

# Analiza polijetanja male radio-upravljane letjelice

---

**Rožman, Filip**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2015**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:265674>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-08-25**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**ANALIZA POLIJETANJA MALE  
RADIO-UPRAVLJANE  
LETJELICE**

**Filip Rožman**

Zagreb, 2015.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**ANALIZA POLIJETANJA MALE  
RADIO-UPRAVLJANE  
LETJELICE**

Mentor:

Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Student:

Filip Rožman

Zagreb, 2015.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru prof. Milanu Vrdoljaku na opsežnoj pomoći i vođenju tijekom cjelokupne izrade ovog završnog rada.

Filip Rožman



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Filip Rožman**

Mat. br.: 0035188099

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza polijetanja male radio-upravljane letjelice**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Take-off Analysis for Small Radio-controlled Aircraft**

Opis zadatka:

Predmet analize u ovom radu je mala radio-upravljana letjelica namijenjena studentskom natjecanju Air Cargo Challenge. Jedno od bitnih pravila natjecanja je zadana maksimalna duljina polijetanja, a pri tome je od interesa ostvariti što veću poletnu težinu letjelice.

Za poznatu konfiguraciju male radio-upravljane letjelice, s definiranom konfiguracijom podvozja, potrebno je provesti analizu polijetanja primjenom modela gibanja središta mase letjelice s proširenjem za rotaciju letjelice oko kotača. Takav model, pored samog podatka o duljini polijetanja, omogućava uvid u parametre gibanja letjelice tijekom polijetanja.

U radu je za promatranu letjelicu potrebno:

- prikupiti sve relevantne geometrijske i inercijske podatke uključujući i podatke o podvozju,
- napraviti procjenu koeficijenata aerodinamičke sile otpora i uzgona te koeficijenta aerodinamičkog momenta propinjanja,
- napraviti procjenu raspoložive pogonske sile,
- za analizu polijetanja primijeniti model gibanja središta mase letjelice.

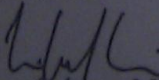
U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
25. studenog 2014.

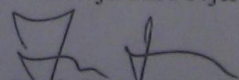
Rok predaje rada:  
1. rok: 26. veljače 2015.  
2. rok: 17. rujna 2015.

Predviđeni datumi obrane:  
1. rok: 2., 3., i 4. ožujka 2015.  
2. rok: 21., 22., i 23. rujna 2015.

Zadatak zadao:

  
Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Ivice Smojver

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY .....	VIII
1. UVOD.....	1
2. PODACI O LETJELICI .....	2
2.1. Dimenzije letjelice .....	2
2.2. Masa letjelice .....	3
2.2.1. Utezi .....	4
2.2.2. Položaj težišta .....	4
2.2.3. Moment tromosti letjelice .....	5
2.3. Aerodinamičke karakteristike letjelice.....	6
2.3.1. Koeficijent uzgona .....	6
2.3.2. Koeficijent otpora .....	8
2.3.3. Koeficijent momenta propinjanja.....	8
2.3.4. Polara letjelice bez utjecaja tla.....	9
2.3.5. Utjecaj tla (efekt tla) .....	9
2.3.5.1. Utjecaj tla metodom zrcalnih vrtloga.....	10
2.3.5.2. Utjecaj tla primjenom empirijske jednadžbe .....	12
2.3.5.3. Usporedba polara .....	13
2.4. Pogon letjelice.....	14
2.5. Konstrukcijska ograničenja.....	16
2.5.1. Kut $\beta$ .....	16
2.5.2. Kut $\vartheta$ .....	17
3. TEORETSKA OSNOVA POLIJETANJA.....	19
3.1. Zalijetanje.....	20
3.2. Propinjanje zrakoplova .....	20
3.3. Vertikalni zaokret.....	22
4. REZULTATI ANALIZE .....	23
4.1. Duljina polijetanja.....	24
4.2. Brzina pri polijetanju ( $V_{TO}$ ) .....	25
4.3. Brzina sloma uzgona ( $V_{stall}$ ) .....	26
4.4. Usporedba $V_{TO}$ - $V_{stall}$ .....	27
4.5. Profil polijetanja.....	28
4.6. Analiza utjecaja tla.....	30
4.7. Ograničenje kuta propinjanja .....	32
4.8. Detaljni rezultati simulacije polijetanja .....	33
4.8.1. Aerodinamička brzina letjelice .....	33
4.8.2. Kut penjanja .....	35

---

4.8.3. Kut odklona kormila visine.....	36
4.8.4. Kut propinjanja .....	37
4.8.5. Napadni kut .....	38
5. ZAKLJUČAK.....	39
LITERATURA.....	41

## POPIS SLIKA

Slika 2.1	Nacrt letjelice .....	2
Slika 2.2	Tlocrt letjelice.....	2
Slika 2.3	Bokocrt letjelice .....	3
Slika 2.4	Dimenzije utega.....	4
Slika 2.5	Vertikalni položaj težišta letjelice u ovisnosti o masi tereta .....	5
Slika 2.6	Moment tromosti u ovisnosti o masi tereta .....	6
Slika 2.7	Koeficijent uzgona kao funkcija napadnog kuta .....	8
Slika 2.8	Polara letjelice bez utjecaja tla .....	9
Slika 2.9	Utjecaj tla na koeficijent uzgona .....	11
Slika 2.10	Utjecaj tla na koeficijent otpora .....	11
Slika 2.11	Utjecaj tla primjenom empirijske jednadžbe.....	13
Slika 2.12	Usporedba polara.....	14
Slika 2.13	Motor.....	15
Slika 2.14	Potisak motora kao funkcija brzine letjelice .....	16
Slika 2.15	Kut $\beta$ .....	17
Slika 2.16	Kut $\gamma$ .....	17
Slika 4.1	Duljina polijetanja u ovisnosti o masi tereta (sa utjecajem tla).....	25
Slika 4.2	Brzina pri polijetanju u ovisnosti o masi tereta (sa utjecajem tla) .....	26
Slika 4.3	Brzina sloma uzgona u ovisnosti o masi tereta .....	27
Slika 4.4	Usporedba brzine pri polijetanju i brzine sloma uzgona .....	28
Slika 4.5	Profil polijetanja prazne letjelice.....	29
Slika 4.6	Profil brzine prazne letjelice.....	30
Slika 4.7	Usporedba duljine polijetanja sa i bez utjecaja tla .....	31
Slika 4.8	Usporedba brzina pri polijetanju sa i bez utjecaja tla.....	32
Slika 4.9	Promjena maksimalnog kuta propinjanja s masom tereta .....	33
Slika 4.10	Profil polijetanja letjelice sa 8 kg tereta .....	34
Slika 4.11	Profil brzine u polijetanju letjelice sa 8 kg tereta .....	34
Slika 4.12	Kut penjanja u ovisnosti o udaljenosti .....	35
Slika 4.13	Kut otklona kormila visine u ovisnosti o udaljenosti .....	36
Slika 4.14	Kut propinjanja u ovisnosti o udaljenosti.....	37
Slika 4.15	Napadni kut u ovisnosti o udaljenosti .....	38



## POPIS TABLICA

Tablica 2.1 Mase i težišta letjelice i njenih komponenata.....	3
Tablica 4.1 Rezultati analize (bez utjecaja tla).....	23
Tablica 4.2 Rezultati analize (sa utjecajem tla).....	24

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$h$	m	visina krila letjelice
$b$	m	raspon krila letjelice
$C_L$	-	koeficijent sile uzgona
$C_{L0}$	-	nulti član koeficijenta sile uzgona
$C_{L\delta}$	-	član koeficijenta sile uzgona uz $\delta_m$
$C_{L\alpha}$	-	član koeficijenta sile uzgona uz $\alpha$
$\alpha$	°	napadni kut
$\delta_m$	°	kut odklona kormila visine
$\vartheta$	°	kut propinjanja
$\gamma$	°	kut penjanja
$\chi$	°	kut skretanja
$\beta$	°	kut između vertikale i spojnice središta mase – točka dodira stražnjih kotača sa tlom (u bokocrtu)
$\mu$	-	koeficijent trenja
$C_{Di}$	-	koeficijent induciranog otpora
$C_D$	-	koeficijent sile otpora
$C_{D0}$	-	koeficijent nultog otpora
$C_{m0}$	-	slobodni član koeficijenta momenta propinjanja
$C_m$	-	koeficijent momenta propinjanja
$C_{m\delta}$	-	koeficijent momenta propinjanja uz član $\delta_m$
$C_{m\alpha}$	-	koeficijent momenta propinjanja uz član $\alpha$
$V$	m/s	aerodinamička brzina letjelice
$L$	N	sila uzgona
$D$	N	sila otpora
$W$	N	težina letjelice
$T$	N	potisak
$S_{ref}$	m <sup>2</sup>	referentna površina
$V_{stall}$	m/s	brzina gubitka uzgona
$V_{TO}$	m/s	brzina pri polijetanju
$c_A$	m	srednja aerodinamička tetiva

---

$h_0$	m	minimalna udaljenost krila od tla
$d$	m	visina utega
$I_y$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	moment tromosti oko lateralne osi
$I_{y0}$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	moment tromosti oko lateralne osi prazne letjelice
$m$	kg	masa letjelice
$l_s$	m	uzdužna udaljenost stražnjih kotača od centra mase
$l_p$	m	uzdužna udaljenost prednjih kotača od centra mase
$k_s$	m	vertikalna udaljenost stražnjih kotača od centra mase
$m_t$	kg	masa tereta
$s_{TO}$	m	duljina piste
$s_R$	m	udaljenost do podizanja prednjeg kotača
$t_{TO}$	s	vrijeme do polijetanja
$t_R$	s	vrijeme do podizanja prednjeg kotača
$V_R$	m/s	brzina pri podizanju prednjeg kotača
$t_0$	s	početni trenutak

## SAŽETAK

Cilj ovog rada je analizirati performanse male radio-upravljane letjelice u polijetanju u ovisnosti o masi letjelice, tj. u ovisnosti o masi tereta koji letjelica nosi. Promatrana letjelica je modifikacija letjelice *HUSZ Vulture* koja je napravljena za natjecanje *Air Cargo Challenge 2013*. Modifikacija se sastojala od promjene tipa podvozja. *HUSZ Vulture* ima konfiguraciju podvozja sa stražnjim kotačem, a promatrana letjelica ima konfiguraciju podvozja sa prednjim kotačem. Za analizu polijetanja korišten je model gibanja središta mase nadopunjen jednadžbama gibanja oko središta mase tijekom rotacije letjelice na pisti.

Prije same analize bilo je potrebno prikupiti podatke o letjelici. Prilikom određivanja položaja osovine stražnjih kotača, trebalo se pobrinuti da ona bude tako pozicionirana u odnosu na središte mase da se prilikom propinjanja letjelice oko stražnjih kotača (kad je letjelica još u doticaju sa tlom) središte mase ne nađe iza osovine stražnjih kotača jer bi to onemogućilo polijetanje. Parametri koji se mijenjaju sa povećanjem mase letjelice i čije je promjene važno odrediti su pozicija težišta letjelice i moment tromosti oko lateralne osi. Teretni prostor je tako konstruiran da se dodavanjem utega težište letjelice pomiče samo prema dolje. Budući da je krilo letjelice relativno blizu tlu, u analizu polijetanja uključen je i utjecaj tla.

Rezultati dobiveni analizom sa utjecajem tla i bez njega su uspoređivani kako bi se pokazao značaj utjecaja tla na polijetanje male letjelice. Ustanovljeno je da je utjecaj tla kod malih letjelica značajan. Glavni parametar na temelju kojeg su se ocjenjivale performanse letjelice bila je duljina polijetanja, a rezultati analize su pokazali da letjelica može uspješno poletjeti sa svakim od zadanih tereta. Među rezultatima analize su se također promatrale promjene kuta propinjanja, kuta penjanja, napadnog kuta, kuta otklona kormila visine te brzine i visine leta. Također, promatrale su se promjene brzine pri polijetanju i brzine gubitka uzgona u ovisnosti o masi tereta, kao i prijeđene udaljenosti tijekom pojedinih faza i vrijeme trajanja tih faza.

Ključne riječi: polijetanje, performanse, utjecaj tla, *HUSZ Vulture*, model gibanja središta mase

## SUMMARY

The purpose of this paper is to analyze the performance of a small radio-controlled aircraft during take-off in dependence of the weight of the aircraft. The analysed aircraft is a modification of the *HUSZ Vulture* which was made for the competition *Air Cargo Challenge 2013*. The modification consisted of a change of the undercarriage configuration. *HUSZ Vulture* has a taildragger undercarriage, while the modified aircraft carries a conventional undercarriage. The point mass model was used for the take-off analysis.

Prior to analysis, it was necessary to collect certain data. When determining the position of the aft wheel axle, it was important to make sure that the axis is positioned in such a way that the center of mass never shifts behind it. Some parameters (e.g. moment of inertia about the lateral axis, and the position of the center of mass) change with the increase of weight. It was also important to know the manner of their change. The cargo bay is designed in such a way that the center of mass shifts only vertically when adding weights. Since the wing is relatively close to the ground, ground effect is included in the take-off analysis.

Results obtained from the analysis with ground effect are compared to the results without it in order to show the importance of ground effect in small aircraft take-off analysis. It is concluded that the ground effect in small aircrafts is significant. The main parameter for the evaluation of the aircraft take-off performance is the take-off length. Results showed that the aircraft can successfully take off with each of the considered loads. Change of pitch angle, climb angle, angle of attack, elevator deflection angle, as well as the change of speed and height during take-off are also observed when analysing the results. In addition, the changes of take-off speed, stall speed, phase times, and phase lengths in dependence of the mass of the load were also shown, and commented in the results of the analysis.

Key words: take-off, small aircraft, point mass model, ground effect, HUSZ Vulture

## 1. UVOD

Zadatkom završnog rada zadano je da se polijetanje male radio-upravljane letjelice analizira modelom gibanja središta mase letjelice. Za primjenu takvog modela gibanja potrebno je prikupiti određene geometrijske i inercijske podatke o letjelici, kao i podatke o samom podvozju letjelice. Nadalje, takav model zahtijeva poznavanje koeficijenata aerodinamičkih sila uzgona i otpora te koeficijenta aerodinamičkog momenta propinjanja. Uz navedene podatke, potrebno je poznavati i podatke o pogonu letjelice, tj. raspoloživu pogonsku silu. Analiza će dati konačnu duljinu polijetanja zadane letjelice u ovisnosti o masi tereta koji letjelica nosi, kao i promjene određenih parametara gibanja letjelice tijekom polijetanja.

Promatrana letjelica je modifikacija letjelice *HUSZ Vulture* (mala radio-upravljana letjelica namijenjena studentskom natjecanju *Air Cargo Challenge 2013*). Cilj natjecanja je bio izraditi radio-upravljanu letjelicu koja može odletjeti tzv. *školski krug* (polijetanje, dva zaokreta od  $180^\circ$ , horizontalni let određene duljine i slijetanje) sa teretom. Natjecanje je bilo regulirano mnogim pravilima, a jedno od bitnih pravila bilo je izvesti polijetanje unutar 60 m staze. Od interesa je bila što veća poletna masa letjelice za što su se dodijelivali dodatni bodovi. Modifikacija te letjelice sastoji se od promjene tipa podvozja letjelice. Letjelica *HUSZ Vulture* ima konfiguraciju podvozja sa stražnjim kotačem (eng. *taildragger*), dok se za novu letjelicu odlučilo za konfiguraciju podvozja sa prednjim kotačem (tzv. tricikl).

Analizom polijetanja modificirane letjelice želi se utvrditi kako će promjena u tipu podvozja utjecati na performanse letjelice tijekom polijetanja. Glavni kriterij za usporedbu bit će duljina polijetanja letjelice sa raznim masama tereta.

