

# Numerička analiza toplinskih naprezanja u kućištu plinske mikroturbine

---

**Wolff, Daniel**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2015**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:495816>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-01**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Daniel Wolff**

Zagreb, 2015.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**NUMERIČKA ANALIZA TOPLINSKIH  
NAPREZANJA U KUĆIŠTU PLINSKE  
MIKROTURBINE**

Voditelj rada:

Prof. dr. sc. Željko Tuković

Student:

Daniel Wolff

Zagreb, 2015.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

|  |        |
|--|--------|
| Sveučilište u Zagrebu<br>Fakultet strojarstva i brodogradnje |        |
| Datum  | Prilog |
| Klasa:   |        |
| Ur.broj:   |        |

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Daniel Wolff**

Mat. br.: 0035180204

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza toplinskih naprezanja u kućištu plinske mikroturbine**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of thermal stresses in gas microturbine housing**

Opis zadatka:

Potrebno je provesti numeričku analizu nestacionarnih toplinskih naprezanja koja se javljaju u kućištu plinske mikroturbine tijekom puštanja u rad. Izmjenu topline između radnog fluida i kućišta treba opisati primjenom poznatih eksperimentalnih korelacija za koeficijent prijelaza topline. U sklopu rada je potrebno opisati matematički model provođenja topline kroz stijenku kućišta i elastične deformacije kućišta zbog toplinskog istezanja materijala. Također treba kratko opisati postupak diskretizacije matematičkog modela primjenom metode kontrolnih volumena. Prije numeričkog rješavanja zadanog problema, numerički model je potrebno provjeriti na sličnom problemu s poznatim analitičkim ili numeričkim rješenjem. Rezultati numeričke analize nestacionarnih toplinskih naprezanja trebaju sadržavati prikaz polja temperature, pomaka, ekvivalentne deformacije i ekvivalentnog naprezanja za nekoliko karakterističnih vremenskih trenutaka, za cijelu prostornu domenu rješavanja, te posebno u području kritičnih mjesta gdje vladaju najveća naprezanja. Numeričku analizu je potrebno provesti primjenom računalnog programa OpenFOAM.

U tekstu završnog rada potrebno je navesti korištenu literaturu i eventualnu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:  
25. studenog 2014.

Rok predaje rada:  
**1. rok:** 26. veljače 2015.  
**2. rok:** 17. rujna 2015.

Predviđeni datumi obrane:  
**1. rok:** 2., 3., i 4. ožujka 2015.  
**2. rok:** 21., 22., i 23. rujna 2015.

Zadatak zadao:

Prof.dr.sc. Željko Tuković

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Igor Balen

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

*Želio bih se zahvaliti svojem mentoru Prof. dr. sc. Željku Tukoviću na njegovom vremenu, stručnoj pomoći i korisnim savjetima pri izradi ovog završnog rada.*

Daniel Wolff

## SADRŽAJ

|  |    |
|--|----|
| 1. UVOD .....  | 1  |
| 1.1. Turbostrojevi - turbine .....   | 1  |
| 1.2. Mikroturbine.....   | 3  |
| 1.3. ORC – Organski Rankinov Ciklus .....  | 5  |
| 1.4. Toluen.....   | 8  |
| 1.5. Računalna mehanika kontinuuma .....   | 10 |
| 2. MATEMATIČKI MODEL .....   | 11 |
| 2.1. Energetska jednačba .....   | 11 |
| 2.2. Homogeno tijelo .....   | 11 |
| 2.3. Hookeov zakon.....  | 13 |
| 2.4. Duhamel-Neumann-ov zakon.....   | 14 |
| 3. DISKRETIZACIJA METODOM KONTROLNIH VOLUMENA .....                              | 17 |
| 3.1. Uvod.....   | 17 |
| 3.2. Diskretizacija.....   | 17 |
| 4. VERIFIKACIJA NUMERIČKOG MODELA.....   | 20 |
| 4.1. Opis problema .....   | 20 |
| 4.2. Svojstva materijala zagrijavane grede .....                                 | 21 |
| 4.3. Prikaz i komentar rezultata numeričke analize problema .....                | 21 |
| 4.4. Analitički proračun savijanja grede.....                                    | 23 |
| 5. PRORAČUN TOPLINSKIH NAPREZANJA.....   | 26 |
| 5.1. Priprema geometrije statora za numeričku analizu toplinskih napreznja ..... | 26 |
| 5.2. Generiranje mreže .....   | 28 |
| 5.3. Fizikalna svojstva materijala statora .....                                 | 29 |
| 5.4. Rubni uvjeti .....  | 30 |

---

|   |    |
|---|----|
| 5.5. Proračun koeficijenta prijelaza topline $\alpha$ ..... | 31 |
| 6. Rezultati .....  | 38 |
| 6.1. Temperaturno polje .....                               | 38 |
| 6.2. Ekvivalentna naprezanja .....                          | 40 |
| 6.3. Ekvivalentne deformacije.....                          | 42 |
| 6.4. Pomaci.....  | 43 |
| 7. Zaključak.....   | 46 |
| LITERATURA.....   | 47 |

## POPIS SLIKA

|  |    |
|--|----|
| Slika 1. Toplinska turbina .....   | 3  |
| Slika 2. Shema postrojenja s plinskom turbinom .....   | 4  |
| Slika 3. Utjecaj razlike temperature isparavanja radnog fluida na temperaturu radnog medija i na temperaturu ispušnih plinova koji se bacaju u okoliš..... | 6  |
| Slika 4. T-s dijagram organskog Rankinovog ciklusa sa toluenom .....   | 7  |
| Slika 5. Shema organskog Rankinovog ciklusa .....  | 8  |
| Slika 6. T-s dijagram za nekoliko tipičnih organskih fluida i vode .....   | 9  |
| Slika 7. Normalna naprezanja .....   | 12 |
| Slika 8. Smična naprezanja .....   | 12 |
| Slika 9. Naprezanja .....  | 13 |
| Slika 10. Kontrolni volumen .....  | 19 |
| Slika 11. Uklještena greda zagrijavana sa gornje strane .....  | 20 |
| Slika 12. Temperaturno polje grede .....   | 21 |
| Slika 13. Prikaz savijanja grede povećano 100 puta .....   | 22 |
| Slika 14. Greda duljine L i širine d .....   | 23 |
| Slika 15. Nagib i pomak slobodnog kraja grede .....  | 24 |
| Slika 16. Usporedba analitičkih i numeričkih rješenja.....   | 25 |
| Slika 17. Stator mikroturbine .....  | 26 |
| Slika 18. Konačna geometrija na prema kojoj će se izraditi mreža .....   | 27 |
| Slika 19. Rotacijski periodički rubni uvjet.....   | 27 |
| Slika 20. Mjesta uklještenja statora.....  | 28 |
| Slika 21. Mreža .....  | 29 |
| Slika 22. Prijelaz topline u prostoru privoda.....   | 32 |
| Slika 23. Prijelaz topline prstenastim zazorima između statora i rotora .....  | 33 |
| Slika 24. Prijelaz topline na profilima lopatica .....   | 34 |



