

# Numerička analiza čvrstoće šasije ultra sportskih automobila

---

**Mikulčić, Martin**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:331783>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-06-25**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Martin Mikulčić**

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit, dipl. ing.

Student:

Martin Mikulčić

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija, navedenu literaturu te računalne alate dostupne na Fakultetu strojarstva i brodogradnje te u kompaniji Rimac Automobili.

Zahvaljujem se mentoru rada docentu dr. sc. Ivici Skozritu na pruženoj pomoći, savjetima te stalnoj dostupnosti tijekom izrade diplomskog rada. Također se želim zahvaliti profesorima i asistentima Zavoda za tehničku mehaniku s kojima sam surađivao tijekom izrade diplomskog rada i cijelog svog visokoškolskog obrazovanja.

Zahvaljujem se kompaniji Rimac Automobili na ustupljenim materijalima i resursima za izradu diplomskog rada pa tako i kolegama s posla koji su uvijek bili spremni pomoći.

Zahvaljujem se svojim roditeljima Mariji i Ivici, braći Denisu i Antoniu, ostatku obitelji i svima koji su mi bili podrška tijekom cijelog školovanja i studiranja. Zahvaljujem se i Općini Ljubeščica koja me stipendirala kroz cjelokupan studij.

Velika zahvala ide mojim kolegama i prijateljima Adamu Azeniću, Antoniu Debelcu, Mihaelu Cindoriu, Deanu Dekoviću, Bruni Dogančiću, Krešimiru Duvnjaku, Nini Horvatu te Damjanu Čakmaku i svim ostalim kolegama sa smjera Inženjersko modeliranje i računalne simulacije koji su mi nesebično pomagali tijekom mog studija.

Posebna zahvala namijenjena je mojoj bivšoj djevojci Viktoriji Ocvirek te preminulom ujaku Miji Ivecu koji su imali najveći utjecaj na mene da uopće započnem svoj put prema akademskoj tituli magistra inženjera strojarstva.

Martin Mikulčić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarški i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Martin Mikulčić** Mat. br.: 0035182170

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza čvrstoće šasije ultra sportskih automobila**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical Analysis of Strength of Supercar Chassis**

Opis zadatka:

Šasija ultra sportskih automobila treba zadovoljiti dva osnovna zahtjeva. Potrebno je ostvariti što veći mogući omjer torzijske krutosti uz što manju masu konstrukcije. Konstrukcija šasije sastoji se od međusobno povezanih štapova koji čine rešetkastu konstrukciju te dodatnih ojačanja s limovima.

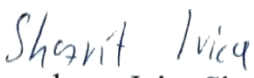
Za dobiveni CAD model šasije automobila izrađen u programskom paketu SolidWorks, zajedno s karakteristikama materijala i opterećenjem potrebno je provesti proračun čvrstoće te odrediti torzijsku krutost konstrukcije. Proračun izvršiti numerički primjenom dostupnog programskog paketa koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Za diskretizaciju rešetkaste konstrukcije šasije koristiti gredne konačne elemente u kombinaciji s ljuskastim elementima za modeliranje ojačanja limovima. Za sve primijenjene konačne elemente izvršiti verifikaciju na jednostavnijim problemima statičke analize te rezultate usporediti s pripadnim analitičkim rješenjima. Osim toga, za proračunski model potrebno je odrediti optimalnu mrežu konačnih elemenata te prikazati konvergenciju rješenja. Ukoliko će eksperimentalna mjerenja na šasiji automobila biti provedena i dostupna, potrebno je dobivene rezultate numeričke analize usporediti s eksperimentalnim.


U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
12. studenog 2015.

Rok predaje rada:  
14. siječnja 2016.

Predviđeni datumi obrane:  
20., 21. i 22. siječnja 2016.

Zadatak zadao:  
  
Doc. dr. sc. Ilica Skozrit

Predsjednica Povjerenstva:  
  
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SAŽETAK

Tema rada je numerička analiza čvrstoće okvira ultra sportskih automobila. Točnije, proračun torzijske krutosti okvira automobila Concept One kompanije Rimac Automobili [1].

U uvodu diplomskog rada ukratko je opisana problematika današnjih inženjerskih proračuna. Potom, opisana je kompanija Rimac Automobili koja je trenutno vodeća u razvoju i proizvodnji električnih ultra sportskih automobila te koja je ustupila CAD (eng. *Computer-aided Design*) model okvira svog automobila Concept One kao predmet analize diplomskog rada. Također, stavljen je kratki osvrt na sam automobil Concept One te su navedene njegove karakteristike.

Kao zasebno poglavlje uvoda, prikazan i opisan je razvoj okvira automobila kroz prošlost te su navedeni kriteriji koje bi jedan okvir automobila trebao zadovoljiti. Zatim je općenito definirana krutost konstrukcije, a detaljnije opisana torzijska krutost konstrukcije. Posebno je analizirana torzijska krutost okvira automobila jer je upravo ona indikator koji dio okvira je možda lošije konstruiran i ima manju krutost od željene, odnosno tražene. Također, vrlo je bitna za upravljivost i postavke ovjesa jer one uvelike utječu na vozne karakteristike automobila.

U sljedećem poglavlju, detaljnije je opisana metoda konačnih elemenata kojom je proračun proveden i koja je zadnjih godina sve popularnija zbog napretka računalne tehnologije jer zahtjeva dosta resursa za provedbu same simulacije. Tu se misli na RAM (eng. *Random Access Memory*) memoriju te na procesorsku snagu. Zatim je na jednostavnijim i specifičnim primjerima koji su analitički rješivi napravljena verifikacija grednih i ljuskastih konačnih elemenata koji će biti korišteni u proračunskom modelu za rješavanje simulacije programskim paketom ANSYS [2]. Verifikacijom je pokazano da su željeni konačni elementi pogodni za opis proračunskog modela i provedbu numeričke analize.

Nadalje, opisan je postupak kreiranja proračunskog modela koji kreće izradom modela okvira od linija i površina u programskom paketu CATIA [3] te uvozom u programski paket ANSYS u kojem su definirani poprečni presjeci cijevi te debljine ojačanja okvira u vidu limova. Potom je takav proračunski model diskretiziran, nametnuti su mu zadani rubni uvjeti pomaka i sila te je napravljeno i validirano pet različitih mreža konačnih elemenata (od rjeđe do gušće diskretizacije) da bi se ispitala konvergencija rješenja.

Dobiveni rezultati su obrađeni u petom poglavlju na temelju kojih je donesen zaključak i osvrt na cijeli diplomski rad.

Ključne riječi: numerička analiza, simulacija, MKE, torzijska krutost, okvir automobila, šasija, ultra sportski automobili, Concept One

## SUMMARY

The subject of this thesis is the numerical analysis of an ultra-sport car frame. More precisely, the numerical analysis deals with the calculation of the frame torsional rigidity or stiffness. The frame belongs to the Concept One ultra-sport car produced by the car manufacturer Rimac Automobili.

The preface briefly describes the problems engineers have to deal today. Then, the company Rimac Automobili, a leader in development and manufacturing of electric ultra-sport cars, is described. Also a short review of their production range and detailed specifications about the Concept One car are given. The company provided a 3D CAD model of the car frame for the numerical analysis.

A brief history of the development of car frame and desired characteristics are given as a separate chapter within the introduction. The most desired characteristic is the cars rigidity, as a result of frame stiffness. The stiffness is divided in three components, the axial, the flexural and torsional component. Among them, torsional stiffness is a very significant characteristic that shows us whether the car is designed correctly, has less stiffness than desired or required. Also, stiffness is very important for steering and suspension settings because it directly affects the vehicle driveability.

In the third chapter a detailed description of the finite element analysis is given. Finite element analysis is very popular for calculations thanks to available computer technology and was used to make calculations for this thesis. Finite element analysis is integrated in appropriate computer software that uses a lot of hardware resources, such as RAM memory and processor speed. For the analysis one must verify if the available elements are suitable to simulate a real life problem. A verification has been made to ensure that beam and shell elements given in the software ANSYS are suitable to use for analysis of torsional stiffness.

Furthermore, the process of creating the analysis model is described. The first step was to generate the vehicle frame using lines and surfaces in the software CATIA. Next, this frame model was imported in ANSYS software, where tube section properties for each tube and sheet reinforcements thickness were defined. The obtained model was discretized with finite elements, boundary conditions were applied such as torsional moment and displacement suppression. Five meshes (ranging from coarse to very fine) were made and tested to obtain displacement results.

In chapter five the results were evaluated and a conclusion has been drawn.

Keywords: numerical analysis, simulation, FEM (finite element methods), torsional stiffness, car frame, chassis, ultra-sport car, Concept One

# SADRŽAJ

ZADATAK.....	I
SAŽETAK.....	II
SUMMARY .....	III
SADRŽAJ .....	IV
POPIS SLIKA .....	VI
POPIS TABLICA.....	IX
POPIS OZNAKA .....	X
1. UVOD.....	1
1.1. Rimac Automobili .....	1
1.1.1. Concept One .....	2
1.2. Okvir.....	4
1.3. Krutost .....	7
1.3.1. Torzijska krutost.....	8
2. CILJ RADA.....	11
3. METODA KONAČNIH ELEMENATA .....	12
3.1. Opis primijenjenih konačnih elemenata .....	12
3.1.1. Prostorni gredni konačni element.....	13
3.1.2. Ljuskasti konačni element .....	14
3.2. Verifikacija primijenjenih konačnih elemenata.....	14
3.2.1. Primjer I: analiza konzole pravokutnog poprečnog presjeka .....	15
3.2.1.1 Statički progib $w_z$ .....	16
3.2.1.2 Numeričko rješenje primjera I.....	16
3.2.2. Primjer II: analiza konzole cjevastog poprečnog presjeka .....	18
3.2.2.1 Statički progib $w_z$ .....	19
3.2.2.2 Numeričko rješenje primjera II .....	21



3.2.3. Primjer III: analiza tanke pravokutne ploče opterećene kontinuiranim opterećenjem te uklještene po svim rubovima.....	23
3.2.3.1 Statički progib $w_z$ .....	23
3.2.3.2 Numeričko rješenje primjera III.....	25
4. KREIRANJE PRORAČUNSKOG MODELA.....	29
4.1. CAD model okvira automobila .....	29
4.2. Numerički model okvira automobila.....	31
5. REZULTATI.....	43
6. ZAKLJUČAK.....	49
LITERATURA.....	50
PRILOZI.....	51

## POPIS SLIKA

Slika 1.1	Paleta proizvoda te fokusi kompanije Rimac Automobili [1].....	2
Slika 1.2	Concept One [1].....	3
Slika 1.3	Okvir od međusobno zavarenih kvadratnih cijevi s motorom i prijenosom [5] .....	4
Slika 1.4	Okvir otvorenog sportskog automobila tipa GT-1 [6] .....	4
Slika 1.5	Samonosiva karoserija CAD model [7] .....	5
Slika 1.6	Izrađena samonosiva karoserija [7].....	5
Slika 1.7	Okvir automobila Concept One prednja strana.....	7
Slika 1.8	Okvir automobila Concept One stražnja strana .....	7
Slika 1.9	Numerička analiza torzijske krutosti okvira bolida Curtin Motosport tima [10]....	9
Slika 1.10	CAD model testiranja torzijske krutosti okvira bolida Curtin Motosport tima [10] .....	9
Slika 1.11	Testiranje torzijske krutosti na izrađenom okviru bolida Curtin Motosport tima [10] .....	10
Slika 1.12	Testiranje torzijske krutosti gotovog automobila u industrijskim uvjetima [11]..	10
Slika 3.1	Osnovni prostorni gredni element.....	13
Slika 3.2	Četverokutni ljuskasti element: a) I. reda, b) II. reda .....	14
Slika 3.3	Četverokutni ljuskasti elementi: a) 4 točke integracije , b) 1 točka integracije ....	14
Slika 3.4	Primjer I: konzola pravokutnog poprečnog presjeka (greda).....	15
Slika 3.5	Primjer I: proračunski model definiran: a) ljuskastim, b) grednim KE .....	16
Slika 3.6	Primjer I: a) proračunski model grede, render prikaz, b) progib $w_z$ .....	17
Slika 3.7	Primjer I: konvergencija rješenja proračunskih modela za progib $w_z$ .....	17
Slika 3.8	Primjer II: konzola cjevastog poprečnog presjeka (cijev): a) shematski prikaz, b) proračunski model.....	18
Slika 3.9	Primjer II: proračunski model konzole cjevastog poprečnog presjeka diskretizirane: a) ljuskastim, b) grednim (render prikaz) KE .....	21
Slika 3.10	Primjer II: konvergencija rješenja proračunskih modela za progib $w_z$ .....	22
Slika 3.11	Primjer III: tanka pravokutna ploča opterećena kontinuiranim opterećenjem te uklještena po svim rubovima.....	23
Slika 3.12	Ovisnost faktora $c$ o omjeru $a/b$ [] .....	24
Slika 3.13	MITCalc proračunski model uklještene ploče .....	25
Slika 3.14	Primjer III: proračunski model $\frac{1}{4}$ ploče, simetrija .....	26
Slika 3.15	Primjer III: proračunski model $\frac{1}{4}$ ploče, rubni uvjeti .....	26

Slika 3.16	Primjer III: mreža konačnih elemenata: a) ANSYS, b) ABAQUS .....	27
Slika 3.17	Primjer III: progib $w_z$ .....	27
Slika 3.18	Primjer III: konvergencija rješenja proračunskog modela za progib $w_z$ .....	28
Slika 4.1	CAD model okvira automobila Concept One .....	29
Slika 4.2	CAD model okvira u programskom paketu CATIA .....	30
Slika 4.3	Proračunski model okvira izveden linijama u programskom paketu CATIA.....	30
Slika 4.4	Proračunski model okvira izveden linijama u programskom paketu CATIA.....	31
Slika 4.5	Model okvira s linijama i površinama uveden u programski paket ANSYS .....	31
Slika 4.6	Definiranje profila cijevi (poprečnog presjeka) u programskom paketu ANSYS	32
Slika 4.7	Označavanje linija istog poprečnog presjeka prema CAD modelu .....	33
Slika 4.8	Render dodijeljenog profila označenim linijama .....	33
Slika 4.9	Render dodjeljivanja profila u daljnjem postupku definiranja grednih elemenata	34
Slika 4.10	Proračunski model definiran grednim konačnim elementima (ANSYS Beam) ..	34
Slika 4.11	Definiranje debljina limova, tj. dodjeljivanje poprečnog presjeka površinama ..	35
Slika 4.12	Render grednih i ljuskastih konačnih elemenata proračunskog modela .....	35
Slika 4.13	Mreža grednih konačnih elemenata okvira automobila Concept One .....	36
Slika 4.14	Render diskretiziranog okvira grednim konačnim elementima .....	36
Slika 4.15	Numerički model okvira sa samo definiranim ljuskastim konačnim elementima	37
Slika 4.16	Render prikaz s vidljivim debljinama ljuskastih konačnih elemenata .....	37
Slika 4.17	Diskretizirani numerički model okvira s prikazanim grednim i ljuskastim KE ..	38
Slika 4.18	Gusta diskretizirana i strukturirana mreža numeričkog modela okvira .....	38
Slika 4.19	Spoj između grednih i ljuskastih konačnih elemenata izveden opcijom “Node Merge“ .....	39
Slika 4.20	Spoj između ljuskastih konačnih elemenata izveden opcijom “Node Merge“ ....	39
Slika 4.21	Postavke rubnih uvjeta za automobil Volvo S60 Švedskog sveučilišta “Chalmers University of Technology“ [8] .....	40
Slika 4.22	Virtualni spoj krutim vezama između točaka prihvata ovjesa i točaka prihvata kotača .....	41
Slika 4.23	Definirani rubni uvjeti pomaka na stražnjim prihvatima ovjesa .....	41
Slika 4.24	Definirani rubni uvjeti sila na prednjim prihvatima ovjesa .....	42
Slika 5.1	Mreže konačnih elemenata: a) 6685 KE, b) 12937 KE, c) 30146 KE, d) 82613 KE.....	43
Slika 5.2	Najgušća mreža konačnih elemenata od 139325 KE.....	44
Slika 5.3	Deformirani oblik numeričkog modela, pogled bočno .....	44

Slika 5.4	Deformirani oblik numeričkog modela, pogled sprijeda .....	45
Slika 5.5	Deformirani oblik numeričkog modela, pogled odostraga .....	45
Slika 5.6	Deformirani oblik numeričkog modela, pogled odozgo .....	46
Slika 5.7	Deformirani oblik numeričkog modela, pogled u izometriji .....	46
Slika 5.8	Dijagram konvergencije rješenja za maksimalni pomak okvira automobila .....	47
Slika 5.9	Promjena zakreta (torzijske krutosti) po duljini automobila.....	48

## POPIS TABLICA

Tablica 3.1	Primjer I: zadani podaci .....	15
Tablica 3.2	Primjer I: usporedba rezultata proračunskih modela za progib $w_z$ .....	18
Tablica 3.3	Primjer II: zadani podaci .....	19
Tablica 3.4	Primjer II: usporedba rezultata proračunskih modela za pomak $w_z$ .....	22
Tablica 3.5	Primjer III: zadani podaci .....	23
Tablica 3.6	Primjer III: usporedba rezultata proračunskih modela za progib $w_z$ .....	28
Tablica 5.1	Konvergencija rješenja numeričkog modela .....	47

## POPIS OZNAKA

### Latinične oznake

Oznaka	Jedinica	Opis oznake
$A_0$	$m^2$	površina
$a, b$	m	duljina ploče
$c$	-	faktor ovisnosti duljine stranica i načina rubnih uvjeta
$d$	m	unutarnji promjer poprečnog presjeka kružnog vijenca
$D$	m	vanjski promjer poprečnog presjeka kružnog vijenca
$E$	Pa ( $N/m^2$ )	Youngov modul (modul elastičnosti)
$E_{rel}$	%	relativna greška ( $E_{rel} = (x_{MKE}/x_{REF, ANLT} - 1) \cdot 100$ )
$F_{x, y, z}$	N	sila u smjerovima osi $x, y, z$
$G$	Pa ( $N/m^2$ )	modul smicanja ( $G = E/(2 \cdot (1 + \nu))$ )
$h$	m	visina
$h_{KE}$	m	veličina (srednja) konačnog elementa
$I_{x, y, z}$	$m^4$	aksijalni moment tromosti presjeka oko osi $x, y, z$
$I$	-	točke integracije konačnog elementa
$k$	-	faktor uvećanja prikaza/faktor proporcionalnosti
$k$	N/m	krutost
$k_T$	Nm/rad	torzijska krutost
$L, l$	m	duljina
$N$	-	čvorovi konačnog elementa
$n_{KE}$	-	broj konačnih elemenata proračunskog modela
$p_0$	MPa	pritisak (opterećenje) proračunskog modela ( $p_0 \equiv \sigma$ )
$u, v, w$	m	pomak u smjerovima osi $x, y, z$
$x$	m	pomak
$w_z$	m	progib (pomak u smjeru osi $z$ )
$X, Y, Z, x, y, z$	-	globalne, lokalne Kartezijeve koordinate

### Grčke oznake

Oznaka	Jedinica	Opis oznake
$\nu$	-	Poissonov faktor
$\pi$	-	Ludolfovo brojevi ( $\pi = 3,14159$ )
$\rho$	$kg/m^3$	gustoća
$\varphi_{x, y, z}$	rad	kut zakreta oko osi $x, y, z$
$\delta$	m	debljina presjeka
$\varphi$	rad	kut zakret deformiranog oblika

# 1. UVOD

Živimo u doba kada su zahtjevi na dizajn gotovo svih konstrukcija i proizvoda vrlo visoki. Samim time, teži se konstrukcijama s kompliciranijim dizajnom jer su nekako baš one ugodnije ljudskome oku. S druge pak strane, što je kompliciraniji dizajn konstrukcije to su one kompleksnije i nepravilnijeg oblika. Posebice u autoindustriji ultra sportskih automobila gdje su zahtjevi na dizajn, vozne karakteristike i masu vrlo visoki. To je razlog pomnijoj izradi konstrukcijski dijelova kod kojih se kompliciranijom izvedbom odnosno kompleksnijim inženjerskim rješenjima dobivaju uštede na masi sa zadržavanjem potrebnih karakteristika proizvoda.

Upravo iz tog razloga razvijene su različite numeričke metode proračunavanja koje s razvojem računala sve više dolaze do izražaja. Jedna od tih metoda je metoda konačnih elemenata kojom se mogu relativno brzo rješavati zahtjevni i kompleksni strojarski, odnosno konstrukcijski problemi. Naravno, samo računanje ovisi i o kvaliteti računala, RAM memoriji te procesorskoj moći. Kako je poznato da računalna tehnologija iz dana u dan napreduje, tako se i numeričke metode sve više i više razvijaju te imaju sve veći utjecaj razvoju i konstruiranju raznih proizvoda.

Navedenu metodu ćemo i mi koristiti u ovom diplomskom radu i to u vidu proračunavanja torzijske krutosti okvira automobila Concept One kojeg nam je ustupila mlada Hrvatska kompanija Rimac Automobili, a pripada u gore navedenu granu autoindustrije ultra sportskih električnih automobila.

## 1.1. Rimac Automobili

Rimac Automobili [1] je automobilska te visoko tehnološka kompanija koja zamjenjuje koncept tradicionalnog načina proizvodnje automobila s inovativnim poslovnim modelom, proizvodnom filozofijom i raznolikošću proizvoda.

Da bi razvili vlastita vozila, prvotno se razvijala tehnologija proizvodnje iz razloga što nije bilo dijelova i dobavljača koji bi zadovoljili dane zahtjeve. Aktivnosti vezane uz istraživanje i razvoj rezultirale su u iznimno motiviran mladi tim ljudi s jedinstvenim vještinama i znanjem. Taj je tim neizmjerena vrijednost kao i čvrsta osnova za budući razvoj. Program za istraživanje i razvoj u kompaniji je proizveo liniju proizvoda i usluga koje također mogu ponuditi i drugim kompanijama u automobilskoj industriji. B2B (eng. Business to

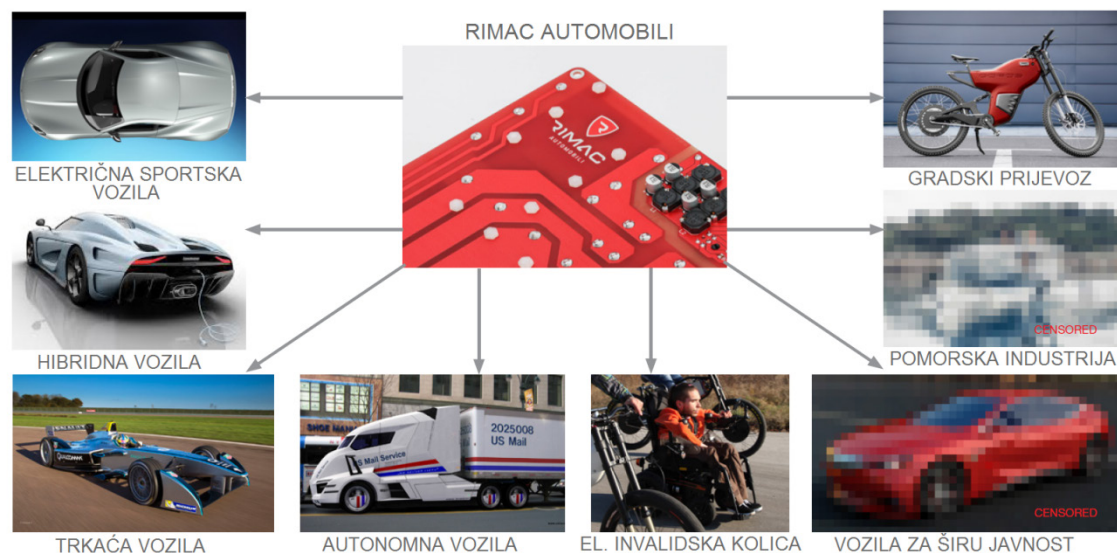
business) poslovanje, odnosno razmjena servisa i usluga između kompanija, je izraslo u jedan od glavnih stupova na kojima je kompanija izgrađena. Trenutno je fokusirana na pet glavnih područja:

1. Sportski automobili (Concept\_One i budući modeli),
2. Buduća mobilnost,
3. Tehnološki razvoj,
4. Inženjering & Prototip,
5. Proizvodi na dva kotača (Greyp).

Rimac Automobili je priča o uspjehu koja je započela u garaži i izrasla u tehnološkog lidera prepoznatog diljem Svijeta, a temeljena je na strasti i viziji tima pod vodstvom direktora Mate Rimca.

Direktor kompanije Mate Rimac drži pet FIA (fra. *Fédération Internationale de l'Automobile*) i Guinnessovih svjetski rekorda za najbrže ubrzavajuće električno vozilo [1]. Također, Concept One je odnedavno postao automobil kojeg vozi direktor utrka Formula E (natjecanje isključivo električnih automobila) na svim službenim natjecanjima.

Na slici 1.1 su prikazani orijentiri kompanije Rimac Automobili, tj. željena područja rada, kako već danas, tako i u budućnosti.



