

# Numerička simulacija procesa zavarivanja

---

**Debelec, Antonio**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2015**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:985333>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-06-25**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Antonio Debelec**

Zagreb, 2015.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Student:

Antonio Debelec

Zagreb, 2015.

*Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.*

*Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na strpljenju, uloženom trudu, podršci te pruženoj pomoći prilikom izrade ovog rada.*

*Na kraju, zahvaljujem se obitelji, prijateljima i kolegama na podršci tijekom dosadašnjeg studiranja.*

Antonio Debelec



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Antonio Debelec** Mat. br.: 0035183045

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička simulacija procesa zavarivanja**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical Simulation of Welding Process**

Opis zadatka:

Zaostala naprezanja uslijed zavarivanja imaju značajan utjecaj na cjelovitost konstrukcijske komponente. Procjena zaostalih naprezanja i deformacija numeričkim modeliranjem procesa zavarivanja je računalno vrlo skup postupak. Iz tog razloga u numerički model uvode se odgovarajuća pojednostavljenja. Međutim, takva pojednostavljenja mogu dovesti do pogrešnih rezultata. Razvojem novih algoritama u metodi konačnih elemenata i brzih računalnih sustava, analiza ovih problema postaje točnija i učinkovitija.

U radu je potrebno provesti numeričku simulaciju procesa zavarivanja dviju sučeono spojenih čeličnih ploča. Za rješavanje problema prijenosa topline spregnutog s nelinearnom mehaničkom analizom primijeniti sekvencijalno spregnutu metodu. Analizirati tri numerička modela u kojima su ploče diskretizirane trodimenzijskim konačnim elementima, ljuskastim elementima te kombinacijom trodimenzijskih i ljuskastih elemenata. Za povećanje učinkovitosti i točnosti numeričke simulacije, primjenom modula za unos topline u programskom paketu Abaqus te na temelju rezultata parametarskih analiza potrebno je predložiti optimalni numerički model. Numerički model primijeniti za simulaciju procesa zavarivanja poklopca rebra *linera* pri montaži na konstrukciju ispušnog kućišta plinske turbine tvrtke Alstom. Potrebni podaci i literatura mogu se dobiti od mentora.

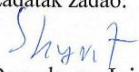
Zadatak rada je zadan u okviru projekta pod nazivom *Gas Turbine Exhaust System Enhanced Design* koji se provodi u suradnji Fakulteta i tvrtke Alstom iz Karlovca.


U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
24. rujna 2015.

Rok predaje rada:  
26. studenog 2015.

Predvideni datumi obrane:  
2., 3. i 4. prosinca 2015.

Zadatak zadao:  
  
Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Predsjednica Povjerenstva:  
  
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA .....	VII
POPIS OZNAKA .....	VIII
SAŽETAK .....	XIII
SUMMARY .....	XIV
1. Uvod .....	1
2. Termodinamika zavarivanja .....	2
2.1. Uvod .....	2
2.2. Izmjena topline .....	3
2.2.1. Izmjena topline [4] .....	3
2.2.2. Osnovne jednadžbe [3] .....	4
2.2.3. Početni i rubni uvjeti [3] .....	5
2.3. Osnovni izrazi teorije plastičnosti .....	6
2.3.1. Dijagram deformiranja [4] .....	6
2.3.2. Ukupna deformacija .....	7
2.3.2.1. Elastična deformacija .....	7
2.3.2.2. Plastična deformacija .....	8
2.3.2.3. Toplinska deformacija .....	14
2.4. Naprezanja u zavarenoj konstrukciji [4] .....	14
2.4.1. Podjela naprezanja .....	14
2.4.2. Uzroci nastajanja naprezanja .....	15
2.5. Deformacije u zavarenoj konstrukciji [4] .....	16
2.5.1. Podjela deformacija .....	16
2.6. Redukcija i uklanjanje zaostalih naprezanja i deformacija [2] .....	18
3. Numeričko modeliranje procesa zavarivanja .....	19
3.1. Vrste toplinsko – mehaničkih analiza [4] .....	19
3.2. Toplinska analiza [3] .....	20
3.3. Mehanička analiza [8] .....	22
3.4. Konačni elementi .....	27
3.4.1. Osnovni prizmatični element [9] .....	27
3.4.2. Četverokutni ljuskasti element [9, 7] .....	29
4. Verifikacija numeričkog modela .....	33
4.1. Uvod .....	33
4.2. Parametri zavarivanja i svojstva materijala .....	34
4.2.1. Parametri zavarivanja .....	34
4.2.2. Svojstva materijala .....	35
4.2.2.1. Pregled toplinskih svojstava .....	37
4.2.2.1.1. Toplinska provodnost [7] .....	37
4.2.2.1.2. Specifični toplinski kapacitet i latentna toplina [7] .....	37
4.3. Klasična metoda .....	38

4.3.1. Toplinska analiza .....	39
4.3.1.1. 3D model .....	39
4.3.1.2. Ljuskasti model.....	42
4.3.1.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t .....	44
4.3.1.4. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t .....	46
4.3.1.5. Dijagramska usporedba rezultata toplinske analize .....	48
4.3.2. Mehanička analiza .....	48
4.3.2.1. 3D model .....	48
4.3.2.2. Ljuskasti model.....	52
4.3.2.3. 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t .....	55
4.3.2.4. 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t .....	57
4.3.2.5. Dijagramska usporedba rezultata mehaničke analize .....	58
4.4. Metoda rađanja elemenata.....	62
4.4.1. Toplinska analiza .....	62
4.4.1.1. 3D model .....	62
4.4.1.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t .....	63
4.4.1.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t .....	64
4.4.1.4. Dijagramska usporedba rezultata toplinske analize .....	65
4.4.2. Mehanička analiza .....	66
4.4.2.1. 3D model .....	66
4.4.2.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t .....	67
4.4.2.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t .....	68
4.4.2.4. Dijagramska usporedba rezultata mehaničke analize .....	69
4.5. Abaqus Welding Interface (AWI) [12,13] .....	73
4.5.1. Toplinska analiza .....	74
4.5.1.1. 3D model .....	74
4.5.1.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t .....	74
4.5.1.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t .....	75
4.5.1.4. Dijagramska usporedba rezultata toplinske analize .....	76
4.5.2. Mehanička analiza .....	76
4.5.2.1. 3D model .....	76
4.5.2.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t .....	78
4.5.2.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t .....	79
4.5.2.4. Dijagramska usporedba rezultata mehaničke analize .....	80
4.6. Usporedba vremena trajanja izrade numeričkog modela i simulacije .....	83
4.7. Zaključak četvrtog poglavlja .....	85
5. Simulacija procesa zavarivanja rebra <i>linera</i> .....	86
5.1. Numerički model .....	86
5.2. Toplinska analiza .....	90
5.3. Mehanička analiza .....	92
6. Zaključak .....	94
LITERATURA.....	97
PRILOZI .....	98

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Lom Liberty klase trgovačkih brodova građenih u SAD-u tokom Drugog svjetskog rata za američku i britansku trgovačku flotu [1] .....	2
Slika 2.	Rubne površine krutog tijela $S$ [3] .....	5
Slika 3.	Konvencionalni dijagram rastezanja konstrukcijskog čelika [5] .....	6
Slika 4.	Elastičan-idealoplastičan materijalni model [6].....	10
Slika 5.	Von Misesova ploha tečenja (kružni cilindar) i Trescina ploha tečenja (pravilna šesterostrana prizma) .....	11
Slika 6.	Očvršćenje: a) izotropno očvršćenje i b) kinematičko očvršćenje [6] .....	12
Slika 7.	Linearno očvršćenje [6] .....	12
Slika 8.	Dijagram ovisnosti naprezanja o ukupnoj deformacija za elastično-linearno očvršćujući materijal [6] .....	13
Slika 9.	Pojednostavljeni model nastanka zaostalih naprezanja [2] .....	15
Slika 10.	Različite vrste deformacija koje se javljaju nakon i tijekom zavarivanja [4] .....	17
Slika 11.	Nelinearna veza između opterećenja i pomaka .....	23
Slika 12.	a) Tok općeg inkrementalno – iterativnog postupka i b) postupak nelinearne numeričke analize konstrukcija.....	24
Slika 13.	Osnovni prizmatični konačni element s 24 stupnja slobode [9] .....	27
Slika 14.	a) osnovni prizmatični konačni element i b) točke integracije .....	29
Slika 15.	Razlika između konvencionalnih i kontinuumskih ljuskastih elemenata [7] .....	30
Slika 16.	Određivanja normala i slojeva integracijskih točaka na konvencionalnim ljuskastim elementima [7].....	31
Slika 17.	Četverokutni konvencionalni ljuskasti element s reduciranom integracijom [7] ..	31
Slika 18.	Raspodjela integracijskih točaka po debljini ljuske [7].....	32
Slika 19.	Četverokutni ljuskasti element za toplinsku analizu [7].....	32
Slika 20.	Geometrija dviju sučeono zavarenih ploča.....	33
Slika 21.	Modeliranje $V$ pripreme zavara .....	34
Slika 22.	Toplinska svojstva.....	36
Slika 23.	Mehanička svojstva .....	36
Slika 24.	Specifični toplinski kapacitet i definicija latentne topline [7] .....	38
Slika 25.	3D numerički model.....	39
Slika 26.	Newtonov mješoviti rubni uvjet za 3D model.....	40
Slika 27.	Mreža konačnih elemenata 3D modela .....	40
Slika 28.	Zadavanje amplitude toplinskog toka.....	41
Slika 29.	Temperaturno polje na 3D modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode, $T$ (°C).....	41
Slika 30.	Ljuskasti numerički model .....	42
Slika 31.	Mreža konačnih elemenata za ljuskasti model.....	43
Slika 32.	Temperaturno polje na ljuskastom modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode, $T$ (°C).....	43
Slika 33.	Kombinirani 3D/ljuskasti numerički model širine 3D zone $2,5t$ .....	44
Slika 34.	Mreža konačnih elemenata 3D/ljuskastog modela širine 3D zone $2,5t$ .....	45
Slika 35.	Temperaturno polje na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone $2,5t$ početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode, $T$ (°C).....	45
Slika 36.	Kombinirani 3D/ljuskasti numerički model širine 3D zone $3,5t$ .....	46
Slika 37.	Mreža konačnih elemenata 3D/ljuskastog modela širine 3D zone $3,5t$ .....	47



Slika 38.	Temperaturno polje na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode, $T$ (°C).....	47
Slika 39.	Dijagramska usporedba rezultata za različite numeričke modele početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode.....	48
Slika 40.	Rubni uvjeti pomaka za 3D model.....	49
Slika 41.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D modelu .....	50
Slika 42.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D modelu .....	50
Slika 43.	Raspodjela ekvivalentne plastične deformacije na 3D modelu .....	51
Slika 44.	Nedefimirano stanje i deformirani oblik 3D modela (faktor uvećanja = 10) .....	51
Slika 45.	Rubni uvjeti pomaka za ljuskasti model.....	52
Slika 46.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) na ljuskastom modelu .....	53
Slika 47.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D modelu .....	53
Slika 48.	Raspodjela ekvivalentne plastične deformacije na ljuskastom modelu .....	54
Slika 49.	Nedefimirano stanje i deformirani oblik ljuskastog modela (faktor uvećanja = 10).....	54
Slika 50.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t.....	55
Slika 51.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t.....	56
Slika 52.	Raspodjela ekvivalentne plastične deformacije na 3D/ljuskastom modelu s širinom 3D zone 2,5t .....	56
Slika 53.	Nedefimirano stanje i deformirani oblik 3D/ljuskastog modela s širinom 3D zone 2,5t (faktor uvećanja = 10).....	57
Slika 54.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t.....	57
Slika 55.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t.....	58
Slika 56.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $x$ .....	59
Slika 57.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $x$ .....	59
Slika 58.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $y$ .....	60
Slika 59.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $y$ .....	60
Slika 60.	Raspodjela pomaka u smjeru osi $y$ , $v$ (m) po liniji $y$ .....	61
Slika 61.	Raspodjela pomaka u smjeru osi $z$ , $w$ (m) po liniji $y$ .....	61
Slika 62.	Početno temperaturno polje i deaktivirani elementi 3D modela analiziranog metodom rađanja.....	63
Slika 63.	Temperaturno polje na 3D modelu analiziranog metodom rađanja elemenata početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode, $T$ (°C) .....	63
Slika 64.	Temperaturno polje na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog metodom rađanja elemenata početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode, $T$ (°C).....	64
Slika 65.	Temperaturno polje na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode, $T$ (°C) .....	65
Slika 66.	Dijagramska usporedba rezultata za različite numeričke modele početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode.....	65
Slika 67.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D modelu analiziranog metodom rađanja elemenata .....	66
Slika 68.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D modelu analiziranog metodom rađanja elemenata .....	67
Slika 69.	Nedefimirano stanje i deformirani oblik 3D modela analiziranog metodom rađanja elemenata (faktor uvećanja = 10).....	67

Slika 70.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog metodom rađanja elemenata.....	68
Slika 71.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog metodom rađanja elemenata.....	68
Slika 72.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog metodom rađanja elemenata.....	69
Slika 73.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog metodom rađanja elemenata.....	69
Slika 74.	Raspodjela longitudinalnih naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $x$ za različite numeričke modele .....	70
Slika 75.	Raspodjela transverzalnih naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $x$ za različite numeričke modele .....	70
Slika 76.	Raspodjela longitudinalnih naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $y$ za različite numeričke modele .....	71
Slika 77.	Raspodjela transverzalnih naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $y$ za različite numeričke modele .....	71
Slika 78.	Raspodjela pomaka u smjeru osi $y$ , $v$ (m) po liniji $y$ .....	72
Slika 79.	Raspodjela pomaka u smjeru osi $z$ , $w$ (m) po liniji $y$ .....	72
Slika 80.	Temperaturno polje na 3D modelu analiziranog pomoću AWI-a početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode, $T$ (°C).....	74
Slika 81.	Temperaturno polje na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog pomoću AWI –a početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode, $T$ (°C).....	75
Slika 82.	Temperaturno polje na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog pomoću AWI-a početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode, $T$ (°C).....	75
Slika 83.	Dijagramska usporedba rezultata za različite numeričke modele početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode.....	76
Slika 84.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D modelu analiziranog pomoću AWI - a.....	77
Slika 85.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D modelu analiziranog pomoću AWI-a.....	77
Slika 86.	Nedefinirano stanje i deformirani oblik 3D modela analiziranog pomoću AWI – a (faktor uvećanja = 10).....	78
Slika 87.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog pomoću AWI - a.....	78
Slika 88.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog pomoću AWI – a .....	79
Slika 89.	Raspodjela longitudinalnog naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog pomoću AWI – a .....	79
Slika 90.	Raspodjela transverzalnog naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog pomoću AWI – a .....	80
Slika 91.	Raspodjela longitudinalnih naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $x$ za različite numeričke modele .....	80
Slika 92.	Raspodjela transverzalnih naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $x$ za različite numeričke modele .....	81
Slika 93.	Raspodjela longitudinalnih naprezanja $\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $y$ za različite numeričke modele .....	81
Slika 94.	Raspodjela transverzalnih naprezanja $\sigma_y$ (N/m <sup>2</sup> ) po liniji $y$ za različite numeričke modele .....	82
Slika 95.	Raspodjela pomaka u smjeru osi $y$ , $v$ (m) po liniji $y$ .....	82
Slika 96.	Raspodjela pomaka u smjeru osi $z$ , $w$ (m) po liniji $y$ .....	83

---

Slika 97.	CAD model cijelog <i>linera</i> .....	86
Slika 98.	1/10 <i>linera</i> .....	87
Slika 99.	Konstruktivski dijelovi <i>linera</i> po redosljedu montaže .....	87
Slika 100.	Numerički model <i>linera</i> .....	88
Slika 101.	Analizirani zavari .....	88
Slika 102.	Mreža konačnih elemenata 1/10 <i>linera</i> .....	89
Slika 103.	Detalj mreže konačnih elemenata 1/10 <i>linera</i> .....	89
Slika 104.	Temperaturno polje na drugom zavaru krajem procesa zavarivanja, $T$ (°C).....	91
Slika 105.	Temperaturno polje na kraju procesa zavarivanja, $T$ (°C).....	91
Slika 106.	Rubni uvjeti 1/10 <i>linera</i> .....	92
Slika 107.	Raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema von Misesu $\sigma_{ekv}$ (N/m <sup>2</sup> ) na 1/10 <i>linera</i> .....	92
Slika 108.	Nedefinirano stanje i deformirani oblik konstrukcije (faktor uvećanja = 20) ....	93

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Usporedba različitih metoda i numeričkih modela .....	84
Tablica 2. Broj konačnih elemenata po pojedinim dijelovima konstrukcije .....	89

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$m^2$	površina poprečnog presjeka
$a$	$m^2/s$	temperaturna provodnost
$a_i$	-	koeficijenti u interpolacijskim funkcijama
$\mathbf{B}_L$	-	linearna matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima
$\mathbf{B}_N$	-	nelinearna matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima
$\mathbf{C}$		matrica toplinskog kapaciteta
$c$	$J/(kgK)$	specifični toplinski kapacitet
$\mathbf{D}, D_{ijkl}$	-	tenzor elastičnosti
$\mathbf{D}^{ep}, D_{ijkl}^{ep}$	-	elastoplastični tenzor elastičnosti
$\mathbf{D}_{kL}$	-	linearni kinematički diferencijalni operator
$\mathbf{D}_{kN}$	-	nelinearni kinematički diferencijalni operator
$E$	$N/m^2$	modul elastičnosti
$E_t$	$N/m^2$	tangentni modul
$\mathbf{F}_e$	-	vektor čvornih sila poradi vanjskog opterećenja
$\mathbf{F}_i$	-	vektor unutarnjih čvornih sila
$\mathbf{F}_g$	-	vektor Neumannovih rubnih uvjeta
$\mathbf{F}_q$	-	vektor čvornih sila poradi toplinskog opterećenja
$f$	-	funkcija tečenja
$G$	$N/m^2$	modul smičnosti
$g$	-	plastični potencijal
$I$	A	jakost električne struje
$I_1, I_2, I_3$	-	invarijante tenzora naprezanja
$J_1, J_2, J_3$	-	invarijante tenzora devijatora naprezanja
$\mathbf{K}$	-	globalna matrica krutosti

$\mathbf{K}_T$	-	globalna matrica provođenja, globalna tangencijalna matrica krutosti
$\mathbf{k}_e$	-	linearna elastična matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{k}_{ep}$	-	elastoplastična matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{k}_T$	-	tangencijalna matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{k}_{ep}$	-	elastoplastična matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{k}_{uL}$	-	linearna matrica početnih pomaka konačnog elementa
$\mathbf{k}_{uN}$	-	nelinearna matrica početnih pomaka konačnog elementa
$\mathbf{k}_{\sigma L}$	-	linearna matrica početnih naprezanja konačnog elementa
$\mathbf{k}_{\sigma N}$	-	nelinearna matrica početnih naprezanja konačnog elementa
$K$	N/m <sup>2</sup>	modul plastičnosti
$L$	m	duljina ploče
$l$	m	duljina
$\mathbf{N}$	-	matrica funkcija oblika
$\mathbf{N}_i$	-	matrica funkcije oblika $i$ – tog čvora
$\mathbf{N}_S$	-	matrica rubnih funkcija oblika
$\mathbf{n}$	-	vektor normale
$n$	m	lokalna koordinata u smjeru normale $\mathbf{n}$
$Q$	J	toplina
$q_s$	J/m <sup>2</sup>	površinska gustoća toplinskog toka
$q_v$	J/m <sup>3</sup>	volumna gustoća toplinskog toka
$\bar{\mathbf{q}}$	-	vektor volumnih sila osnovnog stanja
$\Delta\mathbf{q}$	-	vektor volumnih sila bliskog stanja
$\bar{\mathbf{q}}_b$	-	vektor površinskih sila osnovnog stanja
$\Delta\mathbf{q}_b$	-	vektor površinskih sila bliskog stanja
$\mathbf{R}$	-	globalni vektor čvornih sila
$\mathbf{R}_e$	-	globalni vektor čvornih sila poradi vanjskog opterećenja
$\mathbf{R}_i$	-	globalni vektor unutarnjih čvornih sila

$R$	-	rezidual
$S$	-	granična ploha čvrstog tijela
$S_T$	-	granična ploha čvrstog tijela sa zadanom temperaturom
$S_q$	-	granična ploha čvrstog tijela sa zadanim toplinskim tokom
$S_{ij}$	-	tenzor devijatora naprezanja
$\mathbf{T}$	K	vektor čvornih temperatura
$T_i$	K	čvorne temperature
$T_p$	K	početna temperatura
$T_S$	K	temperatura granične plohe tijela
$T_\infty$	K	temperatura fluida podaljeod granične plohe tijela
$T$	K	temperatura
$\Delta T$	K	promjena temperature
$t$	m	debljina ploče
$t$	s	vrijeme
$\Delta t$	s	vremenski interval
$U$	V	električni napon
$U_1, U_2, U_3$	m	pomaci u programskom paketu Abaqus
$UR_1, UR_2, UR_3$	rad	pomaci u programskom paketu Abaqus
$\mathbf{u}, u_i$	m	vektor pomaka
$u, v, w$	m	komponente pomaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu
$u_i, v_i, w_i$	m	komponente pomaka $i$ – tog čvora u Kartezijevom koordinatnom sustavu
$\mathbf{V}$	-	vektor globalnih stupnjeva slobode
$\bar{\mathbf{V}}$	-	vektor globalnih stupnjeva slobode osnovnog stanja
$\Delta \mathbf{V}$	-	vektor globalnih stupnjeva slobode bliskog stanja
$V_i$	-	globalni stupnjevi slobode
$V$	m <sup>3</sup>	volumen
$\mathbf{v}$	-	vektor stupnjeva slobode konačnog elementa

$\bar{\mathbf{v}}$	-	vektor stupnjeva slobode konačnog elementa u osnovnom stanju
$\Delta \mathbf{v}$	-	vektor stupnjeva slobode konačnog elementa u bliskom stanju
$v_i$	-	lokalni stupnjevi slobode konačnog elementa
$v$	m/s	brzina gibanja elektrode
$W$	m	širina ploče
$w_i$	-	težinske funkcije
$X, Y, Z, x, y, z$	-	Kartezijeve koordinate
$\alpha$	W/(m <sup>2</sup> K)	koeficijent prijelaza topline
$\alpha_T$	1/K	koeficijent toplinskog rastezanja
$\delta_{ij}$	-	Kroneckerov simbol
$\boldsymbol{\varepsilon}, \varepsilon_{ij}$	-	tenzor deformacije
$\boldsymbol{\varepsilon}^0, \varepsilon_{ij}^0$	-	tenzor početne deformacije
$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$	-	tenzor deformacije osnovnog stanja
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ekv}^p$	-	ekvivalentna plastična deformacija
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e$	-	tenzor elastične deformacije
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^p$	-	tenzor plastične deformacije
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{\Delta V}$	-	tenzor volumenske deformacije uslijed fazne promjene
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{trp}$	-	tenzor plastične deformacije uslijed fazne promjene
$\kappa$	-	parametar očvršćenja
$\lambda$	-	Laméova elastična konstanta
$\lambda$	W/(mK)	toplinska vodljivost
$d\lambda$	-	plastični multiplikator, skalarni faktor proporcionalnosti
$\mu$	-	Laméova elastična konstanta
$\nu$	-	Poissonov faktor
$\eta$	-	koeficijent učinkovitosti električnog luka
$\xi, \eta, \zeta$	-	bezdimenzijske prirodne koordinate
$\xi_i, \eta_i, \zeta_i$	-	prirodne koordinate $i$ -tog čvora konačnog elementa



---

$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća
$\sigma, \sigma_{ij}$	-	tenzor naprezanja
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	-	normalne komponente naprezanja u Kartezijevu koordinatnom sustavu
$\sigma_Y$	N/m <sup>2</sup>	granica tečenja
$\sigma_{Y_0}$	N/m <sup>2</sup>	početna granica tečenja

## SAŽETAK

Tema ovog diplomskog rada je numerička analiza zaostalih naprezanja i deformacija uslijed procesa zavarivanja. Za modeliranje unosa topline prilikom zavarivanja i procjenu zaostalih naprezanja i deformacija uspješno se primjenjuje metoda konačnih elemenata čime se numeričkom simulacijom nastoji zamijeniti, odnosno nadopuniti skupi eksperiment. Zaostala naprezanja, spregnuta još sa naprezanjima nastalim tokom eksploatacije konstrukcije, imaju značajan utjecaj na cjelovitost i procjenu radnog vijeka zavarene konstrukcije. Procjena zaostalih naprezanja i deformacija numeričkim modeliranjem procesa zavarivanja računalno je vrlo skup postupak, stoga se u numerički model uvode odgovarajuća pojednostavljena u svrhu povećanja učinkovitosti uz zadržavanje točnosti simulacije.

Ukratko su iznesene teorijske osnove modeliranja procesa zavarivanja u pogledu izmjene topline i elastoplastičnog ponašanja materijala. Također, objašnjeno je nastajanje zaostalih naprezanja i deformacija u zavarenim konstrukcijama te je izvršena njihova podjela. Prikazane su vrste toplinsko – mehaničkih analiza te jednadžbe konačnih elemenata za nelinearnu toplinsku i mehaničku analizu. Pokazane su osnove rješavanja nelinearnih problema inkrementalno-iterativnim metodama te je dan pregled korištenih konačnih elemenata u simulacijama zavarivanja.

Provedeno je modeliranje procesa zavarivanja dviju sučeono zavarenih ploča primjenom klasične metode, metode rađanja elemenata te pomoću *Abaqus* sučelja za zavarivanje – *Abaqus Welding Interface* (AWI) [12]. Klasičnom metodom pristupilo se modelima diskretiziranim trodimenzijskim elementima, ljuskastim elementima te kombinacijom trodimenzijskih i ljuskastih elemenata. Pomoću AWI-a i metode rađanja simulirani su modeli diskretizirani trodimenzijskim elementima i kombinacijom trodimenzijskih i ljuskastih elemenata. Pri modeliranju kombinacijom trodimenzijskim i ljuskastim elementima ispitana su dva 3D/ljuskasta modela različitih širina 3D zona u svrhu određivanja kriterija prijelaza s 3D na ljuskastu zonu.

Sa zaključcima dobivenima pri analizi zavarivanja dviju sučeono zavarenih ploča pristupilo se modeliranju procesa zavarivanja poklopca rebra *linera* pri montaži na konstrukciju ispušnog kućišta plinske turbine tvrtke *Alstom* te je izvršena analiza zaostalih naprezanja i deformacija.

Ključne riječi: metoda konačnih elemenata, zavarivanje, zaostala naprezanja

## SUMMARY

The subject of this thesis is numerical analysis of residual stresses and deformation due to welding. For heat flux modelling due to welding and residual stress and distortion assessment, the finite element method has been successfully used by which it is intended to avoid expensive experiments and replace or supplement it with a numerical simulation. Residual stresses, coupled with stresses during exploitation of structure, have significant effect on structural health and lifetime of welded structure. Assessment of residual stresses and deformation using numerical modelling of welding process is computationally very expensive so we implement appropriate simplifications in numerical model to increase efficiency while maintaining the accuracy of the simulation.

Briefly are presented the theoretical foundations of modelling welding process in terms of heat and elastoplastic material behavior. Also, the formation of residual stresses and strains in welded structures was explained and their division was made. The types of heat – transfer analysis were shown and equations of finite elements for nonlinear mechanical analysis and heat transfer analysis were carried out.

The welding process of two butt welded plates was modelled using standard method, element birth and death method and *Abaqus Welding Interface* (AWI) [12]. With the aim to increase the efficiency and accuracy of numerical simulation of the welding process of mechanical structures we used three numerical models: three-dimensional model, combined three-dimensional - shell finite element model and shell model. When modelling a combination of three-dimensional - shell finite element model we varied width of the 3D zone to determine the criteria for the transition from 3D to shell zone.

The conclusions obtained in the analysis of welding two butt welded plates were used for the modelling of welding process of cover rib on *liner* during assembly of the gas turbine exhaust housing from the company *Alstom*.

Key words: finite element method, welding, residual stresses

## 1. Uvod

---

---

Zavarivanje je danas jedan od glavnih postupaka spajanja dijelova konstrukcije u strojarstvu i brodogradnji zahvaljujući svojoj pouzdanosti, jednostavnosti i niskim troškovima izrade. Stoga je izrada mnogih konstrukcija, kao što su mostovi, brodovi, automobili, vlakovi, posude pod tlakom itd., teško zamisliva bez korištenja zavarivanja. Međutim, nepovoljna strana zavarivanja je što se uslijed lokalnog unosa topline te naknadnog brzog hlađenja u samom zavaru i njegovoj blizini javljaju velika zaostala naprezanja koja se često kreću oko granice tečenja materijala. Zaostala naprezanja, pogotovo te veličine, spregnuta još sa naprezanjima nastalim tokom eksploatacije konstrukcije, imaju značajan utjecaj na cjelovitost i procjenu radnog vijeka zavarene konstrukcije. S obzirom da za većinu realnih konstrukcija ne postoji analitičko rješenje, za izračun zaostalih naprezanja i deformacija prilikom zavarivanja pribjegava se numeričkoj analizi koja se temelji na metodi konačnih elemenata. Procjena zaostalih naprezanja i deformacija numeričkim modeliranjem procesa zavarivanja računalno je vrlo skup postupak, stoga se u numerički model uvode odgovarajuća pojednostavljena u svrhu povećanja učinkovitosti uz zadržavanje točnosti simulacije. Razvojem novih algoritama u metodi konačnih elemenata i brzih računalnih sustava, analiza ovih problema postaje točnija i učinkovitija.

U radu je provedena numerička simulacija procesa zavarivanja dviju sučeono spojenih ploča. Problem prijenosa topline spregnut je s nelinearnom mehaničkom analizom sekvencijalno spregnutom metodom. Kako bi se povećala učinkovitost i točnost numeričke simulacije analizirana su tri numerička modela u kojima su ploče diskretizirane trodimenzijskim konačnim elementima, ljuskastim elementima te kombinacijom trodimenzijskih i ljuskastih elemenata. Uz klasičnu metodu zavarivanja gdje su tokom procesa konačni elementi prisutni tamo gdje još u stvarnosti nema materijala, provedena je i metoda rađanja elemenata koja točnije opisuje fiziku procesa. Također, u okviru ovog rada, provedeno je numeričko modeliranje procesa zavarivanja pomoću sučelja u programskom paketu *Abaqus* [10] koji služi za modeliranje i analizu procesa zavarivanja – *Abaqus Welding Interface* (u daljnjem tekstu: AWI) [12].

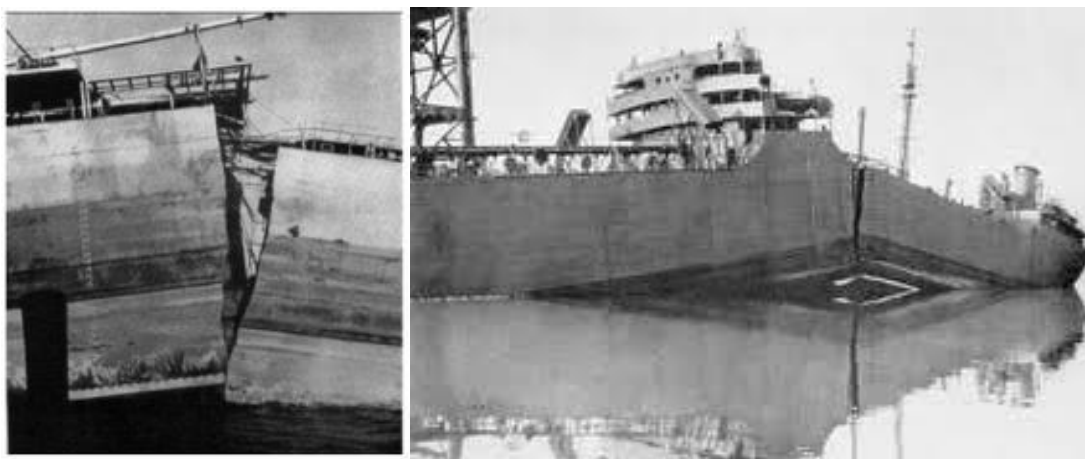
Na kraju rada, numerički model koji je prethodno ispitan i verificiran na primjeru dviju sučeono zavarenih ploča primjenjen je za simulaciju procesa zavarivanja poklopca rebra *linera* pri montaži na konstrukciju ispušnog kućišta plinske turbine tvrtke *Alstom*.

## 2. Termodinamika zavarivanja

---

### 2.1. Uvod

Zaostala naprezanja i deformacije kao posljedica zavarivanja, kao i načini njihovog otklanjanja, predmet su mnogih istraživanja još od uvođenja tehnologije zavarivanja u primjenu početkom devetnaestog stoljeća. Povod takvim istraživanjima bili su u to vrijeme neobjašnjivi lomovi zavarenih mostova u Europi, te kasnije, u Drugom svjetskom ratu lomovi američkih ratnih brodova klase *Liberty*. Usprkos značajnom napretku tehnologije zavarivanja od tada, taj je problem danas još uvijek prisutan.



**Slika 1. Lom Liberty klase trgovačkih brodova građenih u SAD-u tokom Drugog svjetskog rata za američku i britansku trgovačku flotu [1]**

Zavarivanje je nelinearan i nestacionaran proces koji je općenito popraćen lokalnim unosom topline, pri čemu se u samom zavaru i njegovoj blizini javljaju veliki gradijenti temperatura. Ove temperature su ponekad znatno iznad tališta metala i mogu biti blizu točke njegovog isparavanja, ovisno o tehnologiji zavarivanja. Pri tome je prostorna i vremenska raspodjela temperatura u zavarenom spoju izrazito nejednolika, a izmjena topline odvija se konvekcijom, radijacijom i kondukcijom. Prijenos topline konvekcijom na okolišnju atmosferu dominantan je na nižim temperaturama, a odvija se također između rastaljenog materijala elektrode i osnovnog materijala. Što su temperature pri zavarivanju više, prijenos topline radijacijom postaje sve dominantniji. Visoke temperature u zavaru i zoni utjecaja topline (ZUT) uzrokuju promjene u mikrostrukturi materijala te dovode do plastičnih deformacija i zaostalih naprezanja u zavarenoj konstrukciji. [2]

## 2.2. Izmjena topline

Toplina se prenosi na tri osnovna načina:

1. provođenjem ili kondukcijom kroz krutine, kapljevine i plinove – točke promatranog tijela su na različim temperaturama te toplina prelazi iz područja više u područje niže temperature u svrhu izjednačavanja temperaturnih razlika,
2. konvekcijom – predaja topline od stijenke čvrstog tijela na fluid ili od fluida na stijenu,
3. zračenjem ili radijacijom – prijenos energije elektromagnetskim valovima bez posredstva materije.

Prilikom postupka zavarivanja dominantan oblik prijenosa topline je provođenje. Gledajući sa stajališta vremena, bitno je razlučiti dvije vrste provođenja: ustaljeno ili stacionarno i tranzijentno ili nestacionarno.

Osnovno svojstvo stacionarnog provođenja topline je da se rubni uvjeti i/ili fizikalna svojstva materijala ne mijenjaju u vremenu ili se promjena, ako postoji, može zanemariti. Suprotno tome, kod nestacionarnog provođenja topline rubni uvjeti i/ili fizikalna svojstva materijala ovisni su o vremenu, a u energijskoj jednadžbi javlja se i vremenska promjena unutarnje energije.

I stacionarno i nestacionarno provođenje može se razmatrati kao linearni ili kao nelinearni problem. Linearni problem podrazumijeva da fizikalna svojstva materijala, toplinski tokovi, toplinski izvori, odnosno ponori i koeficijenti prijelaza topline konvekcijom ne ovise o temperaturi. Također, nema rubnih uvjeta koji sadrže prijenos topline zračenjem i nema faznih promjena. Ukoliko nije zadovoljen barem jedan od iznad navedenih uvjeta linearnog problema, radi se o nelinearnom stacionarnom, odnosno nestacionarnom provođenju topline. [3]

### 2.2.1. Izmjena topline [4]

Većina procesa zavarivanja temelji se na lokalnom zagrijavanju komponenta do temperature tališta materijala te naknadnom hlađenju. Raspodjela temperature vrlo je neujednačena kako u prostornim koordinatama tako i u vremenu. To neujednačeno zagrijavanje uzrok je deformacijama zavarene konstrukcije.

Može se pretpostaviti kako se sva električna energija iz luka pretvara u toplinu. Međutim, dio te energije disipira u okolinu pa se efektivna energija električnog luka može izraziti kao:

$$Q = \eta UI, \tag{1}$$

gdje je  $Q$  (W) ulazna energija,  $\eta$  koeficijent učinkovitosti električnog luka,  $U$  (V) napon, a  $I$  (A) predstavlja jakost struje.

### 2.2.2. Osnovne jednadžbe [3]

Jedna od temeljnih jednadžbi u toplinskoj analizi je Fourierov zakon provođenja topline kojim je gustoća toplinskog toka  $q_s$  (W/m<sup>2</sup>) povezana s temperaturnim gradijentom  $\frac{\partial T}{\partial n}$  (K/m) preko koeficijenta toplinske vodljivosti  $\lambda$  (W/mK) na način:

$$q_s = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}. \quad (2)$$

Iz gornje je jednadžbe zapravo vidljivo kako toplina u krutini uvijek napreduje s područja više temperature na područje niže temperature, tj. suprotno od temperaturnog gradijenta. Faktor proporcionalnosti  $\lambda$  ovisi o materijalu kroz koji se toplina provodi. Što je taj faktor veći, to će se uz isti gradijent temperature prenijeti više topline. Općenito vrijedi pravilo da su dobri vodiči električne struje ujedno i dobri vodiči topline. Fourierov zakon, poput većine temeljnih zakona fizike, nije moguće izvesti teorijski, ali ga je moguće potvrditi mjerenjima.

Sljedeća važna jednadžba je jednadžba koja opisuje temperaturno polje tijekom provođenja topline s unutarnjim izvorom, odnosno ponorom topline:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v, \quad (3)$$

gdje  $c$  (J/kgK) predstavlja specifični toplinski kapacitet,  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) gustoću materijala, a  $q_v$  (W/m<sup>3</sup>) izvor, odnosno ponor topline. Jednadžba (3) se jednostavno izvodi iz Fourierovog zakona provođenja topline i zakona održanja energije, odnosno prvog zakona termodinamike. Kako u općem slučaju  $c$ ,  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  i  $\lambda_z$  ovise o temperaturi, jednadžba je nelinearna. Zanemarivanjem temperaturne ovisnosti navedenih veličina dobiva se jednostavniji, linearizirani oblik jednadžbe koji glasi:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \frac{q_v}{c\rho} = a \nabla^2 T + \frac{q_v}{c\rho}. \quad (4)$$

U jednadžbi (4)  $a$  (m<sup>2</sup>/s) naziva se koeficijent temperaturne vodljivosti ili temperaturna difuznost. Takav oblik jednadžbe pogodniji je za pronalaženje analitičkog rješenja, a sama linearizacija u značajnijoj mjeri ne smanjuje točnost rješenja kod toplinskih problema vezanih za zavarivanje.

### 2.2.3. Početni i rubni uvjeti [3]

Jednadžba provođenja topline može imati beskonačno mnogo rješenja. Da bi ispravno formulirali problem toplinske kondukcije u krutom tijelu potrebno je definirati početne i rubne uvjete, te ostale uvjete jednoznačnosti (geometrijske uvjete i fizikalna svojstva krutine). Početni uvjeti predstavljaju temperaturnu raspodjelu u čvrstom tijelu u vremenu  $t = 0$  kao funkciju prostornih koordinata, što se zapisuje kao:

$$T_p = T_p(x, y, z, t = 0). \quad (5)$$

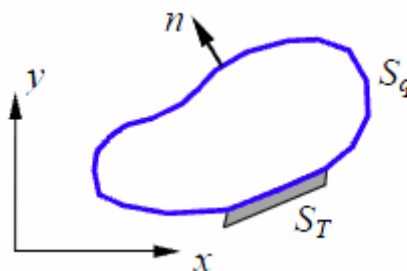
Kod primjene na zavarivanje početni uvjeti su u pravilu izotermni (jednolika početna temperaturna distribucija po cijelom volumenu krutine) pa izraz možemo pojednostaviti na:

$$T_p = T_p(x, y, z, t = 0) = T_p = \text{konst.} \quad (6)$$

Rubni (granični uvjeti) podrazumijevaju zbivanja između rubnih površina čvrstog tijela  $S$  prikazanog na slici 2. i okoliša. Dijele se općenito u tri vrste:

- rubni uvjet 1. vrste ili Dirichletov rubni uvjet – na graničnoj plohi  $S_T$  u svakom trenutku su zadane temperature  $T_s = T_s(x, y, z, t)$ ,
- rubni uvjet 2. vrste ili Neumannov (Cauchyov) rubni uvjet – na graničnoj plohi  $S_q$  u svakom trenutku je zadana gustoća toplinskog toka  $q_s = q_s(x, y, z, t)$ ,
- rubni uvjet 3. vrste ili Newtonov mješoviti rubni uvjet – čvrsto tijelo izmjenjuje toplinu s okolišnim fluidom:  $q_s = \alpha(T_s - T_\infty)$ , gdje  $\alpha$  ( $\text{W/m}^2 \text{K}$ ) predstavlja ukupni koeficijent prijenosa topline koji uključuje konvekcijski udio i udio od zračenja,  $T_s$  (K) je temperatura fluida koja odgovara temperaturi granične plohe tijela i  $T_\infty$  (K) je temperatura fluida podalje od granične plohe.

U nekoj točki ruba  $S = S_T \cup S_q$  može se dodijeliti samo jedan tip rubnog uvjeta.



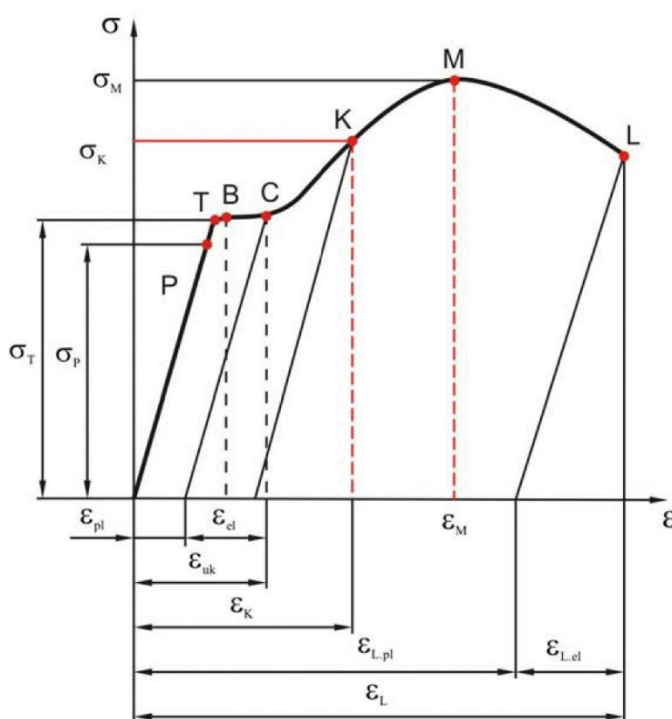
Slika 2. Rubne površine krutog tijela  $S$  [3]



## 2.3. Osnovni izrazi teorije plastičnosti

### 2.3.1. Dijagram deformiranja [4]

Jednostavnim vlačnim ili tlačnim eksperimentom moguće je utvrditi promjenu naprezanja, bilo tehničkog ili stvarnog, u ovisnosti o deformaciji. Ako se sila  $F$  podijeli s početnom ploštinom poprečnog presjeka epruvete  $A_0$ , dobit će se tehničko ili konvencionalno naprezanje  $\sigma_0$ . Za razliku od tehničkog naprezanja, stvarno naprezanje  $\sigma$  definira se kao omjer sile  $F$  i trenutne ploštine poprečnog presjeka epruvete  $A$ . Budući da je zbog Poissonove kontrakcije  $A$  uvijek manji od  $A_0$ , to je pri rastezanju stvarno naprezanje uvijek veće od tehničkog. Slika 3. prikazuje konvencionalni dijagram rastezanja konstrukcijskog čelika.