|   |    |
|---|----|
| Slika 25. Prijelaz topline na cilindričnim stijenama međulopatičnog kanala.....                                 | 35 |
| Slika 26. Prijelaz topline na stupnjevima statora od drugog do petog stupnja.....                               | 36 |
| Slika 27. Temperaturno polje nakon 10 sekundi zagrijavanja statora.....   | 39 |
| Slika 28. Temperaturno polje nakon minute zagrijavanja.....   | 39 |
| Slika 29. Temperaturno polje nakon dvije minute zagrijavanja.....   | 39 |
| Slika 30. Temperaturno polje nakon tri minute zagrijavanja .....  | 40 |
| Slika 31. Ekvivalentna naprezanja nakon 10 sekundi zagrijavanja.....  | 40 |
| Slika 32. Ekvivalentno naprezanje nakon jedne minute zagrijavanja .....   | 41 |
| Slika 33. Ekvivalentno naprezanje nakon dvije minute zagrijavanja.....  | 41 |
| Slika 34. Ekvivalentno naprezanje nakon tri minute zagrijavanja .....   | 41 |
| Slika 35. Ekvivalentne deformacije nakon tri minute zagrijavanja bočni pogled na prvi stupanj statora .....     | 42 |
| Slika 36. Ekvivalentne deformacije nakon tri minute zagrijavanja pogled na lopaticu i unutarnji prsten.....     | 42 |
| Slika 37. Ekvivalentne deformacije nakon tri minute zagrijavanja pogled na lopaticu i vanjski dio statora ..... | 43 |
| Slika 38. Pomaci na statoru .....   | 43 |
| Slika 39. Pomaci na području prvog stupnja statora .....  | 44 |
| Slika 40. Pomaci površina na mjestima gdje se nalaze lopatice statora.....                                      | 45 |

**POPIS TABLICA**

|  |    |
|--|----|
| Tablica 1. Svojstva toluen po stupnjevima turbine .....  | 9  |
| Tablica 2. Svojstva materijala korištena za analitički i numerički proračun.....                     | 21 |
| Tablica 3. Fizikalna svojstva materijala od kojega je izrađen stator (Aluminij).....                 | 29 |
| Tablica 4. Temperature radnog fluida po stupnjevima statora ujedno i temperature rubnih uvjeta ..... | 30 |
| Tablica 5. Proračunati koeficijenti prijelaza topline $\alpha$ .....                                 | 37 |

**POPIS OZNAKA**

| Oznaka        | Jedinica                     | Opis   |
|---------------|------------------------------|--|
| $c$           | $J/kgK$                      | Specifični toplinski kapacitet                                       |
| $n$           | 1                            | Jedinični vektor vanjske normale                                     |
| $n_f$         | 1                            | Jedinični vektor vanjske normale za stranicu ćelije                  |
| $E$           | $N/mm^2$                     | Youngov modul elastičnosti   |
| $I$           | 1                            | Jedinični tenzor drugog reda   |
| $K$           | $N/mm^2$                     | Volumenski modul elastičnosti  |
| $S_f$         | $m^2$                        | Površina stranice  |
| $t^o$         | s                            | Staro vrijeme  |
| $t^n$         | s                            | Novo vrijeme   |
| $t$           |                              | Vektor naprezanja  |
|               | s                            | ili vrijeme  |
| $T$           | K                            | Temperatura  |
| $T_{ref}$     | K                            | Referentna temperatura   |
| $u$           | m                            | Pomak  |
| Grčki znakovi |                              |  |
| $\alpha$      | $\frac{W}{m^2K}$<br>$K^{-1}$ | Koeficijent prijelaza topline<br>ili Koeficijent termalne ekspanzije |
| $\Delta_B$    | m                            | Pomak slobodnog kraja grede  |
| $\varepsilon$ | 1                            | Tenzor Deformacije   |
| $\theta_B$    |                              | Nagib slobodnog kraja grede  |
| $\lambda$     |                              | Lameov koeficijent   |
| $\mu$         | Pas                          | Dinamička viskoznost fluida<br>ili Lameov koeficijent                |

|          |          |                            |
|----------|----------|----------------------------|
| $\nu$    | 1        | Poissonov faktor           |
|          | $m^2/s$  | ili Kinematička viskoznost |
| $\rho$   | $Kg/m^3$ | Gustoća                    |
| $\sigma$ | $N/mm^2$ | Tenzor naprezanja          |

### Donji indeksi

| Oznaka          | Opis                             |
|-----------------|----------------------------------|
| $v_n$           | Normalna komponenta vektora      |
| $v_t$           | Tangencijalna komponenta vektora |
| $\varnothing_f$ | Vrijednost na stranici ćelije    |
| $\varnothing_p$ | Vrijednost centra ćelije         |

### Gornji indeksi

|                    |   |
|--------------------|---|
| $\varnothing^0$    | Vrijednost varijable se odnosi na stari vremenski trenutak        |
| $\varnothing^{00}$ | Vrijednost varijable se odnosi na vremenski trenutak prije starog |
| $\varnothing^n$    | Vrijednost varijable se odnosi na novi vremenski trenutak         |

## SAŽETAK RADA

U ovom radu izvršena je numerička analiza nestacionarnih toplinskih naprezanja koja se javljaju u kućištu, statoru mikroturbine tijekom puštanja u rad. Izmjena topline između radnog fluida, toluena i statora opisana je primjenom poznatih eksperimentalnih korelacija za koeficijent prijelaza topline. Mikroturbina koja se obrađuje dio je Rankinovog organskog ciklusa za koji se kao radna tvar koristi toluen. U okviru ovoga rada dan je kratki opis rada mikroturbina i Rankinovog organskog ciklusa. Nakon uvoda opisan je matematički model te je prikazan postupak diskretizacije matematičkog modela primjenom metode kontrolnih volumena. Dalje se u radu opisuje izrada mreže, postavljanje numeričkog modela koji će se rješavati, daju se svojstva materijala iz kojeg je izrađen stator mikroturbine, početni i rubni uvjeti za rješavanje diskretiziranog matematičkog modela te postupak primjene poznatih eksperimentalnih korelacija za koeficijent prijelaza topline. Nakon numeričke simulacije za koju je korišten programski paket OpenFOAM, daj se analiza rezultata.

Ključne riječi: računalna mehanika kontinuuma, mikroturbina, organski Rankinov ciklus, toplinska naprezanja

## **SUMMARY**

This paper presents a numerical analysis of unsteady thermal stresses that occur in the housing of microturbine during commissioning. The heat exchange between working fluid, toluene and stator is described using known experimental correlations for heat transfer coefficient. Microturbine presented in this paper is part of the organic Rankin cycle which uses toluene as working fluid. There is also short general description of microturbines and organic Rankin cycle. Mathematical model is presented after introduction. Discretization of mathematical model using finite volume method is briefly described. Next, the paper describes the creation of the mesh and the way the numerical model is set. Then the properties of material which makes the stator of microturbine is given, initial and boundary conditions for solving discretization of mathematical model and application of known experimental correlations for heat transfer coefficient. After numerical simulations is complete using the software package OpenFOAM, the analysis of the results is given.

