

# Procjena sposobnosti procesa izrade hidrauličkih cilindara

---

**Topić, Ante**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2015**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:726513>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-29**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Ante Topić**

Zagreb, 2015. godina.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**DIPLOMSKI RAD**  
**PROCJENA SPOSOBNOSTI PROCESA IZRADE**  
**HIDRAULIČKIH CILINDARA**

Mentori:

Prof. dr. sc. Biserka Runje

Student:

Ante Topić

Zagreb, 2015. godina.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se na ukazanom povjerenju i podršci pri izradi diplomskog rada mentoru prof. dr. Biserka Runje kao i poduzeću „Hidropneumatika“ na svim informacijama i materijalima prilikom izvođenja eksperimentalnog dijela rada.

Naravno, posebno se zahvaljujem svojoj obitelji na razumijevanju, strpljenu, pomoći i podršci iskazanoj tijekom studija.

Ante Topić





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo  
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: ANTE TOPIĆ Mat. br.: 1192020336  
Naslov rada na hrvatskom jeziku: **PROCJENA SPOSOBNOSTI PROCESA IZRADE HIDRAULIČKIH CILINDARA**  
Naslov rada na engleskom jeziku: **CAPABILITY ESTIMATION OF HYDRAULIC CYLINDERS MANUFACTURING PROCESS**  
Opis zadatka:

U radu je potrebno:

1. Teorijski razraditi postupke procjene sposobnosti procesa za kontinuirane i diskontinuirane varijable te definirati uvjete koje je potrebno zadovoljiti prije samog postupka procjene.
2. Razraditi koncepte WC (Worst Case Analysis), RSS (Root Sum of Squares Analysis,) i SST (Six Sigma Tolerance Analysis) tolerancija. Pojasniti vezu statističkih tolerancija i indeksa sposobnosti procesa.
3. Sa stajališta dimenzionalne kontrole procijeniti sposobnost procesa izrade hidrauličkih cilindara te raspraviti dobivene rezultate.

Analizu statističkih tolerancija i postupak procjene sposobnosti procesa provesti korištenjem raspoložive SPC računalne podrške.

Zadatak zadan:

24. rujna 2015.

Zadatak zadao:

Rok predaje rada:

26. studenog 2015.

Predviđeni datum obrane:

2., 3. i 4. prosinca 2015.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Biserka Runje

Prof. dr. sc. Franjo Cajner

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE .....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY .....	VII
1. UVOD.....	1
2. ANALIZA SPOSOBNOSTI PROCESA I KONTROLNE KARTE .....	2
2.1. Analiza sposobnosti procesa .....	5
2.2. Kontrolne karte .....	9
2.2.1. Kontrolne karte za opisna (atributivna) svojstva .....	12
2.2.2. Kontrolne karte za mjerna (numerička) svojstva .....	15
2.2.3. Analiza kontrolnih karata.....	18
3. SPOSOBNOST I INDEKS SPOSOBNOSTI PROCESA.....	21
3.1. Pokazatelji sposobnosti procesa.....	23
3.2. Preliminarna sposobnost procesa .....	30
3.3. Sposobnost u kratkom vremenskom razdoblju .....	31
3.4. Razlozi za primjenu indeksa sposobnosti procesa .....	32
4. METODE WCA, RSS i SIX SIGMA ANALIZA.....	34
4.1. Worst Case analiza (WCA – najgori slučaj) .....	35
4.2. Root Sum of Squares (Suma korijena kvadrata).....	38
4.3. Six Sigma analiza tolerancija (SST) .....	42
5. MJERENJE I OCJENA SPOSOBNOSTI PROCESA IZRADE HIDRAULIČKIH CILINDARA .....	49
6. ZAKLJUČAK.....	58
LITERATURA.....	59
PRILOZI.....	60

## POPIS SLIKA

Slika 1. Model procesa prema standardima serije ISO 9000 .....	3
Slika 2. Zadovoljenja potreba vanjskih i unutarnjih korisnika [2].....	4
Slika 3. Primjer rasipanja procesa .....	5
Slika 4. Mjerenja i analiza performansi procesa [2].....	6
Slika 5. Tok kontrole i verificiranje sposobnosti procesa .....	6
Slika 6. Procesna i završna kontrola.....	8
Slika 7. Utjecajni faktori na sposobnost procesa [2].....	8
Slika 8. Granice kontrolne karte [1] .....	10
Slika 9. Izbor kontrolne karte [1] .....	11
Slika 10. Kontrolna karta sa normalnim, stabilnim procesom .....	18
Slika 11. primjer kontrolnih karti sa nestabilnim procesom .....	19
Slika 12. Primjer procesa koji je stabilan i sposoban.....	20
Slika 13. Primjer procesa koji je stabilan a nije sposoban .....	20
Slika 26. Tolerancijsko polje zahtjeva [12].....	21
Slika 27. Primjer koeficijenta $C_p$ [12].....	26
Slika 28. Različite vrijednosti koeficijenta $C_p$ prema normalno distribuiranom procesu [1]..	26
Slika 29. Primjer $C_{pL}$ i $C_{pU}$ , kada je dan jednostrani zahtjev [12] .....	28
Slika 30. Demonstrirana izvrsnost $C_{pk}$ .....	29
Slika 14. Rapon od $6\sigma$ [16] .....	34
Slika 15. Shema sklopa [8].....	35
Slika 16. Dužine dijela i kućišta sa odstupanjima [8] .....	36
Slika 17. Razmak između kućišta i prvog dijela [8] .....	36
Slika 18. Najmanji mogući razmak [8] .....	37
Slika 19. Najveći mogući razmak [8].....	38
Slika 20. Shema sklopa [8].....	39
Slika 21. Standardna odstupanja dijelova i sklopa [8] .....	40
Slika 22. Granice tolerancije [8] .....	41
Slika 23. Zglob koji se sklapa [15].....	43
Slika 24. Histogram rezultirajućih zazora .....	46
Slika 25. Dobivena kumulativna funkcija .....	47
Slika 33. X – R karta varijable unutarnjeg promjera cijevi.....	52
Slika 34. Sposobnost procesa – varijabla unutarnji promjer cijevi .....	52
Slika 35. X – R karta varijable promjera klipnjače .....	54
Slika 36. Sposobnost procesa – varijabla promjer klipnjače.....	54
Slika 37. X – R karta varijable promjera klipnjače .....	56
Slika 38. Sposobnost procesa – varijabla promjer klipnjače.....	56

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Koeficijenti kontrolnih granica $\bar{X}$ R kontrolne karte.....	17
Tablica 2. Vrijednost $C_p$ i sposobnosti procesa .....	25
Tablica 3. Veličine sklopa.....	37
Tablica 4. Raspon tolerancije za razmak.....	40
Tablica 5. Vrijednost ulaznih veličina.....	44
Tablica 6. Izračunavanje modela.....	45
Tablica 7. Monte Carlo statistički parametri .....	46
Tablica 8. Statističke vrijednosti po mjesecima .....	47
Tablica 9. Podaci o proizvodnji hidrauličkog cilindra HC160.40.18.D01.30.....	50
Tablica 10. Rezultati uzorka mjerenja unutarnjeg promjera cijevi .....	51
Tablica 11. Rezultati uzorka mjerenja promjera klipnjače .....	53
Tablica 12. Rezultati uzorka mjerenja unutarnjeg promjera vodilice .....	55

**POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE**

BROJ CRTEŽA	Naziv iz sastavnice
03-0160-SC	Klipnjaca 18x129
04-0160-SC	Cijev HC160.40
06-0110-SC	Vodilica HC160.40.18
13-0160-SC	HC160.40.18.D01.30

**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$T$		Raspon zahtjeva (tolerancijsko područje)
$USL$		Gornja granica zahtjeva (Upper Specification Limit)
$LSL$		Donja granica zahtjeva (Lower Specification Limit)
$C_{pk}$		Demonstrirana izvrsnost (Demonstrated excellence)
$C_{pm}$		Potencijalna sposobnost (Potential Capability)
$C_r$		Omjer sposobnosti (Capability Ratio)
$C_{pL}$		Donja potencijalna sposobnost (Lower Potential Capability)
$C_{pu}$		Gornja potencijalna sposobnost (Upper Potential Capability)
$UCL$		Gornja kontrolna granica (Upper control limit)
$CL$		Središnja linija (central line)
$LCL$		Donja kontrolna granica (lower control limit)
$\bar{p}$		Prosječan broj neispravnih proizvoda
$\bar{u}$		Prosječan broj defekata po jedinici proizvoda
$n\bar{p}$		Prosječan broj neispravnih proizvoda po uzorku
$\bar{c}$		Prosječan broj defekata po uzorku
$s = \hat{\sigma}$		Standardno odstupanje
$\sigma$		Standardna devijacija
$k$		Faktor korekcije necentriranosti
$DKG$		Donja kontrolna granica
$GKG$		Gornja kontrolna granica

## SAŽETAK

U radu je opisan i razrađen postupak procjene sposobnosti procesa, te su definirani uvjeti koje je potrebno zadovoljiti prije postupka procjene. Sposobnost procesa se procjenjuje računanjem indeksa sposobnosti procesa. Kako bi mogli procjenjivati sposobnost procesa raspodjela podataka mora se aproksimirati normalnom raspodjelom, te proces mora biti stabilan i bez značajnih uzroka varijacija. Pouzdana procjena sposobnosti procesa može se donijeti samo temeljem praćenja procesa primjenom odgovarajuće kontrolne karte i nakon dovođenja procesa u stanje statističke kontrole. U radu su također opisane najčešće korištene kontrolne karte kao i sam odabir odgovarajuće kontrolne karte i njihova analiza.

Sposobnost procesa daje odnos postavljenih specifikacija i tolerancija, određenih zahtjevima kupaca i ponašanja, odnosno rasipanja procesa.

Tolerancije predstavljaju dopušteno odstupanje od određenih vrijednosti ili standarda i imaju različita značenja u različitim stadijima procesa. Analiza tolerancija postala je sve važnija i važnija, a značajnu pažnju dobila je proizvodnoj industriji. Konačni cilj analize tolerancija je ne samo poboljšavanje proizvoda nego i smanjenje cijene proizvoda. Da bi se u današnje vrijeme proizveo six sigma proizvod bez mijenjanja specifikacija moraju se smanjiti varijacije proizvoda. Statističko određivanje tolerancija je viša razina određivanja tolerancija pri kojoj se određuju statističke karakteristike varijable *A* koje su određene varijacijom varijable *B*. Većina inženjera primjenjuje neki od načina određivanja tolerancija dok su najčešće metode obrađene u radu, Metoda najgorih slučajeva (Worst Case Analysis - WCA), suma kvadrata korijena (Sum of Squares - RSS) te metoda Monte Carlo (MCA) poznata još kao Six Sigma analiza tolerancija.

Na kraju rada nalaze se mjerenja i rezultati ocjena sposobnosti procesa izrade hidrauličkog cilindra tvrtke Hidropneumatika.

Ključne riječi: kontrolne karte, sposobnost procesa, statističke tolerancije

## **SUMMARY**

This study shows principle of process capability estimation and defines all conditions needed before estimation can be successful engaged. To be able to estimate capability of process, data management has to be approximated evenly and entire process has to be stable without noticeable anomalies. Reliable estimation of process capability can only be initiated with proper process monitoring using appropriate control card and after process itself is in statically controlled environment. Study also shows most used control cards and their analysis.

Process ability is defined by user specification, and tolerance which are defined by consumers, also known as process scattering. Tolerance itself defines maximum deviation from standard or user defined values. They also have different meanings depending on process stage. Tolerance analysis became very important, with most use in industry of manufacturing. Its final goal is not only improvement of final product, but also reduction of its cost. To be able to manufacture six sigma product without changing specifications, we have to reduce deviation of product itself. Static tolerance determination is superior tolerance determination which defines characteristics of variable A which is defined by deviation of variable B. Most engenders use method of tolerance estimation, the most common methods that are explained in this study are The Worst Case Analysis - WCA, Sum of Squares - RSS and Monte Carlo also known as Six Sigma analysis.

And at the end, there is detailed measurement and results of hydraulic cylinder process capability estimation made in company Hidropneumatika.

Key words: process capability, control charts, statistical tolerance



## 1. UVOD

Studije sposobnosti procesa su vrhunski alat upravljanja kvalitetom. Nijedna aktivnost upravljanja kvalitetom, kao što su projektiranje kvaliteta, planiranje i upravljanje opremom, upravljanje procesom poboljšanja itd., za bilo koji proces u organizaciji nije moguća bez poznavanja sposobnosti procesa.

Sposobnost procesa može se definirati kao „performansa procesa u toku izvjesnog perioda vremena za koji je on u stanju kontrole“.

Kontrolne su karte (control chart) osnovni instrument pomoću kojega se provodi statistička kontrola proizvoda ili proizvodnoga procesa. Osnovna uloga kontrolnih karata je u otkrivanju i vizualizaciji poremećaja kvalitete proizvoda.

Analiza tolerancija postala je sve važnija i važnija, a značajnu pažnju dobila je proizvodnoj industriji. Konačni cilj analize tolerancija je ne samo poboljšavanje proizvoda nego i smanjenje cijene proizvoda. Da bi se u današnje vrijeme proizveo six sigma proizvod bez mijenjanja specifikacija moraju se smanjiti varijacije proizvoda.

Šest sigma znači 99,9996% uspješnosti. Ova razina uspješnosti je ekvivalentna pojavi 3,4 nesukladnosti na milijun mogućnosti. Nesukladnost može biti bilo što, od greške na proizvodu do pogrešnog računa kupcu.

## 2. ANALIZA SPOSOBNOSTI PROCESA I KONTROLNE KARTE

Procesni pristup se definira stavom „željeni rezultat se efikasnije ostvaruje ako se svim uključenim resursima i aktivnostima upravlja kao procesom“. Iz ovog principa i stava proizašla je nova disciplina Menadžment procesima . Prema standardu ISO 9000 točka 3.4.1 Proces je skup međusobno povezanih ili međusobno djelujućih aktivnosti koje pretvaraju ulazne u izlazne elemente (slika 1.). Ulazni elementi nekog procesa su, po pravilu, izlazni elementi drugih procesa.

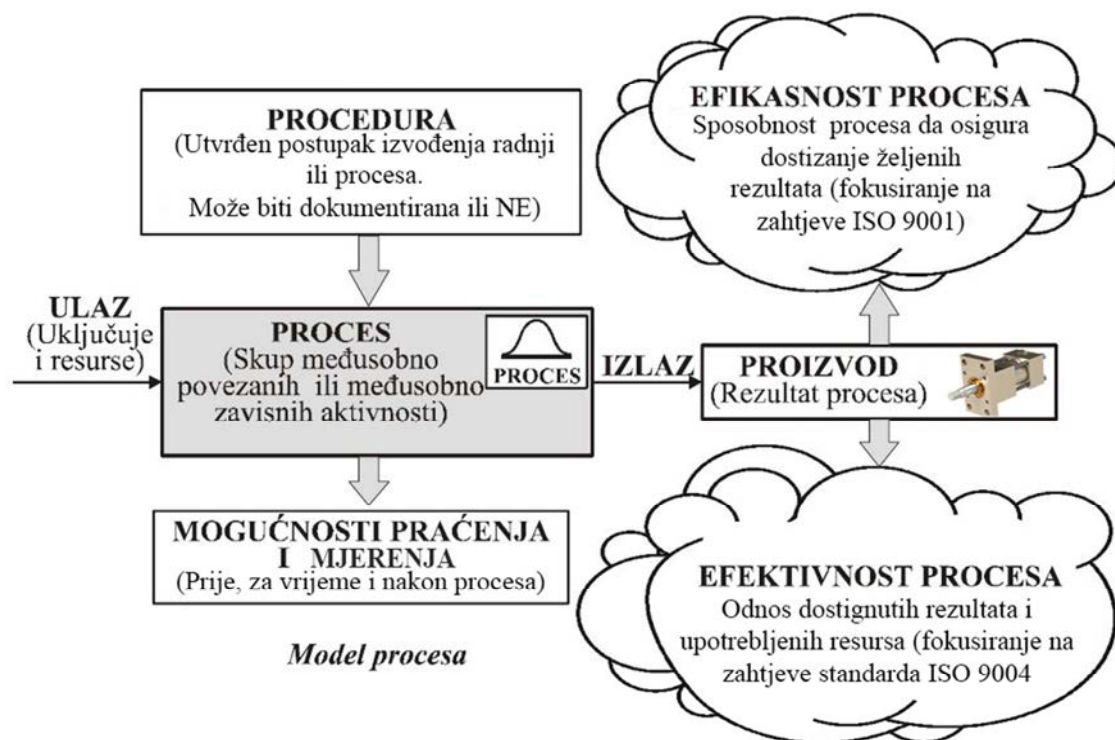
Menadžment procesima ne odnosi se samo na transformaciju ulaza u izlaze, već zahtjeva:

- jasno definiranu namjenu i ciljeve koji su bazirani na potrebama interesnih strana,
- da proces bude tako dizajniran da može ostvariti ciljeve efektivnom upotrebom resursa,
- da proizvodi zadovoljavaju interesne strane,
- da osigura mjerenje, preispitivanje i stalno unapređenje efikasnosti i efektivnosti procesa.

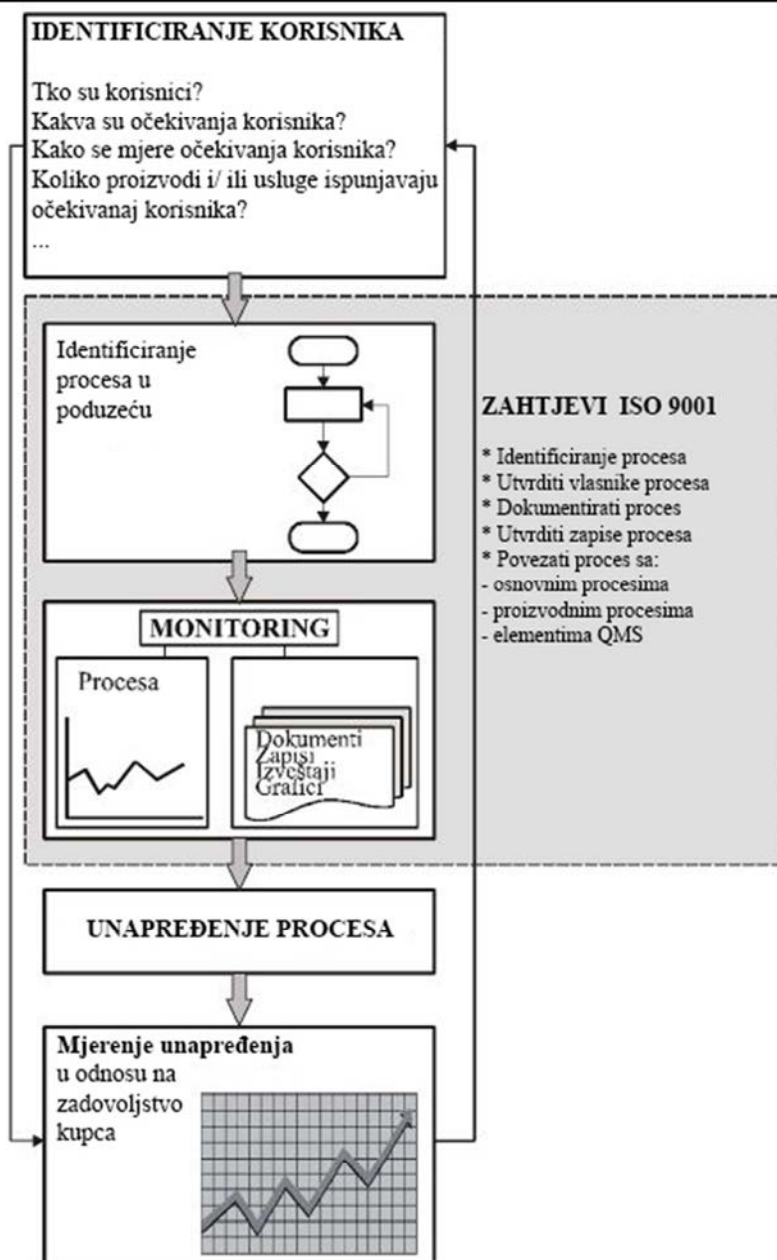
Procesni pristup se u standardima serije ISO 9001 izražava kroz sljedeće zahtjeve:

- utvrđivanje identiteta procesa,
- definiranje ulaza i izlaza iz procesa,
- osiguranje infrastrukture, informacija i resursa za funkcioniranje procesa.

Zato je osnovni zahtjev serije standarda ISO 9000 zadovoljenje potreba eksternih i internih korisnika (slika 2.) kroz: identificiranja korisnika, identificiranje procesa, praćenje procesa i dokumentacije, unapređenja i mjerenje efekata unapređenja.