Slika 3. Konvencionalni dijagram rastezanja konstrukcijskog čelika [5]

Dijagram započinje linearno elastičnim dijelom (Hookov pravac) u kojem su naprezanje i deformacija linearno ovisni preko Youngovog modula ili modula elastičnosti  $E$  te u tom području vrijedi Hookov zakon:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (7)$$

Što je modul elastičnosti  $E$  veći, za isto istežanje  $\varepsilon$  bit će potrebno veće naprezanje  $\sigma$ , odnosno nagib Hookeovog pravca bit će strmiji. Svako naprezanje u području u kojem vrijedi Hookeov zakon izaziva samo elastičnu deformaciju (istežanje) pa nakon rasterećenja deformacija

isčezava. Hookeov pravac je s gornje strane ograničen granicom proporcionalnosti  $\sigma_P$  do koje vrijedi linearni odnos naprezanja i deformacija. Ako je,  $\sigma \leq \sigma_P$  vrijedi Hookeov zakon. Malo iznad nje nalazi se granica elastičnosti  $\sigma_E$  i predstavlja najviše naprezanje do kojeg se materijal ponaša elastično. Ako je  $\sigma \leq \sigma_E$ , nakon rasterećenja mjerni dio epruvete potpuno se vraća u prvobitni oblik i veličinu. Točka T predstavlja granicu tečenja  $\sigma_T$ , tj. naprezanje pri kojem počinje plastično tečenje materijala. Granicu tečenja karakteriziraju dvije vrijednosti, gornja i donja granica tečenja, pa se često taj dio prikazuje kao ploha tečenja (B-C). Segment BC predstavlja stanje tečenja metala u kojem se dislokacije slobodno kreću sve dok ne dostignu granice zrna što je karakteristično za duktilne materijale. U tom području dakle deformacije rastu bez porasta naprezanja. Nakon granice tečenja, dolazi do kontinuiranog porasta naprezanja zbog očvršćenja materijala plastičnim deformiranjem.

Kod cikličkih opterećenja važnu ulogu ima Bauschingerov efekt. Bauschingerov efekt predstavlja sniženje granice tečenja u drugom ciklusu opterećivanja ako se opterećenju promijeni predznak.

### 2.3.2. Ukupna deformacija

Prirast ukupnog tenzora deformacije za slučaj zavarivanja jednak je:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^0 + d\varepsilon_{ij}^{\Delta V} + d\varepsilon_{ij}^{trp}, \quad (8)$$

gdje gornji indeksi  $e$ ,  $p$ ,  $0$ ,  $\Delta V$  i  $trp$  redom označavaju elastičnu deformaciju, plastičnu deformaciju, toplinsku (početnu) deformaciju, volumensku deformaciju uslijed fazne promjene i plastičnu deformaciju uslijed fazne promjene. Deformacije uslijed faznih promjena neće se razmatrati u ovom radu.

#### 2.3.2.1. Elastična deformacija

Moderna formulacija zakona koji opisuje elastično deformiranje glasi: za svaku točku deformiranog tijela, komponente elastičnog tenzora deformacije  $\varepsilon_{ij}$  linearno ovise o komponentama tenzora naprezanja  $\sigma_{ij}$ .

Dakle, konstitutivna relacija je jednaka:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}^e, \quad (9)$$

gdje je  $D_{ijkl}$  simetrična matrica elastičnosti predstavljena tenzorom četvrtog reda, dok su naprezanje i deformacija tenzori drugog reda. U općem slučaju matrica elastičnosti sastoji se

od 36 komponenti koje se opisuju s 21 nezavisnom konstantom materijala te se tada govori o anizotropnim materijalima. Međutim, većina tehničkih materijala može se s gledišta elastičnih svojstava smatrati izotropnim materijalima. U tom slučaju broj nezavisnih konstanti smanjuje se na dvije, modul elastičnosti  $E$  i modul smicanja  $G$ , a oni su povezani preko Poissonovog faktora  $\nu$  na način:

$$\frac{E}{G} = 2(1 + \nu). \quad (10)$$

Tenzor elastičnosti je tako za linearni izotropni materijal jednak:

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (11)$$

gdje su  $\lambda$  i  $\mu$  Laméove konstante:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad (12)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (13)$$

U izrazu (11)  $\delta_{ij}$  je Kroneckerov simbol za koji vrijedi:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{za } i = j \\ 0, & \text{za } i \neq j \end{cases}. \quad (14)$$

### 2.3.2.2. Plastična deformacija

Ako zanemarimo početnu toplinsku deformaciju, ukupna se deformacija može rastaviti na povrativu elastičnu deformaciju  $\varepsilon^e$  te na trajnu, i nepovrativu, plastičnu deformaciju  $\varepsilon^p$ . Za troosno stanje naprezanja, prirast ukupne deformacije iznosi:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p, \quad (15)$$

te se konstitutivna relacija (9) može zapisati kao:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p). \quad (16)$$

U gornjem izrazu  $\sigma_{ij}$  predstavlja Cauchyev tenzor naprezanja, a  $\varepsilon_{kl}$  Green-Lagrangeov tenzor deformacije koji je jednak:

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k} + u_{m,k} u_{m,l}). \quad (17)$$

Tenzor naprezanja se za potrebe daljnjeg modeliranja konstitutivne relacije rastavlja na sferni i devijatorski dio:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} + S_{ij}. \quad (18)$$

Prvi član na desnoj strani izraza (18) predstavlja sferni dio tenzora naprezanja koji utječe samo na promjenu volumena čestice tijela koje se deformira, a drugi član je devijatorski dio tenzora naprezanja i on mijenja oblik čestice. Budući da kod plastičnog deformiranja ne dolazi do promjene volumena, relevantan za plastičnu deformaciju ostaje samo devijatorski dio.

Za određenu kritičnu kombinaciju opterećenja koja djeluju na neko čvrsto tijelo dolazi do pojave prve plastične deformacije. Ulogu koju pri jednoosnom naprezanju ima granica tečenja pri općenitijem, troosnom stanju naprezanja ima funkcija tečenja:

$$f = f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa). \quad (19)$$

Ona ovisi o naprezanju  $\sigma_{ij}$ , plastičnoj deformaciji  $\varepsilon_{ij}^p$  te o povijesti plastične deformacije koja se izražava parametrom  $\kappa$ , a koji se naziva parametrom očvršćenja. U šestodimenzijском prostoru u kojem su koordinatne osi šest komponenata naprezanja, jednadžba:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa) = 0, \quad (20)$$

predstavlja implicitnu jednadžbu zatvorene hiperplohe koja se naziva ploha tečenja. Svako stanje naprezanja u nekoj čestici tijela određeno je jednom točkom u prostoru naprezanja. Ako se ta točka nalazi unutar plohe tečenja, tj. ako je  $f < 0$ , materijal se nalazi u elastičnom stanju i nema povećanja plastične deformacije. Plastična deformacija može nastati samo ako je  $f = 0$ . Stanje  $f > 0$  nema značenja i u stvarnosti se ne može dogoditi.

Definiranje funkcije tečenja izvodi se preko invarijanti tenzora naprezanja. Tri glavne invarijante tenzora naprezanja jednake su:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{ii}, \\ I_2 &= \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij}, \\ I_3 &= \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki}. \end{aligned} \quad (21)$$

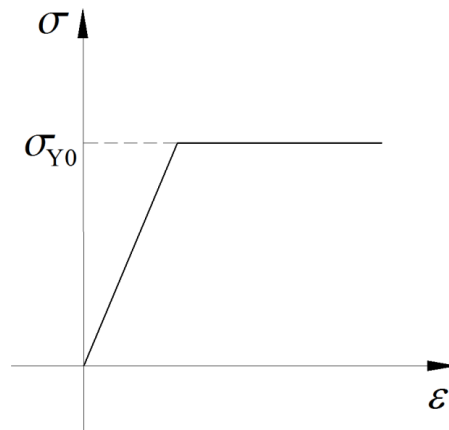
Budući da se plastično tečenje odvija pod djelovanjem devijatora tenzora naprezanja  $S_{ij}$ , vrijedi spomenuti i njegove invarijante:

$$\begin{aligned} J_1 &= S_{ii}, \\ J_2 &= \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}, \\ J_3 &= \frac{1}{3} S_{ij} S_{jk} S_{ki}. \end{aligned} \quad (22)$$

Za izotropno elastično-idealoplastične materijale kod kojih u tijeku plastičnog deformiranja ne nastaje očvršćenje vrijedi da funkcija tečenja ovisi samo o naprezanju, odnosno:

$$f(\sigma_{ij}) = 0. \quad (23)$$

Karakteristika  $\sigma - \varepsilon$  za elastično-idealoplastičan materijal prikazana je na slici 4.

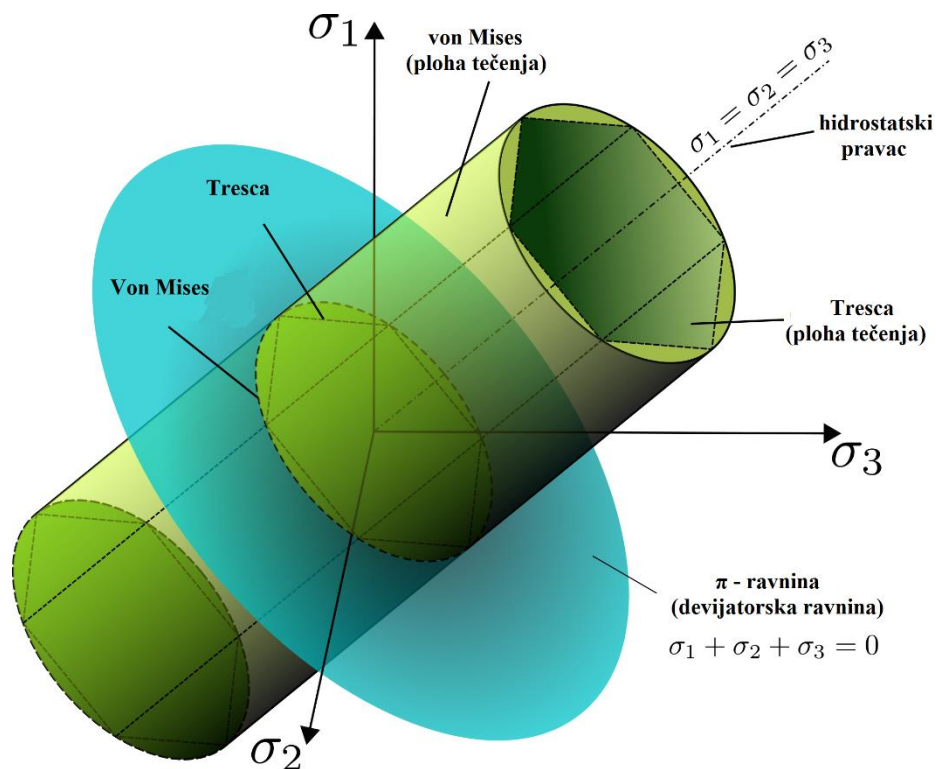


**Slika 4. Elastičan-idealoplastičan materijalni model [6]**

U izotropnim materijalima svi su smjerovi jednako vrijedni, tj. funkcija tečenja ne ovisi o pravcima glavnih naprezanja, nego samo o glavnim naprezanjima  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .

Na slici 5. prikazane su Trescina i Misesova ploha tečenja. Misesovoj plohi odgovara kružni valjak, dok je Trescina ploha pravilna šesterostrana prizma. Vektor koji polazi iz ishodišne točke može predstavljati stanje naprezanja bilo koje točke tijela. Prema (18) moguće ga je rastaviti na dvije komponente, jednu koja je paralelna s hidrostatskim pravcem i koja predstavlja sferni dio naprezanja i druga koja je okomita na hidrostatski pravac i leži u devijatorskoj ili  $\pi$  ravnini, a predstavlja devijatorski dio naprezanja.

Za bilo koju točku koja leži na plohi tečenja odgovara stanje plastične deformacije, dok za točke unutar nje vrijedi elastična deformacija. Uvjeti tečenja predstavljeni su presjecištem devijatorske ravnine i plohe tečenja.

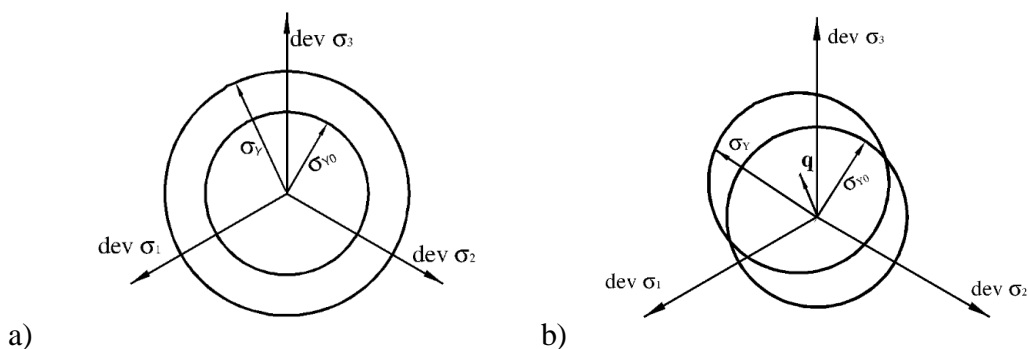


**Slika 5. Von Misesova ploha tečenja (kružni cilindar) i Trescina ploha tečenja (pravilna šesterostrana prizma)**

Za neočvršćujući materijal krivulja tečenja ostaje konstanta tijekom deformiranja. S druge strane, ako se razmatra očvršćujući materijal veličina i oblik krivulje tečenja ovise o ukupnoj povijesti deformiranja. Razlikuju se dva osnovna tipa očvršćenja:

- izotropno očvršćenje,
- kinematičko očvršćenje.

Teorija izotropnog očvršćenja temelji se na izotropnosti materijala i zanemarivanja Bauschingerovog efekta, što dovodi do širenja plohe, odnosno krivulje tečenja bez promjene u njenom obliku. Drugim riječima, krivulja tečenja mijenja veličinu jednako u svim smjerovima tako da se granica tečenja povećava ili smanjuje kako dolazi do plastične deformacije. Suprotno tome, kinematičko očvršćenje uzima u obzir Bauschingerov efekt i razmatra materijal kao neizotropni kontinuum. U stvarnosti to podrazumijeva istodobnu translaciju i širenje plohe tečenja u prostoru napreznja. Model izotropnog očvršćenja najčešće se upotrebljava prilikom djelovanja monotonog opterećenja, dok se kinematičko očvršćenje uzima u obzir u modelima s naizmjeničnim cikličkim opterećenjem u kojem Bauschingerov efekt najviše dolazi do izražaja. Proces izotropnog i kinematičkog očvršćenja prikazan je na slici 6.



Slika 6. Očvršćenje: a) izotropno očvršćenje i b) kinematičko očvršćenje [6]

Uzimajući u obzir izotropno očvršćenje, von Misesov kriterij tečenja može se zapisati u ovisnosti o drugoj invarijanti devijatora tenzora naprezanja  $J_2$ :

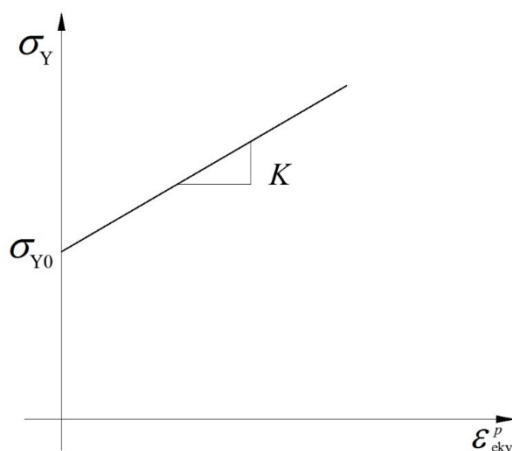
$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = J_2 - \frac{1}{3} \sigma_Y^2 = 0. \quad (24)$$

U gornjem izrazu  $\sigma_Y$  predstavlja jednoosno naprezanje tečenja za koje vrijedi sljedeća relacija:

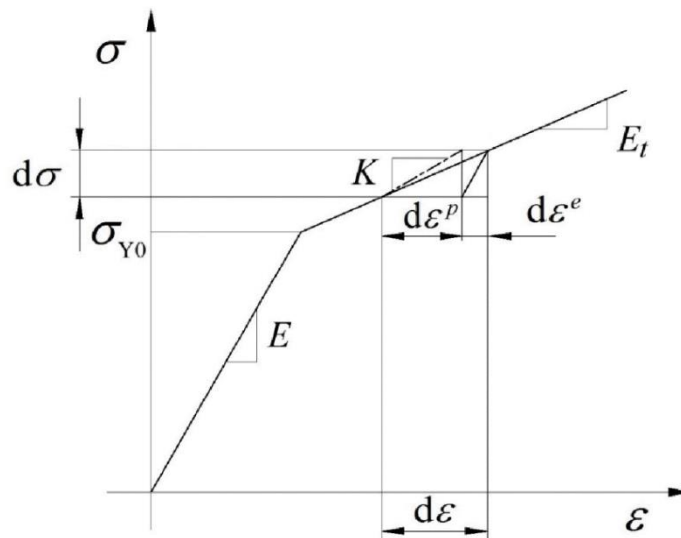
$$\sigma_Y = \sigma_{Y0} + K \varepsilon_{ekv}^p, \quad (25)$$

koja opisuje izotropno linearno očvršćenje s parametrom  $K$ .  $\sigma_{Y0}$  je početna granica tečenja, a parametar  $K$  je plastični modul koji opisuje nagib krivulje  $\sigma_Y - \varepsilon_{ekv}^p$ , što se može vidjeti na slici 7. Na slici 8. nalazi se dijagram ovisnosti naprezanja o ukupnom deformiranju s ucrtanim modulom elastičnosti  $E$ , tangentskim modulom  $E_t$  i modulom plastičnosti  $K$ . Modul elastičnosti  $E$ , tangentski modul  $E_t$  i modul plastičnosti  $K$  povezani su preko sljedeće relacije:

$$K = \frac{E_t \cdot E}{E - E_t}. \quad (26)$$



Slika 7. Linearno očvršćenje [6]



**Slika 8.** Dijagram ovisnosti naprezanja o ukupnoj deformacija za elastično-linearno očvršćujući materijal [6]

Inkrement plastične deformacije prikazan na slici 8. može se u općem slučaju prikazati pomoću neasociranog zakona tečenja:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (27)$$

gdje je  $g = g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa)$  plastični potencijal, a  $d\lambda$  skalarni faktor proporcionalnosti. Ako je plastični potencijal jednak funkciji tečenja dobiva se asocirani zakon tečenja:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (28)$$

budući da je sada plastično tečenje pridruženo, tj. asocirano uvjetu tečenja.

Ako se naprezanje želi izraziti samo preko ukupne deformacije, nužno je definirati elastoplastični tenzor krutosti koji za slučaj Misesovog kriterija tečenja glasi:

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{ijkl} - \frac{3G^2}{J_2(K+G)} S_{ij} S_{kl}. \quad (29)$$

Veza između inkrementa naprezanja i inkrementa ukupne deformacije sada je jednaka:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{ep} \cdot \varepsilon_{kl}. \quad (30)$$



### 2.3.2.3. Toplinska deformacija

Toplinska deformacija  $\varepsilon_{ij}^0$  pojavljuje se samo s promjenom temperature  $\Delta T$  (K) i u tijelu, odnosno dijelu tijela koje se slobodno može deformirati ne izaziva naprezanja. U slučaju linearne termoelastičnosti toplinska deformacija povezana je linearno s promjenom temperature preko koeficijenta toplinskog rastezanja  $\alpha_T$  (1/K):

$$\varepsilon_{ij}^0 = \alpha_T \Delta T. \quad (31)$$

Uzimanjem u obzir i toplinske deformacije, konstitutivna relacija (16) zapisuje se kao:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p - d\varepsilon_{kl}^0). \quad (32)$$

Elastoplastični tenzor krutosti je u ovom slučaju jednak izrazu (29), a mijenja se samo konstitutivna relacija (30):

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{ep} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^0). \quad (33)$$

## 2.4. Naprezanja u zavarenoj konstrukciji [4]

### 2.4.1. Podjela naprezanja

Naprezanja koja nastaju uslijed zavarivanja mogu se podijeliti po sljedećim karakteristikama:

1. vijek trajanja,
2. smjer,
3. podrijetlo.

Prema vijeku trajanja, naprezanja nastala u procesu zavarivanja dijele se na prolazna i zaostala. Prolazna postoje samo u točno određenom trenutku tranzijentnog procesa zagrijavanja i hlađenja na nekom području, dok zaostala postoje i nakon cijelog procesa zavarivanja i hlađenja na okolišnu temperaturu, dakle ona su trajna.

Po smjeru u kojem djeluju u zavarenoj konstrukciji naprezanja se dijele na longitudinalna, tj. ona koja su paralelna sa smjerom zavarivanja, i na transverzalna, odnosno naprezanja koja su okomita na zavar.

Prema podrijetlu naprezanja se dijele na:

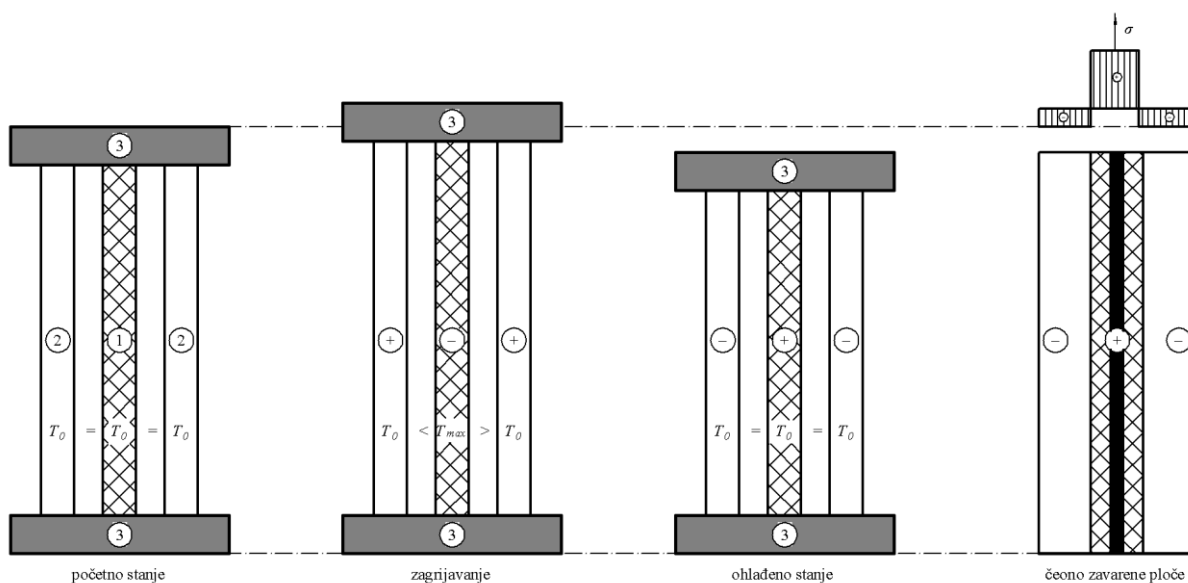
1. toplinska naprezanja koja su uzrokovana neujednačenom raspodjelom temperature i koja nestaju s naknadnim hlađenjem,

2. naprezanja uzrokovana plastičnom deformacijom materijala,
3. naprezanja čija su uzrok fazne transformacije.

Naprezanja uzrokovana plastičnom deformacijom gotovo uvijek postoje u zavaru i područjima oko njega. Naprezanja uslijed fazne transformacije najčešće su puno manja od onih uzrokovanih plastičnom deformacijom te se u ovom radu neće izračunavati.

#### 2.4.2. Uzroci nastajanja naprezanja

Izrazita nelinearnost i nestacionarnost procesa zavarivanja dovode do nejednolike prostorno vremenske raspodjele temperatura što uz fazne promjene u materijalu popune i osnovnom materijalu dovodi do pojave zaostalih naprezanja. Općenito, neujednačenost temperaturne raspodjele tijekom zavarivanja stvarne konstrukcije uzrokuje složeno troosno stanje naprezanja. Međutim, u većini slučajeva neke komponente naprezanja mogu se zanemariti pa je moguće razmatrati dvoosno ili čak i jednoosno stanje naprezanja. Nastanak zaostalih naprezanja moguće je objasniti jednostavnim modelom koji se sastoji od tri jednaka štapa, koji su na krajevima nepomično učvršćeni krutim pločama kako je to prikazano na slici 9. Pritom se gornja kruta ploče može pomicati u osnom smjeru štapova.



Slika 9. Pojednostavljeni model nastanka zaostalih naprezanja [2]

Model se sastoji od jednog središnjeg štapa 1 i dva granična štapa 2, zajedno spojenih na krajevima s krutim pločama 3. U svakom vremenskom trenutku štapani su jednake duljine. Središnji štap koji je izložen zagrijavanju simulira zavar i područje oko njega, dok se granični štapani drže na konstantnoj temperaturi i predstavljaju onaj dio koji ne spada u zonu utjecaja topline (ZUT).

U početnom stanju temperatura sva tri štapa je jednaka i iznosi  $T_0$ . U slučaju da se srednji štap zagrije na temperaturu  $T > T_0$ , doći će do produljenja sva tri štapa pri čemu će zbog produljenja bočni štapovi biti opterećeni na vlak. Srednji štap zbog porasta temperature ima tendenciju produljenja, ali zbog ukruta na krajevima štapa to produljenje se ne može ostvariti u potpunosti pa srednji štap postaje tlačno opterećen. Ukoliko se temperatura  $T$  drži dovoljno niskom da naprezanja u srednjem štapu ostanu ispod granice tečenja materijala, nakon hlađenja na početnu temperaturu  $T_0$ , naprezanja u sva tri štapa će biti jednaka nuli. U slučaju da se srednji štap zagrije na temperaturu dovoljno veliku da tlačna naprezanja premaše granicu tečenja materijala, nakon hlađenja srednjeg štapa na početnu temperaturu u njemu ostaju trajne plastične deformacije. U fazi hlađenja srednji štap nastoji smanjiti svoju duljinu čemu se opiru bočni štapovi pa srednji štap biva opterećen na vlak. Istovremeno skupljanje srednjeg štapa izaziva tlačno naprezanje u bočnim štapovima. Analogiju štapnom modelu moguće je pronaći u sučeono zavarenim pločama pri čemu zavar igra ulogu srednjeg štapa, a područja podalje od zavara su analogna bočnim štapovima prikazanog modela. Dijagram koji prikazuje zaostala naprezanja u zavarenim pločama na slici 9. krajnje je pojednostavljen. Stvarno stanje zaostalih naprezanja je znatno složenije i ovisi o mnogim faktorima kao što su:

- količina unesene topline zavarivanjem,
- broj prolaza zavarivanjem,
- redoslijed zavarivanja,
- svojstva osnovnog materijala i materijala popune,
- toplinski rubni uvjeti,
- mehanički rubni uvjeti,
- volumen rastaljenog metala,
- dimezije i oblik konstrukcije i sl.

## **2.5. Deformacije u zavarenoj konstrukciji [4]**

### **2.5.1. Podjela deformacija**

Govoreći o deformacijama u zavarenoj konstrukciji, ovdje se ne misli samo na deformacije u različitim točkama, već i na integralne karakteristike poput kutnog iskrivljenja, savijanja, izvijanja i promjene u linearnim dimenzijama. Kao što je slučaj i kod naprezanja, deformacije kod zavarivanja mogu biti prolazne i zaostale.

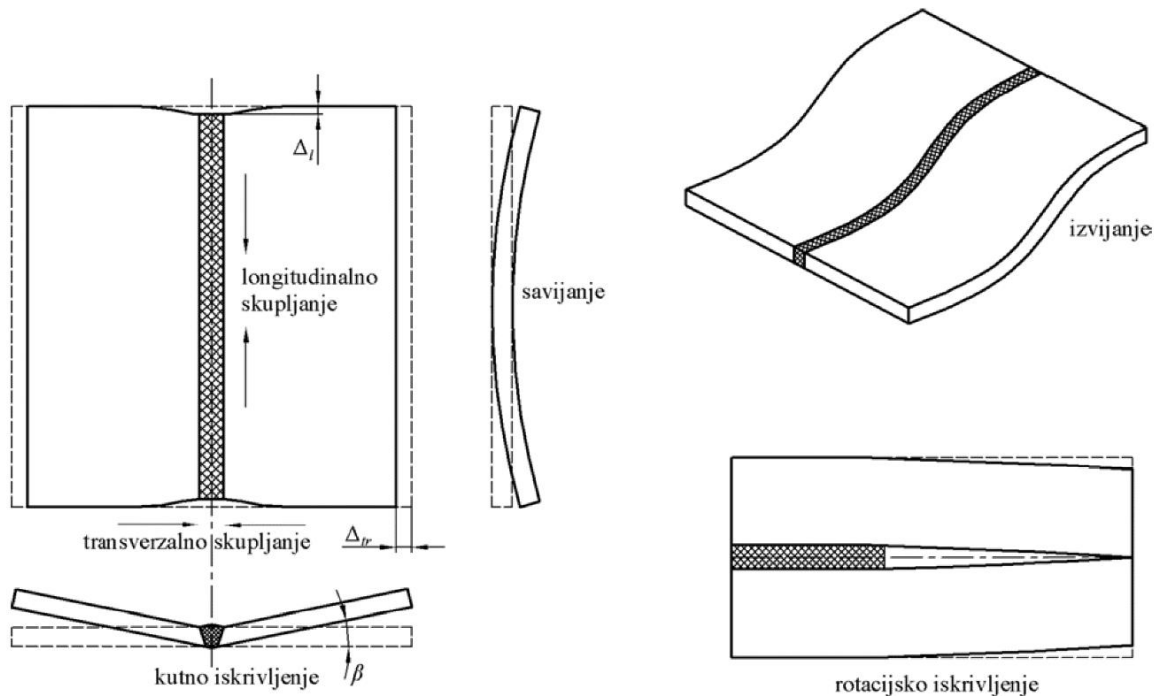
Tri osnovne promjene u dimenzijama dviju zavarenih ploča su:

- transverzalno skupljanje,
- longitudinalno skupljanje,
- kutno iskrivljenje, odnosno rotacija oko linije zavora.

S detaljnijeg gledišta, deformacije se kod zavarivanja mogu podijeliti kako slijedi:

- transverzalno skupljanje – skupljanje okomito na središnju liniju zavora,
- longitudinalno skupljanje – skupljanje u smjeru linije zavora,
- kutno iskrivljenje – iskrivljenje uzrokovano neujednačenom temperaturnom raspodjelom po debljini zavora,
- rotacijsko iskrivljenje – kutno iskrivljenje u ravnini ploča koje nastaje zbog toplinskog širenja ili stezanja,
- savijanje – iskrivljenje u ravnini koja prolazi kroz liniju zavora i okomita je na ploče,
- izvijanje – iskrivljenje uzrokovano longitudinalnim tlačnim napreznjima koja potiču nestabilnost, naročito kod tankih ploča.

Različite vrste integralnih deformacija dviju sučeno zavarenih ploča koje se javljaju tijekom i nakon zavarivanja prikazane su na slici 10.



**Slika 10.** Različite vrste deformacija koje se javljaju nakon i tijekom zavarivanja [4]

## 2.6. Redukcija i uklanjanje zaostalih naprezanja i deformacija [2]

Vlačna zaostala naprezanja u kombinaciji s vlačnim napreznjem uslijed radnog opterećenja mogu znatno smanjiti nosivost konstrukcije i njezin radni vijek. Ovaj slučaj potencijalno je opasan ukoliko se radi o konstrukciji s pukotinom jer u tom slučaju vlačna zaostala naprezanja pospješuju njen rast. Zaostala tlačna naprezanja u ovakvom slučaju imaju pozitivan utjecaj jer otežavaju širenje pukotine.

Zaostala naprezanja i deformacije uzrokuju netočnosti u izradi zavarene konstrukcije čija sanacija uzrokuje gubitak vremena i financijske troškove. Pri tome su mogućnosti njihova smanjenja uvelike određene fazom proizvodnje u kojoj se ona nalazi te se mogu izdvojiti tri slučaja:

1. faza projektiranja: vrlo važna faza gdje se pravilnim izborom tehnologije zavarivanja, broja prolaza elektrode, dimenzija konstrukcije, oblika zavora, predeformiranjem konstrukcije i sl. u startu mogu smanjiti potencijalna zaostala naprezanja i deformacije,
2. faza zavarivanja: moguće je korištenje toplinskog i mehaničkog prednapreznja, ukrućivanje konstrukcije (smanjuje deformiranje, ali i povećava zaostala naprezanja), prisilno hlađenje,
3. faza nakon završetka zavarivanja: prisilno mehaničko ispravljanje deformiranja (čekićanje, valjanje, istezanje i sl.), ili smanjenje zaostalih napreznja toplinskom obradom.

Nastala zaostala naprezanja i deformiranje zavarene konstrukcije često se teško uklanjaju zbog glomaznosti konstrukcije. Fizičko ispravljanje često zahtijeva velike sile što u stvarnosti nije moguće ostvariti. Iz istog razloga i uklanjanje zaostalih napreznja često nije moguće jer treba osigurati goleme peći. Lokalizirani unos topline može djelomično na nekom mjestu smanjiti zaostala naprezanja, ali ih i uzrokovati na drugom mjestu.

### 3. Numeričko modeliranje procesa zavarivanja

---

Metoda konačnih elemenata je numerička metoda koja se temelji na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma. Razmatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode. Drugim riječima, područje kontinuuma dijeli se na konačan broj podpodručja koja se nazivaju konačni elementi, pa se razmatrani kontinuum prikazuje kao mreža konačnih elemenata. Konačni elementi međusobno su povezani u točkama na konturi elementa koje se nazivaju čvorovi. Stanje u svakom elementu, kao što je npr. polje pomaka, deformacije, naprezanja, temperature te ostalih veličina, opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija. Te funkcije moraju zadovoljavati odgovarajuće uvjete da bi se diskretizirani model što više približio ponašanju kontinuiranog sustava. Uz pravilnu formulaciju konačnih elemenata, približavanje točnom rješenju raste s povećanjem broja elemenata.

Metoda konačnih elemenata ne bi se mogla primjenjivati bez današnjih računala koja omogućavaju rješavanje velikih sustava jednadžbi. Osim skraćivanja vremena potrebnog za izradu proračuna, primjenom metode konačnih elemenata moguće je u vrlo kratkom roku napraviti i veliki broj numeričkih eksperimenata, što omogućuje dodatnu uštedu vremena, ali i izradu bolje optimiranih konstrukcija.

Dobro poznavanje teorije konačnih elemenata i fizike procesa sustava koji se modelira nužno je za pravilno postavljanje numeričkog modela, a samim time i dobivanje rješenja bliskih realnima. Proces zavarivanja u ovom radu analiziran je programskim paketom *Abaqus*. [10]

#### 3.1. Vrste toplinsko – mehaničkih analiza [4]

Općenito, za rješavanje toplinsko-mehaničkih problema se u metodi konačnih elemenata primjenjuju sljedeća dva pristupa:

1. sekvencijalno spregnuta toplinsko – mehanička analiza i
2. potpuno spregnuta toplinsko – mehanička analiza.

Sekvencijalno spregnuta toplinsko-mehanička analiza temelji se na podjeli simulacije na dva dijela, prvi u kojem se problem topline rješava neovisno o raspodjeli deformacija i naprezanja u modelu i drugi, u kojem se raspodjela deformacija i naprezanja računa ovisno o prethodno izračunatom temperaturnom polju. Na taj način toplinska analiza nije spregnuta s mehaničkom

analizom, dok je mehanička analiza povezana, tj. spregnuta s toplinskom analizom. Sekvencijalno spregnuti pristup računalno je manje zahtjevniji od potpuno spregnutog pristupa te se koristi kod problema u kojima utjecaj raspodjele deformacija i naprezanja na temperaturno polje nije značajan, kao što je slučaj kod zavarivanja.

Kod potpuno spregnute toplinsko-mehaničke analize dolazi do istovremenog rješavanja toplinskog i mehaničkog problema. Drugim riječima, u svakom koraku simulacije temperaturna raspodjela utječe na raspodjelu deformacija i naprezanja te obrnuto, raspodjela deformacija i naprezanja utječe na temperaturno polje. Iz tog razloga potrebno je primijeniti konačne elemente sa stupnjevima slobode i za temperaturu i za pomake. Potpuno spregnuta analiza je zbog svoje prirode gotovo uvijek nelinearna te dovodi do pojave nesimetričnih matrica čija je pohrana i rješavanje kompliciranije, nego kod simetričnih matrica. Upravo je zbog toga potpuno spregnuti pristup računalno zahtjevniji od sekvencijalno spregnutog. Koristi se u rješavanju problema kod kojih postoji jaka međuovisnost toplinskih i mehaničkih rješenja, primjerice kod procesa oblikovanja deformiranjem poput provlačenja, vučenja i utiskivanja. Kod tih procesa dolazi do brze promjene oblika deformiranju podvrgnutog metala što uslijed velikih plastičnih deformacija dovodi do oslobađanja topline.

### 3.2. Toplinska analiza [3]

Problem provođenja topline svodi se na pronalaženje temperature u svakoj točki zadane geometrije za koju je poznata početna temperaturna raspodjela i na čijim su rubovima poznati rubni uvjeti.

Za rješavanje problema nestacionarnog provođenja topline ne mogu se primijeniti klasični varijacijski principi, već se primjenjuje Galerkinova metoda težinskog reziduala. Osnovna ideja metode nije da rezidual (ostatak) nestane u svakoj točki jer je to i nemoguće postići, već da nestane u čvornoj točki mreže što se postiže da se integral umnoška reziduala  $R$  i težinske funkcije  $w$  izjednači s nulom:

$$\int_V R(x) \cdot w(x) dV = 0. \quad (34)$$

U Galerkinovoj metodi kao težinska funkcija  $w_i(x)$  koristi se funkcija oblika  $N_i(x)$ :

$$\int_V R(x) \cdot N_i(x) dV = 0. \quad (35)$$

Uvrštavanjem odgovarajućeg oblika temperaturne raspodjele  $T = \mathbf{NT}$  po konačnom elementu u jednadžbu za opći slučaj nestacionarnog nelinearnog provođenja topline:

$$-c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v = 0, \quad (36)$$

ostatak će ostatak koji nije jednak nuli, a koji predstavlja rezidual:

$$R(x) = -c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v. \quad (37)$$

Nakon što se provede iznad opisani postupak, može se za cijeli proračunski model dobiti globalna nestacionarna jednadžba provođenja topline:

$$\mathbf{CT}\dot{\mathbf{T}}(t) + \mathbf{K}_T \mathbf{T}(t) = \mathbf{F}_q(t) + \mathbf{F}_g(t), \quad (38)$$

gdje je  $\mathbf{C}$  matrica toplinskog kapaciteta,  $\mathbf{K}_T$  matrica provođenja (konduktivnosti),  $\mathbf{F}_q$  vektor toplinskih opterećenja i  $\mathbf{F}_g$  vektor Neumannovih rubnih uvjeta. Za rješavanje problema primjenjuju se inkrementalno-iterativne metode od kojih su najpoznatije Newton-Raphsonova metoda gdje se matrica provođenja i matrica toplinskog kapaciteta računa u svakoj iteraciji i modificirana Newton-Raphsonova metoda gdje se te matrice računaju samo na početku inkrementa. Vremenska derivacija temperature obično se aproksimira primjenom neke od metoda konačnih razlika. Razlikuju se tri osnovne metode vremenske integracije:

- eksplicitna metoda vremenske integracije – razlika unaprijed (*eng. forward difference*)

$$\frac{\partial T}{\partial t}(t) \approx \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t}, \quad (39)$$

- implicitna metoda vremenske integracije – razlika unazad (*eng. backward difference*)

$$\frac{\partial T}{\partial t}(t + \Delta t) \approx \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t}, \quad (40)$$

- implicitna Crank-Nicolsonova metoda vremenske integracije – središnja razlika (*eng. central difference*)

$$\frac{\partial T}{\partial t} \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \approx \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t}. \quad (41)$$

Aproksimacija derivacije razlikom unazad, kao i razlikom unaprijed, uključuje grešku 1. reda (greška se smanjuje s 1. potencijom vremenskog inkrementa) koja je uključena u implicitni odnosno eksplicitni integracijski postupak. Aproksimacija derivacije središnjom razlikom



uključuje grešku 2. reda (greška se smanjuje s 2. potencijom vremenskog inkrementa) koja je uključena u integracijski postupak. Implicitna i Crank-Nicolsonova metoda su bezuvjetno stabilne s obzirom na izbor veličine vremenskog inkrementa (povećavanjem vremenskog koraka ubrzava se proračun, ali se smanjuje točnost dobivenih rezultata), za razliku od eksplicitne metode koja je stabilna za vremenske inkremente koji su manji od kritičnih. [3]

Programski paket Abaqus za nestacionarnu toplinsku analizu koristi implicitnu metodu vremenske integracije. [7]

### 3.3. Mehanička analiza [8]

Linearna analiza čvrstoće provodi se uz sljedeće pretpostavke:

- mali pomaci,
- ravnoteža se razmatra na nedeformiranom obliku,
- opterećenje (sila) ne mijenja smjer,
- ponašanje materijala je linearno elastično,
- eventualne nehomogenosti i anizotropija u materijalu nisu funkcija opterećenja,
- linearna veza između deformacije i pomaka.

Ako jedan od gore navedenih uvjeta nije zadovoljen, radi se o nelinearnom ponašanju.

Razlikuju se:

- geometrijska nelinearnost (veliki pomaci, velike deformacije, gubitak stabilnosti konstrukcije – *snap - through* i *bifurcation* problem, nekonzervativno opterećenje),
- materijalna nelinearnost (plastičnost, puzanje, viskoelastičnost, viskoplastičnost),
- nelinearni rubni uvjeti (problemi kontakta).

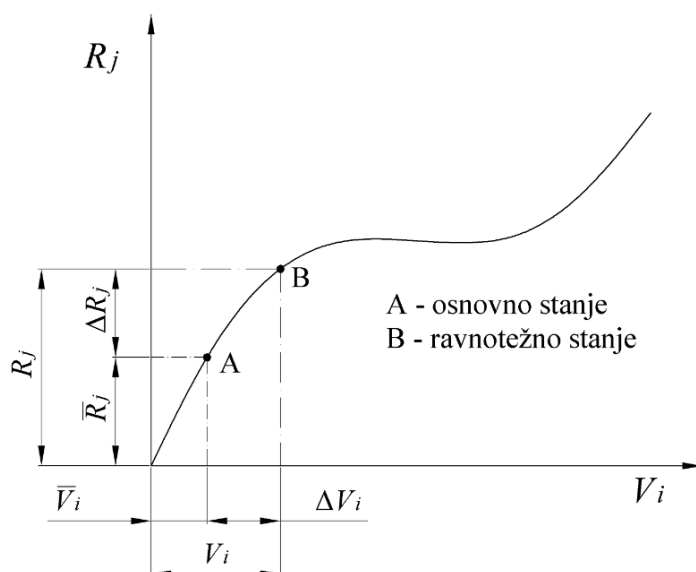
Problem može sadržavati kombinaciju više raznih vrsta nelinearnosti. Pomaci kod nelinearnog ponašanja konstrukcije više nisu direktno proporcionalni opterećenju kao kod linearne analize, odnosno više ne vrijedi zakon superpozicije i jednačba konačnih elemenata:

$$\mathbf{KV} = \mathbf{R}, \quad (42)$$

pri čemu je  $\mathbf{K}$  linearna matrica krutosti koja je konstantna,  $\mathbf{V}$  vektor čvornih stupnjeva slobode, a  $\mathbf{R}$  vektor čvornih sila. U općem slučaju, jednačba konačnih elemenata za nelinearnu analizu glasi:

$$\mathbf{K}(\mathbf{V}, \mathbf{R})\mathbf{V} = \mathbf{R}, \quad (43)$$

iz koje se vidi da krutost ovisi o trenutnom stanju pomaka i opterećenja konstrukcije. Zbog takvog nelinearnog odziva konstrukcije njeno ponašanje više nije moguće riješiti u jednom koraku, već se proces pronalaženja rješenja temelji na inkrementalno-iterativnim metodama koje su moguće uz linearizaciju jednadžbe (43). Pritom se iz osnovnog ravnotežnog stanja traži ravnoteža bliskog stanja koje je definirano prirastom opterećenja ili pomaka. U definiranom inkrementu to se postiže različitim iterativnim postupcima. Slika 11. prikazuje nelinearnu vezu između opterećenja i pomaka.