Key words: computational continuum mechanics, microturbines, organic Rankine cycle, thermal stress

## 1. UVOD

Progrijavanjem turbine dolazi do toplinskih naprezanja u samom materijalu od kojeg je turbina izrađena. Zbog širenja materijala uslijed zagrijavanja dolazi do naprezanja i deformacije. Kako bi bili sigurni da zbog toplinskog naprezanja u tijelu statora neće doći do pucanja ili pomicanja koje bi onemogućilo rad turbine proces progrijavanja simuliran je numeričkim rješavanjem (simulacijom) matematičkog modela.

Računalna mehanika kontinuuma je računalni numerički alat kojim se mogu simulirati i pobliže istražiti toplinska naprezanja i deformacije u materijalu uslijed njegova zagrijavanja.

### 1.1. Turbostrojevi - turbine

Kao turbostrojeve klasificiramo sve uređaje koji pretvaraju energiju u ili iz kontinuiranog toka fluida preko jednog ili više stupnjeva lopatica. Riječ *turbines* – ono što se okreće –rotacijsko gibanje. Postoje dvije glavne kategorije turbostrojeva: Strojevi koji na račun smanjenja energije fluida, tlaka ili entalpije, predaju rad okolini su turbine i strojevi koji od okoline preuzimaju rad i time povećavaju energiju fluida, tlak ili entalpiju su ventilatori, kompresori, pumpe.[1]

Toplinske turbine su strojevi koji pretvaraju toplinsku energiju toka fluida u kinetičku energiju, a potom kinetičku energiju u mehaničku rad putem rotacije rotora. Turbina se sastoji od jednog ili više naizmjenično poredanih redova mirujućih (statorskih) i rotirajućih (rotorskih) lopatica. Tako postavljene lopatice tvore kanale za strujanje radnog fluida (plina ili pare). U turbini se energija sadržana u radnom fluidu uz ekspanzijsko strujanje, karakterizirano padom tlaka i temperature pretvara u kinetičku energiju. Ta kinetička energija pokreće rotorske lopatice odnosno rotor te se pretvara u mehanički rad koji se dalje koristi za pokretanje nekog radnog stroja. Najčešće za pokretanje električnog generatora odnosno pretvaranje mehaničkog rada u električnu energiju. Turbina se zajedno s pogonjenim strojem naziva turboagregat. Turbina može služiti i za pokretanje kompresora (turbokompresor) ili se može koristiti za pokretanje vozila kao što su zrakoplovi, brodovi itd.

Turboagregat zajedno s kondenzatorom (hladnjakom), pripadajućim cjevovodima i izmjenjivačima topline, pumpama potrebnima za rad, čine postrojenje toplinske turbine ili jednostavno termoenergetsko postrojenje. Cjelokupno postrojenje s pripadajućim izvorom topline naziva se termoenergetski blok ili kraće blok. Ako se radi o bloku parne turbine izvor topline je jedan generator pare (ili parni kotao), a obično cijelo takvo postrojenje naziva se

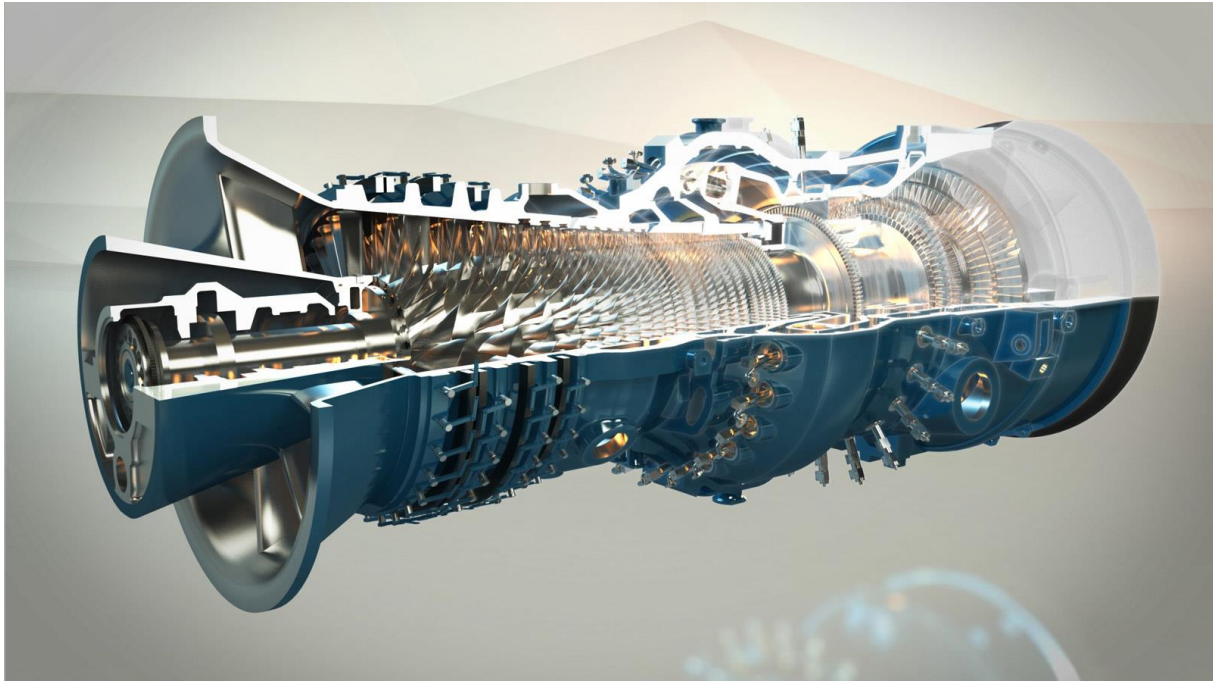
parni blok. Za plinsku turbinu s pripadajućim izvorom topline, koji može biti komora za izgaranje ili izmjenjivač (povrat otpadne topline) – plinski blok.

Kod toplinskih turbina toplinska energija pretvara se u kinetičku energiju, zbog toga toplinske turbine moraju sadržavati elemente kojima se ta pretvorba postiže. Pretvorba toplinske energije u kinetičku energiju toka fluida može se ostvariti adijabatskim procesom ekspanzije pri čemu tlak opada, a brzina strujanja raste. Za takav proces moraju postojati kanali koji to omogućuju. Te kanale oblikuju statorske lopatice pričvršćene neposredno ili posredno preko dijafragmi u kućište turbine te čine statorsku rešetku turbine. Prolaskom kroz statorsku rešetku radni fluid ekspandira, te prilikom ekspanzije brzina radnog fluida raste od ulaza u stator do izlaza. S tako povećanom brzinom ulazi u kanale rotora koji čine rotorske lopatice. Na taj se način toplinska energija, potencijalna pretvara u kinetičku energiju struje radnog fluida. Prelaskom radnog fluida sa statora na rotor radni fluid svojom kinetičkom energijom pokreće rotor, odnosno pretvara kinetičku energiju u mehaničku energiju. Pri pretvorbi toplinske energije radnog fluida u kinetičku energiju dolazi do prijenosa topline sa radnog fluida na dijelove turbine kojima temperatura raste. Ti dijelovi s porastom temperature se šire, odnosno zbog nejednolike raspodjele temperature dolazi do toplinskih naprezanja. Kod zagrijavanja dijelova turbine vrlo je važno da se različiti dijelovi npr. stator i rotor zagrijavaju jednoliko odnosno da se jednoliko šire.