Slika 1. Model procesa prema standardima serije ISO 9000

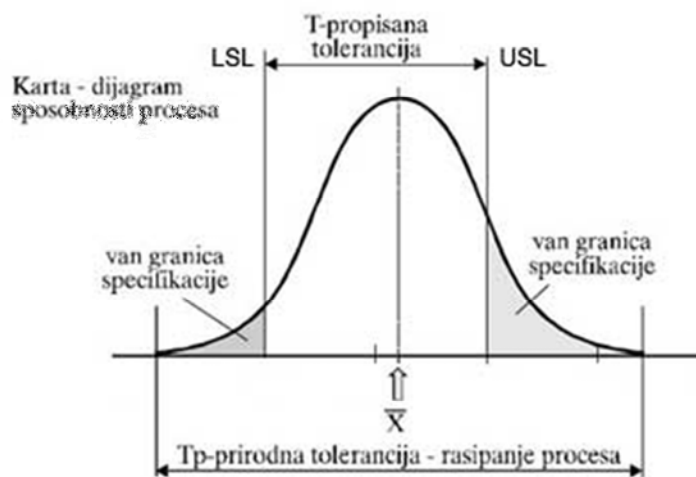


Slika 2. Zadovoljenja potreba vanjskih i unutarnjih korisnika [2]

Ocjena mogućnosti procesa je ocjena rasipanja i podešenosti procesa u stanju statističke kontrole (slika 3.). Kada podaci slijede normalnu raspodjelu sposobnost se definira terminom »rasipanje« procesa i mjeri prirodnom tolerancijom  $T_p = 6\sigma$  gdje rasipanje sadrži 99,73 % usuglašanih proizvoda. [2]

Kako je  $\sigma$  mjera rasipanja procesa evidentno je da je  $\sigma$  i mjera kvaliteta procesa, jer je rasipanje isključivo problem kvaliteta procesa, proizvoda i usluga. Unapređenje kvalitete

postiče se smanjenjem rasipanja, tako da je suština unapređenja u iznalaženju uzroka rasipanja i poduzimanju mjera za smanjenje rasipanja. Uzroci se pronalaze isključivo mjerenjima, analizama i ocjenama kvaliteta procesa. Zato su mjerenja osnova analize i unapređenja kvaliteta procesa i proizvoda (usluga).



Slika 3. Primjer rasipanja procesa

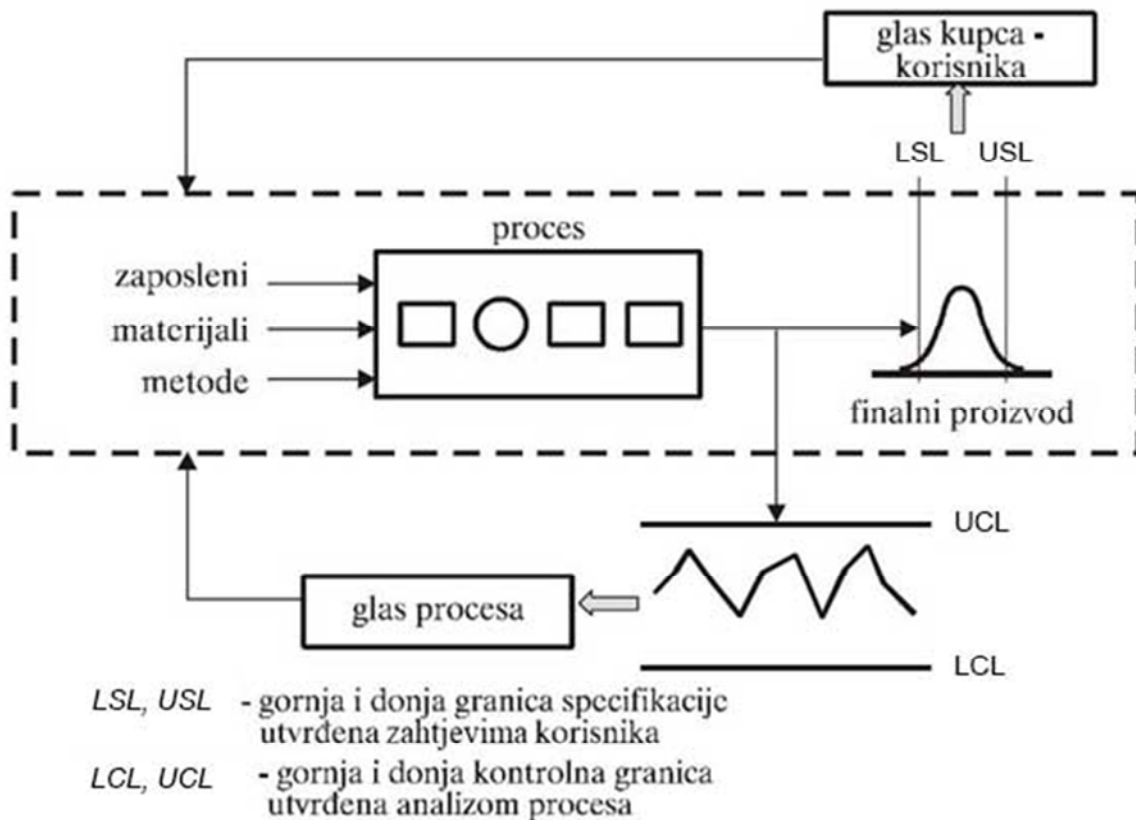
## 2.1. Analiza sposobnosti procesa

Analiza sposobnosti procesa se izvodi sa ciljem ocjene usuglašenosti parametara procesa sa zahtjevima definiranim crtežima, specifikacijama, u procesu proizvodnje ili u probnoj proizvodnji, prije i na početku serijske proizvodnje. Analiza osigurava i identificira karakteristike procesa potrebnih za projektiranje mjera i primjenu metoda i tehnika unapređenja kvalitete. Kroz analizu i ocjenu sposobnosti procesa formira se odgovor na pitanje: da li je proces u stanju da osiguraju traženu razinu kvaliteta proizvoda?

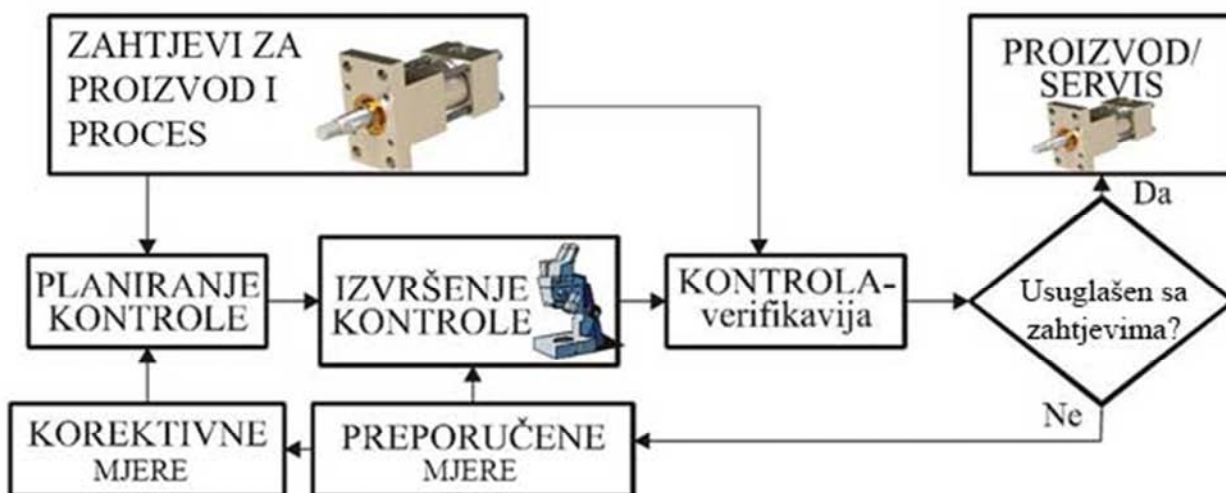
Mjerenja i praćenja performansi procesa (slika 4.) su osnovni alat menadžmenta za ocjenjivanje procesa i nalaženje mogućnosti za poboljšanja „korak po korak“, stalna poboljšavanja ili projekte prolomnih promjena, u skladu sa vizijom i strateškim ciljevima kompanije.

Standard ISO 16949 kroz točku 8.2.3.1 praćenje i mjerenje performansi procesa proizvodnje naglašava potrebu da organizacija utvrdi studije procesa na svim nivoima proizvodnje (uključujući montažu podsklopova, sklopova i proizvoda) da bi se verificirala sposobnost procesa i osigurale dodatne ulazne informacije za proces kontrole (slika 5.). Rezultate studija procesa treba dokumentirati specifikacijama za potrebe proizvodnje,

mjerenja, testiranja i održavanja. Dokumenti uključuju ciljeve i mogućnosti procesa proizvodnje, pouzdanost, održavanje i kriterije prihvatljivosti.



Slika 4. Mjerenja i analiza performansi procesa [2]



Slika 5. Tok kontrole i verificiranje sposobnosti procesa

Organizacija održava zahtjevima utvrđene karakteristike proizvoda i sposobnost procesa proizvodnje. U tom cilju obavezno osigurava da se plan kontrole i dijagram toka procesa primjenjuju, uključujući praćenje:

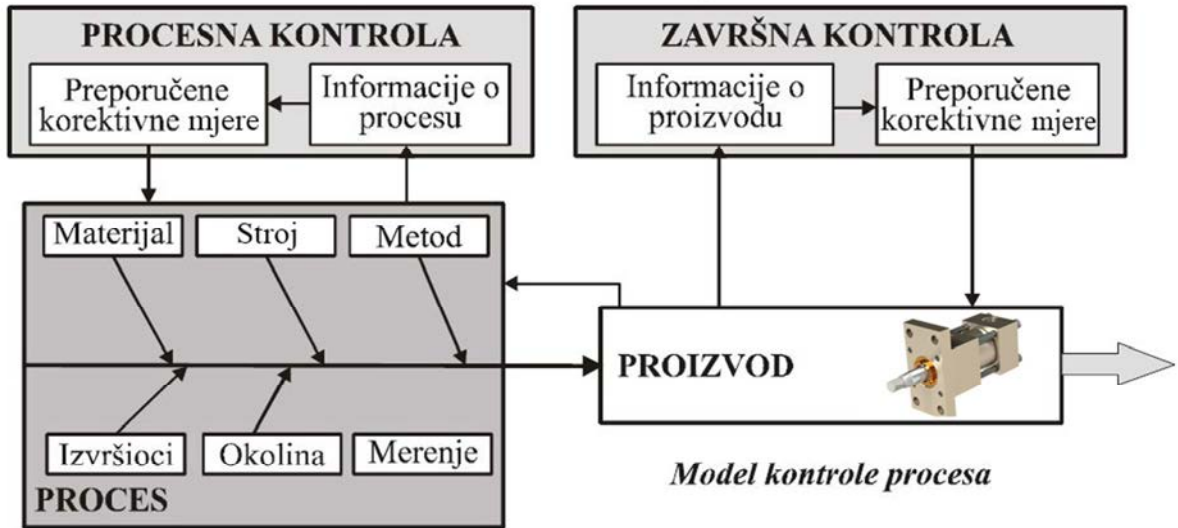
- Tehnika mjerenja
- Planova uzrokovanja
- Kriterije prihvatljivosti
- Planove reakcija kad kriteriji prihvatljivosti nisu zadovoljeni

Menadžment procesima zahtjeva utvrđivanje postupaka verifikacije izlaza u odnosu na ulaz i kontrolu proizvoda. Zato je potrebno utvrditi metode praćenja performansi (sposobnosti) procesa kroz mjerenja i kontrolu procesa u različitim fazama (na ulazu - prijemu, u toku procesa, na izlazu - finalna kontrola, slika 6.).

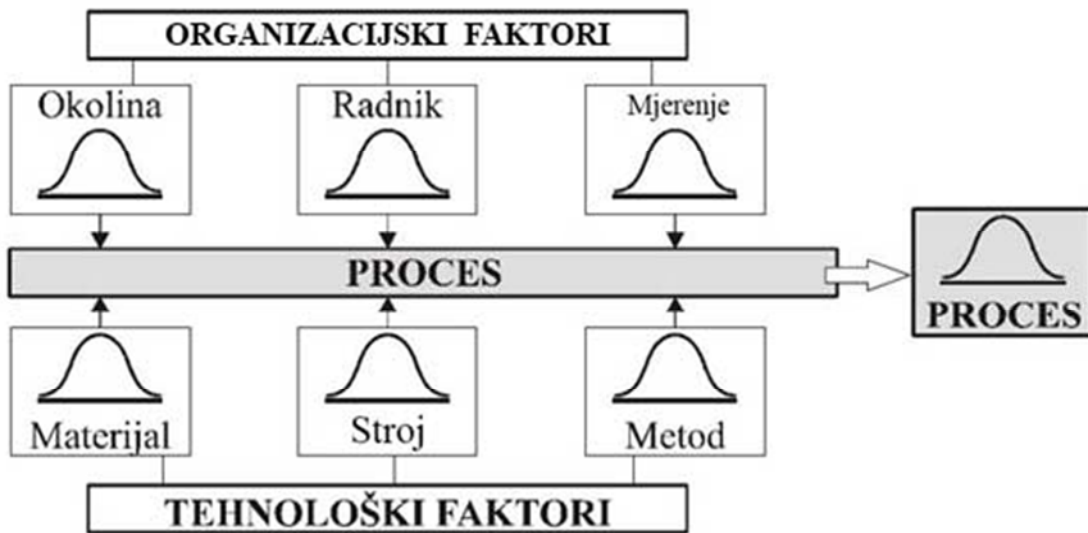
Proces praćenja i mjerenja vlasnicima procesa osigurava odgovore na sljedeća pitanja:

- Da li se proces odvija u skladu sa planom?
- Da li su rezultati procesa dobri?
- Da li rezultati procesa osiguravaju uspjeh organizacije?

Prethodno je potrebno postaviti procese na mjesto i osposobiti sve izvršioce za praćenje i izvođenje mjerenja procesa u skladu sa ciljevima i namjerama. Potrebni ciljevi se utvrđuju i opisuju za sve procese i kao takvi su osnova za analizu faktora utjecajnih na sposobnost procesa u odnosu na željeni rezultat (slika 7.).



Slika 6. Procesna i završna kontrola



Slika 7. Utjecajni faktori na sposobnost procesa [2]



## 2.2. Kontrolne karte

Većina kontrolnih karata koje se danas primjenjuju u aktivnostima kontrole kvalitete nastala je u drugoj polovici dvadesetih godina prošlog stoljeća u laboratorijima Bell Telephone Company. Autor tih karata je bio dr. Walter A. Shewhaet, koji je svoja istraživanja i saznanja vezana uz mogućnost primjene kontrolnih karata objavio 1931. god. u svojoj knjizi „Economic Control of Quality of Manufactured Product“.

Kontrolne su karte (control chart) osnovni instrument pomoću kojega se provodi statistička kontrola proizvoda ili proizvodnoga procesa. Osnovna uloga kontrolnih karata je u otkrivanju i vizualizaciji poremećaja kvalitete proizvoda.

Kontrolna karta predstavlja grafičku metodu koja omogućuje registriranje stanja proizvodnog procesa usporedbom izmjerenih vrijednosti karakteristika kvaliteta sa kontrolnim granicama koje se izračunavaju prema statističkim principima. Kontrolne granice omogućuju da se razlikuju obje vrste uzroka odstupanja i predstavljaju osnovne pokazatelje za određivanje trenutka kada kod procesa treba intervenirati. Kod kontrolnih karti se izračunava i položaj centralne linije, odnosno vrijednosti oko koje se očekuje grupiranje podataka dobivenih na pojedinim uzorcima.

Projektiranje kontrolnih karti se može izvoditi ručno ili pomoću računala. S obzirom da se proračun svodi na utvrđivanje srednjih vrijednosti, raspona vrijednosti u okviru uzorka. Primjena računala omogućava prednosti u smislu smanjenja broja grešaka, poboljšanju čitljivosti i smanjenje vremena potrebno za izradu kontrolnih karata. Uzevši u obzir vrstu podataka odnosno tipove podataka koji se obrađuju, postoje dvije vrste kontrolnih karti:

### 1. Kontrolne karte za opisna (atributivna) svojstva:

p karta (p chart) – postotak nesukladnosti (proportion)

c karta (c chart) – broj nesukladnosti (count)

u karta (u chart) – prosječan broj nesukladnosti po jedinici proizvodnje (per unit)

np karta (np chart) – (broj neispravnih proizvoda)

### 2. Kontrolne karte za mjerna (numerička) svojstva:

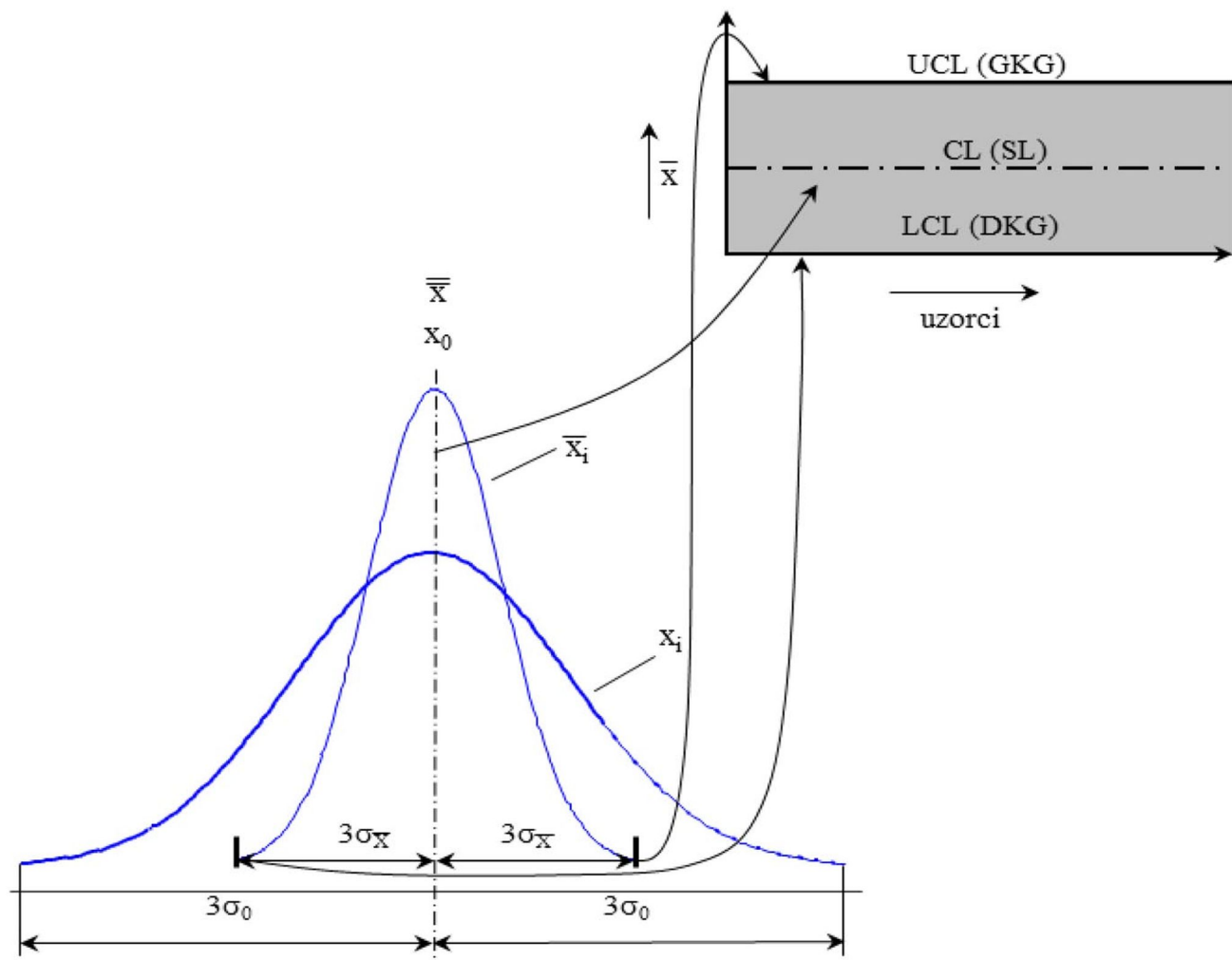
$\bar{X}$  karta (X bar chart)

R karta (R chart)

xMR karta (xMR chart)

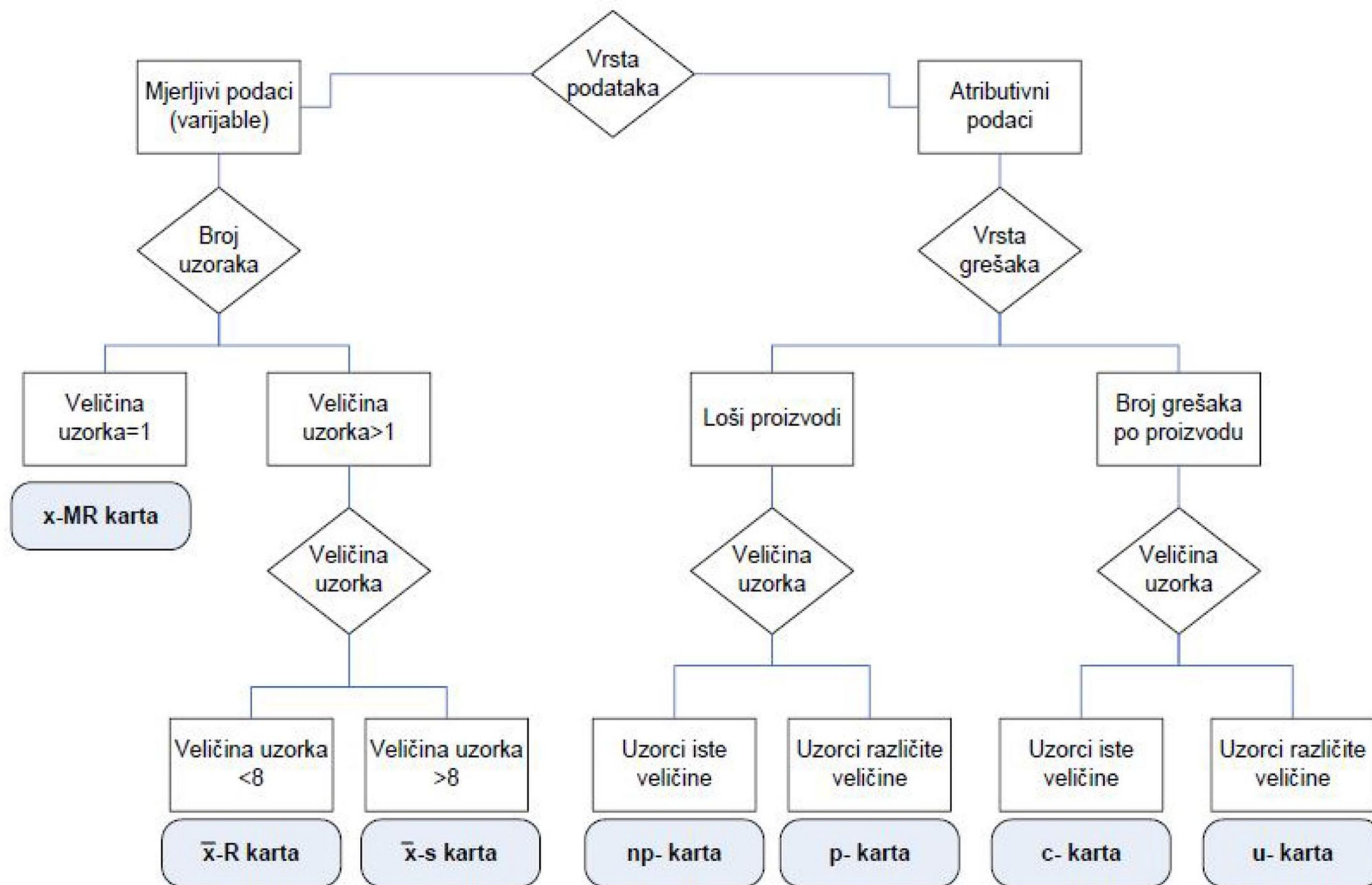
Kontrolna karta sastoji se od tri osnovne kontrolne granice :

- Gornja kontrolna granica (upper control limit - UCL)
- Središnja crta (central line - CL)
- Donja kontrolna granica (lower control limit - LCL)



Slika 8. Granice kontrolne karte [1]

Izbor kontrolne karte prikazana je na sljedećoj stranici (slika 9.)