Slika 1.1 Paleta proizvoda te fokusi kompanije Rimac Automobili [1]

### 1.1.1. Concept One

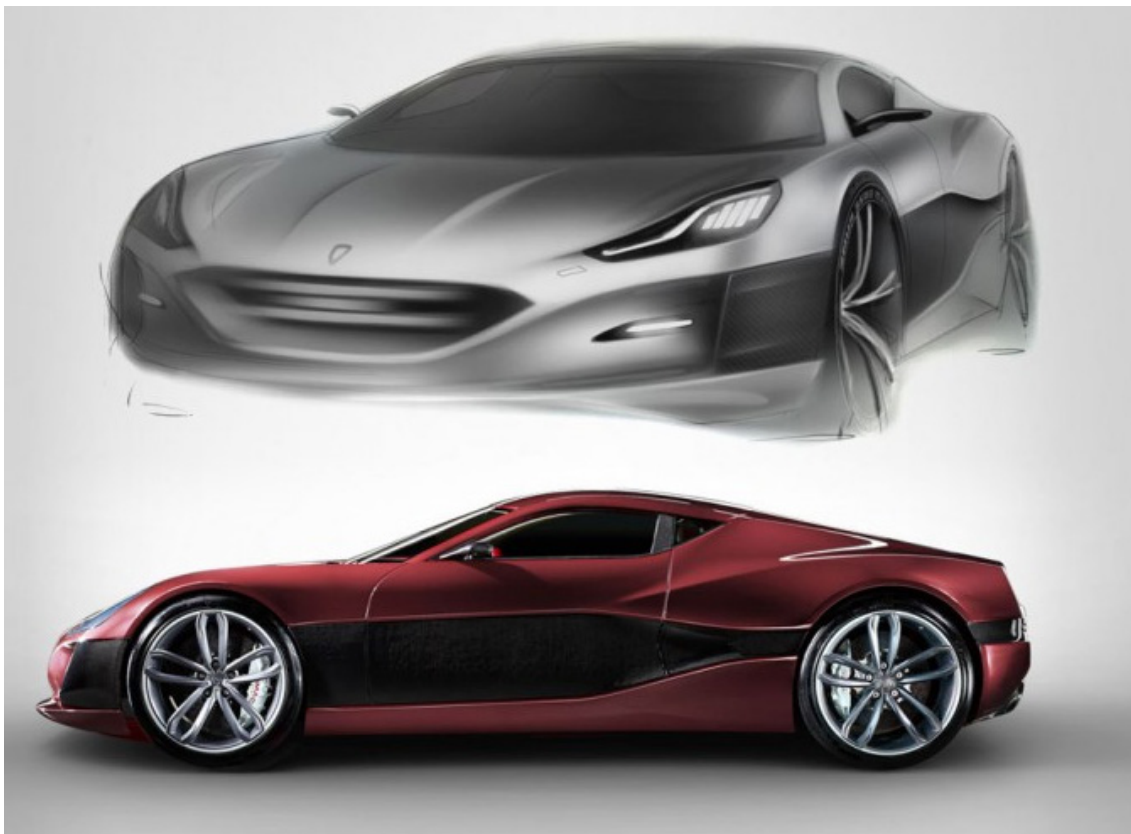
Concept One [1] je glavni proizvod kompanije Rimac Automobili. Točnije, to je prvi hrvatski električni automobil koji pripada klasi ultra sportskih automobila. Pokreću ga četiri istosmjerna motora i to na svakom kotaču po jedan. Na taj način se dobije mogućnost



upravljanja svakim kotačem zasebno, a sustav koji to radi razvijen je u potpunosti od strane Rimac Automobila. Krase ga karakteristike kao što su:

- izlazna snaga: 1088 KS,
- okretni moment: 1600 Nm od 0 do 6500 okr/min,
- ubrzanje od 0 – 100 km/h: 2,8 sekundi,
- maksimalna brzina: 325 km/h,
- pogon: sva četiri kotača,
- upravljanje: “All Wheel Torque Vectoring“ sustav upravljanja
- kapacitet baterije: 82kWh,
- domet: do 330 km,
- raspoređenost težine: 42% naprijed, 58% natrag,
- karoserija: ugljična vlakna,
- okvir: Cr-Mo (krom – molibden) čelik.

Na slici 1.2 prikazan je dizajn automobila Concept One.



Slika 1.2 Concept One [1]

Prethodno spomenuta zadnja karakteristika je okvir automobila koji je i tema ovog diplomskog rada. Sam okvir će u daljnjim poglavljima biti detaljnije opisan i razrađen.

## 1.2. Okvir

Od prvih vozila pa sve do pedesetih godina prošlog stoljeća, osnova vozila bio je okvir (šasijsa). Okvir je bio izrađivan od međusobno zavarenih kvadratnih cijevi na kojeg su se potom vijcima spajali donji postroj, motor, prijenos i karoserija vozila. Na slici 1.3 vidljiv je okvir s klasičnim uzdužnim smještajem motora i prijenosa kod vozila s pogonom na stražnje kotače, dok je na slici 1.4 prikazan okvir otvorenog sportskog automobila tipa GT-1 (*FIA GT1 World Championship*) [4].

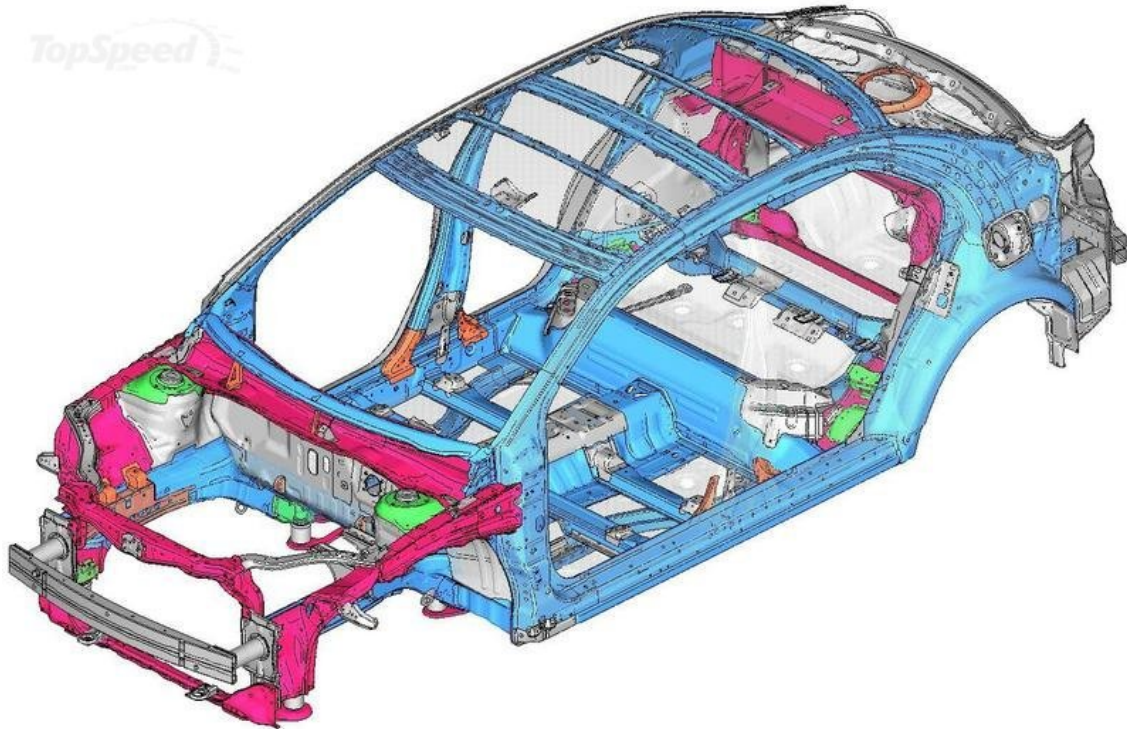


Slika 1.3 Okvir od međusobno zavarenih kvadratnih cijevi s motorom i prijenosom [5]



Slika 1.4 Okvir otvorenog sportskog automobila tipa GT-1 [6]

Ovakva postava i pogon zadržali su se do pedesetih godina, kada je automobilska industrija masovno prelazila na proizvodnju vozila sa samonosivom karoserijom i pogonom na prednje kotače kao što prikazuje CAD model na slici 1.5 ili već gotova izrađena karoserija automobila Suzuki Kizashi prikazana na slici 1.6.



Slika 1.5 Samonosiva karoserija CAD model [7]



Slika 1.6 Izrađena samonosiva karoserija [7]

U prethodnom slučaju, okvir je nosio karoseriju vozila dok je u ovoj izvedbi karoserija bez dodatnog okvira, tj. cijela karoserija je ujedno i okvir te je stoga nazvana samonosiva.

Ovakva karoserija, robotski se spaja zavarivanjem niza limenih elemenata koji tako spojeni tvore tzv. kutijaste (box) sekcije. Naziv box sekcije, dobiven je zbog sličnosti zavarenih elemenata s kutijama. Znači, bez obzira na debljinu lima, ovakvi kutijasti ili cjevasti oblici po rubovima karoserije, tvore vrlo kompaktnu cjelinu (karoseriju) te kako je vidljivo na slikama 1.5 i 1.6, cijela karoserija ima oblik kutije sa box sekcijama po rubovima. Kao takva, vrlo je otporna na torzijsko savijanje što je bila mana okvira.

Kod samonosive karoserije, vodilo se računa o maksimalnoj zaštiti putnika u vozilu prilikom eventualnog sudara ili slijetanja sa ceste. Tako na istoj skici (Slika 1.5), možemo vidjeti pojačani materijal upotrijebljen u izradi same kabine vozila koji je označen rozom bojom. Pri izradi ovakve karoserije, debljina materijala se mijenja tj. povećava od prednje i zadnje strane vozila prema sredini. To znači da se u slučaju sudara savijaju i deformiraju prednji tanji materijali, što će amortizirati udarac i sačuvati kabinu vozila sa putnicima. Takvim oblikom karoserije postignuta je maksimalna sigurnost putnika u vozilu jer u situacijama sudara manjom ili srednjom brzinom, motor vozila skupa s prijenosom, završio bi ispod vozila dok bi se kabina s putnicima uzdigla [8].

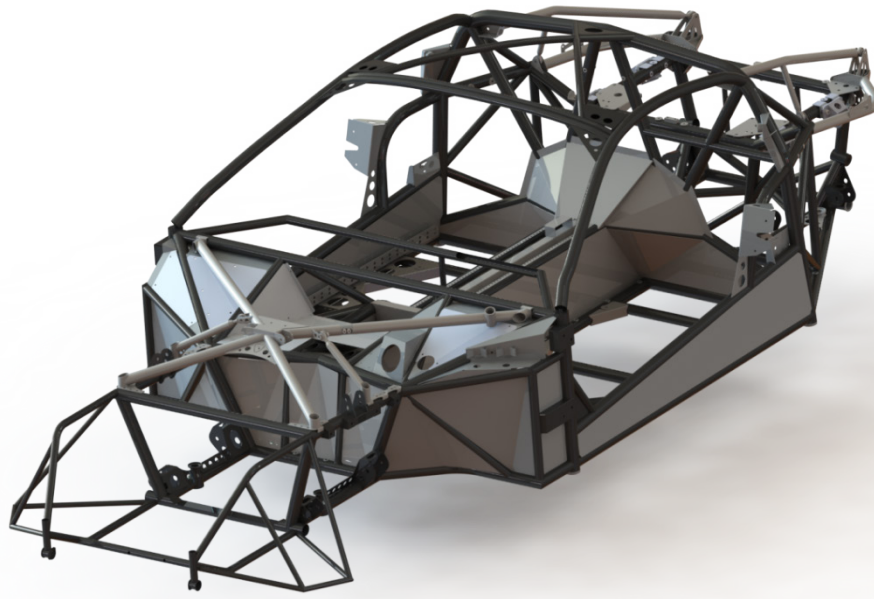
Znači, upotrebom tanjih materijala na mjestima predviđenim za deformiranje, možemo pri konstrukciji karoserije točno predvidjeti nastala oštećenje prilikom sudara. Čak što više, kod današnjih vozila na takvim mjestima, dijelovi karoserije izrađeni su u obliku harmonike pa pored toga što se prvi savijaju, dodatno apsorbiraju udarac tj. energiju sudara. Ovakvim načinom izrade samonosive karoserije, maksimalno će se sačuvati prostor za putnike.

Ukoliko se ponovno vratimo na okvir (šasiju), jedan od zahtjeva je da bi trebao imati dovoljnu čvrstoću da izdrži sva statička opterećenja od strane dijelova vozila te dinamička opterećenja koja se javljaju tokom vožnje te djeluju na okvir preko ovjesa. Također, okvir mora osigurati dovoljnu razinu krutosti kako bi omogućio pravilno funkcioniranje ovjesa te tako ne bi utjecao na vozne karakteristike.

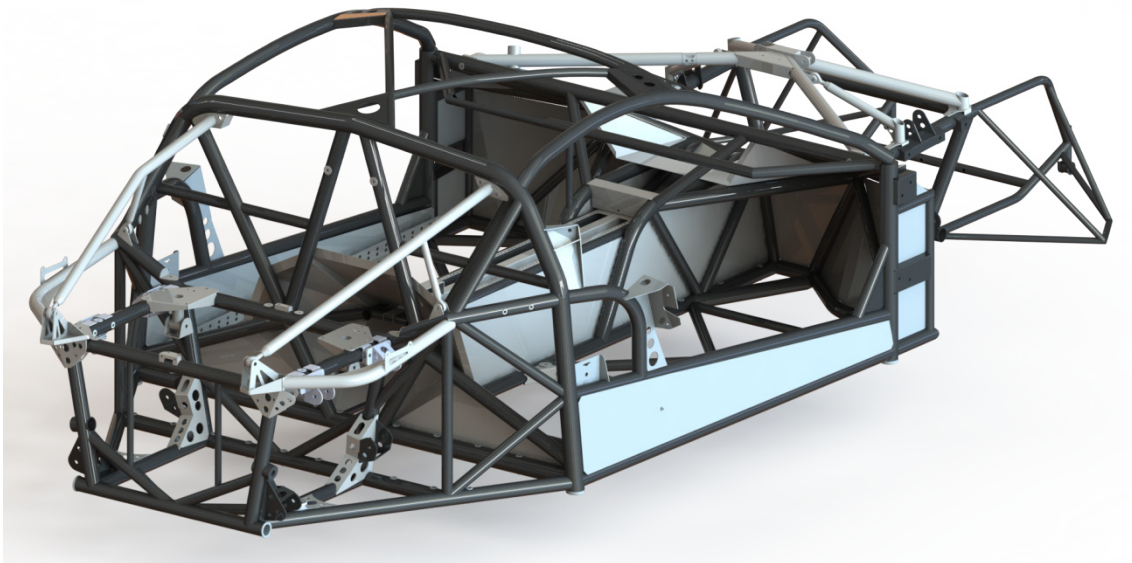
Komplicirano sastavljanje okvira i karoserije, jedna je od loših strana vozila s okvirom. Također, loša strana okvira je neotpornost na torzijsko opterećenje (savijanje), tj. lošija torzijska krutost od samonosivih karoserija [8].

No i pored toga, okvir se zadržao i do današnjih dana kao osnova kabriolet te ultra lakih sportskih vozila. Concept One možda ne pripada skupini ultra lakih sportskih vozila, ali mu je težnja pa je zato zadržao okvir kao nosivu konstrukciju cijelog automobila (Slika 1.7,

Slika 1.8). Da bi taj okvir bio zadovoljavajući, podvrgava se raznim testovima od kojih je jedan test torzijske krutosti. Taj test ćemo detaljnije razraditi kroz sljedeća poglavlja.



Slika 1.7 Okvir automobila Concept One prednja strana



Slika 1.8 Okvir automobila Concept One stražnja strana

### 1.3. Krutost

Općenito, krutost je otpornost konstrukcije na deformiranje [9]. Pod djelovanjem opterećenja na konstrukciju, dolazi do deformacije odnosno, do promjene oblika i dimenzija same konstrukcije. Krutost je ta koja se protivi deformaciji, a ukoliko se za zadano opterećenje neka konstrukcija manje deformira od druge, znači da ima veću krutost.

Fizikalno, krutost je odnos sile  $F$  koja uzrokuje pomak i samog pomaka  $x$  kao i kod sabijanja, odnosno rastezanja opruge.

$$k = \frac{F}{x}, \text{ [N/m]} \quad (1.1)$$

Iz jednadžbe, tj. mjerne jedinice slijedi još jedna definicija za krutosti, a to je da je krutost veličina koja govori kolika je sila potrebna da bi se postigao jedinični pomak. Krutost se odnosi isključivo na čvrste tvari, a ovisi o materijalu i geometriji (oblik i dimenzije) konstrukcije te o samom načinu opterećenja.

Razlikujemo tri vrste krutosti:

- aksijalna krutost (krutost na sabijanje) [N/m],
- fleksijska krutost (krutost na savijanje) [Nm/m],
- torzijska krutost (krutost na uvijanje) [Nm/rad].

Slučaj torzijske krutosti je vrlo specifičan što se i vidi po njegovoj mjernoj jedinici te će biti malo detaljnije objašnjen u sljedećem poglavlju jer se upravo torzijska krutost razmatra u ovom diplomskom radu.

### **1.3.1. Torzijska krutost**

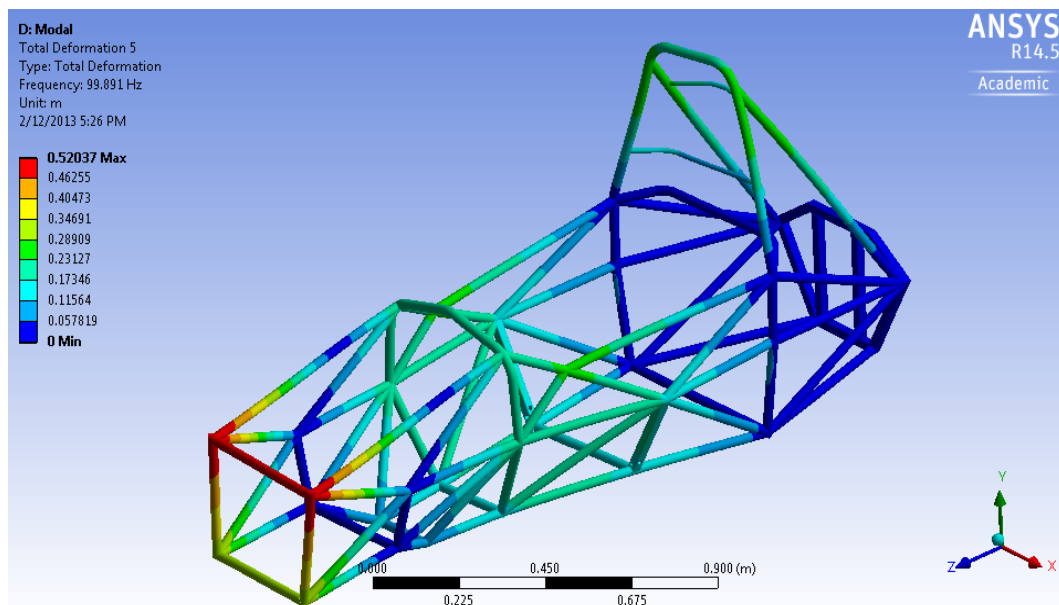
U slučaju torzije (uvijanja), konstrukcija je opterećena momentom te se tako mijenja i definicija krutosti. Dok se kod aksijalne krutosti gleda pomaka, kod fleksijske i torzijske krutosti gleda se zakret konstrukcije s obzirom na os oko koje djeluje moment [9]. Fizikalno definirano, torzijska krutost je odnos momenta koji uzrokuje zakret te veličine samog zakreta.

$$k_T = \frac{F \cdot d}{\varphi}, \text{ [Nm/rad]} \quad (1.2)$$

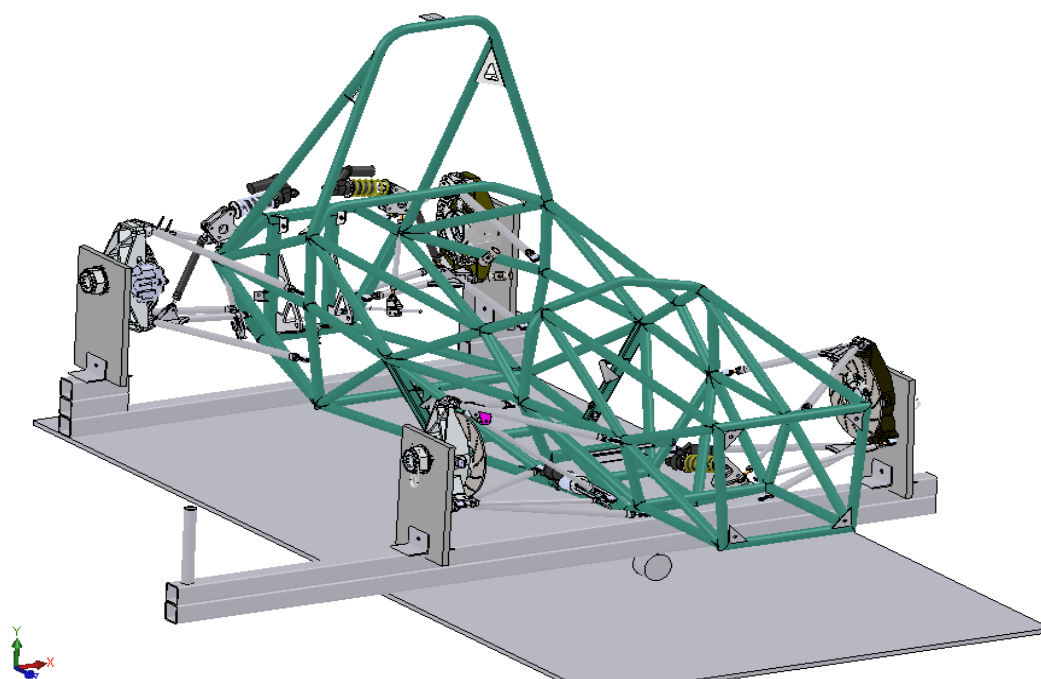
Ukoliko jednadžbu (1.2) opišemo riječima, torzijska krutost je veličina koja nam pokazuje koliki je moment potreban da se postigne jedinični iznos zakreta konstrukcije.

Zašto je bitno da se okvir automobila što manje deformira, tj. da iznos torzijske krutosti okvira bude što veći. Jedan od glavnih razloga je taj da krutost okvira uvelike utječe na vozne karakteristike automobila, odnosno na upravljivost. Ovjes vozila se namješta da upravljivost automobila bude što bolja i tu su vrlo bitne točke prihvata ovjesa. Sam okvir se i izrađuje nakon što se definiraju točke prihvata ovjesa, a mali pomaci točaka prihvata ovjesa, jako utječu na vozne karakteristike automobila. Ukoliko je torzijska krutost okvira automobila premala, to znači da se okvir uslijed većih opterećenja više deformira, a to nam pak povlači za sobom veće pomicanje točaka prihvata ovjesa što nam je nepoželjno.

Iz tog razloga se u procesu konstruiranja okvira automobila rade testiranja na torzijsku krutost. Kako numeričkim putem kroz faze konstruiranja, na izrađenim konceptualnim verzijama automobila, tako i na gotovim automobilima. Na slikama 1.9, 1.10 i 1.11 prikazan je proces testiranja torzijske krutosti okvira bolida Curtin Motosport tima [10] s natjecanja Formula Student. Prvo provedena numerička analiza, zatim napravljen CAD model testiranja te na kraju proveden eksperiment.



Slika 1.9 Numerička analiza torzijske krutosti okvira bolida Curtin Motosport tima [10]



Slika 1.10 CAD model testiranja torzijske krutosti okvira bolida Curtin Motosport tima [10]



Slika 1.11 Testiranje torzijske krutosti na izrađenom okviru bolida Curtin Motosport tima[10]

Na slici 1.12 je prikazano testiranje torzijske krutosti na već gotovom automobilu Lexus IS 2005 u Toyotinom industrijskom postrojenju.



Slika 1.12 Testiranje torzijske krutosti gotovog automobila u industrijskim uvjetima [11]



## 2. CILJ RADA

Generalni cilj rada je odrediti iznos torzijske krutosti okvira automobila Concept One kompanije Rimac Automobili.

Za dobiveni 3D CAD model okvira potrebno je definirati način i parametre (rubni uvjeti pomaka i sila) određivanja torzijske krutosti istog. Okvir je već proizveden i kao takav služi kao osnova automobila Concept One. Određivanjem torzijske krutosti želi se uvidjeti na moguće nedostatke te prostor za poboljšanje u vidu smanjenja mase uz zadržavanje ili možda povećanje iste, da bi sljedeći modeli bili još bolji.

Zadatkom je zadano da se određivanje torzijske krutosti okvira treba izvršiti upotrebom numeričkih alata, točnije, upotrebom programskog paketa koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Takvih alata postoji nekoliko, a u obimu ovog diplomskog rada koristit će se programski paket ANSYS te programski paket ABAQUS [12] kojim će se verificirati konačni elementi iz programskog paketa ANSYS zbog sigurnosti korištenja istih.

Za određivanje torzijske krutosti putem numeričke analize, potrebno je pripremiti proračunski (numerički) model. Kod pripreme, posebnu pozornost treba obratiti na konstrukcijske dijelove okvira koji imaju važan utjecaj na krutost te na one koji imaju možda manji ili neznačajan utjecaj i moguće ih je zanemariti. To je bitno iz razloga što je okvir sam po sebi vrlo kompleksan te su pojednostavljenja nužna da bi se proračunski model uopće mogao izraditi i da bi se analiza mogla provesti na dostupnim računalnim resursima.

Također, pozornost treba obratiti i na način pripreme 3D CAD modela iz razloga što programski paket za numeričku analizu mora imati točno definirane linije koje predstavljaju gredne konačne elemente i površine koje predstavljaju ojačanja u vidu limova odnosno ljuskastih konačnih elementa zavarenih na okvir koji poprilično utječu na torzijsku krutost.

O samoj numeričkoj analizi, tj. o metodi konačnih elemenata i o detaljnoj pripremi proračunskog modela bit će detaljnije opisano u sljedećim poglavljima.

### 3. METODA KONAČNIH ELEMENATA

Metoda konačnih elemenata (MKE) numerička je metoda temeljena na diskretizaciji kontinuuma [13]. Po svojoj definiciji, MKE unosi trajnu grešku u rješenje problema proračunskog modela, a dužnost je analitičara da grešku kontrolira i drži unutar standardom propisanih veličina.

MKE je prikladna numerička metoda za analizu složenih konstrukcijskih problema, prvenstveno onih koje je komplicirano ili nemoguće riješiti poznatim analitičkim metodama te je u tom kontekstu korištena kao glavni alat pri izradi ovog rada.

U današnje doba postoji velik broj komercijalnih računalnih programa temeljenih na MKE koji omogućuju analizu kompleksnih konstrukcija bez razmatranja složene teorije koja opisuje njihovo fizikalno ponašanje. Korištenje programa nerijetko se svodi na zadavanje ulaznih podataka prema propisanim uputama, a dobivena rješenja prihvaćaju se bez dovoljno kritičnosti i potrebnog znanja pri interpretaciji rezultata. To, uz već očekivanu grešku po definiciji, unosi dodatni problem nekorektnosti pri izradi proračunskog modela od strane nedovoljno educiranih pojedinaca i prezentiranju netočnih rješenja. Jedan od primijenjenih načina ispitivanja točnosti dobivenih rješenja je ispitivanje konvergencije [13]. Cilj analize je da se rješenja dobivena pomoću MKE što više približe vrijednostima koje dovoljno točno opisuju razmatrani problem. S povećanjem broja konačnih elemenata (KE) numerička rješenja moraju se približavati točnim vrijednostima. To fizikalno znači da usitnjavanjem mreže konačnih elemenata energija deformiranja konvergira prema točnom iznosu energije deformiranja proračunskog modela. Pritom se podrazumijeva da se mreža s većim brojem konačnih elemenata dobiva tako da se elementi početne mreže dijele na više manjih elemenata. Opisana metoda približavanja točnom rješenju uz jednoliko smanjenje dimenzija elemenata, u literaturi je poznata kao h-postupak. Konvergenciju je moguće postići i povećanjem stupnja polinoma interpolacijskih funkcija i kod relativno grube mreže, što je opisano kao p-postupak. Veliku brzinu konvergencije moguće je dobiti ako se istodobno smanjuju dimenzije elemenata i povećava stupanj polinoma interpolacijske funkcije, što je poznato kao h/p-postupak [13].