Dva bitna funkcionalna elementa svake turbine su mirujuće (statorske) lopatice i rotirajuće (rotorske) lopatice. Statorske lopatice su obično smještene u kućište obično preko dijafragme u kojoj su smještene dok su rotorske lopatice smještene u radno kolo razmještene po njegovom obodu. Statorske i rotorske lopatice poredane po obodu čine kanale u kojima se obavljaju određene termodinamičke promjene i pretvorbe energije. One se obično nazivaju statorska rešetka i rotorska rešetka i čine turbinski stupanj. Jedno ili više kola na kojem su smještene rotorske lopatice pričvršćene su na vratilo kojim se okretni moment preko spojke prenosi na radni stroj. Vratilo s radnim kolima naziva se rotor turbine. Da fluid ne bi izlazio u okolinu, radni prostor turbine mora biti zatvoren, a to je uloga kućišta turbine koje istovremeno štiti rotor od oštećenja. Na mjestima gdje rotor prolazi kroz kućište (stator) ili ostale mirujuće dijelove mora se s jedne strane spriječiti kontakt rotirajućeg rotora o mirujućem statoru, a s druge strane gubitak radnog fluida u okolinu. Zbog toga se na tim mjestima ugrađuju bez kontaktne labirintne brtve. Ovi funkcionalni elementi turbine, plohe statora i rotora te njegove lopatice u neposrednom su dodiru s radnim fluidom. Što znači da se prijenos topline konvekcijom odvija na tim dijelovima statora i rotora. Ulaskom topline u stator i rotor



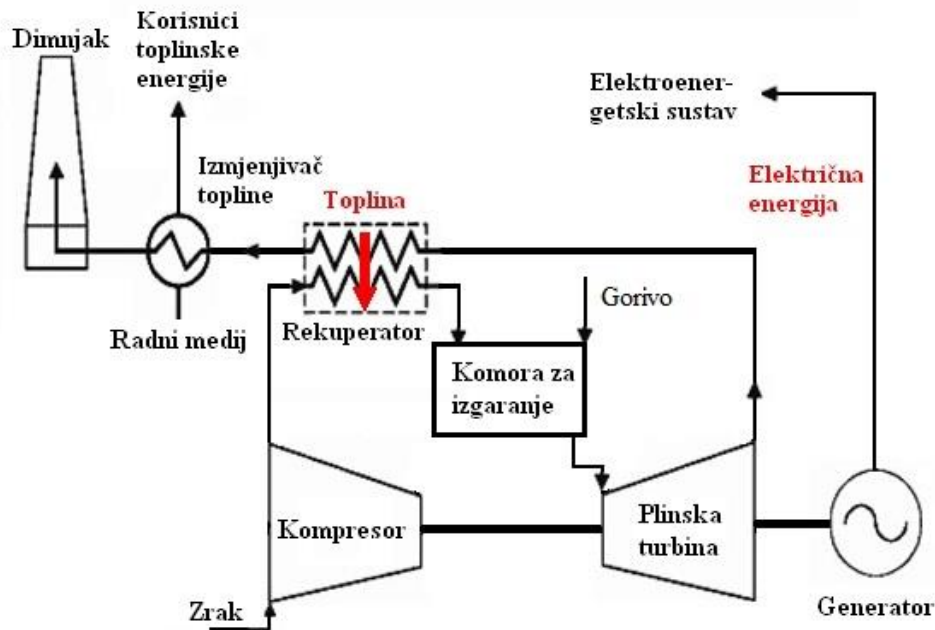
dolazi do provođenja topline kroz materijal, širenja materijala i toplinskih napreznja u materijalu. Iz tog razloga kod konstruiranja stator i rotora mora se voditi računa i o tome.[2]



**Slika 1. Toplinska turbina**

## **1.2. Mikroturbine**

Mikoturbine su vrlo male turbine, najčešće su to vrlo male plinske turbine koje imaju rekuperator za povrat topline i povećanje iskoristivosti. U tipičnim mikorturbinama ciklus je sličan kao kod konvencionalnih plinskih turbina. Konstrukcije sustava mikroturbine se najčešće sastoje od jedno stupanjskog radijalnog kompresora, jedno stupanjske radijalne turbine i rekuperatora.



**Slika 2. Shema postrojenja s plinskom turbinom**

Aksijalni kompresor usisava zrak iz okoline i komprimira ga na neki viši tlak. Tako komprimirani zrak dodatno se zagrijava u rekuperatoru prijelazom toplote sa dimnih plinova na komprimirani zrak. Takav komprimirani i zagrijani zrak ulazi u komoru izgaranja u koju se ubrizgava gorivo (tekuće ili plinsko) koje izgaranjem podiže toplinsko stanje zraka, izobarno. Dimni plinovi tada ulaze u turbinu u kojoj se vrši ekspanzija, do atmosferskog tlaka i proizvodi koristan rad. Dimni plinovi iz turbine odlaze u rekuperator koji iskorištava toplinu iz dimnih plinova za zagrijavanje zraka, te se dimni plinovi ispuštaju u atmosferu.

Rekuperatori se koriste kako bi se povećala iskoristivost sustava, a oni su vrlo zahtjevni za konstruiranje i proizvodnju zato što rade pri visokim razlikama temperatura i tlakova. Korištenje mikroturbina postaje sve rasprostranjenije za distribuciju energije i kogeneracije-proizvodnja toplinske energije i električne energije (eng. CHP-combined heat and power). Snage mikroturbina kreću se od nekoliko kilowata do serijskih proizvedenih sistema koji proizvode više stotina kilowata.

Uspjeh mikroturbina usko je vezan uz napredak u elektronici koja omogućuje njihovo lakše priključivanje na elektroenergetsku mrežu. Sustavi sa mikroturbinama imaju mnoge prednosti u odnosu na sustave s motorima s unutrašnjim izgaranjem kao što su veća gustoća energije, manje štetnih emisija, manje pomičnih dijelova u sustavu. Međutim generatori s motorom s unutrašnjim izgaranjem brže se prilagođavaju promjenama u elektroenergetskoj mreži. Ostale prednosti su mogućnost korištenja većine komercijalnih goriva, kao što su prirodni plin,