Slika 11. Nelinearna veza između opterećenja i pomaka

Spomenutom linearizacijom dobiva se jednadžba krutosti:

$$\mathbf{K}_T(\bar{\mathbf{V}})\Delta\mathbf{V} = \mathbf{R}_e - \mathbf{R}_i(\bar{\mathbf{V}}), \quad (44)$$

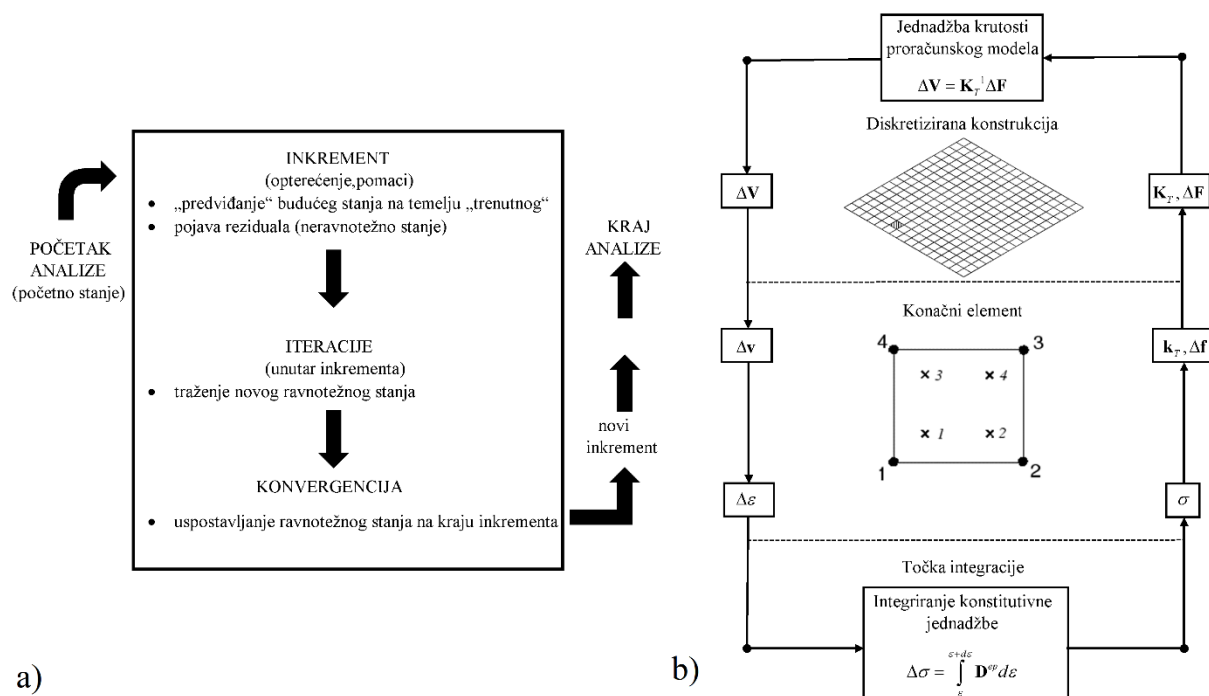
gdje je  $\mathbf{K}_T$  tangencijalna matrica krutosti,  $\bar{\mathbf{V}}$  osnovno i poznato ravnotežno stanje,  $\Delta\mathbf{V}$  vektor inkrementalnih pomaka,  $\mathbf{R}_e$  vektor vanjskog opterećenja i  $\mathbf{R}_i$  vektor unutarnjih sila. Ravnoteža je postignuta kada je desna strana jednadžbe (44) jednaka nuli, tj. kada su unutarnje sile jednake vanjskom opterećenju, ili kada je inkrementalni pomak jednak nuli.

Također vrijedi:

$$\mathbf{V} = \bar{\mathbf{V}} + \Delta\mathbf{V}, \quad (45)$$

gdje ukupno stanje  $\mathbf{V}$  u svakom koraku iteracije postaje osnovno stanje  $\bar{\mathbf{V}}$ .

Tok općeg inkrementalno – iterativnog postupka te postupak provođenja nelinearne numeričke analize konstrukcija počevši od globalnog proračunskog modela sve do točke integracije prikazani su na slici 12.



**Slika 12. a) Tok općeg inkrementalno – iterativnog postupka i b) postupak nelinearne numeričke analize konstrukcija**

Nelinearna analiza započinje rješavanjem jednadžbe krutosti proračunskog modela (44) iz koje je moguće dobiti inkremente globalnih pomaka  $\Delta \mathbf{V}$ . Globalne pomake primjenom matrica transformacija transformiramo u lokalne stupnjeve slobode konačnih elemenata te dobivamo lokalne pomake  $\Delta \mathbf{v}$  koji nam služe za određivanje inkrementa deformacije  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ . Na razini točaka integracije svakog od elemenata provodi se integriranje konstitutivne jednadžbe (30), odnosno vrijedi:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \int_{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{\varepsilon} + d\boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{D}^{ep} d\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (46)$$

Integriranje konstitutivne jednadžbe provodi se najčešće Eulerovom unatražnom metodom koja se temelji na algoritmu povratnog projiciranja. Algoritam se sastoji od elastičnog prediktora i plastičnog korektora. Elastični prediktor predstavlja tzv. pokusno ili *trial* naprezanje te ispituje da li se u odgovarajućoj točki integracije konstrukcija nalazi u elastičnom ili plastičnom području, odnosno provodi se kontrola uvjeta tečenja. Plastični korektor potreban je uz uvjet da je uvjet tečenja veći od nule budući da je to znak plastičnog ponašanja konstrukcije, a sastoji se

od iterativnog postupka kojim se provodi povrat pokusnog naprezanja na plohu tečenja. Nakon što se izračuna inkrement naprezanja moguće je na razini konačnog elementa odrediti ukupno naprezanje preko kojeg se izračunava elastoplastični tenzor krutosti potreban za ažuriranje jednadžbe krutosti (44). Na primjer, za slučaj geometrijske linearnosti, a materijalne nelinearnosti, tangencijalna matrica krutosti koja se ujedno naziva i elastoplastična matrica krutosti jednaka je:

$$\mathbf{k}_{ep} = \int_V \mathbf{B}_L^T \mathbf{D}^{ep} \mathbf{B}_L dV . \quad (47)$$

Matrica  $\mathbf{B}_L$  definirana je kao:

$$\mathbf{B}_L = \mathbf{D}_{kL} \mathbf{N} , \quad (48)$$

gdje matrica  $\mathbf{D}_{kL}$  predstavlja linearni kinematički operator, a  $\mathbf{N}$  je matrica funkcija oblika konačnog elementa.

Budući da se kod zavarivanja razmatra i geometrijska nelinearnost tangencijalna matrica krutosti konačnog elementa namijenjenog takvoj analizi puno je kompliciranija, nego što je to pokazano izrazom (47). U slučaju geometrijski nelinearne elastične analize tangencijalna matrica krutosti može se zapisati kao:

$$\mathbf{k}_T = \mathbf{k}_e + \mathbf{k}_{uL} + \mathbf{k}_{uN} + \mathbf{k}_{\sigma L} + \mathbf{k}_{\sigma N} , \quad (49)$$

gdje je:

$$\mathbf{k}_e = \int_V \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L dV \text{ elastična matrica krutosti,} \quad (50)$$

$$\mathbf{k}_{uL} = \int_V (\mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) + \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_L) dV \text{ linearna matrica početnih pomaka,} \quad (51)$$

$$\mathbf{k}_{uN} = \int_V \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) dV \text{ nelinearna matrica početnih pomaka,} \quad (52)$$

$$\mathbf{k}_{\sigma L} \text{ linearna matrica početnih naprezanja,} \quad (53)$$

$$\mathbf{k}_{\sigma N} \text{ nelinearna matrica početnih naprezanja.} \quad (54)$$

Prve tri matrice zajedno čine elastičnu matricu krutosti, a samo linearna i nelinearna matrica početnih pomaka matricu početnih pomaka.

Linearna i nelinearna matrica početnih naprezanja koje zajedno čine matricu početnih naprezanja ne mogu se izraziti eksplicitno u općem obliku, već se dobivaju na sljedeći način:

$$\int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta \mathbf{v}) \bar{\boldsymbol{\sigma}} dV = \int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta \mathbf{v}) \mathbf{D} \left( \mathbf{B}_L + \frac{1}{2} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) \right) dV \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_{\sigma} \Delta \mathbf{v}, \quad (55)$$

$$\int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta \mathbf{v}) \mathbf{D} \mathbf{B}_L dV \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_{\sigma L} \Delta \mathbf{v}, \quad (56)$$

$$\int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta \mathbf{v}) \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) dV \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_{\sigma N} \Delta \mathbf{v}. \quad (57)$$

Matrice  $\mathbf{k}_{uL}$  i  $\mathbf{k}_{\sigma L}$  linearno ovise o pomacima osnovnog stanja  $\bar{\mathbf{v}}$ , a  $\mathbf{k}_{uN}$  i  $\mathbf{k}_{\sigma N}$  uključuju drugu potenciju od  $\bar{\mathbf{v}}$ . U gornjim izrazima  $\mathbf{D}$  je matrica elastičnosti, a matrica  $\mathbf{B}_N$  jednaka je:

$$\mathbf{B}_N = \mathbf{D}_{kN} \mathbf{N}, \quad (58)$$

gdje matrica  $\mathbf{D}_{kN}$  predstavlja nelinearni kinematički operator, a  $\mathbf{N}$  je matrica funkcija oblika konačnog elementa. Tangencijalna matrica krutosti za geometrijski nelinearnu elastoplastičnu analizu još je kompliciranija te se ovdje neće posebno istaknuti.

U istom koraku kad se na razini konačnog elementa izračunava tangencijalna matrica krutosti određuje se i razlika vanjskih i unutarnjih sila, koje su za geometrijski nelinearnu elastičnu analizu dane izrazima:

$$\mathbf{F}_e = \int_V \mathbf{N}^T(\bar{\mathbf{q}} + \Delta \mathbf{q}) dV + \int_{S_q} \mathbf{N}_s^T(\bar{\mathbf{q}}_b + \Delta \mathbf{q}_b) dS \quad (59)$$

i

$$\mathbf{F}_i = \int_V (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}))^T \mathbf{D} \left( \mathbf{B}_L + \frac{1}{2} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) \right) dV. \quad (60)$$

U prehodnim izrazima  $\mathbf{q}$  i  $\mathbf{q}_b$  su volumno i površinsko opterećenje, a  $\mathbf{N}_s$  je matrica rubnih funkcija oblika. U slučaju postojanja početnih deformacija ukupna deformacija osnovnog stanja  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$  više ne označava samo elastičnu deformaciju budući da je u ukupnu deformaciju uključena i početna deformacija. Za slučaj toplinskih deformacija konstitutivna jednačba je jednaka:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \boldsymbol{\varepsilon}^0) = \mathbf{D}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \alpha_T \Delta T) = \mathbf{D} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \boldsymbol{\sigma}^0 = \mathbf{D} \left( \mathbf{B}_L + \frac{1}{2} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) \right) \bar{\mathbf{v}} - \boldsymbol{\sigma}^0. \quad (61)$$

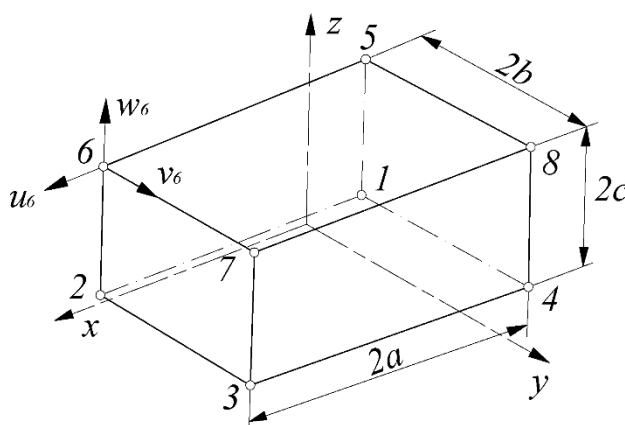
Kada bi se razmatralo plastično ponašanje materijala, matricu elastičnosti  $\mathbf{D}$  u gornjem izrazu bi zamijenio elastoplastični tenzor krutosti  $\mathbf{D}^{ep}$ .

### 3.4. Konačni elementi

U numeričkoj analizi korišteni su konačni elementi iz baze programskog paketa *Abaqus* [10]. U analizi su korišteni osnovni prizmatični te ljuskasti konačni elementi.

#### 3.4.1. Osnovni prizmatični element [9]

Uz tetraedarske konačne elemente, veliku primjenu za trodimenzijsku analizu imaju prizmatični konačni elementi. Najčešće se primjenjuje prizmatični konačni element u obliku paralelopipeda s osam čvorova, slika 13.



Slika 13. Osnovni prizmatični konačni element s 24 stupnja slobode [9]

U slučaju analize čvrstoće, svaki čvor ima tri stupnja slobode, a to su komponente pomaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu. Prema tome, vektor stupnjeva slobode glasi:

$$\mathbf{v}^T = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \dots \quad u_8 \quad v_8 \quad w_8]. \quad (62)$$

Raspodjela pomaka opisana je nepotpunim polinomima trećeg stupnja:

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6yz + a_7zx + a_8xyz, \\ v &= a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z + a_{13}xy + a_{14}yz + a_{15}zx + a_{16}xyz, \\ w &= a_{17} + a_{18}x + a_{19}y + a_{20}z + a_{21}xy + a_{22}yz + a_{23}zx + a_{24}xyz. \end{aligned} \quad (63)$$

Prikazana raspodjela pomaka omogućuje zadovoljavanje svih potrebnih kriterija za monotonu konvergenciju rješenja, a to su:

- interpolacijske funkcije mogu opisivati pomake krutog tijela,
- mogućnost opisivanja polja konstantnih deformacija,
- zadovoljavanje svih potrebnih uvjeta kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata.

Funkcije oblika izvedene u prirodnim koordinatama  $\xi$ ,  $\eta$  i  $\zeta$  s ishodištem u težištu elementa moguće je zapisati kao:

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i), \quad i = 1 \dots 8, \quad (64)$$

gdje su  $\xi_i$ ,  $\eta_i$  i  $\zeta_i$  koordinate čvorova. Vrijednosti koordinata  $\xi$ ,  $\eta$  i  $\zeta$  su u području od -1 do 1.

Uz prikazani vektor stupnjeva slobode (62) i relaciju:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{v}, \quad (65)$$

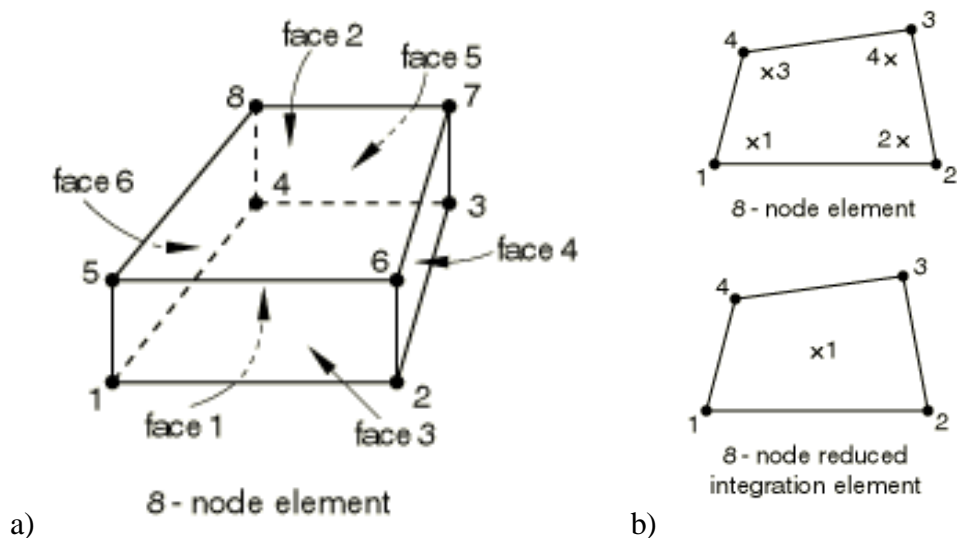
gdje vektor  $\mathbf{u}$  predstavlja komponente pomaka u smjerovima lokalnih koordinatnih osi, matrica funkcija oblika jednaka je:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix}. \quad (66)$$

Osnovni prizmatični element s potpunom integracijom ima četiri integracijske točke, a kao takav je podložan parazitskim locking efektima poput *shear locking* i *volumetric locking*. *Shear locking* općenito se događa uslijed savijanja elemenata prvog reda s potpunom integracijom. Zbog numeričke formulacije udio energije posmične deformacije postaje precijenjen u ukupnoj energiji deformiranja tako da konačni elementi postaju sve više kruti i slabo opisuju stvarno ponašanje konstrukcije. To je naročito izraženo kod elementa čija je duljina jednaka ili veća, nego što je to debljina zida ili ploče. *Volumetric locking* pojavljuje se kod elemenata s potpunom integracijom u slučaju nestlačivog ili gotovo nestlačivog materijala. U integracijskim točkama dolazi do pojave lažnih tlakova što uzrokuje prekruto ponašanje deformacija koje bi inače trebale održavati volumen elementa konstantnim, bez ikakvih zahtjeva na njihove veličine. Kada su materijali gotovo nestlačivi što je slučaj kod elastoplastičnih materijala kada se pojavljuje plastično tečenje, do pojave *volumetric locking* dolazi u elementima s potpunom integracijom drugog reda kada su plastične deformacije reda veličine elastične deformacije. Kod elemenata prvog reda s potpunom integracijom to je izbjegnuto upotrebom selektivne integracije, tj. reduciranom integracijom članova matrice krutosti koji bi inače uzrokovali *volumetric locking*. [7]

Budući da prilikom zavarivanja dolazi do raznolikih deformacija konstrukcije koje uključuju i savijanje te do plastičnih deformacija u području zavora, da bismo izbjegli pojavu *shear* i *volumetric locking* u radu je korišten prizmatični element prvog reda s reduciranom

integracijom, C3D8R, kako se naziva u *Abaqusu* [10]. Slika 14. prikazuje označavanje stranica, čvorova i točaka integracije za prizmatični element prvog reda s i bez reducirane integracije u programskom paketu *Abaqus* [10].



Slika 14. a) osnovni prizmatični konačni element i b) točke integracije

U slučaju toplinske analize svakom čvoru pridružen je jedan stupanj slobode, a to je temperatura. Vektor stupnjeva slobode za toplinsku analizu je dakle jednak:

$$\mathbf{T}^T = [T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5 \quad T_6 \quad T_7 \quad T_8]. \quad (67)$$

Raspodjela temperature opisana je analogno (63) nepotpunim polinomom trećeg stupnja:

$$T = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6yz + a_7zx + a_8xyz. \quad (68)$$

Funkcije oblika jednake su kao i kod analize čvrstoće, odnosno vrijedi (64). Raspodjela temperature zapisana preko funkcija oblika i čvornih temperatura jednaka je:

$$T = \mathbf{N}\mathbf{T}, \quad (69)$$

gdje je  $\mathbf{N}$  matrica funkcija oblika zadana kao:

$$\mathbf{N} = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4 \quad N_5 \quad N_6 \quad N_7 \quad N_8]. \quad (70)$$

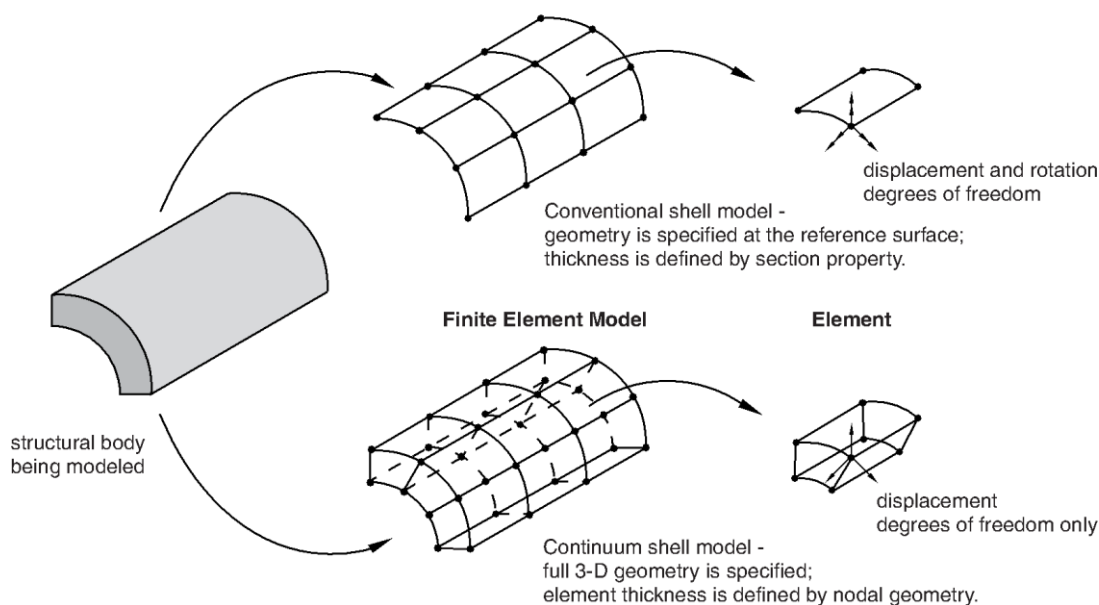
### 3.4.2. Četverokutni ljuskasti element [9, 7]

Ljuskasti elementi se koriste za modeliranje konstrukcijskih elemenata koji imaju jednu dimenziju, debljinu, puno manju u usporedbi sa ostalim dimenzijama. U *Abaqusu* [10] se razlikuju konvencionalni i kontinuumski ljuskasti konačni elementi. Konvencionalni ljuskastim

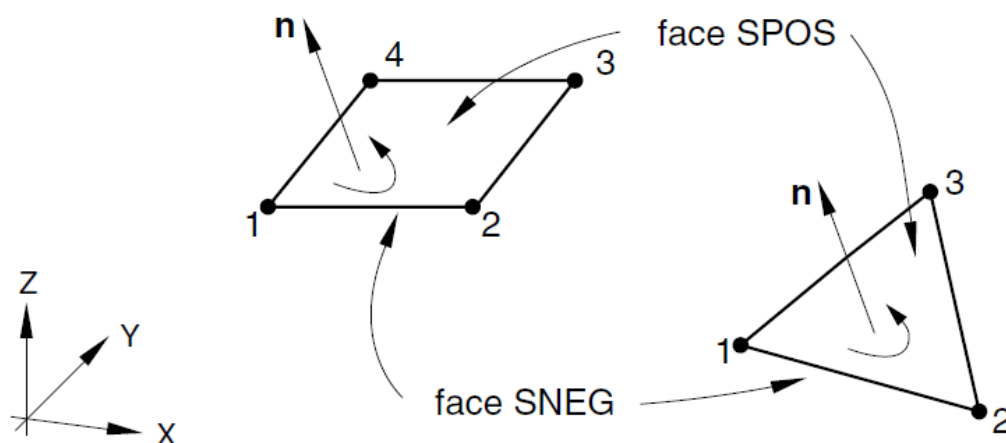


elementima modelira se samo referentna ravnina, a debljina se naknadno definira preko postavke “*section property*”. Raspodjela veličina po debljini ljuske izračunava se slojevima integracijskih točaka. Također, konvencionalni elementi za stupnjeve slobode imaju pomake i rotacije. Suprotno njima, kontinuumski ljuskasti elementi diskretiziraju cijelo trodimenzionalno tijelo, a debljina je određena geometrijom čvorova. Kontinuumski elementi imaju samo pomake kao stupnjeve slobode. Sa stajališta modeliranja, kontinuumski ljuskasti elementi izgledaju poput trodimenzionalnih konačnih elemenata, ali konstitutivne i kinematičke relacije kojima su opisani sličniji su konvencionalnim ljuskastim elementima. U radu su upotrebljavani konvencionalni ljuskasti konačni elementi. Veličine se kod takvih elemenata prikazuju u lokalnim koordinatnim sustavima, a također je potrebno znati na koji sloj integracijskih točaka se one odnose. Gornja površina (SPOS) definirana je pozitivnim smjerom normale, a donja površina (SNEG) negativnim. Pozitivni smjer normale definiran je pravilom desne ruke tj. pratećenjem notacije čvorova prema definiciji elementa. Slojevi integracijskih točaka započinju od donje površine počevši s brojem jedan.

Razlika između konvencionalnih i kontinuumskih ljuskastih elemenata prikazana je na slici 15, a određivanje normala i slojeva integracijskih točaka na konvencionalnim ljuskastim elementima prikazano je na slici 16.

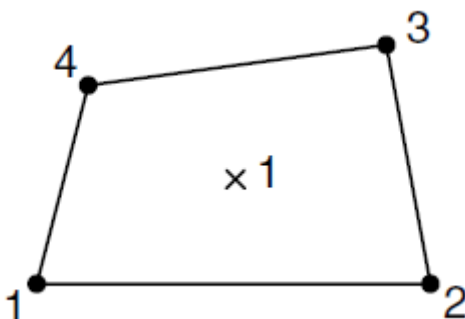


**Slika 15. Razlika između konvencionalnih i kontinuumskih ljuskastih elemenata [7]**



**Slika 16. Određivanja normala i slojeva integracijskih točaka na konvencionalnim ljuskastim elementima [7]**

U slučaju analize čvrstoće, koristili smo četverokutni ljuskasti element s reduciranom integracijom, S4R, kako se naziva u *Abaqusu* [10]. Korišteni konačni element prikazan je na slici 17. Pripada skupini dvostruko zakrivljenih elemenata opće namjene, što znači da se može upotrijebiti za analizu tankostjenih i debelostjenih ljusaka. U slučaju povećane debljine ljuske koristi Reissner – Mindlinovu teoriju debelostjenih ljusaka koja dobro opisuje pojavu posmičnih deformacija, a kako se debljina smanjuje prelazi u Kirchoff – Loveov tankostjeni ljuskasti element kod kojih se utjecaj posmičnih deformacija sve više smanjuje sa smanjenjem debljine ljuske. Reducirana integracija je odabrana zato što obično daje točnije rezultate i značajno smanjuje vrijeme računanja. Kod primjene reducirane integracije na elementima prvog reda potrebna je *hourglass* kontrola. Ukoliko se primijeti da dolazi do *hourglassing* efekta, potrebno je ili napraviti finiju mrežu konačnih elemenata ili koncentrirano opterećenje ravnomjerno raspodijeliti na više čvorova.



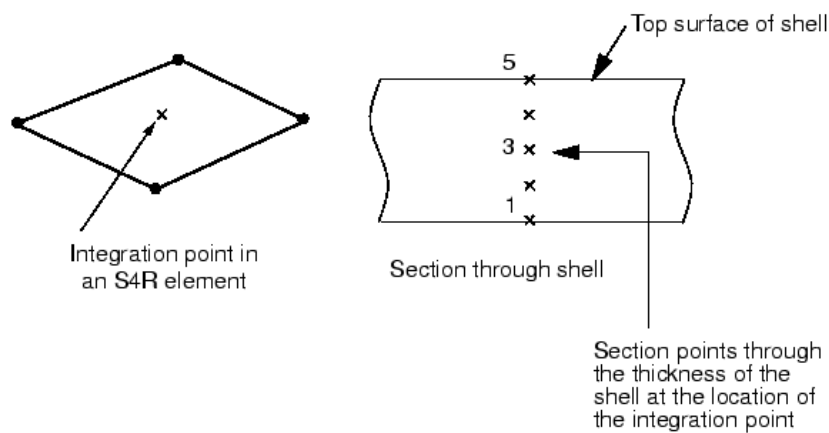
**Slika 17. Četverokutni konvencionalni ljuskasti element s reduciranom integracijom [7]**

Ovaj ljuskasti element ima četiri čvora, a svaki čvor ima šest stupnjeva slobode (3 komponente pomaka i 3 rotacijske komponente). Vektor stupnjeva slobode za ovaj element glasi:

$$\mathbf{v}^T = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \mathbf{v}_3 \quad \mathbf{v}_4],$$

$$\mathbf{v}_i = [u_i \quad v_i \quad w_i \quad \varphi_{ix} \quad \varphi_{iy} \quad \varphi_{iz}], \quad i = 1 \dots 4. \quad (71)$$

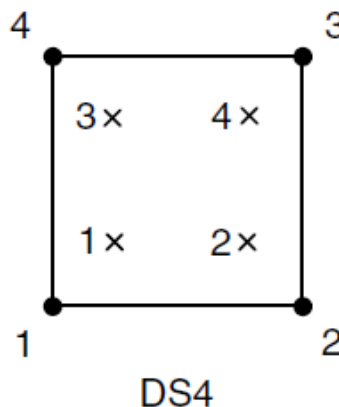
Smisao reducirane integracije dolazi do izražaja s povećanjem broja slojeva integracijskih točaka po ljusci. U analizi čvrstoće, broj integracijskih točaka po debljini ljuske je pet, stoga je reducirana integracija u smislu smanjenja računalnog vremena opravdana. Slika 18. prikazuje raspodjelu integracijskih točaka po debljini ljuske.



**Slika 18. Raspodjela integracijskih točaka po debljini ljuske [7]**

U toplinskoj analizi primjenjivan je četverokutni DS4 ljuskasti element prikazan na slici 19. Ovaj konačni element također ima četiri čvora, a jedini stupanj slobode u svakom čvoru je temperatura. Vektor stupnjeva slobode je prema tome jednak:

$$\mathbf{T}^T = [T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4]. \quad (72)$$

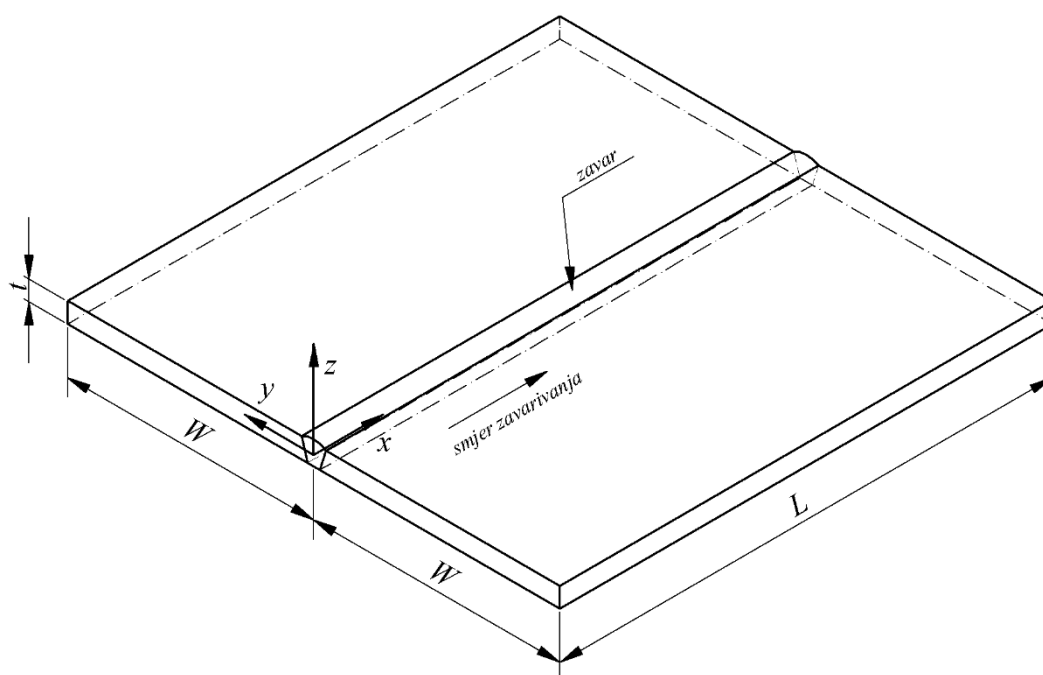


**Slika 19. Četverokutni ljuskasti element za toplinsku analizu [7]**

## 4. Verifikacija numeričkog modela

### 4.1. Uvod

Za verifikaciju procesa zavarivanja te odabira optimalnog numeričkog modela, odabran je primjer sučeonog zavarivanja dviju ploča. Provedena je numerička simulacija u programskom paketu *Abaqus* [10] i dana je usporedba dobivenih temperatura i naprezanja na odgovarajućim mjestima. Geometrija dviju sučeonu zavarenih ploča prikazana je na slici 20.



Slika 20. Geometrija dviju sučeonu zavarenih ploča

Pripadne dimenzije ploča su sljedeće:

$$L = 200 \text{ mm},$$

$$W = 100 \text{ mm},$$

$$t = 8 \text{ mm}.$$

(73)

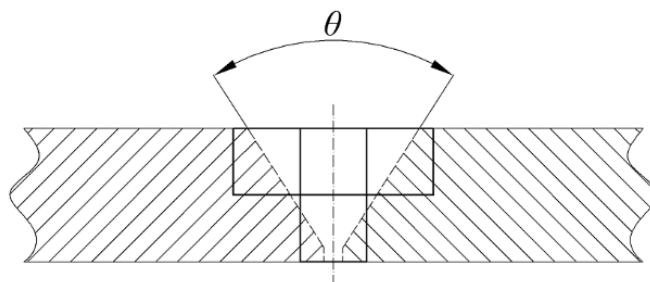
## 4.2. Parametri zavarivanja i svojstva materijala

### 4.2.1. Parametri zavarivanja

Modelirano je zavarivanje dviju ploča TIG postupkom sa sljedećim parametrima zavarivanja:

- struja zavarivanja  $I = 300$  A,
- napon zavarivanja  $U = 20$  V,
- koeficijent učinkovitosti električnog luka  $\eta = 81,6$  % ,
- brzina zavarivanja  $v = 10$  mm/s.

V priprema zavara nije modelirana sasvim realno zbog korištenja tek dva sloja konačnih elemenata po debljini ploče. Gledano u poprečnom presjeku zavara, u korijen žlijeba smješten je samo jedan konačni element, a u proširenijem dijelu se nalaze tri konačna elementa. Slika 21. prikazuje modeliranje V pripreme zavara.



**Slika 21. Modeliranje V pripreme zavara**

U *Abaqusu* [10] se kao opterećenje u toplinskoj analizi unosi toplinski tok koji se dodjeljuje na jedan ili više konačnih elemenata. Toplinski tok može biti definiran po jedinici površine (*surface flux*) ili po jedinici volumena (*body flux*). Odabrana je definicija toplinskog toka po volumenu:

$$q = \frac{Q}{V}. \quad (74)$$

Volumen jednog konačnog elementa kojima je modeliran zavar jednak je:

$$V = a \cdot b \cdot c = 5 \cdot 4 \cdot 4,4444 = 8,889 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3, \quad (75)$$

te je stoga iznos toplinskog toka po jedinici volumena uz (1), (73), (74) i (75) jednak:

$$q = \eta UI / V = 1,8375 \cdot 10^{10} \text{ W / m}^3. \quad (76)$$

Približna vrijednost unesenog materijala na presjeku zavara jednim prolazom elektrode odgovara površini jednog konačnog elementa, budući da je u stvarnosti zavarivanje provedeno s četiri prolaza elektrode. Time je toplinski tok koji se unosi u *Abaqus* [10] jednak prethodno izračunatom izrazu (76).

Proces zavarivanja je u *Abaqusu* [10] proveden s dva prolaza elektrode tako da svaki prolaz obuhvati jedan sloj konačnih elemenata, počevši od korijena žlijeba. Svaki od dva prolaza elektrode uslijed njezine zadane brzine  $v = 10$  mm/s traje 20 s, s time da su nakon prvog prolaza elektrode ploče ostavljene da se hlade 1000 s, a nakon drugog prolaza još 2000 s. Hlađenjem nakon prvog prolaza elektrode simulirano je ponašanje velikih konstrukcija pri zavarivanju poput poklopca rebra *linera* gdje početak zavara iz prvog prolaza bude već ohlađen kada elektroda krene u drugi prolaz.

Opisani proces u nastavku je modeliran na tri različita načina, **klasičnom metodom** u kojoj su konačni elementi prisutni tamo gdje u stvarnosti još ne postoji materijal, **metodom rađanja elemenata** kojom se može približiti stvarnom procesu zavarivanja, budući da kod nje dolazi do stvaranja materijala s napredovanjem elektrode te pomoću *Abaqus* sučelja za zavarivanje – *Abaqus Welding Interface (AWI)* [12].

Klasičnom metodom pristupilo se modelima diskretiziranim trodimenzijskim elementima, ljuskastim elementima te kombinacijom trodimenzijskih i ljuskastih elemenata, dok su pomoću AWI-a [12] i metode rađanja simulirani modeli diskretizirani trodimenzijskim elementima i kombinacijom trodimenzijskih i ljuskastih elemenata.

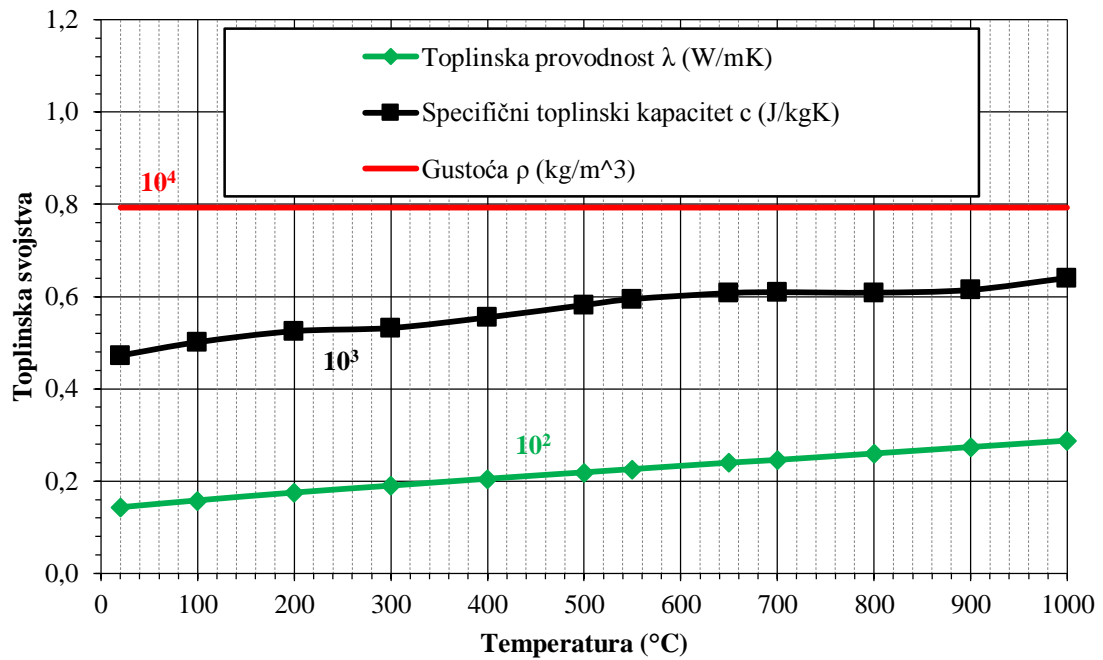
Pri modeliranju kombinacijom trodimenzijskim i ljuskastim elementima ispitana su dva slučaja, prvi sa širinom 3D zone od  $2,5t = 20$  mm i drugi sa širinom 3D zone od  $3,5t = 28$  mm. Trodimenzijskim elementima modelirano je područje oko zavara gdje dolazi do najvećih temperaturnih gradijenata, a time i do najvećih naprezanja, a ljuskastim elementima modeliran je ostatak ploče gdje su naprezanja puno manja i ujednačenija.

Za sekvencijalno spregnutu toplinsko-mehaničku analizu u *Abaqusu* [10] poželjno je da mreže konačnih elemenata modela namijenjenih toplinskoj i mehaničkoj analizi budu kompatibilne. Stoga je korištena ista mreža konačnih elemenata u toplinskoj i u mehaničkoj analizi.

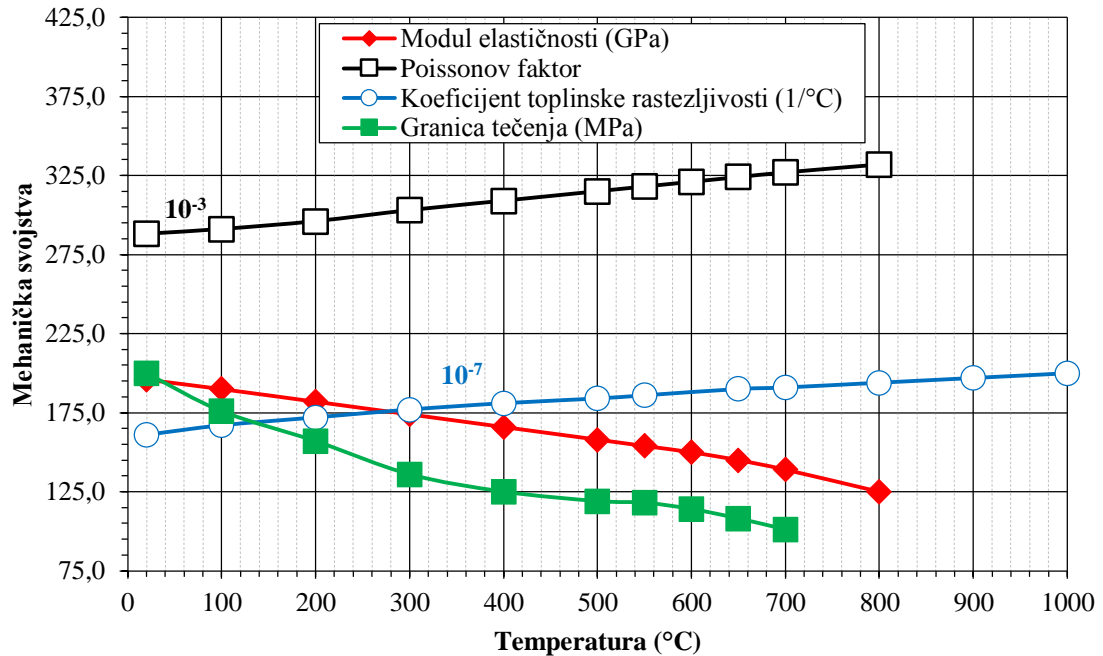
#### 4.2.2. Svojstva materijala

Modelirano je elastično-idealnooplastično ponašanje materijala, bez očvršćenja, s toplinskim i mehaničkim svojstvima ovisnim o temperaturi, (slike 22 i 23). Za osnovni materijal i materijal

popune zavora pretpostavljeno je da imaju ista toplinska i mehanička svojstva. Materijal tokom zavarivanja ne prolazi faznu transformaciju.



Slika 22. Toplinska svojstva



Slika 23. Mehanička svojstva

#### 4.2.2.1. Pregled toplinskih svojstava

U toplinskoj analizi moraju biti definirana sljedeća materijalna svojstva:

- toplinska provodnost  $\lambda$  (W/mK),
- specifični toplinski kapacitet  $c$  (J/kg K),
- latentna toplina (J/kg).

Sva mehanička svojstva kao što su npr. modul elastičnosti, granica tečenja i sl. u toplinskoj analizi će biti zanemarena, ali moraju biti definirana u mehaničkoj analizi.

##### 4.2.2.1.1. Toplinska provodnost [7]

Toplinska vodljivost ili provodnost  $\lambda$  je fizikalna veličina definirana kao količina topline u jedinici vremena, tj. toplinski tok koji prolazi nekom tvari kroz plohu jedinične ploštine.

U programskom paketu *Abaqus* [10], toplinska provodnost mora biti zadana za sljedeće analize:

- sekvencijalno spregnutu toplinsko - mehaničku analizu,
- potpuno spregnutu toplinsko - mehaničku analizu,
- potpuno spregnutu toplinsko - električnu analizu.

Toplinska provodnost može biti zadana kao:

- linearna ili nelinearna (u slučaju da ovisi o temperaturi),
- izotropna, ortotropna ili anizotropna,
- funkcija varijabli polja.