#### 3.1. Opis primijenjenih konačnih elemenata

Cilj ovog dijela rada je verifikacija odabranih elemenata u kontekstu kreiranja korektnog proračunskog modela. Kombiniranjem više vrsta konačnih elemenata i prikladnog

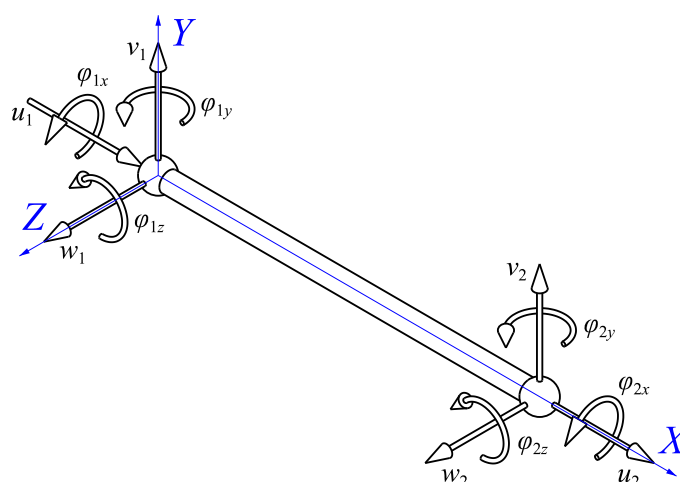
odabira kojom vrstom elementa aproksimirati pojedini segment proračunskog modela, ispitana je konvergencija za jednostavnije slučajeve koje je moguće provjeriti korištenjem analitičkih metoda.

Kao glavni numerički alat ovog rada korišten je programski paket ANSYS. Za dodatnu numeričku verifikaciju korišten je programski paket ABAQUS te program MITCalc [14] specijaliziran za rješavanje jednostavniji strojarskih problema.

Ispitivanjem konvergencije testirana je prikladnost korištenih konačnih elemenata za opisani fizikalni model opterećenja konstrukcije, a rezultati su prikazani u dijagramima.

### 3.1.1. Prostorni gredni konačni element

Osnovni prostorni gredni konačni element je jedan od dva tipa konačnih elemenata koji će se koristiti kroz ovaj diplomski rad te je prikazan na slici 3.1.



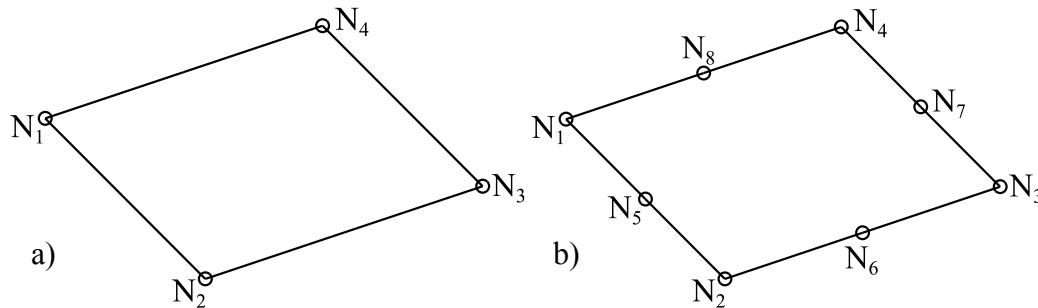
Slika 3.1 Osnovni prostorni gredni element

Osnovni gredni prostorni elementi imaju dva čvora, a svaki čvor ima 6 stupnjeva slobode gibanja (SSG): 3 translacije i 3 rotacije u smjerovima globalnih osi Kartezijevog koordinatnog sustava [13]. Prostorni gredni elementi drugog reda imaju dodatni čvor na sredini elementa. Svi navedeni gredni elementi sadrže Timoshenkovu formulaciju koja uzima u obzir posmične efekte kratkih greda, no sadržavaju i Euler-Bernoullijevu formulaciju koja služi primarno za duge grede, tako da se mogu smatrati univerzalno točnima [2] i [15].

Gredni elementi prikladni su za diskretizaciju tijela čija je jedna dimenzija bitno veća od ostale dvije.

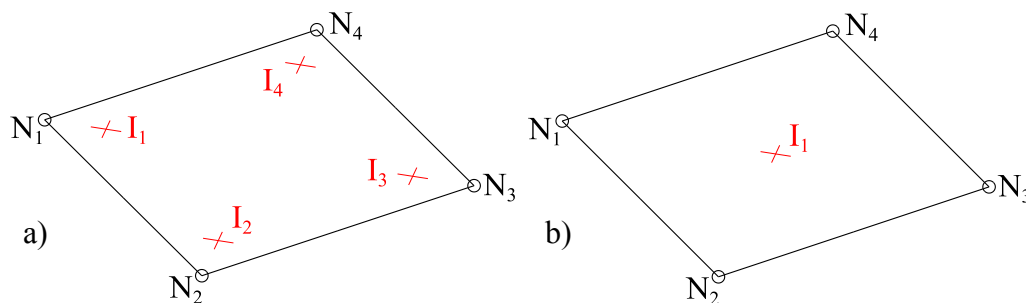
### 3.1.2. Ljuskasti konačni element

Za mreže KE kojima se aproksimiraju modeli s jednom dimenzijom znatno manjom od ostale dvije, korišteni su ljuskasti KE prikazani na slici 3.2.



Slika 3.2 Četverokutni ljuskasti element: a) I. reda, b) II. reda

Pri analizi su korišteni osnovni linearni ljuskasti četverokutni konačni elementi s 4 čvora. Svaki čvor ima 6 SSG: 3 translacije i 3 rotacije [2] i [13]. Pri dodatnoj analizi konvergencije korišteni su četverokutni ljuskasti elementi drugog reda s jednim dodatnim čvorom na sredini svake stranice. Također, postoji i razlika u samom opisu ljuskastih četverokutnih konačnih elemenata i to razlikujemo konačni element s 4 točke integracije (Slika 3.3 a) te reducirani konačni element s jednom točkom integracije (Slika 3.4 b) u sredini elementa.



Slika 3.3 Četverokutni ljuskasti elementi: a) 4 točke integracije, b) 1 točka integracije

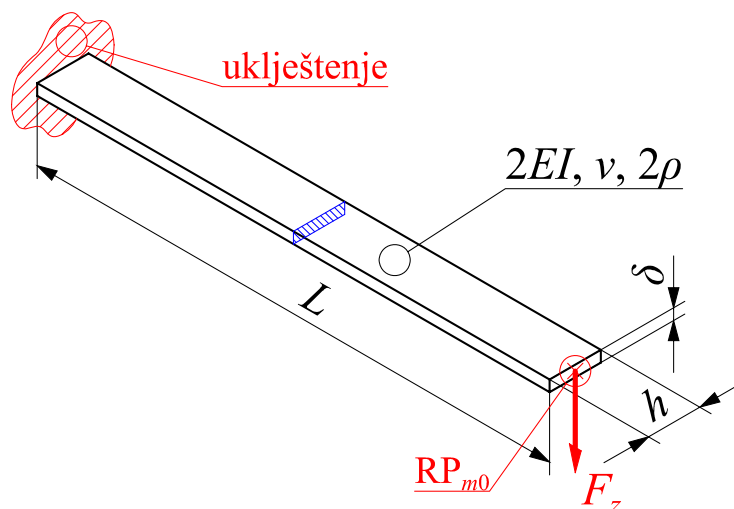
### 3.2. Verifikacija primijenjenih konačnih elemenata

U ovom poglavlju, numerički su riješena tri primjera s poznatim referentnim analitičkim rješenjima. Cilj je verificirati prikladnost korištenih konačnih elemenata, nametnutih rubnih uvjeta te općenito metodologije rješavanja problema kako bi se sa sigurnošću moglo pristupiti analizi kompleksnog proračuna okvira. Svi primjeri riješeni su uz pretpostavku da je materijal konstrukcija homogen i izotropan te da su pomaci, deformacije i

naprezanja maleni, tj. da se koristi načelo geometrijske i materijalne linearnosti, što je ujedno i osnovna pretpostavka kod analize cijelog okvira.

### 3.2.1. Primjer I: analiza konzole pravokutnog poprečnog presjeka

Za konzolu konstantne krutosti i poprečnog presjeka uklještenu i opterećenu prema slici 3.4, određen je analitički te numerički pomoću MKE statički progib težišta poprečnog presjeka kraja grede  $w_z$  (progib referentne točke  $RP_{m0}$  prikazane na slici 3.4).



Slika 3.4 Primjer I: konzola pravokutnog poprečnog presjeka (greda)

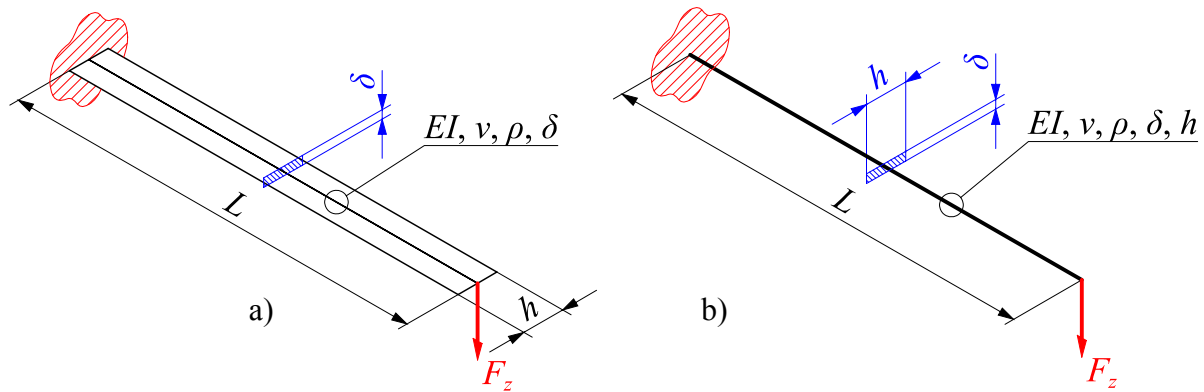
Materijalno geometrijske karakteristike te iznos opterećenja prikazani su u tablici 3.1.

Tablica 3.1 Primjer I: zadani podaci

Materijal	$L$ / mm	$h$ / mm	$\delta$ / mm	$F_z$ / N
čelik	70	7	0,7	1

Ideja primjera I je prikazati prikladnost ljuskastih konačnih elemenata u kombinaciji s grednim elementima definiranim u programskom paketu ANSYS.

Na slici 3.5 a) vidljiv je osnovni numerički model definiran ljuskastim elementima, dok je na slici 3.5 b) vidljiv dodatni model numerički definiran grednim elementima. Oba modela imaju jednake površine  $A$ , aksijalni moment tromosti oko globalne osi  $x$   $I_x$ , Youngov modul (elastičnosti)  $E$ , Poissonov faktor  $\nu$  te gustoću  $\rho$ . Numeričkom kombinacijom, tj. superpozicijom oba modela sa slike 3.5 dobija se model identičan onom na slici 3.4, tj. model koji ima dvostruku krutost  $2E$  i dvostruku gustoću (a time i masu)  $2\rho$ .



Slika 3.5 Primjer I: proračunski model definiran: a) ljuskastim, b) grednim KE

Očekivani efekt ovakvog definiranja proračunskog modela biti će duplo veća krutost, tj. duplo manji progib (budući da u obzir nije uzeta masa grede pri proračunu statičkog progiba) jer bi rješenja i ljuskastim i grednim konačnim elementima za model istih dimenzija trebala biti jednaka, pa se rezultati u slučaju spajanja oba modela superponiraju.

### 3.2.1.1 Statički progib $w_z$

Proračun statičkog progiba proveden je prema [16], [17] i [18].

Budući da je zadovoljen uvjet vitke (dugačke) grede, tj. omjer  $\delta/L$  iznosi 0,01, proračun progiba proveden je prema Euler-Bernoullijevoj teoriji uz očekivanu grešku do 2 %.

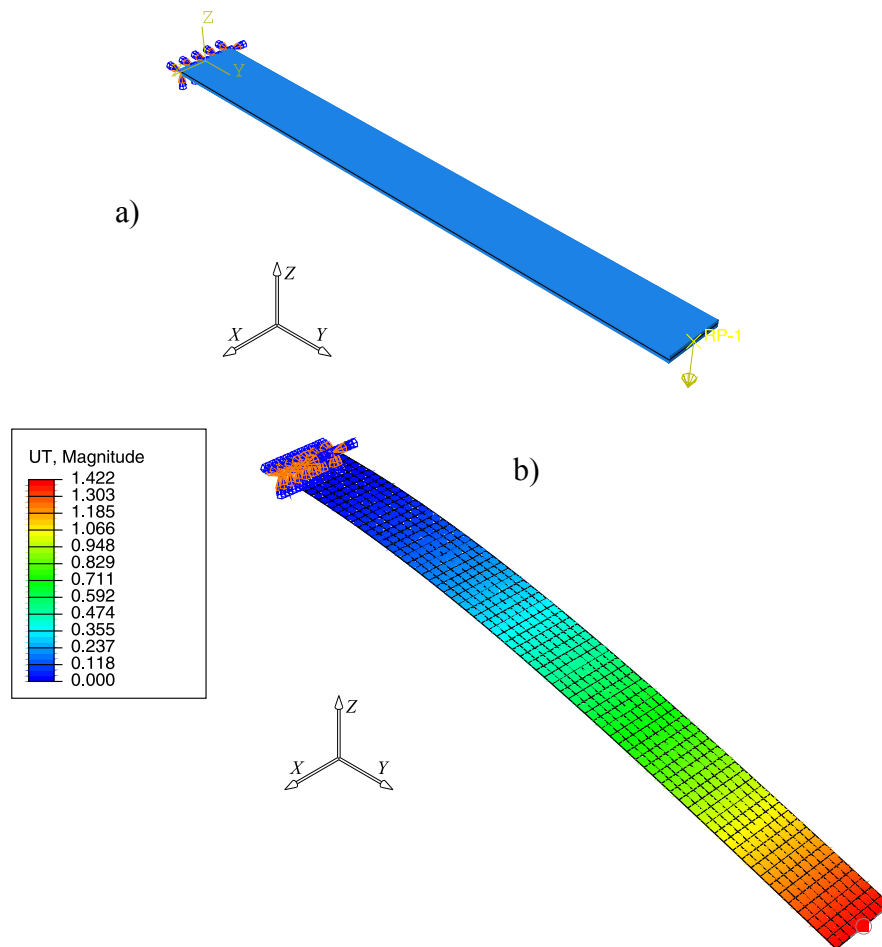
Za čelik je prema [16] i [18] očitana vrijednost Poissonovog faktora  $\nu$  koji iznosi 0,3 te Youngovog modula  $E$  koji iznosi 200 GPa, dok gustoća  $\rho$  iznosi 7 850 kg/m<sup>3</sup>.

Aksijalni moment tromosti  $I_x$  te maksimalni statički progib  $w_z$  iznose

$$I_x = \frac{h \cdot \delta^3}{12} \cong 0,2 \text{ mm}^4 \Rightarrow w_{z(\text{ANLT})} = \frac{F_z \cdot L^3}{3 \cdot 2E \cdot I_x} = 1,429 \text{ mm}. \quad (3.1)$$

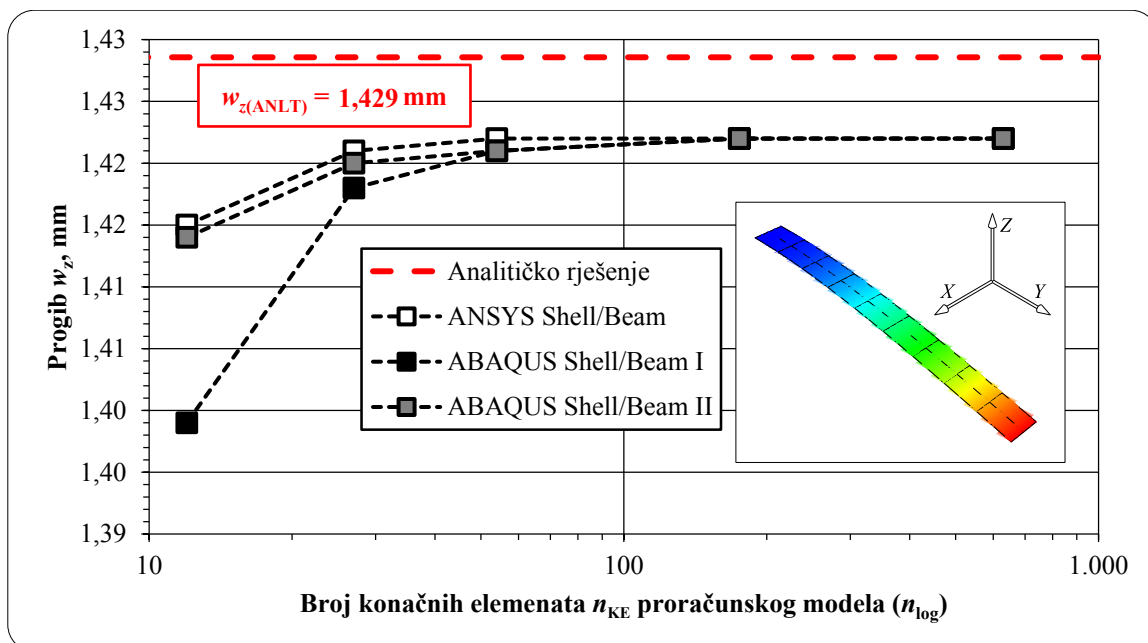
### 3.2.1.2 Numeričko rješenje primjera I

Numerički model u programskom paketu ANSYS i ABAQUS kreiran je analogno analitičkom prema prethodno zadanim podacima (Tablica 3.1). Mjerne jedinice numeričkog progiba na slici 3.6 prikazane su u milimetrima, a slika prikazuje proračunski model u programskom paketu ABAQUS te rezultate numeričke analize uz faktor uvećanja  $k = 25$  za rezultate progiba.



Slika 3.6 Primjer I: a) proračunski model grede, render prikaz, b) progib  $w_z$

Slika 3.7 prikazuje konvergencije proračunskih modela, a rezultati su u dijagramima uspoređeni s analitičkim rezultatom.



Slika 3.7 Primjer I: konvergencija rješenja proračunskih modela za progib  $w_z$

Iz dijagrama sa slike 3.7 vidljiva je monotona konvergencija svih proračunskih modela. ABAQUS ljuskasti elementi 1. reda (ABAQUS Shell I) u kombinaciji s grednim elementima 1. reda (ABAQUS Beam I) očekivano najsporije konvergiraju. Bitno je zamijetiti i da ANSYS ljuskasti konačni elementi (ANSYS Shell) u kombinaciji s grednim konačnim elementima (ANSYS Beam) pokazuju vrlo sličnu učinkovitost u odnosu na ABAQUS kombinaciju ljuskastih (ABAQUS Shell II) i grednih (ABAQUS Beam II) konačnih elemenata 2. reda te čak konvergiraju nešto brže.

Tablica 3.2 prikazuju usporedbe rezultata najgušćih mreža svih proračunskih modela kreiranih u programskim paketima ANSYS i ABAQUS.

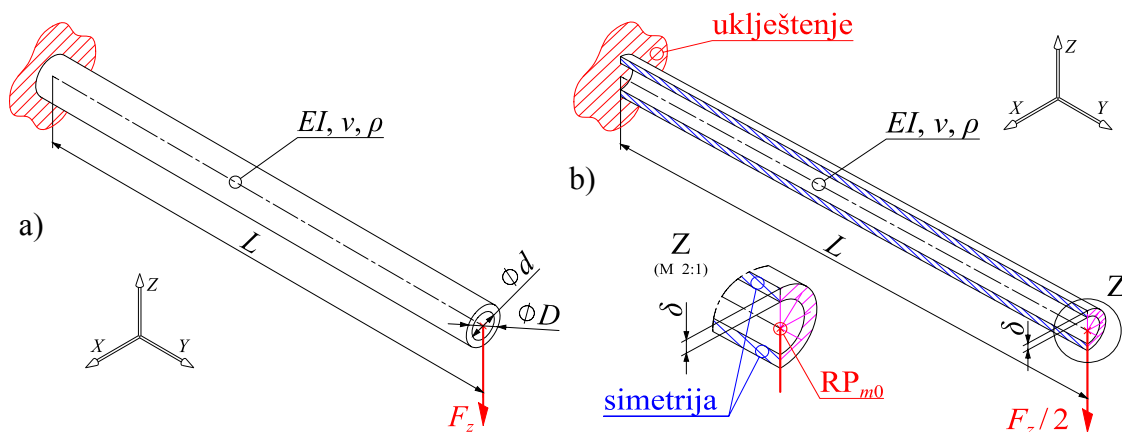
Tablica 3.2 Primjer I: usporedba rezultata proračunskih modela za progib  $w_z$

Progib	$\Sigma n_{KE}$	$w_z / \text{mm}$	$E_{rel} / \%$
Analitičko rješenje	-	1,429	0
ANSYS Shell/Beam	630	1,422	-0,46
ABAQUS Shell/Beam I	630	1,422	-0,46
ABAQUS Shell/Beam II	630	1,422	-0,46

Svi proračunski modeli u konačnici daju zadovoljavajuće točna rješenja dok su nama najbitnija rješenja iz programskog paketa ANSYS pošto ćemo analizu proračunskog modela provesti u navedenom programskom paketu.

### 3.2.2. Primjer II: analiza konzole cjevastog poprečnog presjeka

Za konzolu konstantnog poprečnog presjeka i krutosti uklještenu i opterećenu prema slici 3.8 a) određen je analitički te numerički pomoću MKE statički progib težišta poprečnog presjeka kraja grede  $w_z$  (progib referentne točke  $RP_{m0}$ ).



Slika 3.8 Primjer II: konzola cjevastog poprečnog presjeka (cijev): a) shematski prikaz, b) proračunski model



Materijalno geometrijske karakteristike te iznos opterećenja prikazani su u tablici 3.3.

**Tablica 3.3 Primjer II: zadani podaci**

Materijal	$L / \text{mm}$	$\text{Ø}D / \text{mm}$	$\text{Ø}d / \text{mm}$	$F_z / \text{N}$
čelik	150	10	0,7	10

Ideja primjera II je prikazati konvergenciju rješenja ljuskastih i grednih konačnih elementa na modelu cijevi opterećene silom na kraju te usporedbu istih za programski paket ANSYS i ABAQUS. Primjer II konzole cjevastog poprečnog presjeka također će pokazati verifikaciju korištenja rubnih uvjeta simetrije u svrhu štednje računalnih resursa kreiranjem proračunskog modela koji je prikazan na slici 3.8 b) te prikladnost konačnih elemenata u kombinaciji s referentnom točkom vezanom kinematičkom virtualnom vezom na geometriju.

Bitno je primijetiti i da je geometrija grede sada cjevastog poprečnog presjeka što ju čini kompleksnijim oblikom od primjera I. Ovaj primjer vrlo je značajan za numeričku verifikaciju iz razloga što je cijela konstrukcija okvira sastavljena od greda cjevastog poprečnog presjeka različitih dimenzija.

### 3.2.2.1 Statički progib $w_z$

Proračun statičkog progiba proveden je prema [16], [17] i [18].

Budući da je zadovoljen uvjet vitke (tj. dugačke) grede prema [16] tj. omjer  $\text{Ø}D/L$  iznosi 0,067, proračun progiba proveden je prema Euler-Bernoullijevoj teoriji uz očekivanu grešku od oko 2 %.

Aksijalni moment tromosti  $I_x$  te maksimalni statički progib  $w_z$  iznose

$$I_x = \frac{\pi \cdot (\text{Ø}D^4 - \text{Ø}d^4)}{64} \cong 91,054 \text{ mm}^4 \Rightarrow \boxed{w_{z(\text{ANLT})_1} = \frac{F_z \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I_x} = 0,618 \text{ mm.}} \quad (3.2)$$

Euler-Bernoullijeva teorija korištena u izrazu (3.2) vrijedi isključivo u slučaju dugih greda gdje su zanemarene posmične deformacije, a poprečni presjeci ostaju ravni i okomiti na uzdužnu os. Radi dodatne verifikacije promatrano je i analitičko rješenje prema teoriji elastičnosti, tj. Timoshenkova teorija koja uzima u obzir i posmične efekte, što rezultira većim progibom [15].