Slika 9. Izbor kontrolne karte [1]

### 2.2.1. Kontrolne karte za opisna (atributivna) svojstva

Kod atributivnih kontrolnih karti se karakteristike kvaliteta izražavaju preko atributivnih podataka (brojanje), u vidu broja neispravnih proizvoda ili broja defekata. Najčešće se u praksi primjenjuju sljedeći tipovi atributivnih kontrolnih karti:

- a) np karta: karta broja neispravnih proizvoda
- b) p karta: karta postotka neispravnih proizvoda
- c) c karta: karta broja defekata po uzorku
- d) u karta: karta broja defekata po jedinici proizvoda

Snimanjem procesa se prikupljaju podaci za izabranu karakteristiku na određenom broju uzoraka za koje je unaprijed definirana veličina i frekvencija uzimanja. Nakon toga se pristupa izradi odgovarajuće kontrolne karte što podrazumijeva proračunavanje i ucrtavanje centralne linije i kontrolnih granica.

Zavisno od izabranog tipa atributivne kontrolne karte utvrđuju se određeni statistički parametar, koji ujedno predstavlja i položaj centralne linije (CL):

- Prosječan broj neispravnih proizvoda po uzorku kod ukupnog broja uzoraka

$$n\bar{p} = \frac{\text{ukupan broj neispravnih proizvoda u svim uzorcima}}{\text{ukupan broj svih uzoraka}}$$

- Prosječan postotak neispravnih proizvoda među svim kontroliranim proizvodima

$$\bar{p} = \frac{\text{ukupan broj neispravnih proizvoda u svim uzorcima}}{\text{ukupan broj kontroliranih proizvoda u svim uzorcima}} \times 100$$

- Prosječan broj defekata po uzorku

$$\bar{c} = \frac{\text{ukupan broj defekata u svim uzorcima}}{\text{broj uzoraka}}$$

- Prosječan broj defekata po jedinici proizvoda među svim kontroliranim proizvodima

$$\bar{u} = \frac{\text{ukupan broj defekata na svim jedinicama proizvoda}}{\text{ukupan broj svih kontroliranih jedinica proizvoda}}$$

Proračunavanje kontrolne granice za atributivne kontrolne karte vrši se na osnovu sljedećih izraza:

- **np karta**

centralna linija (*CL*) -  $n\bar{p}$

donja kontrolna granica (*DKG*, *LCL*)

$$DKG_{np} = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})} \quad (1)$$

gornja kontrolna granica (*GKG*, *UCL*)

$$GKG_{np} = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})} \quad (2)$$

- **p karta**

centralna linija -  $\bar{p}$

donja kontrolna granica (*DKG*, *LCL*)

$$DKG_p^* = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(100-\bar{p})}{n}} \quad (3)$$

gornja kontrolna granica (*GKG*, *UCL*)

$$GKG_p^* = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(100-\bar{p})}{n}} \quad (4)$$

- **c karta**

centralna linija -  $\bar{c}$

donja kontrolna granica (*DKG*, *LCL*)

$$DKG_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \quad (5)$$

gornja kontrolna granica (*GKG*, *UCL*)

$$GKG_c = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \quad (6)$$

- u karta

centralna linija -  $\bar{u}$

gornja kontrolna granica (*DKG, LCL*)

$$DKG_u^* = \bar{u} - 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \quad (7)$$

donja kontrolna granica (*GKG, UCL*)

$$GKG_u^* = \bar{u} + 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \quad (8)$$

\*Napomena: Kada je veličina uzorka promjenljiva ove kontrolne granice su stepenaste. Radi pojednostavljenja, usvajaju se kontrolne granice prema prosječnoj veličini uzorka  $n$ . Stvarne granice se računaju samo za uzorke čija veličina odstupa za više od 20% u odnosu na  $n$ .

### 2.2.2. Kontrolne karte za mjerna (numerička) svojstva

Numeričke kontrolne karte, odnosno kontrolne karte za mjeru u osnovi koriste mjerne (numeričke) podatke, utvrđene mjerenjem, za izračunavanje kontroliranih karakteristika kvaliteta.

Najčešće se u praksi primjenjuju sljedeći tipovi numeričkih kontrolnih karata:

- $\bar{X}R$  karta: karta srednjih vrijednosti i raspona
- $\bar{X}\sigma$  karta: karta srednjih vrijednosti i standardnih devijacija
- $\bar{X}$  karta: karta srednjih vrijednosti

U toku snimanja procesa mjerenjem se prikupljaju podaci za izabranu karakteristiku kvaliteta na određenom broju uzoraka za koje je unaprijed definirana veličina i frekvencija uzimanja. Za projektiranje kontrolne karte, na primjer karte srednjih vrijednosti i raspona, za adekvatno prezentiranje procesa treba izvršiti najmanje 100 mjerenja vrijednosti karakteristike kvaliteta. Pri tome veličina uzorka treba da iznosi od 2 do 20 uzastopno uzetih primjeraka iz uzorka (najčešće je  $n = 5$  primjeraka), dok broj uzoraka treba da bude  $k = 20 \div 25$ .

Rezultati mjerenja iz pojedinačnih uzoraka se unose u odgovarajuće kolone na unaprijed pripremljenom kontrolnom listu. Na osnovu tih mjernih rezultata se izračunavaju srednje vrijednosti i rasponi podataka iz svakog uzorka.

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (9)$$

$$R = X_{max} - X_{min} \quad (10)$$

Dobivene srednje vrijednosti i rasponi podataka po uzorcima se unose u kontrolnu kartu za vremenske intervale u kojima su mjerni rezultati dobiveni. Da bi se izvršilo projektiranje kontrolne karte potrebno je još proračunati i ucrtati centralnu liniju i kontrolne granice.

Kod kontrolne karte srednjih vrijednosti i raspona ( $\bar{X}R$  karta) vrijednosti koje određuju položaj **centralnih linija** izračunavaju se sljedećim izrazima:

- Za X kartu (prosjeak srednjih vrijednosti po uzorcima):

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_k}{k} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X_i \quad (11)$$

- Za R kartu:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_k}{k} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i \quad (12)$$

**Kontrolne granice** za  $\bar{X}$ R kartu (karta srednjih vrijednosti i raspona) se proračunavaju na osnovu sljedećih izraza:

- X karta

Centralna linija -  $\bar{X}$

Donja kontrolna granica

$$DKG_{\bar{X}} = \bar{X} - A_2 \cdot R \quad (13)$$

Gornja kontrolna granica

$$GKG_{\bar{X}} = \bar{X} + A_2 \cdot R \quad (14)$$

- R karta

Centralna linija -  $\bar{R}$

Donja kontrolna granica

$$DKG_R = D_3 \cdot \bar{R} \quad (15)$$

Gornja kontrolna granica

$$GKG_R = D_4 \cdot \bar{R} \quad (16)$$

$A_2, D_3, D_4$  su koeficijenti kontrolnih granica čije su vrijednosti datu u tablici 1, zavisno od veličini uzorka.



Tablica 1. Koeficijenti kontrolnih granica  $\bar{X}R$  kontrolne karte

Veličina uzorka (n)	$A_2$	$D_3$	$D_4$
2	1,880	0	3,268
3	1,023	0	2,574
4	0,729	0	2,282
5	0,577	0	2,114
6	0,483	0	2,004
7	0,419	0,076	1,924
8	0,373	0,136	1,864
9	0,337	0,184	1,816
10	0,308	0,223	1,777

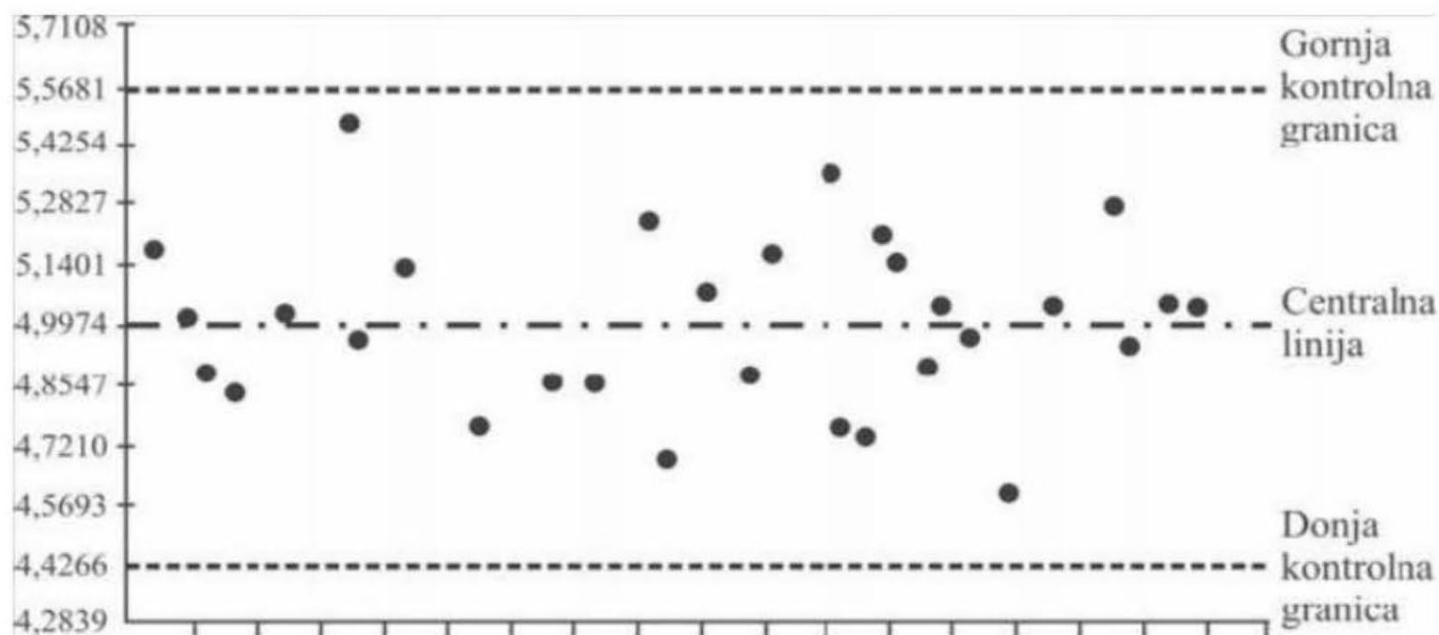
### 2.2.3. Analiza kontrolnih karata

Nakon formiranja kontrolne karte pristupa se njenoj analizi i utvrđivanju odgovarajućih ocjena i zaključaka o kontroliranom procesu. Praćenjem procesa preko kontrolne karte blagovremeno se utvrđuje trenutak kada dolazi do poremećaja. Taj trenutak odgovara prelasku parametra izvan jedne od kontrolnih granica. U trenutku kada karakteristika kvaliteta izađe van kontrolnih granica, proces više nije pod statističkom kontrolom i potrebno je na njega intervenirati.

**Stabilan proces** (pod statističkom kontrolom) karakteriziraju sljedeći položaji točaka:

- većina točaka je blizu centralne linije
- neke točke su "razbacane" i približavaju se kontrolnim granicama
- nema točaka izvan kontrolnih granica

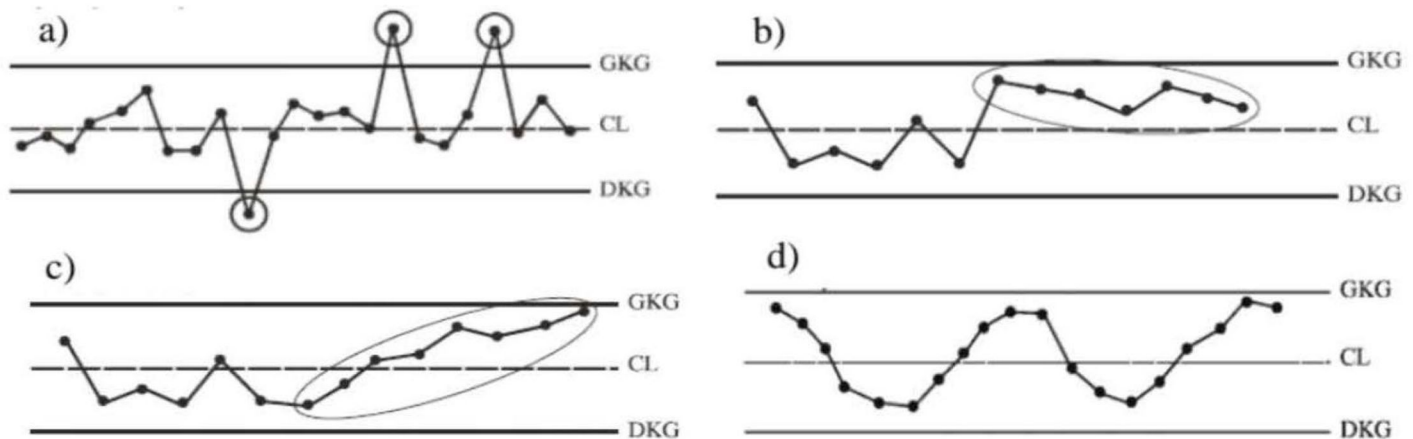
Tipičan primjer kontrolne karte sa stabilnim procesom prikazan je na slici 10.



**Slika 10. Kontrolna karta sa normalnim, stabilnim procesom**

**Nestabilan proces** karakteriziraju sljedeće pojave na kontrolnoj karti (Slika 11.)

- jedna ili više točaka je izvan kontrolnih granica (a)
- serija od sedam ili više uzastopnih točaka iznad ili ispod centralne linije (b)
- trend na dole ili gore od sedam ili više uzastopnih točaka (c)
- cikličko ponavljanje sheme, naizmjenični trend rasta ili pada vrijednosti (d)



**Slika 11. primjer kontrolnih karti sa nestabilnim procesom**

U praksi je razvijen veliki broj prostih pravila koja omogućavaju prognozu toka procesa, prepoznavanje odstupanja stabilnosti i sprečavanje izlaska procesa van kontrole. Neka od njih su prikazana na slici 11. ali postoji nekoliko neprirodnih shema koje se mogu pojaviti, a koje zahtijevaju dodatna ispitivanja:

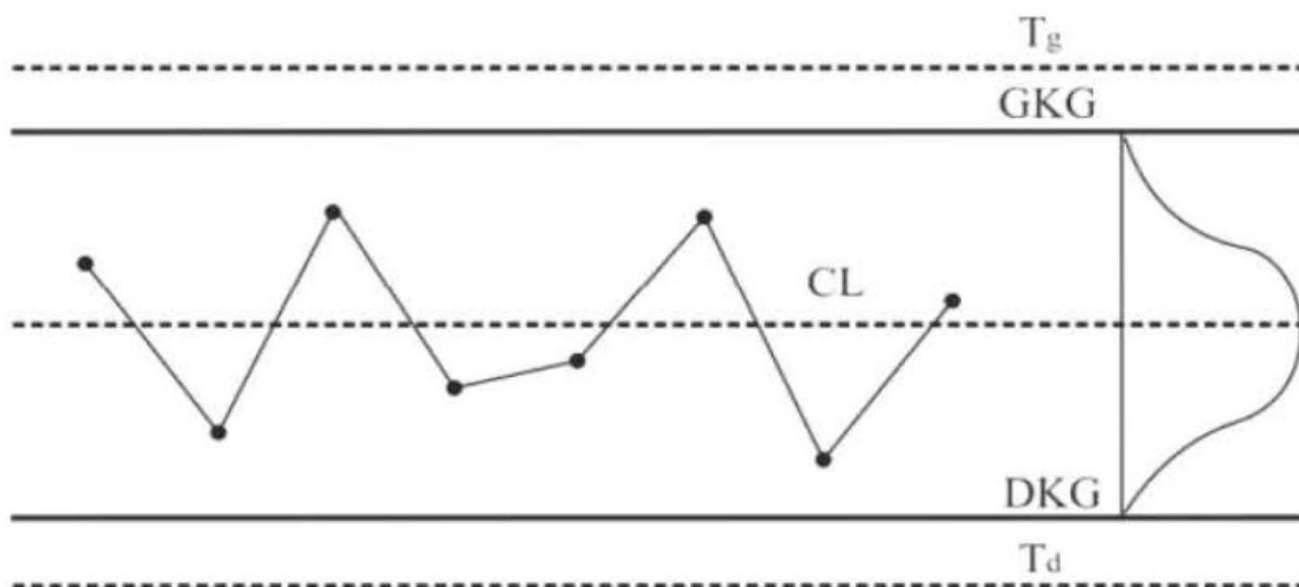
- mješavina uočljiva po odsustvu točaka blizu centralne linije
- raslojavanje uočljivo pomoću petnaest ili više točaka koje sistematski dodiruju centralnu liniju
- grupe točaka u jednoj zoni kontrolne karte

Analiza sposobnosti procesa je metoda za analizu varijabilnosti otkrivene u procesu, pri čemu se utvrđuju mogućnosti izvršenja procesa kada nikakvi specijalni uzroci nisu prisutni. To se dešava, po definiciji, onda kada je proces u statističkom smislu stabilan. Pošto varijabilnost procesa može da se opiše normalnom raspodjelom, sposobnost procesa

može se procijeniti pomoću svojstava ove raspodjele i izražava se postotkom izrađenih proizvoda koji ostaju u okviru granica dozvoljenih odstupanja.

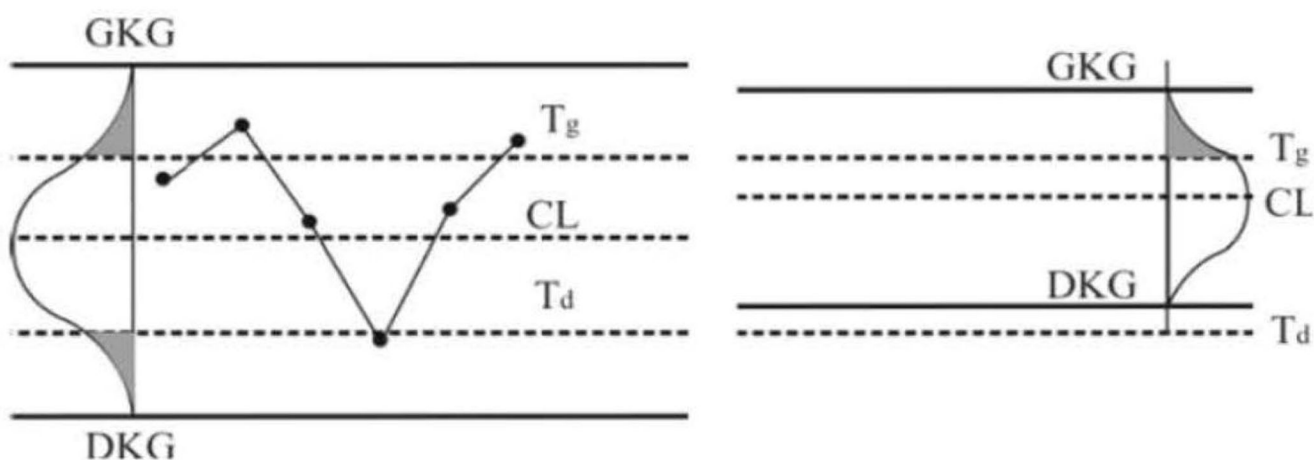
Prema tome, analiza sposobnosti procesa se koristi kada je potrebno da se, za proces koji je stabilan, utvrdi da li je sposoban da zadovolji zahtjeve specifikacije. Pri tome su u postavci problema moguća dva slučaja:

- **Proces je STABILAN I SPOSOBAN**, odnosno osigurava dobivanje proizvoda koji zadovoljavaju zahtjeve specifikacije (Slika 12.)