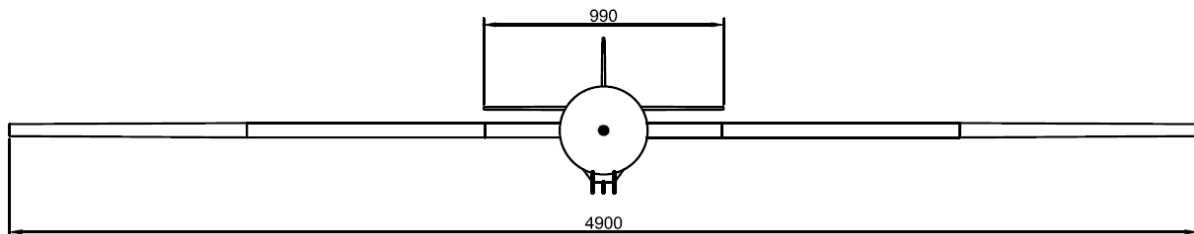
Prije same analize bit će potrebno pripremiti podatke o letjelici te definirati model gibanja središta mase letjelice koji će se koristiti za analizu polijetanja. Nakon toga će biti prikazani rezultati analize te će se komentirati značaj pojedinog rezultata. Na kraju, u zaključku, će biti dan komentar na cjelokupan projekt i njegove rezultate u odnosu na letjelicu *HUSZ Vulture*.

## 2. PODACI O LETJELICI

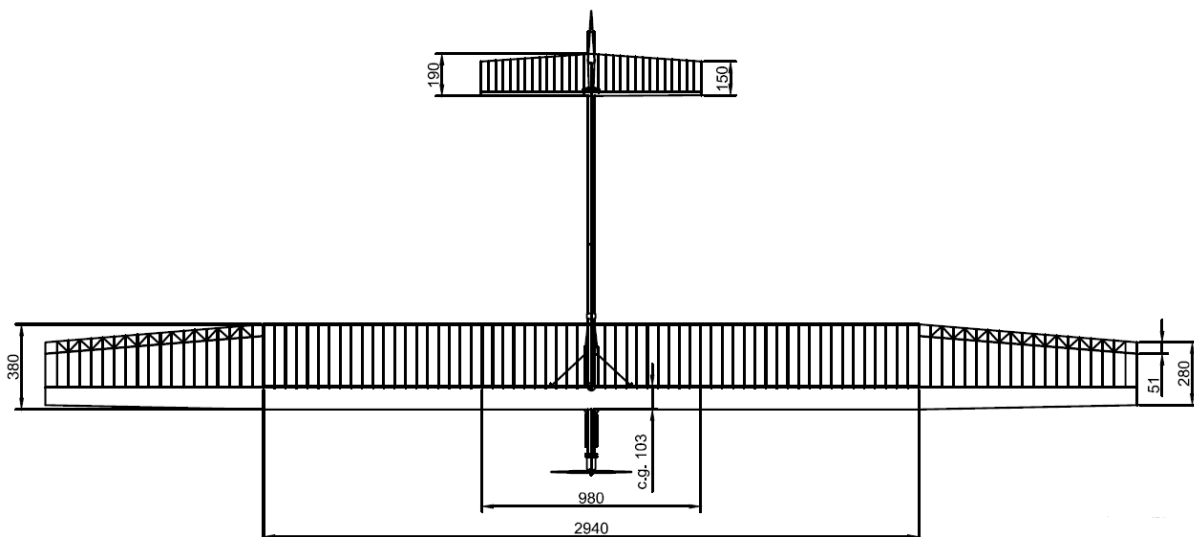
Budući da se promatra letjelica koja je modifikacija letjelice *HUSZ Vulture*, svi podaci o letjelici (koeficijenti uzgona, otpora i momenta propinjanja te dimenzije letjelice i sl.) preuzeti su iz [1]. Promjena podvozja u konfiguraciju sa prednjim kotačem je uvedena zbog modela gibanja težišta letjelice koji pretpostavlja takvu konfiguraciju podvozja. U daljnjem tekstu se mogu vidjeti sve dimenzije i karakteristike promatrane letjelice.

### 2.1. Dimenzije letjelice

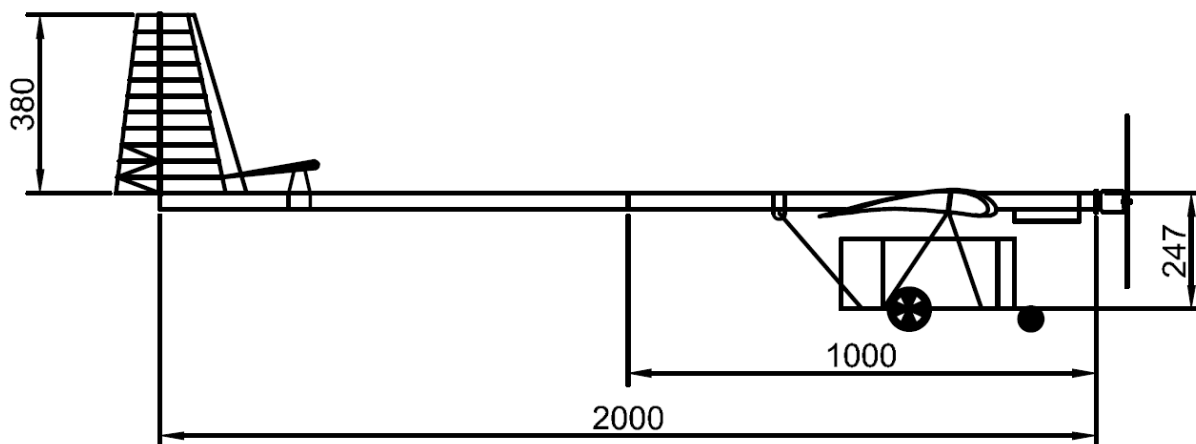
Neke od karakterističnih dimenzija letjelice mogu se vidjeti na slikama 2.1, 2.2 i 2.3.



Slika 2.1 Nacrt letjelice



Slika 2.2 Tlocrt letjelice



Slika 2.3 Bokocrt letjelice

Podaci o dimenzijama letjelice koji su relevantni za analizu polijetanja modelom gibanja središta mase letjelice su:

raspon krila letjelice:	$b = 4,9 \text{ m}$ ,
površina krila (referentna površina):	$S_{ref} = 1,764 \text{ m}^2$ ,
srednja aerodinamička tetiva:	$c_A = 0,363 \text{ m}$ ,
visina jedne četvrtine $c_A$ od tla:	$h_0 = 0,2924 \text{ m}$ i
maksimalni otklon kormila visine:	$ \delta_m _{max} = 15^\circ$ .

## 2.2. Masa letjelice

Masa prazne letjelice i svih njenih komponenti te koordinate težišta prazne letjelice i svih njenih komponenti u odnosu na napadni brid krila ( $x$ -komponenta težišta) i na simetralu trupa letjelice ( $y$ -komponenta težišta) dani su u tablici 2.1.

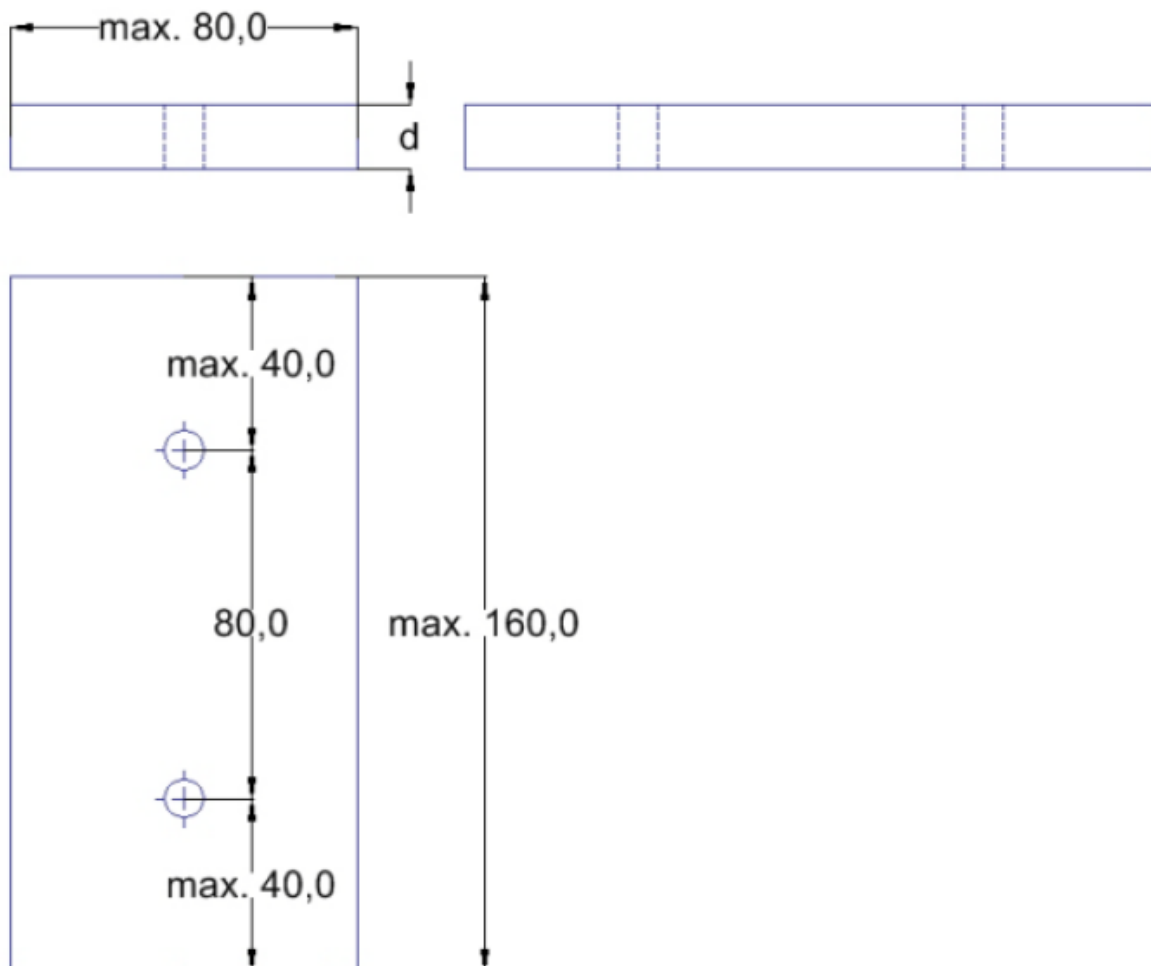
Tablica 2.1 Mase i težišta letjelice i njenih komponentata

Komponenta	Masa [g]	Teziste-x [mm]	Teziste-z [mm]
Krilo	1591,77	112,1	25,38
Boom	150	447,1	0
Vertikalni stabilizator	21,77	1717,49	275,73
Horizontalni stabilizator	47,12	1498,24	165,58
Motor	250	-248,43	0
Baterija	400	-114,33	-12,5
Podvozje	440	122,2	-186,8
Letjelica	2900,66	103,29	-11,39



### 2.2.1. Utezi

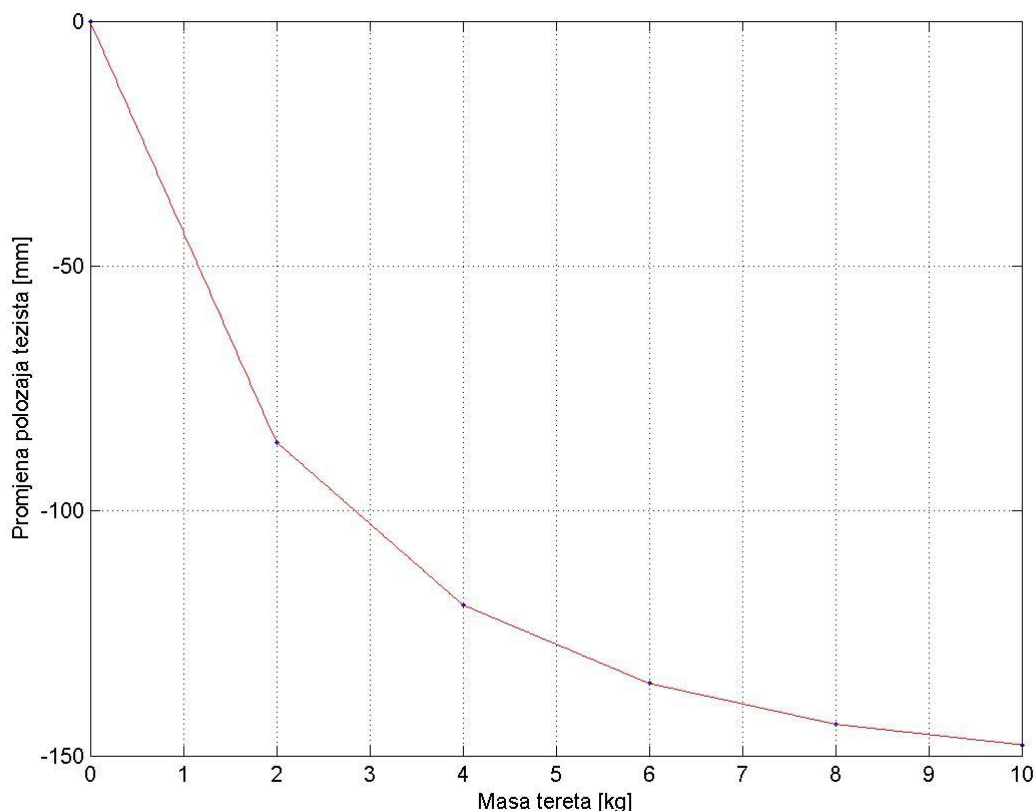
Dimenzije i težine utega zadane su pravilnikom natjecanja, [2]. U analizi zadane letjelice koristit će se utezi od 2 kg s time da će najveća analizirana masa tereta biti 10 kg, odnosno 5 utega. Dimenzije utega prikazane su na slici 2.4 na kojoj je  $d = 1$  cm.



Slika 2.4 Dimenzije utega

### 2.2.2. Položaj težišta

Položaj težišta letjelice mijenja se u ovisnosti o masi i smještaju utega koje letjelica nosi. Podvozje letjelice je tako konstruirano da se dodavanjem utega težište letjelice ne pomiče u uzdužnom smjeru, tj. koordinata  $x$  težišta letjelice ostaje konstanta. Spuštanje težišta letjelice u ovisnosti o masi tereta prikazana je na slici 2.5.