##### 4.2.2.1.2. Specifični toplinski kapacitet i latentna toplina [7]

Specifični toplinski kapacitet definiran je kao:

$$c(T) = \frac{dU(T)}{dT}, \quad (77)$$

gdje je  $U(T)$  unutarnja energija. Prema definiciji, to je ona količina topline koju treba dovesti jedinici količine neke tvari da bi temperatura tvari porasla za neku jedinicu temperature. U programskom paketu *Abaqus* [10], specifični toplinski kapacitet i latentna toplina moraju biti zadani za sljedeće analize:

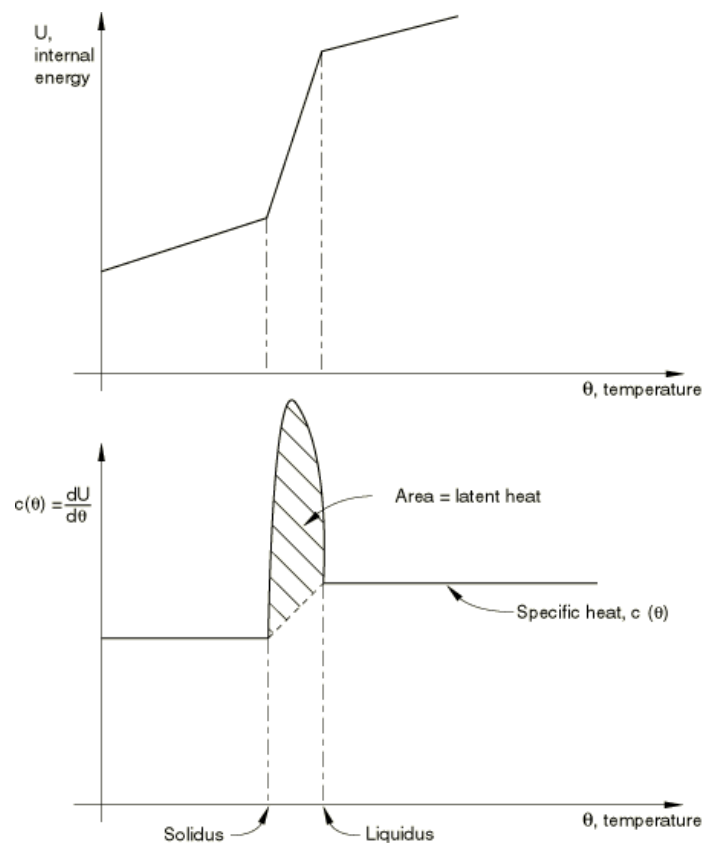
- tranzijentnu sekvencijalno spregnutu toplinsko - mehaničku analizu,
- tranzijentnu potpuno spregnutu toplinsko - mehaničku analizu,
- tranzijentnu potpuno spregnutu toplinsko - električnu analizu.



Specifični toplinski kapacitet mora biti vezan uz gustoću, a može biti zadan kao:

- linearan ili nelinearan (u slučaju da ovisi o temperaturi),
- funkcija varijabli polja.

Toplina koju je tvari potrebno dovesti da bi se promijenilo agregatno stanje se ne ubraja u specifičnu toplinu, budući da temperatura tijela za to vrijeme ne raste, naziva se latentnom toplinom. Problemi prijenosa topline koji uključuju promjenu agregatnog stanja moraju imati dodatno zadanu latentnu toplinu koja se zbraja sa specifičnom toplinom, slika 24. Latentna toplina može se kombinirati s bilo kojim materijalnim ponašanjem u *Abaqusu* [10], ali ne bi trebala biti uključena u definiciju materijala osim ako je to nužno budući da čini analizu nelinearnom.



Slika 24. Specifični toplinski kapacitet i definicija latentne topline [7]

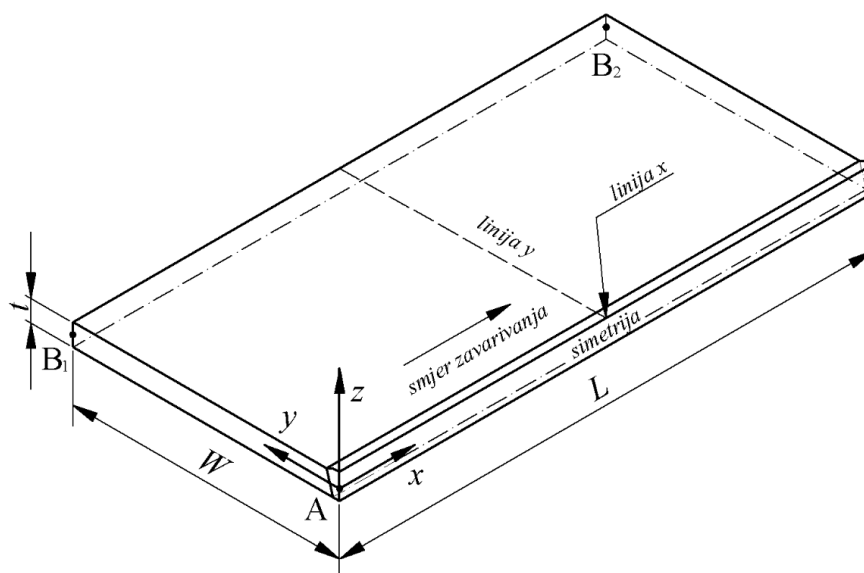
### 4.3. Klasična metoda

Kao što je već prije naglašeno, u klasičnoj metodi zavarivanja su konačni elementi prisutni u području zava od početka do kraja simulacije što u svakom slučaju nije realno, ali je ipak dovoljno točno za procjenu zaostalih naprezanja i shodno tome cjelovitosti zavarene konstrukcije.

### 4.3.1. Toplinska analiza

#### 4.3.1.1. 3D model

Numerički model namijenjen diskretizaciji samo trodimenzijskim elementima prikazan je na slici 25.



**Slika 25. 3D numerički model**

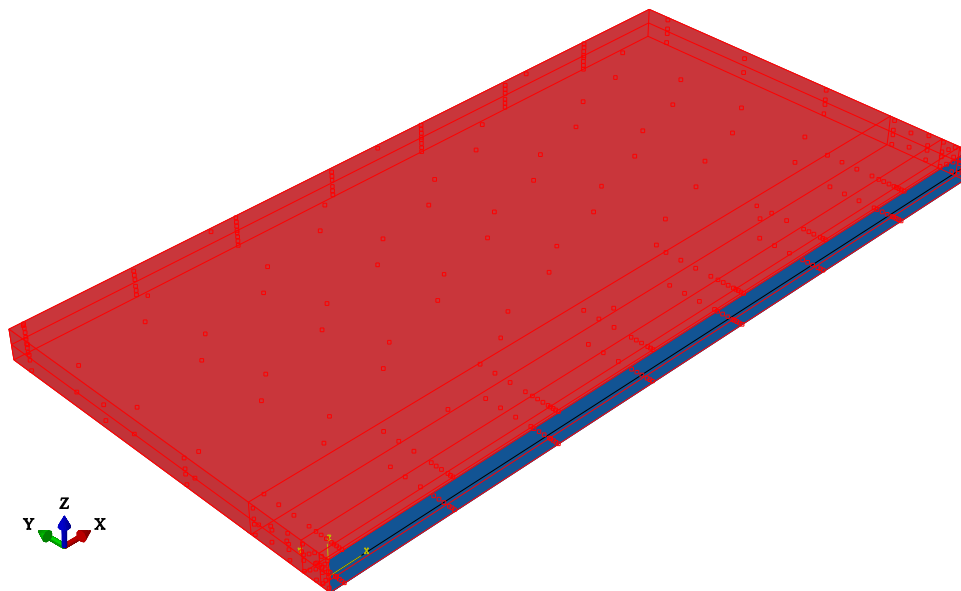
Razmatrani problem prikazan na slici 25. simetričan je s obzirom na zavar stoga se za numerički model uzima samo lijeva polovica ploče. S linija  $x$  i  $y$  iščitavani su rezultati, a točke A,  $B_1$  i  $B_2$  iskoristene su u mehaničkoj analizi za definiciju rubnih uvjeta.

Linija  $x$  definirana je u lokalnom koordinatnom sustavu koordinatama  $y = 0$  i  $z = 4$  mm, a linija  $y$  koordinatama  $x = 100$  mm i  $z = 4$  mm.

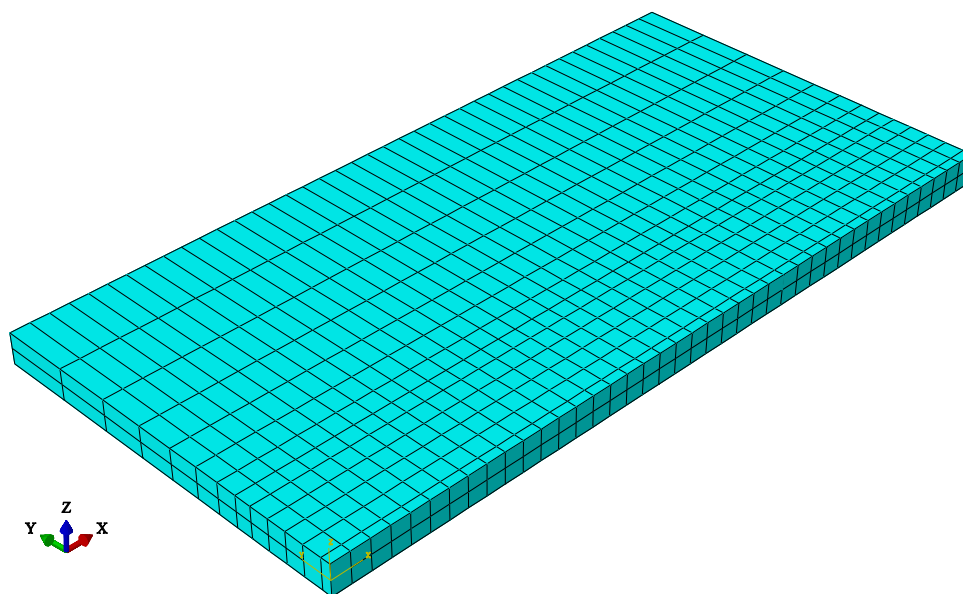
Svim površinama osim ravnine simetrije dodijeljen je Newtonov mješoviti rubni uvjet uz koeficijent prijelaza topline  $\alpha = 30$  W/(m<sup>2</sup>K) i temperaturu podalje od ploče  $T_\infty = 0$  °C, što odgovara hlađenju na zraku. Simetrija je obuhvaćena Neumannovim rubnim uvjetom na način da je proglašena adijabatskom površinom, tj. kroz nju nema izmjene topline odnosno toplinskog toka. Rubni uvjeti za toplinsku analizu prikazani su na slici 26.

Opterećenje je definirano na mreži konačnih elemenata, stoga je prikladno prvo prikazati diskretizirani model, slika 27. Model je diskretiziran s 1040 konačnih elemenata oznake DC3D8. Elementi na ravnini simetrije su duplo manji nego njihovi susjedi idući po osi  $y$  kako bi se sačuvao jednak broj i količina konačnih elemenata kojima je modelirana V priprema

zavara, slika 21. Uz duljinu konačnih elemenata  $a = 5$  mm gledajući u smjeru osi  $x$  i brzinu gibanja elektrode od  $v = 10$  mm/s opterećenje u prvom prolazu obuhvaća dva konačna elementa u svakoj sekundi, a u drugom prolazu četiri konačna elementa.

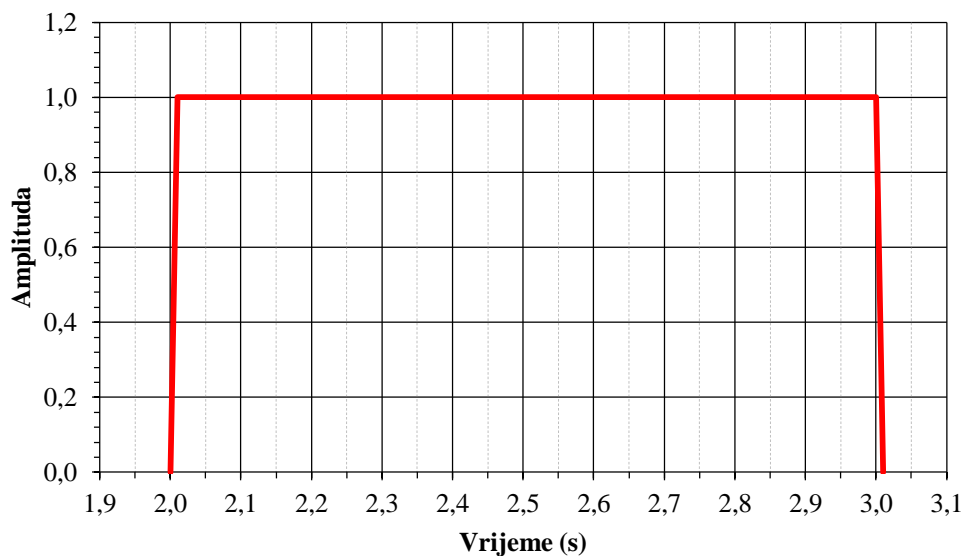


Slika 26. Newtonov mješoviti rubni uvjet za 3D model



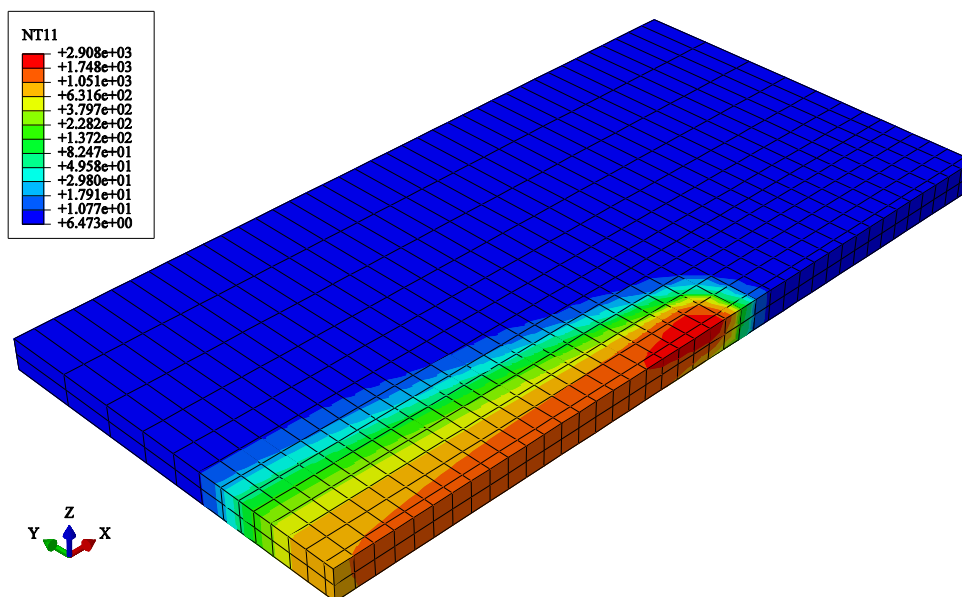
Slika 27. Mreža konačnih elemenata 3D modela

Gore navedeno opterećenje je u *Abaqusu* postignuto upotrebom amplituda kojima se definira djelovanje toplinskog toka u točno određenim vremenskim razdobljima, npr. od početka druge sekunde pa sve do ulaska u treću sekundu, slika 28. Amplitude se dodjeljuju opterećenjima, a opterećenja se dodjeljuju točno određenim setovima konačnih elemenata.



**Slika 28. Zadavanje amplitude toplinskog toka**

Analiza je provedena u dva koraka (*eng. stepa*), svaki vezan za jedan prolaz elektrode i naknadno hlađenje. Proces inkrementiranja vršen je automatski od strane *Abaqusa* [10], s time da je minimalni inkrement postavljen na  $10^{-5}$ , a maksimalni na 100 koji se postiže prilikom hlađenja. Maksimalna dozvoljena promjena temperatura u pojedinom inkrementu podešena je na 20 °C. Slika 29. prikazuje temperaturno polje dobiveno početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode.



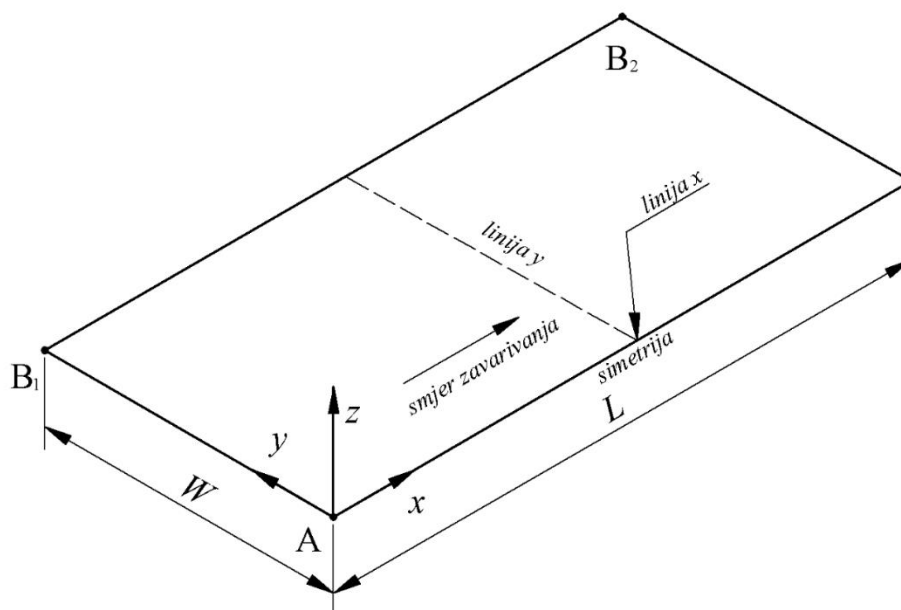
**Slika 29. Temperaturno polje na 3D modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode,  $T$  (°C)**

Iz slike 29. uočavamo da se najveći temperaturni gradijenti pojavljuju upravo u području uz zavar. Najviša temperatura se postiže na dijelu modela na koji se dodjeljuje toplinski tok, a

prethodno zavareno područje se polagano hladi. Također se uočava i konduktivni prijelaz topline s područja više u područje niže temperature, odnosno s područja zavara podvrgnutom grijanju prema rubovima modela.

#### 4.3.1.2. Ljuskasti model

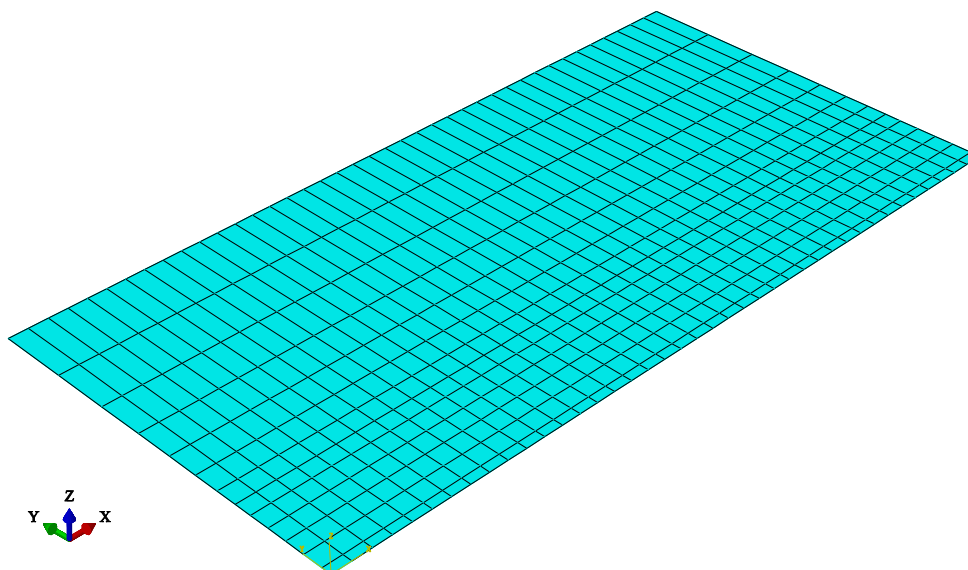
Numerički model namijenjen diskretizaciji samo ljuskastim elementima prikazan je na slici 30.



**Slika 30. Ljuskasti numerički model**

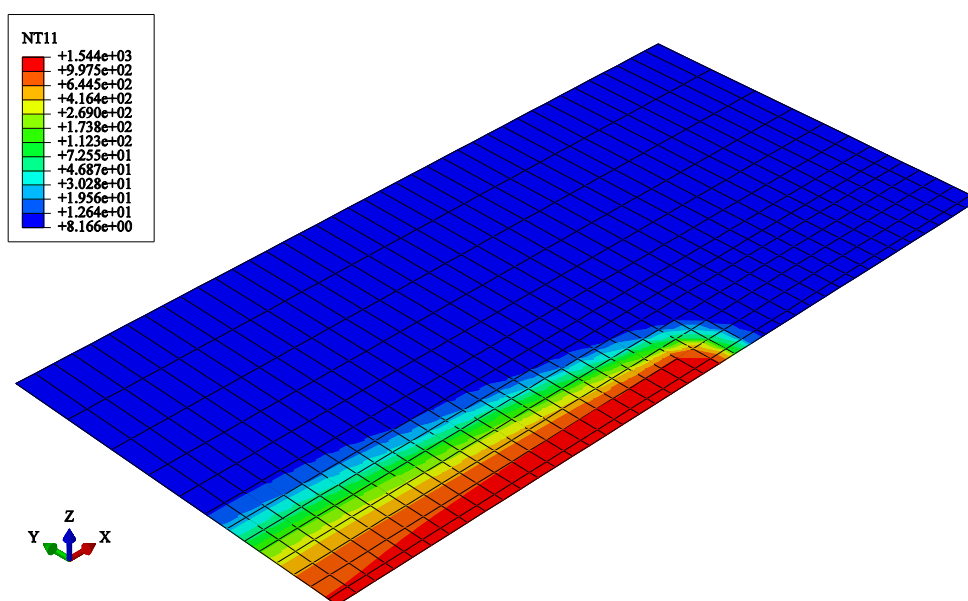
Na obje strane ploče dodijeljen je Newtonov mješoviti rubni uvjet opisan kod 3D modela. Model je diskretiziran s 520 konačnih elemenata oznake DS4, a mreža konačnih elemenata prikazana je na slici 31.

Budući da ljuskasti model fizički nema dimenziju debljine teško se približiti realnom procesu zavarivanja po pitanju unosa topline. Problem je riješen na način da prvi prolaz elektrode obuhvaća elemente koji leže na ravnini simetrije, a drugi prolaz obuhvaća elemente iz prvog prolaza kao i red elemenata do njih, dakle sve skupa prva dva reda konačnih elemenata u smjeru osi  $y$ . Kako se na taj način unos topline vrši po cijeloj debljini ploče, toplinski tok prepolovljen je na pola.



Slika 31. Mreža konačnih elemenata za ljuskasti model

Slika 32. prikazuje dobivene temperaturno polje dobiveno početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode.



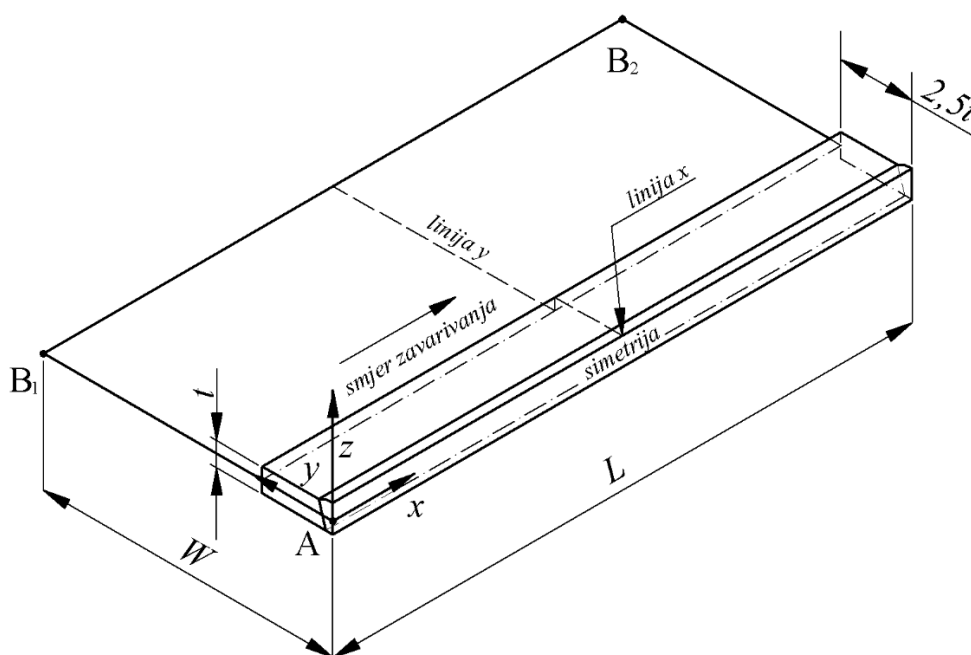
Slika 32. Temperaturno polje na ljuskastom modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode,  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ )

Osim što ne postoji raspodjela topline po debljini stjenke, vidimo da za temperaturno polje ljuskastog modela vrijedi sve već rečeno za 3D model. Usporedbom slika 29. i 32. uočavamo da je maksimalna temperatura u ljuskastom modelu skoro duplo manja od one postignute u 3D modelu, što je posljedica opisanog postupka unosa toplinskog toka.

#### 4.3.1.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone $2,5t$

Prvi kombinirani 3D/ljuskasti model sastoji se od 3D zone širine  $2,5t = 20$  mm i ostatka ploče koji je modeliran kao ljuska. Uvođenjem kombiniranog modela želi se pokazati mogućnost uštede računalnog vremena uz zadržavanje točnosti 3D modela koji predstavlja najrealnije rješenje.

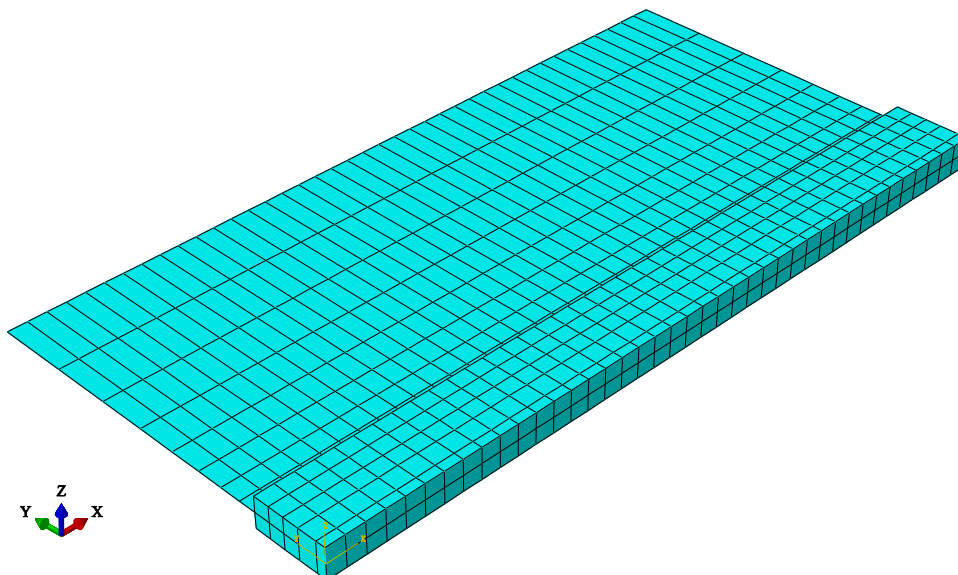
Numerički model namijenjen diskretizaciji 3D i ljuskastim elementima sa širinom 3D zone  $2,5t$  prikazan je na slici 33.



**Slika 33. Kombinirani 3D/ljuskasti numerički model širine 3D zone  $2,5t$**

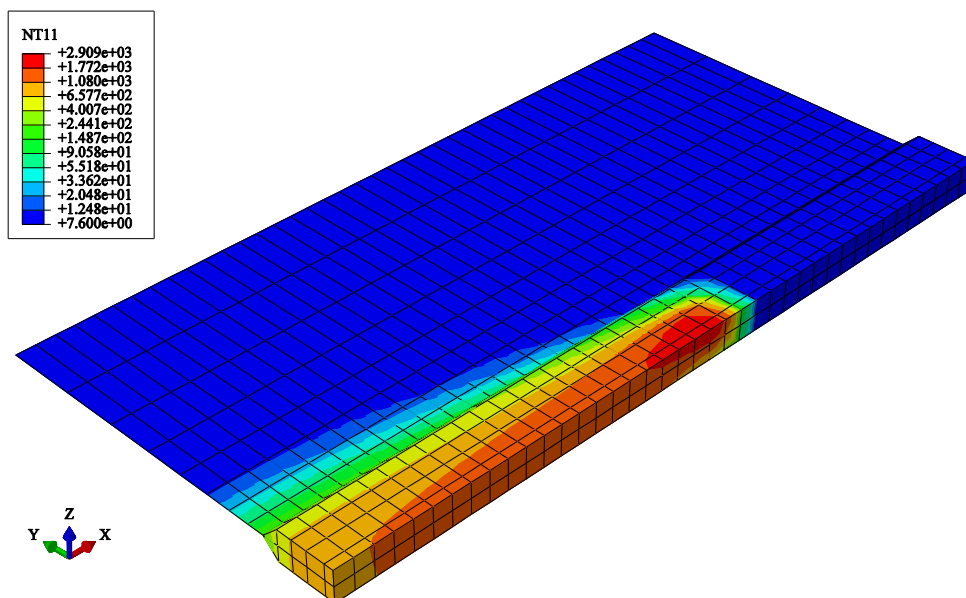
Rubni uvjeti dodijeljeni 3D/ljuskastom modelu već su opisani na prethodna dva modela, budući da 3D zona dobiva rubne uvjete 3D modela, a ostatak ploče dobiva rubne uvjete ljuskastog modela. Povezivanje ljuske i 3D zone izvršeno je pomoću opcije *tie*, s time da je kao *master surface* uzet set čvorova linije ljuske (*eng. node region*) koja je u doticaju s 3D zonom, a kao *slave surface* uzeta je površina 3D zone u doticaju s ljuskom. Preporuka je da se kao *slave surface* uvijek uzima gušće diskretizirani dio u interakciji jer bi u protivnom analiza mogla dati krive rezultate i teći sporije. U ovom slučaju, odabir *slave* i *master* površine i nije toliko bitan budući da su gustoća mreže ljuskastog djela i 3D zone jednake. Važno je napomenuti da opcija *tie* dopušta samo jedan sloj integracijskih točaka po debljini ljuske. Općenito, praćenje temperature po debljini ljuske moguće je korištenjem većeg broja integracijskih točaka, ali samo ako je toplinski tok definiran po jedinici površine, a to u radu nije slučaj. Zbog gore

navedenog razloga onemogućeno je praćenje raspodjele temperature po debljini ljuske. U pogledu smanjenja računalnog vremena jedna integracijska točka po debljini ljuske predstavlja prednost. Toplinsko opterećenje jednako je kao i kod 3D modela. Diskretizacija 3D zone izvršena je s 400 konačnih elemenata oznake DC3D8, a ljuskasti dio tvori 320 konačnih elemenata oznake DS4, slika 34.



**Slika 34.** Mreža konačnih elemenata 3D/ljuskastog modela širine 3D zone 2,5t

Raspodjela temperature početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode dana je na slici 35.



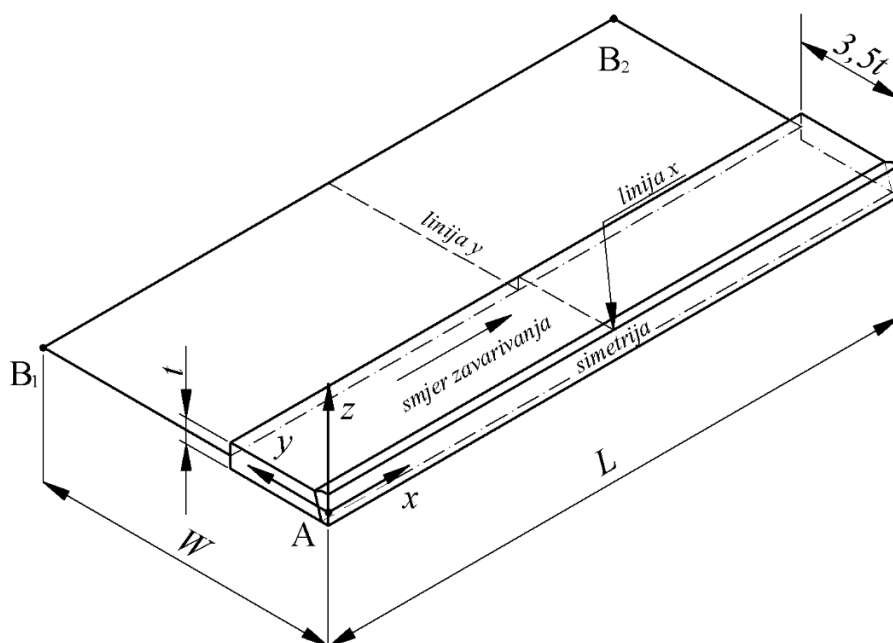
**Slika 35.** Temperaturno polje na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode,  $T$  (°C)



Usporedbom temperaturnog polja 3D/ljuskastog modela širine 3D zone  $2,5t$  prikazanog na slici 35. i temperaturnog polja 3D modela prikazanog na slici 29. uočavamo dobro poklapanje rezultata dvaju modela, a odabrana širina 3D zone otprilike pokriva dio s najizraženijim toplinskim gradijentima.

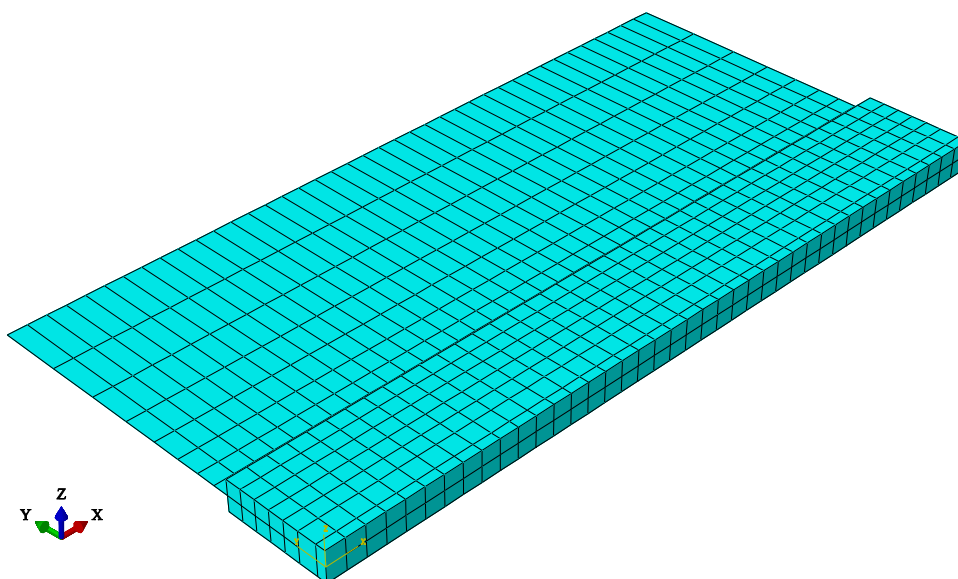
#### 4.3.1.4. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone $3,5t$

Drugi kombinirani 3D/ljuskasti model sastoji se od 3D zone širine  $3,5t = 28$  mm i ostatka ploče koji je modeliran kao ljuska. Povećanje 3D zone važnije je za mehaničku analizu dok su rezultati za toplinsku analizu gotovo identični 3D modelu. Numerički model namijenjen diskretizaciji 3D i ljuskastim elementima sa širinom 3D zone  $3,5t$  prikazan je na slici 36.



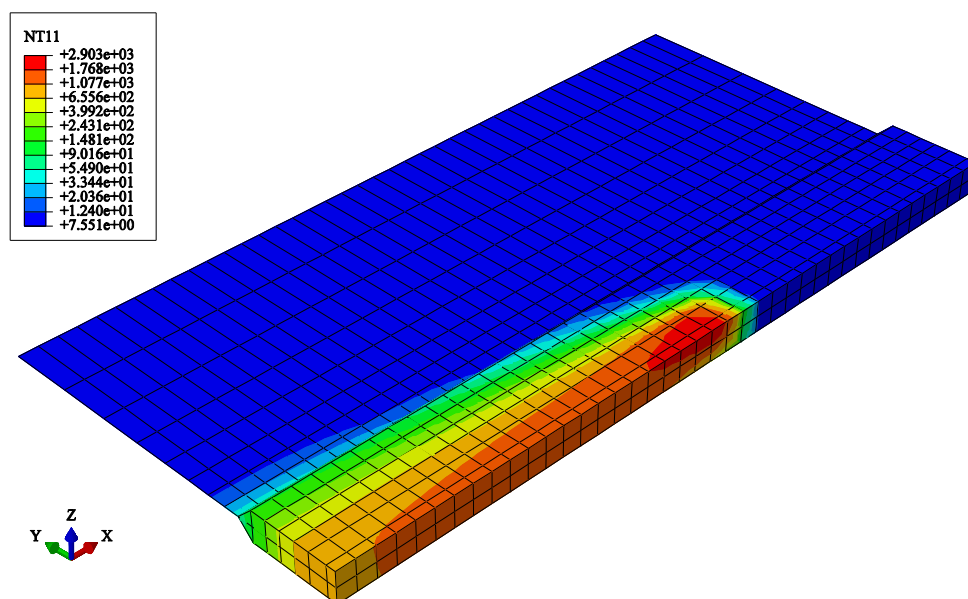
**Slika 36. Kombinirani 3D/ljuskasti numerički model širine 3D zone  $3,5t$**

Sve postavke ovog modela jednake su prethodnom 3D/ljuskastom modelu, a razlika je jedino u diskretizaciji. Diskretizacija 3D zone ovog modela izvršena je s 560 konačnih elemenataq oznake DC3D8, a ljuskasti dio diskretiziran je ponovo s 320 konačnih elemenata oznake DS4, slika 37.



Slika 37. Mreža konačnih elemenata 3D/ljuskastog modela širine 3D zone 3,5t

Raspodjela temperature početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode dana je na slici 38.

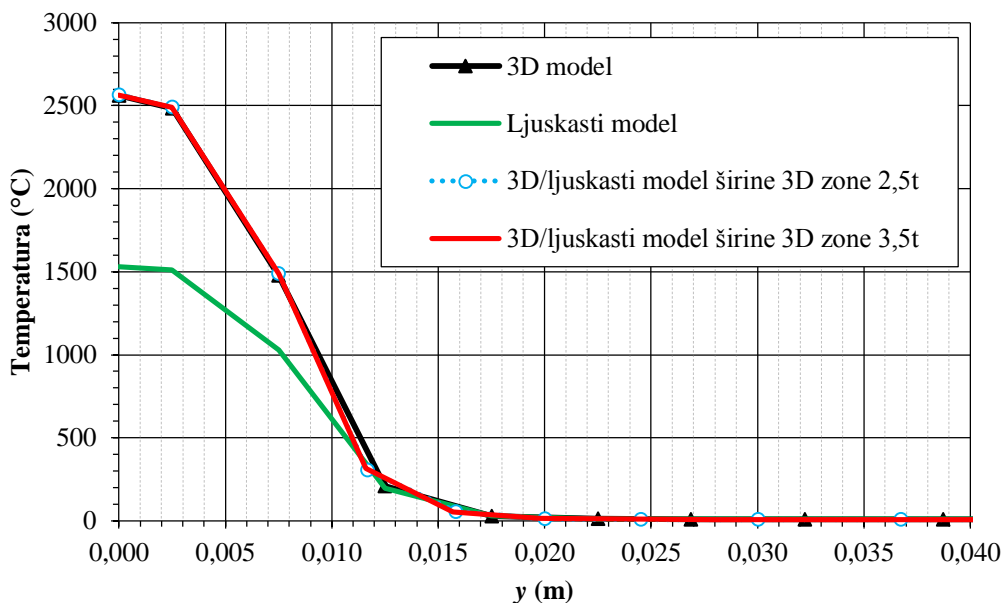


Slika 38. Temperaturno polje na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode,  $T$  (°C)

Usporedbom temperaturnog polja 3D/ljuskastog modela širine 3D zone 2,5t prikazanog na slici 35. i temperaturnog polja 3D/ljuskastog modela širine 3D zone 3,5t prikazanog na slici 38. uočavamo dobro poklapanje rezultata dvaju modela, a odabrana širina 3D zone nema utjecaja na rezultate toplinske analize.

#### 4.3.1.5. Dijagramska usporedba rezultata toplinske analize

Dijagram na slici 39. predstavlja raspodjelu temperature po liniji y za sva četiri modela analizirana klasičnom metodom.



**Slika 39. Dijagramska usporedba rezultata za različite numeričke modele početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode**

Kao što je već prije ustanovljeno na prikazanim temperaturnim poljima (slika 29.,32.,35. i 38.), model diskretiziran 3D konačnim elementima i kombinirani model pokazuju veoma dobro poklapanje rezultata, a ljuskasti model odstupa zbog drugačije modeliranog unosa topline. Iz slike 39. također možemo vidjeti da širina 3D zone nema znatnijeg utjecaja na raspodjelu temperature kombiniranog 3D/ljuskastog modela. Prijelaz s 3D elementa na ljuskaste je gladak, bez diskontinuiteta na liniji dodira 3D i ljuskastih elemenata i može se ostvariti na bilo kojoj udaljenosti od zavora.

#### 4.3.2. Mehanička analiza

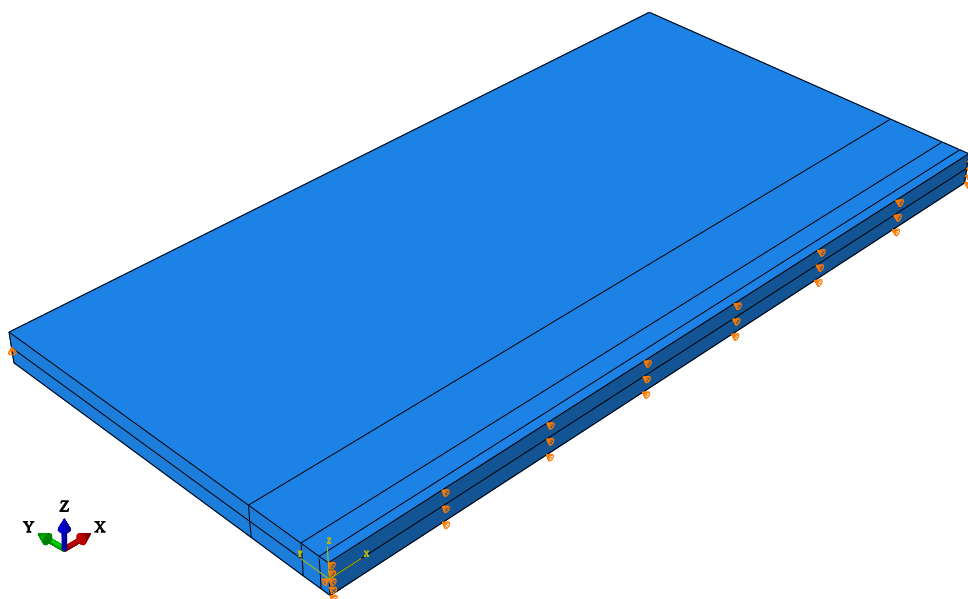
##### 4.3.2.1. 3D model

Numerički model i mreža konačnih elemenata identični su onima iz toplinske analize, slika 25. i slika 27. Razlika je jedino u vrsti konačnih elemenata, koji u mehaničkoj analizi postaju oznake C3D8R. U mehaničkoj analizi rubni uvjeti pomaka dodijeljeni su samo kako bi se spriječili pomaci krutog tijela.

Rubni uvjeti pomaka dodijeljeni 3D modelu su sljedeći:

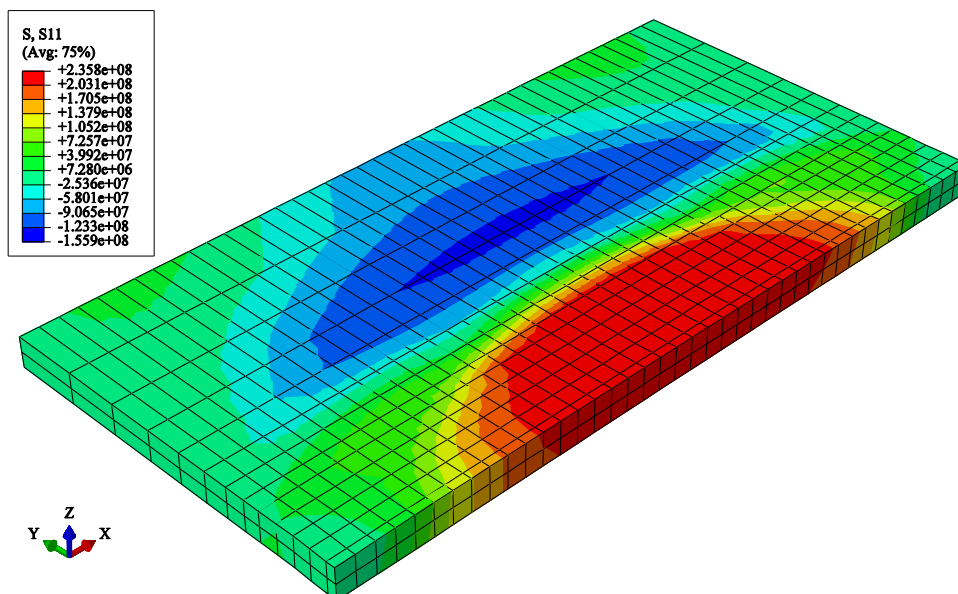
- 1) simetrija  $\rightarrow U_2 = 0$ ,
- 2) točka A  $\rightarrow U_1 = 0$ ,
- 3) točka B<sub>1</sub> i B<sub>2</sub>  $\rightarrow U_3 = 0$ .