Slika 12. Primjer procesa koji je stabilan i sposoban

- **Proces je STABILAN I NIJE SPOSOBAN** ukoliko jedan stabilan postotak proizvoda ne zadovoljava zahtjeve specifikacije (Slika 13.)



Slika 13. Primjer procesa koji je stabilan a nije sposoban

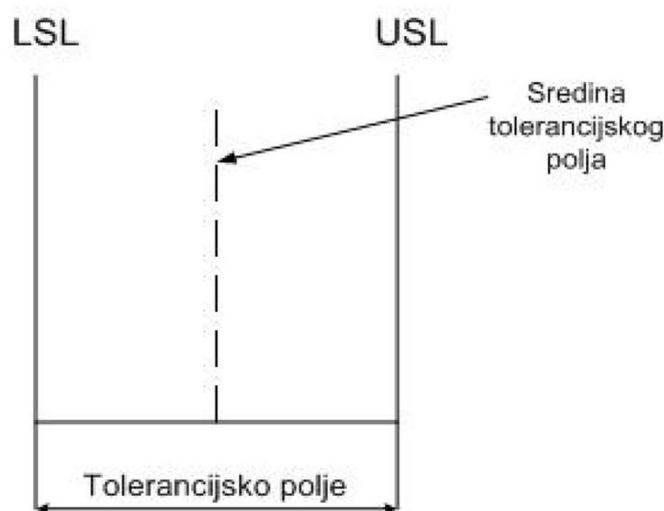
### 3. SPOSOBNOST I INDEKS SPOSOBNOSTI PROCESA

Studije sposobnosti procesa su vrhunski alat upravljanja kvalitetom. Nijedna aktivnost upravljanja kvalitetom, kao što su projektiranje kvaliteta, planiranje i upravljanje opremom, upravljanje procesom poboljšanja itd., za bilo koji proces u organizaciji nije moguća bez poznavanja sposobnosti procesa.

Sposobnost procesa može se definirati kao „performansa procesa u toku izvjesnog perioda vremena za koji je on u stanju kontrole“. Ona se obično izražava raspodjelom rezultata ili karakteristika procesa. Da bi se objektivno mjerio stupanj u kom proces zadovoljava ili ne zadovoljava zahtjeve, razvijene su studije sposobnosti procesa. One su zasnovane na kvantitativnim pokazateljima performansi procesa, tzv. Indeksima sposobnosti procesa i grafičkom predstavljanju svih mjera zadovoljenja zahtjeva. Pokazatelji sposobnosti procesa dovode raspodjelu procesa u vezu sa granicama tolerancije zadanim specifikacijom.

Ako se ne zna što se događa u toku procesa, nikada se ne može znati da li je proces ispunio zahtjeve. Upravljanje procesom znači voditi ga tako da on pruži maksimalnu sposobnost u stanju „pod kontrolom“, a tek se povećanjem sposobnosti procesa postiže poboljšanje procesa.

Sposobnost procesa se procjenjuje računanjem tzv. indeksa sposobnosti procesa, ali i pomoću drugih pokazatelja koji nisu toliko važni za primjenu u industriji. Proces je sposoban ako je raspon zahtjeva veći ili jednak od raspona procesa. To je ujedno i temeljni uvjet sposobnosti procesa.



Slika 14. Tolerancijsko polje zahtjeva [12]

**Raspon zahtjeva** (tolerancijsko područje) **T** je područje između gornje (Upper Specification Limit) i donje granice zahtjeva (Lower Specification Limit), odnosno

$$T = USL - LSL \quad (20)$$

**Raspon procesa** podrazumijeva područje unutar  $\pm 3\sigma$  standardna odstupanja ( $6\sigma$ ) u odnosu na sredinu procesa (99,73 % površine ispod krivulje normalne raspodjele kojom se aproksimira proces). Temeljni uvjet sposobnosti procesa je:

$$T \geq 6\sigma \quad (21)$$

Ocjena sposobnosti procesa odgovara na pitanje treba li poboljšati proces. Ako je odgovor potvrđan, postavlja se pitanje za koliko ga treba poboljšati. Drugim riječima, ova se analiza svodi na razmatranje uzroka varijabilnosti procesa, budući da se u svakom procesu pojavljuje određeni stupanj varijabilnosti iz slučajnih ili posebnih uzroka. Ocjenom sposobnosti procesa mjeri se učinkovitost i efikasnost procesa u slučaju nepostojanja posebnih uzroka varijacija, dakle u slučaju kada je proces u stanju statističke kontrole. Kad je proces pod kontrolom bit će manja vjerojatnost da promatrani parametri procesa izađu izvan okvira kontrolnih granica. To će biti tako zbog toga jer se na proces može djelovati već u trenutku kada se pojave naznake da bi mogao izaći izvan kontrole, odnosno izvan specificiranih kontrolnih granica.

Također treba osigurati ne samo da je proces pod kontrolom, već i da je ispravno centriran u odnosu na definiranu i praćenu karakteristiku proizvoda ili nekog njegovog parametra.

Prije analiziranja sposobnosti procesa treba proces dovesti u stanje statističke kontrole i osigurati da je normalno distribuiran. Prema Breyfogleu, postoje tri statistička instrumenta za utvrđivanje je li proces pod kontrolom i jesu li njegovi izlazi normalno distribuirani, a to su:

- Kontrolne karte
- Histogrami
- Matematička analiza distribucije



Prije ocjene sposobnosti procesa potrebno je izabrati kritični parametar ili promjenjivu veličinu koja će se kontrolirati. To je veličina koja se mora uklopiti u zadane tolerancije, npr. dimenzija neke pozicije ili bilo koja druga veličina. U složenijim slučajevima ocjene sposobnosti procesa, kritični parametri mogu biti rezultat nekoliko procesa. U takvim slučajevima ponekad je neophodno analizirati sposobnost svakog od tih procesa. Analize početnih procesa se najčešće pokazuju korisnije od analiza kasnijih procesa. Kad se odabere kritični parametar, može se pristupiti prikupljanju rezultata mjerenja. Kritični parametar treba biti mjereno što preciznijim mjerilom s klasom točnosti većom od veličine tolerancije. U suprotnom, proces mjerenja će biti uzrok pojave varijacija na konkretnom parametru. Najbolje je prikupljati što više podataka tijekom dužeg vremenskog perioda. Tako se s većom pouzdanošću dobiva ocjena sposobnosti procesa jer se zasniva na velikom uzorku.

### 3.1. Pokazatelji sposobnosti procesa

Sposobnost procesa se procjenjuje računanjem tzv. indeksa sposobnosti procesa. Za taj izračun uvede se određene pretpostavke:

- Razdioba podataka se aproksimira normalnom razdiobom
- Proces koji se analizira je stabilan i bez značajnih uzroka varijacija (proces je pod kontrolom)
- Pouzdana procjena sposobnosti može se donijeti samo temeljem praćenja procesa primjenom odgovarajuće kontrolne karte u stanju statičke kontrole (stanje „pod kontrolom“)

Kod uvođenja ovih pretpostavki važno je naglasiti da ako proces nije „pod kontrolom“ računanje indeksa sposobnosti je puka formalnost i zavaravanje. Pored toga važno je uočiti da otklanjanjem značajnih uzroka varijacija u procesu i dovođenjem sredine procesa u okoliš ciljane vrijednosti ima smisla procjenjivati njegovu sposobnost.

Indeksi sposobnosti procesa su koristan alat kada se statički analiziraju podaci dobiveni mjerenjem. Za njihovo izračunavanje potrebno je imati toleranciju ili dopuštene granice odstupanja. Indeksi sposobnosti procesa su pojedinačni brojevi, pa je to i prednost i nedostatak. Prednost se sastoji u tome što je najlakše uspoređivati jedan broj, a nedostatak što je jedan broj donekle ograničenog dometa.

Uvažavajući vrijeme odvijanja procesa, procjenjivanje sposobnosti (pripadajući indeksi) može pripadati jednoj od sljedeće tri kategorije:

1. Sposobnost procesa u dužem vremenskom razdoblju (Long-Term Process Capability)
2. Preliminarna sposobnost procesa (Preliminary Process Capability)
3. Sposobnost u kratkom vremenskom razdoblju (Short-Term Capability)

### Sposobnosti procesa u dužem vremenskom razdoblju

Indeksi sposobnosti procesa računaju se nakon odvijanja procesa tijekom razložno dugog vremenskog razdoblja u kojem su se mogli pojaviti sve moguće varijacije procesa. Preporuka je 20 proizvodnih dana (tvrtka Ford). Indeksi su sljedeći:

- Potencijalna sposobnost  $C_p$
- Omjer sposobnosti  $C_r$
- Donja i gornja potencijalna sposobnost  $C_{pL}$  i  $C_{pU}$
- Faktor korekcije necentriranosti  $k$
- Demonstrirana izvrsnost -  $C_{pk}$

**Potencijalna sposobnost  $C_p$**  se računa kao odnos tolerancije prema  $6\sigma$

$$C_p = \frac{T}{\sigma} = \frac{USL-LSL}{6\sigma} \quad (22)$$

Vrijednost  $C_p$  pokazuje koliko je puta širina tolerantnog polja veća od stvarne širine odgovarajuće raspodjele. Pri ovome korištenje  $6\sigma$  intervala kao etalona podrazumijeva implicitno usvajanje pretpostavke o normalnoj raspodjeli konkretnog parametra.

Standardno odstupanje se procjenjuje analizom odgovarajuće kontrolne karte, odnosno iz izraza:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (23)$$

(u slučaju primjene  $\bar{X} - R$  kontrolne karte) ili

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_2} \quad (24)$$

(u slučaju primjene  $\bar{X} - S$  kontrolne karte).



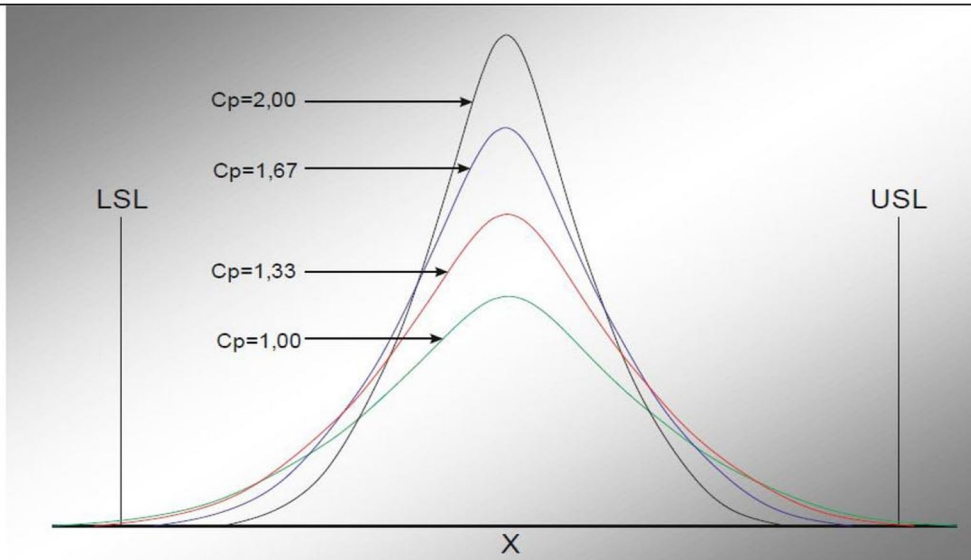
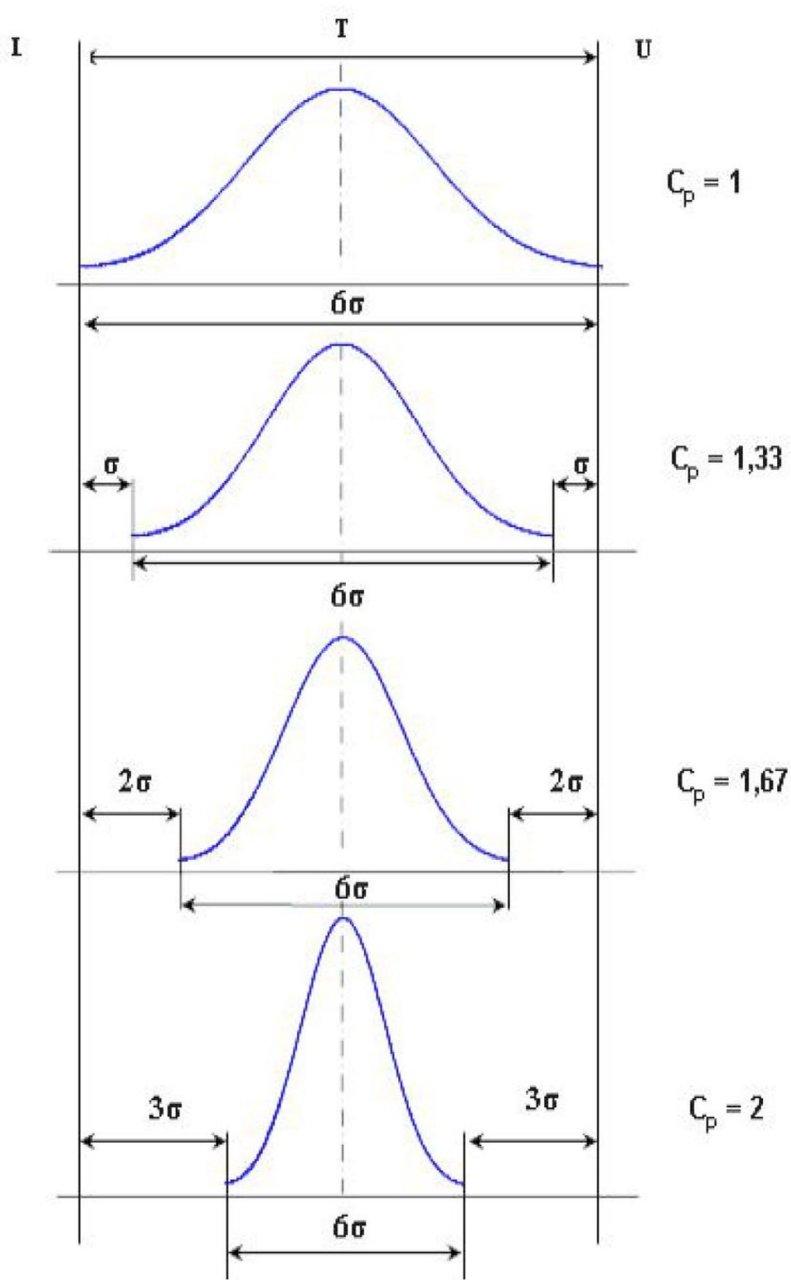
Ovako procijenjeno standardno odstupanje naziva se „standardno odstupanje iz uzorka“ ili „unutrašnje standardno odstupanje“ (within subgroups or internal standard deviation).

Vrijednost ovog indeksa neposredno pokazuje može li proces biti sposoban. Što je iznos indeksa veći, to je rasipanje procesa manje. Njegove vrijednosti se kreću oko nule do vrlo velikih pozitivnih brojeva. Što je vrijednost indeksa veća, to je manje rasipanje procesa. Teorijski je proces sposoban ako je  $C_p \geq 1$ . Sve dok je srednja vrijednost rezultata mjerenja jednaka centralnoj točki tolerancije, može se komentirati i povezati  $C_p$  i preciznost procesa (tablica 2). Nedostatak ovog indeksa je u tome što zanemaruje sredinu procesa, te se u slučaju loše centriranosti procesa može doći do pogrešnog zaključka.

**Tablica 2. Vrijednost  $C_p$  i sposobnosti procesa**

<b><math>C_p</math></b>	<b>Sposobnost procesa</b>
> 1,33	Proces može biti sposoban
1,0 do 1,33	Moguća sposobnost je upitna, a proces treba i dalje nadzirati
< 1,00	Vrlo upitna sposobnost procesa

Na slikama 15. i 16. prikazana je vrijednost povezanosti širine raspodjele i nekog parametra procesa s vrijednošću  $C_p$ . Na taj način, jedan od prvih i polaznih zadataka uvođenja faktora sposobnosti procesa sastoji se u karakterizaciji procesa prema postotku škarta pomoću jednog jednostavnog broja. Različite tvrtke usvajaju za svoje procese različite kritične vrijednosti  $C_p$ . Mnogi japanski proizvođači orijentiraju se na vrijednost  $C_p = 1,33$ , što odgovara takvoj situaciji kada interval  $\pm 3\sigma$  zauzima 75% od polja dopuštenog odstupanja. Ovu vrijednost za  $C_p$  koristi i tvrtka „Ford“ kao etalon, dok se u tvrtkama „Reno“ kao kritična vrijednost  $C_p$  koristi 1. Neke tvrtke ovu vrijednost podižu na 1,67 odnosno  $C_p \geq 2$ .

Slika 15. Primjer koeficijenta  $C_p$  [12]Slika 16. Različite vrijednosti koeficijenta  $C_p$  prema normalno distribuiranom procesu [1]

**Omjer sposobnosti  $C_r$** 

Za ocjenu sposobnosti procesa koristi se recipročna vrijednost indeksa  $C_p$ :

$$C_r = \frac{1}{C_p} \quad (25)$$

$$C_r = \frac{6\bar{\sigma}}{T} = \frac{6\bar{\sigma}}{USL-LSL} \quad (26)$$

Ako se iznos ovoga indeksa prikaže u postotcima ( $C_r \cdot 100\%$ ), dobiva se postotak tolerancijskog područja koji je „iskorišten“ rasponom procesa.

Za sposobnost procesa indeks  $C_r$  treba biti manji od 1.

**Donja i gornja potencijalna sposobnost  $C_{pU}$  i  $C_{pL}$** 

Vrijednost indeksa  $C_{pU}$  i  $C_{pL}$  računa se korištenjem sljedećih izraza:

$$C_{pL} = \frac{(\bar{x}-L)}{3\cdot\hat{\sigma}} \quad (27)$$

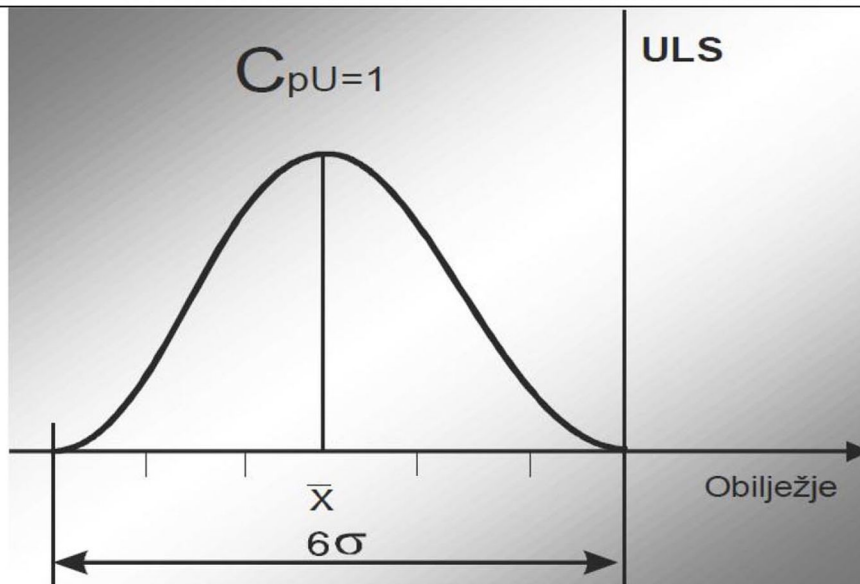
$$C_{pU} = \frac{(U-\bar{x})}{3\cdot\hat{\sigma}} \quad (258)$$

Sredina procesa je središnja linija primijenjene kontrolne karte. U slučaju računanja statističkih parametara iz svih podataka sredina procesa odgovara aritmetičkoj sredini tih podataka.

Indeksi  $C_p$  i  $C_r$  ne pokazuju kako je smješten proces u odnosu na granice specifikacija. To se može utvrditi usporedbom iznosa indeksa  $C_{pL}$  i  $C_{pU}$ :

- identični iznosi ukazuju na potpunu centriranost procesa (vrijednosti indeksa jednake su vrijednosti indeksa  $C_p$ )
- iznos manji od 1 ukazuje na nesukladnost
- proces je pomaknut prema granici specifikacije manjeg iznosa indeksa

Ovi indeksi se računaju u slučaju procjenjivanja sposobnosti procesa kada je dan jednostrani zahtjev na proces (samo jedna granica specifikacije-primjer pokazuje slika 17) .



Slika 17. Primjer  $C_{pL}$  i  $C_{pU}$ , kada je dan jednostrani zahtjev [12]

### Faktor korekcije necentriranosti k

Iznos indeksa  $C_p$  može se korigirati zbog necentriranosti računanjem faktora korekcije necentriranosti k:

$$k = \frac{|M - \bar{x}|}{(USL - LSL)/2} \quad (29)$$

gdje je M ciljana vrijednost procesa, odnosno:

$$M = \frac{(USL - LSL)}{2} \quad (30)$$

tako da je  $0 < k < 1$

### Demonstrirana izvrsnost - $C_{pk}$

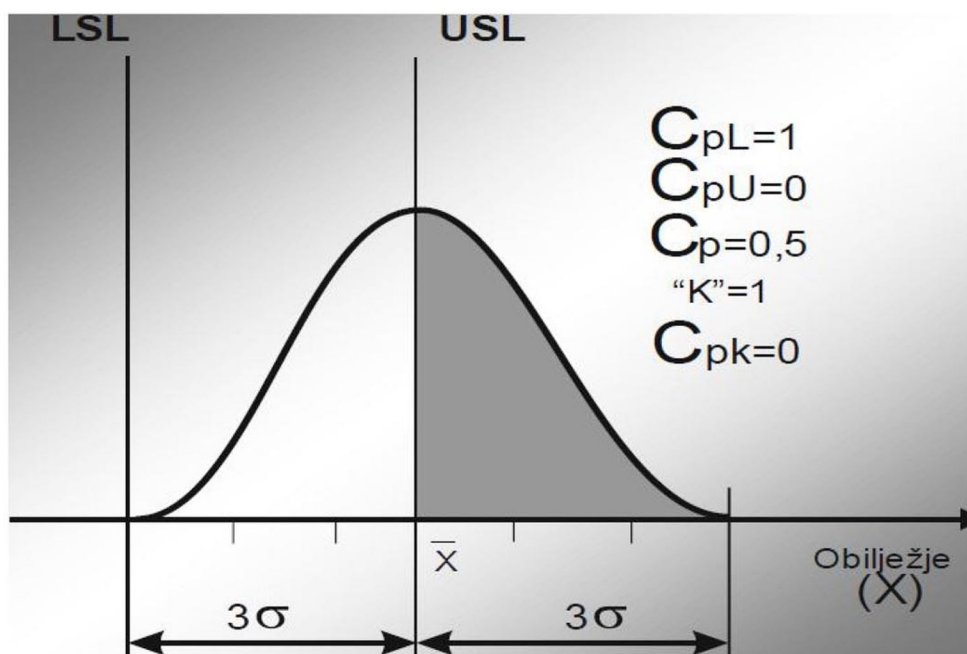
Vidjelo se da indeks  $C_p$  mjeri potencijalnu sposobnost, pretpostavljajući da je prosjek procesa jednak srednjoj točki granica tolerancije i da se odvija pod statističkom kontrolom. Budući da prosjek nije često u srednjoj točki, korisno je imati indeks sposobnosti koji odražava varijaciju i položaj prosjeka procesa. Takav indeks je  $C_{pk}$ . Faktor  $C_{pk}$  iskazuje točnost procesa na osnovi najlošije slike podataka (slika 18).

Negativna vrijednost  $C_{pk}$  ukazuje da je srednja vrijednost izvan granica tolerancije. Ako je  $C_{pk} = 0$  onda je srednja vrijednost jednaka jednoj od granica tolerancije.  $C_{pk}$  između 0 i 1,0 znači da proces ( $6\sigma$ ) izlazi izvan granica tolerancije.  $C_{pk}$  od 1,0 znači da jedan kraj procesa ( $6\sigma$ ) pada na granicu tolerancije.  $C_{pk}$  iznad 1,0 znači da proces ulazi potpuno unutar granica tolerancije. Što je veća vrijednost  $C_{pk}$ , to će biti manja količina proizvoda koji su izvan dopuštenih granica.

Veza između indeksa  $C_p$  i  $C_{pk}$  matematički se prikazuje kao:

$$C_{pk} = C_p(1 - k) \quad (31)$$

gdje je „k“ vrijednost koja označava koliko je proces odmaknut od centra.



Slika 18. Demonstrirana izvrsnost  $C_{pk}$

Ako je proces idealno centriran tada je  $k$  jednak nuli i  $C_{pk} = C_p$ . Pomicanjem procesa od ciljane vrijednosti (sredine područja tolerancija)  $k$  se povećava, a  $C_{pk}$  postaje manji od  $C_p$ .

Ako se vrijednost  $C_{pk}$  povećava, to zahtijeva promjenu u prosjeku procesa, procesnom standardnom odstupanju ili objema vrijednostima. Za neke procese može biti lakše povećati vrijednost  $C_{pk}$  mijenjanjem prosječne vrijednosti (pomoću jednostavnog prilagođavanja procesnom cilju), nego smanjivanjem standardnog odstupanja (istraživanjem mnogih uzoraka varijacija). Histogram procesa treba uvijek kritički analizirati kako bi se naglasio prosjek i



raspon procesa. Treba biti oprezan te imati na umu da vrijednosti  $C_{pk}$  i  $C_p$  izračunavaju za procese s normalnom razdiobom, ali sve procesi se ne ponašaju prema zakonu normalne razdiobe. Bez poznavanja razdiobe kojom se može opisati proces, upotreba  $C_{pk}$  vrijednosti može nepravilno utjecati na procjenu i odvesti do loših poslovnih odluka.

Sadašnji standardi za indekse sposobnosti procesa su:

$$C_{pk} > 1,33 \text{ i } C_{pk} > 1,33$$

Ova vrijednost nije izabrana slučajno. Procesu su vrlo rijetko statični i ova vrijednost omogućuje male pomake procesa. Npr., ako se vrijednost  $C_{pk}$  mijenja s vrijednosti 1,0 na vrijednost 0,67 (pomak od jedne standardne devijacije), opis procesa se promijeni s 0,27 % škarta na 4,55 % škarta. Također, stvarni procesi obično pridonose povećanju škarta pa visoki indeksi sposobnosti procesa osiguravaju prihvatljivost do kraja linije  $C_{pk}$

### 3.2. Preliminarna sposobnost procesa

Preliminarno procjenjivanje sposobnosti procesa provodi se na njegovom početku ili nakon kratkog praćenja procesa. Preporuka je da se razmatra uzorak od najmanje 100 jedinica ili kontrolna karta s najmanje 20 uzoraka.

U nazivlju indeksa se umjesto riječi sposobnost (Capability) koristi termin značajka (Performance). U tom smislu se indeksi označavaju kao  $P_p, P_{pL}, P_{pU}, P_{pk}$ , a računaju se na isti način kao  $C_p, C_{pL}, C_{pU}, C_{pk}$  a standardno odstupanje naziva se „ukupno standardno odstupanje“ (engl. overall or total standard deviation).

Zahtjevi na najmanje iznose indeksa  $P_p$  i  $P_{pk}$  su stroži nego za iznose indeksa  $C_p$  i  $C_{pk}$  (npr., ako je zahtjev za  $C_p \geq 1,33$ , tada je ekvivalentni zahtjev za  $P_p \geq 1,67$ ). U SPC softverima za računanje ovih indeksa koristi se ukupno standardno odstupanje.

Ukupno standardno odstupanje računa se iz izraza:

$$s = \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (32)$$

### 3.3. Sposobnost u kratkom vremenskom razdoblju

Za analizu sposobnosti procesa u kratkom vremenskom razdoblju često se koristi termin „analiza sposobnosti stroja“ (engl. Machine Capability Analysis). Primjenjuje se prilikom preuzimanja stroja. Preporučuje se analiza na uzorku od najmanje 50 jedinica. Temeljni interes je informacija o rasipanju podataka oko ciljane vrijednosti  $M$ .

$$M = \frac{(USL+LSL)}{2} \quad (33)$$

#### Potencijalna sposobnost procesa $C_{pm}$

Neki kažu (Boyles 1991.) da  $C_p$  i  $C_{pk}$  nisu primjereni za opisivanje centriranja procesa. Taguchi zagovara alternativu, a kasnije mnogi autori  $C_{pm}$  navod kao Taguchi indeks (Chan 1988.).

$C_{pm}$  se računa korištenjem alternativne procjene standardnog odstupanja koja sadrži efekt slučajne necentriranosti (rasipanja oko ciljane vrijednosti), odnosno:

$$C_{pm} = \frac{T}{\hat{\sigma}} = \frac{USL-LSL}{6\hat{\sigma}} \quad (34)$$

gdje je:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i-M)^2}{n-1}} \quad (35)$$

Veza  $C_{pm}$  kruži oko Taguchijevog šampionskog pristupa smanjenju varijacije s ciljane vrijednosti kao vodeći princip prema poboljšanju kvalitete. Ova jednačba je dosljedna s Taguchijevom filozofijom, relativna je njegovoj funkciji gubitka i njegovoj filozofiji gubitka

financija gdje su žrtve korisnici i društvo općenito, kada proizvod ne postigne željeni cilj.

Ovi koncepti opisani su u daljnjem tekstu. Iz ove jednadžbe zapažamo sljedeće:

- Više važnosti pridaje se cilju (M)
- Manje važnosti pridaje se granicama specifikacija

Pored opisanih pokazatelja sposobnosti procesa, treba navesti da postoji još nekoliko pokazatelja uspješnosti procesa, koji se ovdje neće razmatrati zato što nemaju široku primjenu u industriji.

### 3.4. Razlozi za primjenu indeksa sposobnosti procesa

Sve veća primjena indeksa sposobnosti procesa u vodećim poduzećima u svijetu može se pojasniti na sljedeći način:

1. Razvoj suvremenog pristupa upravljanju kvalitetom sve više u prvi plan stavlja probleme varijabilnosti konkretnih vrijednosti, tj. odstupanja parametara proizvoda od zadanih vrijednosti. U suvremenom svijetu ovo je glavni uvjet konkurentne sposobnosti, a pokazatelji sposobnosti procesa služe kao prikladna mjera varijabilnosti procesa.
2. Inzistiranje na certifikaciji i atestiranju proizvoda zahtijeva postojanje kvantitativnih karakteristika deklarirane kvalitete. Za tu namjenu indeksi sposobnosti procesa su najjednostavniji i najjeftiniji.
3. Indeksi sposobnosti procesa su prikladni za suvremeni audit procesa, tj. za periodičku provjeru usklađenosti nekog procesa s definiranim zahtjevima
4. Provjera sredstava u eksploataciji, njihovo podešavanje, kontrola, održavanje i dr. zahtijeva jednostavne kvantitativne pokazatelje stabilnosti karakteristika kroz određeni vremenski period, za što su također veoma prikladni indeksi sposobnosti procesa.
5. Indeksi sposobnosti procesa prikladni su za praćenje, izbor i ocjenu dobavljača, a pomoću njih se mogu postavljati zahtjevi dobavljačima i tako se stimulira njihov razvoj.
6. Istu ulogu mogu imati indeksi sposobnosti procesa pri interakciji s korisnicima i kupcima. Danas je sve teže prodati proizvod za koji se ne znaju indeksi sposobnosti procesa proizvodnje.

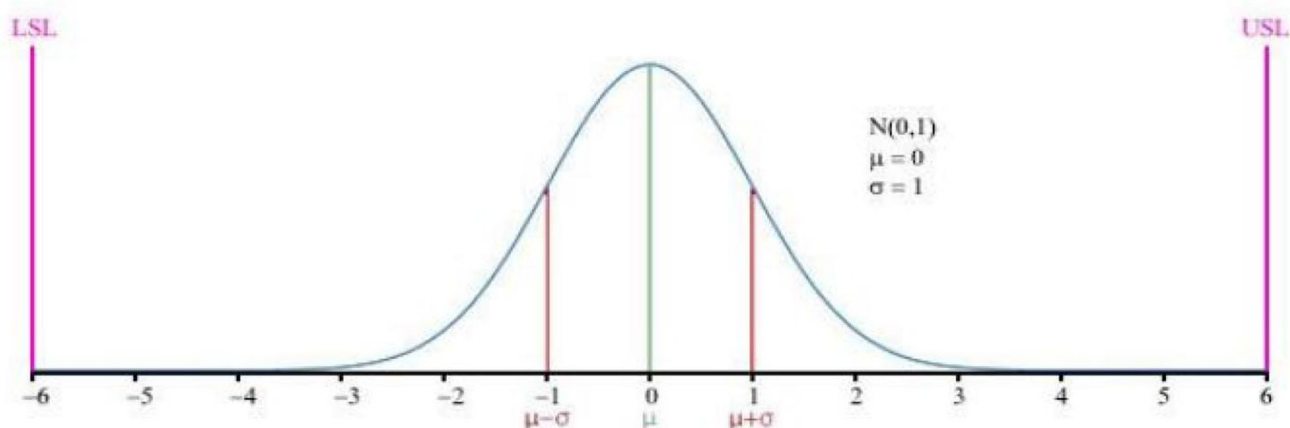


7. Indeksi sposobnosti procesa su odlično sredstvo za kontrolu stanja tehnoloških procesa i prikladna mjera za njihovo poboljšanje.
8. Možda je jedna od najvažnijih osobina indeksa sposobnosti procesa što omogućuje svim sudionicima u procesu (od dobavljača do kupca, od radnika do menadžera) da o problemima kvalitete govore istim jezikom, što je neophodan uvjet za dostizanje suvremene kvalitete proizvoda.

Kod indeksa sposobnosti procesa postoje i nedostaci. Navode se dva najvažnija. To je prije svega jednostavno usklađivanje sa zahtjevima prema određenoj vrijednosti indeksa, jednostavnom izmjenom vrijednosti *USL* i *LSL* u tehničkoj dokumentaciji, bez aktivnosti u stvarnoj proizvodnji. Proizvoljno određivanje i korigiranje tolerancije je najveći problem primjene ovih indeksa. Tolerancija se izračunava ili određuje na osnovi  $\sigma$ . Tolerancija se mijenja samo ako se u procesima mijenjaju parametri (npr. broj ljudi, novi stroj i dr.) jer se smanjuje  $\sigma$ , što automatski utječe na smanjenje tolerancije. Postoji mogućnost da se ne primijete ozbiljni nedostaci proizvoda, oslanjajući se na visoke vrijednosti indeksa sposobnosti procesa u slučaju nepotpunog razumijevanja dopuštenih odstupanja, na kojima se zasniva njihova točna primjena.

## 4. METODE WCA, RSS i SIX SIGMA ANALIZA

Six sigma predstavlja strategiju menadžmenta koja se koristi u proizvodnim industrijama, a njezina je uloga poboljšanje proizvodnih procesa putem identificiranja i otklanjanja grešaka, te minimiziranjem varijabilnosti kako u proizvodnim, tako i u poslovnim procesima. Six sigma koristi brojne metode upravljanja kvalitetom, a cilj joj je smanjenje cijene ili povećanje profita. U Six sigma procesu 99,99966% proizvoda je ispravno (3,4 neispravna u milijun proizvedenih).

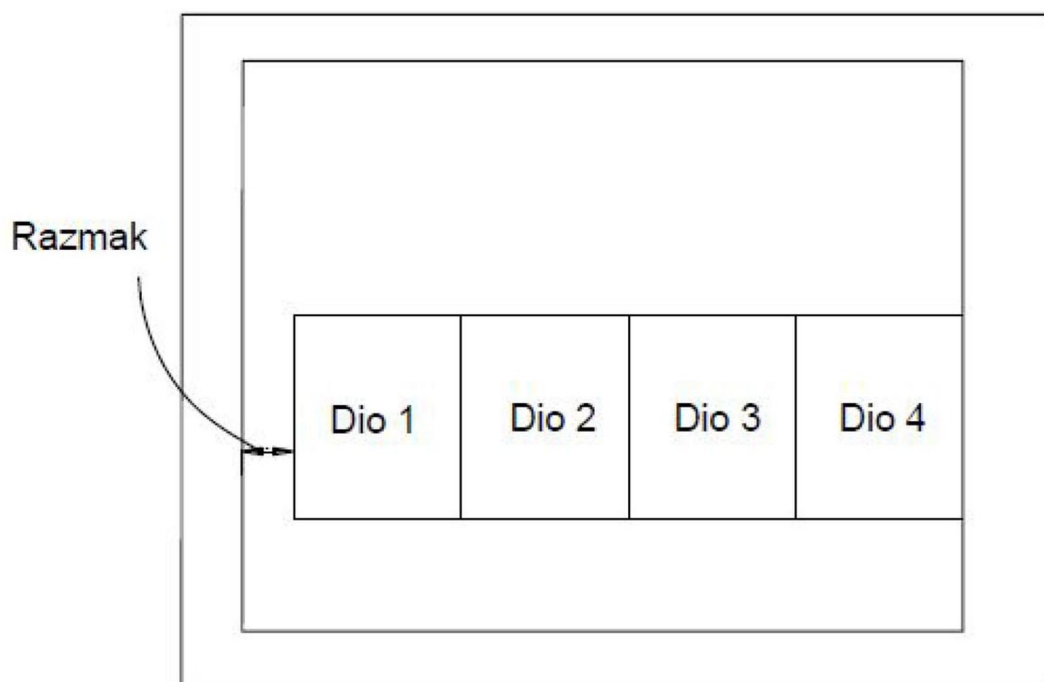


Slika 19. Rapon od  $6\sigma$  [16]

U procesima komercijalizacije potrebno je odrediti višestruki utjecaj uzroka varijacija rezultata konačnog proizvoda čime se razvijaju modeli za pojedinačne komponente proizvoda. Informacije dobivene temeljem različitih modela koristimo za procjenu stupnja odstupanja koji se očekuje kod konačnog proizvoda.

Postupak analize varijacija komponenata proizvoda te oblikovanje konačnog proizvoda koji zadovoljava definirane zahtjeve klijenata naziva se statističko toleriranje. Uzmimo za primjer proizvodnju kućišta cilindra u koji se postavlja nekoliko komponenata. Pretpostavimo da u kućište stanu četiri komponente, no kada se komponente postave, uočljivo je da između zadnje komponente i jedne strane kućišta postoji razmak. Na koji način odrediti veličinu razmaka? Kakav utjecaj ima razmak na krajnji proizvod? Za odgovor na navedena pitanja, koristit ćemo tri metode:

- Worst Case analiza (WCA – najgori slučaj)
- Root Sum of Squares (RSS – korijen sume kvadrata)
- Six Sigma analiza



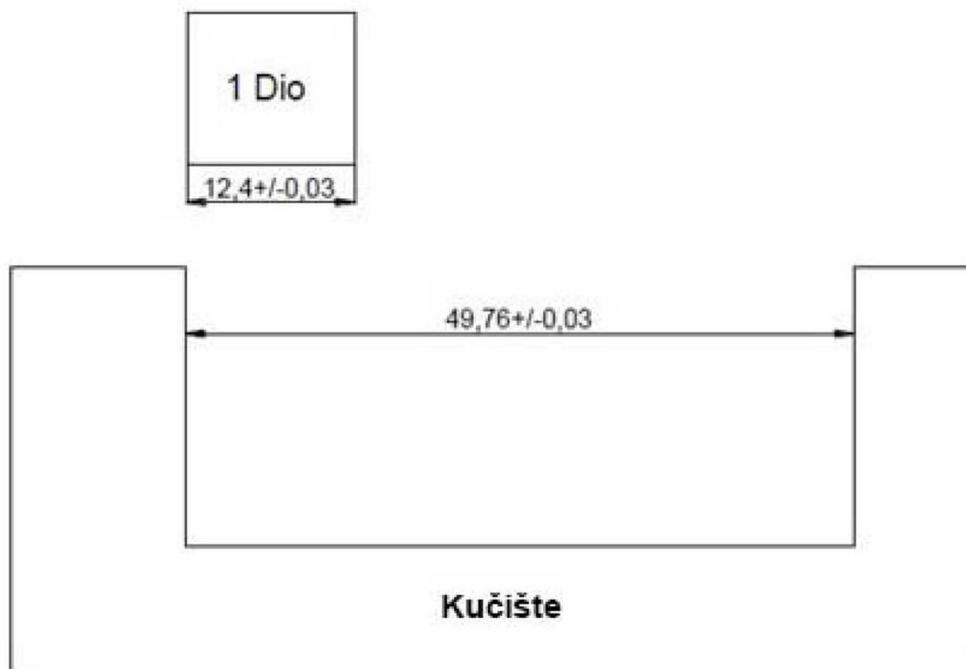
Slika 20. Shema sklopa [8]

#### 4.1. Worst Case analiza (WCA – najgori slučaj)

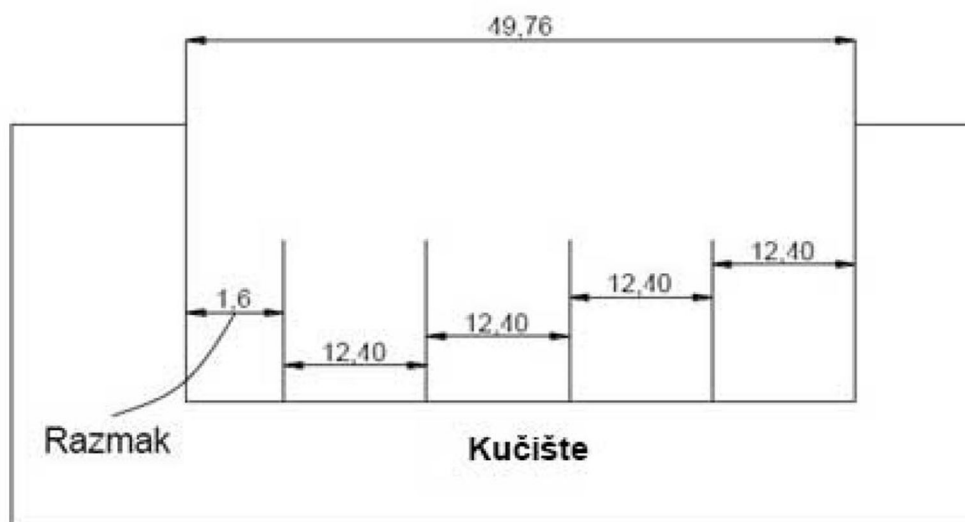
U WC metodi tolerancije (u najnepovoljnijem slučaju) iskazane su u obliku  $(1,00 \pm 0,003)$  mm. 0,003 mm predstavlja maksimalno dozvoljeni iznos za koji „dobra“ jedinica može odstupati od srednje vrijednosti. Isti može biti iskazan intervalom od 0,97 - 1,03 mm. Komponenta koja svojim dimenzijama izlazi iz intervala ne zadovoljava tražene tolerancije smatra se nefunkcionalnom, tj. defektnom. U WC metodi, dimenzije komponenti mogu se nalaziti bilo gdje unutar zadanog intervala. Dimenzije komponenti mogu biti na 0,97mm ili na 1,03 mm i bilo gdje između. Prikaz ove metode dan je u slici 16.

Ova metoda zahtjeva informacije o dimenzijama komponenti i samog kućišta. Svaki dio ima nominalnu dužinu 12,40 mm (slika 17.), a kućište ima očekivanu dužinu od 49,76 mm. Temeljem zadanih informacija moguće je odrediti broj komponenata koje stanu u kućište. Moguće je također odrediti i moguću dužinu razmaka (slika 18.). Obzirom na dužinu kućišta, ocjenjujemo da ćemo moći staviti četiri dijela u svaki red kućišta. Uz sve navedeno, očekuje se srednja vrijednost dužine razmaka od 0,16 mm. Međutim, pojedinačne komponente kao i samo kućište imaju odstupanje od  $\pm 0,03$  mm. Korištenjem srednjih vrijednosti dužine i odstupanja pojedinačnih komponenti i kućišta moguće je odrediti srednje i najnepovoljnije vrijednosti dužine razmaka. Prikaz dan u tablici 3. pokazuje kako je najmanja moguća dužina

razmaka 0,01 mm (slika 18). Minimalnu dužinu razmaka izračunat ćemo oduzimanjem najvećih procijenjenih vrijednosti dužina pojedinačnih komponenti od najmanje procijenjene dužine kućišta. S druge strane, maksimalnu dužinu razmaka izračunat ćemo oduzimanjem najmanje moguće dužine pojedinačnih komponenti sa najvećom mogućom dužinom kućišta. Shodno tome, najveća moguća dužina razmaka iznosi 0,31 mm (slika 19.).



Slika 21. Dužine dijela i kućišta sa odstupanjima [8]



Slika 22. Razmak između kućišta i prvog dijela [8]

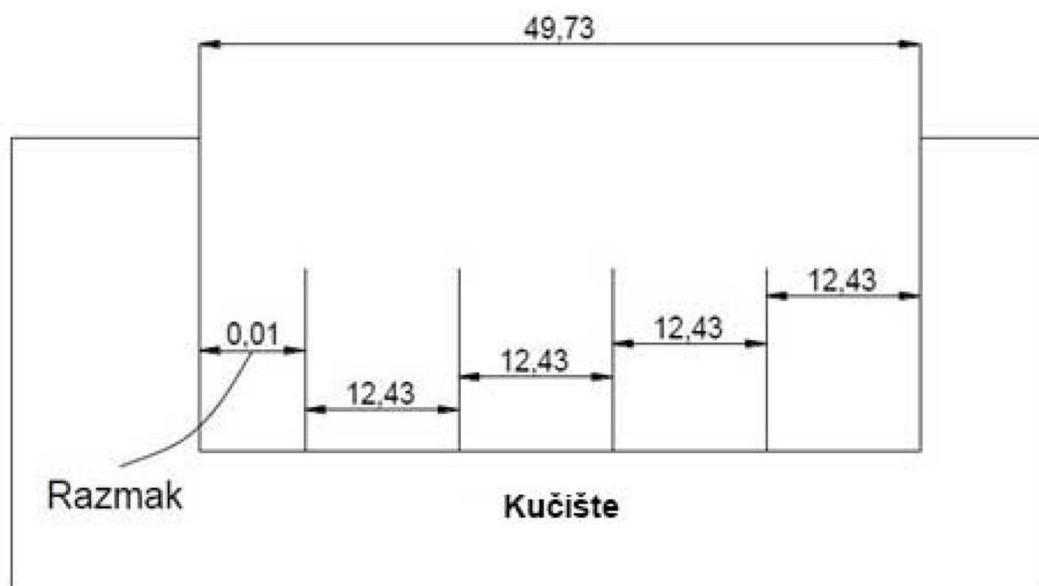
Temeljem izračuna možemo utvrditi očekivani razmak između zadnje komponente i stranice kućišta od 0,16 mm, no isto tako znamo kako on može varirati od 0,01 mm do 0,31 mm. Ukoliko se nalazimo u komercijalizaciji proizvoda možemo li pristupiti proizvodnji



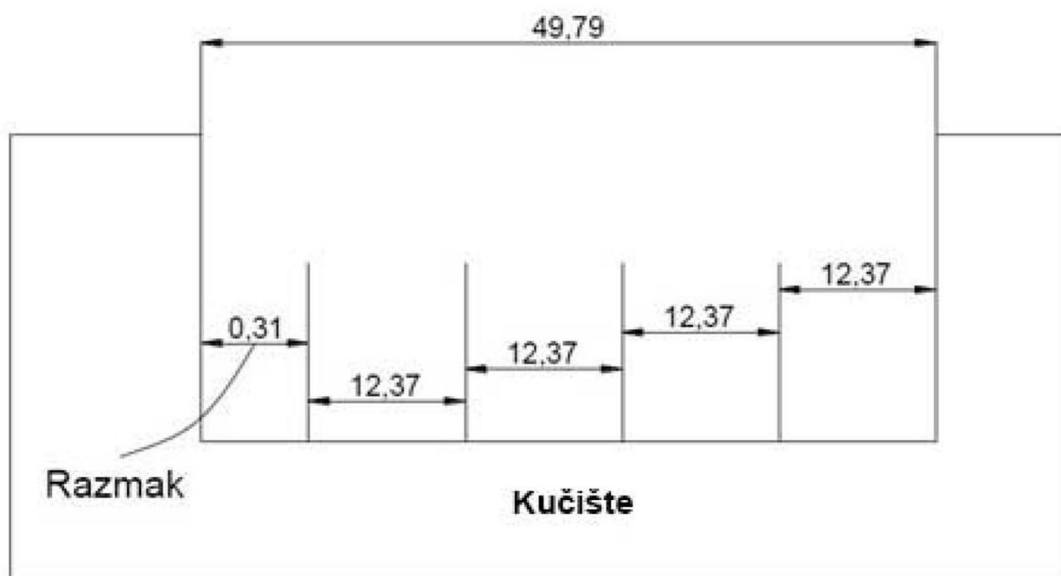
temeljem ovih izračuna i koje su šanse da ćemo imati najnepovoljniji mogući slučaj kod stvarnog proizvoda?

**Tablica 3. Veličine sklopa**

	SREDNJA VRIJEDNOST	SREDNJA VRIJEDNOST POJEDINAČNIH DIJELOVA	MINIMALNA DULJINA	MAKSIMALNA DULJINA POJEDINAČNIH DIJELOVA	MAKSIMALNA DULJINA	MINIMALNA DULJINA POJEDINAČNIH DIJELOVA
KUĆIŠTE	49,76		49,73		49,79	
DIO 1		-12,4		-12,43		-12,37
DIO 2		-12,4		-12,43		-12,37
DIO 3		-12,4		-12,43		-12,37
DIO 4		-12,4		-12,43		-12,37
UKUPNO	-49,6		-49,72		-49,48	
RAZMAK	0,16		0,01		0,31	



**Slika 23. Najmanji mogući razmak [8]**

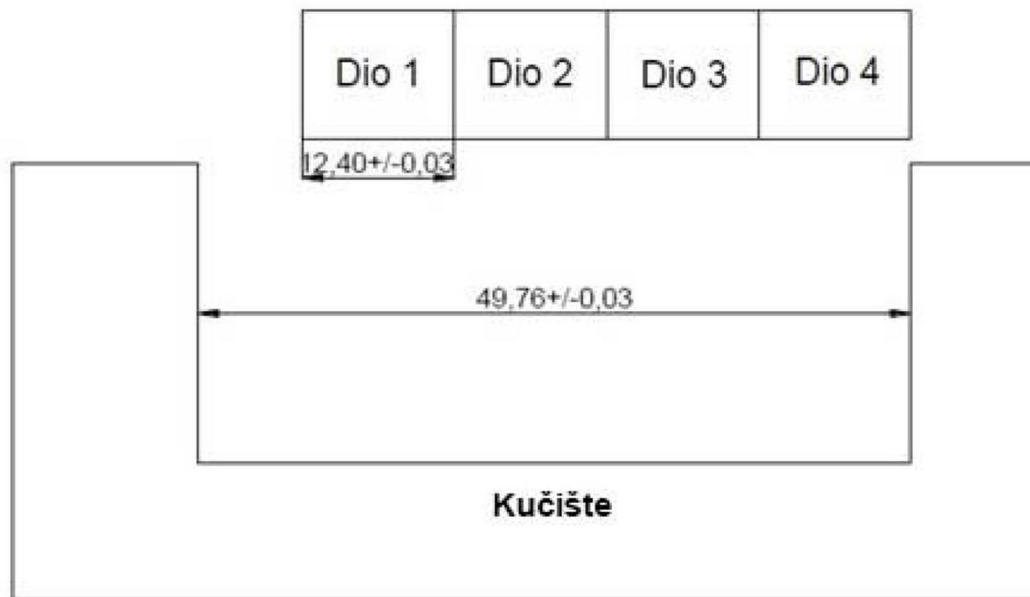


Slika 24. Najveći mogući razmak [8]

#### 4.2. Root Sum of Squares (Suma korijena kvadrata)

Za razvijanje realističnije analize tolerancija koristi se Root Sum of Square (RSS) tehnika. Za prikaz ove metode koristit ćemo shemu proizvoda prikazanu na slici 20. Kao što smo već naveli, do najgoreg mogućeg scenarija dimenzija dolazi ako su vrijednosti odstupanja komponenti maksimalne u odnosu na nominalnu. Najgori mogući ishod računa se na sljedeći način:

$$\begin{aligned}
 \text{Varijacija najnepogodnije slučaja} &= \text{Dio1} + \text{Dio2} + \text{Dio3} + \text{Dio4} + \text{Kučište} \\
 &= 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 \\
 &= 0,15 \text{ mm}
 \end{aligned}$$



Slika 25. Shema sklopa [8]

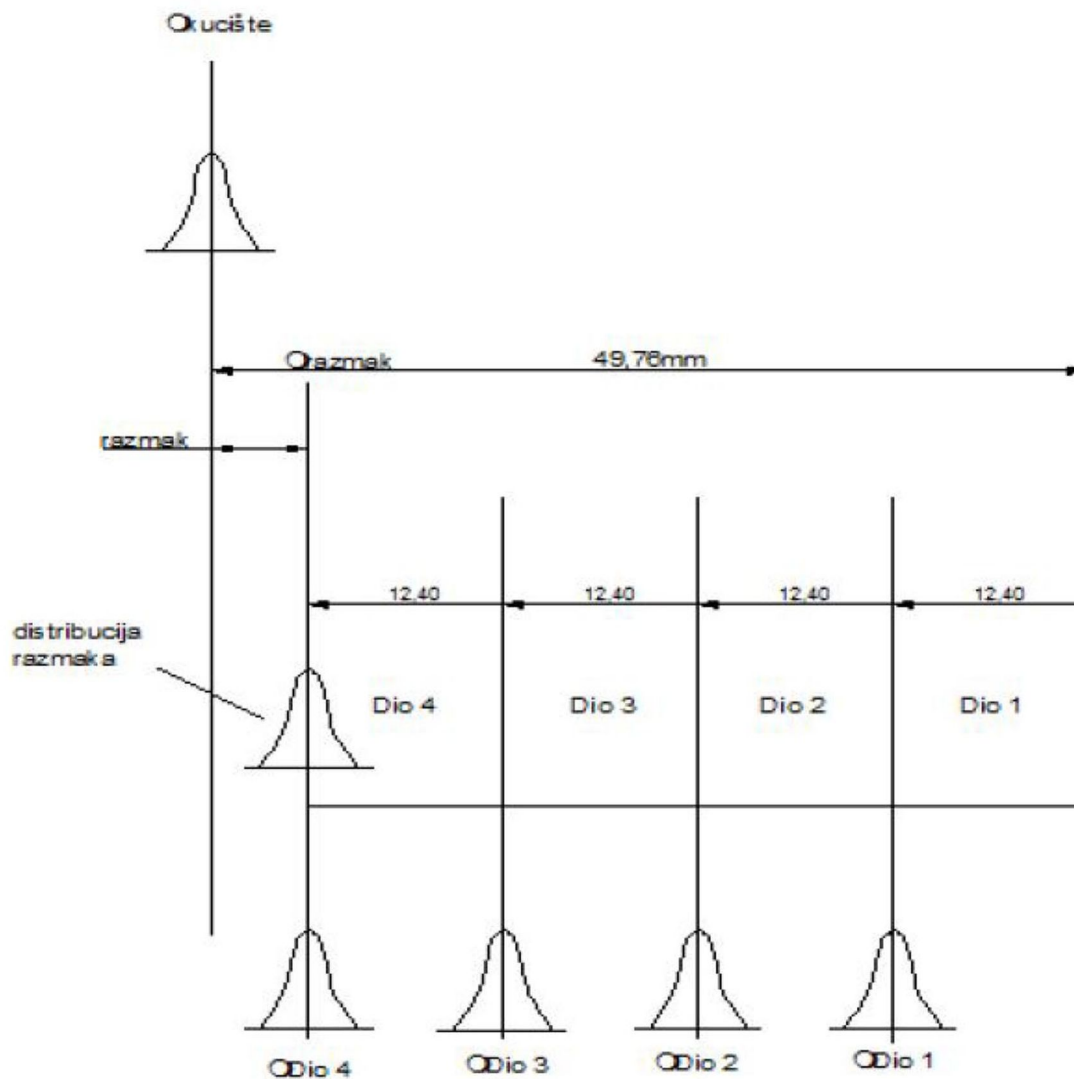
Za realističniju procjenu koristimo sumu odstupanja. Ako pretpostavimo da +/-0,03 predstavlja +/- standardnu devijaciju za svaku komponentu kućišta (što u ovom slučaju iznosi 0,01mm), zbrajanjem varijanci možemo odrediti standardnu devijaciju razmaka u sklopu (slika 21).

$$\sigma = \sqrt{(0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2} = 0,022 \text{ mm} \quad (17)$$

Ako toleranciju razmaka predstavlja +/- 3 standardne devijacije, tada toleranciju razmaka možemo izračunati kao

$$3\sigma = \sqrt{(0,03)^2 + (0,03)^2 + (0,03)^2 + (0,03)^2 + (0,03)^2} = 0,067 \text{ mm} \quad (18)$$

Korištenjem nove vrijednosti tolerancije korijena zbroja kvadrata možemo dobiti novi očekivani raspon tolerancija za razmak (tablica 4.).



Slika 26. Standardna odstupanja dijelova i sklopa [8]

Kao i u worst case analizi, srednja vrijednost razmaka iznosi 0,16mm. Vrijednost tolerancija korijena sume kvadrata u iznosu 0,067 mm se koristi za računanje procjena minimalnog razmaka od 0,093mm i procjenu maksimalnog razmaka od 0,227 mm.

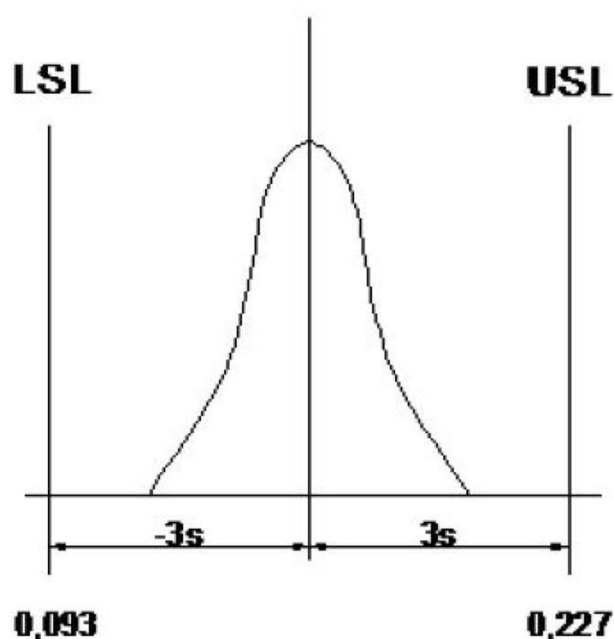
Tablica 4. Raspon tolerancije za razmak

SREDNJA VRIJEDNOST KUČIŠTA	49,76	TOLERANCIJA	$0,03^2$
SR.VRIJ. DIJELA 1	-12,4	TOLERANCIJA	$0,03^2$
SR.VRIJ. DIJELA 2	-12,4	TOLERANCIJA	$0,03^2$
SR.VRIJ. DIJELA 3	-12,4	TOLERANCIJA	$0,03^2$
SR.VRIJ. DIJELA 4	-12,4	TOLERANCIJA	$0,03^2$
SREDNJA VRIJEDNOST RAZMAKA	0,16		$\sqrt{0,00045}$
MINIMALNI RAZMAK	0,093	UKUPNA TOLERANCIJA	$\pm 0,087$
MAKSIMALNI RAZMAK	0,227		



Obzirom da se rasponi „tolerancija“ pozicioniraju na  $\pm 3$  standardnih devijacija, očekivanje je da razmak prijeđe nove minimume i maksimume procjena razmaka u 0,27% slučajeva (slika 22). Procjena raspona korijena zbroja kvadrata puno je uža od one izračunate putem worst case analize. Shodno tome, možemo zaključiti kako je vjerojatnost prelaženja minimalnih/maksimalnih vrijednosti razmaka znatno realističnija.

Međutim, raspon tolerancija bi trebalo odrediti razlikom gornje i donje granice karakteristika traženih od strane klijenta. Ukoliko nije moguće konstantno ispunjavati traženo, raspon je potrebno proširiti. Korijen zbroja kvadrata daje nam smjernice u prilagođavanju tog raspona.



Slika 27. Granice tolerancije [8]

$$\begin{aligned} \sigma(\text{razmaka}) &= \sqrt{\sigma_{\text{kućište}}^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2} = \\ &= \sqrt{(0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2} = 0,022 \\ \% \text{ "otpada" } &= 27\% \end{aligned} \quad (19)$$

Cilj konstruiranja je stvaranje Six Sigma proizvoda i procesa. Prema svemu navedenom, u najboljem slučaju, trenutni proizvod analiziran korijenom zbroja kvadrata je proizvod 3 sigma razine osim ako se ograničenja ne podese na širi raspon. Nakon toga potrebno je provjeriti kako dobivene informacije koristiti za dobivanje Six Sigma proizvoda.

### 4.3. Six Sigma analiza tolerancija (SST)

Analiza tolerancija postala je sve važnija i važnija, a značajnu pažnju dobila je proizvodnoj industriji. Konačni cilj analize tolerancija je ne samo poboljšavanje proizvoda nego i smanjenje cijene proizvoda. Da bi se u današnje vrijeme proizveo six sigma proizvod bez mijenjanja specifikacija moraju se smanjiti varijacije proizvoda.

Monte-Carlo simulacija je najpopularnija i najjednostavnija metoda za nelinearnu statističku analizu tolerancija. Monte-Carlo metode mogu se definirati kao statističke simulacijske metode kod kojih se upotrebljavaju nizovi slučajnih brojeva za izvršavanje simulacije.

Osnovna ideja Monte-Carlo sastoji se u sljedećem:

*„Da bi približno izračunali neku skalarnu veličinu  $a$  treba poći od slučajne promjenjive veličine  $X$  čije je matematičko očekivanje  $EH$  jednako  $a$ . Odredivši  $N$  nezavisnih vrijednosti  $x_1, x_2, \dots, x_n$  slučajne promjenjive  $H$ , za približnu vrijednost veličine  $a$  može se uzeti aritmetička sredina vrijednosti  $x_1, x_2, \dots, x_n$ “*

$$a = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N}$$

Za analizu rezultata Monte Carlo metode koristi se „grafički metod“ koji se sastoji od kreiranja histograma. Histogram je grafički prikaz tablice koji pokazuje koliki je opseg događaja koji pripadaju svakoj od nekoliko mogućih kategorija. Y-os predstavlja frekvenciju (frekvencija događaja  $I$  je broj  $n$ , i pokazuje koliko puta se događaj dogodio u eksperimentu ili analizi) X-os predstavlja zasebnu kategoriju. Histogram je jedan od osnovnih alata za prikupljanje i analizu podataka kao i za donošenje odluka.

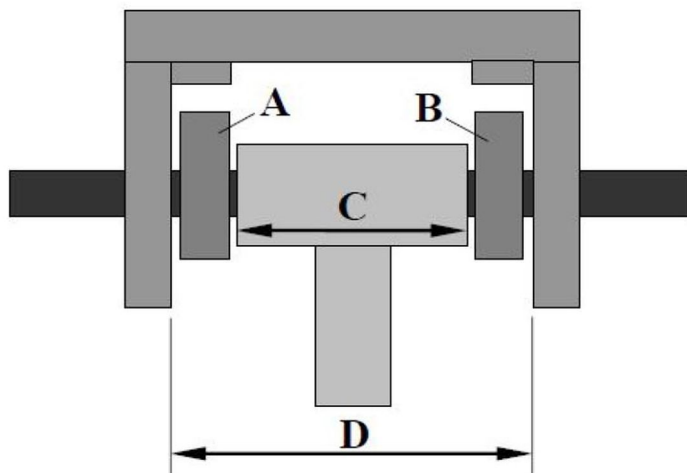
#### ***Primjer Monte Carlo.***

Poduzeće, odnosno proizvodni pogon želi saznati koje bi trebale biti optimalne veličine za vrijednost tolerancija u sklapanju zgloba koji se sastoji od 4 dijela. Ako su tolerancije dijelova A, B i C prevelike odnosno u zbroju  $(A+B+C)$  veće od vrijednosti dijela D, postupak montaže takvih dijelova se ne može izvršiti jer zazor tada ima negativnu vrijednost, pa se takvi dijelovi ubrajaju u kategoriju nezavršene proizvodnje.

Cilj je metodom Monte Carlo utvrditi koji je postotak nezavršenih proizvoda sa zadanim tolerancijama. Ako zadane tolerancije daju visok postotak nezavršene proizvodnje, proizvodni

pogon treba pristupiti reviziji i propisati nove vrijednosti za tolerancije, a nedostatak treba nadoknaditi organiziranjem dodatne proizvodnje.

Na slici 23. Prikazana je zglob koji se sklapa.



Slika 28. Zglob koji se sklapa [15]

Poduzeće planira da tijekom godine izradi 60.000 ovakvih zglobova, što je prosječno 5.000 komada mjesečno. S obzirom na činjenicu da ne postoje identično izrađeni dijelovi u toku montaže javlja se određen broj komada nezavršene proizvodnje. Nezavršene proizvodnja predstavlja gubitak poduzeću jer takvi dijelovi nemaju ekonomsku vrijednost, a sa druge strane stvaraju potrebu da se pokrene dodatna proizvodnja u cilju osiguranja planirane količine proizvodnje.

Ulaz (input): vrijednosti tolerancije dijelova A,B,C, i D

Izlaz (output):  $r$  - rezultirajuće tolerancije  $r=D-(A+B+C)$ ,  $I$  – broj komada koji se ne mogu sklopiti (nezavršena proizvodnja), a predstavlja sumu svih dijelova kod kojih u procesu montaže nije bio ispunjen uvijte da je:

$$D - (A+B+C) > 0$$

Ulazne veličine za formiranje ovog modela su vrijednosti za veličinu dijelova A,B,C i D. Kako je riječ o dijelovima koji se proizvode sa određenim zadanim tolerancijama najpogodnije je koristiti uniformnu raspodjelu za prikaz vrijednosti tolerancija ulaznih veličina. Vrijednosti za ulazne veličine prikazane su u tablici 5.

**Tablica 5. Vrijednost ulaznih veličina**

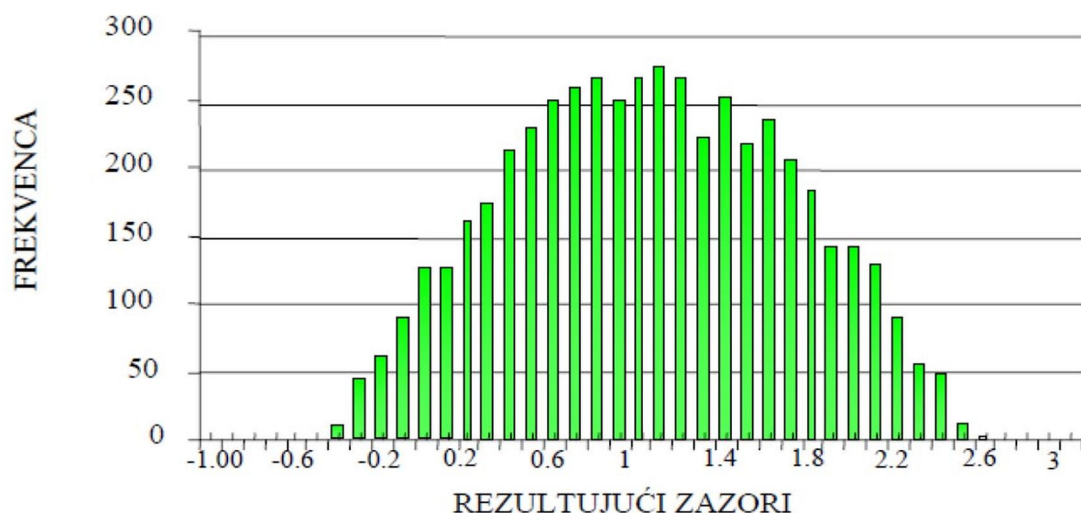
ULAZNE VELIČINE (input)			
sastavni dijelovi	nominalna vrijednost (cm)	MIN	MAX
A	3	2,95	3,05
B	3	2,95	3,05
C	25	24,5	25,5
D	32	31	33

Za ovaj primjer uzeli smo broj izračunavanja  $n=40$ . Ovo je mali broj izračunavanja ali u ovom radu ima ilustrativan karakter. U aplikaciji izrađenoj u EXCEL-u broj izračunavanja jednak je planiranoj proizvodnji za mjesec dana, znači  $n = 5.000$ . U tablici 6. Prikazane su slučajne vrijednosti za ulaze A,B,C i D kao i rezultirajuće vrijednosti za  $r$  i  $I$ .

**Tablica 6. Izračunavanje modela**

IZRAČUNAVANJE MODELA					
ULAZNE VELIČINE (input)				IZLAZ (output)	
A	B	C	D	r	l
2.955	2.982	25.045	31.113	0.131	nezavršena proizvodnja l=322
2.952	3.023	24.619	31.790	1.196	
2.987	3.018	24.910	31.358	0.443	
2.994	3.034	24.999	31.647	0.620	
2.970	3.040	25.165	32.303	1.129	
2.991	2.990	25.282	31.673	0.410	
3.044	2.957	25.256	32.918	1.661	
2.973	2.980	24.882	31.794	0.959	
2.993	3.022	24.627	32.147	1.505	
2.963	2.967	24.653	31.522	0.939	
3.024	2.982	25.418	32.816	1.392	
3.015	3.023	25.088	31.923	0.797	
2.984	2.966	24.920	32.860	1.991	
3.041	2.997	24.785	32.339	1.516	
3.006	2.993	25.314	32.994	1.682	
3.016	2.973	24.954	32.170	1.228	
2.991	3.021	25.266	31.433	0.156	
3.030	3.007	25.216	31.533	0.280	
3.021	3.034	25.370	32.858	1433	
2.967	2.982	25.318	31.204	-0,063	
2.995	2.958	24.707	31.455	0.795	
2.969	3.000	25.335	32.076	0.773	
2.990	3.050	25.483	32.069	0.546	
3.046	3.032	24.907	31.979	0.994	
3.021	2.961	24.803	32.805	2.020	
3.011	3.039	24.847	32.902	2.006	
3.041	3.010	24.941	31.091	0.099	
2.981	3.018	24.638	31.708	1.071	
2.955	3.001	25.363	32.901	1.582	
2.952	2.978	24.568	32.648	2.150	
3.042	2.987	24.605	32.668	2.033	
3.038	3.024	25.081	31.897	0.754	
3.046	2.962	24.670	31.771	1.091	
3.030	3.015	25.168	32.062	0.849	
3.034	3.029	24.863	31.062	0.136	
3.020	2.972	24.653	32.535	1.890	
3.026	3.024	24.948	31.351	0.353	
2.961	3.044	25.254	31.826	0.567	
3.025	3.038	24.801	32.304	1.439	
2.965	2.978	24.801	32.304	2.255	

Sa analizom podataka krećemo najprije sa prikazom histograma dobivenih podataka.



**Slika 29. Histogram rezultirajućih zazora**

Sa histograma možemo uočiti sljedeće:

- U većini slučajeva zazor ima pozitivnu vrijednost, tj. postupak montaže se može realizirati
- Za zadane vrijednosti tolerancije zazor ne varira u velikim granicama i kreće se između -0,6 i 2,6
- Raspodjela liči na normalnu raspodjelu ali bez ekstremnih vrijednosti u centralnom dijelu

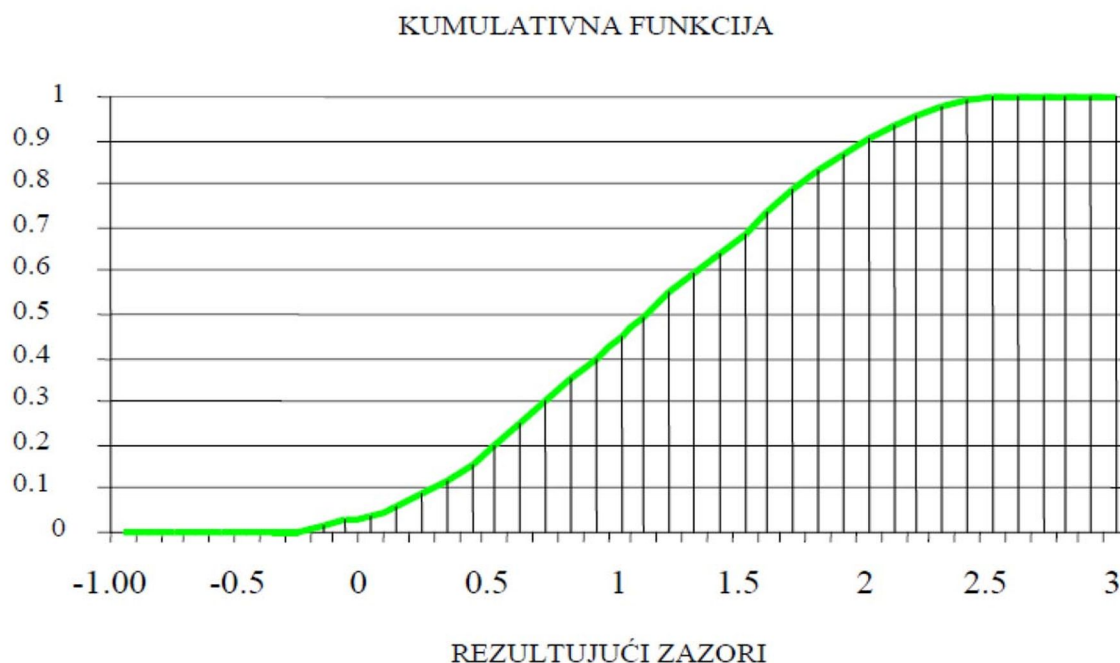
Monte Carlo statistički parametri prikazani su u tablici 7.

**Tablica 7. Monte Carlo statistički parametri**

MONTE CARLO STATISTIČKI PARAMETRI		
STATISTIČKI KARAKTERISTIČNI BROJEVI		DOBIVENE VRIJEDNOSTI
Broj izračunavanja		5000
CENTRALNA TENDENCIJA	srednja vrijednost	1,004
	medijana	1,008
	standardna greška	0,009
RASPOSTIRANJE VRIJEDNOSTI	standardna devijacija	0,647
	maksimalna vrijednost	2,489
	minimalna vrijednost	-0,481
	interval	2,969
OBLIK RASPODJELE	iskrivljenost	0,022
	zaobljenost	-0,78



Da bi utvrdili koji je postotak dijelova koji se ne mogu sklopiti, odnosno da bi odredili nezavršene proizvode u ukupnoj proizvodnji pristupamo konstruiranju kumulativne funkcije dobivene raspodjele.



**Slika 30. Dobivena kumulativna funkcija**

Izračunom je dobiveno da je broj dijelova koji se ne mogu sklopiti  $I=322$ , odnosno točno 6,44%, sve vrijednosti se odnose na period od jednog mjeseca. Na godišnjem nivou dobiveni su podaci prikazani u tablici 8.

**Tablica 8. Statističke vrijednosti po mjesecima**

STATISTIČKE VRIJEDNOSTI PO MJESECIMA		
MJESEC	DIJELOVI KOJI SE NE MOGU SKLOPITI	POSTOTAK
siječanj	322	6,44
veljača	317	6,34
ožujak	299	5,98
travanj	300	6
svibanj	297	5,94
lipanj	339	6,78
srpanj	320	6,4
kolovoz	343	6,86
rujan	296	5,92
listopad	325	6,5
studen	290	5,8
prosinac	309	6,18
<b>UKUPNO</b>	<b>3757</b>	<b>6,26</b>

Iz tablice 8. možemo iščitati da broj dijelova koji se dodatno sklapaju iznosi 3757 što čini 6,26% planirane godišnje proizvodnje od 60000 komada. S obzirom na postotak nezavršenih dijelova koji ne prolazi 7%, da bi se osigurale potrebe potrošača potrebno je proizvesti dodatnih 4050 zglobova. U tom slučaju se ostvaruje potpuna sigurnost kada je u pitanju osiguravanje tražene količine.



## **5. MJERENJE I OCJENA SPOSOBNOSTI PROCESA IZRADE HIDRAULIČKIH CILINDARA**

Za obradu i analizu koristi se programski paket „Minitab 16“ (probna verzija). Software je razvijen na Pennsylvania State University i sadrži napredne alate za statističku, grafičku i analitičku obradu podataka te specijalizirane alate i metode za analiziranje podataka i kontrole kvalitete.

Poduzeće Hidropneumatika d.o.o. bavi se proizvodnjom i reparacijom hidrauličkih i pneumatskih cilindara. Konstruiraju i izrađuju cilindre od klipa  $\varnothing 16$  mm do  $\varnothing 200$  mm u raznim radnim tlakovima (100, 160, 250, 350 i 500) bara.

Potrebno je analizirati sposobnost procesa izrade hidrauličkog cilindra HC160.40.18.D01.30, analiza je provedena pomoću kontrolne karte za atributivne karakteristike. Cilindar se proizvodi u seriji od 1000 komada i za atributivne podatke smo uzeli ispravnost, odnosno neispravnost cilindra. Neispravnim cilindrom se smatraju svi oni cilindri koji se nisu mogli sklopiti prilikom montaže ili nisu zadovoljili uvijete testiranja (nazivni tlak, pušta ulje i sl.).

Podatci su prikazani u tablici 9.

Tablica 9. Podaci o proizvodnji hidrauličkog cilindra HC160.40.18.D01.30

Radni dan	Sklopljeno cilindara / testirano	Broj neispravnih
1	54	0
2	59	1
3	58	0
4	64	0
5	76	0
6	68	0
7	57	0
8	74	2
9	76	0
10	60	0
11	55	0
12	71	1
13	39	0
14	43	0
15	56	0
16	42	0
17	48	0
<b>UKUPNO :</b>	<b>1000</b>	<b>4</b>

Iz tablice se da očitati da je većinu dana broj neispravnih, odnosno broj cilindara koji se nisu mogli sklopiti bio 0 što je i cilj proizvođača. Također možemo primijetiti da je broj neispravnih cilindara u seriji od 1000 komada bio 4, što predstavlja 0,4 % škarta.

Za daljnju analizu uzeto je 99 podatak iz završne kontrole proizvodnje hidrauličkog cilindra a parametri za praćenje su bili:

- Sposobnost procesa proizvodnje hidrauličkog cilindra na temelju varijable unutarnjeg promjera cijevi
- Sposobnost procesa proizvodnje hidrauličkog cilindra na temelju varijable promjera klipnjače
- Sposobnost procesa proizvodnje hidrauličkog cilindra na temelju varijable unutarnjeg promjera vodilice

Parametri koji su uzeti u razmatranje su ključni za mogućnost sklapanja samog cilindra.

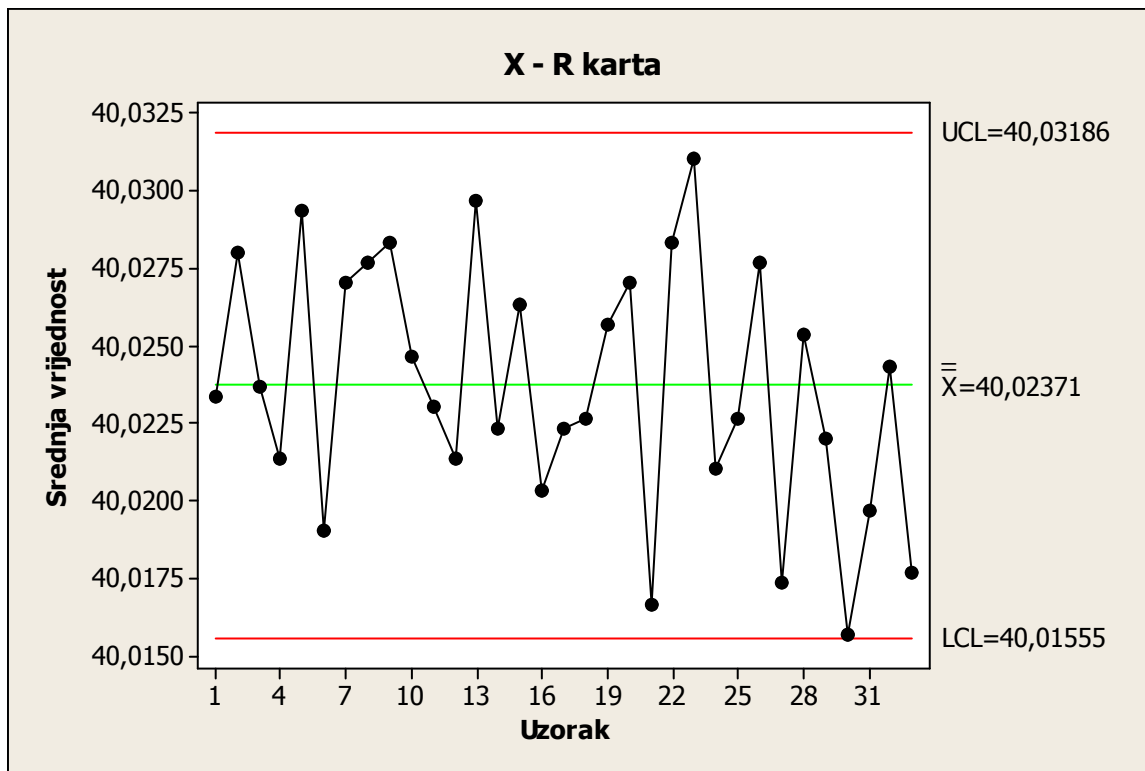
U tablici 10. Prikazani su podaci mjerenja unutarnjeg promjera cijevi HC160.40

Za procjenu sposobnosti procesa na temelju varijable unutarnjeg promjera cijevi, uzete su niže navedene zahtijevane vrijednosti:

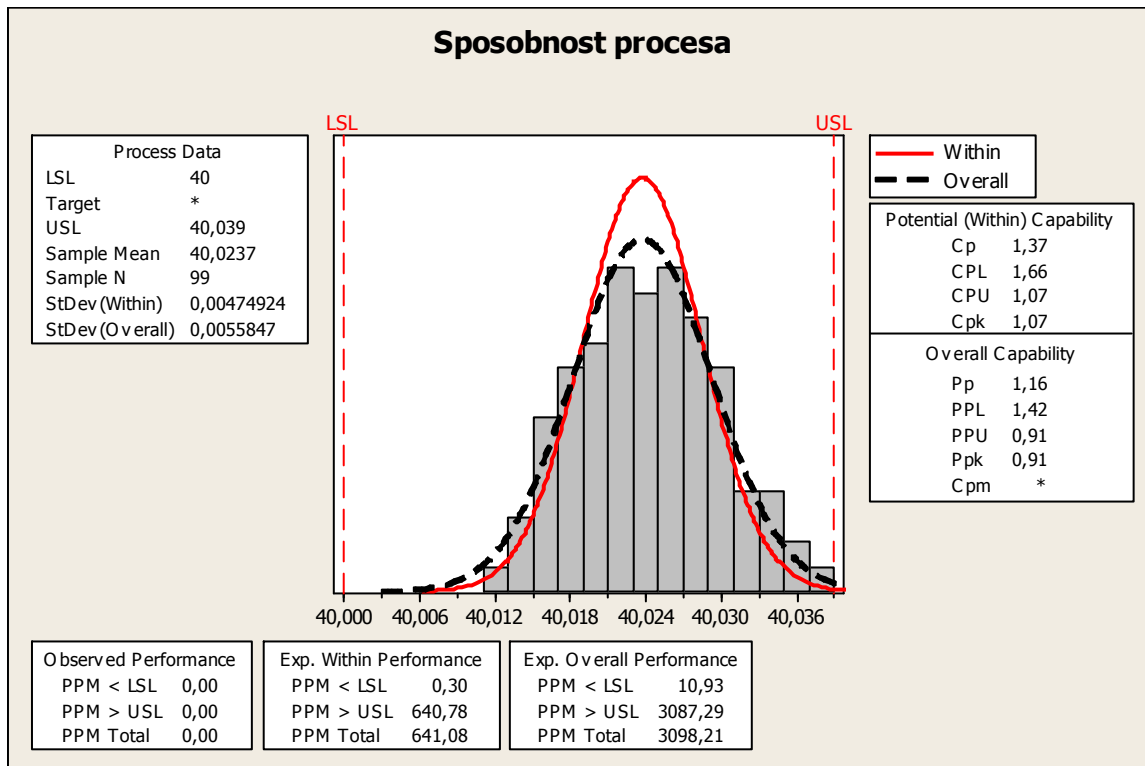
- Nazivna vrijednost promjera  $\emptyset 40 \text{ H8 } (0 / +39 \mu\text{m})$
- Gornja granica (*USL*): 40,039 mm
- Donja granica (*LSL*): 40,000 mm
- Ciljana mjera: 40,0195 mm

**Tablica 10. Rezultati uzorka mjerenja unutarnjeg promjera cijevi**

	1.dan	2.dan	3.dan	4.dan	5.dan	6.dan	7.dan	8.dan	9.dan	10.dan	11.dan
1	40,02	40,024	40,024	40,024	40,014	40,018	40,016	40,024	40,022	40,022	40,022
2	40,022	40,018	40,028	40,021	40,026	40,02	40,015	40,016	40,023	40,019	40,031
3	40,028	40,037	40,033	40,024	40,024	40,026	40,019	40,02	40,027	40,018	40,029
4	40,026	40,026	40,022	40,023	40,029	40,022	40,025	40,026	40,026	40,033	40,027
5	40,027	40,025	40,034	40,014	40,026	40,022	40,024	40,022	40,015	40,022	40,02
6	40,031	40,021	40,019	40,027	40,016	40,03	40,036	40,026	40,03	40,018	40,027
7	40,027	40,019	40,032	40,029	40,017	40,025	40,035	40,028	40,021	40,019	40,023
8	40,021	40,017	40,016	40,031	40,028	40,026	40,034	40,029	40,02	40,017	40,013
9	40,023	40,026	40,029	40,029	40,029	40,028	40,024	40,017	40,015	40,017	40,012



Slika 31. X – R karta varijable unutarnjeg promjera cijevi



Slika 32. Sposobnost procesa – varijabla unutarnji promjer cijevi

Na slici 33. Možemo vidjeti x-R kartu procesa, te možemo primijetiti da je proces stabilan i da su svi uzorci unutar granica. Indeks sposobnosti procesa (slika 34.) prikazuje kako je proces sposoban:  $C_p > 1,33$ , a tolerantno polje  $USL-LSL=0,039$ . Cijeli proces je pomaknut prema gornjoj granici zahtjeva, što je zadovoljavajuće a može se očitati iz indeksa  $C_{pk} = 1,07$ .

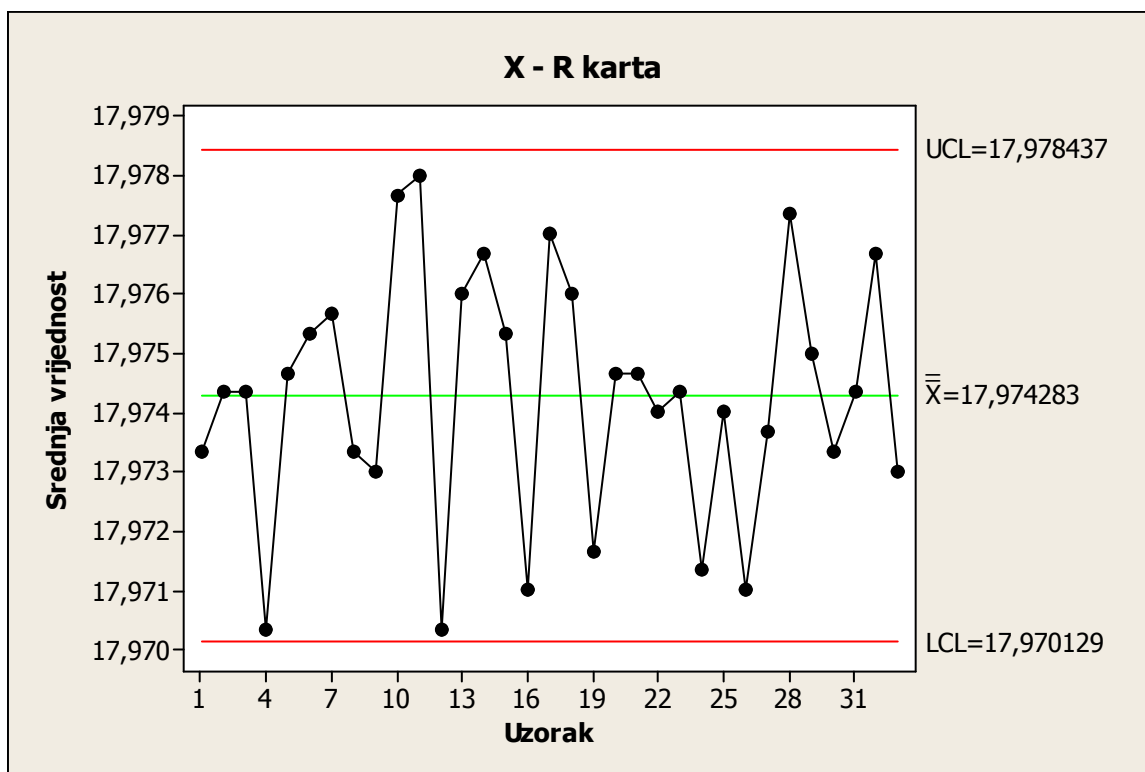
U tablici 11. Prikazani su podatci mjerenja promjera klipnjače 18x129

Za procjenu sposobnosti procesa na temelju varijable promjera klipnjače, uzete su niže navedene zahtijevane vrijednosti:

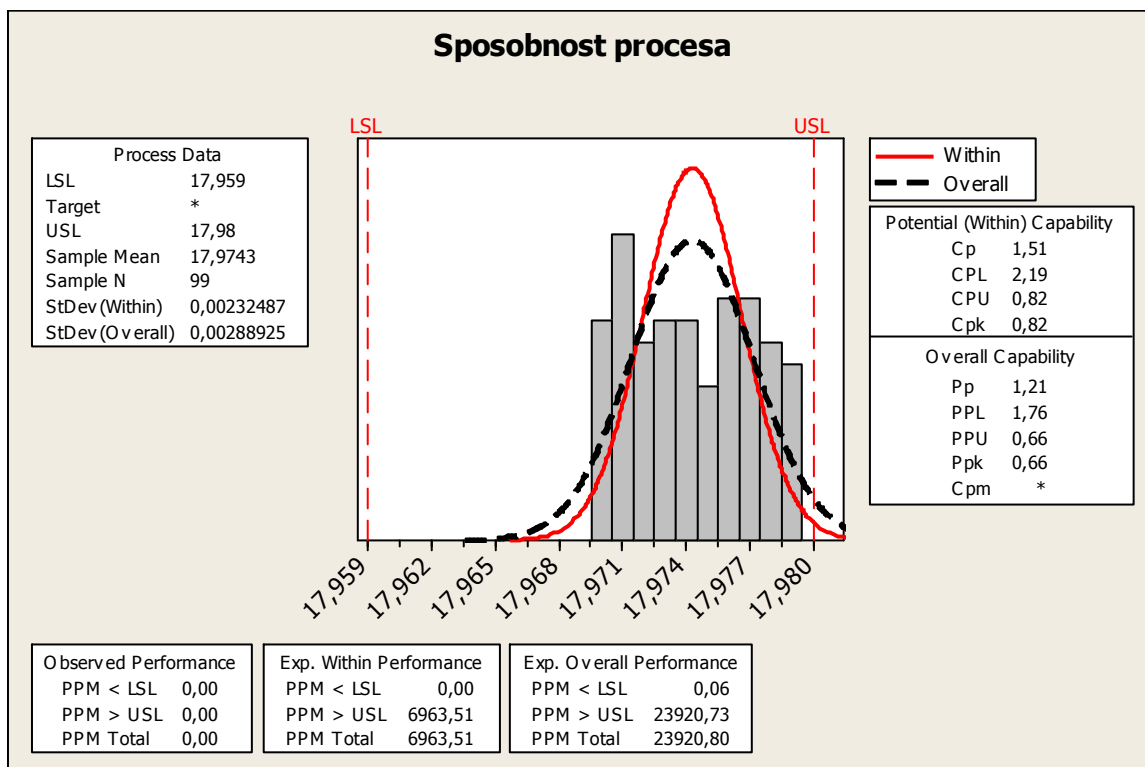
- Nazivna vrijednost promjera  $\emptyset 18 f7$  (-20 / -41  $\mu\text{m}$ )
- Gornja granica (USL): 17,98 mm
- Donja granica (LSL): 17,959 mm
- Ciljana mjera: 17,9785 mm

**Tablica 11. Rezultati uzorka mjerenja promjera klipnjače**

	1.dan	2.dan	3.dan	4.dan	5.dan	6.dan	7.dan	8.dan	9.dan	10.dan	11.dan
1	17,979	17,97	17,978	17,979	17,977	17,977	17,976	17,971	17,978	17,974	17,97
2	17,97	17,971	17,973	17,977	17,978	17,977	17,977	17,973	17,979	17,973	17,975
3	17,971	17,974	17,972	17,978	17,976	17,978	17,971	17,974	17,979	17,976	17,977
4	17,972	17,979	17,975	17,971	17,976	17,973	17,979	17,971	17,974	17,979	17,975
5	17,975	17,971	17,971	17,97	17,974	17,971	17,972	17,977	17,977	17,976	17,978
6	17,976	17,97	17,973	17,97	17,97	17,973	17,971	17,973	17,976	17,975	17,972
7	17,973	17,979	17,975	17,974	17,972	17,971	17,971	17,97	17,972	17,974	17,97
8	17,976	17,977	17,978	17,977	17,971	17,974	17,976	17,97	17,975	17,973	17,971
9	17,974	17,974	17,978	17,977	17,976	17,978	17,976	17,972	17,973	17,972	17,972



Slika 33. X – R karta varijable promjera klipnjače



Slika 34. Spособnost procesa – varijabla promjer klipnjače

Na slici 35. Prikazana je x-R karta procesa, možemo primijetiti da je proces stabilan i da su svi uzorci unutar granica. Cijeli proces je pomaknut prema gornjoj granici zahtjeva i može se zaključiti da je necentriran. Faktor  $C_{pk}$  iznosi 0,82 što nam govori da proces izlazi izvan granica tolerancije. Idealno bi bilo da je  $C_{pk} > 1,33$ .

Ako se vrijednost  $C_{pk}$  mijenja s vrijednosti 1,0 na vrijednost 0,67 (pomak od jedne standardne devijacije), opis procesa se promijeni s 0,27 % škarta na 4,55 % škarta.

Indeks sposobnosti procesa (slika 36.) prikazuje kako je proces sposoban:  $C_p > 1,33$ , a tolerantno polje,  $USL-LSL=0,021$ .

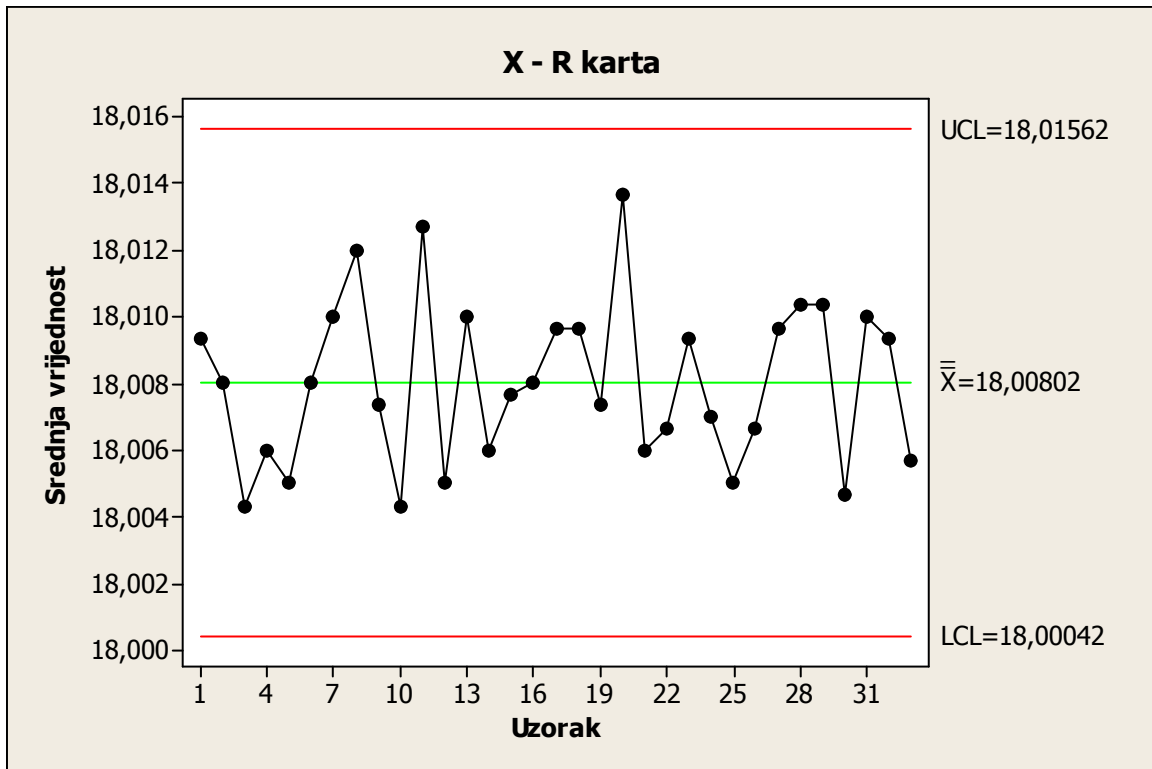
U tablici 12. Prikazani su podatci mjerenja unutarnjeg promjera vodilice  $\varnothing 18 H7$

Za procjenu sposobnosti procesa na temelju varijable unutarnjeg promjera vodilice, uzete su niže navedene zahtijevane vrijednosti:

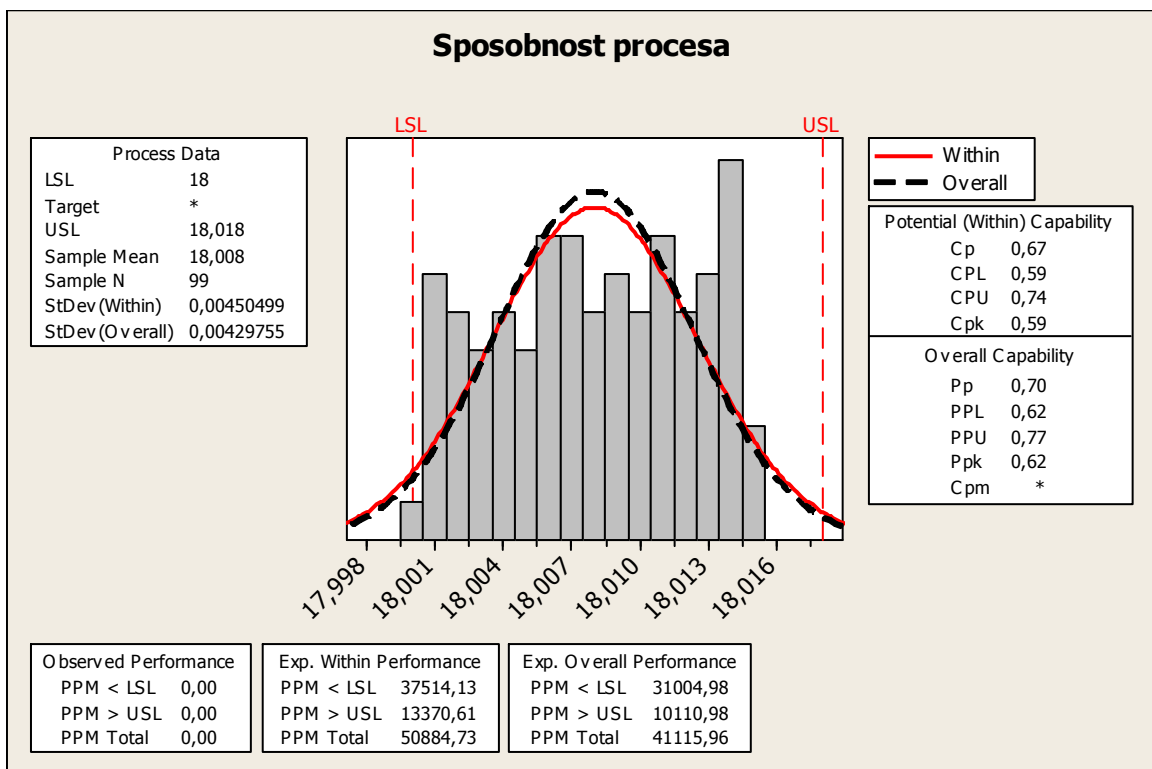
- Nazivna vrijednost promjera  $\varnothing 18 H7$  (0 / 18  $\mu\text{m}$ )
- Gornja granica (USL): 18,018 mm
- Donja granica (LSL): 18,000 mm
- Ciljana mjera: 18,009 mm

**Tablica 12. Rezultati uzorka mjerenja unutarnjeg promjera vodilice**

	1.dan	2.dan	3.dan	4.dan	5.dan	6.dan	7.dan	8.dan	9.dan	10.dan	11.dan
1	18,014	18,006	18,003	18,015	18,003	18,008	18,007	18,01	18,003	18,011	18,011
2	18	18,001	18,009	18,012	18,002	18,004	18,009	18,001	18,013	18,013	18,015
3	18,014	18,007	18,013	18,011	18,005	18,013	18,002	18,004	18,004	18,006	18,002
4	18,001	18,006	18,014	18,005	18,004	18,012	18,005	18,003	18,014	18,005	18,013
5	18,013	18,002	18,011	18,009	18,014	18,011	18,014	18,008	18,008	18,009	18,011
6	18,01	18,009	18,001	18,001	18,008	18,007	18,001	18,002	18,011	18,014	18,012
7	18,006	18,008	18,01	18,01	18,007	18,004	18,006	18,011	18,012	18,007	18,01
8	18,003	18,007	18,005	18,006	18,009	18,015	18,009	18,007	18,007	18,008	18,012
9	18,004	18,012	18,006	18,014	18,01	18,014	18,013	18,014	18,001	18,002	18,006



Slika 35. X – R karta varijable promjera klipnjače



Slika 36. Sposobnost procesa – varijabla promjer klipnjače



Na slici 37. Prikazana je x-R karta procesa, možemo primijetiti da je proces stabilan i da su svi uzorci unutar granica. Cijeli proces je pomaknut prema donjoj granici zahtjeva, faktor  $C_{pk}$  iznosi 0,59 što nam govori da proces izlazi izvan granica tolerancije.

Indeks sposobnosti procesa (slika 38.) prikazuje kako je proces nije sposoban:  $C_p < 1,33$  i iznosi  $C_p = 0,67$ , a tolerantno polje,  $USL-LSL=0,018$ .

## 6. ZAKLJUČAK

Preduvjeti za izračun indeksa sposobnosti su normalna razdioba i stabilnost procesa, to jest korištenje kontrolne karte. Naime, kako bi mogli procjenjivati sposobnost procesa, proces prije svega mora biti pod kontrolom. Sposobnost procesa daje odnos postavljenih specifikacija i tolerancija, određenih zahtjevima kupaca i ponašanja, odnosno rasipanja procesa.

Tijekom procesa proizvodnje hidrauličkog cilindra najveća odstupanja ili varijacije ima varijabla unutarnjeg promjera vodilice. Navedena varijabla prikazuje promjene unutarnjeg promjera vodilice, što prvenstveno ovisi o istrošenosti reznog noža, nepodmazivanju kritičnih dijelova stroja, greške operatora.

Potrebna je kvalitetnija kontrola kako bi se ovakve nepravilnosti ubuduće izbjegle. Samim time bi se smanjile i ostale varijacije. Neizbježno je nakon provedenih mjera poboljšanja pratiti proces i što je češće moguće analizirati dobivene vrijednosti u svrhu daljnjeg usavršavanja i poboljšavanja procesa proizvodnje hidrauličkog cilindra.

Rad je prikazao primjenu statističkih alata u nadziranju i kontroli jednog realnog procesa. Važno je naglasiti da se sposobnost procesa preko indeksa može najbolje pratiti u kombinaciji s kontrolnim kartama i uz korištenje kompetentnih programskih alata. Na osnovu praćenja i analiza moguće je poduzimati mjere poboljšanja, odnosno djelovati u području definiranih tolerancija / specifikacija. Primjena ovih alata zahtijeva izobrazbu kadrova (operatora, voditelja smijene, kontrolora i najvišeg vodstva) kako bi se ostvarila efikasna primjena.

## LITERATURA

- [1] V. Mudronja: „Predavanja iz kolegija Kontrola kvalitete“, FSB 2012.
- [2] M.Lazić: „Sposobnost procesa – Mjerenje i ocjena kvalitete procesa“, 2011.
- [3] B. Runje: „Predavanja iz kolegija Osnove osiguravanja kvalitete“, FSB 2008.
- [4] [http://issuu.com/kvaliteta.net/docs/hdk\\_14\\_konferencija\\_2014.231-240](http://issuu.com/kvaliteta.net/docs/hdk_14_konferencija_2014.231-240) , 10.06.2015.
- [5] T. Baković: „Alati i metode za upravljanje kvalitetom“, Zagreb 2012.
- [6] T. Atanasijević: „Studije sposobnosti procesa i statičko upravljanje procesima“
- [7] <https://www.fsb.unizg.hr/elemstroj/pdf/design/tolerancije.pdf> , 20.07.2015.
- [8] M. Mazar: „Završni rad“, FSB 2011.
- [9] Minitab 16, Manual
- [10] T. Flegar, Diplomski rad: „Procjena sposobnosti procesa“, FSB 2012.
- [11] M. Jakovljević: „Poboljšanje kakvoće“
- [12] G. Kovačić, Ž. Kondić: „Stručna naliza sposobnosti procesa proizvodnje stretch folije“
- [13] Tehnička dokumentacija, tvrtke Hidropneumatika d.o.o. , Zagreb 2015.
- [14] V.Mudronja: „Kako tumačiti statističku definiciju metodologije šest sigma“
- [15] M.Jovanović: „Logističke simulacije – Metoda Monte Carlo“ 2011
- [16] [http://www.projectcodemeter.com/cost\\_estimation/help/GL\\_sixsigma.htm](http://www.projectcodemeter.com/cost_estimation/help/GL_sixsigma.htm), 20.09.2015.

## **PRILOZI**

- I. CD-R disc
- II. Tehnička dokumentacija