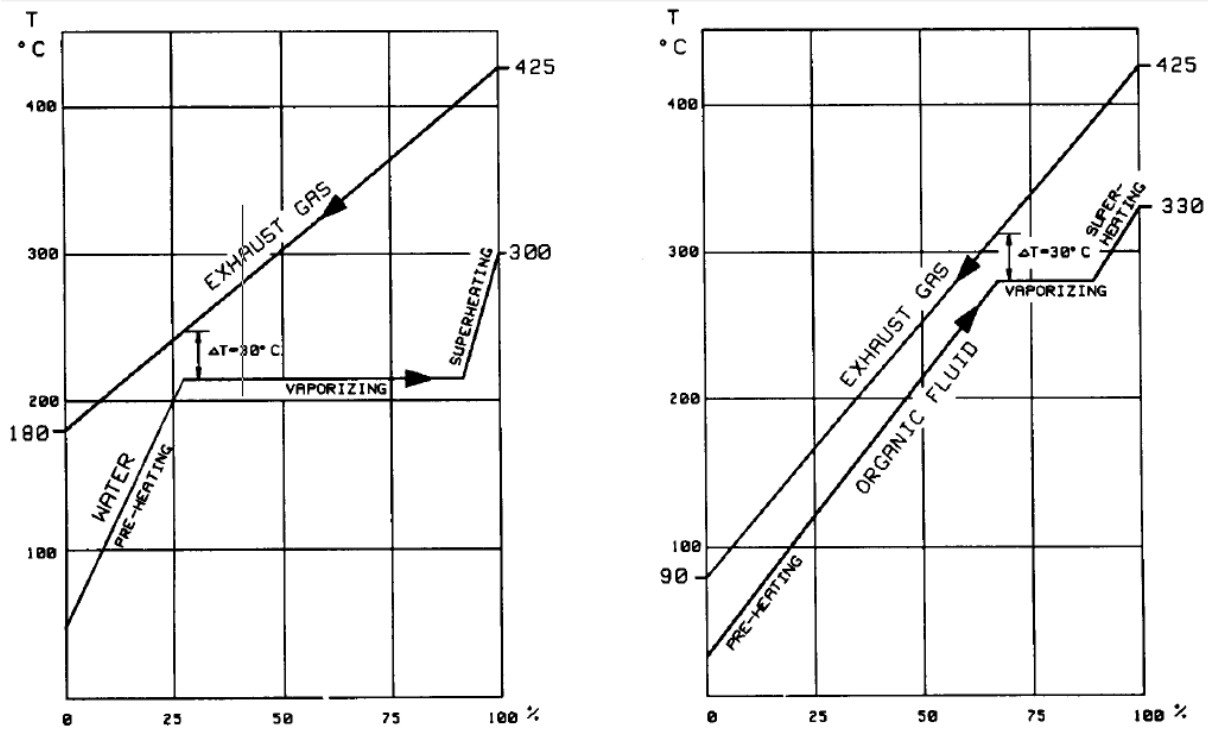
propan, diesel, kerozin itd. Mikroturbine je moguće primijeniti i kod proizvodnje energije iz obnovljivih izvora kao što bioplina.[3]

Mikroturbina koja se obrađuje u ovom radu nije plinska turbina nego ciklus, proces koji se koristi ovdje je ORC Organic Rankin Cycle, organski Rankinov ciklus. Što znači da turbina nije pogonjena ispušnim plinovima kao radnim medijem nego organskom tvari, u našem slučaju toluenom. Toluen će se zagrijavati ispušnim plinovima nekog procesa zatim ući u turbinu gdje će ekspandirati i proizvesti rad zatim će se ohlađivati u izmjenjivaču vodom.

Velike količine otpadne energije u obliku topline ispuštaju se u okoliš putem ispušnih plinova od turbina i motora kao i od industrijskih postrojenja. Niskotemperaturna energija koja se ispušta u okoliš dimnim ispušnim plinovima mogla bi se iskoristiti. Iz tog razloga od nedavno sve više pažnje posvećuje se iskorištavanju te otpadne energije. Ne samo da korištenje te energije povećava iskoristivost nego i smanjuje emisiju štetnih plinova.

### **1.3. ORC – Organski Rankinov Ciklus**

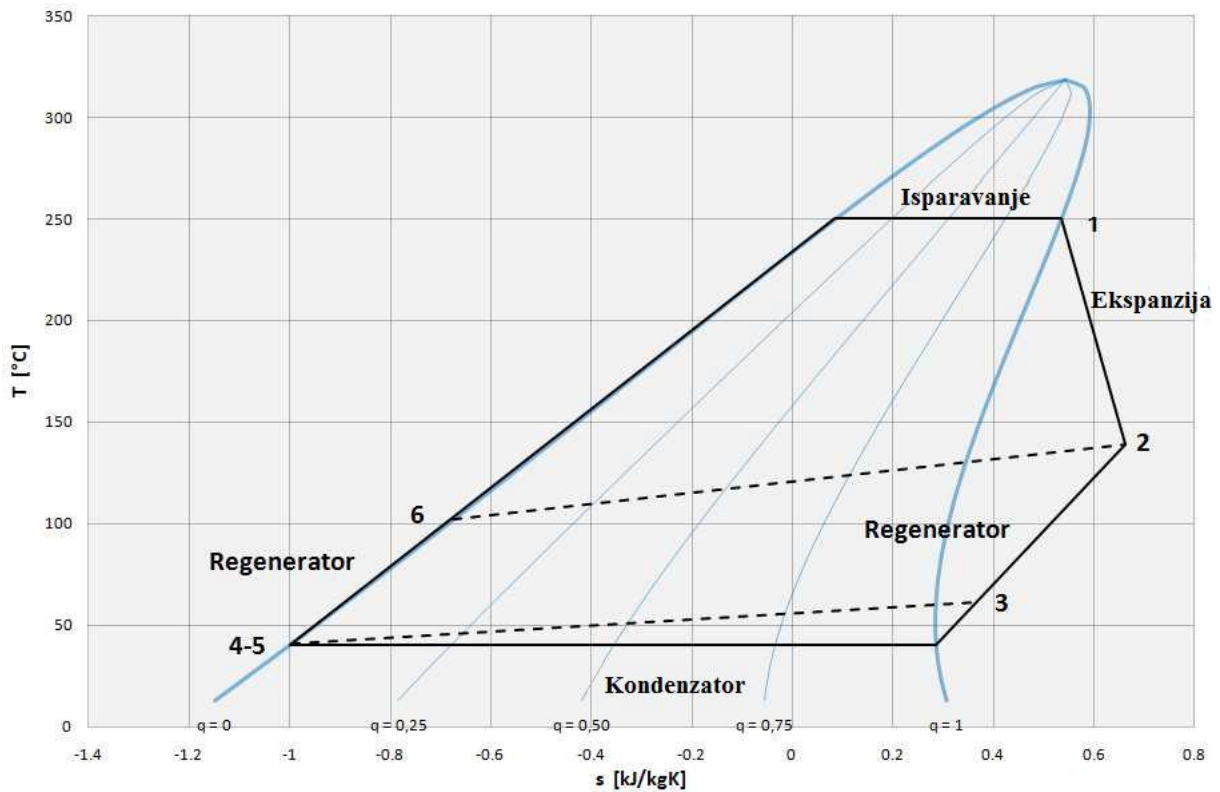
Razlika ORC (engl. Organic Rankine Cycle) i klasičnog RC (engl. Rankin Cycle) leži u razlici radnog fluida koji se koristi u procesu. U klasičnom Rankinovom ciklusu kao radni fluid koristi se voda dok se u ORC-u kao radna tvar koristi organska tvar. Glavni razlog korištenja organskih tvari kao radnog fluida umjesto vode je puno manja specifična toplota isparavanja organskih tvari nasuprot vode. Recimo da su izvor topline ispušni plinovi plinske turbine. U organskom Rankinovom ciklusu ispušni plinovi će se ohladiti do niže temperature, a radni fluid će se zagrijati na znatno višu temperaturu nego što bi to bilo da kao radnu tvar koristimo vodu upravo zbog manje specifične topline isparavanja. Iz toga slijedi da iz istog izvora topline možemo dobiti više korisnog rada odnosno električne energije samo zato što koristimo organsku tvar umjesto vode.[4]



**Slika 3. Utjecaj razlike temperature isparavanja radnog fluida na temperaturu radnog medija i na temperaturu ispušnih plinova koji se bacaju u okoliš**

Razvitak organskog Rankinovog ciklusa započet je sedamdesetih godina prošlog stoljeća, a prve primjene pojavile su se kasnih sedamdesetih i osamdesetih godina prošlog stoljeća na geotermalnim i solarnim elektranama. Danas se organski Rankinov ciklus sve više koristi i količina električne energije proizvedena njime sve više raste. Najviše se koristi za biomasu, kogeneraciju (CHP – Combined Heat and Power) zatim za geotermalne i solarne elektrane te za (engl. WHR – waste heat recovery) povrat otpadne topline.