Na slici 40. prikazani su rubni uvjeti pomaka dodijeljeni 3D modelu:

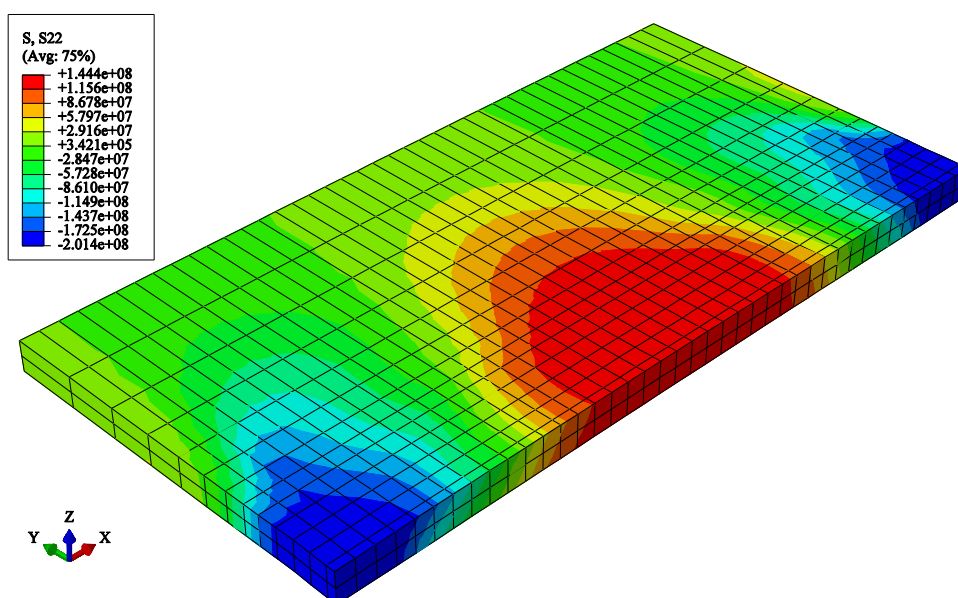


Slika 40. Rubni uvjeti pomaka za 3D model

Temperaturna raspodjela je kao pokretač svih promjena u mehaničkoj analizi uvedena u model kao *predefined field*, odnosno cijela izlazna datoteka s podacima o temperaturama iz toplinske analize uvedena je u mehaničku analizu kako bi se u svakom inkrementu mogle najprije računati toplinske deformacije, a zatim elastične i plastične. Raspodjela longitudinalnog naprezanja po cijelom modelu nakon završetka cijelog procesa prikazana je na slici 41., a na slici 42. može se vidjeti raspodjela transverzalnog naprezanja.



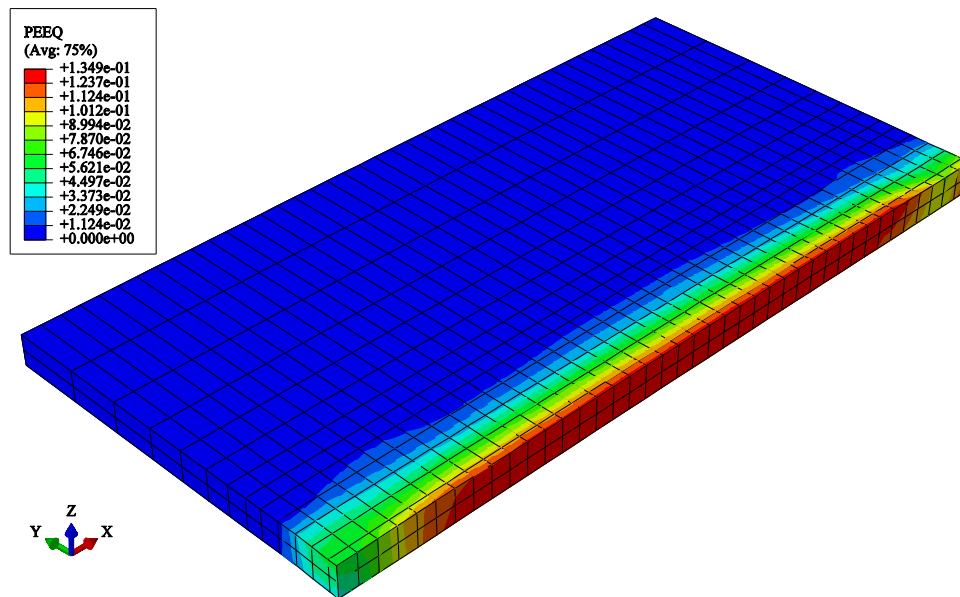
Slika 41. Raspodjela longitudinalnog napreznja  $\sigma_x$  ( $\text{N/m}^2$ ) na 3D modelu



Slika 42. Raspodjela transverznog napreznja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) na 3D modelu

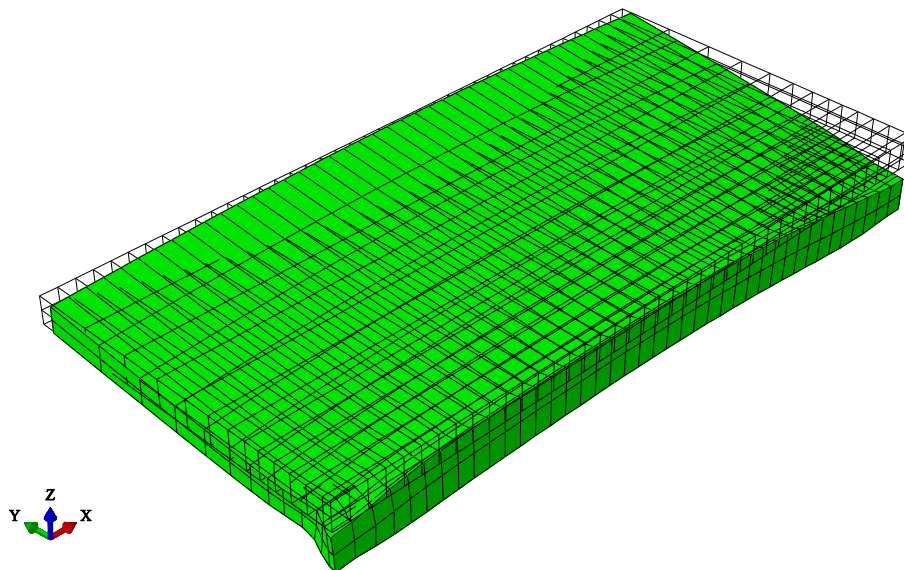
Iz slika 41. i 42. očito je da se maksimalna napreznja javljaju u zoni zavora. Longitudinalno napreznje je u cijelom području zavora vlačno i raste s rubova zavora prema sredini gdje iznosi  $235,8 \text{ N/mm}^2$ . Transverzalno napreznje je na rubovima tlačno s najvećim vrijednostima od  $201,4 \text{ N/mm}^2$ , a idući prema sredini zavora prelazi u vlačno gdje iznosi oko  $145 \text{ N/mm}^2$ .

Plastificirani dio područja zavora i oko njega dan je prikazom ekvivalentne plastične deformacije na slici 43.



Slika 43. Raspodjela ekvivalentne plastične deformacije na 3D modelu

Nedeformirano stanje i deformirani oblik ploče po završetku zavarivanja prikazani su na slici 44.



Slika 44. Nedeformirano stanje i deformirani oblik 3D modela (faktor uvećanja = 10)

Iz slike 44. možemo dobro vidjeti kutno iskrivljenje i savijanje ploče, a nešto slabije transverzalno i longitudinalno skupljanje. Na ravnini simetrije uočavamo spljoštenije konačne elemente što je posljedica plastične tlačne deformacije prilikom unosa topline. Ostatak konstrukcije koji je krući dopušta toplinsko širenje materijala sredine zavora gotovo samo u smjeru osi  $z$ , dok se na rubovima može slobodnije širiti i u smjeru osi  $x$ . U oba slučaja otežano

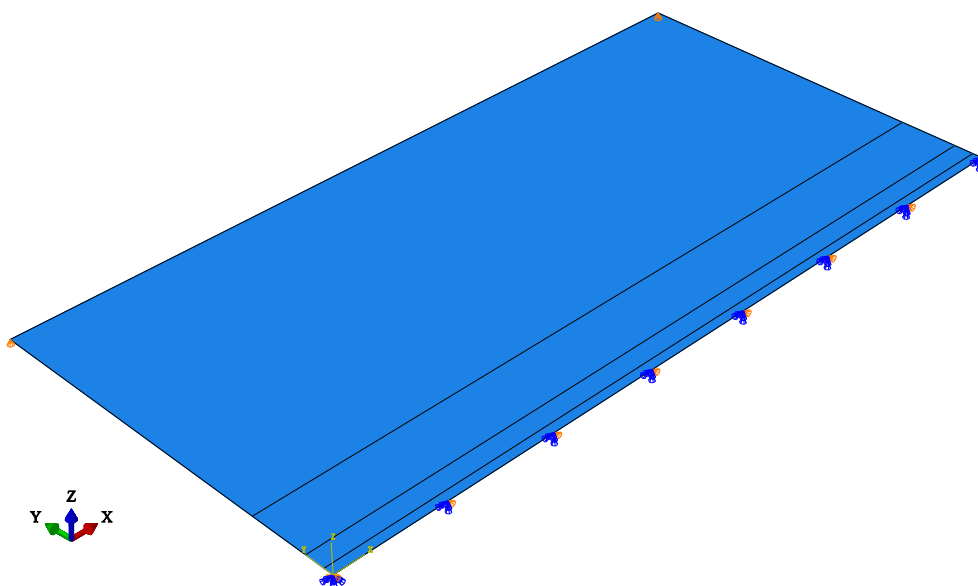
je širenje u smjeru osi  $y$  pa se može reći kako u području zavara vlada ravninsko stanje deformacije.

#### 4.3.2.2. Ljuskasti model

Numerički model i mreža konačnih elemenata identični su onima iz toplinske analize, slika 30. i slika 31. Razlika je jedino u vrsti konačnih elemenata, koji u mehaničkoj analizi postaju S4R. Budući da S4R konačni element ima šest stupnjeva slobode, rubni uvjeti se razlikuju od 3D modela za pripadne ograničene rotacijske stupnjeve slobode:

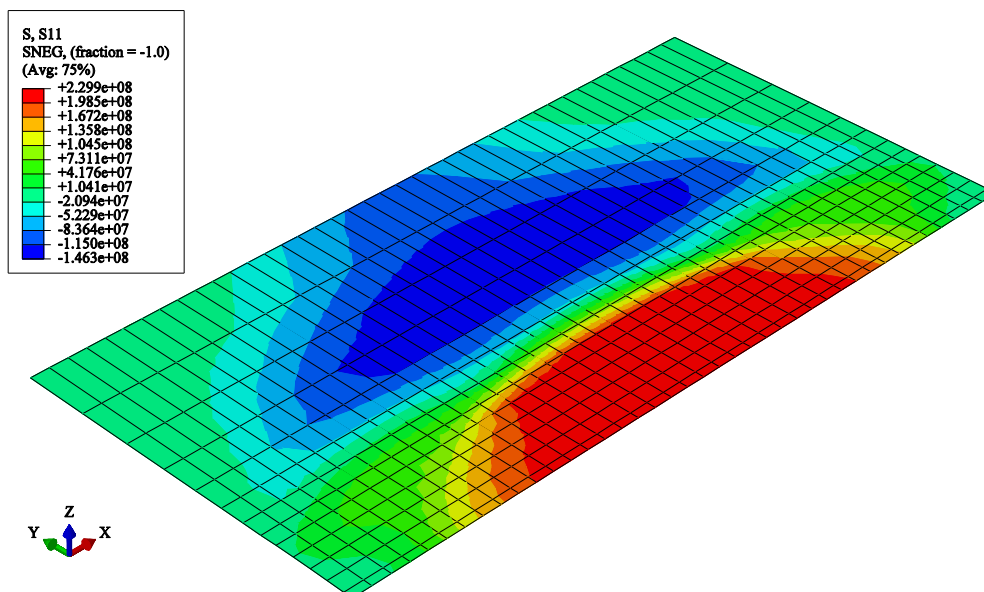
- 1) simetrija  $\rightarrow U_2 = UR_1 = UR_3 = 0$ ,
- 2) točka A  $\rightarrow U_1 = UR_2 = 0$ ,
- 3) točka B<sub>1</sub> i B<sub>2</sub>  $\rightarrow U_3 = 0$ .

Na slici 45. prikazani su rubni uvjeti pomaka dodijeljeni ljuskastom modelu:

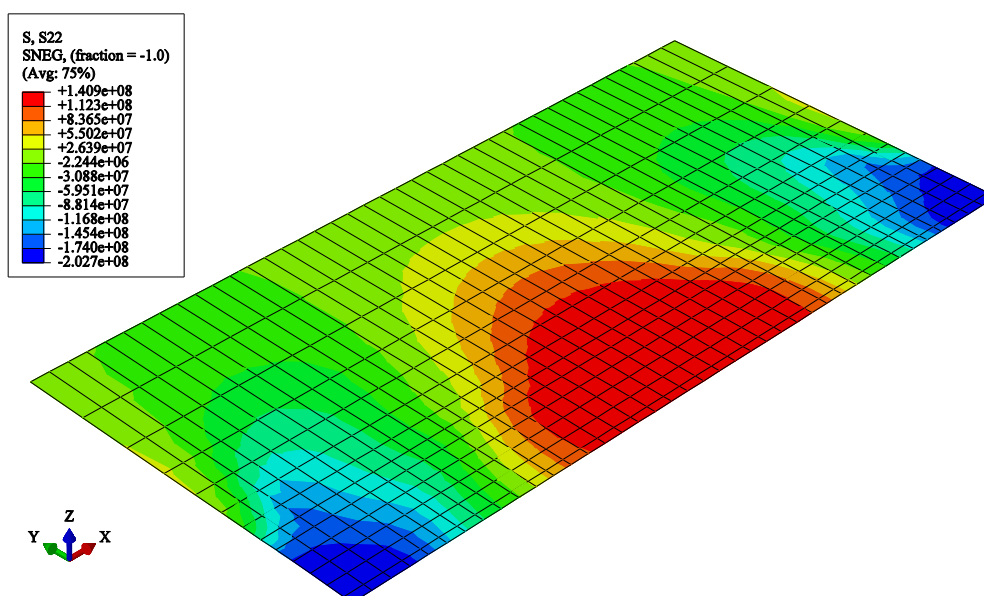


**Slika 45. Rubni uvjeti pomaka za ljuskasti model**

Raspodjela longitudinalnog naprezanja po cijelom modelu nakon završetka cijelog procesa prikazana je na slici 46., a na slici 47. može se vidjeti raspodjela transverzalnog naprezanja.



Slika 46. Raspodjela longitudinalnog napreznja  $\sigma_x$  ( $\text{N/m}^2$ ) na ljuskastom modelu

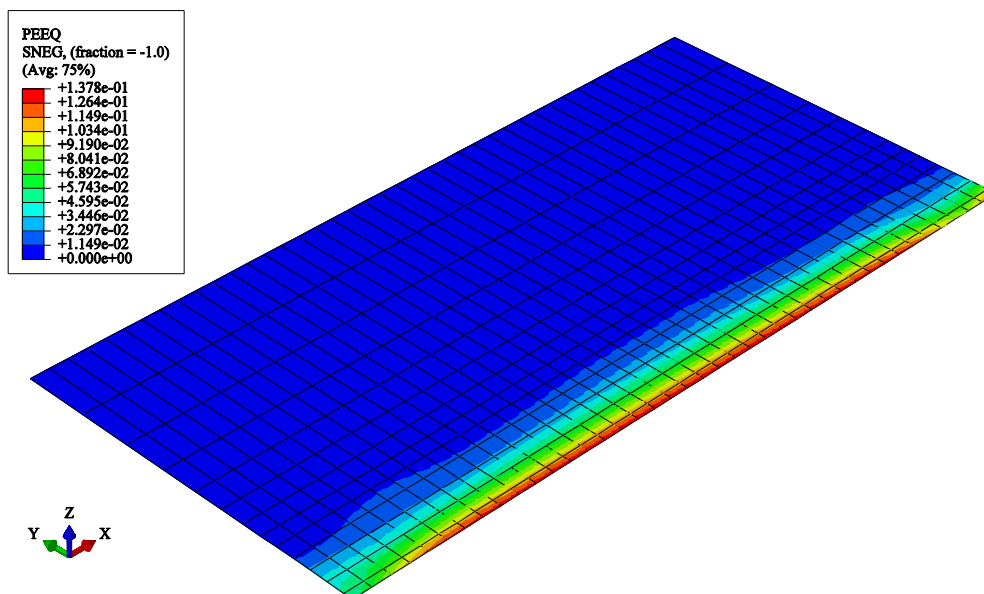


Slika 47. Raspodjela transverznog napreznja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) na 3D modelu

Iako postoji zamjetna razlika u vrijednostima temperatura, što se tiče napreznja odstupanja ljuskastog modela od 3D modela nisu toliko velika. Longitudinalno napreznje je u cijelom području zavora vlačno i raste s rubova zavora prema sredini gdje iznosi  $229,9 \text{ N/mm}^2$ . Transverzalno napreznje je na rubovima tlačno s najvećim vrijednostima od  $202,7 \text{ N/mm}^2$ , a idući prema sredini zavora prelazi u vlačno gdje iznosi  $140,9 \text{ N/mm}^2$ .

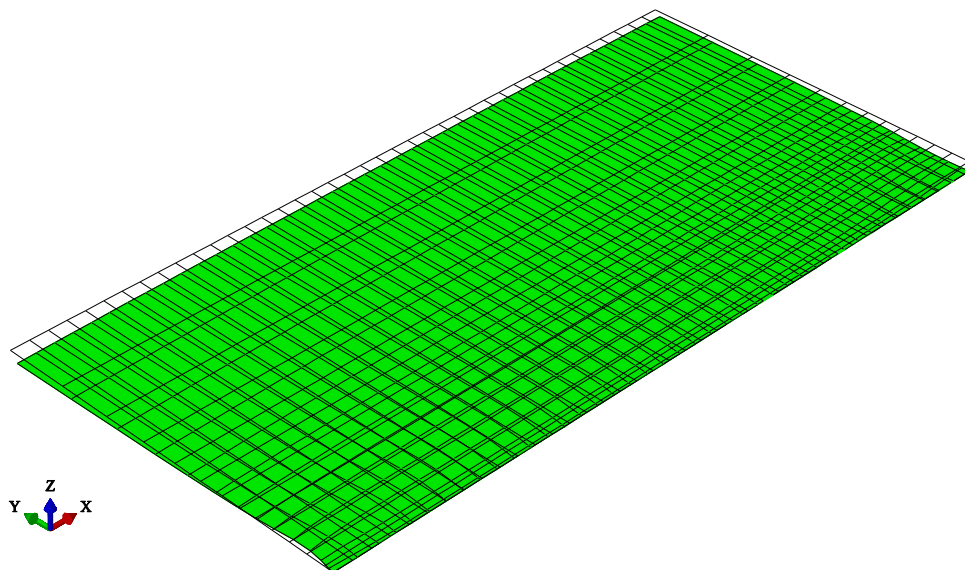
Plastificirani dio područja zavora i oko njega dan je prikazom ekvivalentne plastične deformacije na slici 48.





Slika 48. Raspodjela ekvivalentne plastične deformacije na ljuskastom modelu

Nedeformirano stanje i deformirani oblik ploče po završetku zavarivanja prikazani su na slici 49.



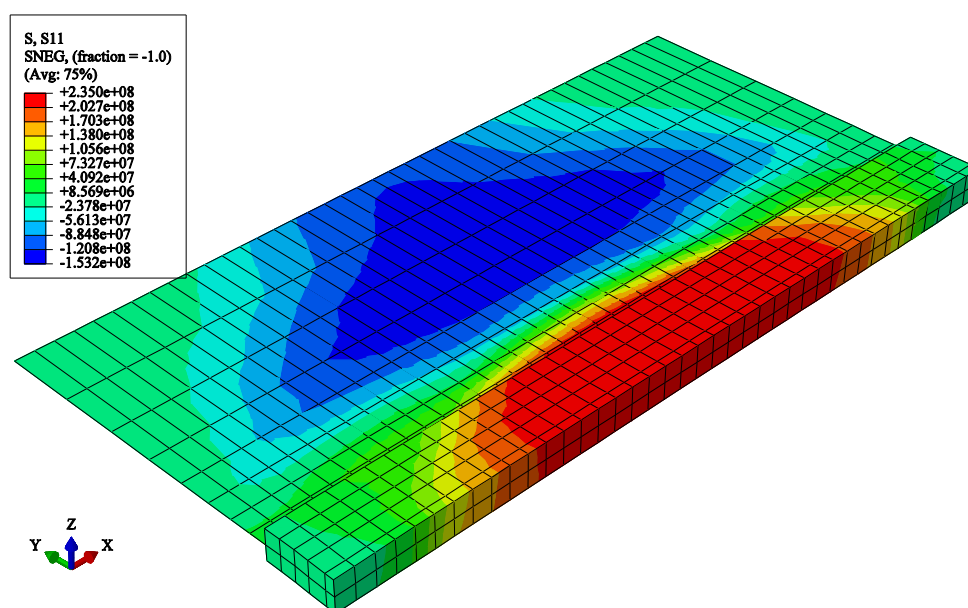
Slika 49. Nedeformirano stanje i deformirani oblik ljuskastog modela (faktor uvećanja = 10)

Na slici 49. uočavamo izostanak kutnog iskrivljenja ploče čemu je razlog nepostojanje temperaturnih gradijenata po debljini ljuske.

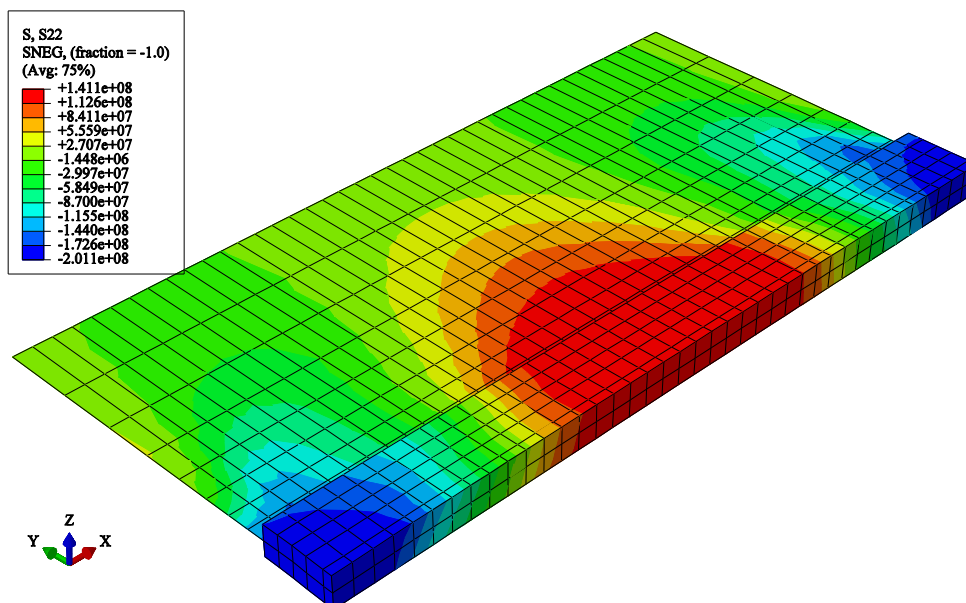
#### 4.3.2.3. 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t

Numerički model i mreža konačnih elemenata identični su onima iz toplinske analize, slika 33. i slika 34. Razlika je jedino u vrsti konačnih elemenata, koji u mehaničkoj analizi za 3D postaju C3D8R, a za ljuskasti dio S4R. Rubni uvjeti jednaki su onima postavljenima za 3D model, slika 40.

Povezivanje 3D zone i ljuskastog dijela izvršeno je pomoću opcije *shell – to – solid coupling*, s time da je kao *master surface* uzet set čvorova linije ljuske (*eng. node region*) koja je u doticaju s 3D zonom, a kao *slave surface* uzeta je površina 3D zone u doticaju s ljuskom. Isto kao i kod opcije *tie* u toplinskoj analizi, ovdje je također preporuka da se kao *slave surface* uvijek uzima gušće diskretizirani dio u interakciji jer bi u protivnom analiza mogla dati krive rezultate i teći sporije. Raspodjela longitudinalnog naprezanja po cijelom modelu nakon završetka cijelog procesa prikazana je na slici 50., a na slici 51. može se vidjeti raspodjela transverznog naprezanja.

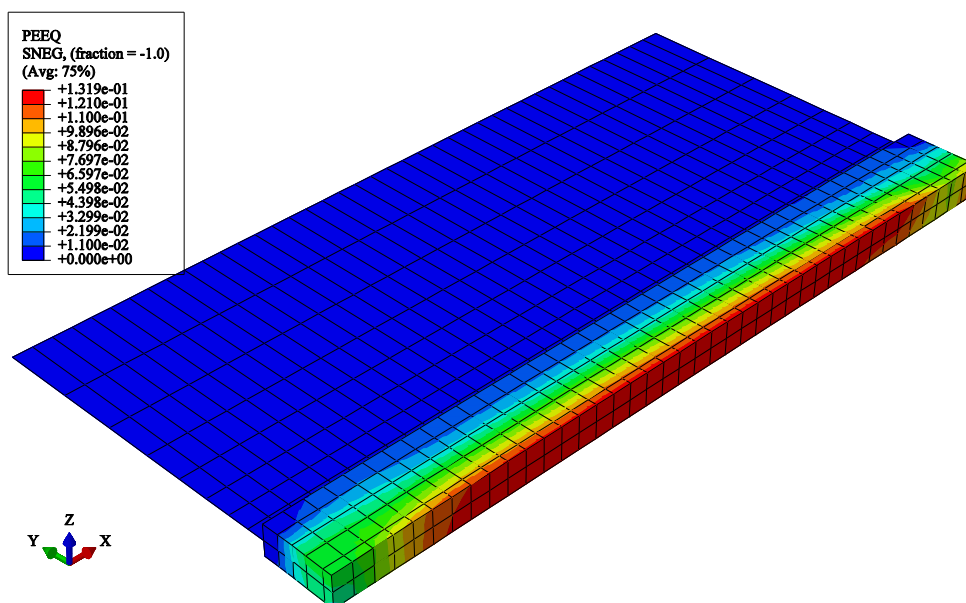


Slika 50. Raspodjela longitudinalnog naprezanja  $\sigma_x$  (N/m<sup>2</sup>) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t



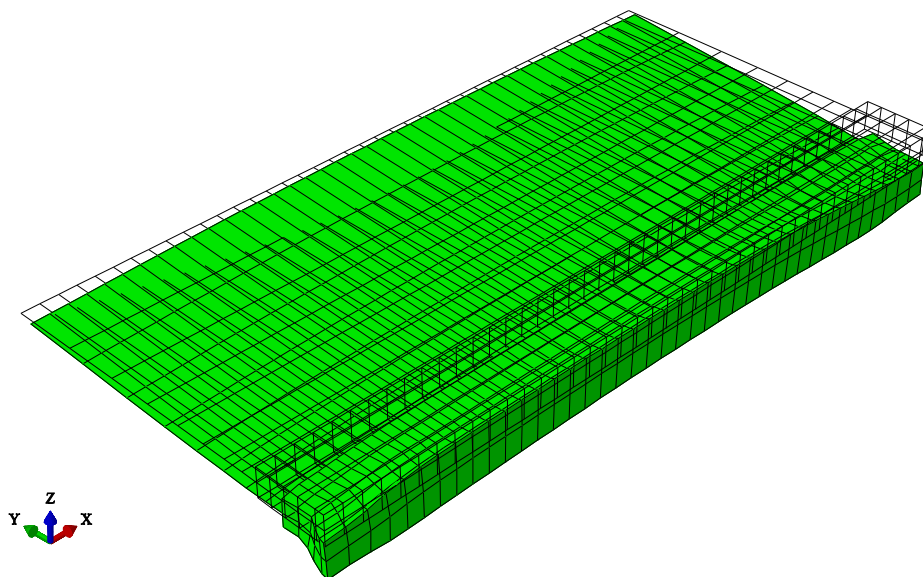
**Slika 51. Raspodjela transverzalnog napreznja  $\sigma_y$  (N/m<sup>2</sup>) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t**

Maksimalna longitudinalna i transverzalna napreznja 3D/ljuskastog modela s širinom 3D zone 2,5t razlikuju se minimalno od 3D modela. Maksimalno longitudinalno napreznje nalazi se na sredini zavara i iznosi 235 N/mm<sup>2</sup>, a maksimalno transverzalno napreznje nalazi se na rubovima i iznosi 201,1 N/mm<sup>2</sup>. Sa slika 50. i 51. uočavamo diskontinuirani prijelaz napreznja s 3D zone na ljuskasti dio ploče što svakako nije poželjna pojava. Kako bi se riješili tog problema, potrebno je povećati širinu 3D zone. Plastificirani dio područja zavara i oko njega dan je prikazom ekvivalentne plastične deformacije na slici 52.



**Slika 52. Raspodjela ekvivalentne plastične deformacije na 3D/ljuskastom modelu s širinom 3D zone 2,5t**

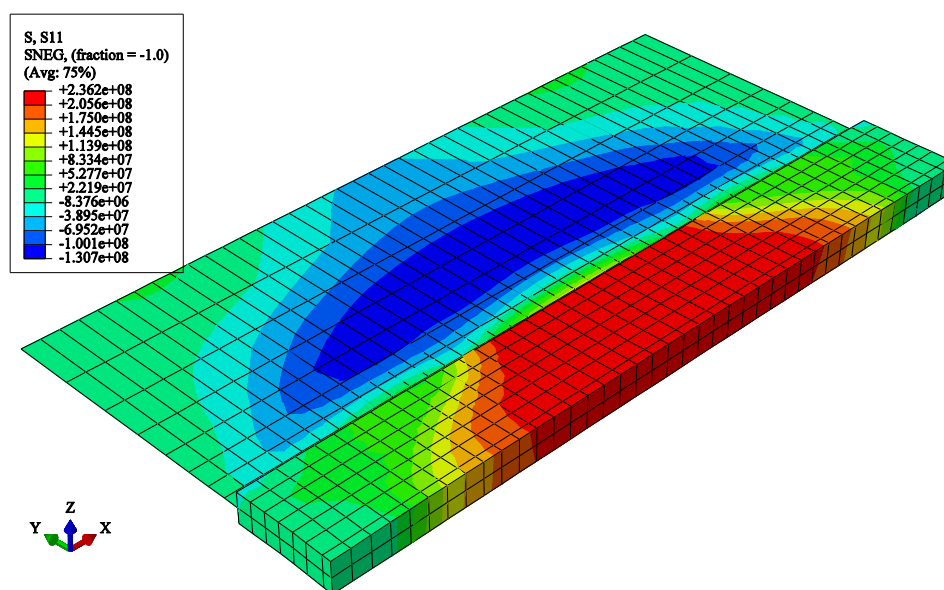
Nedeformirano stanje i deformirani oblik ploče po završetku zavarivanja prikazani su na slici 53. Uočavamo da je deformiranje veoma slično opisanom deformiranju 3D modela.



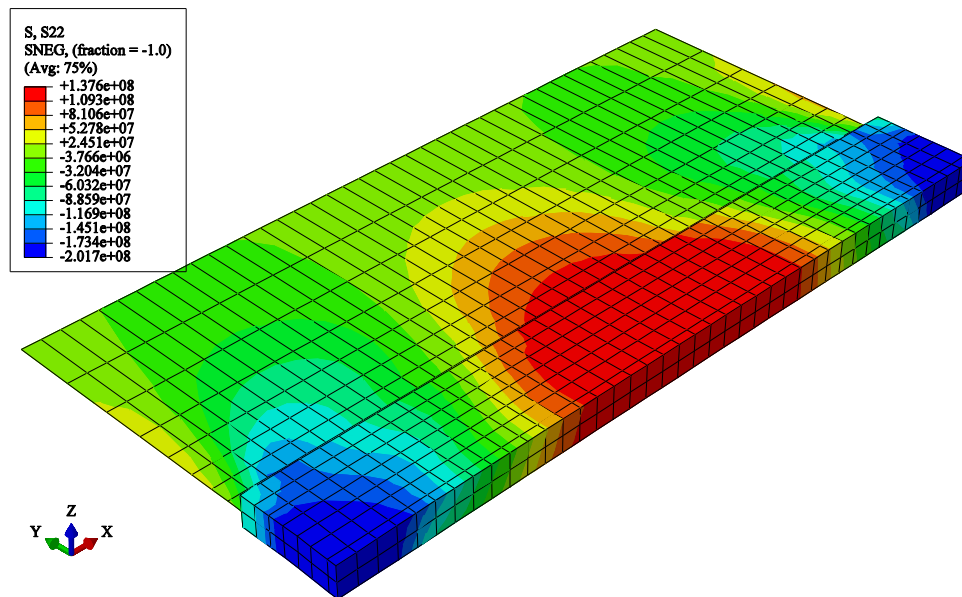
**Slika 53. Nedeformirano stanje i deformirani oblik 3D/ljuskastog modela s širinom 3D zone 2,5t (faktor uvećanja = 10)**

#### 4.3.2.4. 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t

Numerički model i mreža konačnih elemenata identični su onima iz toplinske analize, slika 36. i slika 37., a postavke modela jednake su prethodnom modelu. Raspodjela longitudinalnog naprezanja po cijelom modelu nakon završetka cijelog procesa prikazana je na slici 54., a na slici 55. može se vidjeti raspodjela transverzalnog naprezanja.



**Slika 54. Raspodjela longitudinalnog naprezanja  $\sigma_x$  (N/m<sup>2</sup>) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t**

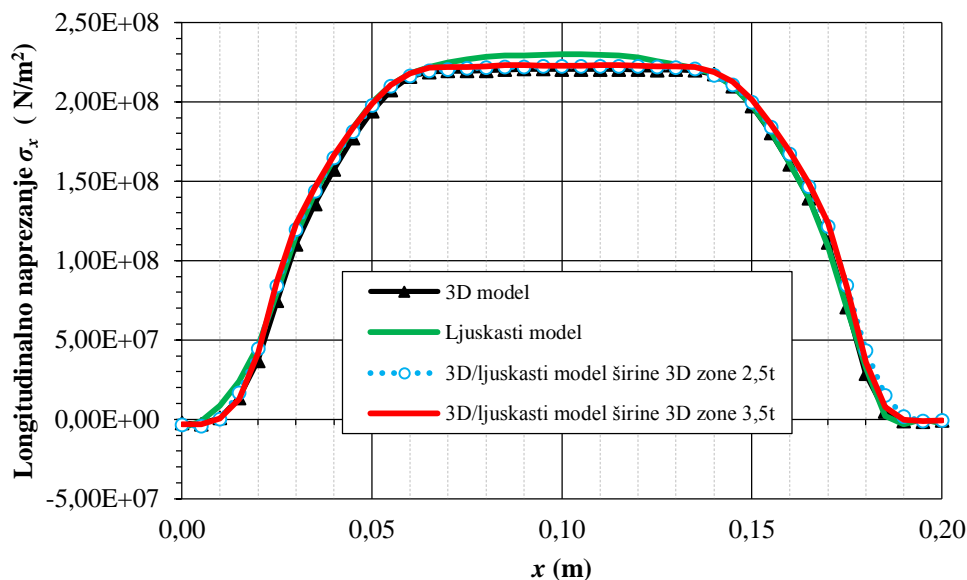


**Slika 55. Raspodjela transverzalnog naprezanja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t**

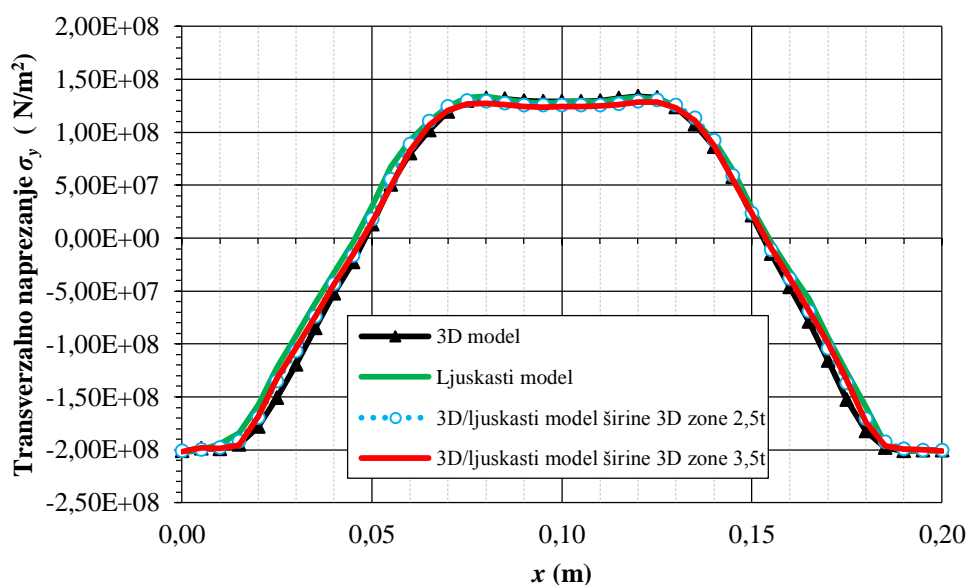
Povećanjem 3D zone može se uočiti smanjenje skoka naprezanja s 3D zone na ljuskasti model, čime se naravno dobiva na točnosti simulacije. Veličine maksimalnih naprezanja ostaju približno jednake kao i kod 3D modela. Budući da su deformirani oblik razmatranog modela te raspodjela ekvivalentne plastične deformacije vizualno veoma slični onima 3D/ljuskastog modela širine 3D zone 2,5t u ovom radu neće biti prikazani.

#### 4.3.2.5. Dijagramska usporedba rezultata mehaničke analize

U nastavku je prikazana usporedba naprezanja i pomaka s linija  $x$  i  $y$  za sva četiri modela analizirana klasičnom metodom. Dijagram koji prikazuje raspodjelu longitudinalnih naprezanja po liniji  $x$  prikazan je na slici 56., a dijagram koji prikazuje raspodjelu transverzalnih naprezanja po istoj toj liniji prikazan je na slici 57.

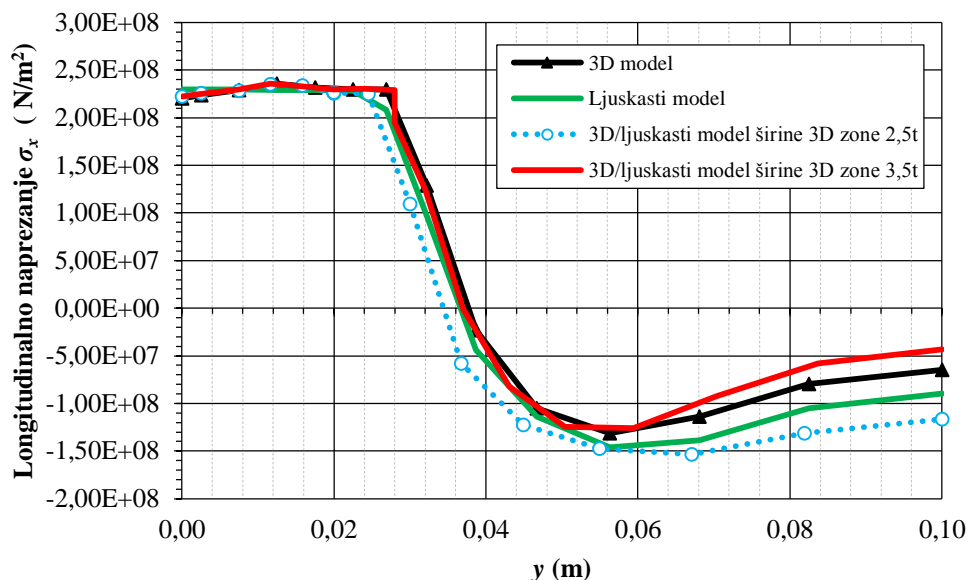


Slika 56. Raspodjela longitudinalnog naprezanja  $\sigma_x$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $x$

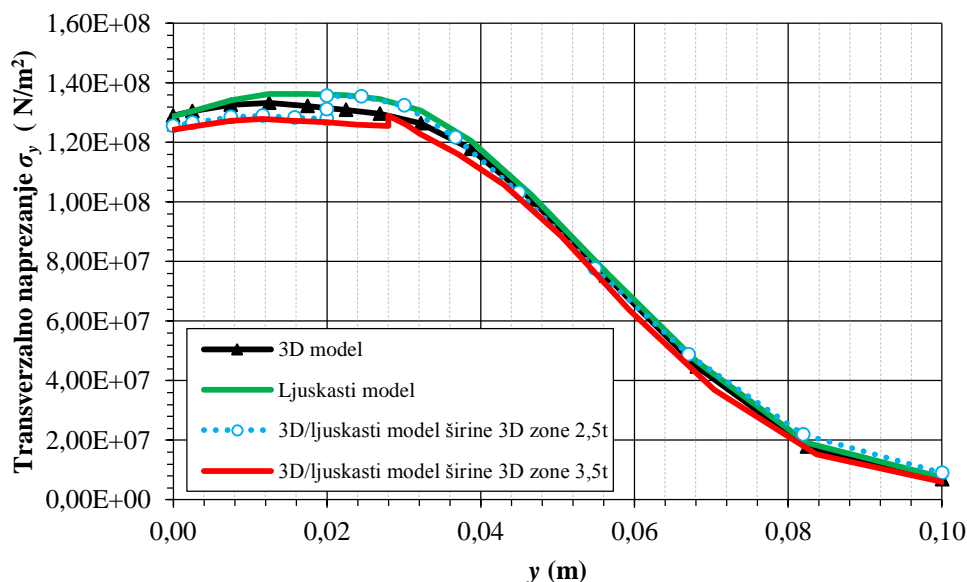


Slika 57. Raspodjela transverznog naprezanja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $x$

Pogledom na sliku 56. i 57. zaključujemo da se longitudinalno i transverzalno naprezanje koje prate gornju središnju liniju zavara (linija  $x$ ) minimalno razlikuju za sva četiri modela analizirana klasičnom metodom. Raspodjela longitudinalnog naprezanja po liniji  $y$  prikazana je dijagramom na slici 58., a raspodjela transverznog naprezanja po istoj liniji prikazana je dijagramom na slici 59.