Timoshenko (1922.) je bio prvi koji je uključio dodatne efekte u proračun greda, kao što je na primjer inercija rotacije i posmična deformacija. Prema Timoshenkovoj teoriji, raspodjela posmičnih deformacija je konstantna kroz debljinu grede, stoga je bilo potrebno

pronaći odgovarajući korekcijski faktor (faktor smicanja)  $k$ , ovisan o promatranom problemu i geometriji. Za određivanje ispravnog faktora smicanja, potrebno je utvrditi da li je riječ o debelostjenoj ili tankostjenoj cijevi. Uvjet debelostjene cijevi prema [19] glasi

$$\delta = \frac{\text{OD} - \text{Od}}{2} \geq \frac{1}{10} \cdot \frac{\text{OD}/2 + \text{Od}/2}{2}, \quad (3.3)$$

gdje je  $\delta$  debljina cijevi prema slici 3.8 b). Uvjet tankostjene cijevi stoga glasi

$$\delta = \frac{\text{OD} - \text{Od}}{2} = 0,25 \text{ mm} < \frac{1}{10} \cdot \frac{\text{OD}/2 + \text{Od}/2}{2} = 0,4875 \text{ mm}, \quad (3.4)$$

što je ispunjeno, stoga je potrebno odrediti faktor smicanja za tankostjeni presjek. Timoshenkovo rješenje prema [15] verificirao je i nadogrudio Cowper (1966.) [20], a faktor smicanja  $k$  za cjevasti tankostjeni presjek iznosi

$$k = \frac{2 \cdot (1 + \nu)}{4 + 3 \cdot \nu}, \text{ za } \nu = 0 \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{2}}, \text{ uz } \nu_{\xi} = 0,3 \Rightarrow \boxed{k \cong 0,531}, \quad (3.5)$$

gdje je  $k = 0,531$  faktor smicanja rješenje koje se koristi u svrhu numeričke verifikacije ovog dijela rada. Površina poprečnog presjeka cijevi  $A$  i modul smicanja  $G$  cijevi iznose

$$A = \frac{\pi \cdot (\text{OD}^2 - \text{Od}^2)}{4} = 7,658 \text{ mm}^2, \quad (3.6)$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \cong 76,9231 \text{ GPa}. \quad (3.7)$$

Izraz za progib grede prema Timoshenkovoj teoriji uz Cowperov koeficijent [20] glasi

$$w_{z(\text{ANLT})_{\text{II}}} = \left( \frac{F_z \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I_x} \right)_{\text{Euler-Bernoulli}} + \left( \frac{F_z \cdot L}{k \cdot A \cdot G} \right)_{\text{Timoshenko}}. \quad (3.8)$$

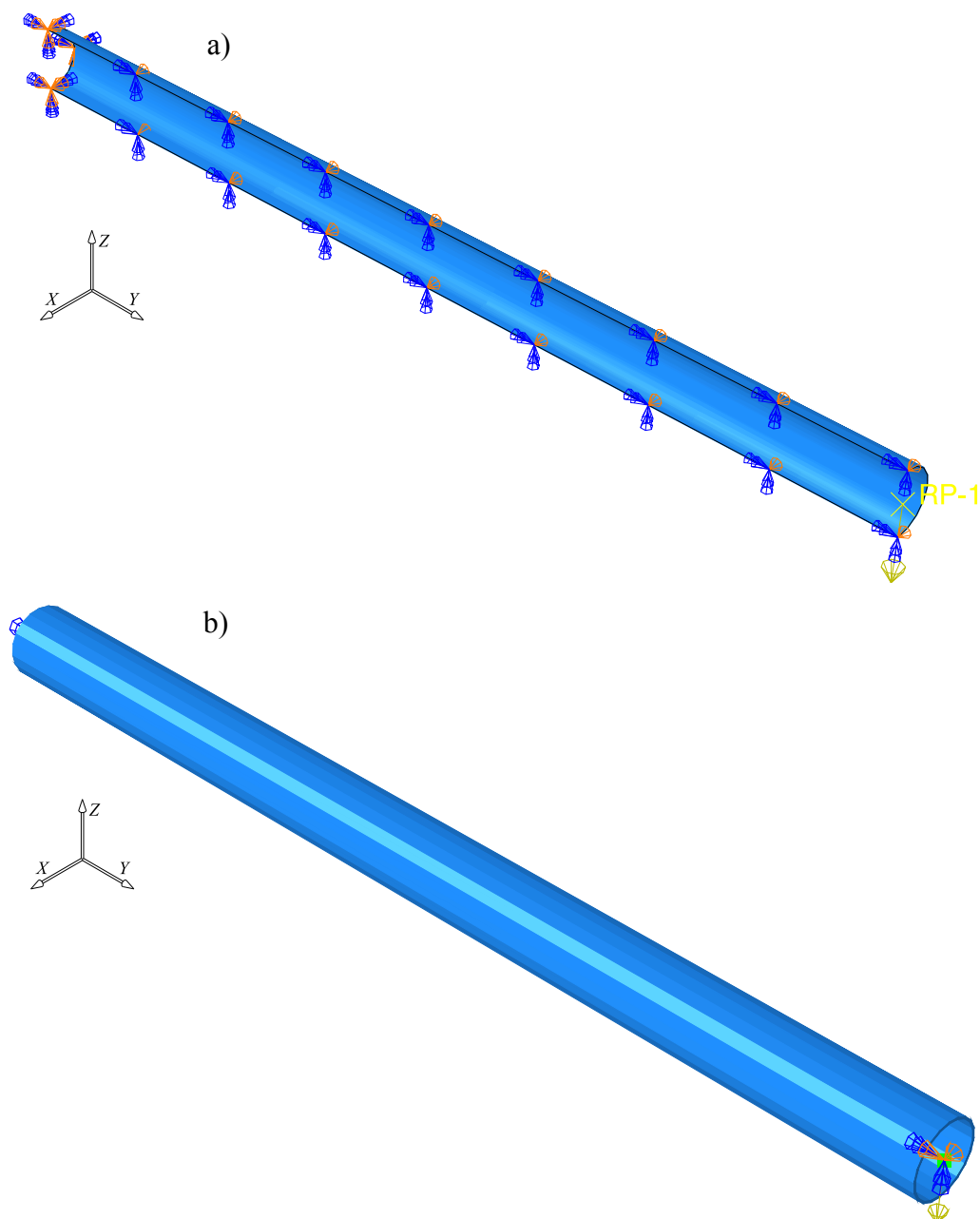
Konačni sređeni izraz i rezultat za maksimalni progib grede prema [21] glasi

$$\boxed{w_{z(\text{ANLT})_{\text{II}}} = F_z \cdot L \cdot \left( \frac{L^2}{3 \cdot E \cdot I_x} + \frac{1}{k \cdot A_0 \cdot G} \right) \cong 0,623 \text{ mm}.} \quad (3.9)$$

Usporedbom rezultata iz izraza (3.2) te (3.9) vidljivo je da je prema Timoshenkovoj teoriji progib nešto veći ( $E_{\text{rel}} = (w_{z\text{II}}/w_{z\text{I}} - 1) \cdot 100 \approx 0,78 \%$ ), stoga je (radi sigurnosti) kao referentno rješenje odabran veći iznos progiba iz izraza (3.9).

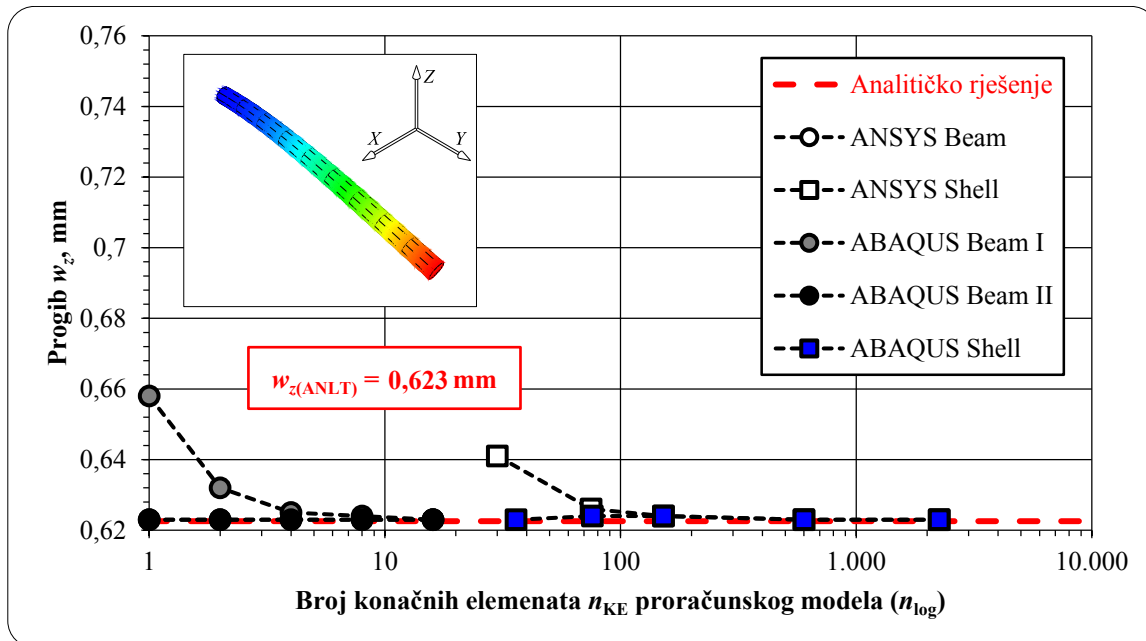
### 3.2.2.2 Numeričko rješenje primjera II

Numerički model u programskom paketu ANSYS i ABAQUS kreiran je analogno analitičkom prema prethodno zadanim podacima (Tablica 3.3). Mjerne jedinice numeričkog progiba sa slike 3.9 prikazane su u milimetrima, a slika prikazuje ljuskasti i gredni numerički model u programskom paketu ABAQUS. Referentna točka RP-1 kinematičkom je vezom spojena s drugim ploham da bi interakcija implementiranih rubnih uvjeta mogla biti prenijeta s referentne točke na model.



Slika 3.9 Primjer II: proračunski model konzole cjevastog poprečnog presjeka diskretizirane: a) ljuskastim, b) grednim (render prikaz) KE

Slika 3.10 prikazuje konvergencije proračunskog modela, a rezultati su u dijagramu uspoređeni s analitičkim rezultatima.



Slika 3.10 Primjer II: konvergencija rješenja proračunskih modela za progib  $w_z$

Iz dijagrama sa slike 3.10 vidljiva je monotona konvergencija svih proračunskih modela. Bitno je zamijetiti i da ANSYS ljuskasti konačni elementi pokazuju vrlo sličnu učinkovitost u odnosu na ABAQUS ljuskaste konačne elemente, no u ovom slučaju konvergiraju nešto sporije. ANSYS gredni konačni elementi i ABAQUS gredni konačni elementi 2. reda konvergiraju trenutno, dok ABAQUS gredni konačni elementi 1. reda pokazuju nešto sporiju konvergenciju.

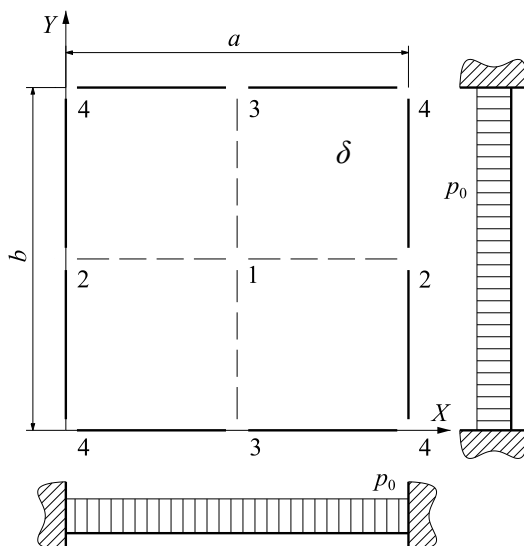
Tablica 3.4 prikazuju usporedbe rezultata najgušćih mreža svih proračunskih modela za primjer II kreiranih u programskom paketu ANSYS i ABAQUS.

Tablica 3.4 Primjer II: usporedba rezultata proračunskih modela za pomak  $w_z$

Progib	$\Sigma n_{KE}$	$w_z / \text{mm}$	$E_{rel} / \%$
Analitičko rješenje	-	0,6225	0
ANSYS Beam	16	0,623	0,07
ANSYS Shell	2250	0,623	0,07
ABAQUS Beam I	16	0,623	0,07
ABAQUS Beam II	16	0,623	0,07
ABAQUS Shell	2250	0,623	0,07

### 3.2.3. Primjer III: analiza tanke pravokutne ploče opterećene kontinuiranim opterećenjem te uklještene po svim rubovima

Za tanku pravokutnu ploču opterećenu kontinuiranim opterećenjem prema slici 3.11, određen je analitički te numerički pomoću MKE statički progib središta (težišta) ploče  $w_{z1}$  (točka 1 na slici 3.11),



Slika 3.11 Primjer III: tanka pravokutna ploča opterećena kontinuiranim opterećenjem te uklještena po svim rubovima

Materijalno geometrijske karakteristike te iznos opterećenja prikazani su u tablici 3.5.

Tablica 3.5 Primjer III: zadani podaci

$E$ / GPa	$p_0$ / kN/m <sup>2</sup>	$\delta$ / mm	$a/b$
200	1	1	1

Ideja primjera III je prikazati konvergenciju rješenja ljuskastih konačnih elemenata za uklještenu ploču u svrhu verifikacije ljuskastih konačnih elemenata koji će u proračunskom modelu šasije biti uklještteni samo s dvije strane.

#### 3.2.3.1 Statički progib $w_z$

Proračun statičkog progib proveden je prema [22] (Sorić, J., Ljuske i ploče).

Dimenzije ploče potrebno je provjeriti uz nužan uvjet da je ploča tanka (Kirchhoff–Love teorija prema [22], [23] i [24]). Provjera uvjeta da je ploča tanka uz proizvoljno odabrane dimenzije ploče  $a = b = 200$  mm (budući da je  $a/b = 1$ , Tablica 3.5) glasi

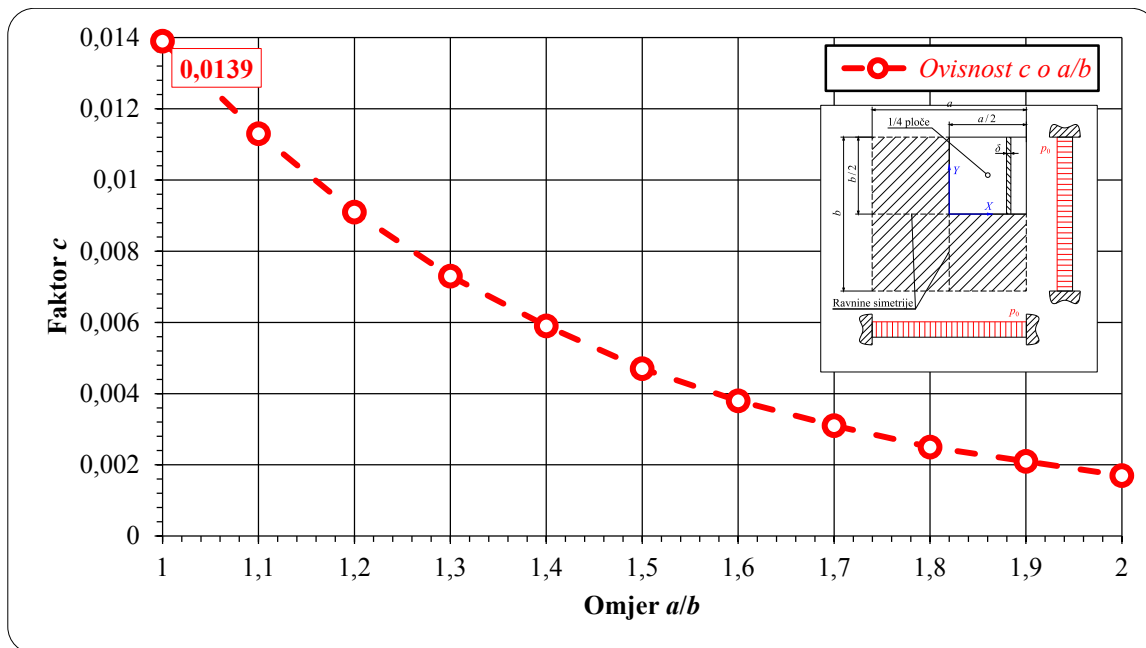
$$a = a_{\text{odb}} = 200 \text{ mm} \Rightarrow b = \frac{a}{a/b} = 200 \text{ mm} \Rightarrow \frac{\delta}{l_{\text{min}}} = \frac{1}{200} < \frac{1}{20}. \quad (3.10)$$

Preračunate vrijednosti veličina modula elastičnosti  $E$  i pritiska  $p_0$  iznose

$$E = 200 \cdot 10^3 \text{ MPa}, \quad p_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}. \quad (3.11)$$

Potrebno je očitati faktor  $c$  ovisan o omjeru duljina stranica  $a/b$  te rubnim uvjetima.

Prema [22], tj. prema donjem dijagramu, uz  $a/b = 1$ , očitani iznos faktora  $c$  iznosi 0,0139.



Slika 3.12 Ovisnost faktora  $c$  o omjeru  $a/b$  []

Uz (fiksni) Poissonov faktor  $\nu = 0,3$  prema [22], statički progib  $w_z$  iznosi

$$c = w_z \frac{p_0 \cdot a^4}{E \cdot \delta^3} = -0,0139 \Rightarrow w_z = c \cdot \frac{p_0 \cdot a^4}{E \cdot \delta^3} \cong -0,1112 \text{ mm}. \quad (3.12)$$

Uz uvjet da su pomaci mali, provjera uvjeta dopuštenog progiba prema [24] glasi

$$\frac{|w_{\text{max}}|}{\delta} = \frac{|w_z|}{1} = 0,1112 < \frac{1}{5} = 0,2. \quad (3.13)$$

Apsolutni iznos statičkog progiba težišta ploče iznosi

$$\boxed{|w_{z(\text{ANLT})}| = 0,1112 \text{ mm}. \quad (3.14)$$

Analitičko rješenje  $w_{\text{max}} \equiv w_z$  provjereno je dodatno pomoću programske aplikacije MITCalc 1.6. Slika 3.13 prikazuje proračunski slučaj ploče i rješenje problema primjenom programa MITCalc.

1.2 Material		Cast steel / Sy=250 MPa	
1.3 Modulus of elasticity	E	200000	[MPa]
1.4 Modulus of shearing	G	76923	[MPa]
1.5 Poisson's ratio	ν	0,30	
1.6 Temperature coefficient of expansion	γ	11,70	[m/m/C*e-6]
1.7 Specific mass	Ro	2340,00	[kg/m^3]
1.8 Yield strength	σy	250,00	[MPa]
1.9 Requested safety coefficient	SF	2,50	

4.0 Rectangular plates		08. Uniform pressure q over entire plate, all edges fixed	
4.2 Plate thickness	t	1,000	[mm]
4.3 Long edge	a	200,000	[mm]
4.4 Short edge	b	200,000	[mm]
4.5 Radial location of loading	ro		[mm]
4.6 Total applied force	W		[N]
4.7 Load per unit area	q	0,00100	[MPa]
4.8 Plate weight	m	0,09	[kg]
4.9 Maximum deflection	ymax	0,11040	[mm]
4.10 Maximum stress	σmax	12,31	[MPa]
4.11 Safety coefficient	SF	20,31	

Slika 3.13 MITCalc proračunski model uklještena ploče

Uvidom u rezultat sa slike 3.13, vidljivo je dobro poklapanje rezultata s izrazom (3.14) čime je potvrđena točnost metodologije analitičkog rješenja.

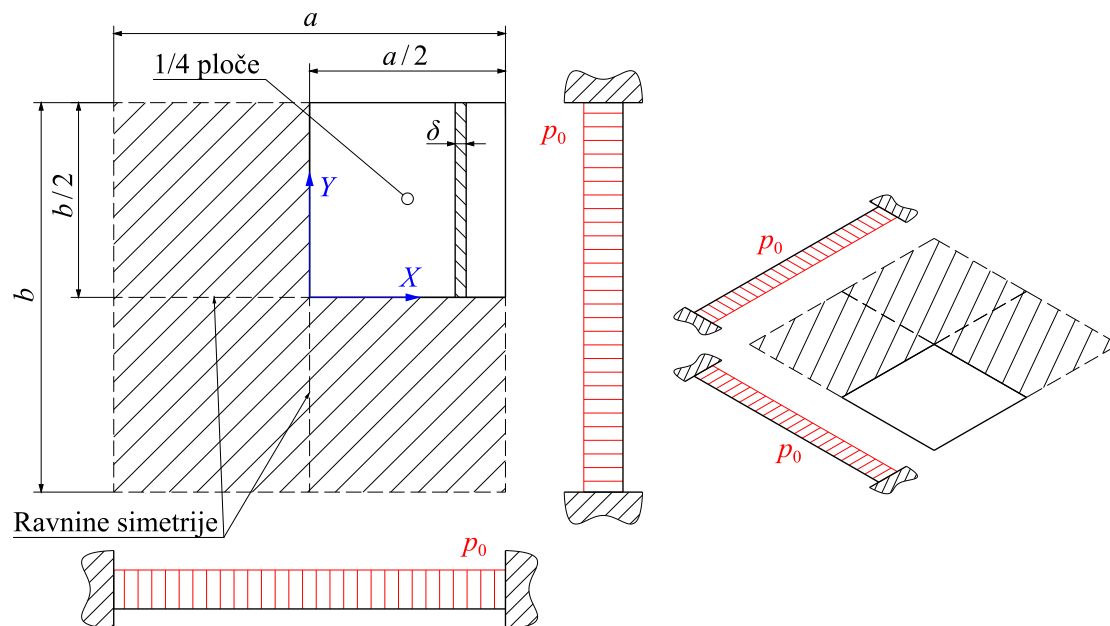
Usporedba rezultata programskog paketa MITCalc i analitičkog rješenja glasi

$$\left(w_{z\max}\right)_{\text{MITCalc}} = 0,1104 \text{ mm} \cong \left(w_{z\max}\right)_{\text{ANLT}} = 0,1112 \text{ mm}. \quad (3.15)$$

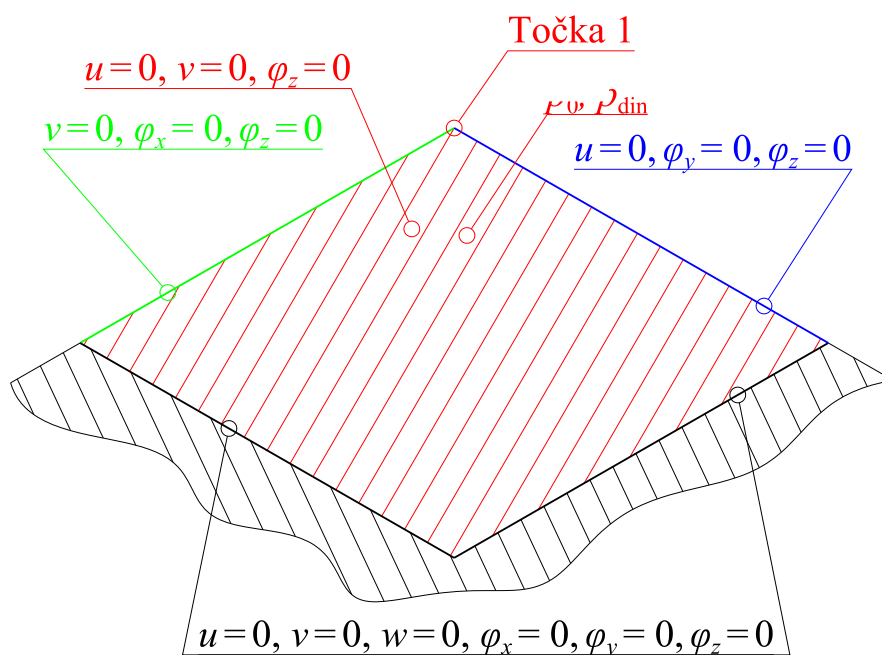
Uzevši u obzir izraz (3.15) u kontekstu relativne razlike (u numeričkom smislu pogreške), iznos  $E_{\text{rel}} = (w_{z\text{ANLT}}/w_{z\text{MITCalc}} - 1) \cdot 100 \approx 0,725 \%$ .

### 3.2.3.2 Numeričko rješenje primjera III

Numerički model u programskom paketu ANSYS i ABAQUS kreiran je analogno analitičkom prema prethodno zadanim podacima (Tablica 3.5). Mjerne jedinice numerički određenog progiba na slici 3.14 prikazane su u milimetrima, a slika shematski prikazuje proračunski model  $\frac{1}{4}$  ploče pripremljen za diskretizaciju ljuskastim (pločastim) konačnim elementima. Budući da je ploča dva puta simetrična prema geometriji, opterećenju i rubnim uvjetima, prikladno je koristiti  $\frac{1}{4}$  ploče te rubne uvjete simetrije u svrhu očuvanja računalnih resursa. Slika 3.15 shematski prikazuje proračunski model  $\frac{1}{4}$  ploče s primijenjenim rubnim uvjetima uklještenja i simetrije, kao i zadanim statičkim opterećenjem.



Slika 3.14 Primjer III: proračunski model 1/4 ploče, simetrija



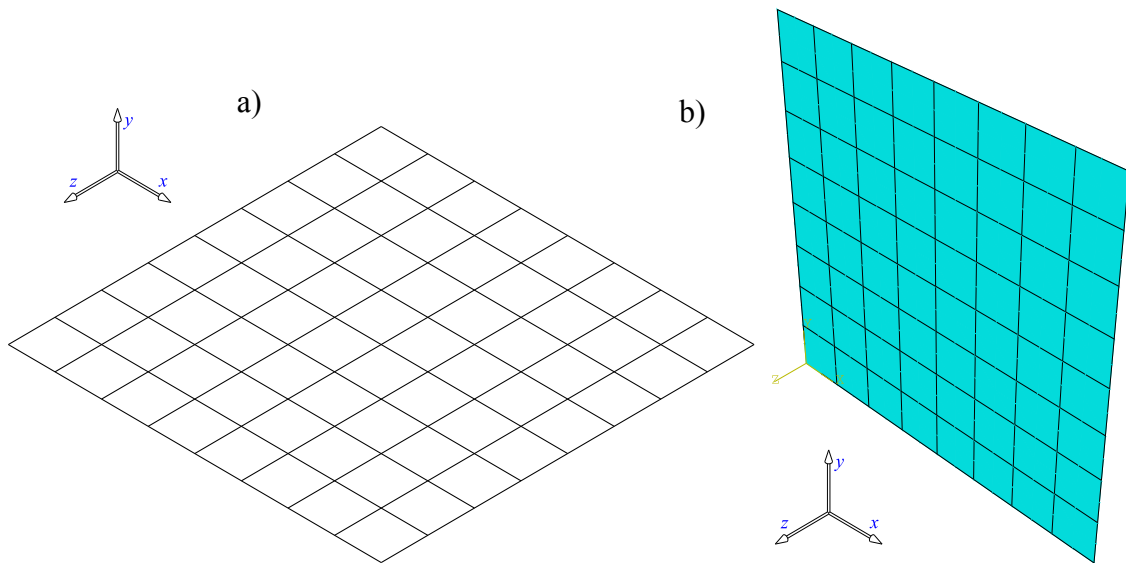
Slika 3.15 Primjer III: proračunski model 1/4 ploče, rubni uvjeti

Budući da je opterećenje zadano kao pritisak  $p_0$ , konačni iznos opterećenja ostaje isti.