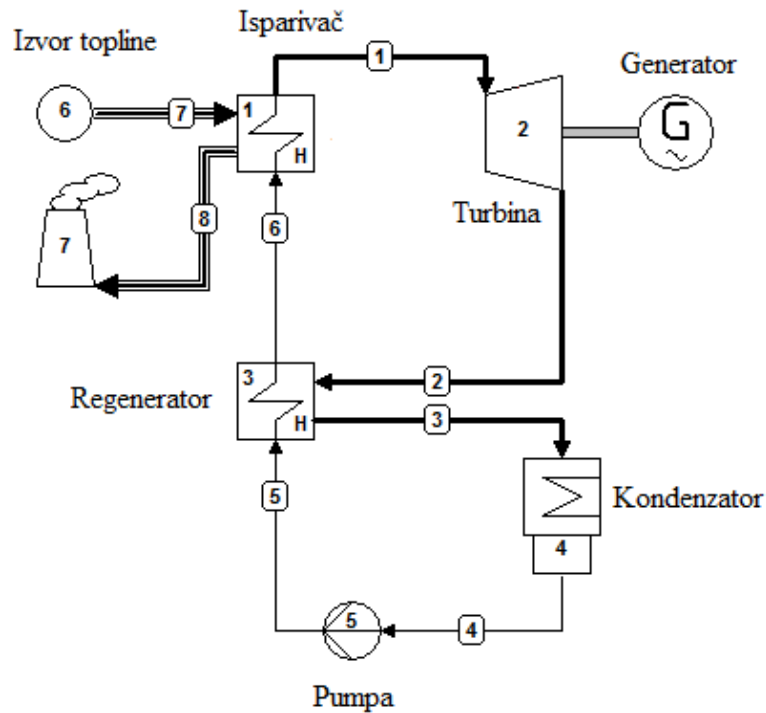
Osnovni princip rada, ciklus organskog Rankinovog ciklusa sličan je tradicionalnom parnom Rankinovm ciklusu. Zagrijavanje radnog medija koji u kapljivijoj fazi ulazi u izmjenjivaču topline (pregrijavanje, isparavanje, pregrijavanje). Iz izmjenjivača topline izlazi u parovitoj fazi te se odvodi do turbine u kojoj ekspandira proizvodivši pri tome rad koji se recimo prenosi na vratilo električnog generatora. Mokra para sa sniženim parametrima izlazi iz turbine, odvodi se u kondenzator u kojemu potpuno kondenzira. Nastala vrela kapljevinna pumpa se do izmjenjivača čime je ciklus zatvoren.



**Slika 4. T-s dijagram organskog Rankinog ciklusa sa toluenom**

Mnogi pogoni u industriji bacaju toplinu koju ne mogu iskoristiti u okoliš pri relativno niskim temperaturama. Veliki pogoni i termoelektrane često ne mogu iskoristiti nisko temperaturnu energiju ni za grijanje (imaju previše niskotemperaturne energija, a nemaju koga grijati). Uz gubitak bacanja te energije tu se javlja i onečišćivanje okoliša. Povrat, iskorištavanje te niskotemperaturne energije smanjuje zagađivanje okoliša i povećava iskorištavanje samim korištenjem energije koja se bacala u okoliš. Primjenu povrata energije organskog Rankinog ciklusa možemo naći i kod motora s unutrašnjim izgaranjem, ona se danas malo primjenjuje, ali još je u razvoju.

Danas kada se teži smanjenju zagađivanja okoliša i sve većem povećanju iskoristivosti, što manjem bacanju energije, organski Rankinov ciklus mogao bi igrati vrlo veliku ulogu. Organski Rankinov ciklus može povećati ukupnu iskoristivost i smanjiti bacanje neiskorištene topline u okoliš, može imati pozitivan efekt na trošenje energije u zgradarstvu (korištenjem CHP), omogućuje korištenje obnovljivih izvora energije kao što su geotermalni izvori, biomasa i solarne elektrane, može povećati iskoristivost motora s unutrašnjim izgaranjem kod kojih se ispušni plinovi bacaju u okoliš pri visokim temperaturama. [5]

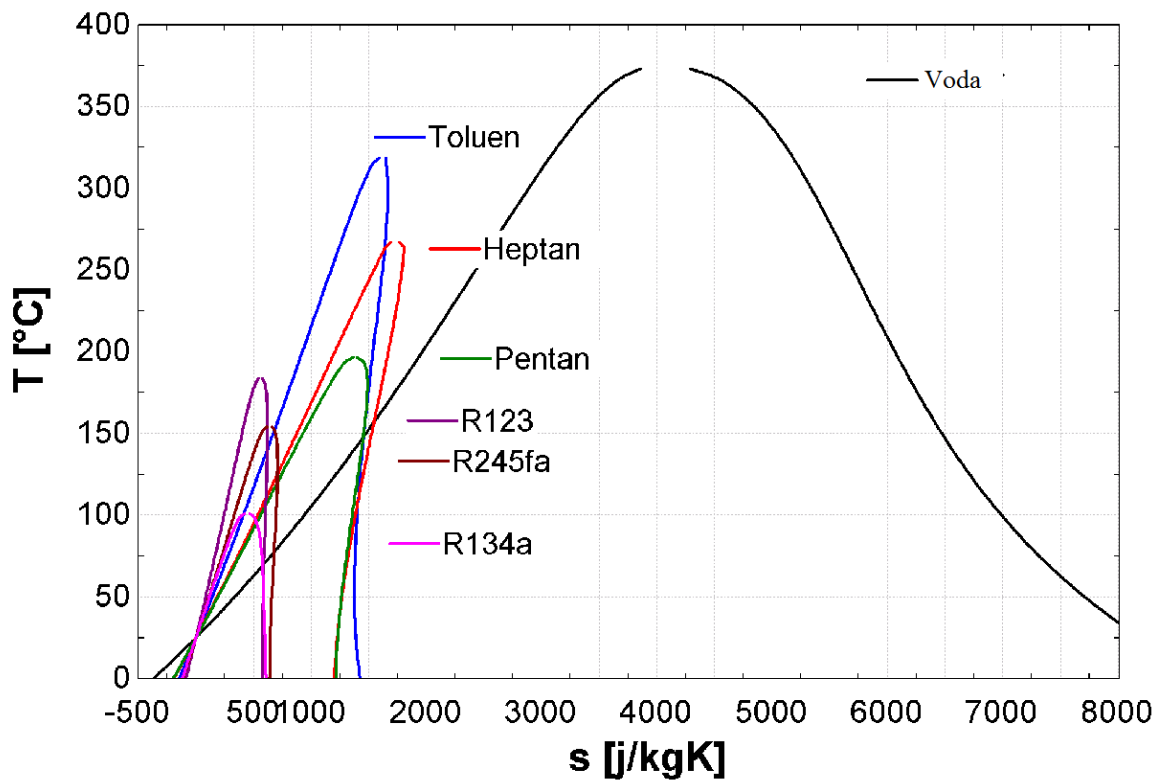


Slika 5. Shema organskog Rankinovog ciklusa

#### 1.4. Toluen

Najčešće korištene radne tvari (fluid) za organski Rankinov ciklus su : R11( $C_2Cl_3F$ ) , R113( $C_2Cl_3F$ ), R114( $C_2Cl_3F_3$ ), Toluene( $C_7H_8$ ), i fluorinol ( $CF_3CH_2OH$ ).