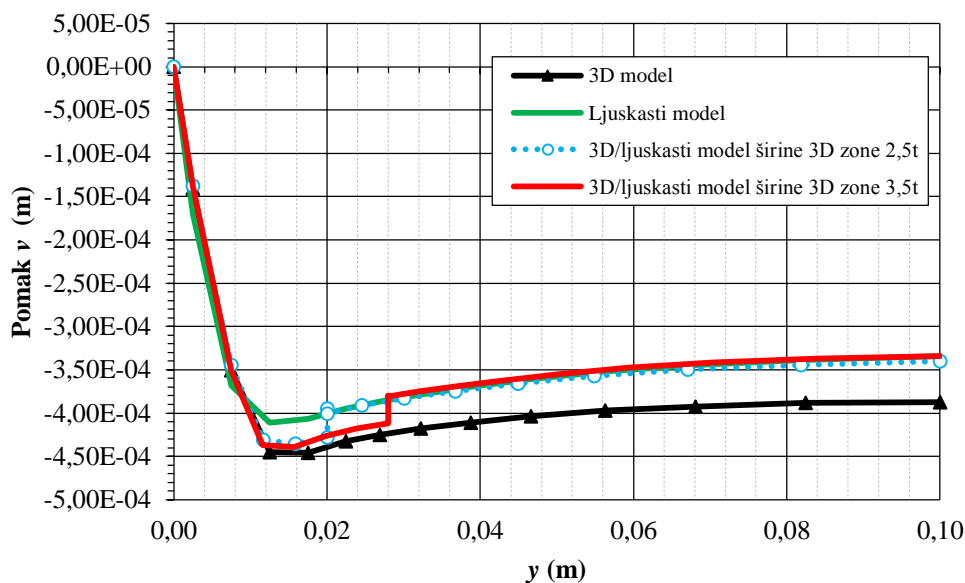
Slika 58. Raspodjela longitudinalnog naprezanja  $\sigma_x$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $y$



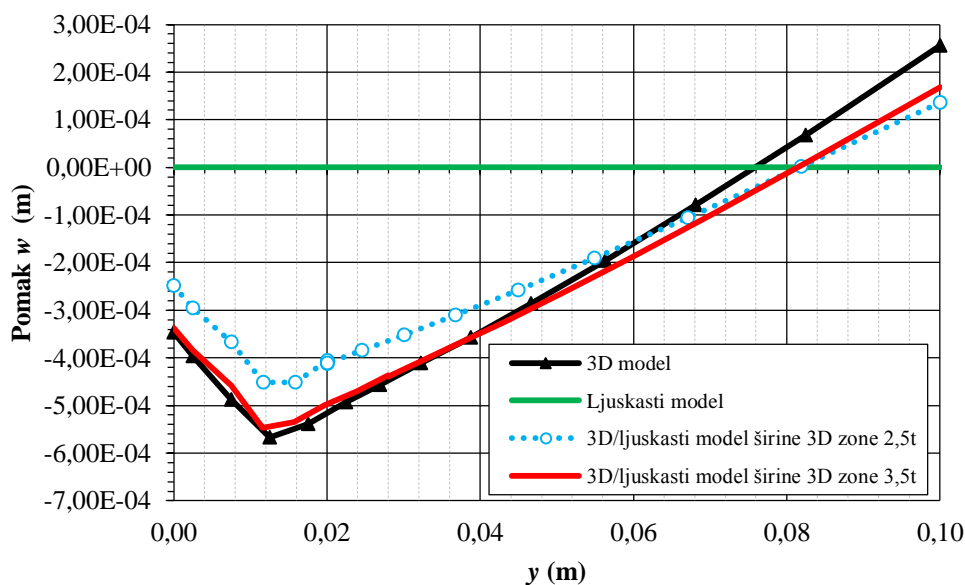
Slika 59. Raspodjela transverzalnog naprezanja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $y$

Dijagram raspodjele longitudinalnog naprezanja po liniji  $y$ , slika 58., ukazuje na skokove naprezanja 3D/ljuskastih modela širine 3D zone 2,5t i 3,5t na prijelazu 3D zone na ljuskasti dio ploče. Model sa širom 3D zonom očito puno bolje prati naprezanje 3D modela te se iz tog razloga može usvojiti kako je upravo 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t optimalan izbor pri modeliranju sličnih problema. Kod transverzalnih naprezanja do najvećih razlika dolazi u području zavera i njegove blizine, s najvećim odstupanjem kod ljuskastog modela. 3D/ljuskasti modeli pokazuju smanjenje odstupanja uz korištenje šire 3D zone. Također, važno je napomenuti da primjena 3D/ljuskastog modela dovodi do znatne uštede u vremenu numeričke

simulacije, koje je u analiziranom slučaju otprilike 30 % kraće u odnosu na potpuni 3D model. Na slici 60. prikazana je raspodjela pomaka u smjeru osi  $y$  po liniji  $y$ , a na slici 61. nalazi se raspodjela pomaka u smjeru osi  $z$  po liniji  $y$ .



Slika 60. Raspodjela pomaka u smjeru osi  $y$ ,  $v$  (m) po liniji  $y$



Slika 61. Raspodjela pomaka u smjeru osi  $z$ ,  $w$  (m) po liniji  $y$

Dijagram sa slike 60. sugerira kako je transversalno skupljanje najmanje kod ljuskastog modela, a kod 3D/ljuskastih modela smanjeno u usporedbi s 3D modelom. Također, 3D/ljuskasti modeli očito ne prenose dobro transversalne pomake jer se na oba modela pri prijelazu s 3D na ljuskastu zonu pojavljuje skok, odnosno naglo smanjenje pomaka. Što se progiba sa slike 61. tiče, može se uočiti već prije obrazložena činjenica kako ljuskastim nije



moguće simulirati savijanje ploče. 3D/ljuskasti modeli pokazuju kruće ponašanje od 3D modela, s tim da je model s većom širinom 3D zone podatljiviji od onoga s manjom 3D zonom.

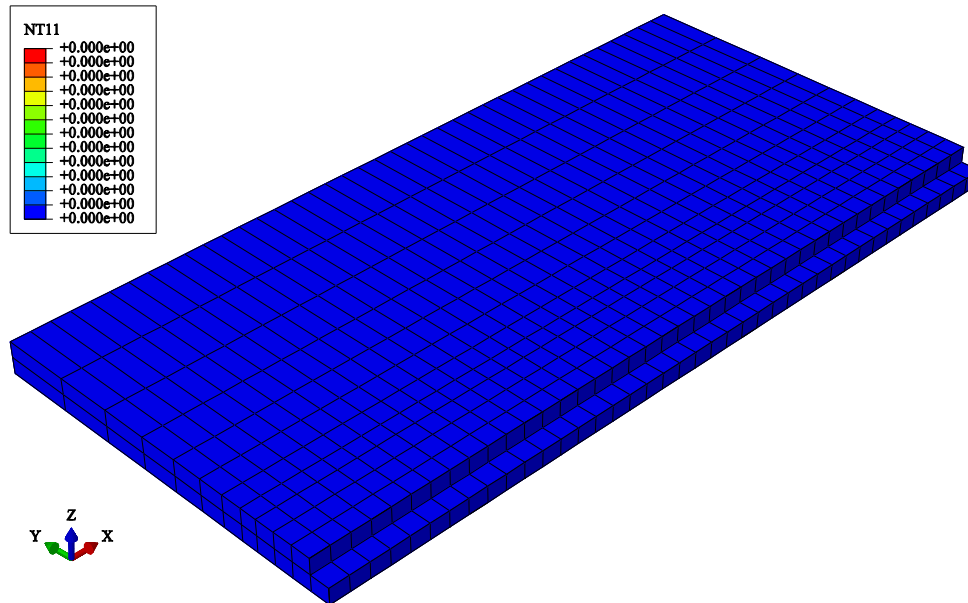
#### **4.4. Metoda rađanja elemenata**

Metoda rađanja elemenata zasigurno je točnija od klasične metode zavarivanja budući da se njome vjerodostojnije može modelirati realan proces stvaranja materijala prolaskom elektrode, ali je računalno zahtjevnija što se pogotovo primjećuje na većim modelima. Modeliranje se u *Abaqusu* [10] provodi na način da se prije početka unosa topline deaktiviraju svi konačni elementi na koje će se kasnije dodjeljivati toplinski tok, a zatim se tijekom unosa topline reaktiviraju kako elektroda stiže do njih. Navedeno je omogućeno opcijom *model change*. Deaktivacija ne znači da elementi potpuno nestaju iz modela, već im se matrice toplinskog kapaciteta i provođenja u toplinskoj analizi, odnosno matrice krutosti u mehaničkoj analizi postave na nulu. U mehaničkoj analizi elementi se mogu reaktivirati na dva načina, bez deformacije (*strain free*) ili s deformacijom (*with strain*). Aktivacijom bez deformacije elementi su resetirani na „popušteno“ stanje, odnosno reaktiviraju se u postojeću konfiguraciju bez deformacija i naprezanja. Suprotno tome, reaktivacijom s deformacijom elementima se u postojećoj konfiguraciji dodjeljuje akumulirana deformacija od njihovog početnog stanja kod kojeg su bili deaktivirani. U ovom radu korištena je reaktivacija s deformacijom. Rubni uvjeti dodijeljeni deaktiviranim elementima također se deaktiviraju, a do njihove ponovne aktivacije dolazi s reaktivacijom elemenata.

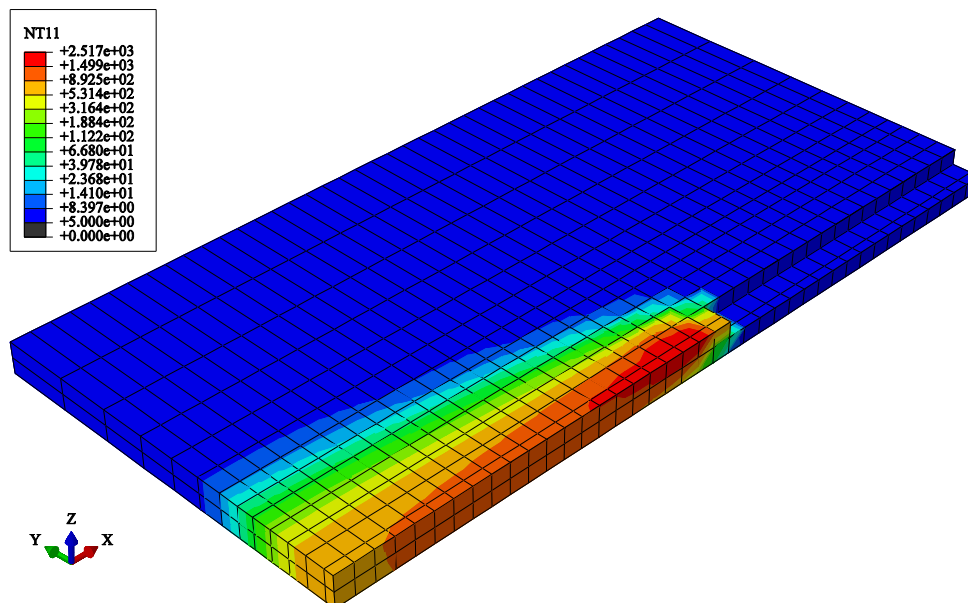
##### **4.4.1. Toplinska analiza**

###### **4.4.1.1. 3D model**

Numerički model, rubni uvjeti i mreža konačnih elemenata već su opisani u klasičnoj metodi za 3D model, a prikazani su na slikama 25., 26., 27. Analiza je podijeljena u 42 koraka od kojih 40 služi za reaktivaciju i unos topline u pojedine setove konačnih elemenata u trajanju od jedne sekunde, a preostala 2 namijenjena su hlađenju nakon svakog od prolaza elektrode. Kao što je napomenuto, analiza počinje s deaktiviranim elementima, a kako to izgleda prikazuje slika 62. Slika 63. prikazuje dobivene temperaturno polje dobiveno početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode.



Slika 62. Početno temperaturno polje i deaktivirani elementi 3D modela analiziranog metodom rađanja

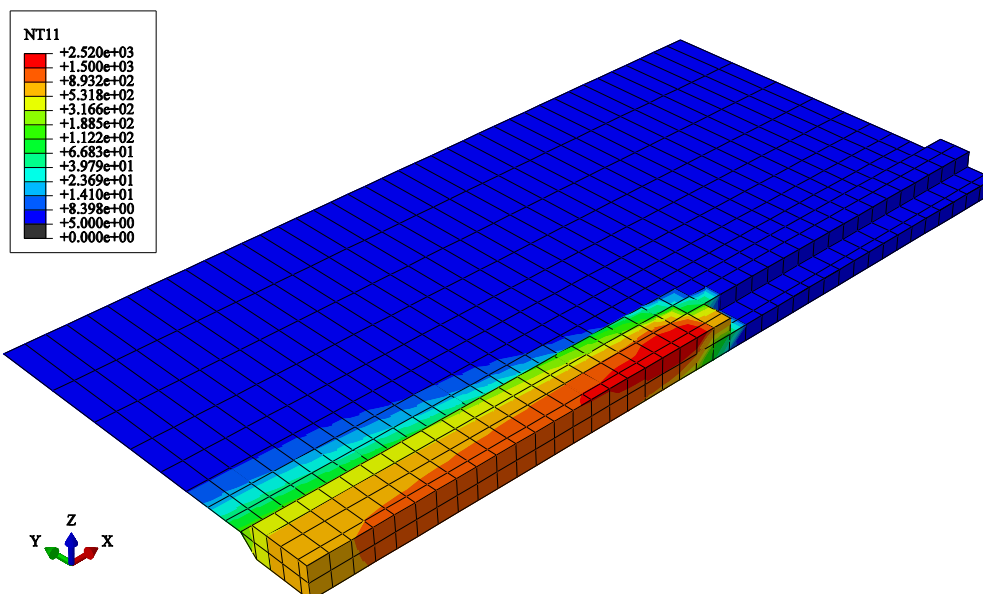


Slika 63. Temperaturno polje na 3D modelu analiziranog metodom rađanja elemenata početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode,  $T$  (°C)

Iz slike 62. uočavamo da metoda rađanja elemenata u usporedbi s klasičnom metodom daje nešto nižu maksimalnu temperaturu na modelu.

#### 4.4.1.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t

Numerički model, rubni uvjeti i mreža konačnih elemenata već su opisani u klasičnoj metodi za 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t, a prikazani su na slikama 33. i 34. Raspodjela temperature početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode dana je na slici 64.

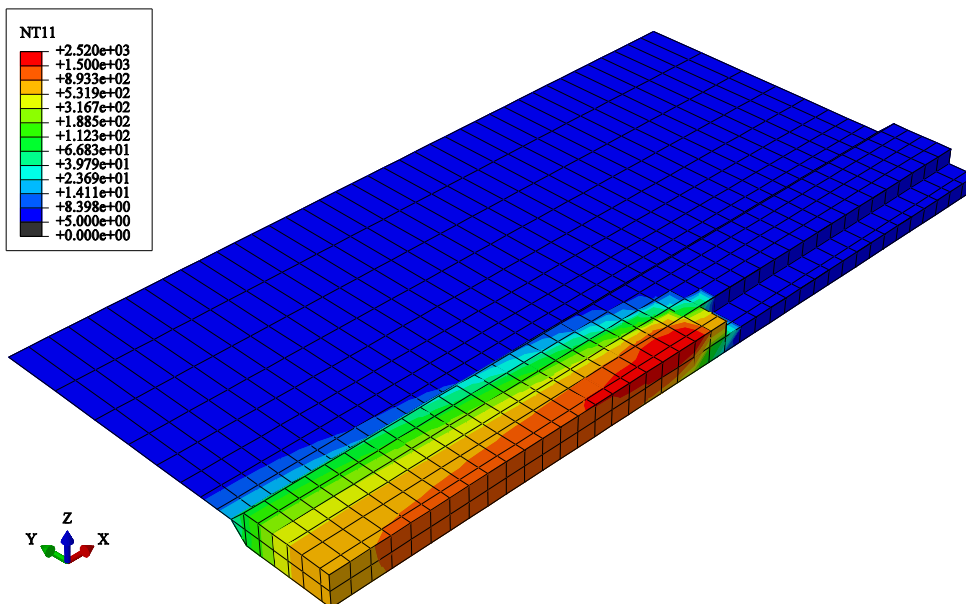


**Slika 64.** Temperaturno polje na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog metodom rađanja elemenata početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode,  $T$  (°C)

Usporedbom temperaturnog polja 3D/ljuskastog modela širine 3D zone 2,5t prikazanog na slici 64. i temperaturnog polja 3D modela prikazanog na slici 63. uočavamo dobro poklapanje rezultata dvaju modela, a odabrana širina 3D zone otprilike pokriva dio s najizraženijim toplinskim gradijentima. Isto kao i u slučaju s potpunim 3D modelom uočavamo da metoda rađanja elemenata u usporedbi s klasičnom metodom za 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t daje nešto nižu maksimalnu temperaturu na modelu.

#### 4.4.1.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t

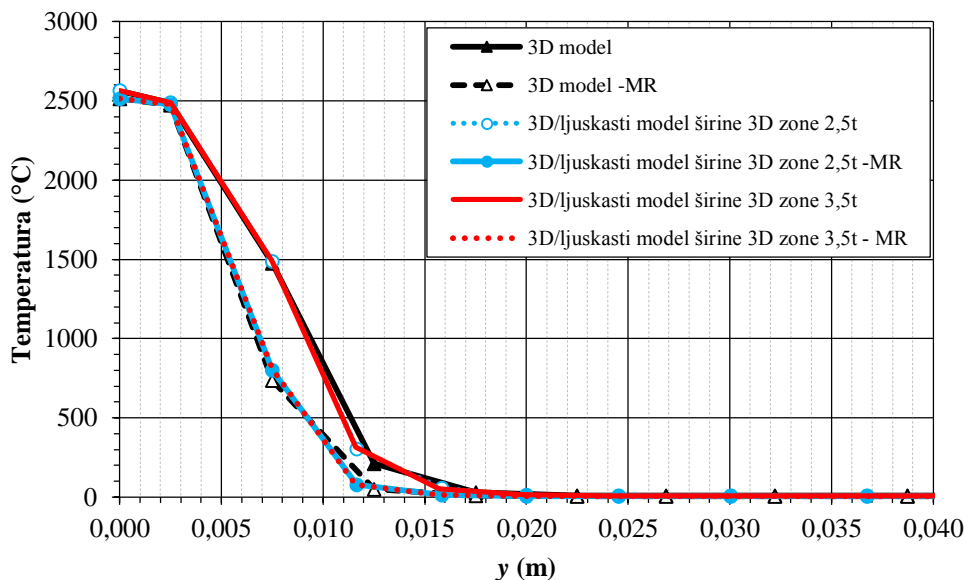
Numerički model, rubni uvjeti i mreža konačnih elemenata već su opisani u klasičnoj metodi za 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t, a prikazani su na slikama 36. i 37. Raspodjela temperature početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode dana je na slici 65.



Slika 65. Temperaturno polje na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode,  $T(^{\circ}\text{C})$

4.4.1.4. Dijagramska usporedba rezultata toplinske analize

Dijagram na slici 66. predstavlja raspodjelu temperature po liniji y za tri modela analizirana klasičnom metodom i metodom rađanja elemenata.



Slika 66. Dijagramska usporedba rezultata za različite numeričke modele početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode

Iz slike 66. vidljivo je da se modeliranjem klasičnom metodom dobivaju nešto veće vrijednosti temperatura. Budući da u numeričkim simulacijama temperaturno polje predstavlja ulazno

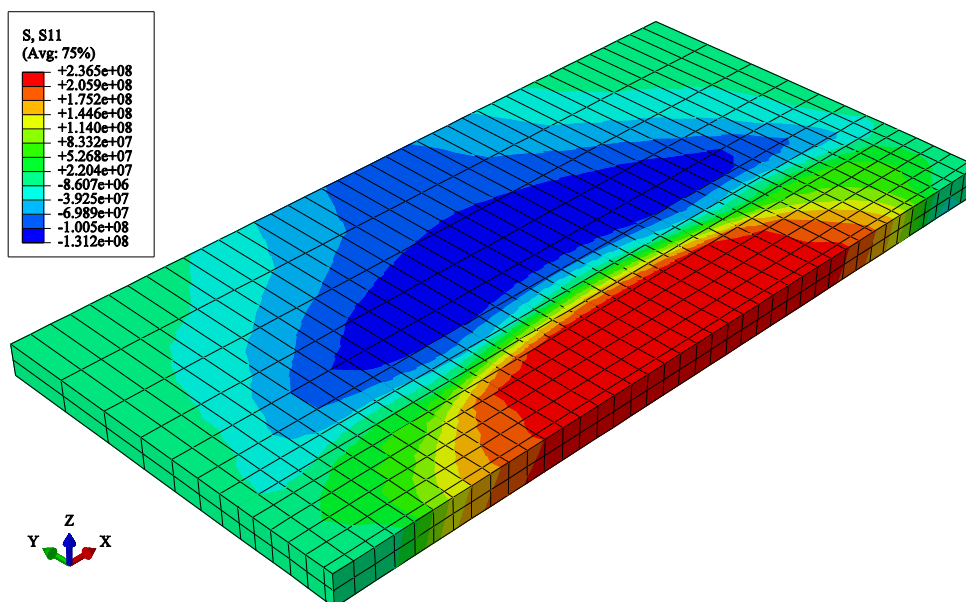
opterećenje u mehaničkoj analizi, pretpostavljamo da ćemo klasičnom metodom dobiti i nešto veća zaostala naprezanja.

#### 4.4.2. Mehanička analiza

##### 4.4.2.1. 3D model

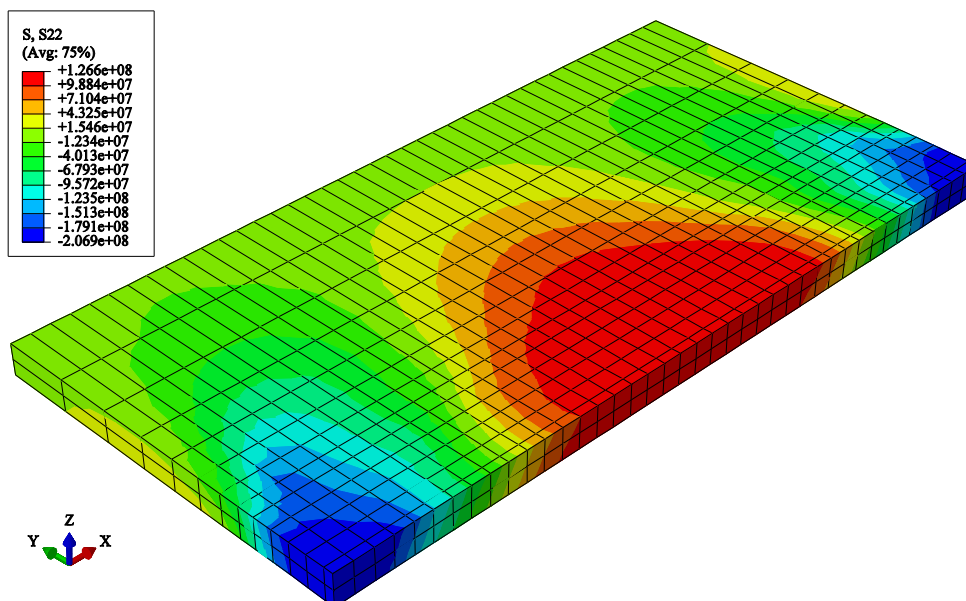
Postavke 3D modela ostaju iste kao i u analizi klasičnom metodom, a mijenja se samo način dodjeljivanja temperaturnog opterećenja koji mora biti u skladu s reaktivacijama setova elemenata u toplinskoj analizi.

Raspodjela longitudinalnog naprezanja nakon završetka cijelog procesa prikazana je na slici 67., a na slici 68. može se vidjeti raspodjela transverzalnog naprezanja.



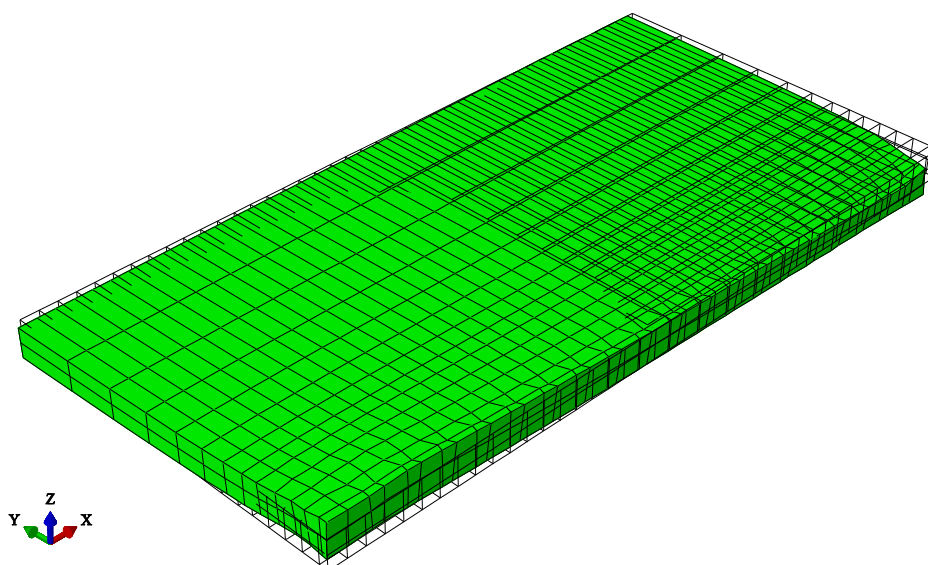
**Slika 67. Raspodjela longitudinalnog naprezanja  $\sigma_x$  ( $\text{N/m}^2$ ) na 3D modelu analiziranog metodom rađanja elemenata**

Usporedbom slika 67. i 68. sa slikama 41. i 42. koje prikazuju raspodjelu naprezanja za 3D model analiziran pomoću klasične metode, možemo uočiti određena odstupanja koja ćemo detaljnije razmotriti u dijagramskom prikazu.



**Slika 68.** Raspodjela transverznog napreznja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) na 3D modelu analiziranog metodom rađanja elemenata

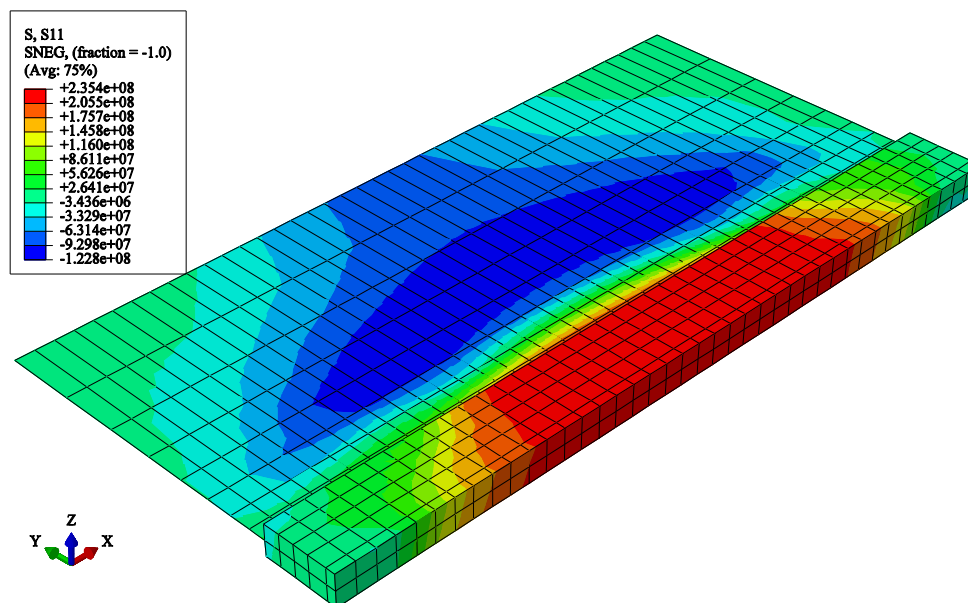
Nedeformirano stanje i deformirani oblik ploče po završetku zavarivanja prikazani su na slici 69.



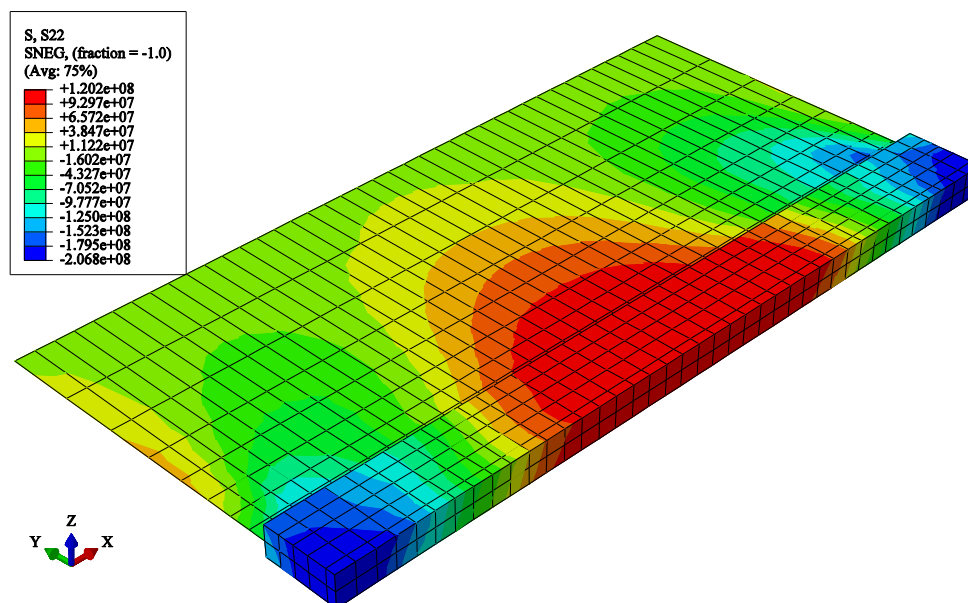
**Slika 69.** Nedeformirano stanje i deformirani oblik 3D modela analiziranog metodom rađanja elemenata (faktor uvećanja = 10)

#### 4.4.2.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t

Raspodjela longitudinalnog napreznja nakon završetka cijelog procesa prikazana je na slici 70., a na slici 71. može se vidjeti raspodjela transverznog napreznja.



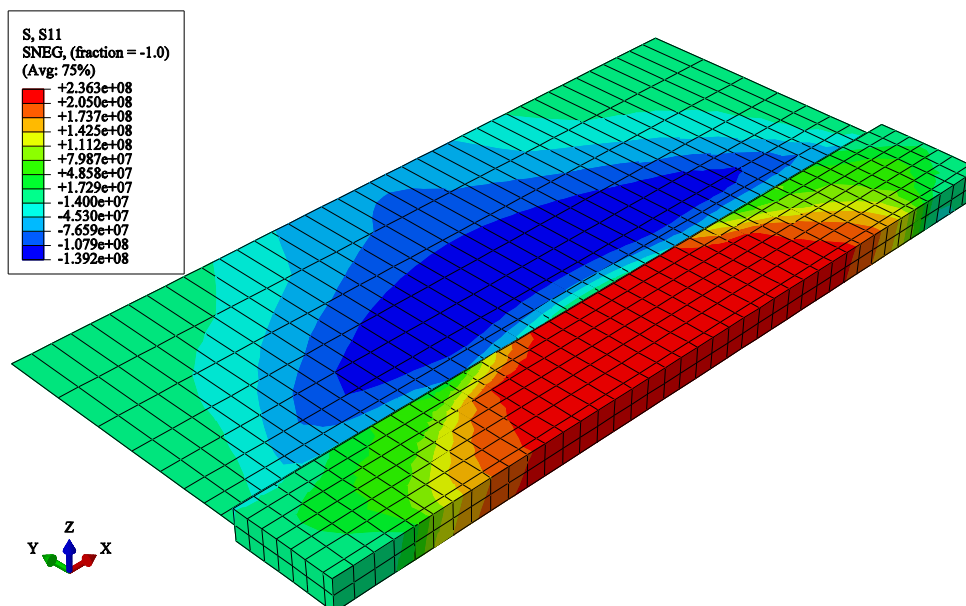
Slika 70. Raspodjela longitudinalnog napreznja  $\sigma_x$  (N/m<sup>2</sup>) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog metodom rađanja elemenata



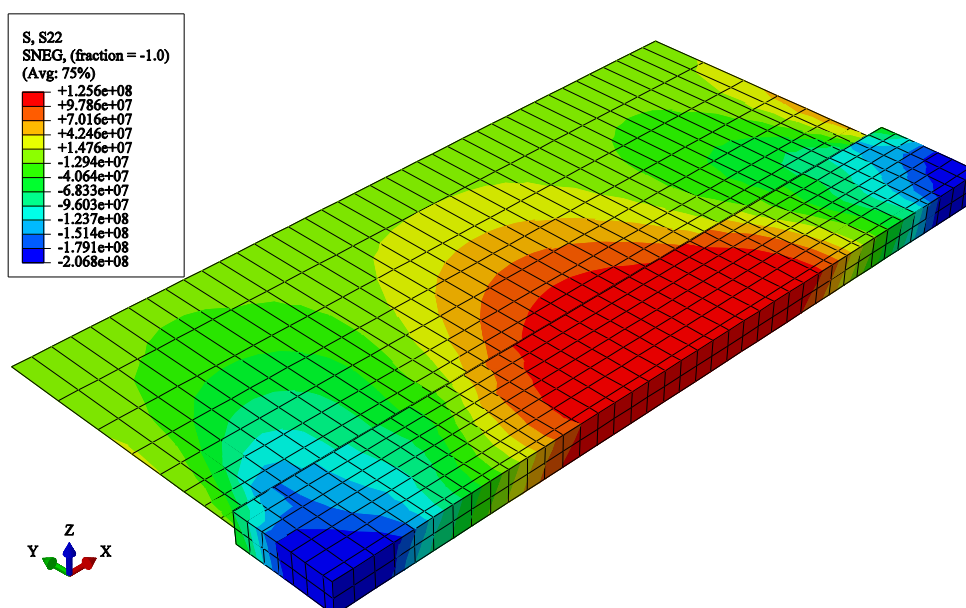
Slika 71. Raspodjela transverznog napreznja  $\sigma_y$  (N/m<sup>2</sup>) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog metodom rađanja elemenata

#### 4.4.2.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t

Raspodjela longitudinalnog napreznja nakon završetka cijelog procesa prikazana je na slici 72., a na slici 73. može se vidjeti raspodjela transverznog napreznja.



Slika 72. Raspodjela longitudinalnog napreznja  $\sigma_x$  ( $\text{N/m}^2$ ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog metodom rađanja elemenata

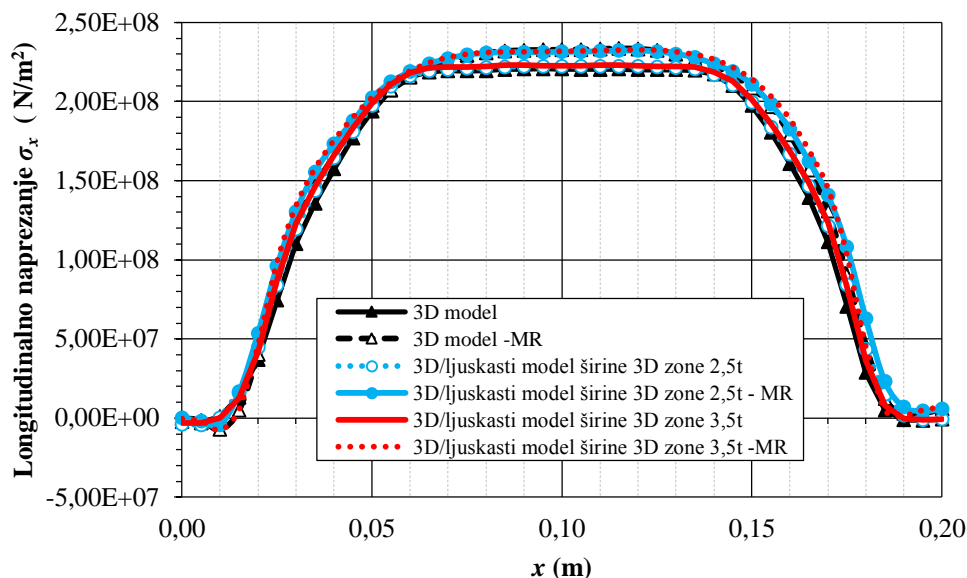


Slika 73. Raspodjela transverznog napreznja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog metodom rađanja elemenata

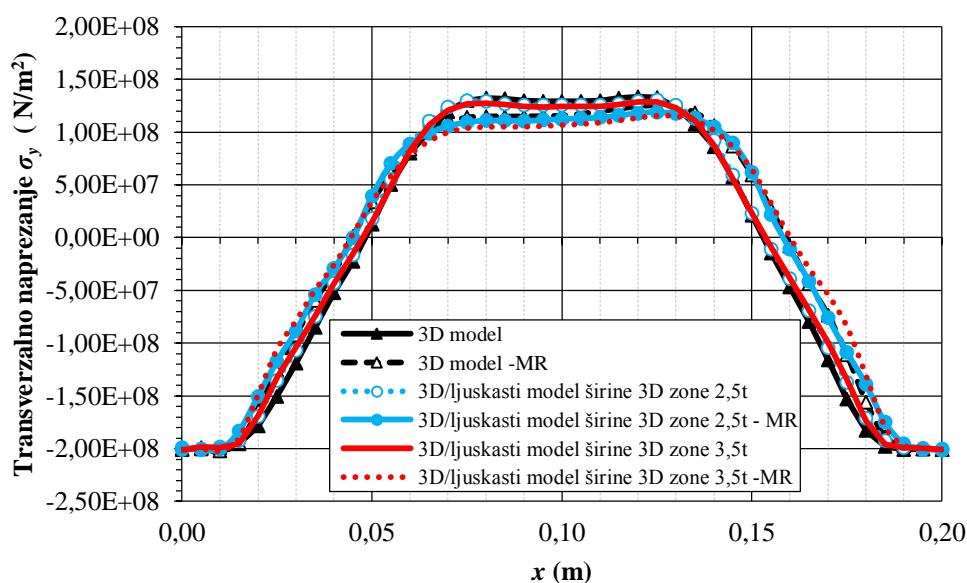
#### 4.4.2.4. Dijagramska usporedba rezultata mehaničke analize

Prikazi raspodjele longitudinalnih i transverzalnih napreznja analiziranih klasičnom metodom i metodom rađanja elemenata duž linije  $x$  i  $y$  dani su redom na slikama 74., 75., 76. i 77.



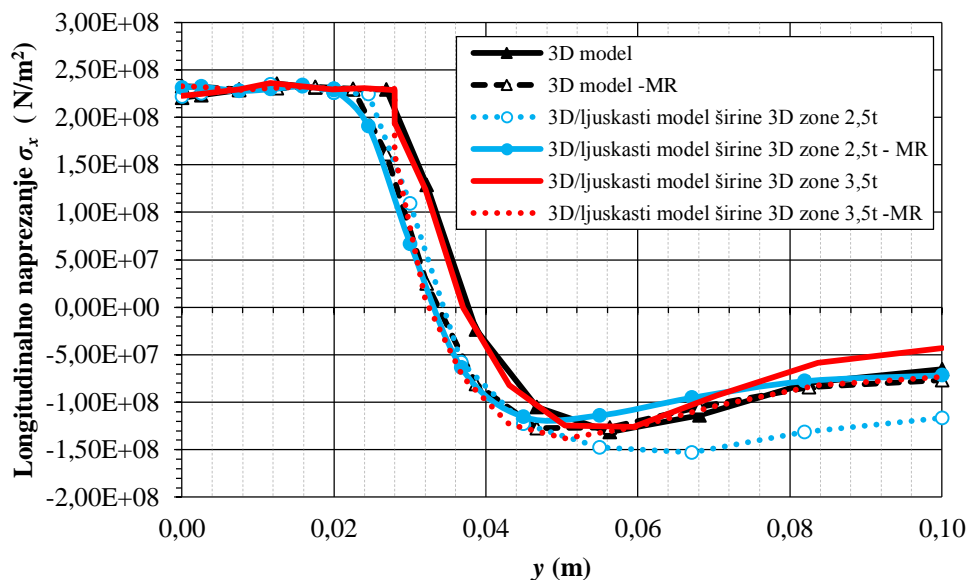


Slika 74. Raspodjela longitudinalnih naprezanja  $\sigma_x$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $x$  za različite numeričke modele

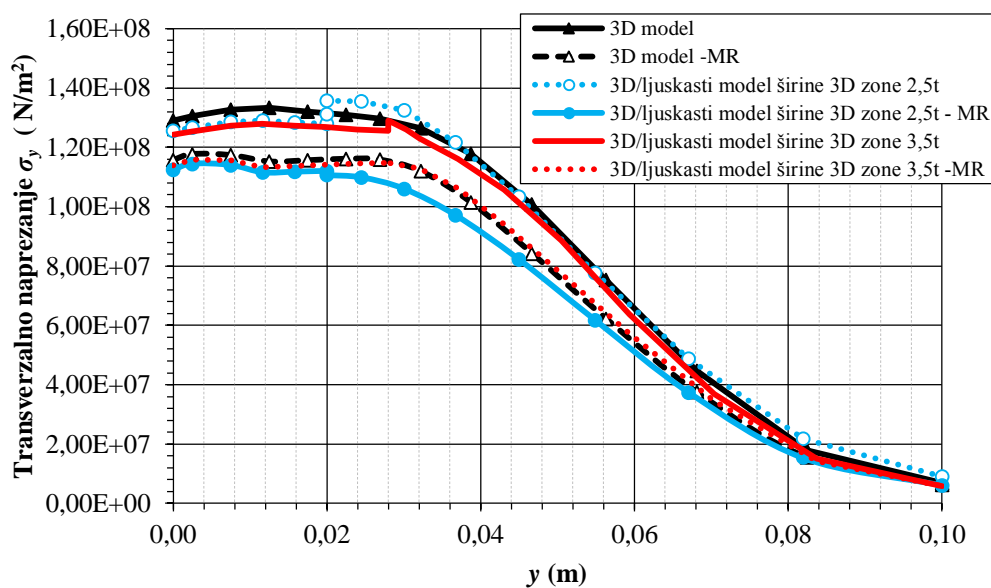


Slika 75. Raspodjela transverzalnih naprezanja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $x$  za različite numeričke modele

Promatranjem longitudinalnih naprezanja na slici 74. uviđa se kako do razlike dolazi u središnjem dijelu zavara, gdje metoda rađanja postiže nešto više vrijednosti. Kod transverzalnih naprezanja prikazanih dijagramom na slici 75. u sredini zavara metoda rađanja postiže niže vrijednosti.

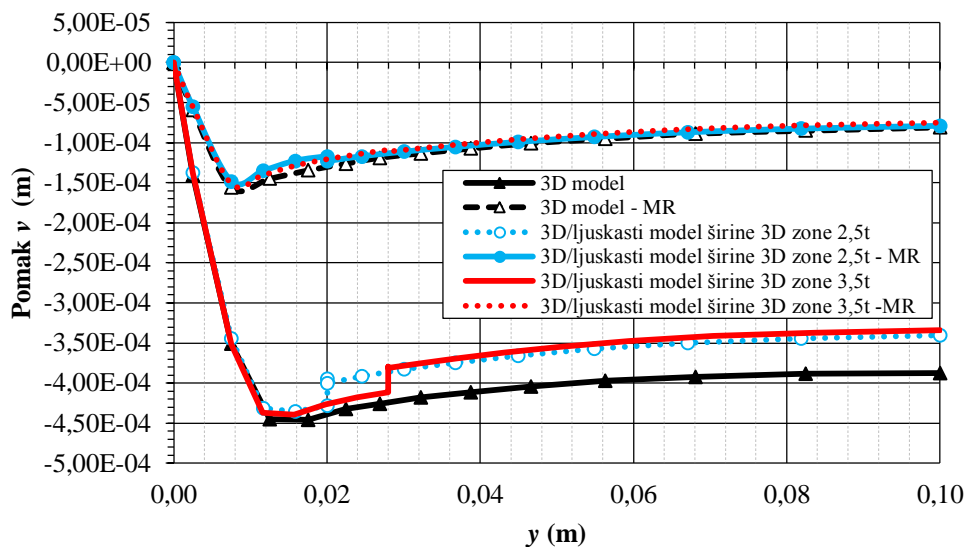


Slika 76. Raspodjela longitudinalnih napreznja  $\sigma_x$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $y$  za različite numeričke modele

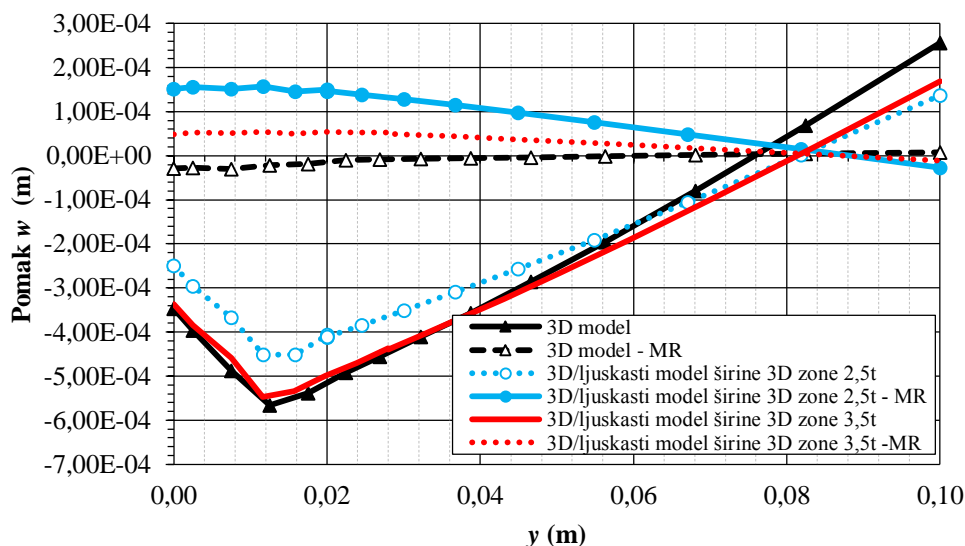


Slika 77. Raspodjela transverzalnih napreznja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $y$  za različite numeričke modele

Na slici 76. može se vidjeti lagano odstupanje longitudinalnog napreznja dobivenog klasičnom metodom od napreznja dobivenog metodom rađanja elemenata. Slika 77. prikazuje zamjetno veće vrijednosti transverzalnog napreznja dobivenog klasičnom metodom od napreznja dobivenih metodom rađanja elemenata i to pogotovo u području uz zavar, a idući prema rubovima ta se razlika smanjuje. Raspodjela pomaka u smjeru osi  $y$  i  $z$  po liniji  $y$  prikazana je na slici 78. i 79.