Slika 2.5 Vertikalni položaj težišta letjelice u ovisnosti o masi tereta

### 2.2.3. Moment tromosti letjelice

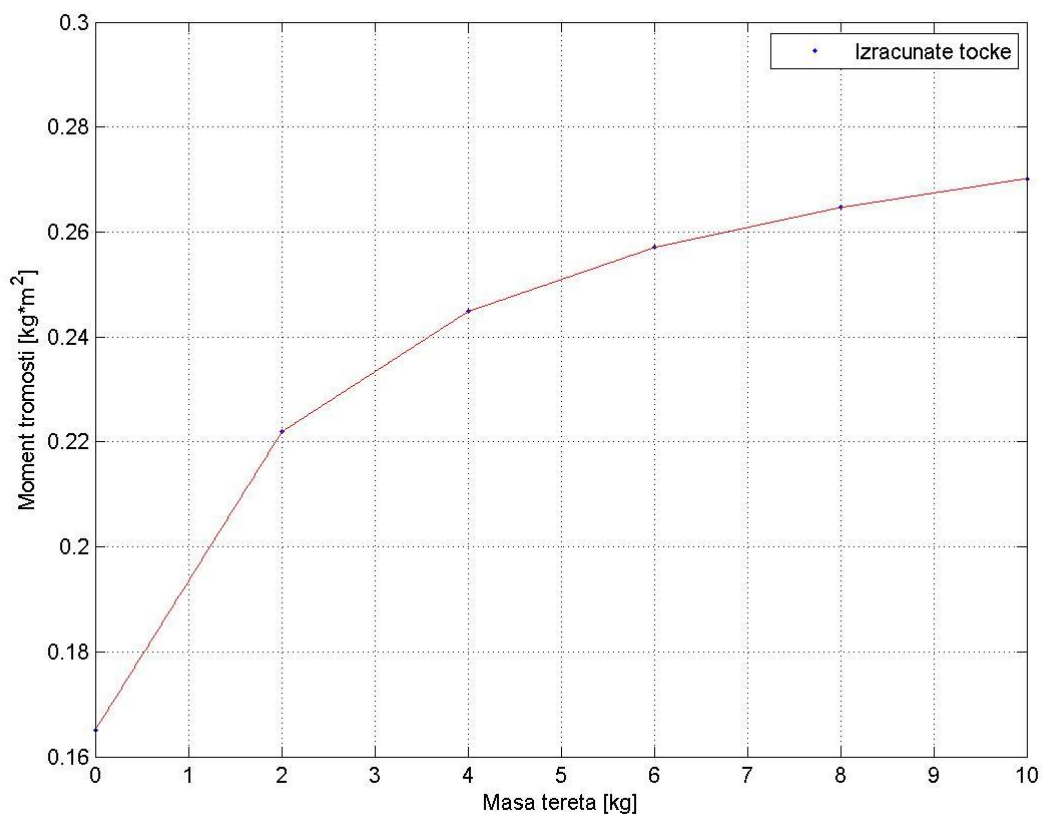
Moment tromosti letjelice oko osi  $y$  (os koje se proteže u smjeru raspona krila) je bitan parametar u analizi polijetanja letjelice. Moment tromosti oko težišta prazne letjelice je izračunat prema [3] i on iznosi

$$I_{y0} = 0,1651 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

Moment tromosti oko osi  $y$  ovisi o masama i rasporedu komponenata letjelice u odnosu na težište same letjelice. Obzirom na tu činjenicu, moment tromosti letjelice oko njenog težišta mijenja se u ovisnosti o masi tereta koji letjelica nosi.

Postupak određivanja momenta tromosti za različite mase letjelice svodi se na korištenje *Steinerovog pravila* [4]. Moment tromosti letjelice sa jednim utegom oko njezinog središta mase može se izračunati koristeći *Steinerovo pravilo* za moment tromosti tijela (prazne letjelice i utega) oko osi kroz novo težište letjelice. Moment tromosti utega je uzet iz

[4] budući da se radi o pravilnom, homogenom tijelu. Takav postupak se dalje koristi za računanje momenta tromosti svake iduće mase letjelice. Dobiveni rezultati prikazani su na slici 2.6.



Slika 2.6 Moment tromosti u ovisnosti o masi tereta

### 2.3. Aerodinamičke karakteristike letjelice

U aerodinamičke karakteristike letjelice spadaju koeficijenti uzgona, otpora i momenta propinjanja letjelice te polara letjelice. Pretpostavljeno je da modifikacije izvršene na promatranoj letjelici ne utječu na promjenu aerodinamičkih karakteristika letjelice pa su iste preuzete iz [1] i [3].

#### 2.3.1. Koeficijent uzgona

Koeficijent uzgona letjelice (bez utjecaja tla) modeliran je prema [5]:

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} \cdot \alpha + C_{L\delta} \cdot \delta_m + C_{L\alpha'} \cdot \alpha'^* + C_{Lq} \cdot q^* \quad (2-1)$$

pri čemu su:

$$C_{L0} = 0,257,$$

$$C_{L\alpha} = 5,75,$$

$$C_{L\delta} = 0,293,$$

$$C_{L\alpha'} = 0,387 \text{ i}$$

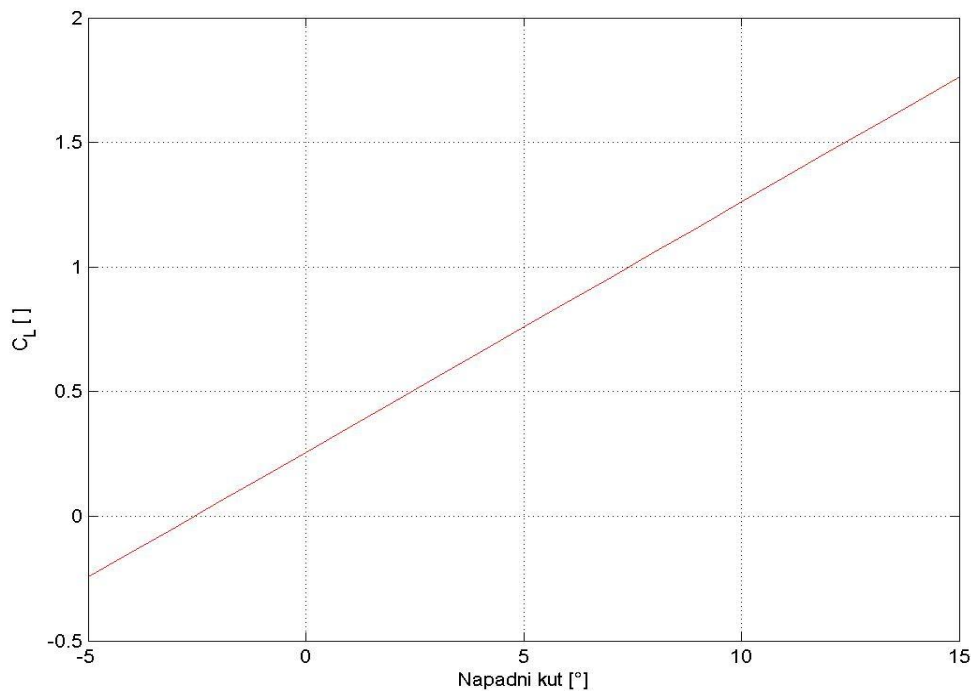
$$C_{Lq} = 1,58.$$

Ostali članovi u toj jednadžbi su varijable:

- $\alpha$  - napadni kut,
- $\delta_m$  - kut odklona kormila visine,
- $\alpha'^*$  - normirana brzina promjene napadnog kuta, a
- $q^*$  - normirana brzina promjene kuta propinjanja.

Koeficijent uzgona u ovisnosti o napadnom kutu, prikazan je na slici 2.7. Maksimalni koeficijent uzgona, prema [1], je:

$$C_{Lmax} = 2,2.$$



**Slika 2.7 Koeficijent uzgona kao funkcija napadnog kuta**

### 2.3.2. Koeficijent otpora

Koeficijent otpora letjelice određen je jednačbom iz [1], međutim za analizu kakva se provodi u ovom radu pogodniji je oblik:

$$C_D = C_{Dmin} + K \cdot (C_L - C_{Lmin})^2. \quad (2-2)$$

Koeficijenti u toj jednačbzi su dobiveni raspisivanjem jednačbze iz [1] i izjednačavanjem sa oblikom jednačbze (2-2). Tako su dobiveni koeficijenti:

$$C_{Dmin} = 0,0416,$$

$$C_{Lmin} = 0,6404 \text{ i}$$

$$K = 0,057.$$

### 2.3.3. Koeficijent momenta propinjanja

Koeficijent momenta propinjanja dan je jednačbom iz [5]:

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \cdot \alpha + C_{m\delta} \cdot \delta_m + C_{m\alpha'} \cdot \alpha'^* + C_{mq} \cdot q^* \quad (2-3)$$

pri čemu su:

$$C_{m0} = -0,09 ,$$

$$C_{m\alpha} = -0,474 ,$$

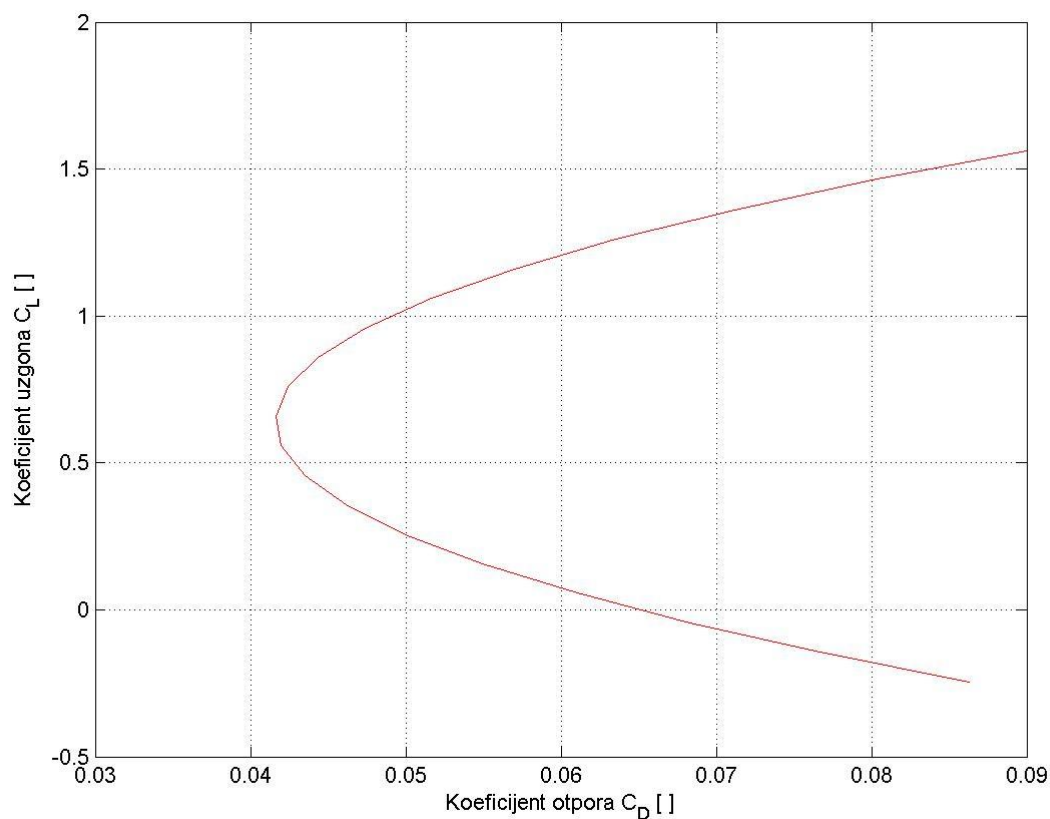
$$C_{m\delta} = -1,1 ,$$

$$C_{m\alpha'} = -1,43 \text{ i}$$

$$C_{mq} = -5,83.$$

### 2.3.4. Polara letjelice bez utjecaja tla

Polara letjelice je dijagram koji prikazuje odnos koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona letjelice. Polara zadane letjelice bez utjecaja tla prikazana je na slici 2.8.



Slika 2.8 Polara letjelice bez utjecaja tla

### 2.3.5. Utjecaj tla (efekt tla)

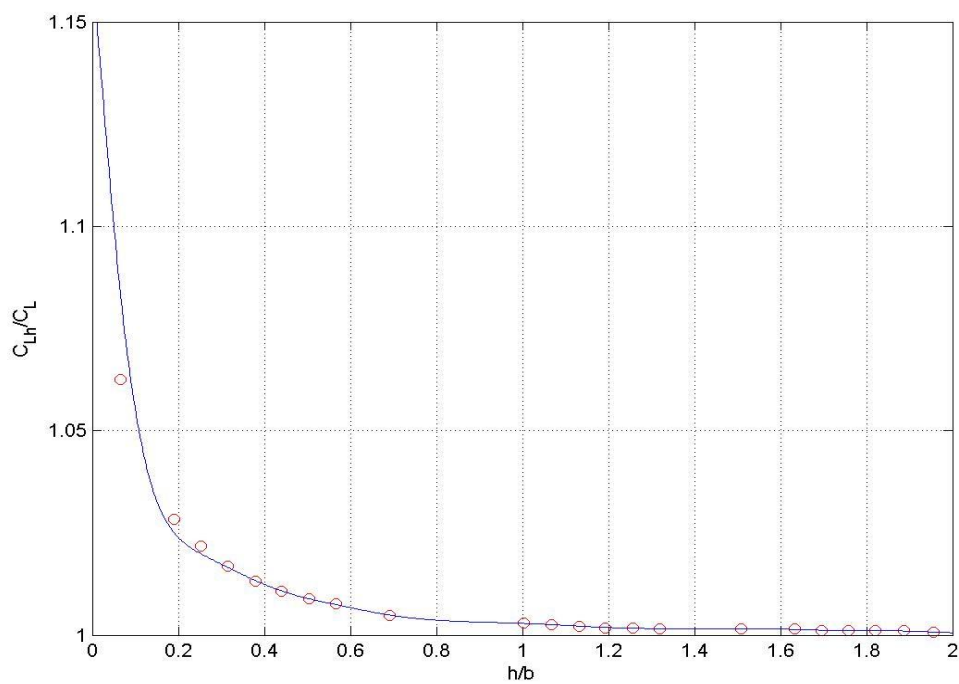
Promjeni uzgona i otpora u procesu polijetanja doprinosi tzv. *efekt tla*. *Efekt tla* povećava koeficijent uzgona i smanjuje koeficijent otpora u ovisnosti o udaljenosti na kojoj se krilo nalazi od tla. Za analizu utjecaja tla korištena je empirijska metoda [6, 7] i metoda zrcalnih vrtloga [8].

### 2.3.5.1. Utjecaj tla metodom zrcalnih vrtloga

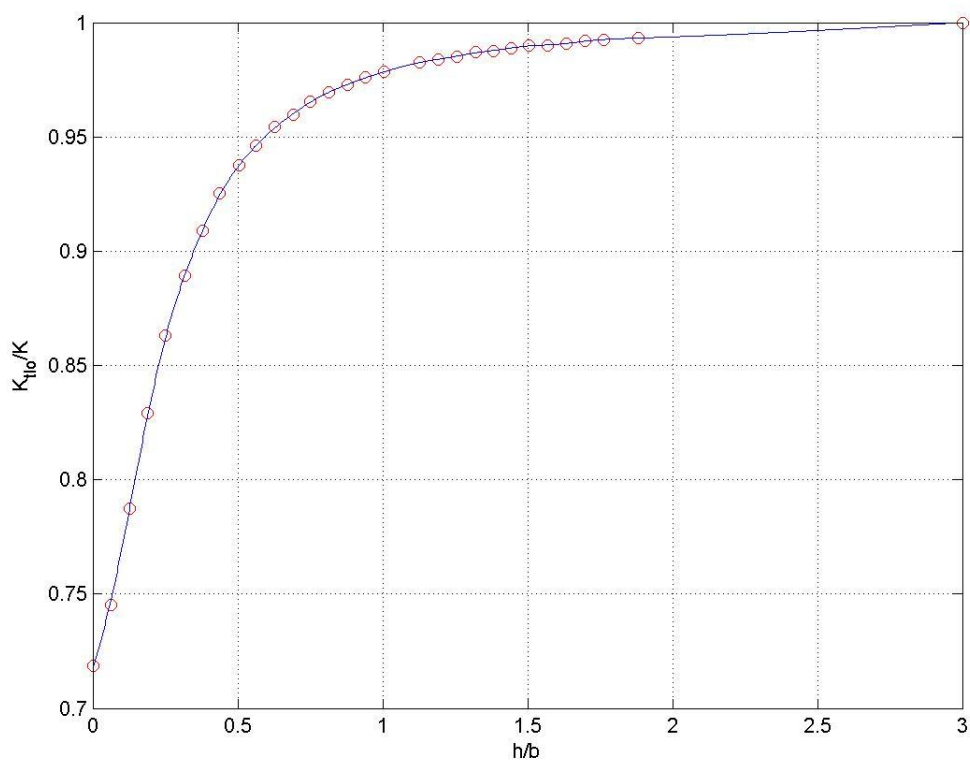
Metoda zrcalnih vrtloga [8] analizira utjecaj tla krila zadane geometrije primjenom Weissingerove metode noseće linije i metode zrcala tla. Pretpostavka metode zrcala tla jest da se utjecaj tla uzima u obzir dodavanjem promatranog sustava vrtloga krila zrcalno ispod tla čime se osigurava tangencijalna brzina optjecanja tla. U radu [8] metoda je detaljno opisana kao i procjena utjecaja tla na krilo letjelice *HUSZ Vulture*, a utjecaj je određen na koeficijent sile uzgona (slika 2.9) i koeficijent sile otpora (slika 2.10). Apscisu na slici 2.9 čini omjer udaljenosti krila od tla i raspona krila ( $h/b$ ), a ordinatu čini omjer koeficijenta uzgona sa utjecajem tla i bez utjecaja tla ( $C_{Lh}/C_L$ ). Dijagram koeficijenta otpora uz utjecaj tla (slika 2.10) prikazuje omjer

$$\frac{\left(\frac{C_{Di}}{C_L^2}\right)_h}{\left(\frac{C_{Di}}{C_L^2}\right)_\infty},$$

što zapravo predstavlja omjer koeficijenata induciranoeg otpora  $K$  sa utjecajem tla ( $K_{tlo}$ ) i bez utjecaja tla, u ovisnosti o parametru  $h/b$ .