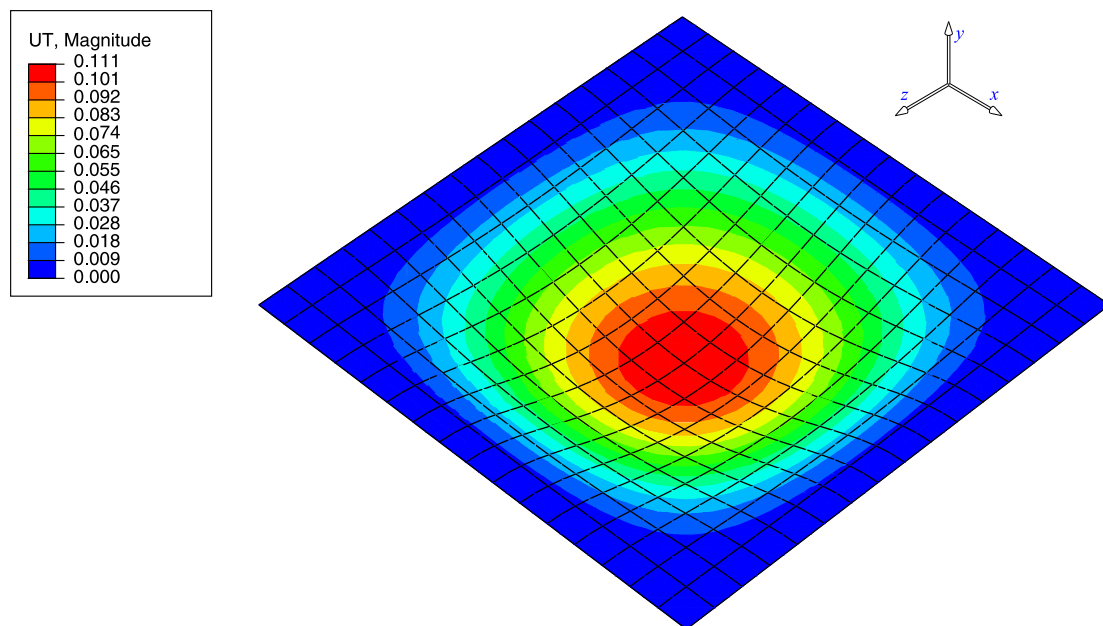
Slika 3.16 prikazuje mreže ljuskastih konačnih elemenata kreirane u programskom paketu ANSYS i ABAQUS i to gledano prema gustoći diskretizacije, treća mreža s 64 ljuskasta konačna elementa.

Na slici 3.17 prikazan je statički progib ploče u programskom paketu ABAQUS uz uključene opcije prikaza simetrije.



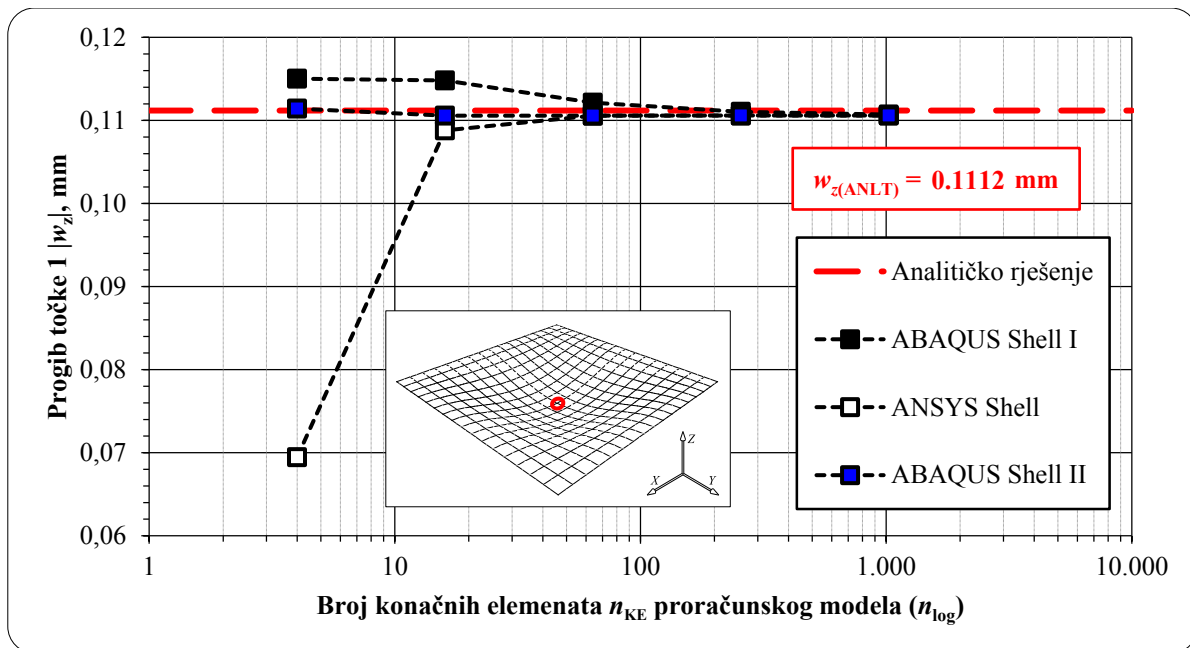


Slika 3.16 Primjer III: mreža konačnih elemenata: a) ANSYS, b) ABAQUS



Slika 3.17 Primjer III: progib  $w_z$

Slika 3.18 prikazuju konvergenciju rješenja proračunskog modela za statički progib  $w_z$  u usporedbi s analitičkim rješenjem. U njemu je vidljiva brza i monotona konvergencija svih mreža konačnih elemenata izvedenih u programskom paketu ANSYS i ABAQUS. Ponovno se može primijetiti vrlo slična učinkovitost ANSYS i ABAQUS ljuskastih konačnih elemenata koji već za treću mrežu i relativno grubu diskretizaciju daju dovoljno točna rješenja.



Slika 3.18 Primjer III: konvergencija rješenja proračunskog modela za progib  $w_z$

Tablica 3.6 prikazuju usporedbe rezultata najgušćih mreža svih proračunskih modela kreiranih u programskom paketu ANSYS i ABAQUS.

Tablica 3.6 Primjer III: usporedba rezultata proračunskih modela za progib  $w_z$

Progib	$\Sigma n_{KE}$	$w_z$ / mm	$E_{rel}$ / %
Analitičko rješenje	-	0,1112	0
ABAQUS Shell I	1024	0,1107	0,442
ANSYS Shell	1024	0,1105	0,551
ABAQUS Shell II	1024	0,11059	0,547

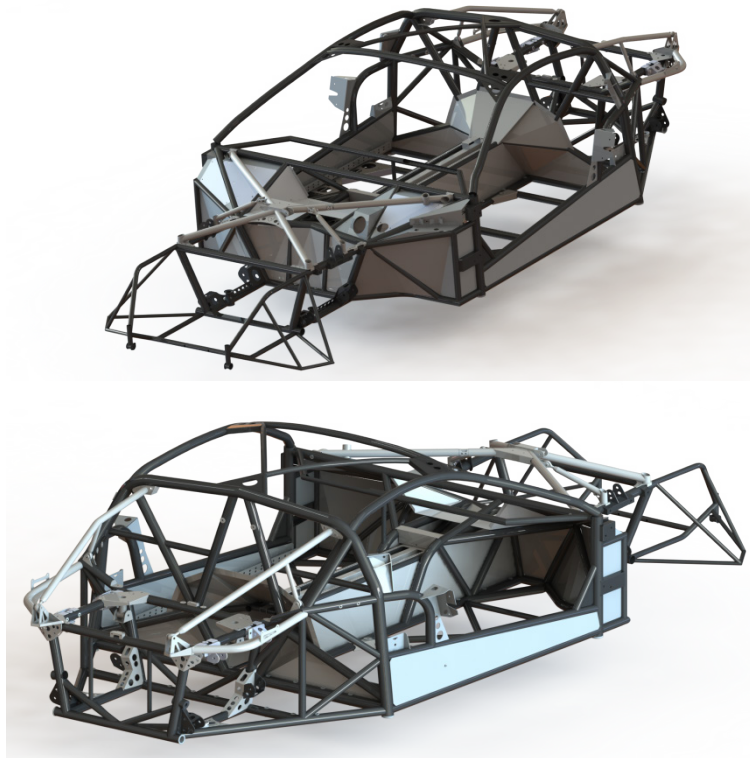
Zaključak ove verifikacije ljuskastih konačnih elemenata da ANSYS Shell elementi vrlo dobro opisuju i rješavaju zadane probleme te u usporedbi s ABAQUS Shell elementima pokazuju vrlo dobra poklapanja što ih čini adekvatnim za rješavanje našeg problema torzijske krutosti okvira automobila Concept One.

## 4. KREIRANJE PRORAČUNSKOG MODELA

Za numeričku analizu metodom konačnih elemenata, potrebno je izraditi proračunski model na kojem će se analiza provesti. Kvaliteta same analize, uvelike ovisi o kvaliteti izrade proračunskog modela. Proračunski model može biti kompliciran što nam vrlo otežava i izradu istog i produljuje vrijeme numeričke analize (proračuna) ili može biti pojednostavljen. Kod pojednostavljenog modela zanemaruju se neki dijelovi, možda se minimalno promijeni geometrija, malo se mijenjaju rubni uvjeti i to sve na temelju procjene osobe koja priprema proračunski model (inženjer) s željom da proračunski model što bolje opisuje problem, a opet da vrijeme numeričke analize (simulacije) bude u prihvatljivim okvirima.

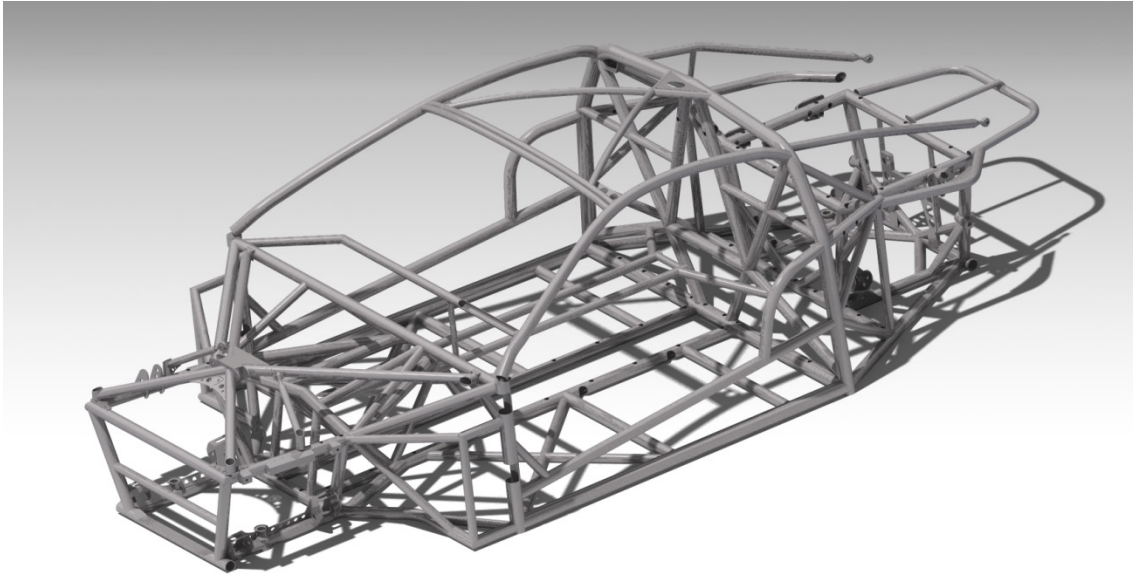
### 4.1. CAD model okvira automobila

Dobiven model okvira automobila izrađen u programskom paketu SOLIDWORKS [25] prikazan je na slikama 1.7, 1.8 i 4.1.



Slika 4.1 CAD model okvira automobila Concept One

Dobiveni model je pojednostavljen i prebačen u programski paket CATIA iz razloga što je čitanje podataka u programskom paketu ANSYS najbolje prilagođeno suradnji s programskim paketom CATIA. Model u programskom paketu CATIA je prikazan na slici 4.2.

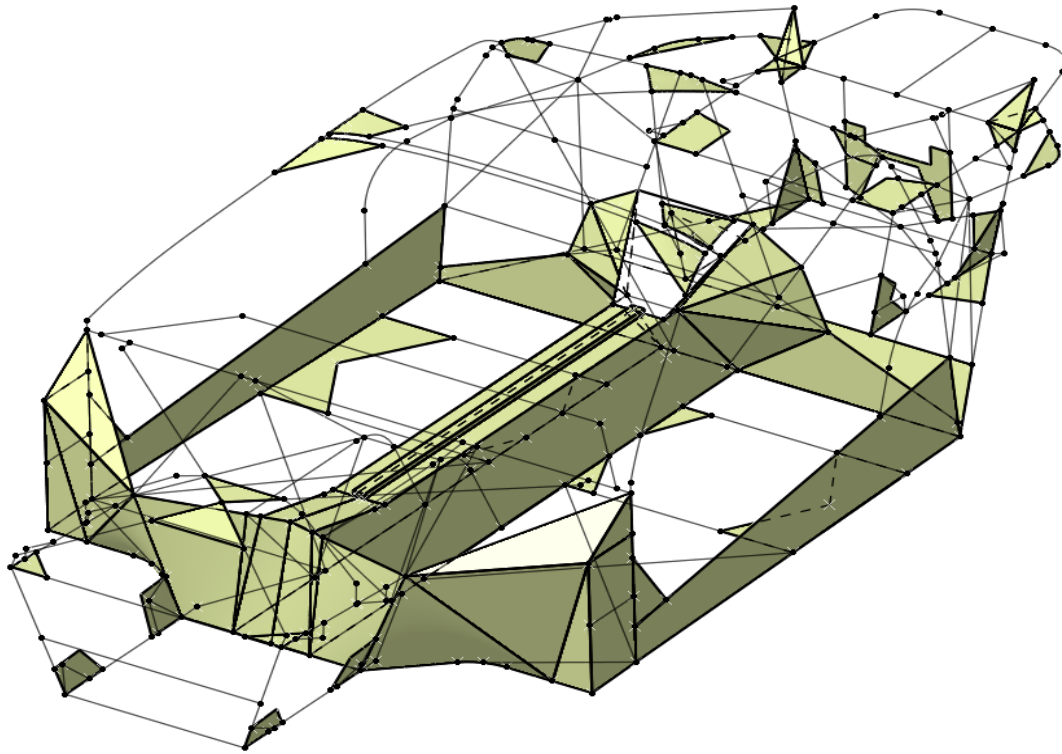


**Slika 4.2** CAD model okvira u programskom paketu CATIA

Model za numeričku analizu pripremljen je na način da su cijevi definirane linijama, a limovi površinama kojima se svojstva definiraju u programskom paketu ANSYS. Linije prolaze središnjicama cijevi koje tvore okvir automobila dok je kod limova bilo pojednostavljena. Limovi zavareni bočno na cijev, u našem proračunskom modelu su prihvaćeni na središnjicu cijevi. Navedeno je prikazano na slikama 4.3 i 4.4.



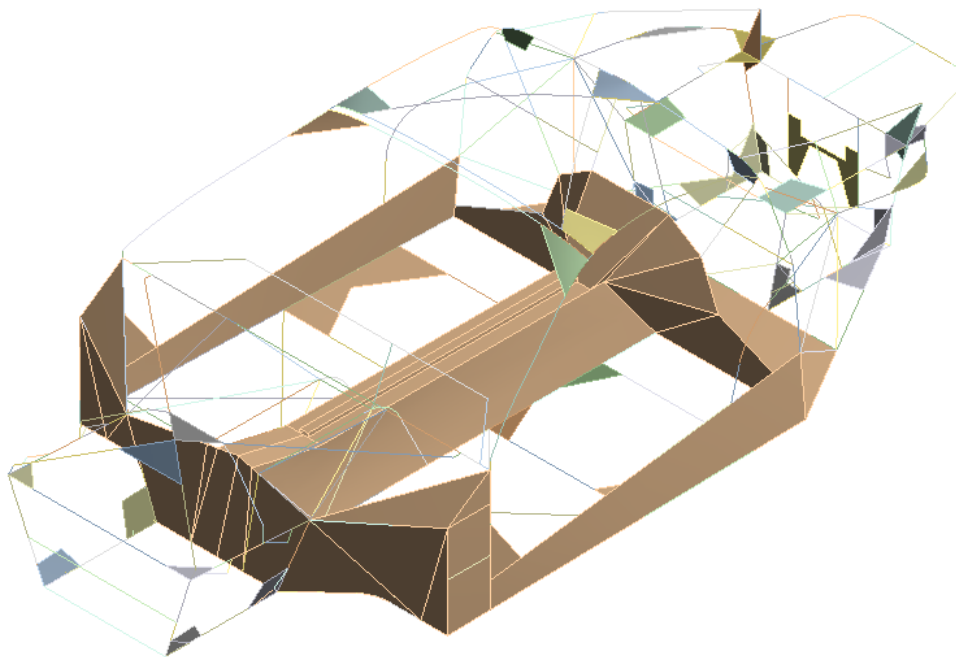
**Slika 4.3** Proračunski model okvira izveden linijama u programskom paketu CATIA



Slika 4.4 Proračunski model okvira izveden linijama i površinama u programskom paketu CATIA

## 4.2. Numerički model okvira automobila

Tako izveden proračunski model, uveden je u programski paket ANSYS u kojem je potrebno definirati svojstva linijama i površinama. Na slici 4.5 prikazan je uveden model u programski paket ANSYS kojeg je potrebno pripremiti za analizu.

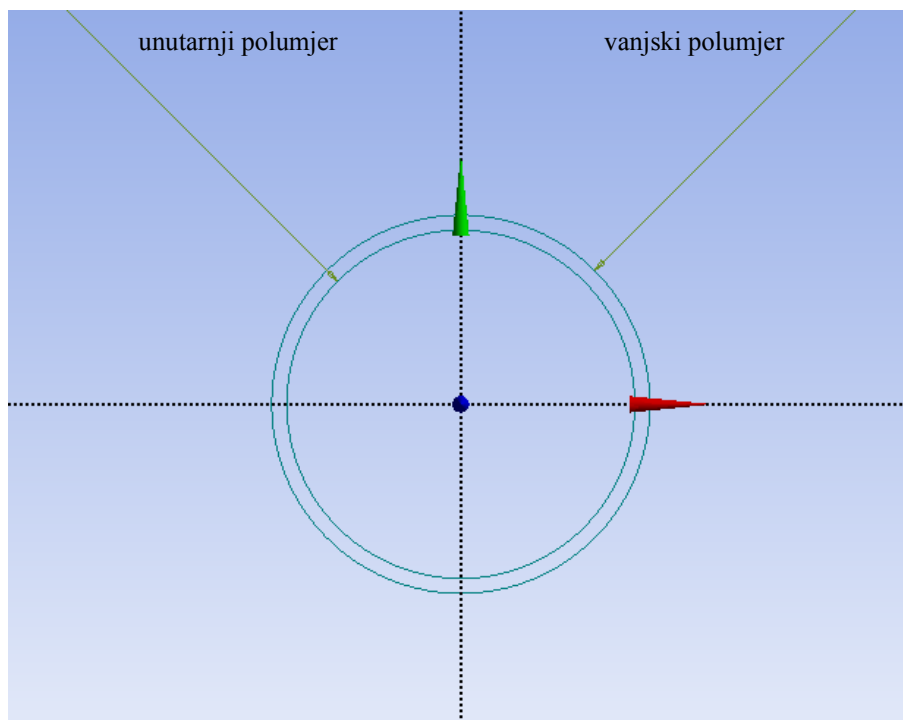


Slika 4.5 Model okvira s linijama i površinama uveden u programski paket ANSYS

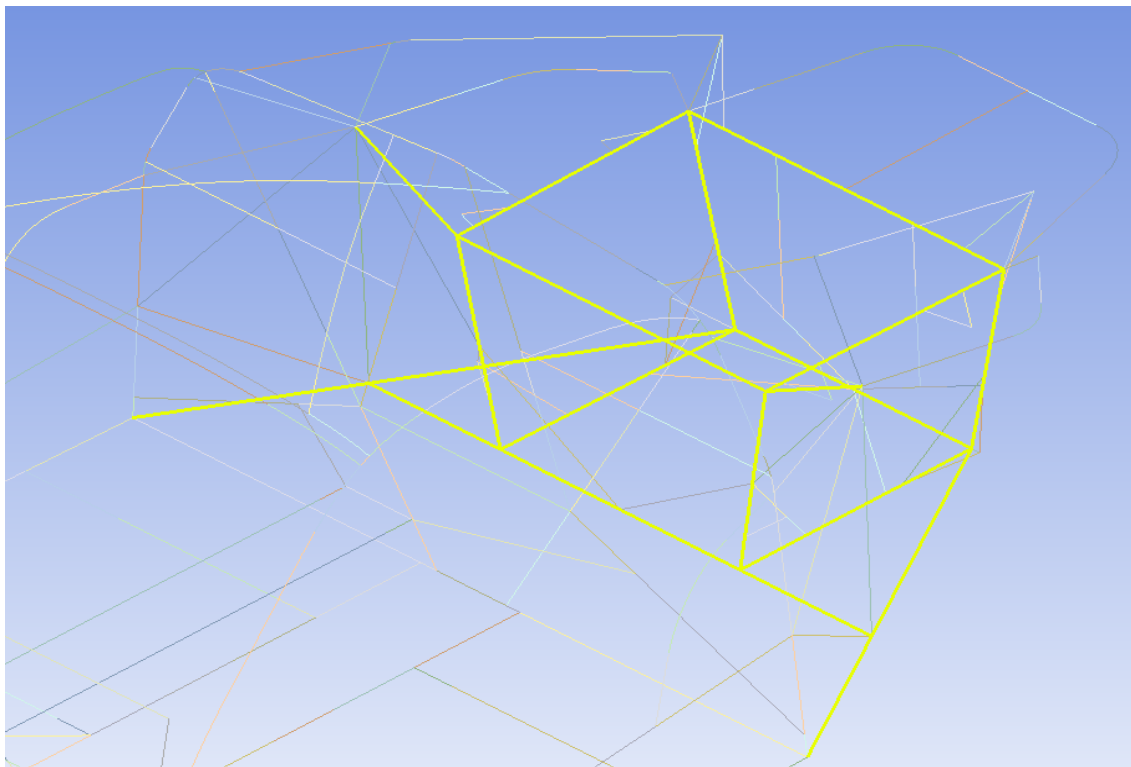
Pošto je okvir izrađen od čak 10 različitih profila cijevi, prvo definiramo poprečne presjeke samih cijevi te ih zatim dodjeljujemo kojoj liniji koji profil pripada. To je potrebno napraviti za svaku liniju u proračunskom modelu, a profili cijevi koji su korišteni u proračunskom modelu su sljedeći:

- 50 x 2 mm,
- 40 x 2 mm,
- 40 x 1,5 mm,
- 35 x 2 mm,
- 30 x 2 mm,
- 30 x 1,5 mm
- 25 x 2 mm,
- 25 x 1,5 mm,
- 20 x 2 mm,
- 18 x 1,5 mm.

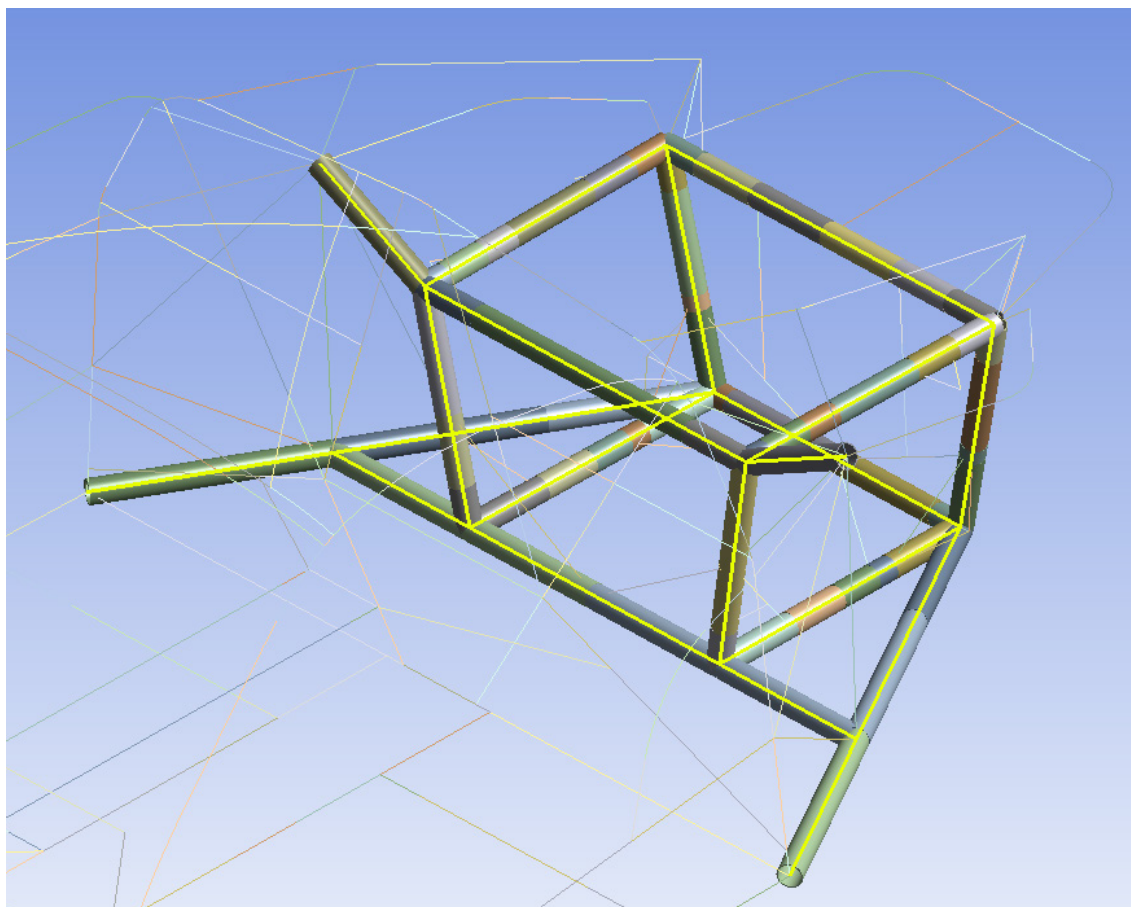
Definiranje profila te dodavanje svojstava linijama u proračunskom modelu, prikazano je na slikama 4.6, 4.7, 4.8 i 4.9. Postupak je takav da iz CAD modela okvira u programskom paketu SolidWorks vidimo na kojoj cijevi je koji poprečni presjek, a zatim u programskom paketu ANSYS označujemo te linije i dodjelimo im prije definirani profil.