Slika 78. Raspodjela pomaka u smjeru osi  $y$ ,  $v$  (m) po liniji  $y$



Slika 79. Raspodjela pomaka u smjeru osi  $z$ ,  $w$  (m) po liniji  $y$

Pogledom na sliku 78. uviđa se velika razlika u pomacima u smjeru osi  $y$  za razmatrane modele. S druge strane, pomaci u smjeru osi  $z$  prikazani na slici 79. pokazuju potpuno suprotno ponašanje modela analiziranog klasičnom metodom od modela analiziranog metodom rađanja elemenata. Pri korištenju materijalnog modela iz [11] metoda rađanja elemenata pokazala je minimalno odstupanje pomaka u smjeru  $z$ , ali upotrebom materijalnog modela dobivenog od tvrtke *Alstom* dobiva se potpuno drugačiji deformirani oblik.

Općenito, može se zaključiti kako analiza klasičnom metodom daje nešto veće vrijednosti naprezanja i pomaka od analize metodom rađanja elemenata, što je svakako prednost ako se gleda strana sigurnosti. Uzimanjem u obzir i računalnu zahtjevnost metode rađanja elemenata

što se pogotovo pokazuje na numeričkim modelima s velikim brojem stupnjeva slobode, može se reći kako je za većinu analiza zavarivanja pogodnija jednostavnija klasična metoda.

#### 4.5. Abaqus Welding Interface (AWI) [12,13]

Simulacije procesa zavarivanja su komplicirane jer često zahtijevaju točan prikaz geometrijskih značajki, više prolaza elektrode, temperaturno ovisna materijalna svojstva, što točnije zadavanje toplinskih i mehaničkih rubnih uvjeta itd. Kreiranje numeričkog modela, koji uzima u obzir gore sve navedene detalje, u praksi je dosta zamorno te dovodi do značajnog gubitka korisničkog vremena.

*Abaqus Welding Interface* (u daljnjem tekstu: AWI) [12] osmišljen je kao dodatak programskom paketu *Abaqus* [10] kako bi se korisničko vrijeme pripreme numeričkog modela značajno smanjilo automatiziranjem vremenski najzahtjevnijih poslova kao što su npr: odabir setova konačnih elemenata, kreiranje stepova, rađanje elemenata itd. AWI [12] je integriran u stablo *Abaqus* [10] grafičkog sučelja te je slobodno dostupan uz postojeću *Abaqus* licencu [10].

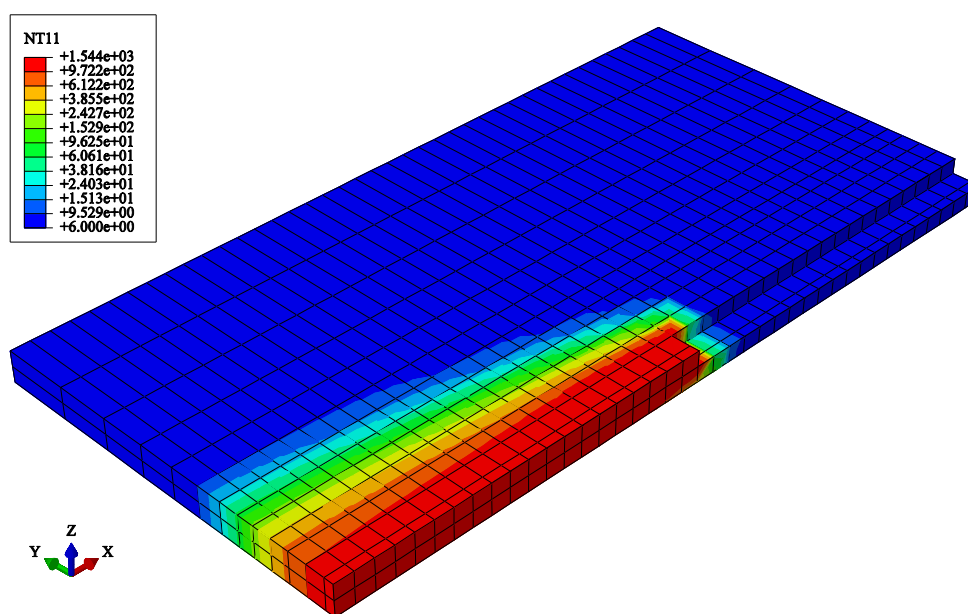
Problem prijenosa topline spregnut je s nelinearnom mehaničkom analizom sekvencijalno spregnutom metodom, a modeliranje unosa topline riješeno je metodom rađanja elemenata koji se u trenutku reaktivacije nalaze na zadanoj temperaturi. Važno je napomenuti da AWI [12] koristi temperaturu taljenja materijala kao opterećenje u toplinskoj analizi umjesto toplinskog toka što svakako predstavlja nedostatak budući da se temperatura taljenja razlikuje za svaki materijal, a toplinski tok je uvijek određen parametrima zavarivanja (naponom, strujom te koeficijentom učinkovitosti električnog luka).

AWI [12] ne radi na cijelom sklopu, već na dijelu, tako da je svu pripremu zavara od definiranja površina, setova, particioniranja itd. potrebno je raditi u modulu *Part*. Za kompliciranije konstrukcije od više dijelova, kao npr. kombinirani 3D/ljuskasti model, potrebno je uvesti neke dodatne korake. Ovaj dio također predstavlja svojevrsan nedostatak budući da želimo izbjeći korištenje potpunog 3D modela u svrhu smanjenja računalnog vremena. Na dijelu konstrukcije na kojem se nalazi zavar, korisnik može samostalno odabrati smjer, broj i brzinu prolaza te toplinske rubne uvjete konvekcije i radijacije između osnovnog materijala, materijala popune zavara te okoliša. Nakon unesenih svih potrebnih vrijednosti, AWI [12] samostalno stvara numerički model za toplinsku i mehaničku analizu, odnosno stvara stepove, toplinske rubne uvjete kao i temperaturna polja u mehaničkoj analizi te time drastično smanjuje korisničko vrijeme.

### 4.5.1. Toplinska analiza

#### 4.5.1.1. 3D model

Numerički model, rubni uvjeti i mreža konačnih elemenata već su opisani u klasičnoj metodi te metodi rađanja elemenata za 3D model, a prikazani su na slikama 25., 26. i 27. Budući da AWI [12] ne omogućuje zadavanje toplinskog toka, modelu je zadana temperatura taljenja od 1544 °C, što predstavlja likvidus temperaturu za materijal korišten u radu. Slika 80. prikazuje dobivene temperaturno polje dobiveno početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode.

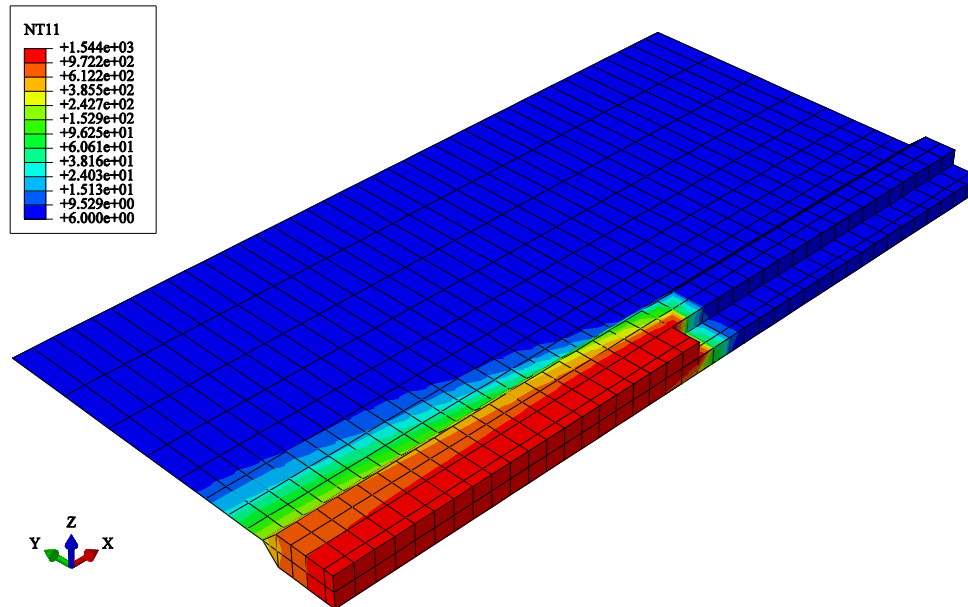


**Slika 80. Temperaturno polje na 3D modelu analiziranog pomoću AWI-a početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode,  $T$  (°C)**

Iz slike 80. vidimo da za temperaturno polje 3D modela analiziranog pomoću AWI-a [12] vrijedi sve već rečeno za 3D model analiziranog klasičnom i metodom rađanja elemenata. Usporedbom slika 29., 63. i 80. uočavamo da je maksimalna temperatura u 3D modelu analiziranog pomoću AWI-a [12] skoro duplo manja od onih postignutih u klasičnoj metodi i metodi rađanja elemenata, što je posljedica korištenja temperature umjesto toplinskog toka.

#### 4.5.1.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t

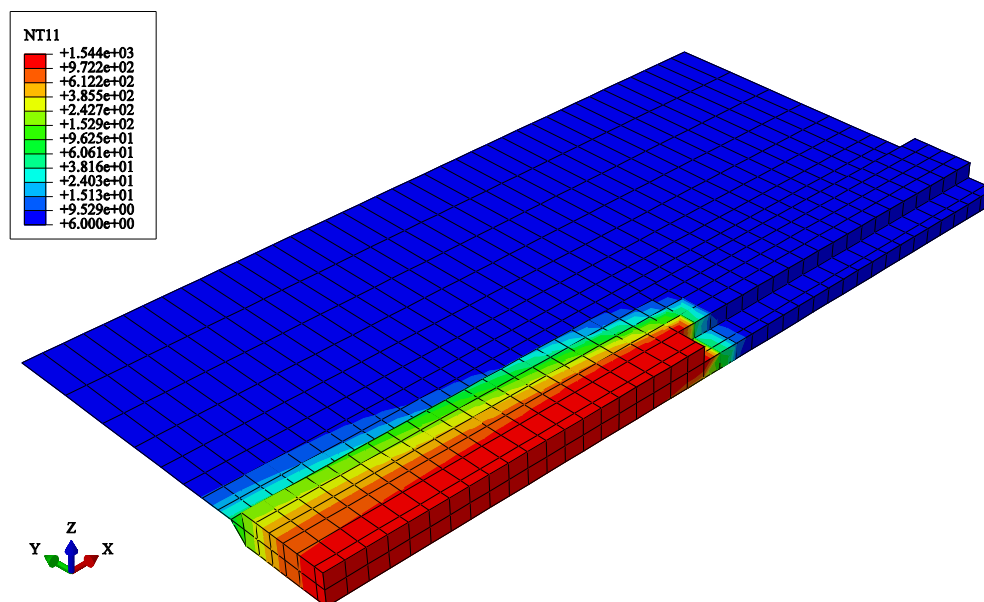
Numerički model, rubni uvjeti i mreža konačnih elemenata već su opisani u klasičnoj metodi i metodi rađanja elemenata za 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t, a prikazani su na slikama 33. i 34. Raspodjela temperature početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode dana je na slici 81.



**Slika 81.** Temperaturno polje na 3D/luskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog pomoću AWI –a početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode,  $T$  (°C)

#### 4.5.1.3. Kombinirani 3D/luskasti model širine 3D zone 3,5t

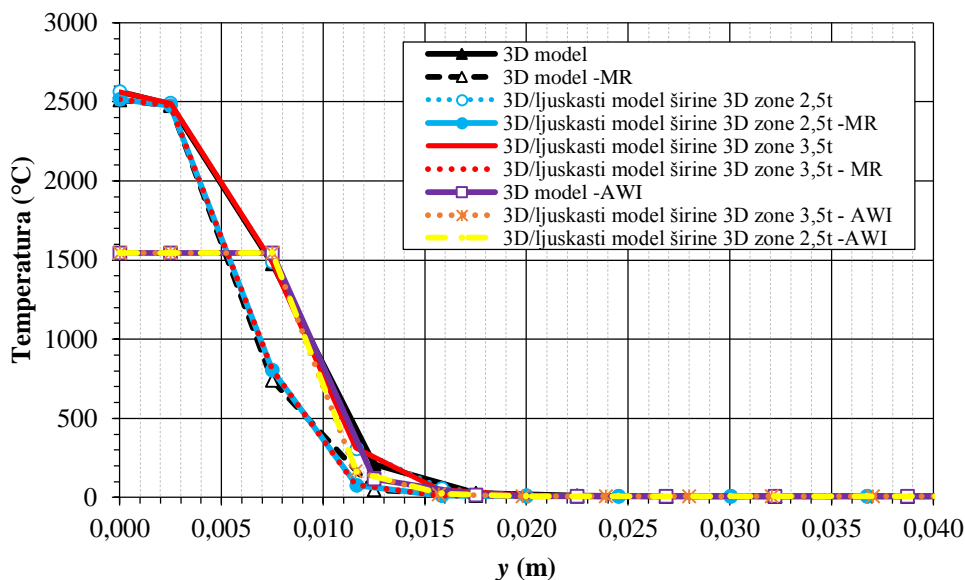
Numerički model, rubni uvjeti i mreža konačnih elemenata već su opisani u klasičnoj metodi za 3D/luskasti model širine 3D zone 2,5t, a prikazani su na slikama 36. i 37. Raspodjela temperature početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode dana je na slici 82.



**Slika 82.** Temperaturno polje na 3D/luskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog pomoću AWI-a početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode,  $T$  (°C)

#### 4.5.1.4. Dijagramska usporedba rezultata toplinske analize

Dijagram na slici 83. predstavlja raspodjelu temperature po liniji y za tri modela analizirana klasičnom metodom, metodom rađanja elemenata te pomoću AWI – a [12].



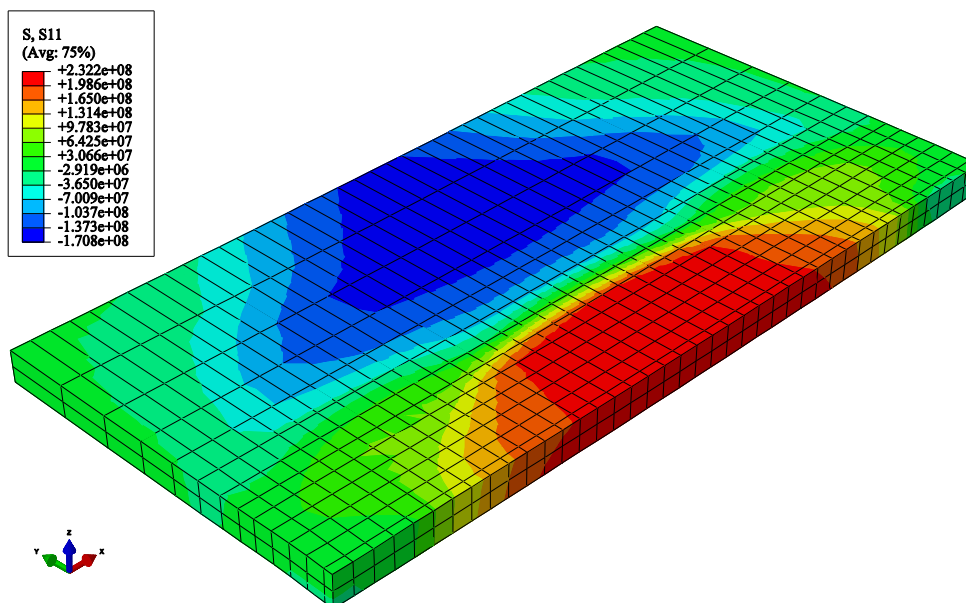
**Slika 83. Dijagramska usporedba rezultata za različite numeričke modele početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode**

Iz slike 83. vidljivo je da se modeliranjem klasičnom metodom i metodom rađanja elemenata dobivaju veće vrijednosti temperatura u neposrednoj blizini zavara nego pomoću AWI – a [12], što je posljedica unosa topline preko temperature, a ne preko toplinskog toka. Udaljavanjem od zavara temperature za sve tri metode dobro se poklapaju.

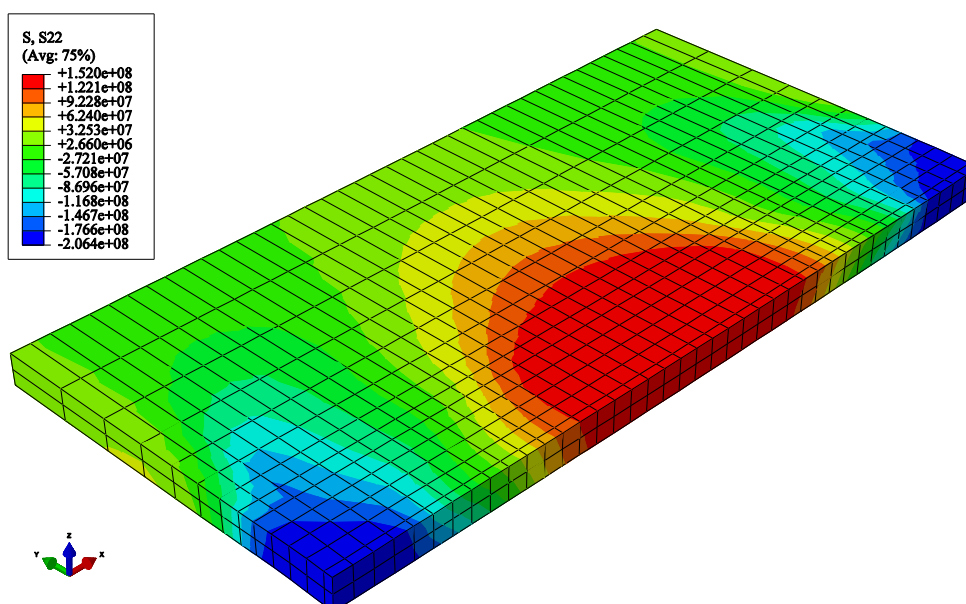
#### 4.5.2. Mehanička analiza

##### 4.5.2.1. 3D model

Raspodjela longitudinalnog naprežanja nakon završetka cijelog procesa prikazana je na slici 84., a na slici 85. može se vidjeti raspodjela transverzalnog naprežanja.



Slika 84. Raspodjela longitudinalnog napreznja  $\sigma_x$  (N/m<sup>2</sup>) na 3D modelu analiziranog pomoću AWI - a

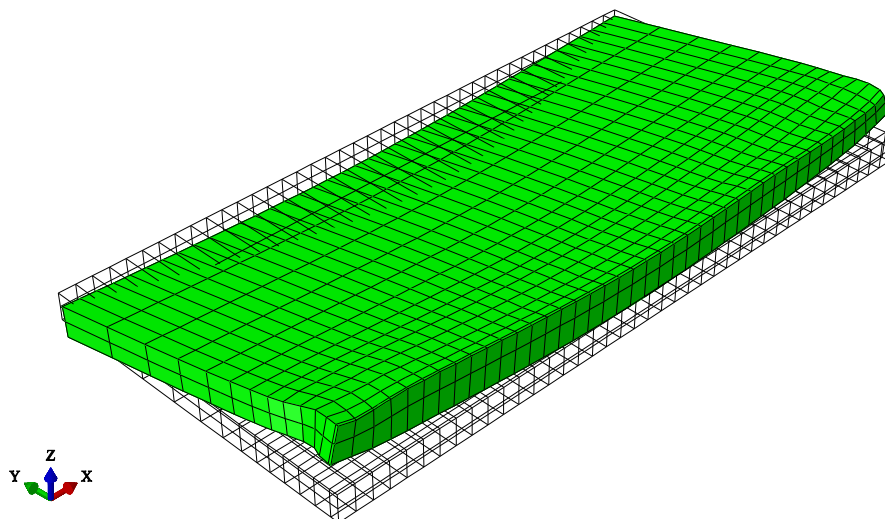


Slika 85. Raspodjela transverznog napreznja  $\sigma_y$  (N/m<sup>2</sup>) na 3D modelu analiziranog pomoću AWI-a

Usporedbom slika 84. i 85. sa slikama 41., 42., 67. i 68. koje prikazuju raspodjelu napreznja za 3D model analiziran pomoću klasične metode te metode rađanja, možemo uočiti da model analiziran pomoću AWI – a [12] daje nešto niža maksimalna napreznja. Nedeformirano stanje i deformirani oblik ploče po završetku zavarivanja prikazani su na slici 86. Iz slike 86. možemo uočiti da deformirani oblik pokazuje potpuno suprotno ponašanje od modela analiziranog klasičnom metodom te metodom rađanja. Pri korištenju materijalnog modela iz [11] AWI



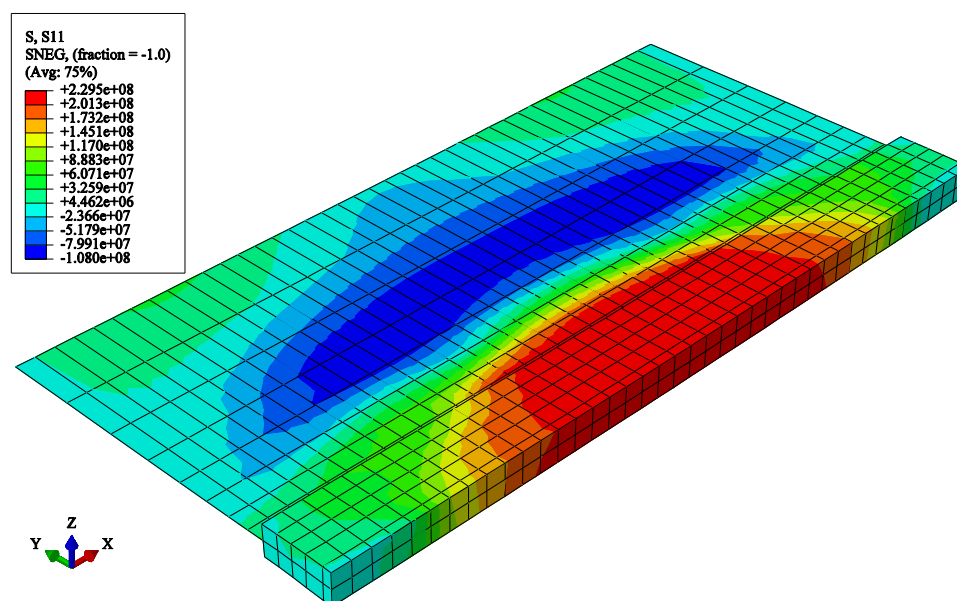
također ne pokazuje dobro deformirani oblik. Ovaj nedostatak sučelja svakako je potrebno dodatno istražiti međutim zbog nedostatka vremena i premalo dokumentacije vezano uz spomenuto sučelje ovo istraživanje nije provedeno u ovom radu, tj. izlazi iz okvira ovog rada.



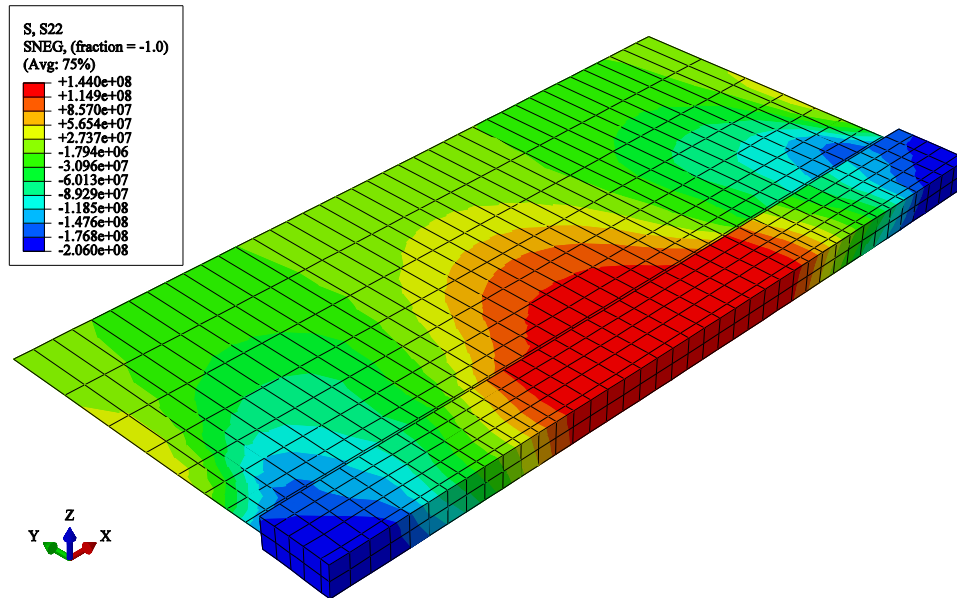
**Slika 86. Nedeformirano stanje i deformirani oblik 3D modela analiziranog pomoću AWI – a (faktor uvećanja = 10)**

#### 4.5.2.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t

Raspodjela longitudinalnog naprezanja nakon završetka cijelog procesa prikazana je na slici 87., a na slici 88. može se vidjeti raspodjela transverzalnog naprezanja.



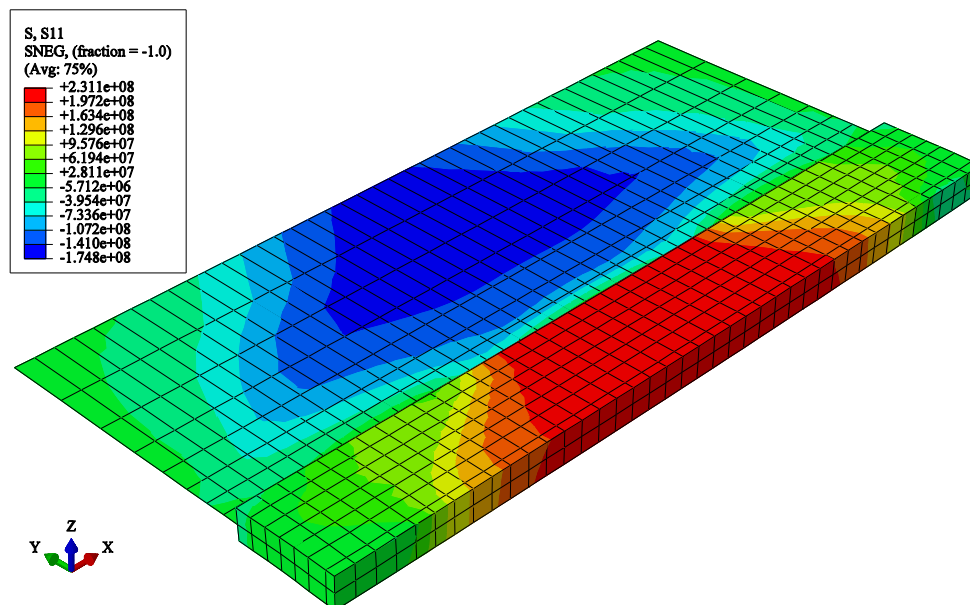
**Slika 87. Raspodjela longitudinalnog naprezanja  $\sigma_x$  (N/m<sup>2</sup>) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog pomoću AWI - a**



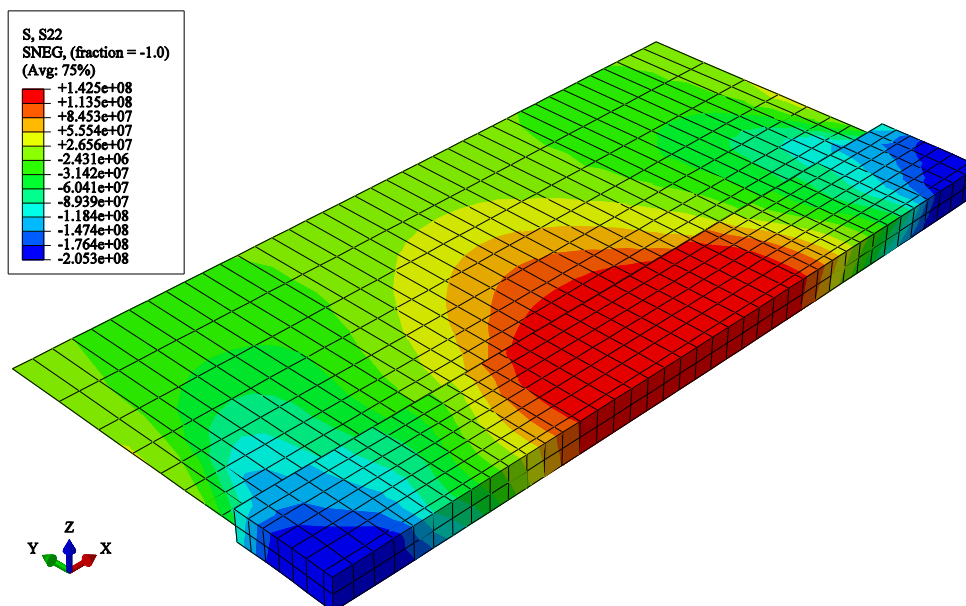
Slika 88. Raspodjela transverznog napreznja  $\sigma_y$  (N/m<sup>2</sup>) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 2,5t analiziranog pomoću AWI – a

#### 4.5.2.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t

Raspodjela longitudinalnog napreznja nakon završetka cijelog procesa prikazana je na slici 89., a na slici 90. može se vidjeti raspodjela transverznog napreznja.



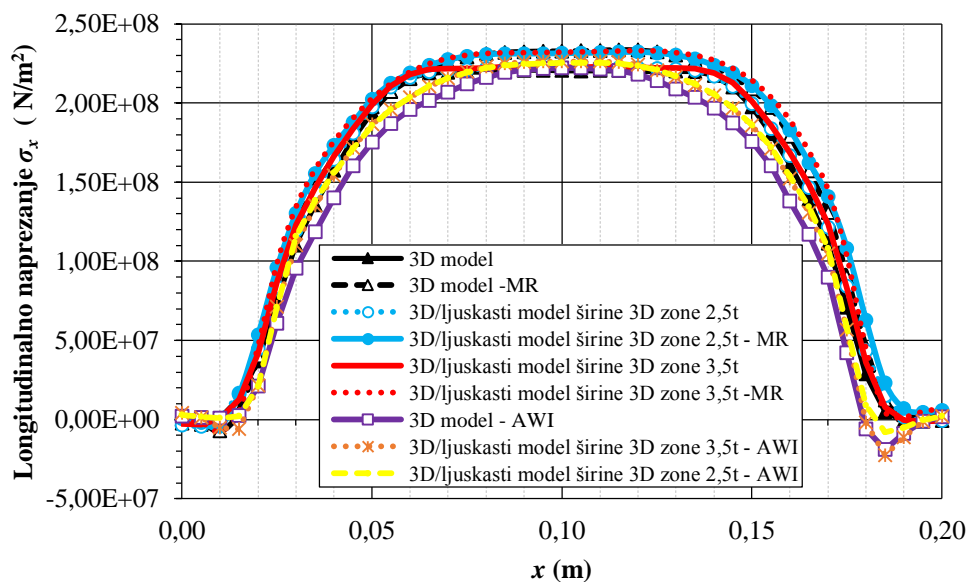
Slika 89. Raspodjela longitudinalnog napreznja  $\sigma_x$  (N/m<sup>2</sup>) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog pomoću AWI – a



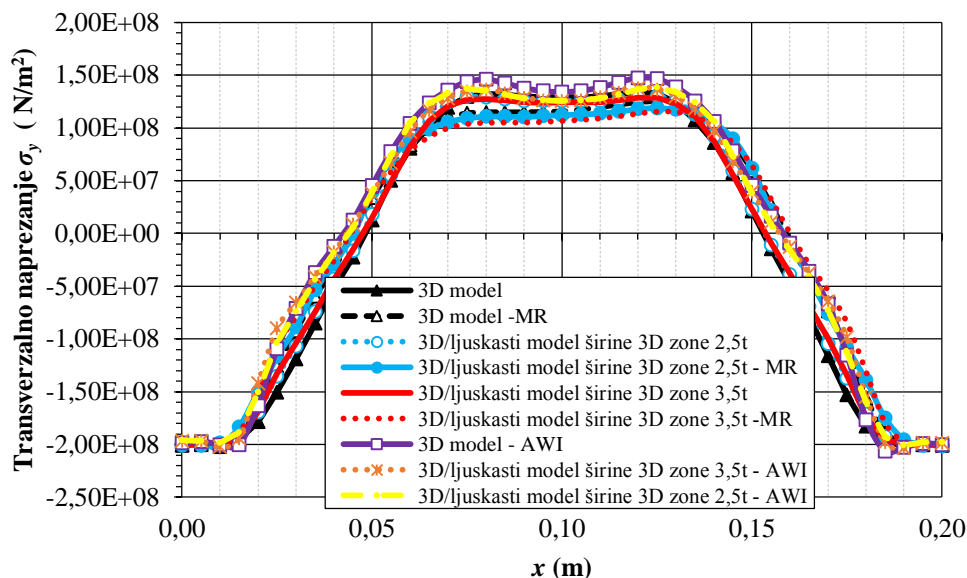
Slika 90. Raspodjela transverznog napreznja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) na 3D/ljuskastom modelu širine 3D zone 3,5t analiziranog pomoću AWI – a

#### 4.5.2.4. Dijagramska usporedba rezultata mehaničke analize

Prikazi raspodjele longitudinalnih i transverzalnih napreznja analiziranih klasičnom metodom i metodom rađanja elemenata duž linije x i y dani su redom na slikama 91., 92., 93. i 94.

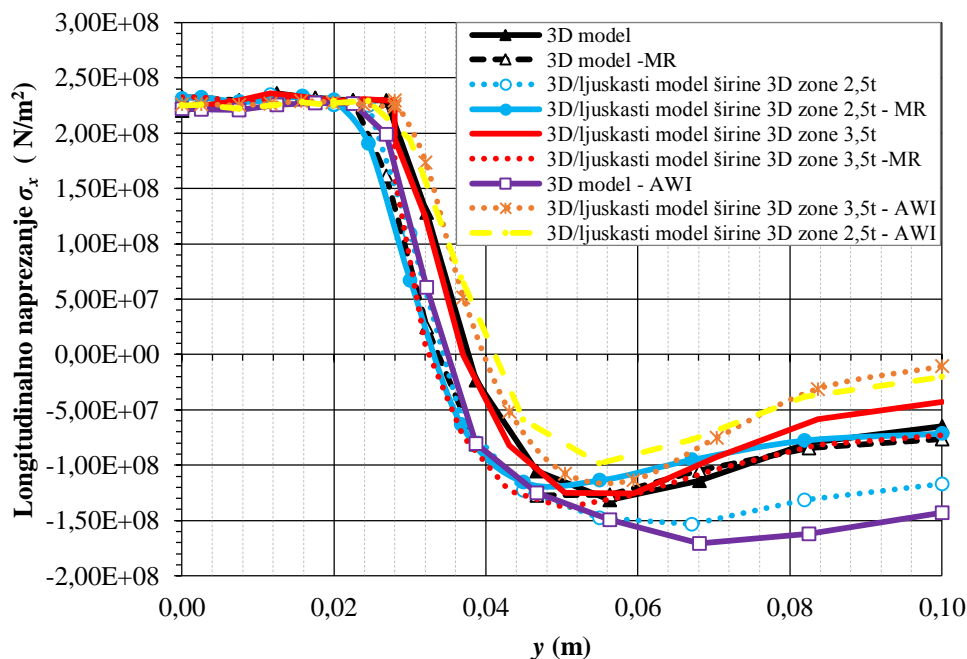


Slika 91. Raspodjela longitudinalnih napreznja  $\sigma_x$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji x za različite numeričke modele

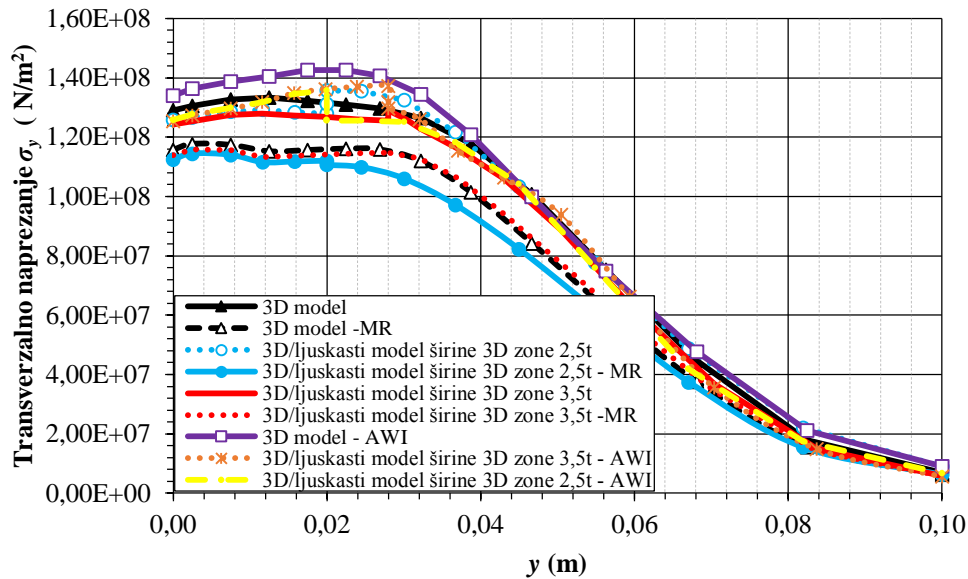


**Slika 92. Raspodjela transverzalnih naprezanja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $x$  za različite numeričke modele**

Promatranjem longitudinalnih naprezanja na slici 91. uviđa se kako do razlike dolazi u središnjem dijelu zavora, gdje AWI postiže nešto niže vrijednosti. Kod transverzalnih naprezanja prikazanih dijagramom na slici 92. u sredini zavora AWI postiže slične vrijednosti kao i klasična metoda.

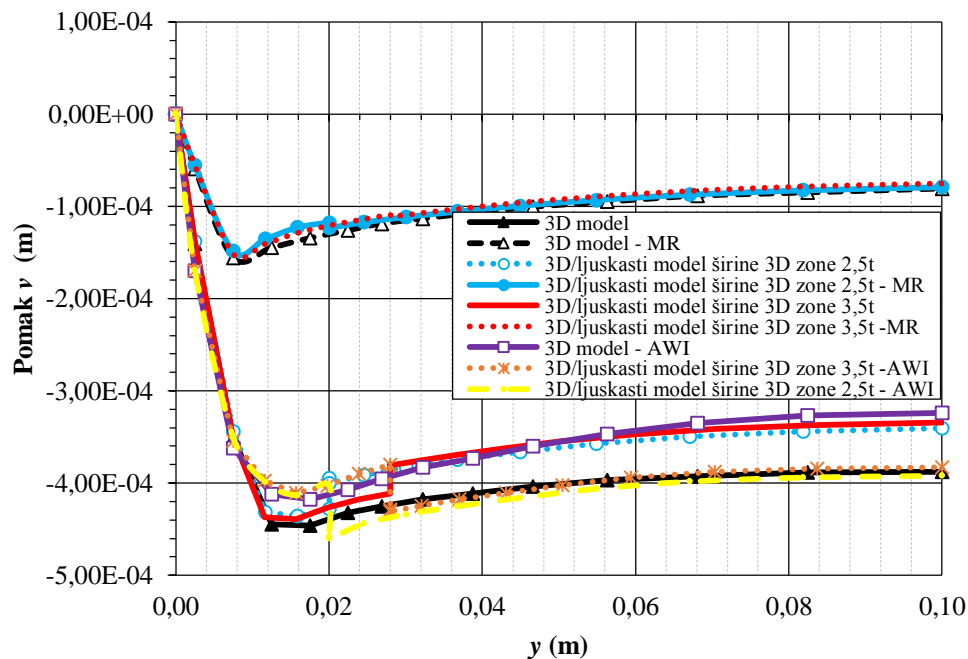


**Slika 93. Raspodjela longitudinalnih naprezanja  $\sigma_x$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $y$  za različite numeričke modele**

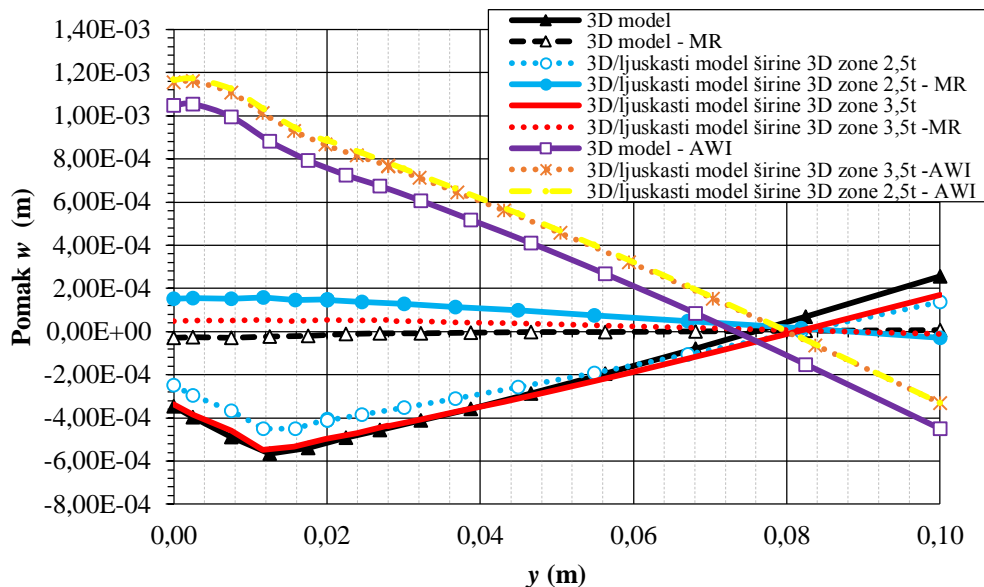


**Slika 94. Raspodjela transverzalnih naprezanja  $\sigma_y$  ( $\text{N/m}^2$ ) po liniji  $y$  za različite numeričke modele**

Na slici 93. može se vidjeti lagano odstupanje longitudinalnog naprezanja dobivenog AWI - om od naprezanja dobivenih drugim metodama, pogotovo na kraju modela. Slika 94. prikazuje zamjetno veće vrijednosti transverznog naprezanja dobivenog AWI – em [12] od naprezanja dobivenih drugim metodama i to pogotovo u području uz zavar, a idući prema rubovima ta se razlika smanjuje. Primjetan je i skok naprezanja za 3D/ljuskaste numeričke modele. Raspodjela pomaka u smjeru osi  $y$  i  $z$  po liniji  $y$  prikazana je na slici 95. i 96.



**Slika 95. Raspodjela pomaka u smjeru osi  $y$ ,  $v$  (m) po liniji  $y$**



**Slika 96. Raspodjela pomaka u smjeru osi  $z$ ,  $w$  (m) po liniji  $y$**

Pogledom na sliku 95. uviđa se lagano odstupanje u pomacima u smjeru osi  $y$  za razmatrane modele (osim za metodu rađanja). Također, 3D/ljuskasti modeli očito ne prenose dobro transversalne pomake jer se na oba modela pri prijelazu s 3D na ljuskastu zonu pojavljuje skok, odnosno naglo smanjenje pomaka.

Iz slike 96. možemo uočiti da pomaci dobiveni AWI – em [12] pokazuje potpuno suprotno ponašanje od modela analiziranih drugim metodama.