Slika 2.9 Utjecaj tla na koeficijent uzgona



Slika 2.10 Utjecaj tla na koeficijent otpora



Kao što se na slici 2.9 može vidjeti, utjecaj tla na koeficijent uzgona je obrnuto proporcionalan visini na kojoj se letjelica nalazi. Iako smatramo da utjecaj tla potpuno nestaje nakon  $h/b = 3$ , može se vidjeti da je taj utjecaj vrlo mali već i na  $h/b = 1$  te da se ne mijenja mnogo nakon te vrijednosti. Na slici 2.10 može se vidjeti utjecaj tla na koeficijent otpora. Može se vidjeti da utjecaj tla na koeficijent otpora pada sa porastom visinom, tj. da se koeficijent otpora povećava sa visinom. Također, uočljivo je da se nakon vrijednosti  $h/b = 1,5$  koeficijent otpora više ne mijenja mnogo, tj. nakon te vrijednost tlo više nema mnogo utjecaja na koeficijent otpora.

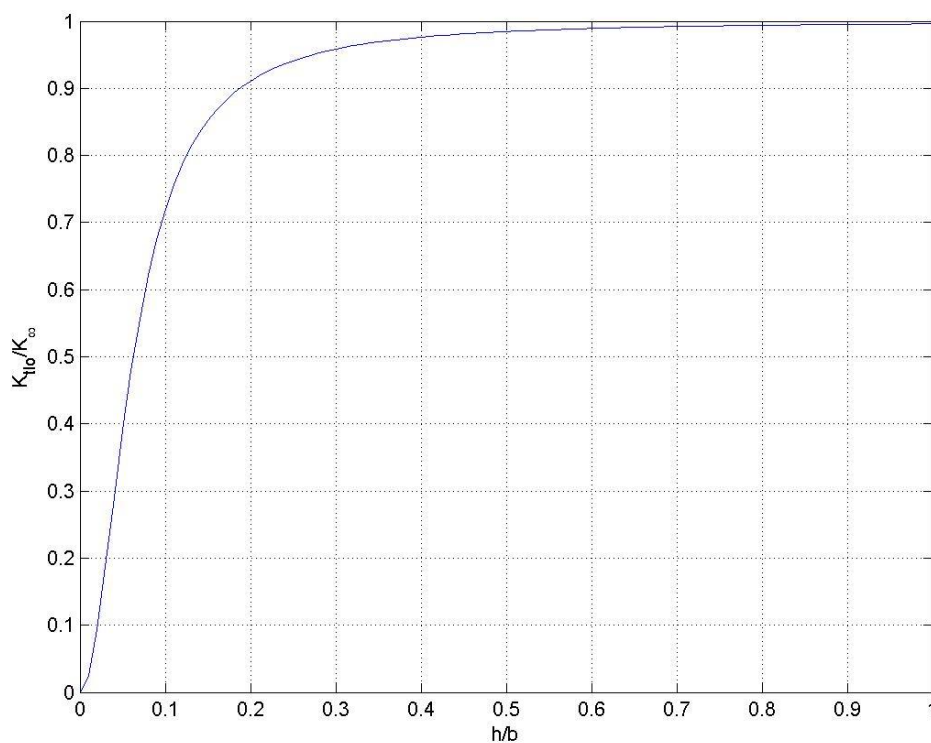
### 2.3.5.2. Utjecaj tla primjenom empirijske jednadžbe

Utjecaj tla na koeficijent otpora primjenom empirijske jednadžbe prema [6] kako ga navodi [7] zadan je u obliku:

$$\frac{\left(\frac{C_{Di}}{C_L^2}\right)_h}{\left(\frac{C_{Di}}{C_L^2}\right)_\infty} = \frac{\left(16\frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16\frac{h}{b}\right)^2} \quad (2-4)$$

gdje lijeva strana predstavlja omjer koeficijenata induciranog otpora uz utjecaj tla ( $K_{tlo}$ ) i bez utjecaja tla ( $K_\infty$ ),  $h$  visinu krila od tla, a  $b$  raspon krila letjelice.

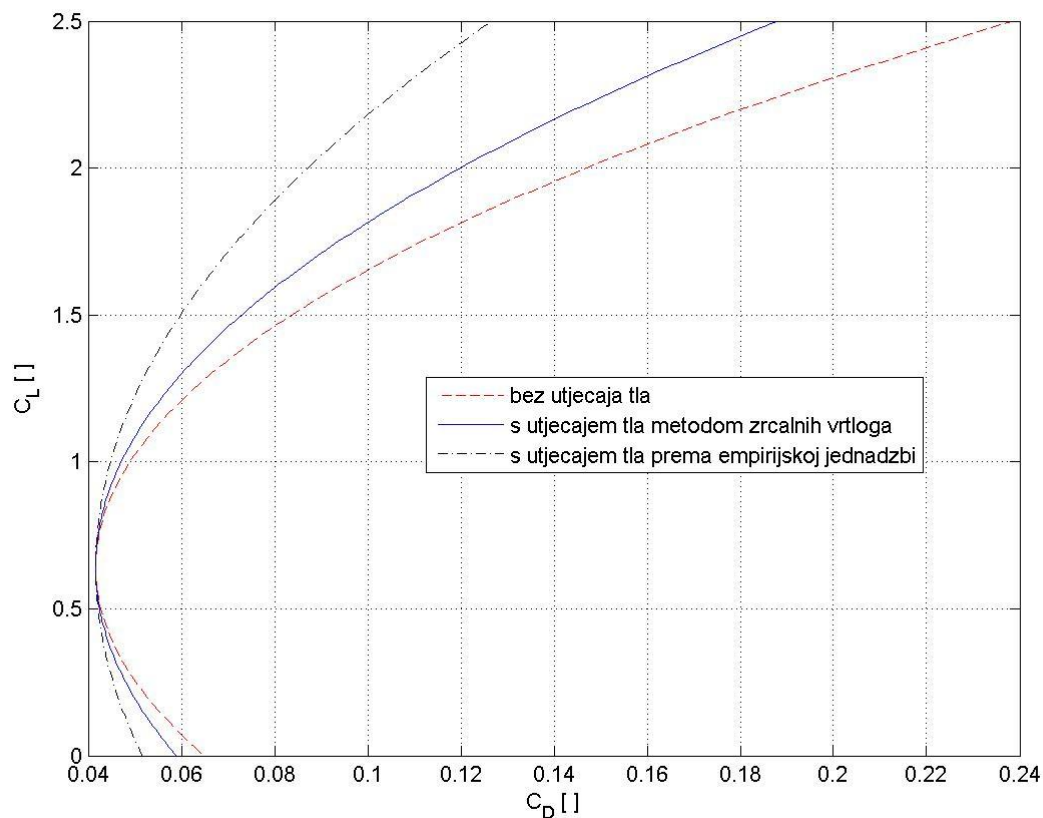
Ta jednadžba, u grafičkom obliku, može se vidjeti na slici 2.11.



Slika 2.11 Utjecaj tla primjenom empirijske jednadžbe

### 2.3.5.3. Usporedba polara

Koristeći sva 3 slučaja, može se konstruirati dijagram koji prikazuje polare za svaki od njih (slika 2.12). Na tom dijagramu je vidljivo da polara dobivena empirijskom jednadžbom prema [6] značajnije odstupa od polara drugih dvaju slučajeva. U [7] je ocijenjeno da taj model daje premale vrijednosti induciranog otpora, tj. da su korekcije prevelike (posebno za  $h/b < 1$ ). Metoda zrcalnih vrtloga je u [8] detaljno uspoređena sa empirijskim modelom [6], kao i sa drugim modelima te je ocijenjena kao zadovoljavajuća. Osim toga, rezultati metode zrcalnih vrtloga dobiveni su upravo za krilo promatrane geometrije. Stoga je zaključeno da će se prikazati rezultati dobiveni primjenom metode zrcalnih vrtloga, a kako bi se vidio utjecaj tla, bit će prikazani i rezultati bez utjecaja tla.



Slika 2.12 Usporedba polara

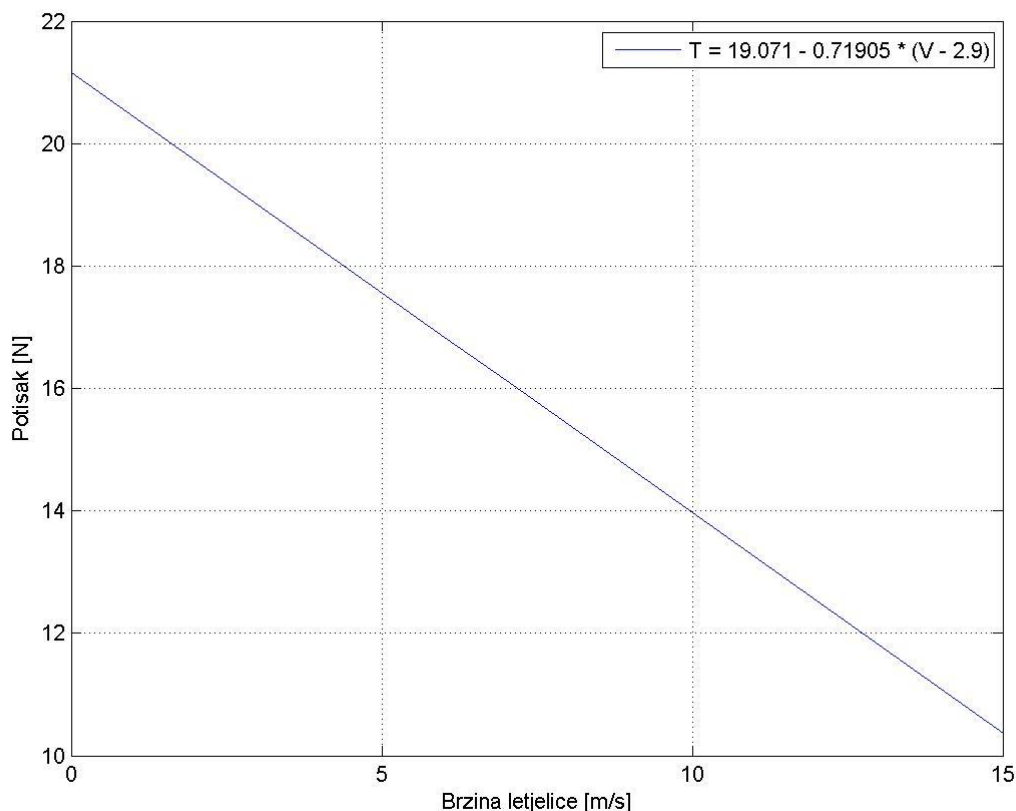
## 2.4. Pogon letjelice

Podaci o pogonu letjelice uzeti su iz [1]. Kako bi osigurao da svi natjecatelji imaju iste uvjete pri konstrukciji letjelica, organizator natjecanja *ACC2013* je pravilima odredio motor koji će smije koristiti. Izabran je *AXI Gold 2826/10* trofazni, sinkroni motor sa permanentnim magnetom (slika 2.13).



**Slika 2.13 Motor**

Pravilima natjecanja je također bilo određeno da baterija koja pogoni motor ne smije imati više od 3 ćelije i da one moraju biti spojene u seriji pa je zbog toga izabrana *Hyperion Generation 3 VX 11.1V* baterija. Preostalo je ispitati izabrani motor sa različitim propelerima kako bi se utvrdilo koji daje najveći potisak. U tu svrhu napravljena je ispitna stanica na kojoj se vršilo testiranje statičkog potiska. Rezultati testiranja pokazali su da je najbolji potisak dao propeler *Graupner 14,5/4* koji je u 3 mjerenja davao prosječni potisak od 21,5 N (pri 9677 okr/min, 38,5 A struje i 11,94 V naponu), [1]. Ovisnost potiska o brzini letjelice ispitana je simulacijom stvarne situacije, a rezultati tog ispitivanja su prikazani na slici 2.14.



Slika 2.14 Potisak motora kao funkcija brzine letjelice

## 2.5. Konstrukcijska ograničenja

### 2.5.1. Kut $\beta$

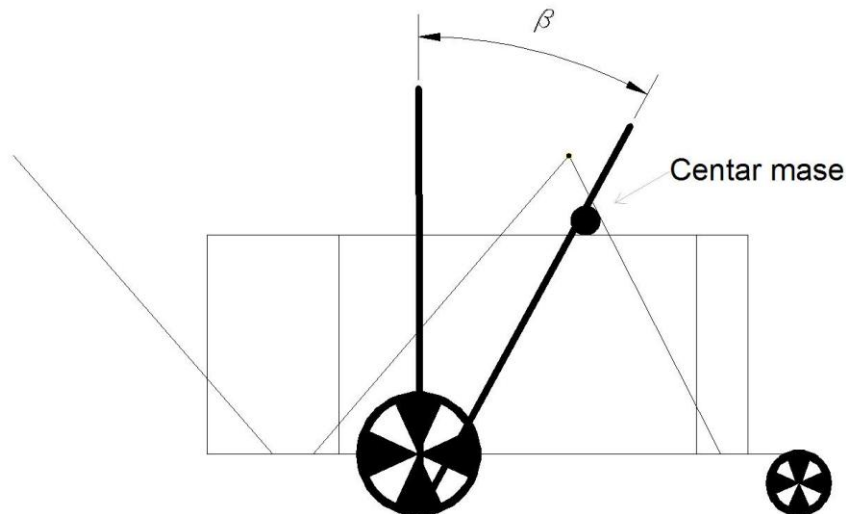
Kut  $\beta$  je kut između vertikalnog pravca kroz središte mase i dužine koja spaja točku doticaja stražnjeg kotača i tla (gledano u bokocrtu, slika 2.15). Taj kut je ograničen kutom  $\gamma$  (označeni kut na slici 2.16). Kad bi se prilikom polijetanja dogodilo da je kut  $\gamma$  veći od kuta  $\beta$ , središte mase letjelice bi moglo pasti iza stražnjih kotača. To bi rezultiralo prevelikim momentom oko središta mase letjelice zbog čega ona ne bi mogla poletjeti. Dakle, prvi konstrukcijski uvjet je da kut  $\beta$  uvijek bude veći od kuta  $\gamma$ . Kut  $\gamma$  je određen iz geometrije letjelice, a iznosi  $8,9^\circ$ .

Kut  $\beta$  je najmanji kad je letjelica prazna (bez tereta). U tom smislu, ako kut  $\beta$  prazne letjelice nije veći od  $8,9^\circ$ , onda je sigurno da ni sa većim teretima taj kut neće premašiti  $8,9^\circ$ . Drugim riječima, tada je sigurno ispunjen prvi konstrukcijski uvjet.