Brojni su kriteriji za odabir radnog medija organskog Rankinog ciklusa kao što su: termodinamička svojstva, rubni uvjeti, razina opasnosti i zaštita okoliša. Od termodinamičkih svojstva važna su: točka vrelišta, svojstva isparavanja i kondenzacije, specifična toplina isparavanja, viskoznost, toplinska vodljivost. Od ostalih svojstva bitna su: korozivnost, kemijska stabilnost, otrovnost, zapaljivost, eksplozivnost, svojstva podmazivanja i cijena. S obzirom na ove kriterije odabire se neki od najčešće korištenih radnih fluida u organskom Rankinovom ciklusu.



**Slika 6. T-s dijagram za nekoliko tipičnih organskih fluida i vode**

Toluen ili Metilbenzen je aromatski ugljikovodik ( $C_7H_8$ ,  $C_6H_5 - CH_3$ ). Bezbojna zapaljiva tekućina ugodna mirisa, vrelišta  $111^\circ\text{C}$ . Nalazi se u nafti i kamenom ugljenu. Dobiva se ekstrakcijom ili destilacijom iz benzina, suhom destilacijom kamenog ugljena i frakcijskom destilacijom katrana kamenog ugljena. Kao sastojak benzina nalazi se i u ispušnim plinovima. Koristi se kao otapalo. Toluen je suhi fluid. Suhe fluide karakterizira da se ne trebaju pregrijavati zato što nakon ekspanzije pare ostaju pregrijanom području. Toluen se najčešće koristi kod povrata topline nakon nekog procesa koja se inače baca u okoliš.[6]

Svojstva toluenta po stupnjevima turbine bila su nužan podatak za izračun koeficijenta prijelaza topline  $\alpha$ .

**Tablica 1. Svojstva toluenta po stupnjevima turbine**

| Svojstva radnog medija, toluenta po stupnjevima turbine | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | Mjerna jedinica |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------|
| Dinamička viskoznost $\mu$                              | 16,22 | 14,34 | 13,47 | 12,91 | 12,50 | $mPas$          |
| Toplinska vodljivost $\lambda$                          | 42,23 | 38,61 | 36,93 | 35,71 | 34,64 | $mW/mK$         |

## 1.5. Računalna mehanika kontinuuma

Kontinuum je matematička idealizacija (reprezentacija) realnog materijala kao što su kruta tijela. Mehanika kontinuuma se bavi ponašanjima takvih kontinuuma. Bazira se na zakonima očuvanja (mase, energije, gibanja, momenta, entropije) i koristi se matematičkim aparatima razvijenih posebno za mehaniku kontinuuma. Pomoću računalne tehnologije i raznih numeričkih metoda računalna mehanika kontinuuma (engl. Computational Continuum Mechanics - CCM) postala je vrlo moćan alat za numeričku analizu problema mehanike kontinuuma.

Brojne numeričke metode koriste se za analizu problema mehanike kontinuuma, kao što su metoda konačnih elemenata, metoda konačnih volumena, metoda konačnih diferencija. Metoda konačnih elemenata bila je najšire korištena za numeričke analize mehaničkih problema krutih tijela, dok se metoda konačnih volumena najviše koristi kod računalne dinamike fluida CFD. Danas se obje metode koriste i razvijaju. U ovome radu koristi se računalna mehanika kontinuuma za analizu toplinskih naprezanja u statoru mikroturbine. Korištena numerička metoda je metoda konačnih volumena.[7]



## 2. MATEMATIČKI MODEL

### 2.1. Energetska jednadžba

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho c T dV = \int_S q_j n_j dS$$

U kojoj je  $\rho$  gustoća,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $q_j$  vektor toplinskog toka.

Odnos toplinskog toka i temperaturnog gradijenta dan je Fourierovim zakonom

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j}$$

pri čemu je  $k$  koeficijent toplinske vodljivosti.

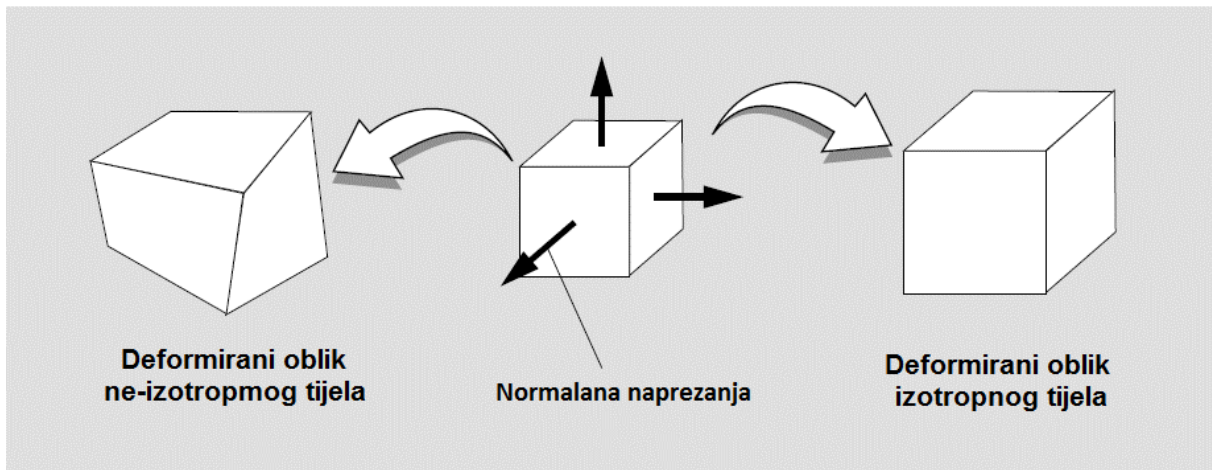
### 2.2. Homogeno tijelo

Homogeno tijelo je tijelo u kojemu su svojstva materijala jednaka za svaku česticu toga tijela, odnosno svojstva materijala su jednaka u svakoj točki toga tijela. Izotropno tijelo je jednako u svim smjerovima. Tijelo je homogeno i izotropno ako su njegova svojstva neovisna o smjeru i identična u svakoj točki tijela.