#### 4.6. Usporedba vremena trajanja izrade numeričkog modela i simulacije

Kao što je već napomenuto u uvodu, procjena zaostalih naprezanja i deformacija numeričkim modeliranjem procesa zavarivanja računalno je vrlo skup postupak, stoga se teži uštedi računalnog i korisničkog vremena uz zadržavanje točnosti simulacije. Cilj ovog potpoglavlja je odabir optimalnog numeričkog modela, tj. modela koji daje najtočnije rezultate uz najmanje utrošenog računalnog i korisničkog vremena. Tablica 1. prikazuje usporedbu korisničkog vremena potrebnog za izradu numeričkog modela za pojedinu metodu te računalnog vremena toplinske i mehaničke analize za određeni model. Važno je napomenuti da korisničko vrijeme te računalno vrijeme nije egzaktno budući da ovisi o iskustvu korisnika, pozadinskim procesima, temperaturi procesora itd.

Tablica 1. Usporedba različitih metoda i numeričkih modela

Vrijeme:	Numerički model	Klasična metoda	Metoda rađanja	AWI
Vrijeme izrade numeričkog modela za toplinsku analizu:	3D	≈ 5400 s	≈ 7200 s	≈ 1800 s
	Ljuskasti	≈ 3600 s	-	-
	3D/ljuskasti 2,5t	≈ 5400 s	≈ 7200 s	≈ 1800 s
	3D/ljuskasti 3,5t	≈ 5400 s	≈ 7200 s	≈ 1800 s
Vrijeme trajanja toplinske analize:	3D	≈ 1000 s	≈ 1020 s	≈ 231 s
	Ljuskasti	≈ 267 s	-	-
	3D/ljuskasti 2,5t	≈ 655 s	≈ 700 s	≈ 155 s
	3D/ljuskasti 3,5t	≈ 821 h	≈ 870 s	≈ 178 s
Vrijeme izrade numeričkog modela za mehaničku analizu:	3D	≈ 500 s	≈ 2000 s	≈ 550 s
	Ljuskasti	≈ 500 s	-	-
	3D/ljuskasti 2,5t	≈ 600 s	≈ 2000 s	≈ 600 s
	3D/ljuskasti 3,5t	≈ 600 s	≈ 2000 s	≈ 600 s
Vrijeme trajanja mehaničke analize:	3D	≈ 224 s	≈ 294 s	≈ 158 s
	Ljuskasti	≈ 140 s	-	-
	3D/ljuskasti 2,5t	≈ 154 s	≈ 248 s	≈ 138 s
	3D/ljuskasti 3,5t	≈ 187 s	≈ 270 s	≈ 150 s
Ukupno:	3D	≈ 7124 s	≈ 10514 s	≈ 2739 s
	Ljuskasti	≈ 4507 s	-	-
	3D/ljuskasti 2,5t	≈ 6809 s	≈ 10148 s	≈ 2693 s
	3D/ljuskasti 3,5t	≈ 7008 s	≈ 10340 s	≈ 2728 s

Iz Tablice 1. vidimo da se ne javljaju zamjetne razlike u računskom vremenu pojedinih simulacija, ali postoje drastične razlike u korisničkom vremenu potrebnom za izradu numeričkog modela. Najviše korisničkog vremena potrebno je uložiti u metodu rađanja budući da treba odabirati setove, a zatim ručno pisati *input* file. Na temelju korisničkog i računalnog vremena zaključujemo da je optimalan numerički model za primjer sučeonog zavarivanja dviju ploča 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5t modeliran pomoću AWI – a [12].

#### 4.7. Zaključak četvrtog poglavlja

Na primjeru dviju sučeono zavarenih ploča sa pripremom zavara, nakon provedene numeričke simulacije procesa zavarivanja 3D elementima i kombinacijom 3D/ljuskastih elemenata može se zaključiti sljedeće:

- Modeli diskretizirani 3D i 3D/ljuskastim konačnim elementima pokazuju veoma dobro poklapanje rezultata za sve metode, a eventualna odstupanja između pojedinih metoda je zbog drugačije modeliranog unosa topline. Širina 3D zone nema znatnijeg utjecaja na raspodjelu temperature kombiniranog 3D/ljuskastog modela. Prijelaz s 3D elemenata na ljuskaste je gladak, bez diskontinuiteta na liniji dodira 3D i ljuskastih elemenata i može se ostvariti na bilo kojoj udaljenosti od zavara.
- Utjecaj veličine 3D zone na raspodjelu napreznja je vrlo značajan i mora se izvesti na dovoljnoj udaljenosti od zavara jer se u protivnom javlja veliki diskontinuitet u napreznjima na liniji dodira 3D i ljuskastih elemenata. Za sučeono zavarene ploče dovoljna je širina 3D zone od 3,5 debljine ploče.
- Numeričkom simulacijom zavarivanja klasičnom metodom dobivaju se veći iznosi temperatura, savijanja ploča i zaostalih napreznja od metode rađanja i AWI-a što je na strani sigurnosti. Rezultati pomaka u smjeru osi  $z$  za metodu rađanja i AWI ne poklapaju se s rezultatima dobivenim klasičnom metodom.
- Metoda rađanja elemenata je korisnički i računalno najzahtjevnija metoda. Iako se korištenjem AWI – a drastično smanjuje korisničko vrijeme sučelje je relativno novo te sadrži brojne nedostatke.
- Primjena kombiniranog 3D/ljuskastog modela dovodi do znatne uštede u vremenu numeričke simulacije, koje je u analiziranom slučaju cca 30 % kraće u odnosu na potpuni 3D model.
- Optimalan numerički model je kombinirani 3D/ljuskasti model širine 3D zone 3,5 $t$ .

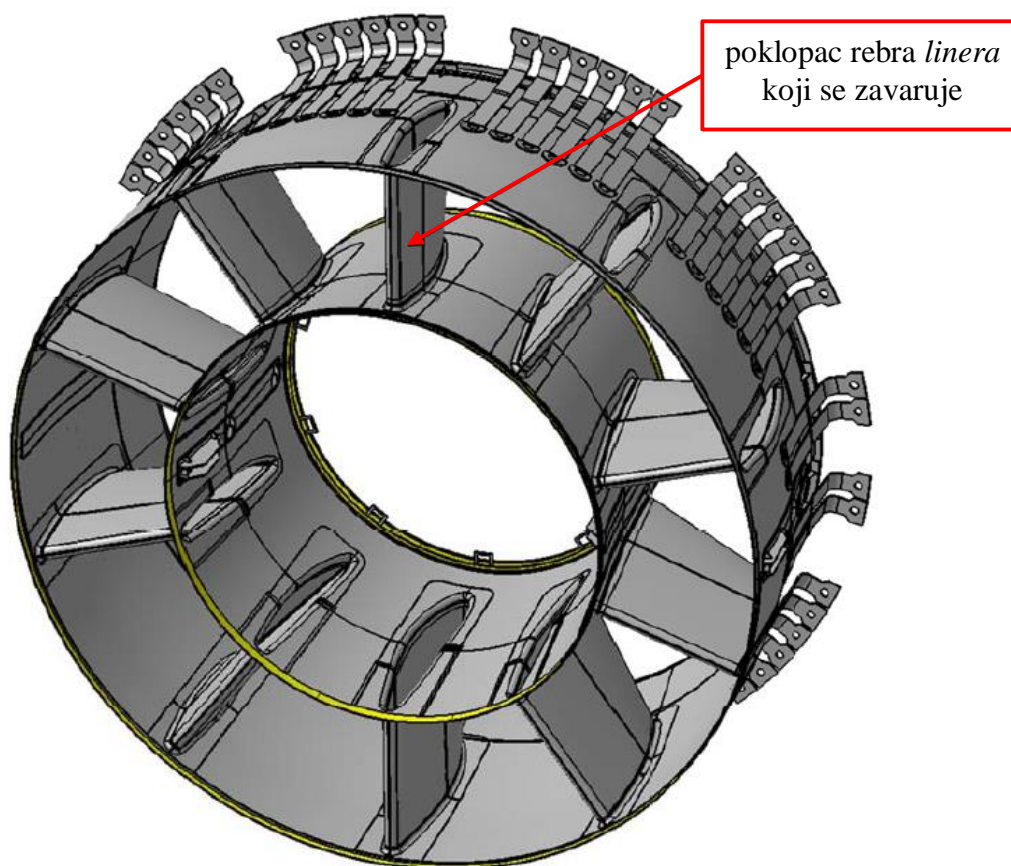


## 5. Simulacija procesa zavarivanja rebra *linera*

Simulacijama procesa zavarivanja dviju sučeonih ploča pokazani su različiti pristupi modeliranja procesa zavarivanja na jednostavnoj geometriji. Zbog te činjenice nisu se javljale zamjetne razlike u računskom vremenu pojedinih simulacija. Međutim na numeričkim modelima s velikim brojem stupnjeva slobode dolazi do značajnog povećanja računskog vremena te se javlja potreba za smanjenje stupnjeva slobode. Smanjenje stupnjeva slobode izvedivo je prelaskom s trodimenzijskih na ljuskaste konačne elemente kako je to prikazano u prošlom poglavlju. Upravo je takav numerički model primjenjen za simulaciju zavarivanja poklopca rebra *linera* pri montaži na konstrukciju ispušnog kućišta plinske turbine *Alstom*.

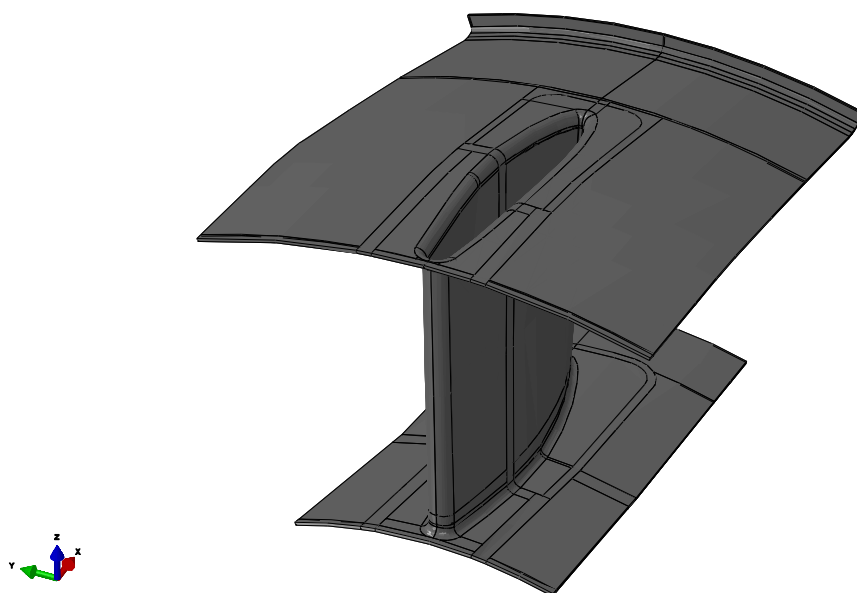
### 5.1. Numerički model

Geometrija cijelog *linera* prikazana je na slici 97.

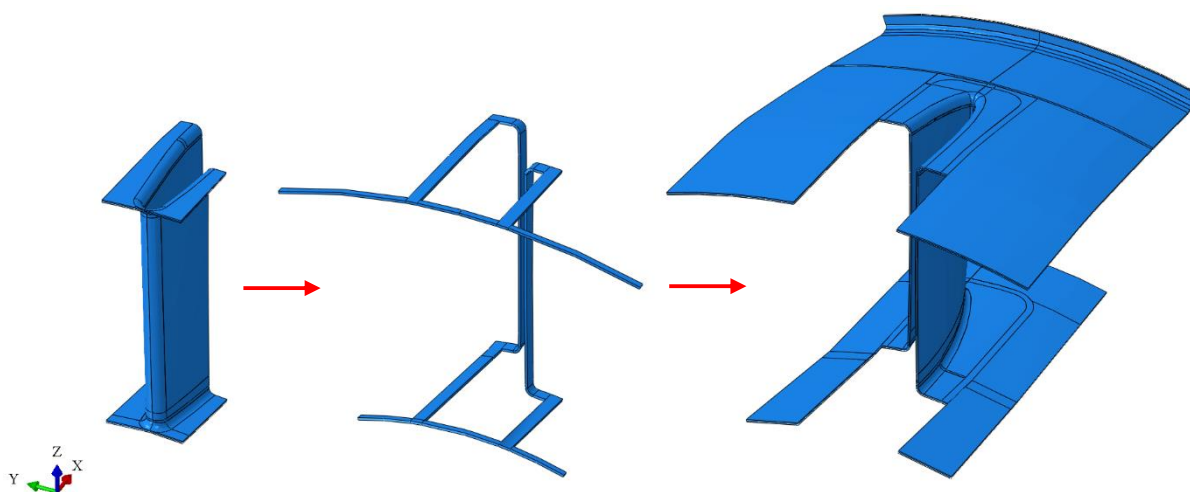


Slika 97. CAD model cijelog *linera*

*Liner* se sastoji od deset jednakih rebara koji zajedno s vanjskim i unutarnjim trupom tvore deset jednakih segmenata, odnosno može se reći da je konstrukcija deseterostruko simetrična. Ova činjenica nam omogućuje da za proračunski model uzmemo samo jedan takav segment čime smo značajno smanjili potrebu za računalnim resursima, slika 98. Slika 99. prikazuje konstrukcijske dijelove *linera* po redoslijedu montaže.

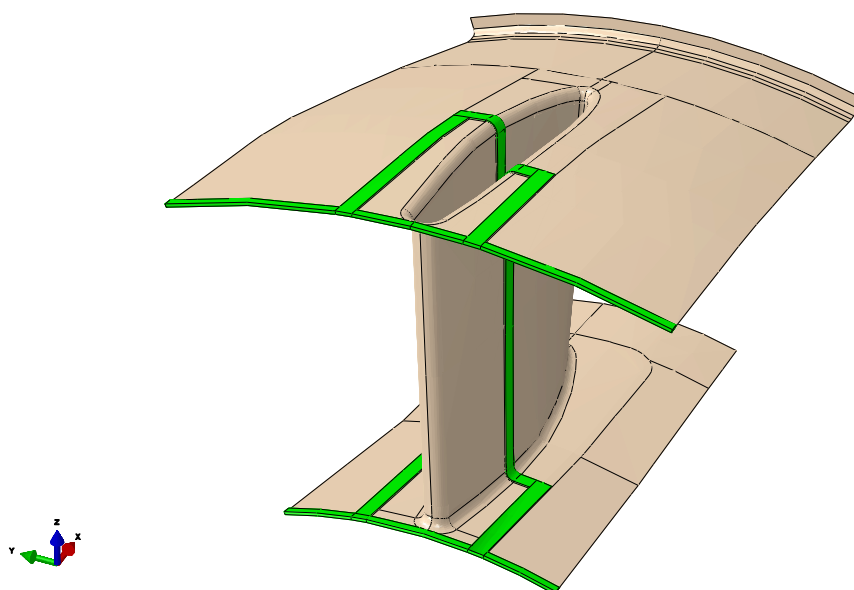


Slika 98. 1/10 *linera*



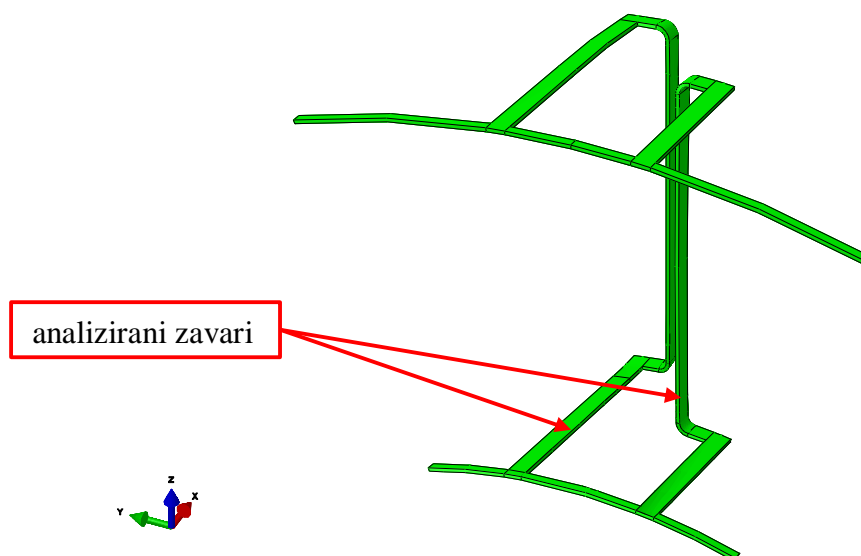
Slika 99. Konstrukcijski dijelovi *linera* po redoslijedu montaže

Budući da je od tvrtke *Alstom* ustupljen 3D model *linera* izvršena je prilagodba na 3D/ljuskaсти model sa širinom 3D zone 2,5t. Numerički model prikazan je na slici 100.



**Slika 100. Numerički model liner**

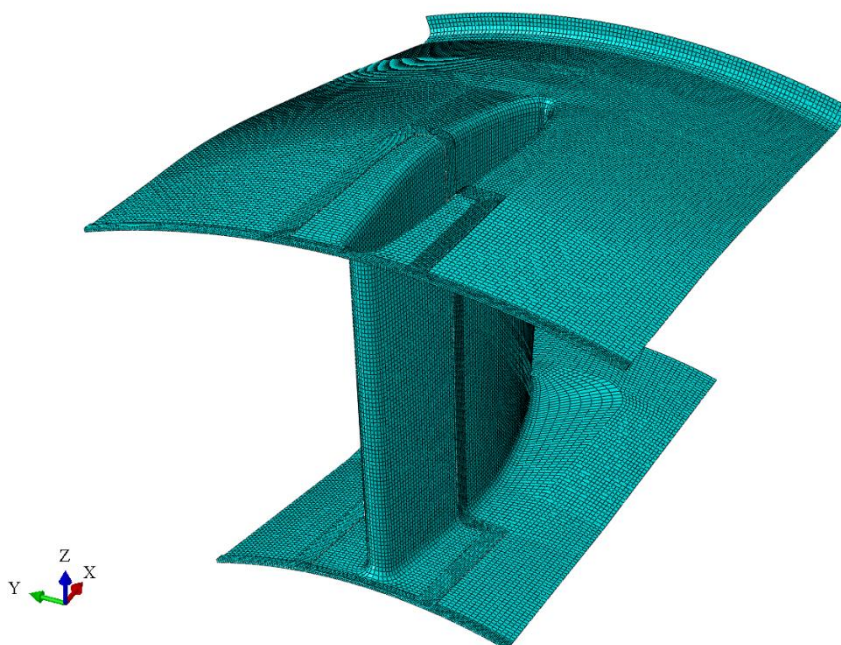
Na numeričkom modelu modelirane su i 3D zone po obodima *linera* budući da se zavarivanje provodi i po tim područjima, međutim u simulaciji provedenoj u ovom radu u obzir su uzimani samo zavari kojima se spaja poklopac rebra na ostatak konstrukcije liner, što je prikazano na slici 101.



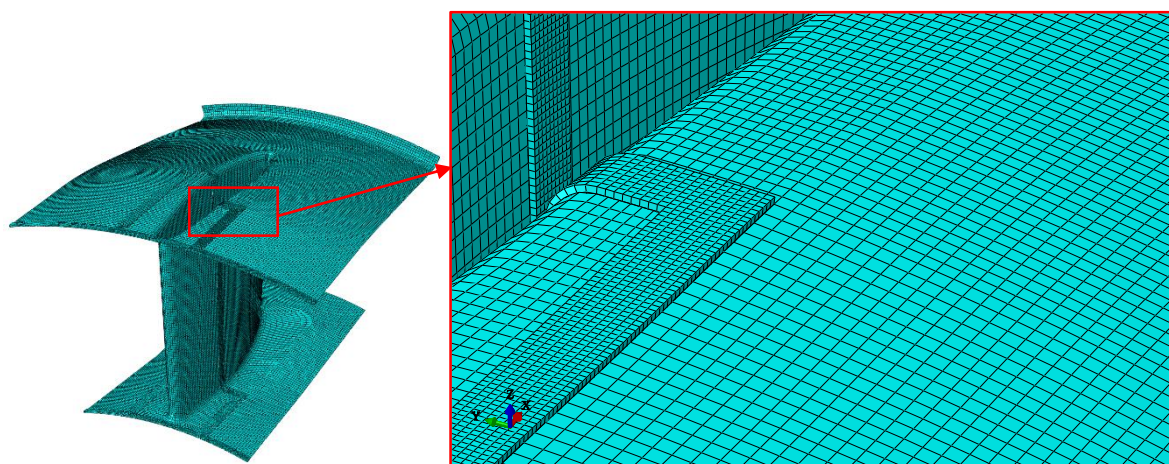
**Slika 101. Analizirani zavari**

Mreža konačnih elemenata jednaka je za toplinsku i mehaničku analizu, a sastoji se od 19788 trodimenzijskih konačnih elemenata oznake DC3D8/C3D8R i 37432 ljuskastih elemenata

oznake DS4/S4R. Slika 102. prikazuje korištenu mrežu konačnih elemenata, a slika 103. detalj mreže.



Slika 102. Mreža konačnih elemenata 1/10 *linera*



Slika 103. Detalj mreže konačnih elemenata 1/10 *linera*

Tablica 2. prikazuje broj konačnih elemenata po pojedinim dijelovima konstrukcije.

Tablica 2. Broj konačnih elemenata po pojedinim dijelovima konstrukcije

Dio konstrukcije:	Broj konačnih elemenata:
Ljuska 1	28414 DS4/S4R
Ljuska 2	9018 DS4/S4R
Zavar	19788 DC3D8/C3D8R

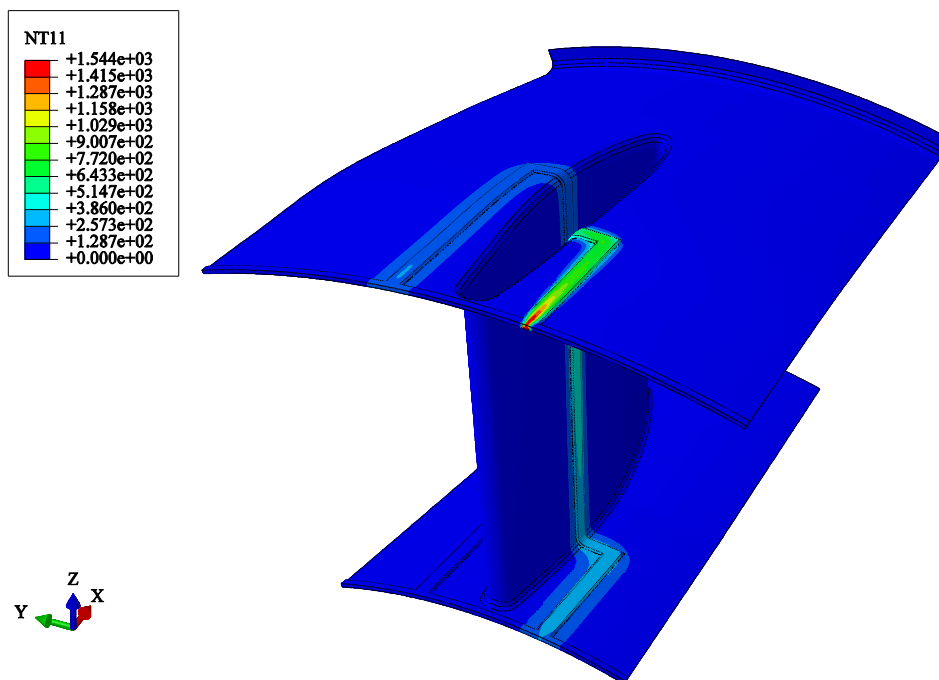
## 5.2. Toplinska analiza

Rubni uvjeti dodijeljeni u toplinskoj analizi jednaki su opisanima za 3D/ljuskaste ploče u četvrtom poglavlju. Modelirano je elastično-idealno-plastično ponašanje materijala, bez očvršćenja, s toplinskim i mehaničkim svojstvima ovisnim o temperaturi, (slike 22. i 23.). Za osnovni materijal i materijal popune zavara pretpostavljeno je da imaju ista toplinska i mehanička svojstva. Materijal tokom zavarivanja ne prolazi faznu transformaciju.

Kako je geometrija *linera* složena i prethodno izrađena u *Catia-i* [14] te naknadno uvezena u *Abaqus* [10], bilo je potrebno koristiti *virtual topology* kako bi se dobio pravilan model koji je moguće koristiti. Zbog nekih nepravilnosti u modelu i zbog korištenja navedenih opcija, neke dijelove jednostavno nije bilo moguće particionirati kako bi se napravila V priprema zavara, odnosno odijelio osnovni materijal od samog zavara. Zbog toga je isprobana metoda fiktivnog zavara pomoću sučelja za zavarivanje AWI [12].

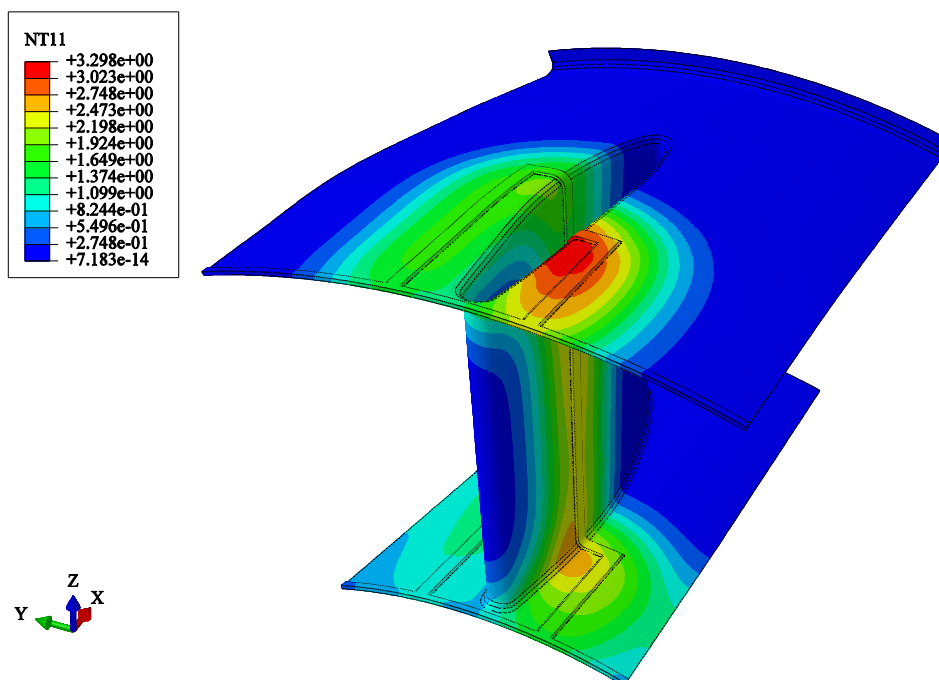
Metoda fiktivnog zavara razvijena je kako bi se olakšao proces odabira setova konačnih elemenata koji bi u slučaju klasične metode i metode rađanja trajao danima. Metoda fiktivnog zavara zapravo je metoda rađanja s time da je fiktivni zavar stvoren s početnom temperaturom od 0 °C. Nakon stvaranja fiktivnog zavara i resetiranja temperatura, započinje zavarivanje koje je u svrhu ispitivanja metode najprije provedeno sa samo jednim prolazom elektrode te obuhvaća sva 3 konačna elementa V pripreme zavara.

Zavarivanje je započeto na unutarnjem trupu duljeg zavara, a nakon završetka zavarivanja duljeg zavara uslijedilo je zavarivanje kraćeg zavara na analogan način. Nakon zavarivanja oba zavara uslijedilo je hlađenje od 2000 s. Uz duljinu konačnih elemenata  $a = 4$  mm gledajući u smjeru zavarivanja i brzinu gibanja elektrode od  $v = 8$  mm/s elektroda obuhvaća 2 konačna elementa po sekundi. Kao što je već napomenuto AWI [12] ne omogućuje zadavanje toplinskog toka stoga je modelu zadana temperatura taljenja od 1544 °C, što predstavlja likvidus temperaturu za materijal korišten u radu. Temperaturno polje na drugom zavaru krajem procesa zavarivanja prikazano je na slici 104. Radi bolje vizualizacije na donjoj slici maknut je prikaz mreže.



Slika 104. Temperaturno polje na drugom zavaru krajem procesa zavarivanja,  $T$  (°C)

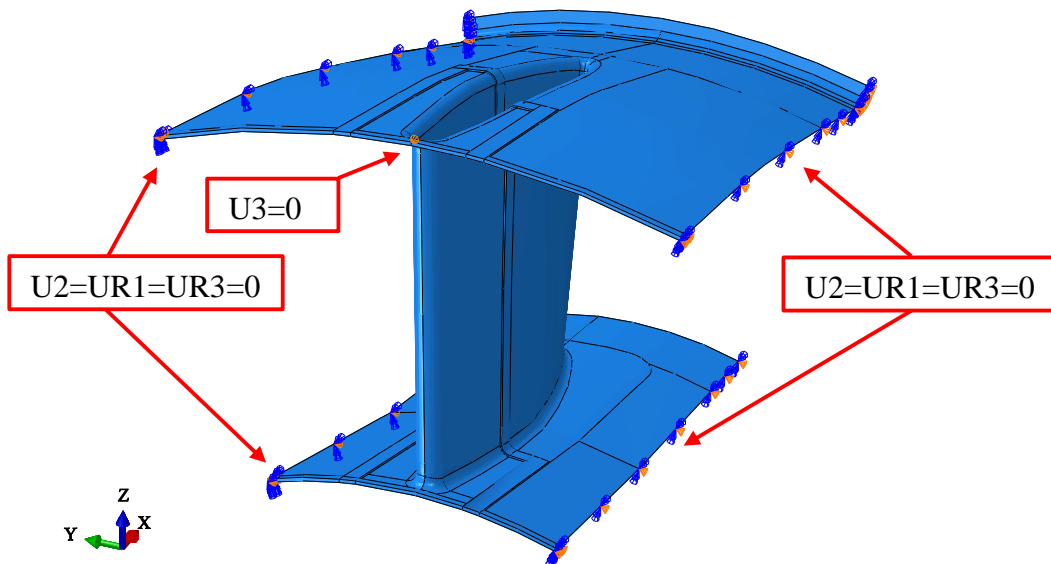
Iz slike 104. uočavamo isto ponašanje kao i kod ploča, tj. najveći temperaturni gradijenti pojavljuju se upravo u području uz zavar. Najviša temperatura se postiže na dijelu modela na koji se dodjeljuje toplinski tok, a prethodno zavareno područje se polagano hladi (dulji zavar također). Temperaturno polje nakon hlađenja prikazano je na slici 105.



Slika 105. Temperaturno polje na kraju procesa zavarivanja,  $T$  (°C)

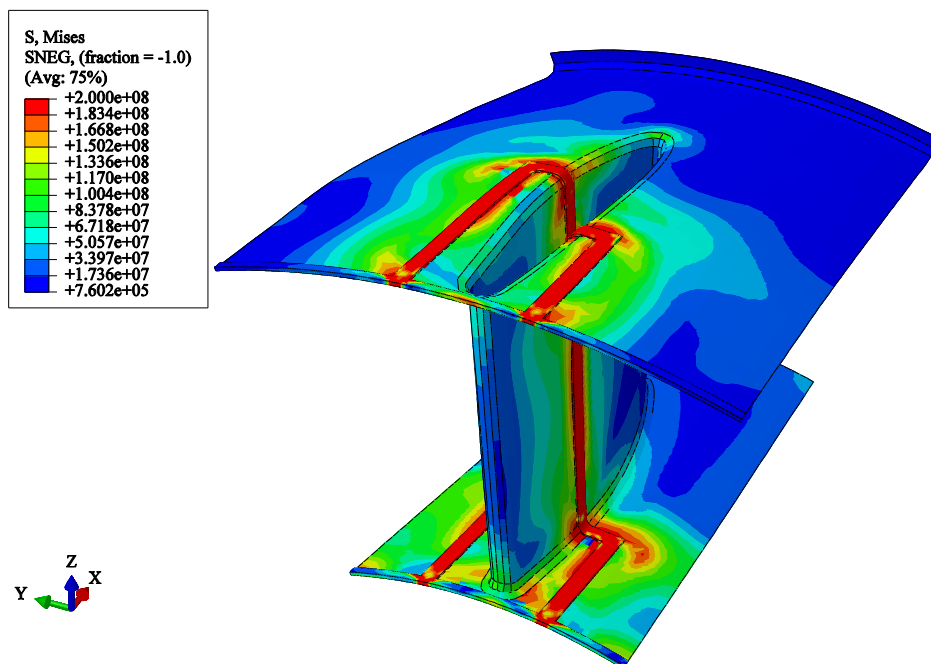
### 5.3. Mehanička analiza

Dodijeljeni rubni uvjeti odnose se na cilindrični sustav te su opisani na slici 106. Rubni uvjeti po rubovima numeričkog modela opisuju simetriju, a da bi se spriječio eventualni pomak krutog tijela u točki na sredini modela spriječen je pomak u smjeru aksijalne osi.

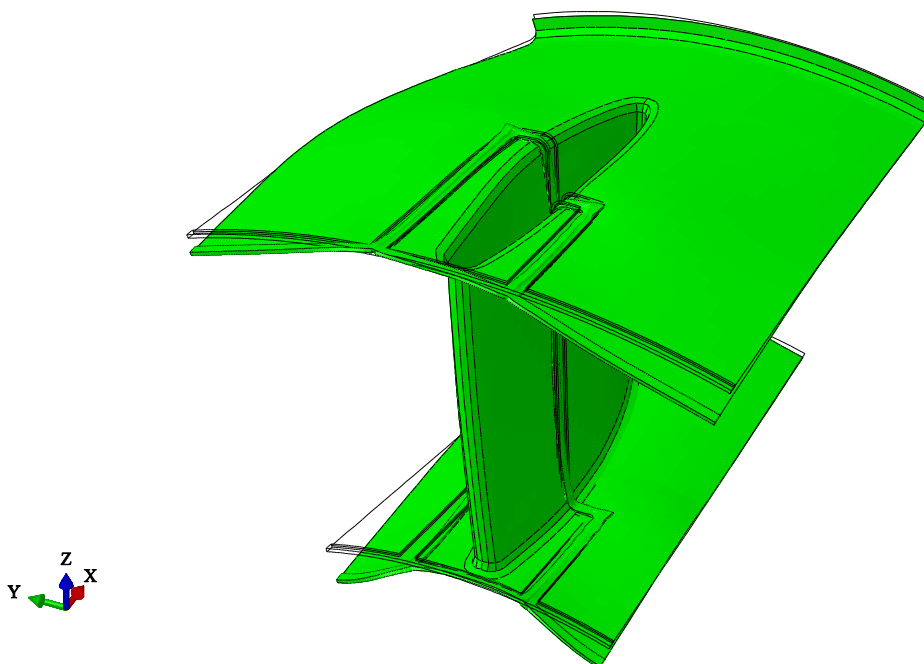


Slika 106. Rubni uvjeti 1/10 linera

Raspodjela ekvivalentnog napreznja prema von Misesu prikazana je na slici 107., a na slici 108. prikazano je nedeformirano stanje i deformirani oblik konstrukcije.



Slika 107. Raspodjela ekvivalentnih napreznja prema von Misesu  $\sigma_{ekv}$  (N/m<sup>2</sup>) na 1/10 linera



**Slika 108. Nedeformirano stanje i deformirani oblik konstrukcije (faktor uvećanja = 20)**

Na slici 107. može se vidjeti veliki diskontinuitet naprezanja na prijelazu s 3D na ljuskasti dio, čemu je uzrok premala širina 3D zone. Ekvivalentna naprezanja na zavaru postižu očekivane vrijednosti koje se kreću oko granice tečenja materijala tj.  $200 \text{ N/mm}^2$ . Provedena analiza daje zadovoljavajuće rezultate te je njome pokazana mogućnost implementacije metode fiktivnog zavara na zavarivanje složenijih konstrukcijskih komponenata poput *linera* tvrtke *Alstom*. Za dobivanje realnijih rezultata potrebno je napraviti sljedeće stvari:

- provesti zavarivanje s dva prolaza elektrode,
- proširiti 3D zonu kako bi se smanjio diskontinuitet naprezanja s 3D zone na ljuskasti dio.



## 6. Zaključak

---

Na početku rada ukratko su iznesene teorijske osnove modeliranja procesa zavarivanja u pogledu izmjene topline i elastoplastičnog ponašanja materijala. Također, objašnjeno je nastajanje zaostalih naprezanja i deformacija u zavarenim konstrukcijama te je izvršena njihova podjela. Opisano je rješavanje nelinearnih toplinskih i mehaničkih problema metodom konačnih elemenata. Kod mehaničkih problema razmatrana je geometrijska i materijalna nelinearnost. Dan je prikaz korištenih konačnih elemenata, a problem izmjene topline spregnut je s nelinearnom mehaničkom analizom sekvencijalno spregnutom metodom.

Verifikacija numeričkog modela provedena je numeričkom simulacijom zavarivanja dviju sučeono zavarenih ploča. Korištene su dvije metode modeliranja zavarivanja, klasična metoda te metoda rađanja elemenata. Modeliranju procesa zavarivanja također se pristupilo pomoću relativno novog sučelja u programskom paketu *Abaqus* [10] koji služi za modeliranje i analizu procesa zavarivanja – AWI [12].

Klasičnom metodom pristupilo se modelima diskretiziranim trodimenzijskim elementima, ljuskastim elementima te kombinacijom trodimenzijskih i ljuskastih elemenata. Pri modeliranju kombinacijom trodimenzijskim i ljuskastim elementima ispitana su dva 3D/ljuskasta modela različitih širina 3D zona u svrhu određivanja kriterija prijelaza s 3D na ljuskastu zonu. Korištena je 3D mreža od dva konačna elementa po debljini, što predstavlja relativnu grubu diskretizaciju. Ista mreža korištena je u toplinskoj i mehaničkoj analizi. U usporedbi s 3D modelom kao najrealnijim modelom ploče, u toplinskoj analizi najviše je odstupao ljuskasti model što je bilo i za očekivati zbog drugačijeg unosa topline. U toplinskoj analizi pokazalo se da širina 3D zone nema znatnijeg utjecaja na raspodjelu temperature kombiniranog 3D/ljuskastog modela. Prijelaz s 3D elemenata na ljuskaste bio je gladak i bez pojave diskontinuiteta na liniji dodira 3D i ljuskastih elemenata. U mehaničkoj analizi, longitudinalno i transverzalno naprezanje po liniji  $x$  minimalno su se razlikovali za sva četiri modela. Kod 3D/ljuskastog modela širine 3D zone  $2,5t$  javlja se skok longitudinalnih naprezanja po liniji  $y$  na prijelazu 3D zone na ljuskasti dio ploče, što je anulirano upotrebom 3D/ljuskastog modela širine 3D zone  $3,5t$ . Također, oba 3D/ljuskasti modela ne prenose dobro transverzalne pomake jer se pri prijelazu s 3D na ljuskastu zonu pojavljuje skok, odnosno naglo smanjenje pomaka. S ciljem smanjenja računalnog vremena ustanovljeno je da je širina 3D zone  $3,5t$  optimalna jer je s jedne strane

dovoljno velika da zadržava točnost 3D modela u cijelom području, a s druge strane dovoljno mala da značajno ne povećava broj stupnjeva slobode.

Metoda rađanja elemenata je kao točnija, ali računalno zahtijevnija metoda iskorištena za procjenu točnosti dobivenih rezultata klasičnom metodom. Značajne razlike javile su se u pomacima u smjeru osi  $y$  gdje je metoda rađanja pokazala puno manji pomak. Pomaci u smjeru osi  $z$  pokazuju potpuno suprotno ponašanje modela analiziranog metodom rađanja elemenata od modela analiziranog klasičnom metodom. Pri korištenju materijalnog modela iz [11] metoda rađanja elemenata pokazala je minimalno odstupanje pomaka u smjeru  $z$ , ali upotrebom materijalnog modela dobivenog od tvrtke *Alstom* dobiva se potpuno drugačiji deformirani oblik. Analiza klasičnom metodom dala je nešto veće vrijednosti naprezanja i pomaka od analize metodom rađanja elemenata, što je svakako prednost ako se gleda strana sigurnosti. Uzimanjem u obzir računalno i korisničko vrijeme metode rađanja elemenata, što pogotovo dolazi do izražaja na numeričkim modelima s velikim brojem stupnjeva slobode, zaključujemo kako je za većinu analiza zavarivanja pogodnija jednostavnija klasična metoda.

*Abaqus Welding Interface* (AWI) [12] osmišljen je kao dodatak programskom paketu *Abaqus* [10] kako bi se korisničko vrijeme pripreme numeričkog modela značajno smanjilo automatiziranjem vremenski najzahtjevnijih poslova. Kao relativno novo sučelje, AWI je pokazao prednost u smislu brze izrade numeričkog modela, ali i nedostatke kao što su: unos topline u toplinsku analizu preko temperature taljenja materijala (za razliku od toplinskog toka), mogućnost rada samo na *Partu* te naposljetku nefizikalni rezultati za pomak u smjeru osi  $z$ . Longitudinalno i transverzalno naprezanje po liniji  $x$  i  $y$  minimalno je odstupalo od prethodnih metoda.

Simulacija zavarivanja poklopca rebra *linera* pri montaži na konstrukciju ispušnog kućišta plinske turbine tvrtke *Alstom* iz iznad obrazloženih razloga vršena je pomoću AWI -a, a u pogledu maksimalnog smanjenja stupnjeva slobode odabran je 3D/ljuskasti model širine 3D zone 2,5t. Budući da je geometrija zavara *linera* složena nije se mogla particionirati kako bi se napravila V priprema zavara. Zbog toga je isprobana metoda fiktivnog zavara. Metoda fiktivnog zavara razvijena je kako bi se olakšao proces odabira setova konačnih elemenata koji bi u slučaju klasične metode i metode rađanja trajao danima. Metoda fiktivnog zavara zapravo je metoda rađanja s time da je fiktivni zavar stvoren s početnom temperaturom od 0 °C. Nakon stvaranja fiktivnog zavara i resetiranja temperatura, započinje zavarivanje gdje fiktivni zavar glumi osnovni materijal. Cilj simulacije nije bio ustanoviti točnu raspodjelu naprezanja i

deformacija, već pokazati mogućnost implementacije metode fiktivnog zavara na zavarivanje složenijih konstrukcijskih komponenata poput *linera* tvrtke *Alstom*. Iako je cilj ostvaren i metoda je dala zadovoljavajuće rezultate, za točniju raspodjelu naprežanja i deformacija nužno je povećati širinu 3D zone s  $2,5t$  na  $3,5t$  te modelirati više prolaza elektrode.

## LITERATURA

- [1] Božić, Ž.: Dinamička čvrstoća tankostjenih konstrukcija – skripta, Zagreb, 2010.
- [2] Perić, M.: Numeričko modeliranje zaostalih naprezanja i pukotina u zavarenim konstrukcijama, doktorski rad, Zagreb, 2015.
- [3] Tonković, Z.: Numerička analiza konstrukcija, Toplinska analiza – materijali s predavanja, Zagreb, 2014.
- [4] Pilipenko, A.: Computer simulation of residual stresses and distortion of thick plates in multi – electrode submerged arc welding and their mitigation techniques, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2001.
- [5] Pustaić, D.: Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti – sažetak predavanja, Zagreb, 2009.
- [6] Tonković, Z.: Mehanika oštećenja i mehanika loma, Nelinearna formulacija metode konačnih elemenata – materijali s predavanja, Zagreb, 2014.
- [7] Abaqus 6.13-4 HTML Documentation, Abaqus Analysis User's Manual, Simulia, 2013.
- [8] Sorić, J.: Nelinearna numerička analiza konstrukcija – materijali s predavanja, Zagreb, 2015.
- [9] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Golden Marketing – Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [10] Abaqus 6.13 – 4, Dassault Systéms, 2013.
- [11] Putar, F.: Numerička analiza zaostalih naprezanja i deformacija pri zavarivanju, diplomski rad, Zagreb, 2015.
- [12] Abaqus Welding Interface, Simulia, web stranica: <http://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/add-ons/extensions/>, 2014.
- [13] Pevec, D., Seleš, K.: Prezentacija o sučelju AWI, Zagreb, 2015.
- [14] CATIA V5R18, Dassault Systéms, 2012.

## **PRILOZI**

### **I. CD-R disc**