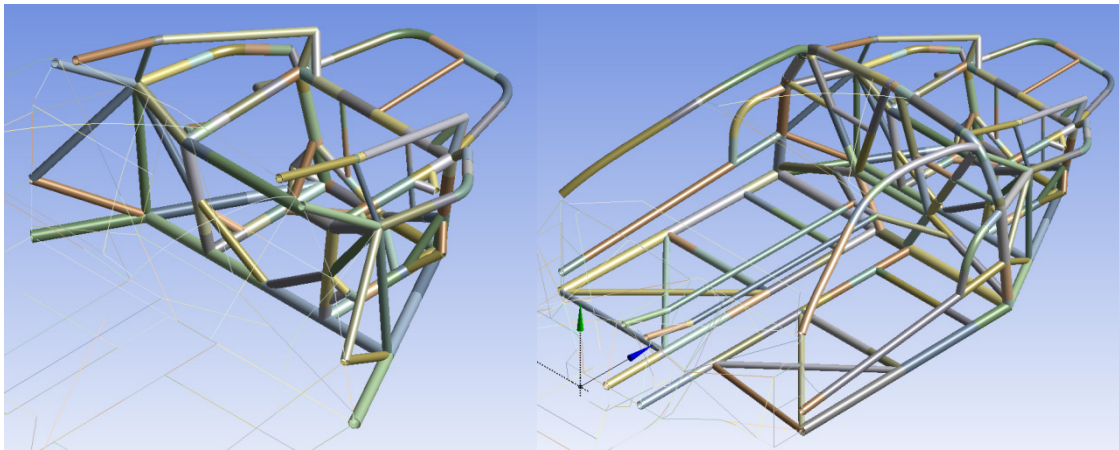
Slika 4.6 Definiranje profila cijevi (poprečnog presjeka) u programskom paketu ANSYS



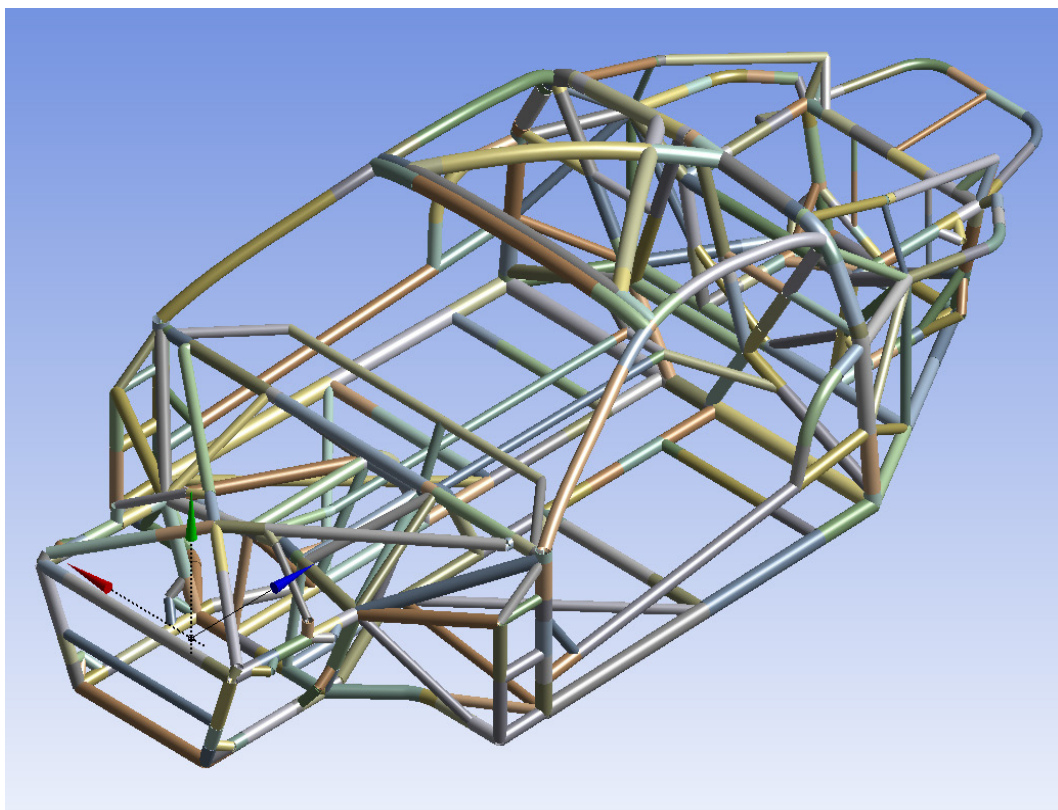
**Slika 4.7** Označavanje linija istog poprečnog presjeka prema CAD modelu



**Slika 4.8** Render dodijeljenog profila označenim linijama



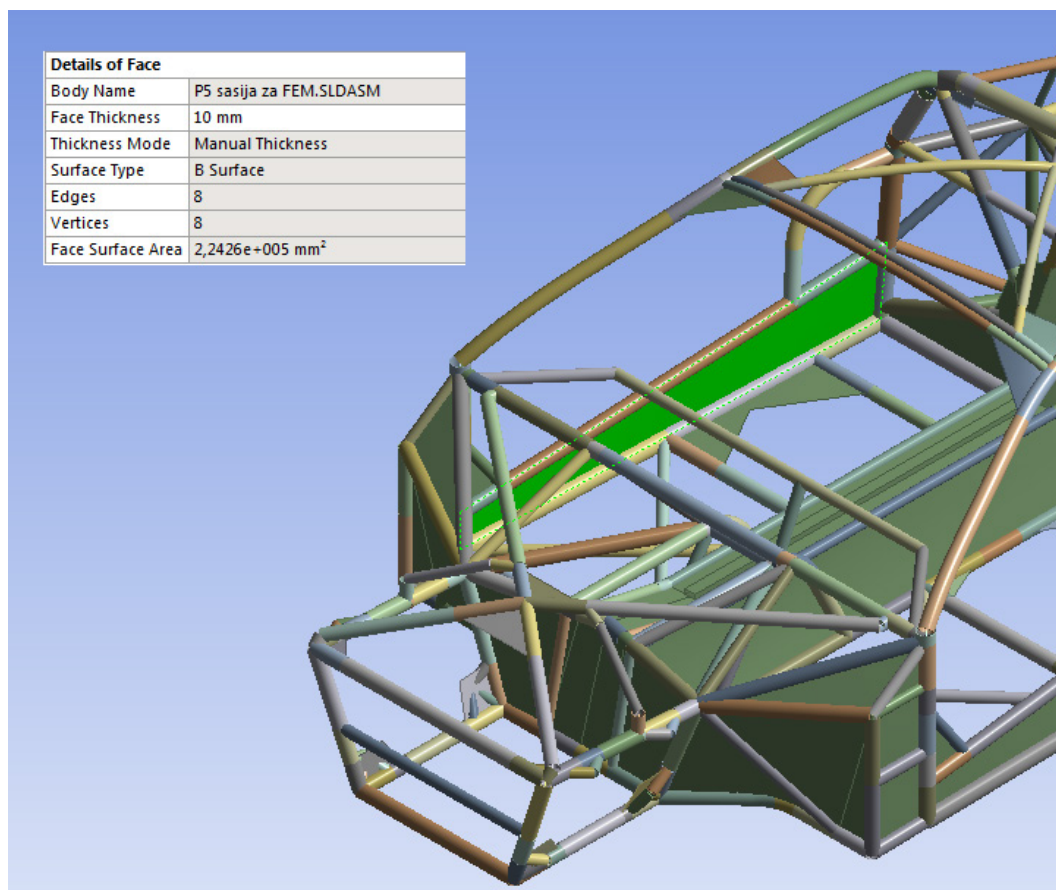
Slika 4.9 Render dodjeljivanja profila u daljnjem postupku definiranja grednih elemenata



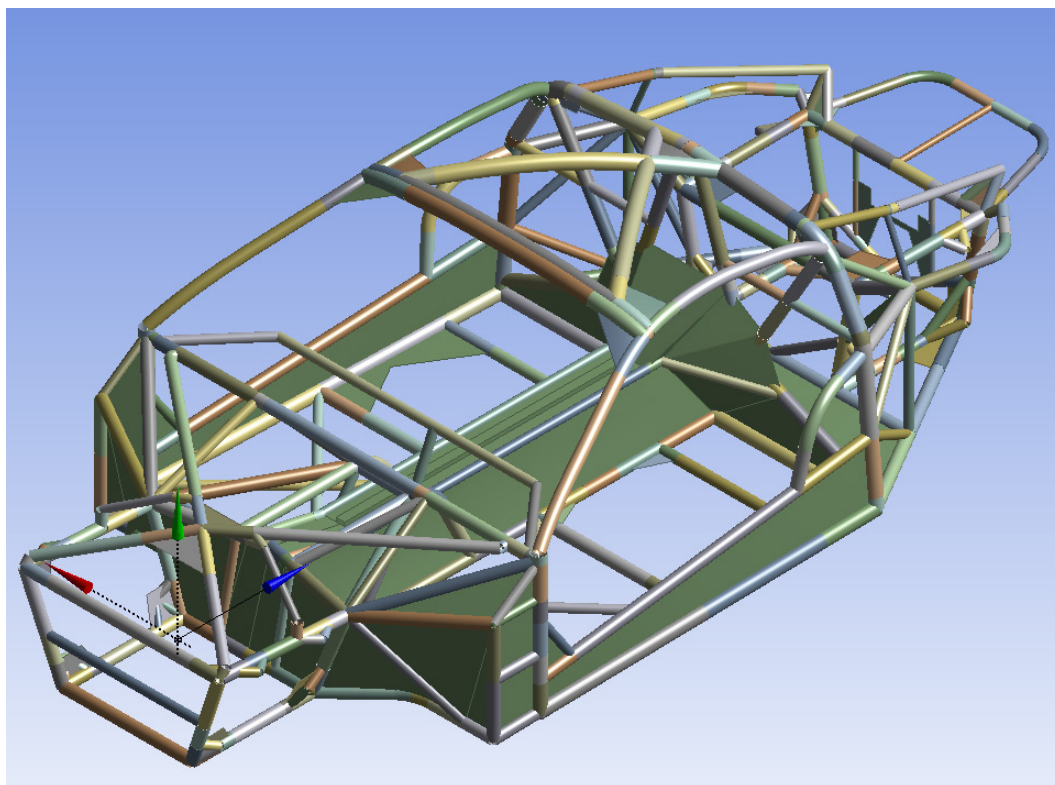
Slika 4.10 Proračunski model definiran grednim konačnim elementima (ANSYS Beam)

Nakon što smo definirali proračunski model grednim konačnim elementima na način da smo svakoj liniji dodijelili njezin profil cijevi, slijedi dodjeljivanje poprečnog presjeka limovima, tj. debljine površinama koje ćemo diskretizirati ljuskastim konačnim elementima (ANSYS Shell). Na slici 4.11 prikazan je render grednih konačnih elemenata s postupkom odabira svake površine zasebno i dodjeljivanja istoj njezine debljine očitane iz programskog paketa SolidWorks. Na slici 4.12 prikazan je proračunski model s definiranim profilima cijevi i debljinama limova.



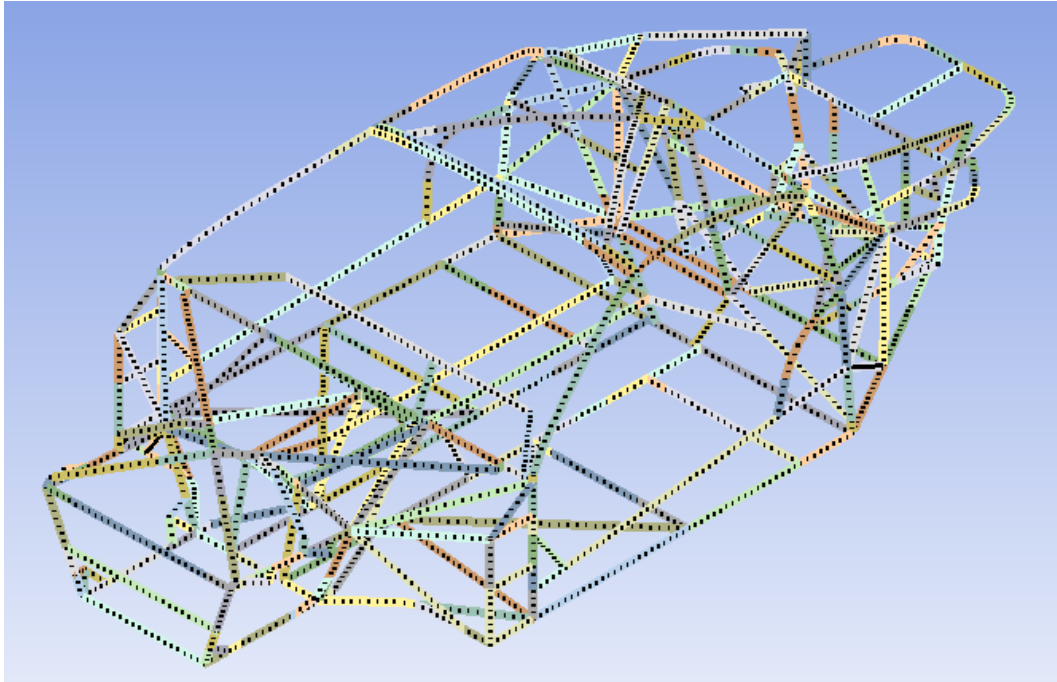


Slika 4.11 Definiranje debljina limova, tj. dodjeljivanje poprečnog presjeka površinama

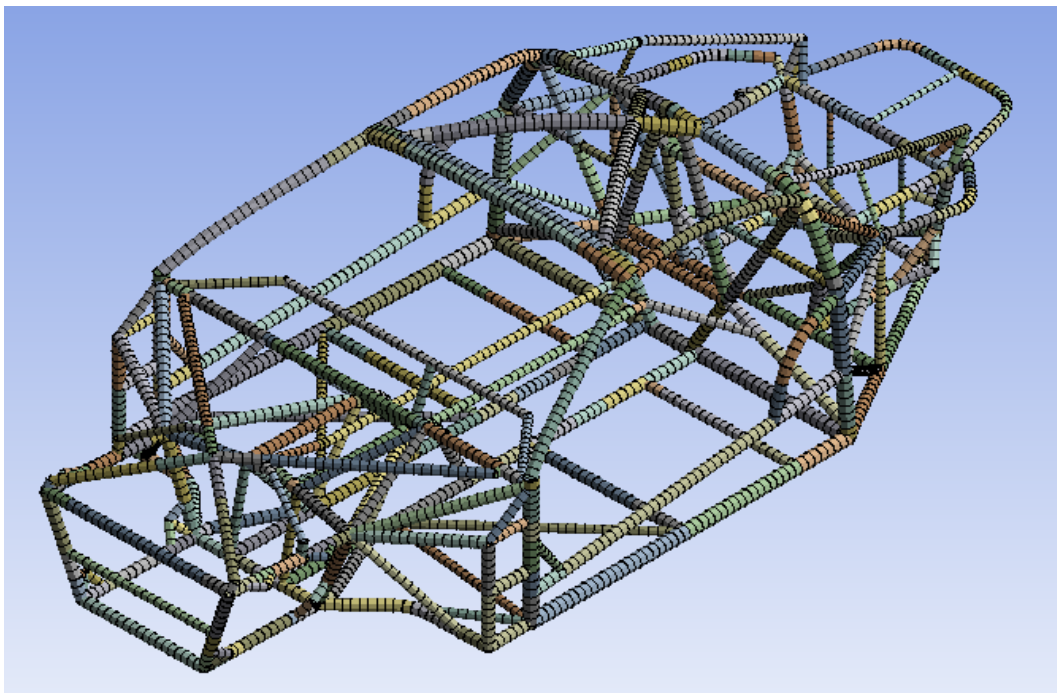


Slika 4.12 Render grednih i ljuskastih konačnih elemenata proračunskog modela

Zatim, potrebno je diskretizirati proračunski model, odnosno napraviti mrežu konačnih elemenata da bi numeričku analizu mogli provesti, jer svaki element ima svoje točke integracije po kojima se sam proračun i provodi te dolazi do konačnog rješenja. Prvo smo diskretizirali cijevi okvira, tj. napravili mrežu grednih konačnih elemenata koja je prikazana na slici 4.13 i renderirana na slici 4.14.

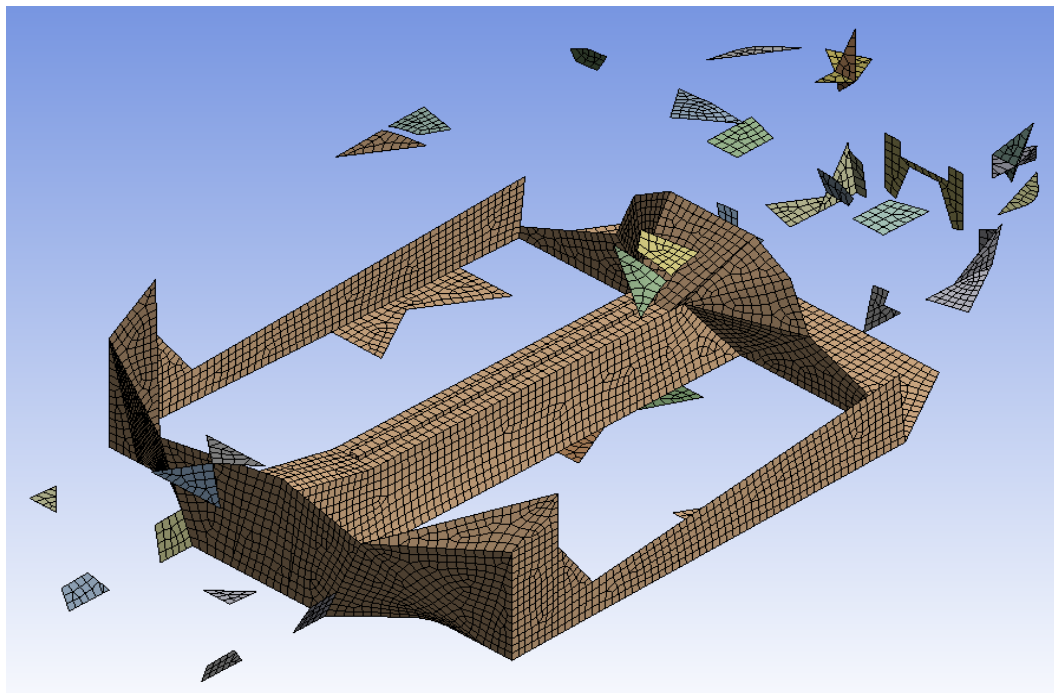


**Slika 4.13** Mreža grednih konačnih elemenata okvira automobila Concept One

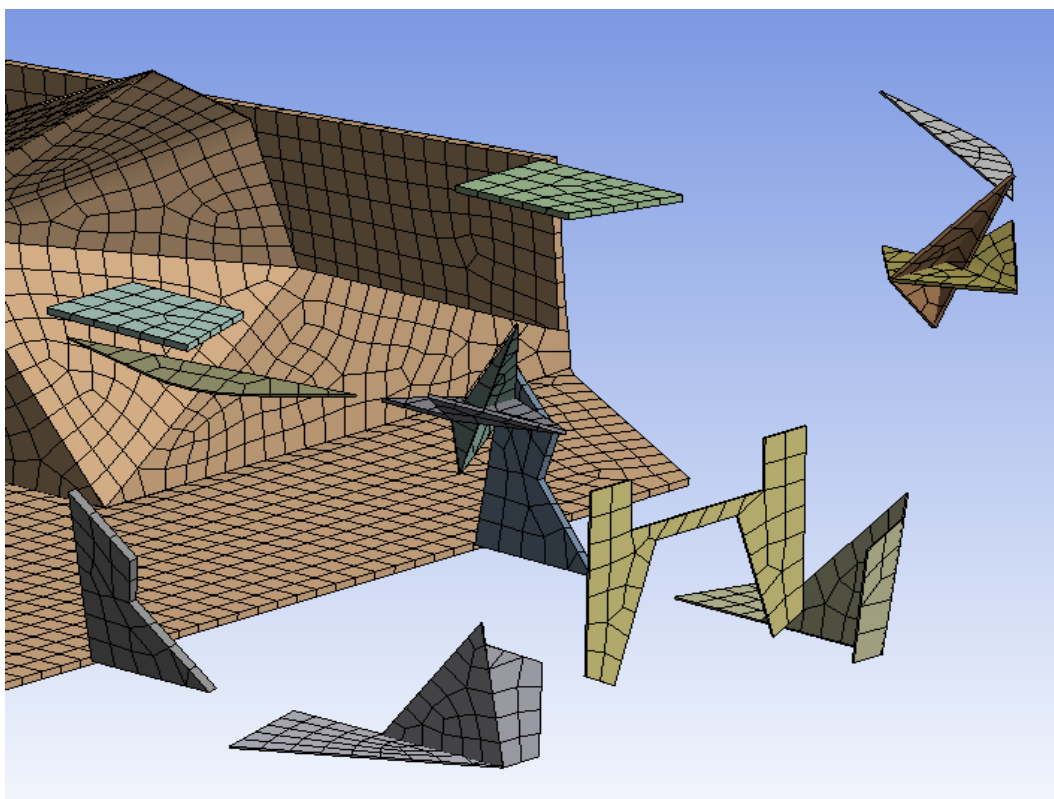


**Slika 4.14** Render diskretiziranog okvira grednim konačnim elementima

Nakon diskretiziranja cijevi, potrebno je diskretizirati površine, odnosno limove ljuskastim konačnim elementima, što je prikazano na slici 4.15. Na slici 4.16 prikazani su renderirani ljuskasti KE na kojima se može primijetiti njihova različita debljina.

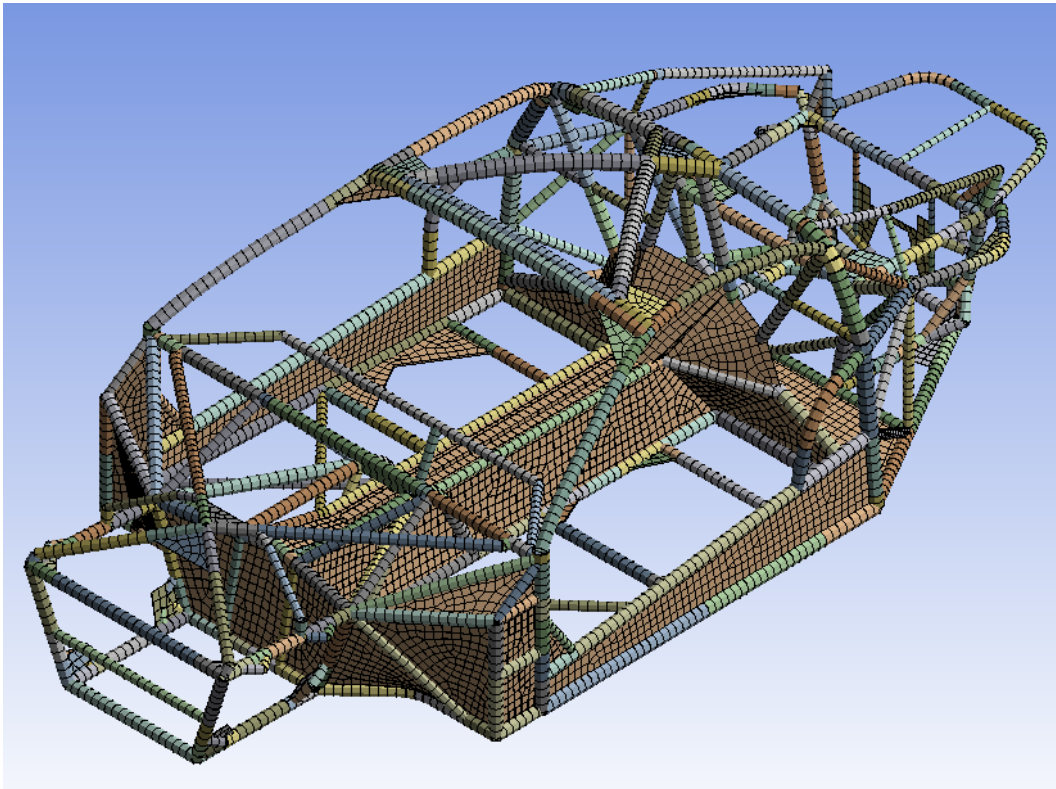


Slika 4.15 Numerički model okvira definiran samo s ljuskastim konačnim elementima



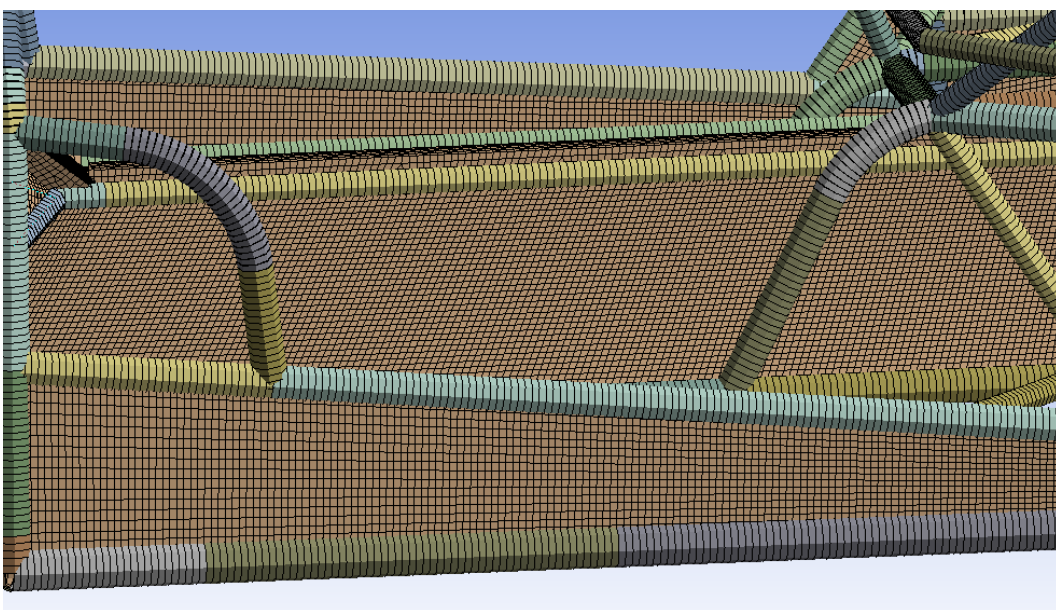
Slika 4.16 Render prikaz s vidljivim debljinama ljuskastih konačnih elemenata

Cjelokupni numerički diskretizirani model u programskom paketu ANSYS prikazan je na slici 4.17 gdje se vidi diskretizacija i grednih i ljuskastih konačnih elemenata.