Vanjske sile koje djeluju na neko tijelo nastoje razdvojiti ili približiti pojedine čestice tijela, čemu se suprotstavljaju unutrašnje sile među česticama. Kao rezultat istovremenog djelovanja unutrašnjih i vanjskih sila tijelo mijenja oblik i dimenzije, drugim riječima kažemo da se tijelo deformira. Distorzija je deformiranje tijela koje se sastoji od promjene u obliku bez promjene volumena tijela. Dilatacija je deformiranje tijela koje se sastoji od promjene volumena bez promjene oblika tijela.

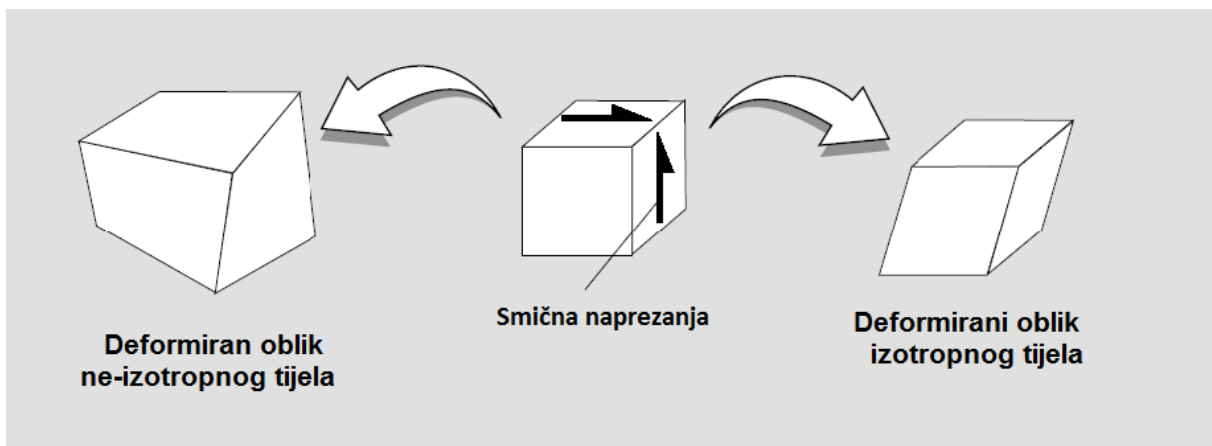
Naprezanje možemo rastaviti na normalnu komponentu, koja je okomita na presjek i tangencijalnu ili posmičnu komponentu, koja leži u ravnini presjeka. Umjesto normalne komponente naprezanja često kraće kažemo normalo naprezanje, a umjesto tangencijalna komponenta naprezanja kraće tangencijalno ili posmično naprezanje.

Normalna naprezanja u homogenom izotropnom tijelu stvaraju samo volumenske, deformacije produljenja odnosno dilatacije.



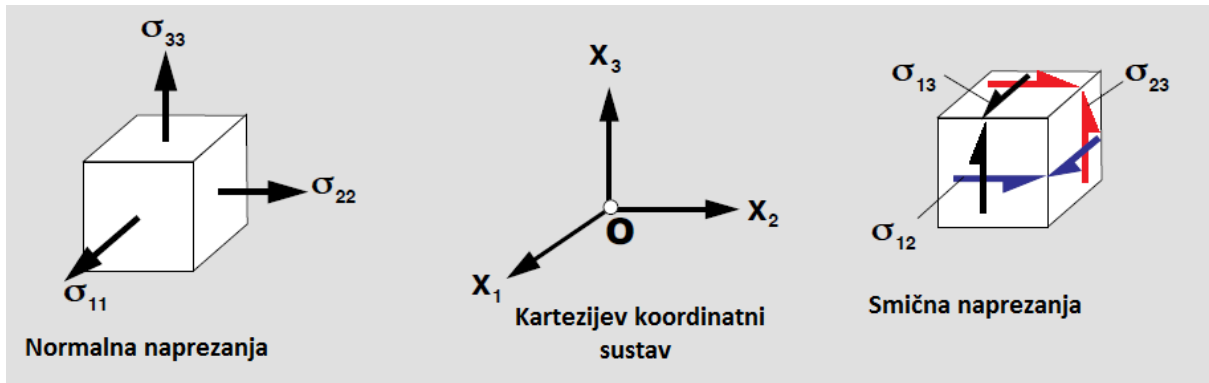
**Slika 7. Normalna naprezanja**

Smična naprezanja u homogenom izotropnom tijelu stvaraju samo distorzije, smične naprezanja proizvode deformacije samo u ravnini u kojoj djeluju.



**Slika 8. Smična naprezanja**

Deformacije uzrokovane slobodnim toplinskim ekspanzijama, koje ne proizvode naprezanja su definirana kao slobodne toplinske deformacije .Sve slobodne toplinske ekspanzije su volumenske i jednolike u homogenom, izotropnom tijelu.



Slika 9. Naprezanja

### 2.3. Hookeov zakon

U 17. st Robert Hooke počeo je razvijati konstitutivni zakon za elastična izotropna tijela. Hookeov zakon kaže da je deformacija tijela proporcionalna primijenjenoj sili pod uvjetom da se ne pređe granica elastičnosti. Kada se sila ukloni tijelo će se vratiti u svoj prvobitan oblik. Za jednadžbe Hookoe-ova zakona važno je da su deformacije uzrokovane vanjskim napreznjima i pomacima. Ako neko tijelo opteretimo, u njemu će se pojaviti napreznja deformacije. Što je veće opterećenje, bit će veća napreznja, ali i deformacije. Smanjujemo li napreznja, smanjiti će se i deformacije, pa zaključujemo da su napreznja i deformacije međusobno ovisni.

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}]$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} [(1 + 2\nu)\varepsilon_{ij} + \nu\varepsilon_{kk}\delta_{ij}]$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \right)$$

## 2.4. Duhamel-Neumann-ov zakon

Duhamel-Neumann-ov zakon za homogeno, izotropsko, linerano-termoelastično tijelo. Proširenje Hooke-ova zakona s utjecajem toplinskog naprezanja na naprezanja i deformacije tijela. Zakon se bazira na pretpostavci da se ukupna deformacija  $\varepsilon_{ij}$  u nekoj točki tijela, podvrgnuta termomehančkom naprezanju sastoji od mehaničke deformacije  $\varepsilon_{ij}^{\sigma}$  i deformacija uzrokovane slobodnom toplinskom ekspanzijom  $\varepsilon_{ij}^T$ .

Mehaničke deformacije  $\varepsilon_{ij}^{\sigma}$  su deformacije inducirane naprezanjima koja su posljedica vanjskim naprezanja, pomaka i deformacije uzrokovane naprezanjima koja su posljedica nejednolikosti temperaturnog polja (T) ili nejednolikosti svojstva toplinske ekspanzije materijala ( $\alpha$ ).

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{\sigma} + \varepsilon_{ij}^T$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}]$$

$$\varepsilon_{ij}^T = \alpha\delta_{ij}(T - T_{ref})$$

Temperaturna polja T i  $T_{ref}$  su općenito funkcije pozicije u tijelu  $T = T(x_1 + x_2 + x_3)$  i  $T_{ref} = T_{ref}(x_1 + x_2 + x_3)$ . