12] Galović, A.: Termodinamika II, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2007

## **PRILOZI**

Cd R-disc