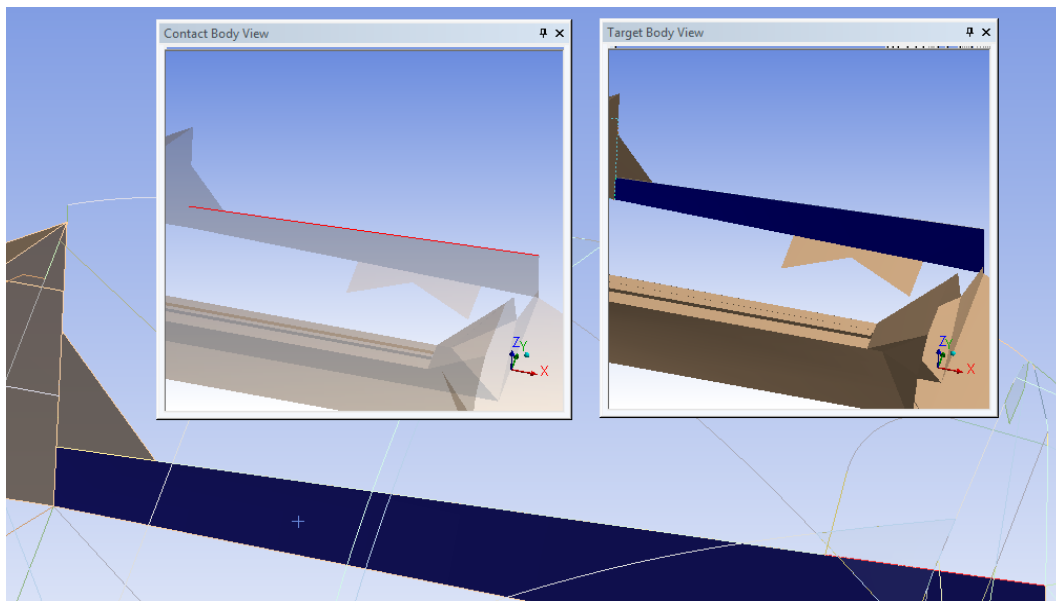
**Slika 4.17** Diskretizirani numerički model okvira s prikazanim grednim i ljuskastim KE

Da bi nam rezultati bili što vjerniji, mreže konačnih elemenata je potrebno što više strukturirati da nam elementi ne bi bili distordirani (dodatna numerička greška u simulaciji). Gusta i strukturirana mreža prikazana je na slici 4.18.

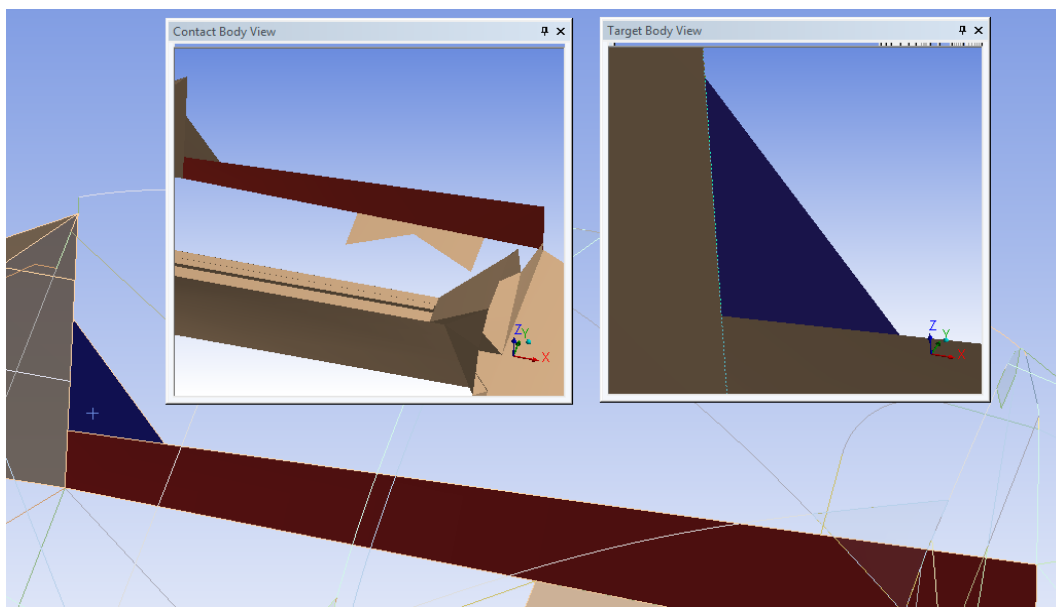


**Slika 4.18** Gusta diskretizirana i strukturirana mreža numeričkog modela okvira

Prije definiranja rubnih uvjeta, potrebno je spojiti gredne i ljuskaste elemente. Jedan od načina koji je i idealan u kontaktnoj analizi je spajanje čvorova. U programskom paketu ANSYS ta opcija se naziva "Node Merge" [2]. Za nju je potrebno kod diskretizacije numeričkog modela po liniji spoja definirati isti broj čvorova i na ljuskastim i na grednim konačnim elementima. Ukoliko se dogodi neka minimalna razlika, u postavkama opcije "Node Merge" može se namjestiti tolerancija odstupanja čvora do čvora koja mora biti vrlo mala ( $10^{-1}$  mm i manja) da ne bi došlo do pogrešnog spajanja čvorova. Spoj je također izveden i između samih ljuskastih elemenata, a obje vrste spojeva su prikazane na slikama 4.19 i 4.20.

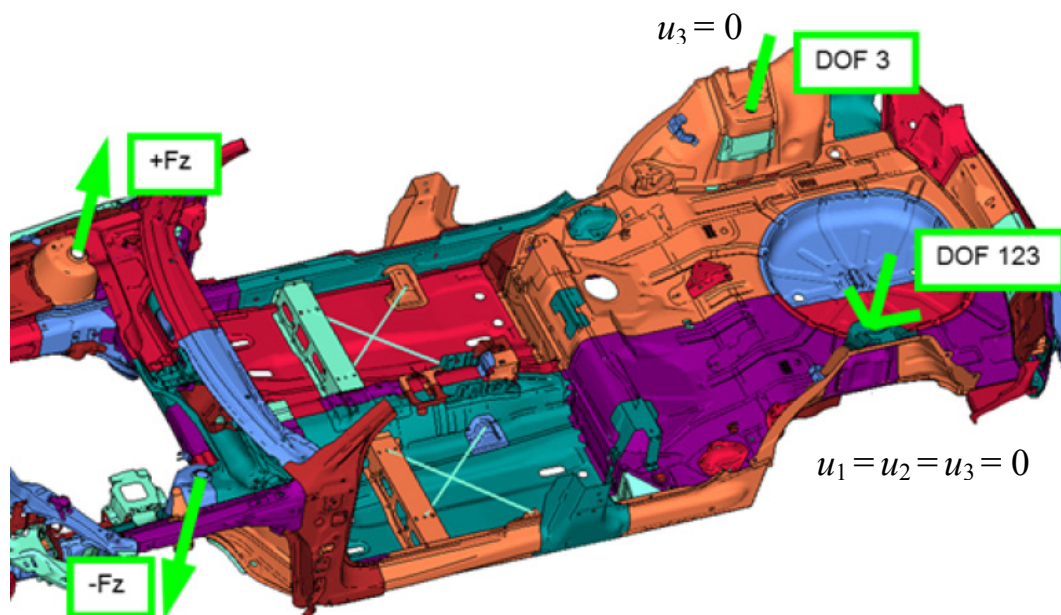


Slika 4.19 Spoj između grednih i ljuskastih konačnih elemenata izveden opcijom "Node Merge"



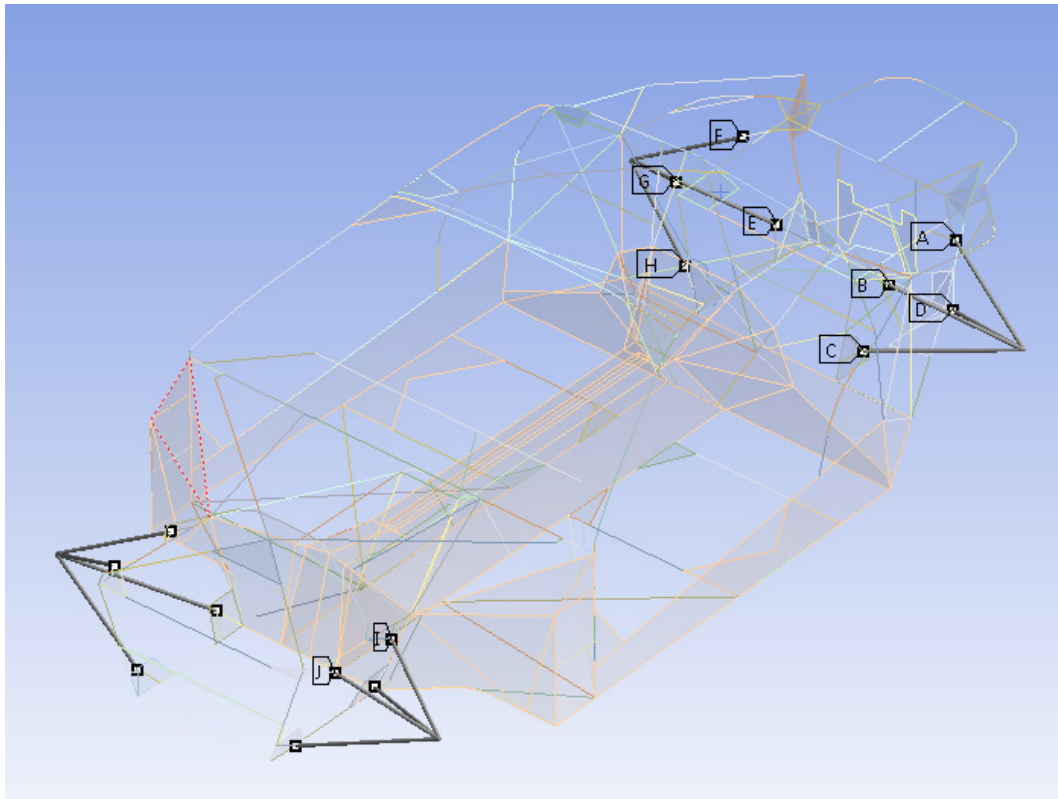
Slika 4.20 Spoj između ljuskastih konačnih elemenata izveden opcijom "Node Merge"

Vrlo bitan dio proračunskog modela je definiranje rubnih uvjeta numeričke analize. Kod ovako kompleksnog proračunskog modela, teško je točno definirati rubne uvjete jer se uvijek unosi neka aproksimacijska greška zbog gotovo nemogućeg opisivanja realnih uvjeta. Kako je svaki test specifičan za sebe, tako ni test torzijske krutosti ne odstupa od navedenog. U literaturi ne postoji egzaktno definirani primjer, kako primijeniti rubne uvjete u slučaju testiranja torzijske krutosti. Stoga, u radu je uzet primjer testiranja torzijske krutosti i postavke rubnih uvjeta sa Švedskog sveučilišta “Chalmers University of Technology“ [8] za automobil Volvo S60. Primjer postavljanja rubnih uvjeta dan je na slici 4.21.



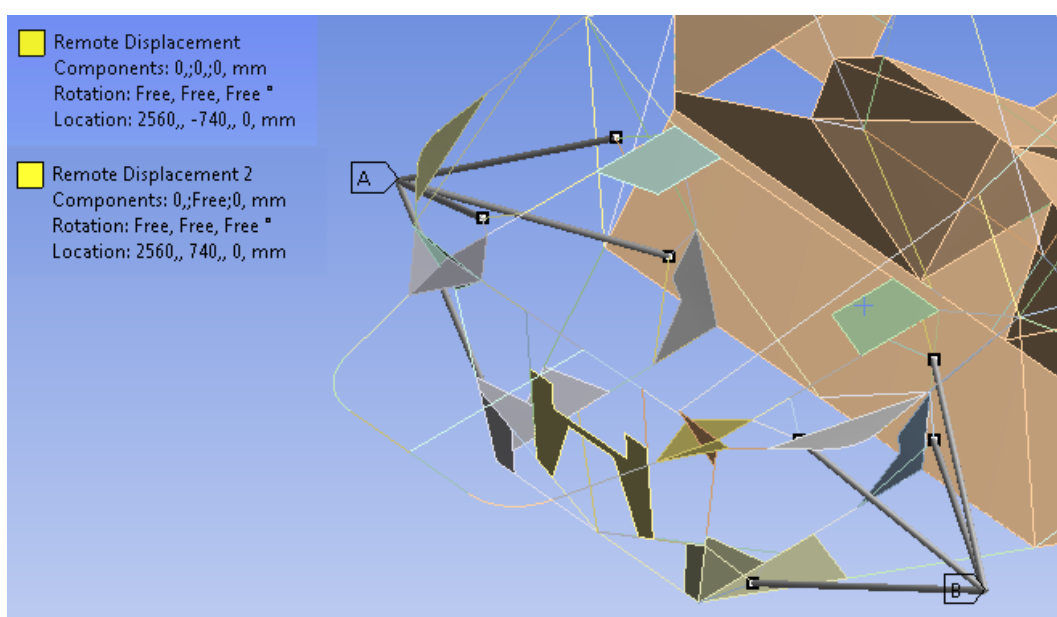
Slika 4.21 Postavke rubnih uvjeta za automobil Volvo S60 Švedskog sveučilišta “Chalmers University of Technology“ [8]

Na isti način, rubne uvjete smo mi primijenili na našem numeričkom modelu okvira automobila Concept One. Prvo je bilo potrebno definirati točke prihvata ovjesa na okviru automobila i zatim točke prihvata kotača u kojim djeluje sila da prijenos sile, odnosno momenta bude što vjerniji. Da ne crtamo nepotrebno ovjes, spoj točaka prihvata ovjesa s točkom prihvata kotača se izvede za rubni uvjet pomaka s opcijom “Remote Displacement“ [2] dok se za rubni uvjet sila izvede opcijom “Remote Force“ u programskom paketu ANSYS. Opcija radi na način da virtualno spoji točke krutim vezama te se rubni uvjeti pomaka i sila direktno prenose s točke prihvata kotača na točke prihvata ovjesa. Ti spojevi su prikazani na slici 4.22.



Slika 4.22 Virtualni spoj krutim vezama između točaka prihвата ovjesa i točaka prihвата kotača

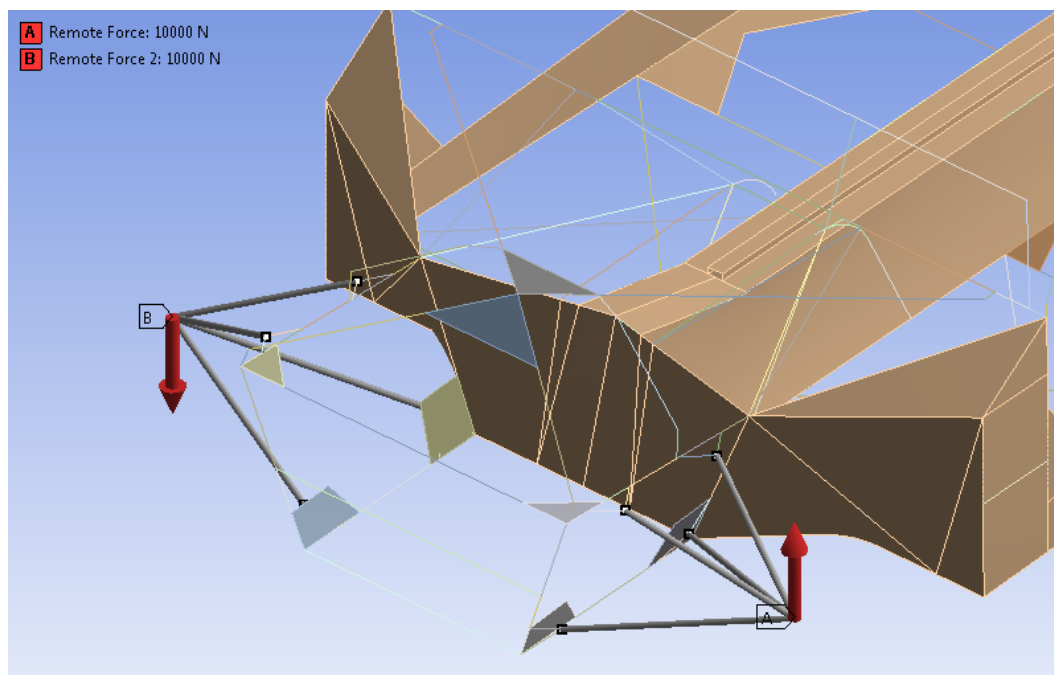
Zatim, u samim opcijama definiraju se koordinate točaka za rubni uvjet pomaka i sila, ali također se definiraju stupnjevi slobode gibanja za rubni uvjet pomaka te iznos i smjer djelovanja sile za rubni uvjet sila. Na slici 4.23 u točki A, dopuštene su sve rotacije, a spriječeni pomaci u svim smjerovima (u smjeru osi  $x$ ,  $y$ , i  $z$ ) dok su u točki B dopuštene sve rotacije, a spriječen pomak u smjeru osi  $z$ .



Slika 4.23 Definirani rubni uvjeti pomaka na stražnjim prihvata ovjesa

Na slici 4.24 prikazani su definirani rubni uvjeti sila i to tako da tvore spreg sila oko središnje osi okvira automobila. Iznos sila je  $F=10000$  N na kraku od  $l=1,44$  m (razmak između točaka prihvata kotača). Iznos momenta opterećenja dan je u izrazu (4.1).

$$M_T = F \cdot l = 10000 \cdot 1,44 = 14400 \text{ Nm.} \quad (4.1)$$



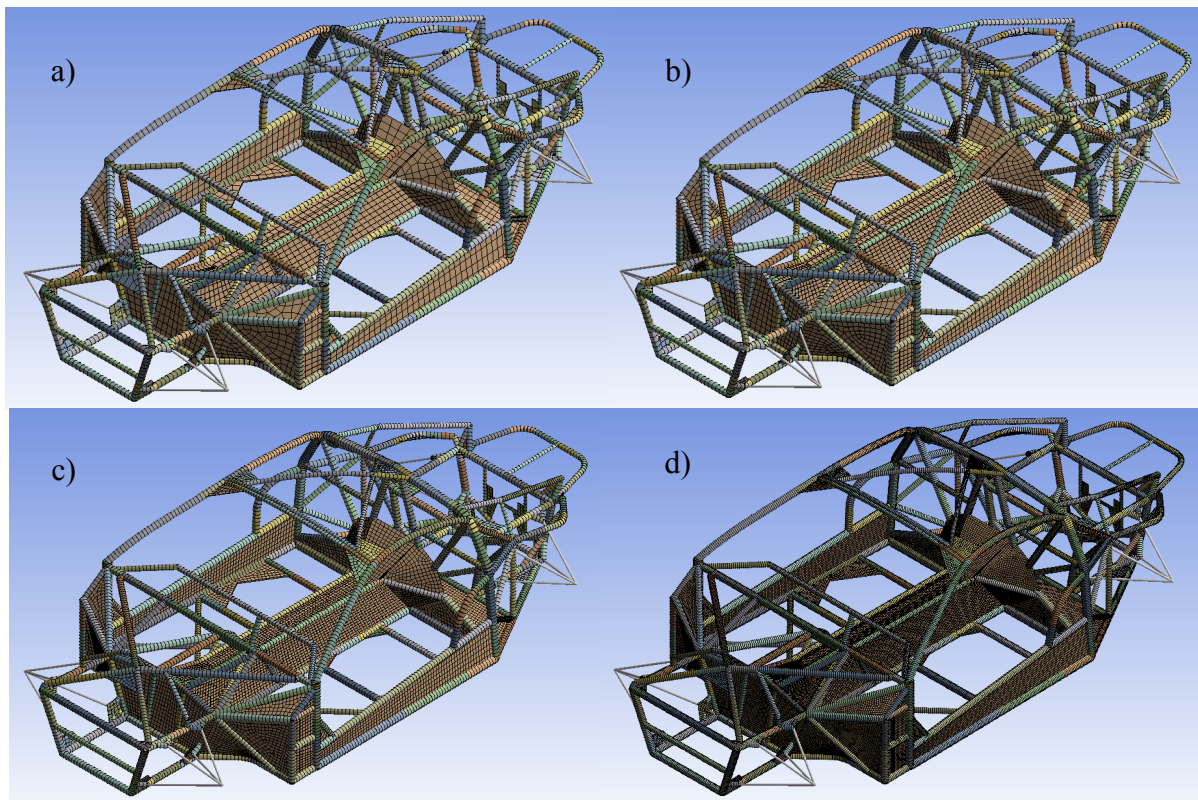
Slika 4.24 Definirani rubni uvjeti sila na prednjim prihvratima ovjesa



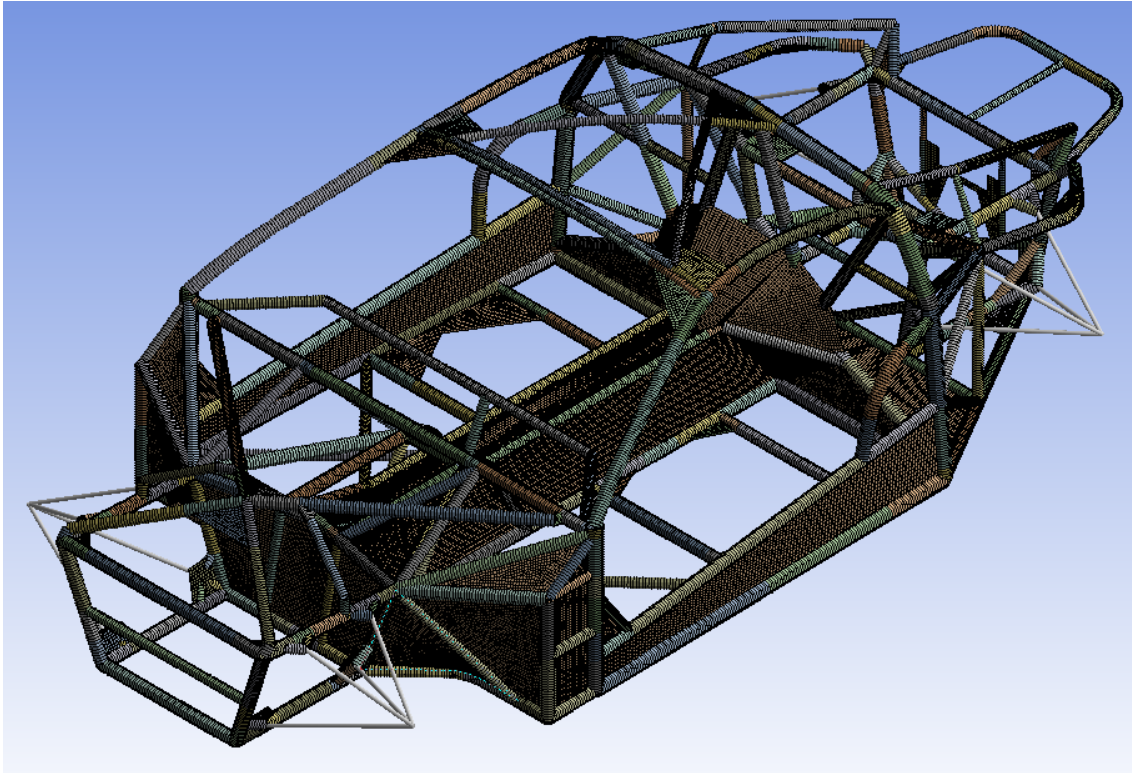
## 5. REZULTATI

Za numerički model kojem su definirane sve cijevi grednim konačnim elementima, svi limovi ljuskastim konačnim elementima, izvršeni svi spojevi između grednih i ljuskasti konačnih elemenata te dodijeljeni rubni uvjeti sile i pomaka, napravljeno je pet različitih mreža konačnih elemenata. Diskretizacija numeričkog modela prvo većim pa sve manjim konačnim elementima, odnosno manjim pa sve većim brojem konačnih elemenata napravljena je da bi se provjerila konvergencija rješenja numeričkog modela okvira automobila. Slijede mreže konačnih elemenata za provjeru konvergencije:

1. mreža od 6685 KE (Slika 5.1),
2. mreža od 12937 KE (Slika 5.1),
3. mreža od 30146 KE (Slika 5.1),
4. mreža od 82613 KE (Slika 5.1),
5. mreža od 139325 KE (Slika 5.2).



Slika 5.1 Mreže konačnih elemenata: a) 6685 KE, b) 12937 KE, c) 30146 KE, d) 82613 KE

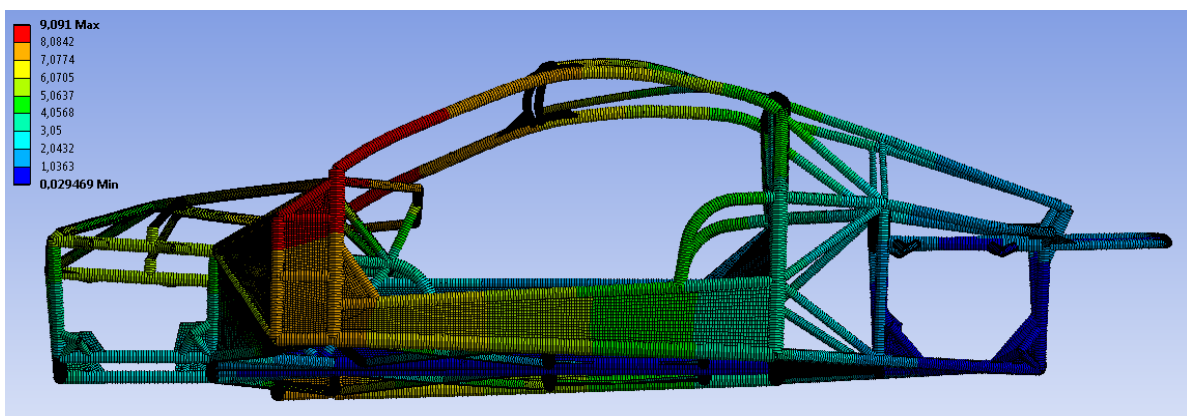


Slika 5.2 Najgušća mreža konačnih elemenata od 139325 KE

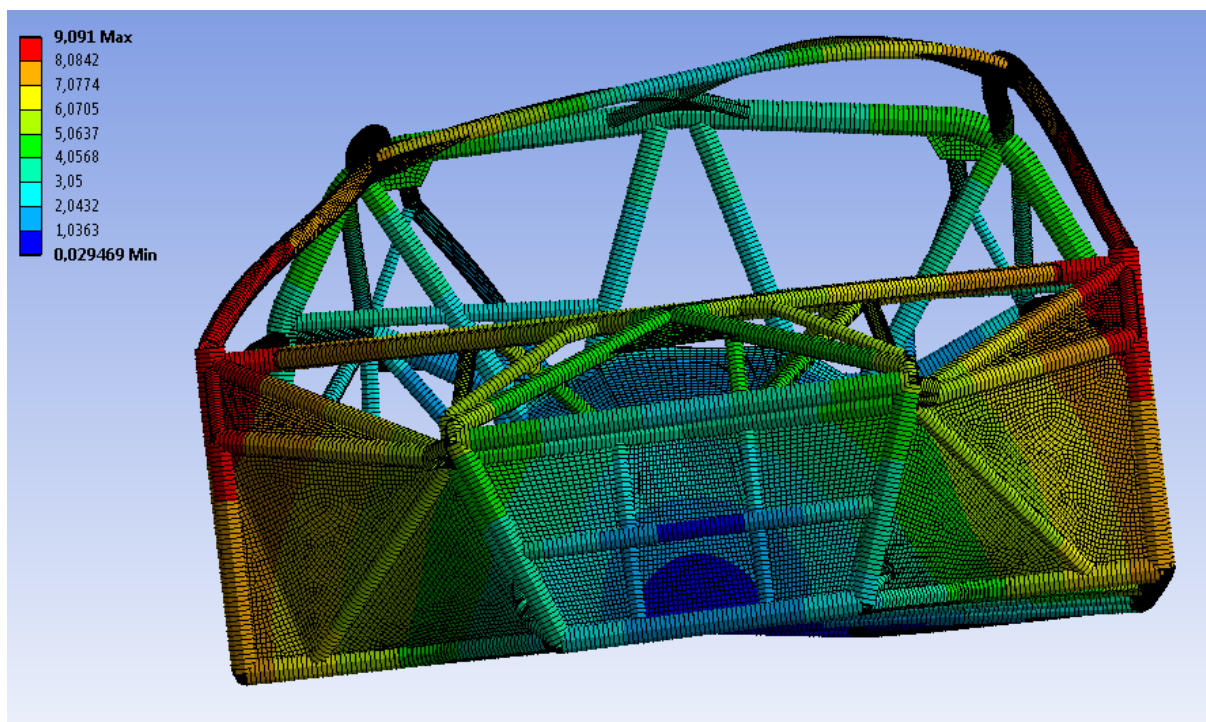
Numerička analiza je provedena te su dobiveni rezultati. Za moment torzije prema izrazu (4.1) koji iznosi  $M_T = 14400 \text{ Nm}$ , dobiven je iznos zakreta okvira automobila na mjestu djelovanja momenta torzije u iznosu od  $\varphi = 0,645^\circ$ . Prema izrazu za torzijsku krutost (1.2) slijedi vrijednost torzijske krutosti za okvir automobila Concept One.

$$k_T = \frac{F \cdot d}{\varphi} = \frac{M_T}{\varphi} = \frac{14400}{0,645} = 22325,6 \text{ Nm}/\circ \quad (5.1)$$

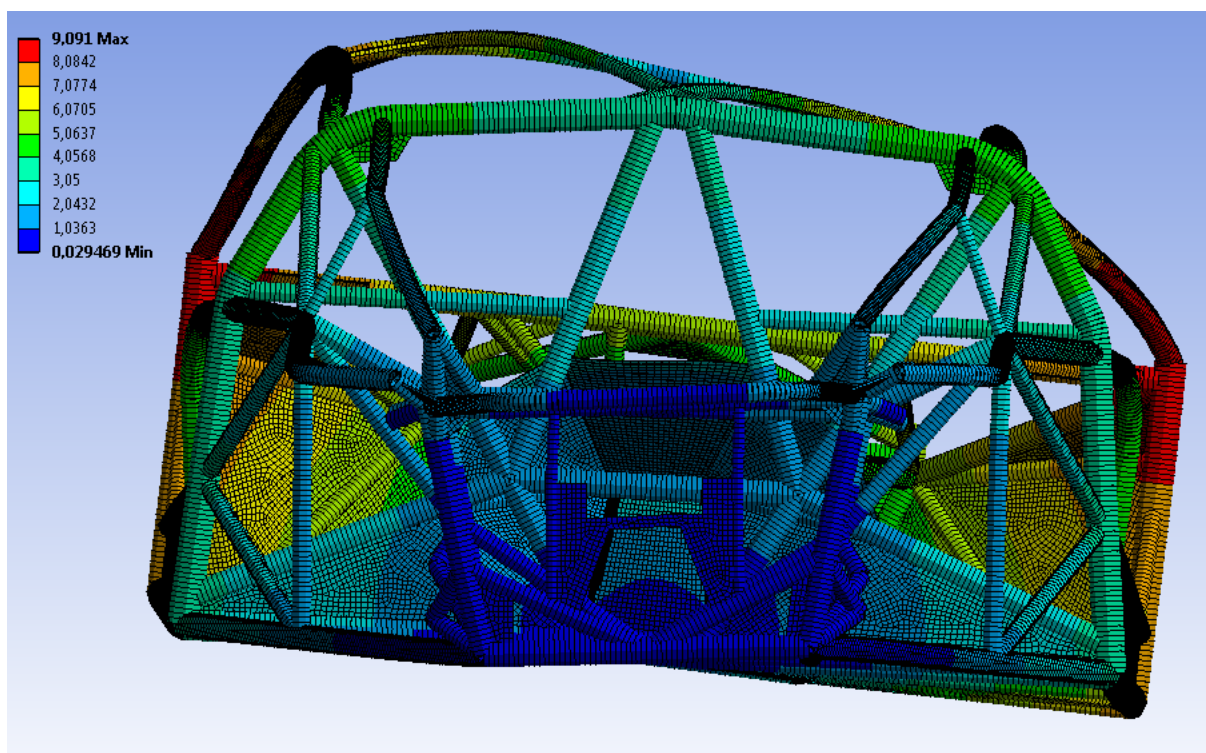
Deformacije okvira automobila opterećenog momentom torzije prikazane su u različitim pozicijama na slikama 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 i 5.7.



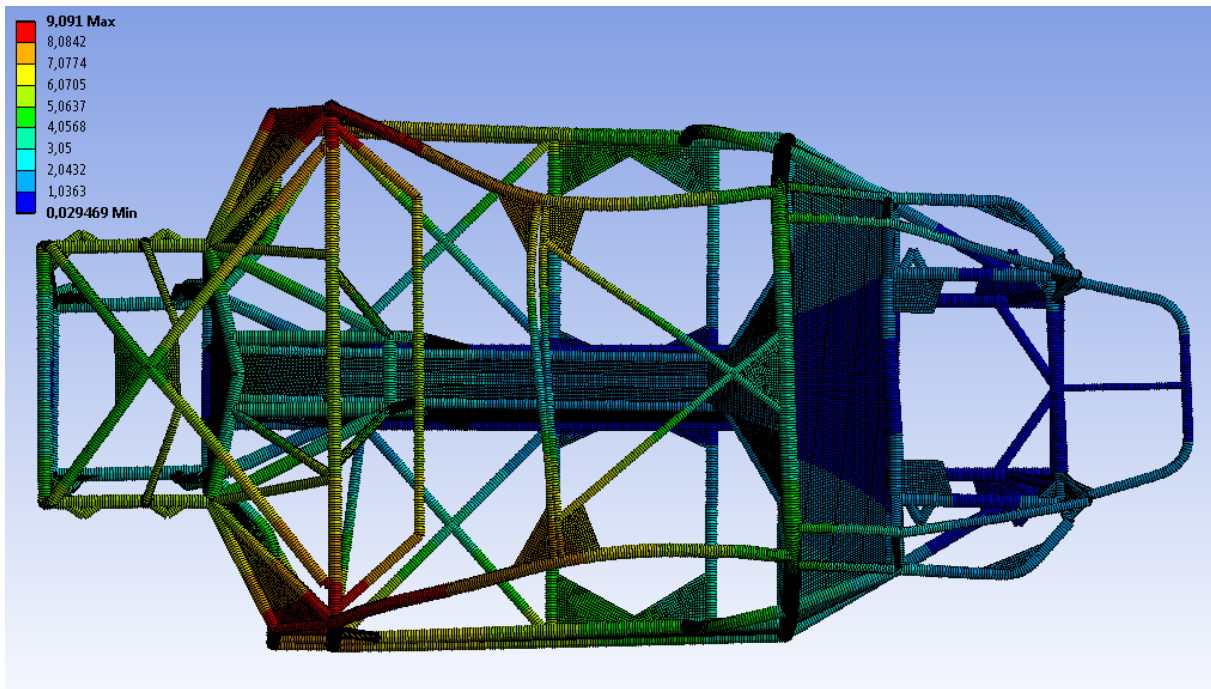
Slika 5.3 Deformirani oblik numeričkog modela, pogled bočno



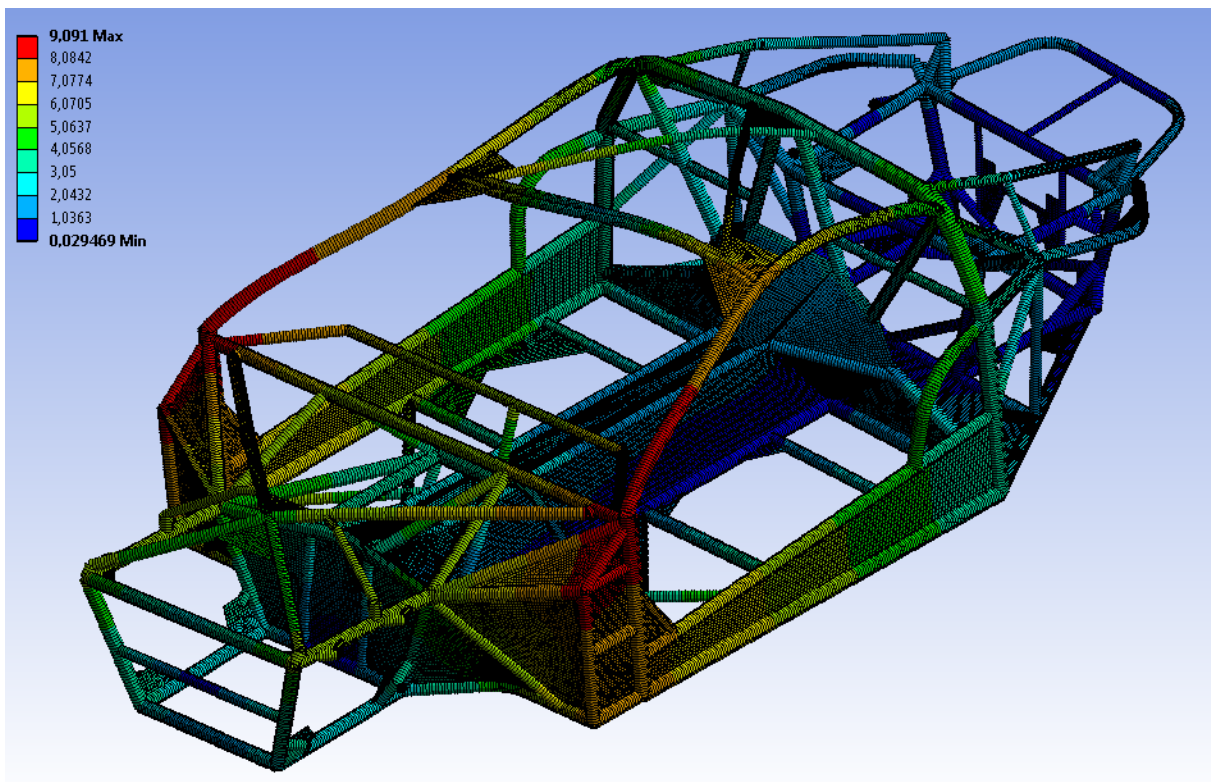
Slika 5.4 Deformirani oblik numeričkog modela, pogled sprijeda



Slika 5.5 Deformirani oblik numeričkog modela, pogled odostraga



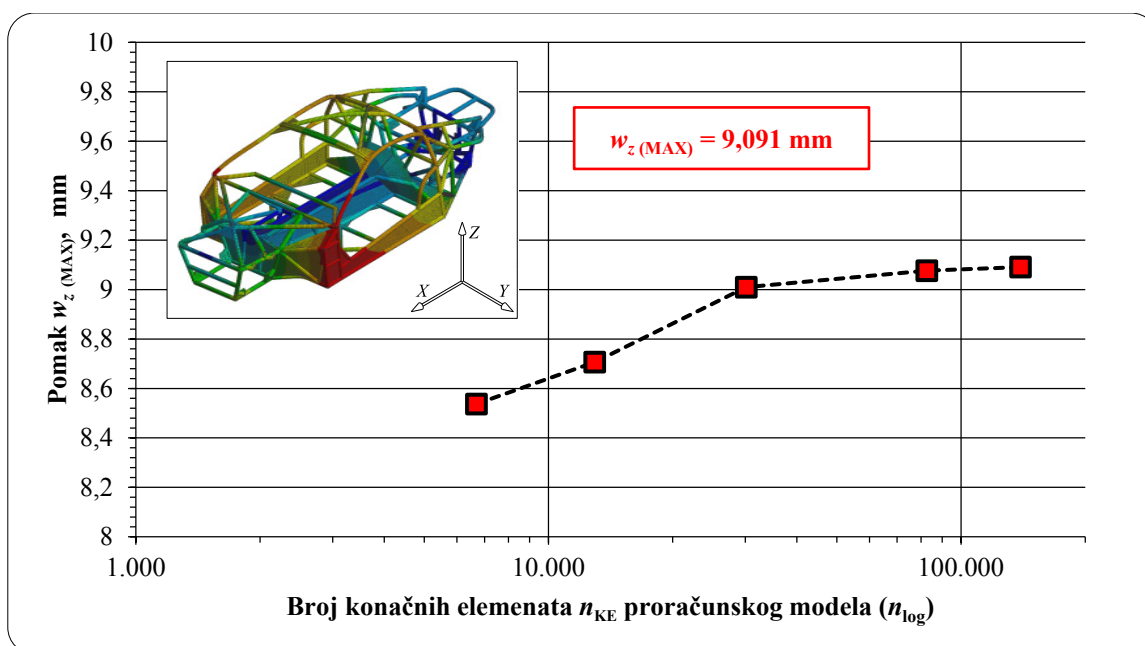
Slika 5.6 Deformirani oblik numeričkog modela, pogled odozgo



Slika 5.7 Deformirani oblik numeričkog modela, pogled u izometriji

Potom je na slici 5.8 prikazan dijagram konvergencije rješenja numeričkog modela za maksimalni vertikalni pomak okvira koji za najgušću mrežu konačnih elemenata iznosi

$$w_{z(\text{MAX})} = 9,091 \text{ mm}.$$



Slika 5.8 Dijagram konvergencije rješenja za maksimalni pomak okvira automobila

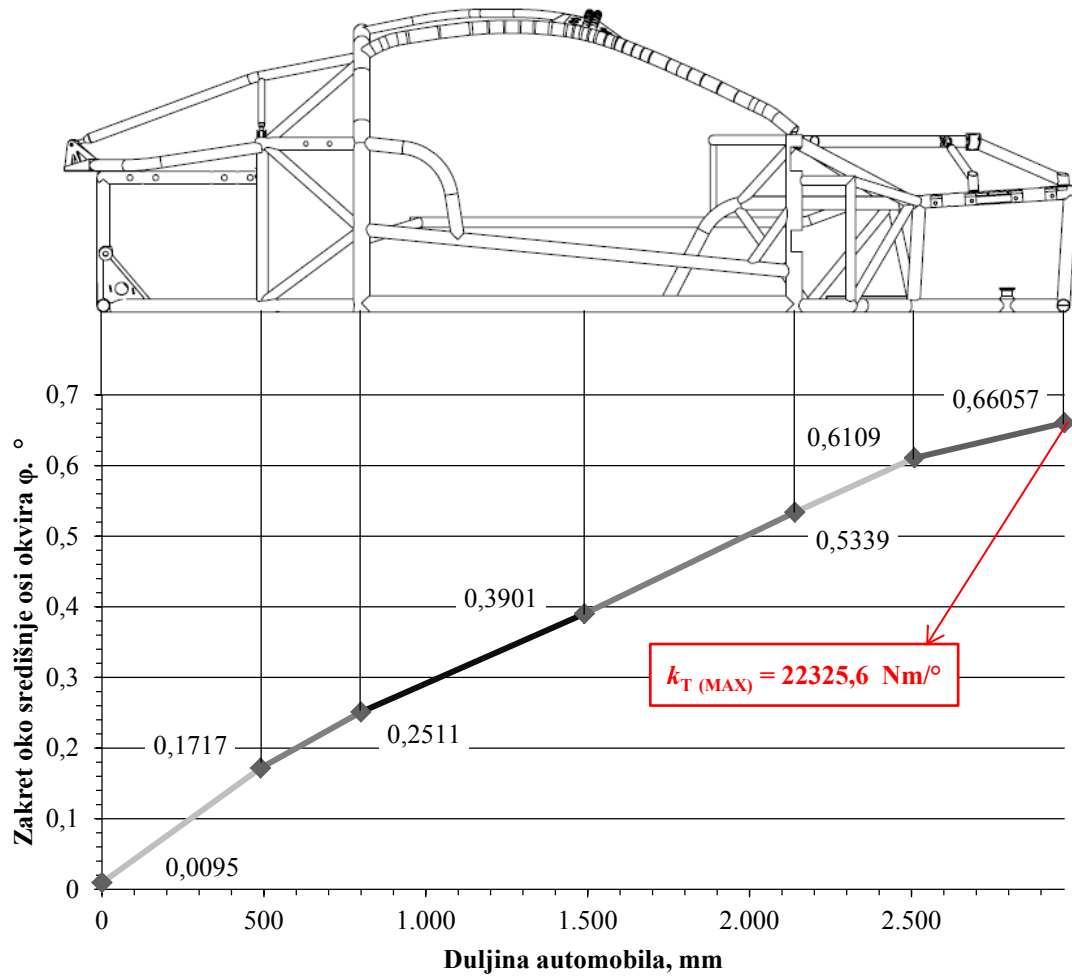
U tablici 5.1 je prikazana konvergencija rješenja numeričkog modela za svih pet mreža konačnih elemenata.

Tablica 5.1 Konvergencija rješenja numeričkog modela

$\Sigma n_{KE}$	$w_z (MAX) / \text{mm}$
6685	8,5371
12937	8,7064
30146	9,0097
82613	9,0763
139325	9,091

Iz slike 5.8 i tablice 5.1 vidljiva je željena monotona konvergencija rješenja numeričkog modela okvira automobila Concept One.

Na slici 5.9 prikazan je jedan vrlo interesantan dijagram koji pokazuje kako se zakret, tj. krutost mijenja po duljini automobila. Za zadani moment torzije, na nekoliko karakterističnih mjesta izmjeren je iznos zakreta okvira automobila oko središnje osi okvira. Točke na dijagramu su dobivene na način da se na poziciji mjerenja očita iznos zakreta i ucrtava na dijagram. Na kraju se točke spoje linijama i za pojedini dio okvira, gleda se nagib linije. Ukoliko je nagib veći, torzijska krutost tog dijela okvira automobila je lošija te bi bilo poželjno na taj dio obratiti više pozornosti te ga možda dodatno ojačati.



Slika 5.9 Promjena zakreta (torzijske krutosti) po duljini automobila

## 6. ZAKLJUČAK

U radu je ukratko opisan automobil Concept One te kompanija Rimac Automobili koja automobil proizvodi. Istoimena kompanija je ustupila CAD model okvira automobila koji je ujedno i predmet radnje ovog diplomskog rada te računalne resurse za provedbu simulacije. U simulaciji je analizirana torzijska krutost okvira automobila Concept One.

Numerička analiza je provedena metodom konačnih elemenata koja je detaljnije opisana u trećem poglavlju dok je sama analiza definirana u četvrtom poglavlju. Provedena je i verifikacija korištenih grednih i ljuskastih konačnih elemenata na jednostavnijim, analitički rješivim primjerima specifičnim za test torzijske krutosti okvira. Verifikacija konačnih elemenata iz programskog paketa ANSYS je dodatno provedena uz konačne elemente iz programskog paketa ABAQUS i zaključeno je da su gredni (ANSYS Beam) ili ljuskasti (ANSYS Shell) konačni elementi pogodni za rješavanje problema torzijske krutosti okvira automobila.

Zatim je opisan postupak kreiranja proračunskog modela od samog definiranja profila cijevi i debljina limova, do diskretiziranja numeričkog modela i definiranja rubnih uvjeta.

Po završenoj analizi torzijske krutosti, dolazi se do rezultata koji su prikazani u petom poglavlju. Provedena je konvergencija rješenja numeričkog modela na pet različitih mreža konačnih elemenata te je dobivena monotona konvergencija koja nam potvrđuje da je numerička analiza korektno postavljena i provedena. Iznos torzijske krutosti je  $k_T = 22325,6 \text{ Nm}/\circ$  te se lako može usporediti s konvencionalnim sportskim automobilima s tipa Ferrari 360 Modena, Ferrari F430, Bugatti Veyron Grand Sport, Koenigsegg One, Koenigsegg CC8, Lamborghini Gallardo, Lamborghini Murcielago, Pagani Zonda C12 S, Porsche 911 Carrera GT i sl., kod kojih se iznos torzijske krutosti kreću oko  $25000 \text{ Nm}/\circ$  [26].

Iako je iznos torzijske krutosti zadovoljavajući, pošto se radi o tipu vozila koje pripada kategoriji ultra sportskih automobila vrlo visokih brzina, kakvi su mu i zahtjevi na upravljivost, poželjno bi bilo postići veću torzijsku krutost. To bi se moglo postići ojačanjem središnjeg dijela okvira automobila Concept One kao i dodatnom triangulacijom kod prednjeg i stražnjeg prihvata ovjesa.

Gore navedeno će možda biti predmet radnje nekog drugog diplomskog rada.

## LITERATURA

- [1] *Rimac Automobili*, web: <http://rimac-automobili.com/>, siječanj 2016.,
- [2] *ANSYS, Inc. Documentation for Release 12.1*, web: [http://orange.engr.ucdavis.edu/Documentation12.1/#readme\\_ai](http://orange.engr.ucdavis.edu/Documentation12.1/#readme_ai), rujan 2009.,
- [3] *Dassault Systèmes, Catia V5R18*, web: <http://www.3ds.com/products/catia/>, siječanj 2016.,
- [4] *FIA GT Series*, web: <http://www.fia.gtseries.com/index.php>, siječanj 2016.,
- [5] *Hobby Car Corvettes*, web: <http://www.hobbycarcorvettes.net/tag/classic-corvettes/>, siječanj 2016.,
- [6] *Factory Five*, web: <http://www.factoryfive.com/kits/challenge-car/design/>, siječanj 2016.,
- [7] *Top Speed*, 2010 Suzuki Kizashi, web: <http://www.topspeed.com/>, siječanj 2016.,
- [8] *Oscar D., Alejandro G.C., Influence of Body Stiffness on Vehicle Dynamics Characteristics in Passenger Cars*, Chalmers University of Technology, Goteborg, 2015.,
- [9] *Wikipedija: Krutost*, web: <https://hr.wikipedia.org/wiki/Krutost>, siječanj 2016.,
- [10] *Curtin Motorsport Team*, web: <http://motorsport.curtin.edu.au/>, siječanj 2016.,
- [11] *Toyota Motorsport GMBH*, web: <http://www.toyota-motorsport.com/en/>, siječanj 2016.,
- [12] *Dassault Systèmes, Simulia Abaqus 6.9 Documentation*, web: [http://www.tu-chemnitz.de/projekt/abq\\_hilfe/docs/v6.9/](http://www.tu-chemnitz.de/projekt/abq_hilfe/docs/v6.9/)  
<http://abaqusdoc.ucalgary.ca/v6.9/books/rnb/default.htm>, siječanj 2016.,
- [13] *Sorić, J., Metoda konačnih elemenata*, Golden marketing, Zagreb 2004.,
- [14] *Mechanical, Industrial and Technical Calculations*, MITCalc, web: <http://www.mitcalc.com/>, siječanj 2016.,
- [15] *Timoshenko, S. P., Goodier, J. N., Theory of elasticity*, McGraw-Hill Book Co., New York 1951.,
- [16] *Alfirević, I., Nauka o čvrstoći I*, Tehnička knjiga, Zagreb 1995.,
- [17] *Pilkey, W. D., Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey 2005.,
- [18] *Kraut, B., Strojarski priručnik*, Axiom d.o.o., Zagreb 1997.,
- [19] *Alfirević, I., Nauka o čvrstoći II*, Golden marketing, Zagreb 1999.,
- [20] *Cowper, G. R., The shear coefficients in Timoshenko beam theory*, ASME Journal of Applied Mechanics 33, 335.–340., 1966.,
- [21] *Pickhaver, J. A., Numerical modelling of building response to tunnelling*, Dissertation, University of Oxford, 2006.,
- [22] *Grupa autora, Inženjerski priručnik IP1*, Školska knjiga d.d., Zagreb 1996.
- [23] *Tonković, Z., Marenić, E., Numerička analiza konstrukcija*, Predavanja, FSB, Zagreb 2014.,
- [24] *Alfirević, I., Linearna analiza konstrukcija*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 1999.,
- [25] *Dassault Systèmes, SolidWorks 2008 SP0.0*, web stranica: <http://www.solidworks.com/>, siječanj 2016.,
- [26] *You Wheel Car Blog*, web: <http://blogs.youwheel.com/2014/04/25/>, siječanj 2016.,
- [27] *Čakmak, D., Mikulčić, M., Numerička analiza vjetroagregata K80 KončarKET d.o.o.*, FSB, Zagreb 2014.,
- [28] *Mikulčić, M., Programski zadaci iz kolegija Nelinearna numerička analiza konstrukcija*, FSB, Zagreb 2015.,
- [29] *Mikulčić, M., Programski zadaci iz kolegija Numerička analiza konstrukcija*, FSB, Zagreb 2014.



## **PRILOZI**

- I. CD-R disc