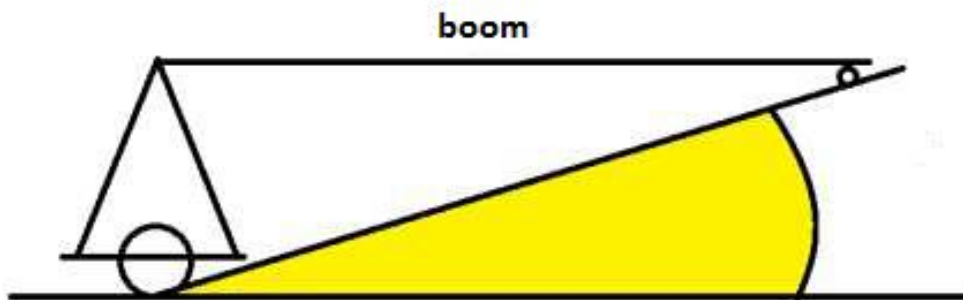
Promatrana letjelica je tako koncipirana da je minimalni kut  $\beta$ :

$$\beta_{min} = 11^\circ.$$

Time je osigurano da je kut  $\beta$  uvijek veći od kuta  $\gamma$ .



Slika 2.15 Kut  $\beta$



Slika 2.16 Kut  $\gamma$

### 2.5.2. Kut $\vartheta$

Kut  $\vartheta$  je kut propinjanja letjelice. Kut propinjanja je ograničavajući kut samo kad je letjelica u doticaju s tlom, tj. od početnog trenutka  $t_0$  do trenutka odvajanja stražnjih kotača od piste,  $t_{T0}$ . U drugoj fazi polijetanja, letjelica će rotirati oko stražnjih kotača za kut  $\vartheta$  koji će

biti najveći u trenutku odvajanja od piste. Taj maksimalni kut,  $\vartheta_{max}$ , mora uvijek biti manji od kuta  $\gamma$ . U suprotnom će letjelica udariti repom o tlo i neće moći poletjeti. Zato treba u analizi rezultata provjeriti hoće li kut  $\vartheta$  pri polijetanju ikad premašiti  $8,9^\circ$ .

### 3. TEORETSKA OSNOVA POLIJETANJA

Analiza polijetanja letjelice modelom gibanja središta mase letjelice nadopunjen s jednadžbama propinjanja oko središta mase koristi se sljedećim sustavom diferencijalnih jednadžbi [5]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{T \cdot \cos(\alpha_T - \alpha_r)}{m} - \frac{D}{m} - g \cdot \sin \gamma, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{L - T \cdot \sin(\alpha_T - \alpha_r)}{m \cdot V} \cdot \cos \phi - \frac{g \cdot \cos \gamma}{V}, \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{M^A + M^R}{I_y}, \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= q, \\ \frac{ds}{dt} &= V \cdot \cos \gamma \cdot \cos \chi \quad \text{i} \\ \frac{dh}{dt} &= V \cdot \sin \gamma, \end{aligned} \tag{3-1}$$

gdje su:

- $V$  - aerodinamička brzina letjelice, [m/s],
- $\gamma$  - kut penjanja, [°],
- $\vartheta$  - kut propinjanja, [°],
- $q$  – brzina promjene kuta propinjanja, [s<sup>-1</sup>],
- $x$  - uzdužna koordinata položaja letjelice, [m] i
- $h$  - visina na kojoj se letjelica nalazi, [m].

Polijetanje zrakoplova (letjelice) sastoji se od 4 faze [5]:

1. zalijetanje,
2. propinjanje,
3. vertikalni zaokret i



#### 4. pravocrtno penjanje.

Model gibanja središta mase letjelice analizira svaku od tih faza koristeći diferencijalne jednačbe (3-1) uz određene uvjete koji su specifični za promatranu fazu. Diferencijalne jednačbe za gibanje središta mase, za kutnu brzinu propinjanja i kut propinjanja koriste se u drugoj fazi, prilikom rotacije, odnosno propinjanja letjelice na pisti. U ovoj analizi polijetanja će se pretpostaviti da nema vjetra te da je pista horizontalna.

Četvrta faza (pravocrtno penjanje) vrši se do visine koja je propisana određenim regulativama. Budući da je za promatranu letjelicu bitno da se ona odvoji od tla i poleti, a ne da dosegne neku zadanu visinu, četvrta faza se u ovom radu neće razmatrati.

Opisani model uspješno je primijenjen u analizi velikog putničkog aviona [9, 10] i borbenog zrakoplova [11] te se ovdje prvi puta primjenjuje na malu letjelicu.

### 3.1. Zalijetanje

Zalijetanje letjelice počinje sa brzinom  $V_0$ , a završava sa brzinom  $V_R$  pri kojoj se prednji kotač odvaja od piste. Ako nema vjetra u smjeru piste, početna brzina ( $V_0$ ) je jednaka nuli. Letjelica ubrzava od početne brzine do brzine  $V_R$  kada ostvari dovoljnu silu da započne rotaciju oko stražnjih kotača. U tom trenutku letjelica je prevalila put  $s_l$  i tu završava prva faza. Brzina  $V_R$  pri kojoj završava prva faza, određuje se iz sume momenata oko osi stražnjeg kotača letjelice prema d'Alambertovom principu uz uvjet da je u tom trenutku otpor oslonca prednjeg kotača jednak nuli. Jednačbe koje se u ovoj fazi koriste su specifični oblik sustava jednačbi (3-1), a glase:

$$m \cdot \frac{dV_K}{dt} = T - D - \mu \cdot R \quad (3-2)$$

$$L - W + R = 0 \quad (3-3)$$

$$\frac{ds}{dt} = V_K \cdot \quad (3-4)$$

### 3.2. Propinjanje zrakoplova

Druga faza polijetanja je propinjanje zrakoplova oko stražnjih kotača. Propinjanje traje od trenutka kad se prednji kotač odvoje od piste do trenutka kad se zadnji kotači odvoje od piste. Zadnji kotači se od piste odvajaju pri brzini  $V_{TO}$  i nakon prijednog puta  $s_2$ . U ovoj fazi

su uvedene dvije pretpostavke. Prva, da nema vjetra i, druga, da se središte mase giba horizontalno iako se i diže. Drugim riječima, i u ovoj fazi je kut penjanja približno jednak nuli ( $\gamma=0$ ), tj.  $\alpha = \vartheta$ .

Brzina pri odvajanju ( $V_{TO}$ ) se računa iz uvjeta da su u trenutku odvajanja sila uzgona i težina letjelice jednake. Sila uzgona ovisi o produktu brzine letjelice i koeficijenta uzgona (koji pak ovisi o konfiguraciji letjelice u polijetanju). Budući da se želi poletjeti pri što manjoj brzini, koristi se maksimalni koeficijent uzgona za zadanu konfiguraciju,  $C_{Lmax}$ . Tom koeficijentu uzgona odgovara brzina  $V_{stall}$  koja je najmanja aerodinamička brzina pri kojoj bi zrakoplov teoretski mogao poletjeti. Međutim, u praksi se nikad ne koristi ta brzina zato što bi se moglo dogoditi da neposredno poslije odvajanja zrakoplov padne natrag na pistu zbog sloma uzgona. Zato se preporuča odvajanje od piste pri 10% većoj brzini od  $V_{stall}$ :

$$V_{TO}' = 1,10 \cdot V_{stall}. \quad (3-5)$$

Diferencijalne jednačbe koje opisuju ovu fazu su:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{T \cdot \cos \vartheta - D - \mu \cdot R}{m}, \quad (3-6)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{M^A + M^R}{I_y}, \quad (3-7)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = q \quad \text{i} \quad (3-8)$$

$$\frac{ds}{dt} = V, \quad (3-9)$$

a njima pridodajemo dvije algebarske jednačbe:

$$R = W - L \quad \text{i} \quad (3-10)$$

$$M^R = -R \cdot r \cdot [\cos(\vartheta + \varepsilon) + \mu \cdot \sin(\vartheta + \varepsilon)] \quad (3-11)$$

u kojima su:

$$r = \sqrt{l_s^2 + k_s^2} \quad (3-12)$$

$$\varepsilon = \arctan \frac{k_s}{l_s}. \quad (3-13)$$

Zbroj duljina prve i druge faze označava duljinu piste.

$$s_{TO} = s_1 + s_2. \quad (3-14)$$

### 3.3. Vertikalni zaokret

Treća faza polijetanja je vertikalni zaokret. U ovoj fazi usvajamo da je letjelica u ravnotežnom letu u vertikalnoj ravnini. Ova faza traje od odvajanja letjelice od tla do postizanja potrebnog kuta za penjanje. Gibanje zrakoplova u ovoj fazi je ubrzano i krivolinijsko, a jednačbe koje opisuju to gibanje dobivamo iz modela ravnotežnog leta u vertikalnoj ravnini što znači da se kut skretanja ne mijenja,  $\chi = \text{konst.}$  Jednačbe koje opisuju treću fazu su:

$$m \frac{dV}{dt} = T - D - W \cdot \sin \gamma, \quad (3-15)$$

$$m \cdot V \cdot \frac{d\gamma}{dt} = L - W \cdot \cos \gamma, \quad (3-16)$$

$$\frac{dx}{dt} = V \cdot \cos \gamma \quad \text{i} \quad (3-17)$$

$$\frac{dz}{dt} = V \cdot \sin \gamma. \quad (3-18)$$

## 4. REZULTATI ANALIZE

Rezultati analize polijetanja promatrane letjelice modelom gibanja centra mase letjelice dani su u tablicama 4.1 (bez utjecaja tla) i 4.2 (sa utjecajem tla).

**Tablica 4.1 Rezultati analize (bez utjecaja tla)**

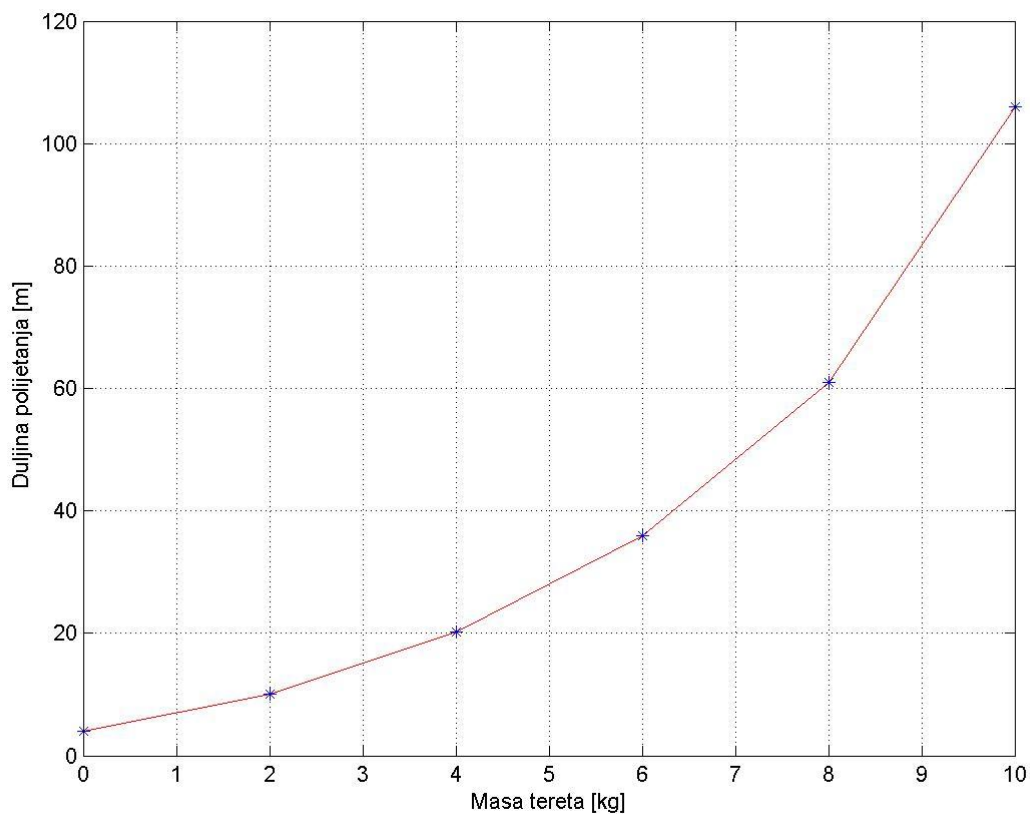
<b>Prva faza</b>			
	Brzina pri odvajanju prednjeg kotača [m/s]	Udaljenost do odvajanja prednjeg kotača [m]	Vrijeme do odvajanja prednjeg kotača [s]
Prazna letjelica	5,21	2,35	0,86
2 kg tereta	6,66	7,37	2,06
4 kg tereta	7,84	16,61	3,83
6 kg tereta	8,88	32,39	6,38
8 kg tereta	9,81	59,6	10,16
10 kg tereta	10,66	111,38	16,37
<b>Druga faza</b>			
	Brzina pri polijetanju [m/s]	Duljina piste [m]	Vrijeme do polijetanja [s]
Prazna letjelica	6,71	4,14	1,16
2 kg tereta	7,76	10,55	2,5
4 kg tereta	8,64	21,01	4,37
6 kg tereta	9,44	37,84	6,98
8 kg tereta	10,19	65,87	10,79
10 kg tereta	10,9	118,32	17,02

**Tablica 4.2** Rezultati analize (sa utjecajem tla)

<b>Prva faza</b>			
	Brzina pri odvajanju prednjeg kotača [m/s]	Udaljenost do odvajanja prednjeg kotača [m]	Vrijeme do odvajanja prednjeg kotača [s]
Prazna letjelica	5,17	2,31	0,85
2 kg tereta	6,61	7,19	2,03
4 kg tereta	7,8	16,11	3,76
6 kg tereta	8,82	31,04	6,21
8 kg tereta	9,74	55,9	9,75
10 kg tereta	10,58	100,51	15,25
<b>Druga faza</b>			
	Brzina pri polijetanju [m/s]	Duljina piste [m]	Vrijeme do polijetanja [s]
Prazna letjelica	6,6	3,97	1,13
2 kg tereta	7,66	10,12	2,44
4 kg tereta	8,55	20,14	4,25
6 kg tereta	9,35	36,1	6,76
8 kg tereta	10,1	61,71	10,33
10 kg tereta	10,81	106,81	15,84

#### 4.1. Duljina polijetanja

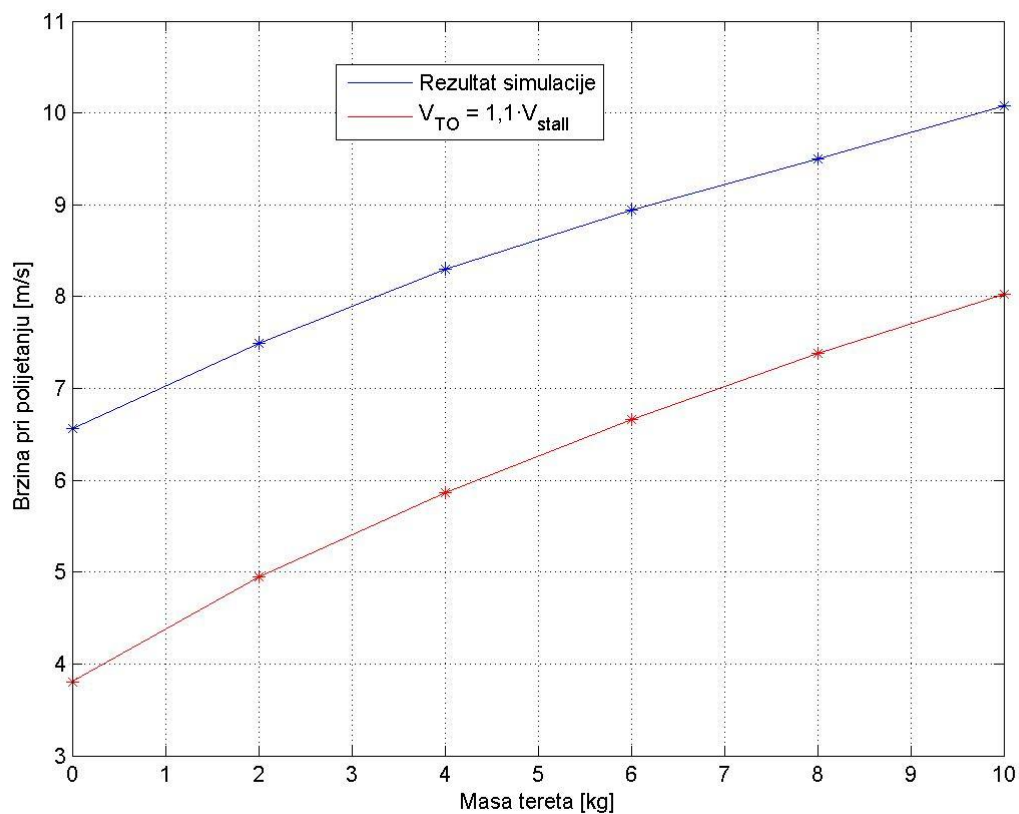
Analiza polijetanja modelom gibanja središta mase letjelice pokazala je da bi promatrana letjelica mogla ponijeti teret od 7,8 kilograma uz duljinu polijetanja od 60 metara. U dijagramu Slika 4.1 je vidljiva promjena duljine polijetanja u ovisnosti o masi tereta kojeg letjelica nosi.



**Slika 4.1** Duljina polijetanja u ovisnosti o masi tereta (sa utjecajem tla)

#### 4.2. Brzina pri polijetanju ( $V_{TO}$ )

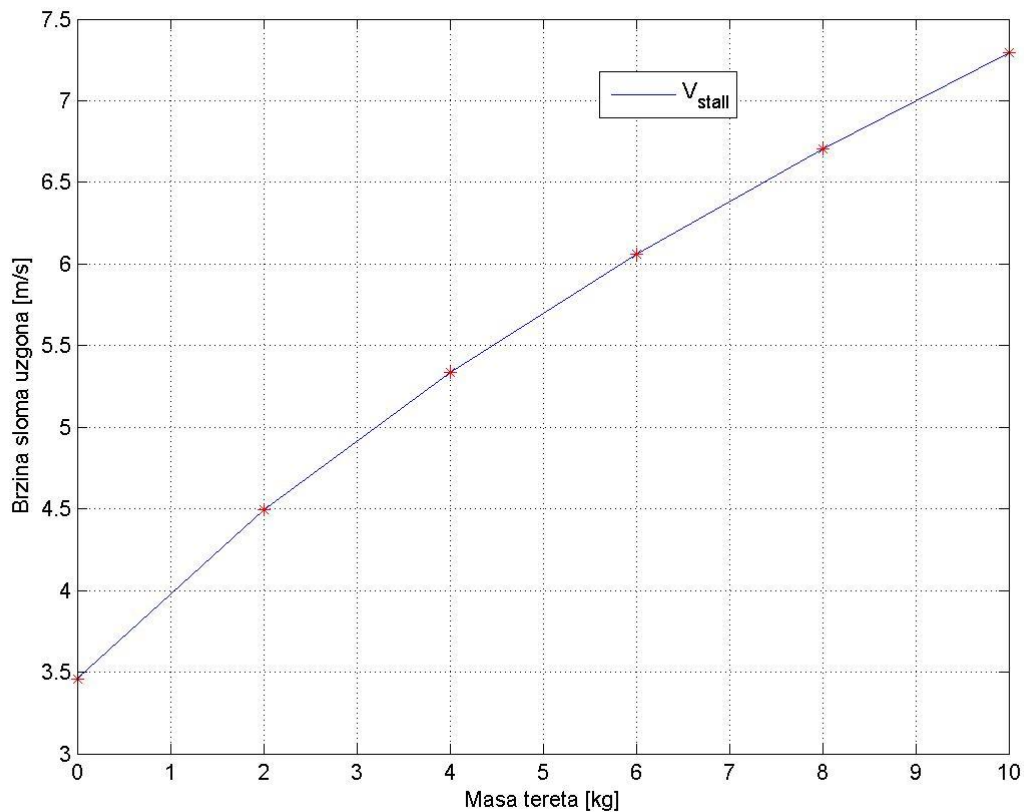
Promjena brzine pri polijetanju u ovisnosti o masi tereta koju letjelica nosi prikazana je u dijagramu (slika 4.2). Kao što je na dijagramu naznačeno, prikazane su dvije promjene promatrane brzine. Jedna je dobivena kao rezultat analize modelom gibanja centra mase, a druga je dobivena koristeći jednadžbu (3-5). Budući da simulacija polijetanja bolji alat za analizu polijetanja, njezini rezultati se smatraju točnima.



Slika 4.2 Brzina pri polijetanju u ovisnosti o masi tereta (sa utjecajem fla)

### 4.3. Brzina sloma uzgona ( $V_{stall}$ )

Brzina sloma uzgona je minimalna brzina pri kojoj letjelica može letjeti pa tako i minimalna brzina pri kojoj ona može poletjeti. Promjena te brzine u ovisnosti o masi tereta prikazana je na slici 4.3.

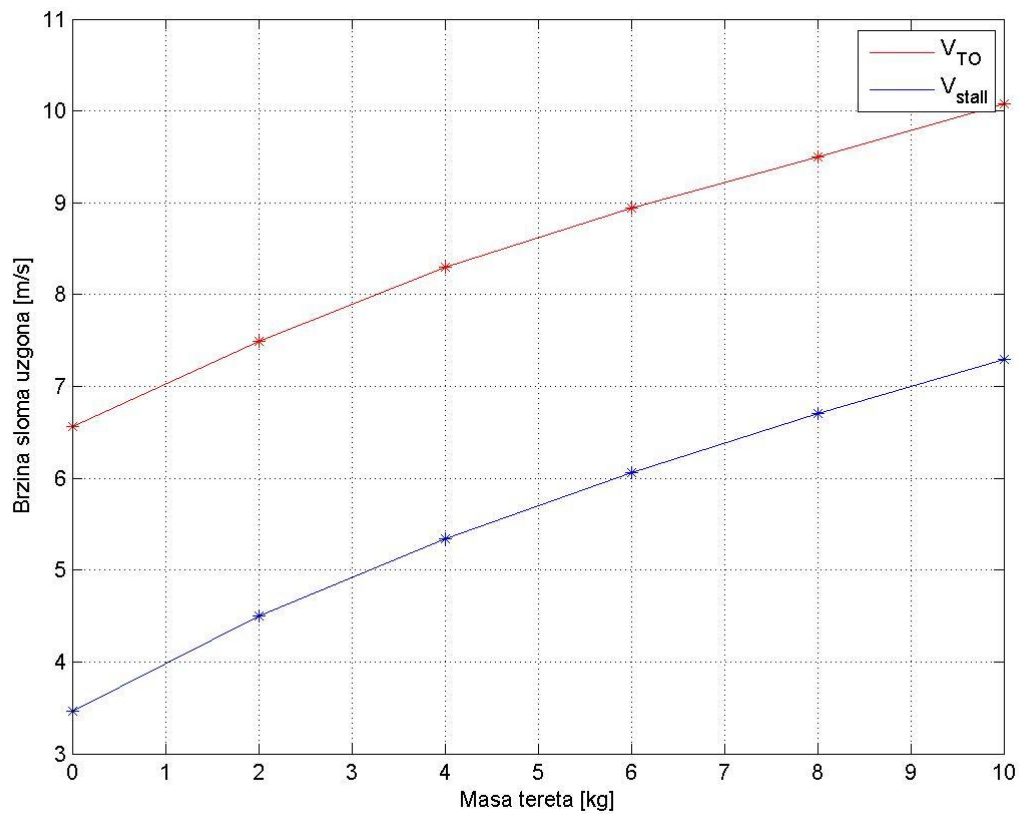


Slika 4.3 Brzina sloma uzgona u ovisnosti o masi tereta

#### 4.4. Usporedba $V_{TO}$ - $V_{stall}$

Kako je jedan od uvjeta koji moraju biti zadovoljeni da bi letjelica mogla poletjeti taj da brzina pri polijetanju mora biti veća od brzine sloma uzgona, zanimljivo je promatrati te dvije brzine u istom dijagramu (slika 4.4.). Pritom treba imati na umu da su za brzinu pri polijetanju uzeti rezultati simulacije polijetanja, a ne rezultati koje je dala jednažba (3-5). Također, valja napomenuti kako je promjena brzine odvajanja dobivena uzimajući u obzir utjecaj tla na letjelicu.



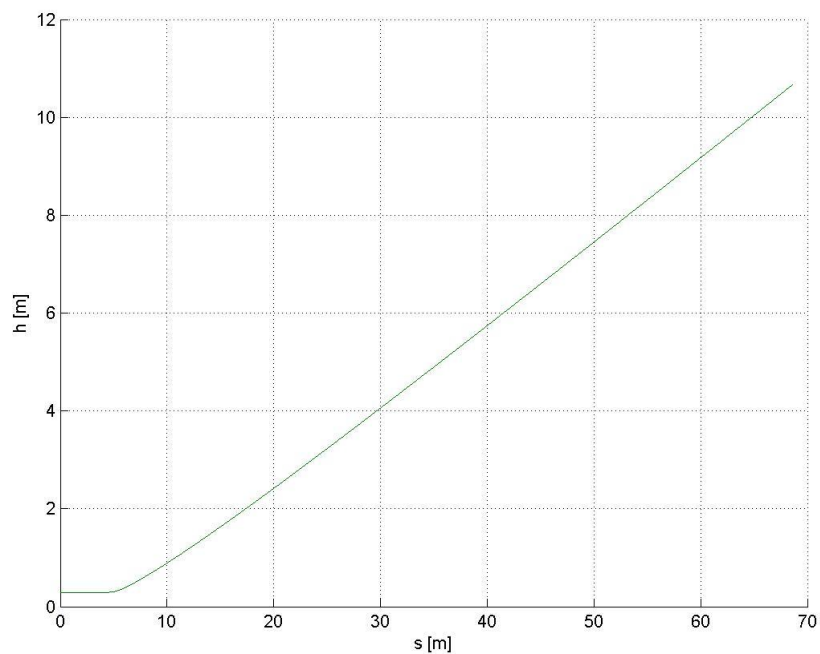


Slika 4.4 Usporedba brzine pri polijetanju i brzine sloma uzgona

U dijagramu je vidljivo da je  $V_{TO}$  u zadanom intervalu masa tereta uvijek veći od  $V_{stall}$  iz čega se može zaključiti da će letjelica uspješno poletjeti sa svakom od zadanih masa tereta.

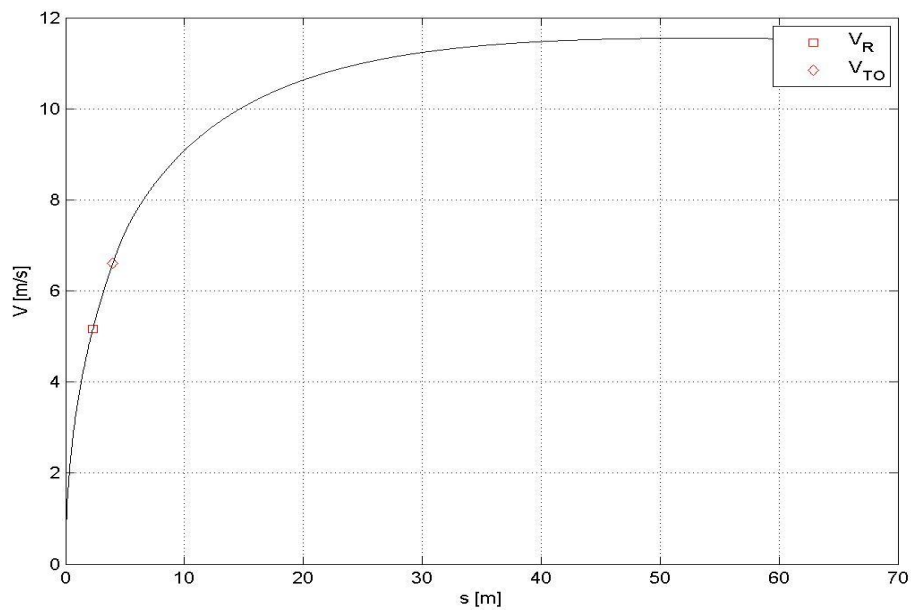
#### 4.5. Profil polijetanja

Profil polijetanja je prikaz visine središta mase letjelice u ovisnosti o udaljenosti od početne točke zaleta. Profil polijetanja promatrane letjelice bez tereta prikazan je na slici 4.5.



**Slika 4.5** Profil polijetanja prazne letjelice

Na slici 4.6 se može vidjeti promjena brzine prazne letjelice u polijetanju. Na slici su istaknute brzina pri kojoj se prednji kotač odvojio od tla ( $V_R$ ) i brzina pri kojoj je letjelica poletjela ( $V_{TO}$ ).

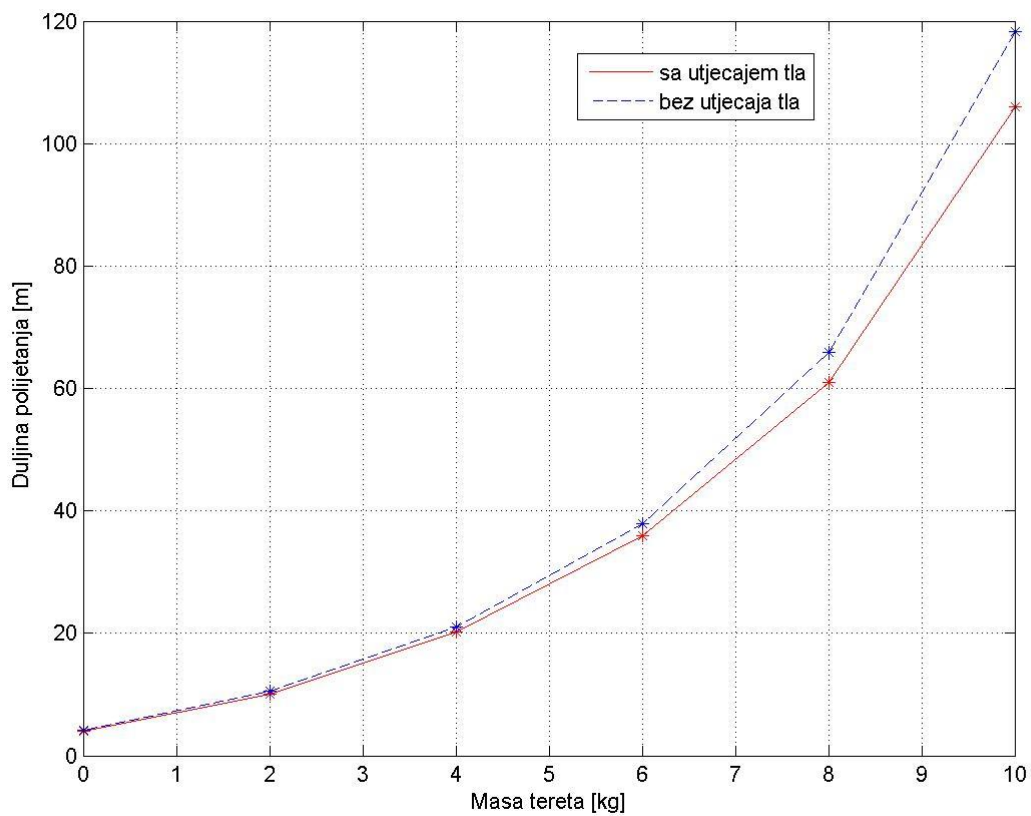


Slika 4.6 Profil brzine prazne letjelice

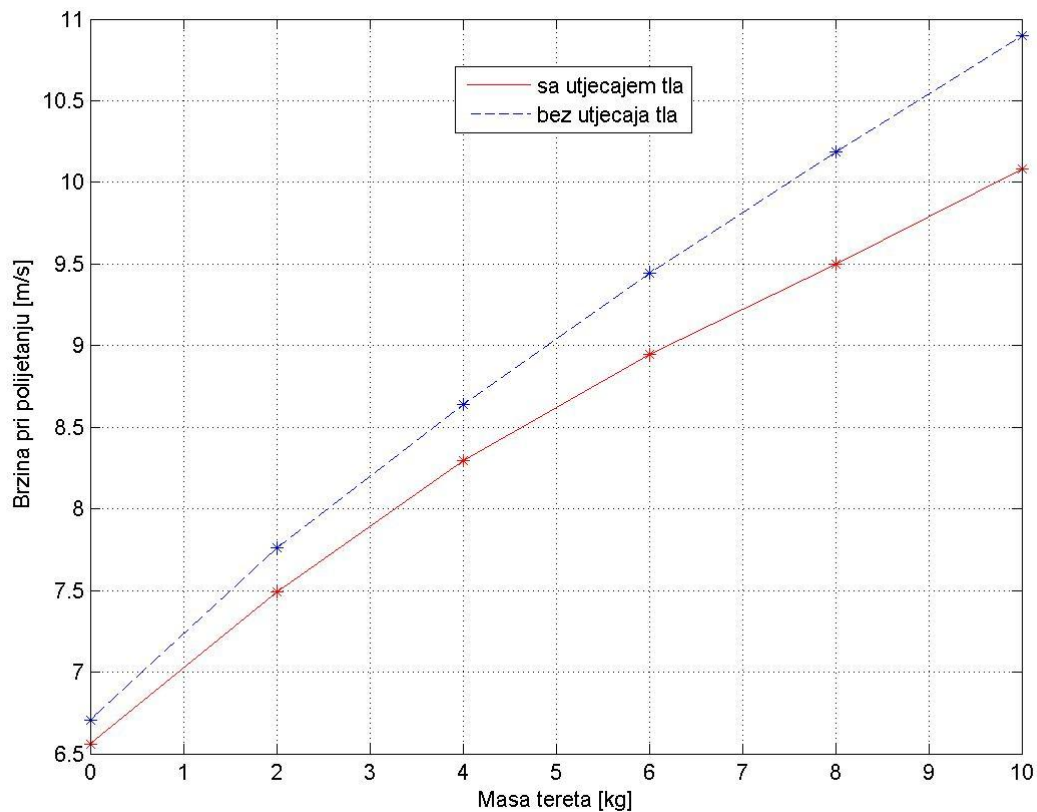
#### 4.6. Analiza utjecaja tla

Kako bi se utvrdio utjecaj tla na promatrane parametre pri polijetanju, napravljeni su dijagrami usporedbe. Na slici 4.7 je moguće vidjeti da je utjecaj tla na duljinu polijetanja značajan. Bez utjecaja tla, letjelica bi 10 kg tereta podigla tek za 118 m, dok uz utjecaj tla ta duljina iznosi 106 m.

Utjecaj tla je vidljiv i na dijagramu brzine polijetanja (slika 4.8). Letjelica će, uz pomoć utjecaja tla, isti teret moći podići pri manjim brzinama što, naravno, smanjuje i duljinu polijetanja.



Slika 4.7 Usporedba duljine polijetanja sa i bez utjecaja tla



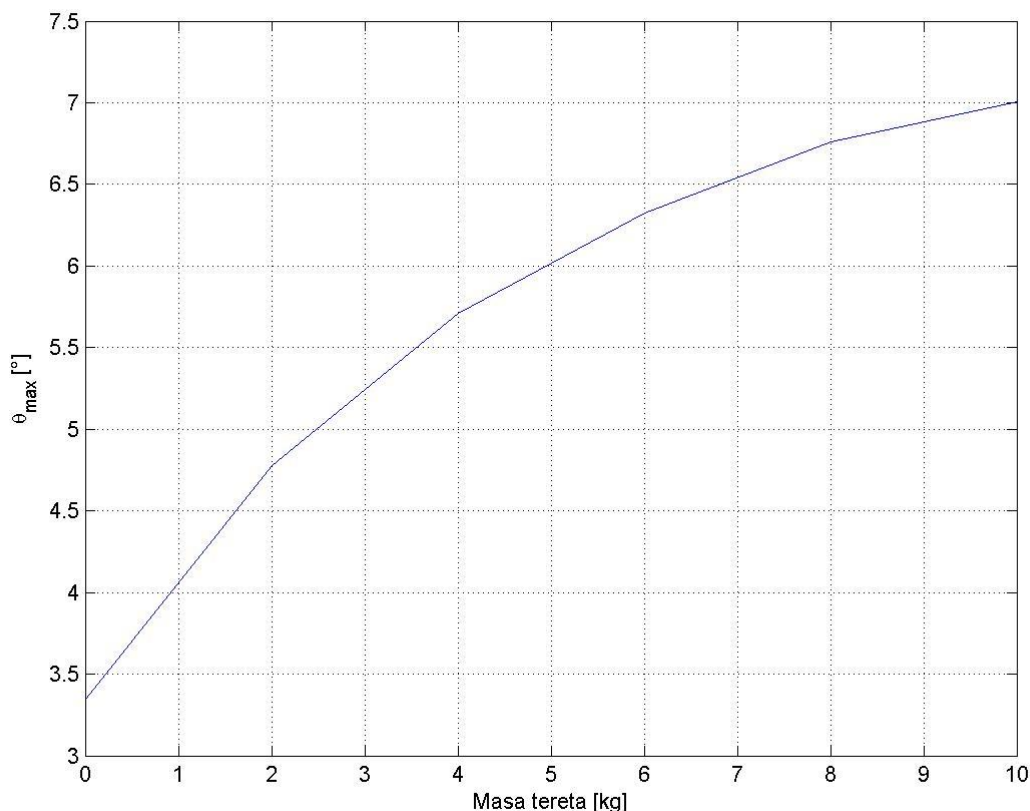
Slika 4.8 Usporedba brzina pri polijetanju sa i bez utjecaja tla

#### 4.7. Ograničenje kuta propinjanja

Kao što je rečeno u poglavlju 2.5.2, treba provjeriti hoće li kut propinjanja letjelice u trenutku odvajanja od tla premašiti  $8,9^\circ$ . Promjena kuta propinjanja u ovisnosti o masi tereta dana je slikom 4.9.

Kao što se na slici može vidjeti,  $\vartheta_{max}$  će biti najveći za masu tereta od 10 kg pri čemu će on iznositi  $7^\circ$ . Time je zadovoljen i drugi konstrukcijski uvjet:

$$(\vartheta_{max})_{10\text{kg}} = 7^\circ < \gamma = 8,9^\circ.$$



Slika 4.9 Promjena maksimalnog kuta propinjanja s masom tereta

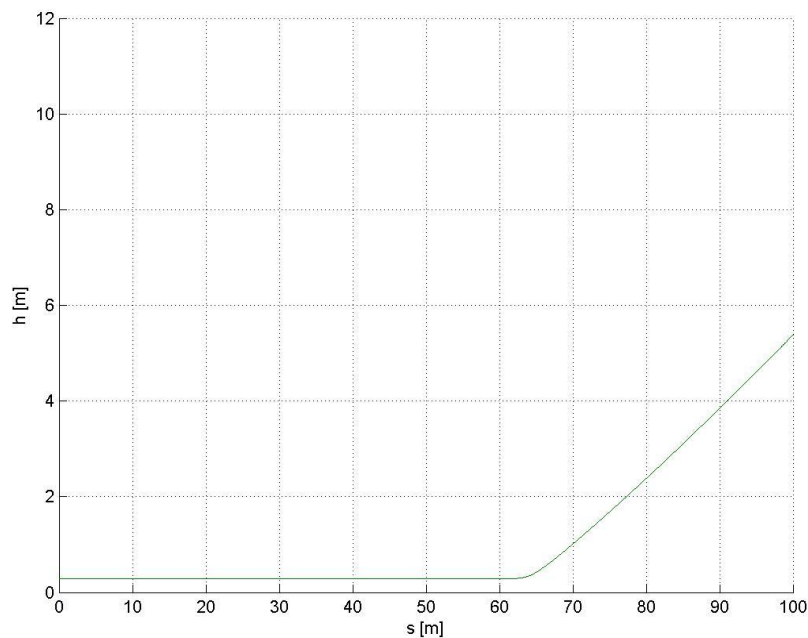
#### 4.8. Detaljni rezultati simulacije polijetanja

Na primjeru polijetanja letjelice sa 8 kg tereta će se prikazati aerodinamička brzina ( $V$ ), kut penjanja ( $\gamma$ ), kut otklona kormila visine ( $\delta_m$ ), kut propinjanja ( $\vartheta$ ) i napadni kut ( $\alpha$ ) letjelice u ovisnosti o udaljenosti od početne točke ( $s$ ). Za lakše razumijevanje, prikazat će se i profil polijetanja (slika 4.10) promatrane letjelice.

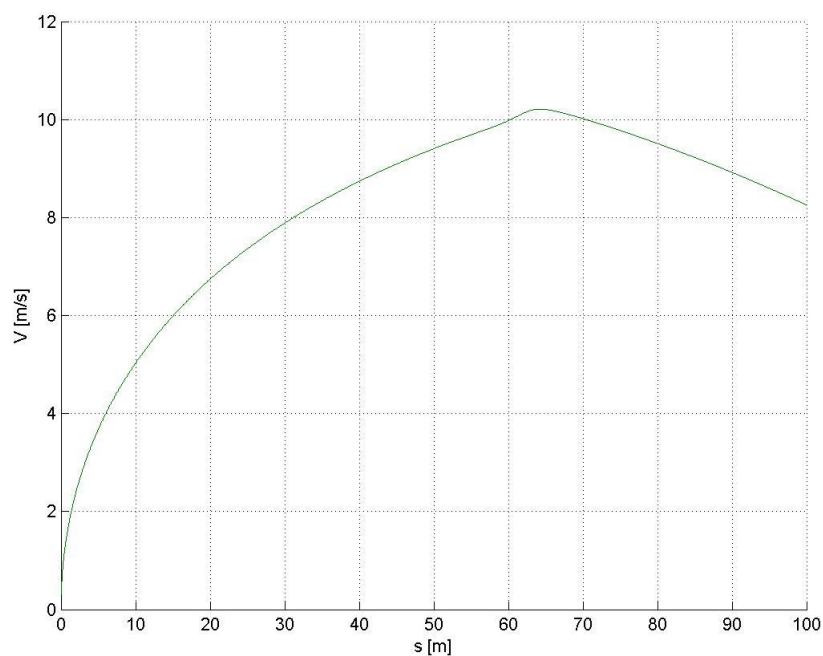
##### 4.8.1. Aerodinamička brzina letjelice

Na dijagramu ovisnosti brzine letjelice o putu (slika 4.11) je vidljivo da brzina letjelice raste do maksimalne vrijednosti nakon čega se smanjuje. Uspoređujući taj dijagram sa profilom polijetanja te letjelice (slika 4.10), može se zaključiti da je ta maksimalna brzina postignuta upravo oko točke polijetanja. Pad brzine nakon polijetanja može se objasniti

činjenicom da letjelica u tom trenutku započela svoj uspon. Za takve uvjete leta joj treba veći potisak. Posljedica dobivanja većeg potiska jest smanjenje brzine (slika 2.14).



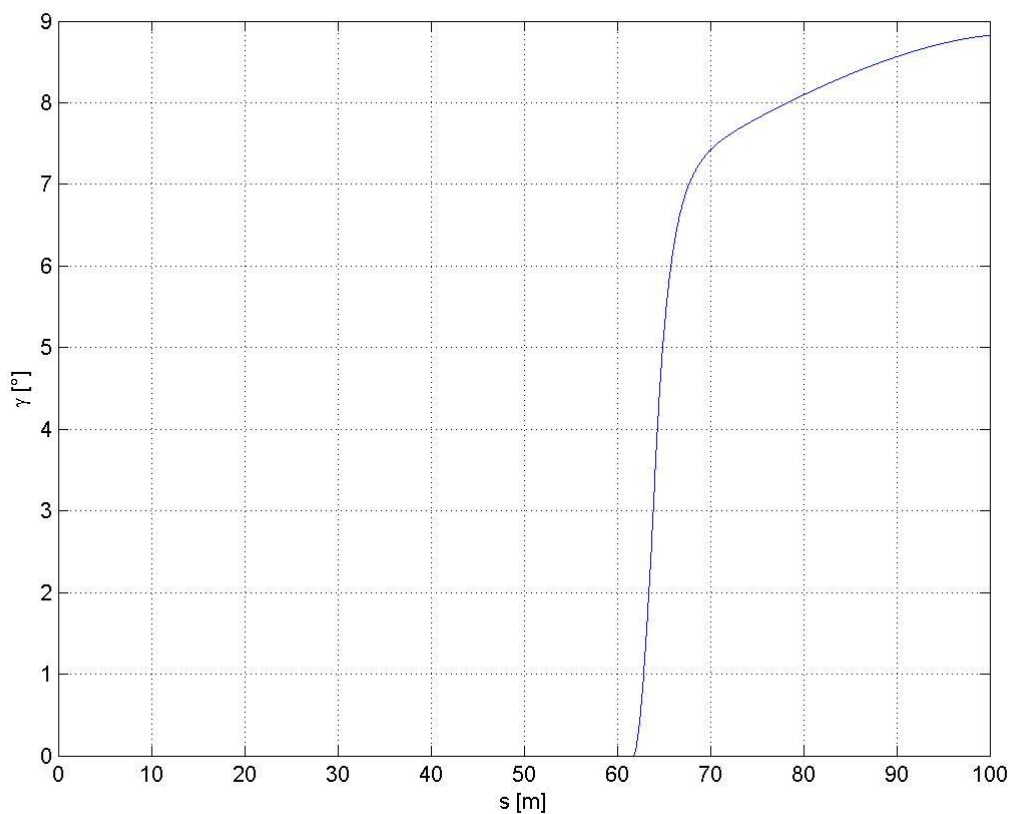
**Slika 4.10** Profil polijetanja letjelice sa 8 kg tereta



**Slika 4.11** Profil brzine u polijetanju letjelice sa 8 kg tereta

#### 4.8.2. Kut penjanja

Promjena kuta penjanja promatrane letjelice u polijetanju može se vidjeti na slici 4.12. Vidljivo je da je promjena kuta penjanja nakon polijetanja sve manja. Kod otprilike  $s = 100$  m/s kut penjanja postiže svoj maksimum.

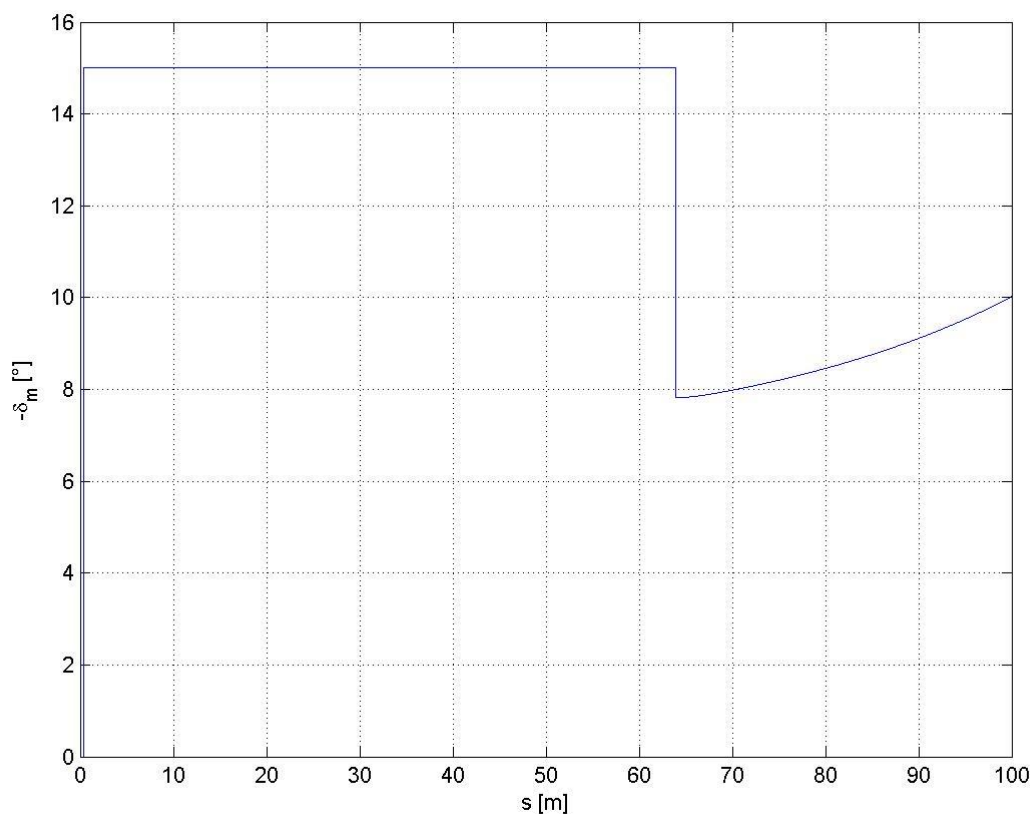


Slika 4.12 Kut penjanja u ovisnosti o udaljenosti



### 4.8.3. Kut otklona kormila visine

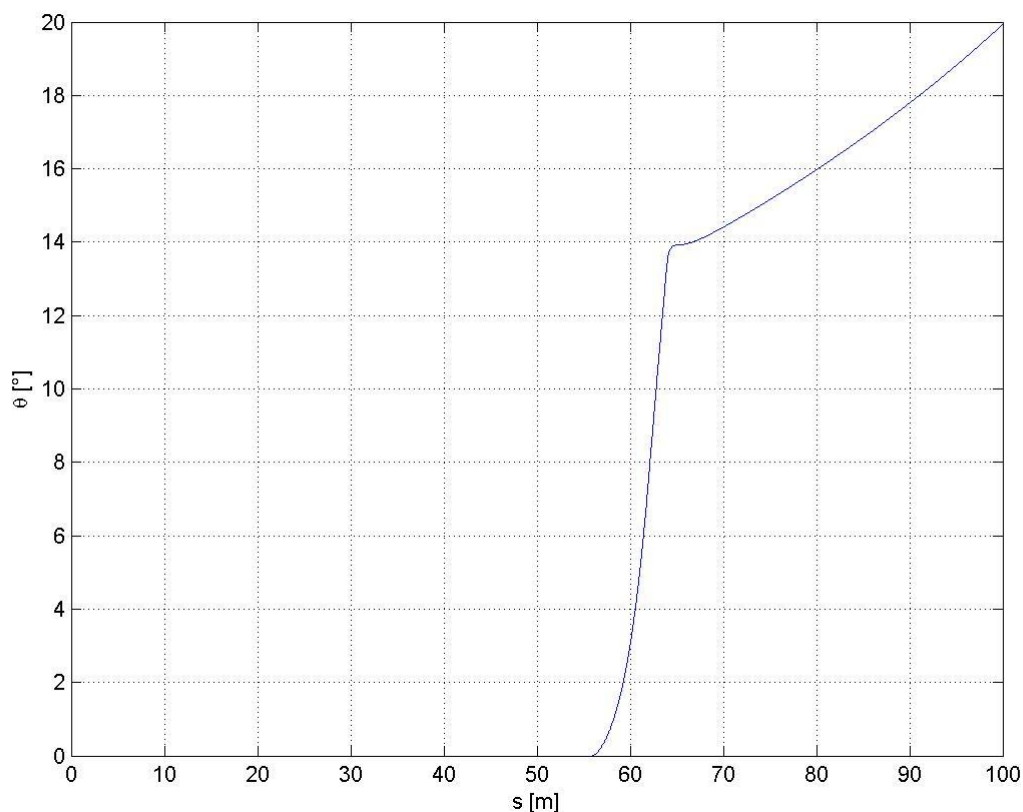
Promjena kuta otklona kormila visine prikazana je na slici 4.13. Simulacijom je određeno da se kut otklona kormila visine postavi na apsolutno najveću vrijednost ( $-15^\circ$ ) već pri brzini od 2 m/s. Za polijetanje bi bio dovoljan i manji kut otklona kormila visine, no ovdje je iskorišten maksimalni kut otklona kako bi se smanjila duljina polijetanja. Kad se letjelica odvoji od tla i započne svoj uspon, kut otklona kormila visine se naglo smanji nakon čega se počne ponovo povećavati. Nakon odvajanja od piste, kut otklona kormila visine određuje se iz uvjeta ravnotežnog leta u penjanju što dovodi do vertikalne rotacije letjelice i uspostavljanja željenog kuta penjanja.



Slika 4.13 Kut otklona kormila visine u ovisnosti o udaljenosti

#### 4.8.4. Kut propinjanja

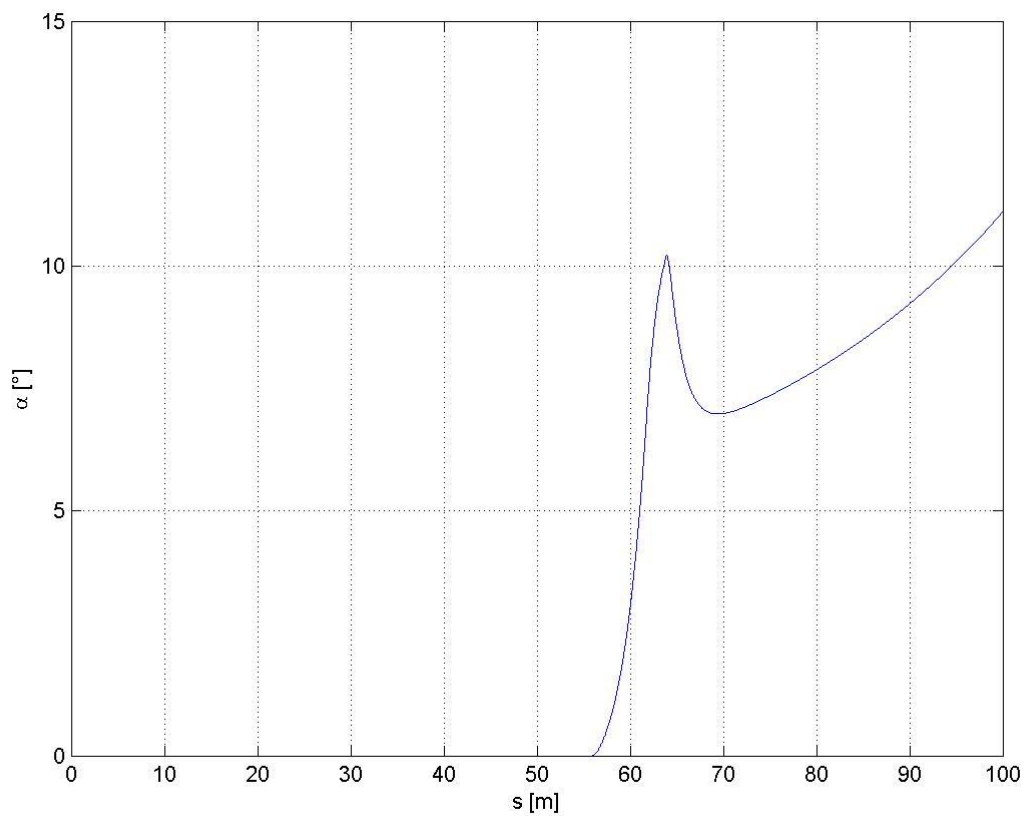
Promjena kuta propinjanja može se vidjeti na slici 4.14. Uočljiv je nagli rast kuta propinjanja koji počinje na malo manje od 60 m piste i traje do odvajanja letjelice s tla. Nakon toga, promjena kuta propinjanja naglo padne da bi se nakon nekoliko metara piste opet počela povećavati.



Slika 4.14 Kut propinjanja u ovisnosti o udaljenosti

#### 4.8.5. Napadni kut

Napadni kut je razlika kuta propinjanja i kuta penjanja letjelice. Promjena napadnog kuta prikazana je na slici 4.15.



Slika 4.15 Napadni kut u ovisnosti o udaljenosti

## 5. ZAKLJUČAK

Kako bi se provela analiza polijetanja letjelice nalik na letjelicu *HUSZ Vulture*, prvo je bilo potrebno prikupiti podatke o samoj letjelici. Svi podaci o letjelici *HUSZ Vulture* preuzeti su iz [1], [3] i [8]. Budući da se analiza provodi po modelu gibanja središta mase (koji pretpostavlja konfiguraciju podvozja sa prednjim kotačem) nadopunjenog jednadžbama gibanja oko središta mase tijekom rotacije letjelice na pisti, podvozje promatrane letjelice promijenjeno je u konvencionalno. Zbog promjene konfiguracije podvozja letjelice, bilo je potrebno osigurati da se središte mase letjelice nađe u trokutu koji čine dva stražnja kotača i prednji kotač (gledano u tlocrtu). Također, bilo je potrebno osigurati da se središte mase letjelice prilikom rotacije oko stražnjih kotača (u drugoj fazi polijetanja) ne prebaci preko stražnjih kotača jer bi to rezultiralo neuspjelim polijetanjem. Takvo ograničenje je pak određeno kutom između tangente na stražnje kotače koja prolazi repom letjelice i tla (slika 2.15). Iz ta dva uvjeta određena je pozicija stražnjih kotača u odnosu na središte mase letjelice.

Analiza je provedena za različite mase tereta koje letjelica nosi, a glavni promatrani parametar bila je duljina piste. Povećanje mase tereta za sobom je povlačilo još neke promjene u letjelici. Povećanjem mase tereta rastao je moment tromosti letjelice, a težište letjelice se spuštalo prema podvozju. Te dvije promjene također su uzete u obzir prilikom analize polijetanja. Također, u ovaj rad je uključena analiza utjecaja tla koristeći 2 modela: sa utjecajem tla prema modelu zrcalnih vrtloga i sa utjecajem tla prema empirijskoj formuli. Budući da model utjecaja tla prema empirijskoj jednadžbi daje prevelike korekcije, [7], što se može vidjeti na primjeru polare (slika 2.12), taj je model odbačen te se daljnja analiza provodila uspoređujući rezultate analize uz utjecaj tla po modelu zrcalnih vrtloga sa rezultatima analize bez utjecaja tla.

Rezultati analize pokazali su da modificirana letjelica može poletjeti sa svim promatranim masama tereta (0-10 kg). Uspoređujući rezultate dobivene analizom bez utjecaja tla sa rezultatima analize sa utjecajem tla po modelu zrcalnih vrtloga, utvrđeno je da utjecaj tla ima veliki značaj u konačnim rezultatima analize. Kako se masa tereta povećavala, tako su rasle razlike između rezultata tih dvaju pristupa. Tako je, npr., za masu tereta od 10 kg analiza bez utjecaja tla dala duljinu piste od 118 m, dok je analiza polijetanja uz uračunat utjecaj tla

prema modelu zrcalnih vrtloga dala duljinu piste od 106 m. Na ovom primjeru se može vidjeti značaj *efekta tla* u analizi polijetanja.

Na kraju, zanimljivo je usporediti performanse letjelice *HUSZ Vulture* u odnosu na modificiranu letjelicu. *HUSZ Vulture* je u manje od 60 metara uspjela poletjeti sa teretom mase 9 kg, [12]. Modificirana letjelica mogla bi sa tom masom poletjeti za 83 m. Na temelju te usporedbe se može zaključiti da redukcija mase i promjena tipa podvozja letjelice *HUSZ Vulture* nisu unaprijedili njezine performanse u polijetanju.

Za potpunu usporedbu ova dva tipa podvozja, potrebno je analizirati i konfiguraciju podvozja sa stražnjim kotačem primjenom modela gibanja središta mase, kako je ovdje napravljeno za konfiguraciju sa prednjim kotačem, što može biti od interesa u budućem radu.

Kako bi se performanse polijetanja poboljšale, moguće je letjelicu, konkretno položaj stražnjih kotača, optimirati za let s nekim minimalnim teretom. U tom slučaju bi polijetanje s praznom letjelicom bilo nemoguće.

## LITERATURA

- [1] Zahirović, D., Vince, F.Z., Hećimović, M., Šego, N., Špoljarić, M., Balaško, M., Radošević, I., Andrašec, J., Pađen, I., Rakić, N., Šantak, I., Magić, M., Rožman, F., Projekt letjelice HUSZ Vulture, Izvještaj o projektu u svrhu prijave na natječaj za Posebnu rektorovu nagradu, FSB, Zagreb 2014.
- [2] Pravilnik natjecanja Air Cargo Challenge 2013, [http://acc2013.ubi.pt/wp-content/uploads/2012/10/ACC2013\\_Regulations\\_V1.pdf](http://acc2013.ubi.pt/wp-content/uploads/2012/10/ACC2013_Regulations_V1.pdf)
- [3] Hećimović, M., Uzdužna i bočna dinamička stabilnost letjelice HUSZ Vulture. Seminarski rad – Stabilnost i upravljivost zrakoplova, FSB, Zagreb 2013.
- [4] Jecić, S., Mehanika II (Kinematika i dinamika), Tehnička knjiga, Zagreb, 1989.
- [5] Janković, S., Mehanika leta zrakoplova, FSB, Zagreb, 2001., [http://www.fsb.unizg.hr/aero/meha\\_leta\\_knjiga.html](http://www.fsb.unizg.hr/aero/meha_leta_knjiga.html)
- [6] McCormick, B. W., Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics, 1st ed., Wiley, New York, 1979.
- [7] Phillips, W.F, Hunsaker, D.F., Lifting-line predictions for induced drag and lift in ground effect, Journal of Aircraft, Vol. 50, No. 4, 2013, pp. 1226-1233
- [8] Peruš, I., Analiza utjecaja tla na aerodinamičke značajke krila metodom noseće linije, diplomski rad, Zagreb, 2014.
- [9] Terze, Z., Wolf, H., Janković, S., Dinamička simulacija slijetanja transportnog zrakoplova – dinamičko modeliranje podvozja i kontaktne dinamike kotača, projektni elaborat, FSB, Zagreb, 2003.
- [10] Terze, Z., Vrdoljak, M., Wolf, H., Numerical Simulation of Landing Aircraft Dynamics, Strojarstvo, Vol. 51 (2009), No. 6, pp. 657-665
- [11] Vrdoljak, Milan; Zovak, Ivan. Application of Steady State Model for Flight Path Planning of the Fighter Airplane Including Take-off and Landing,. Proceedings of 7th ICCSM International Congress of Croatian Society of Mechanics. urednici Virag, Z., Kozmar, H., Smojver, I., Zagreb, 2012, pp. 1-10.
- [12] Službeni rezultati natjecanja Air Cargo Challenge 2013, <http://acc2013.ubi.pt/>, [https://dl.dropboxusercontent.com/u/9107464/Results\\_ACC13.pdf](https://dl.dropboxusercontent.com/u/9107464/Results_ACC13.pdf)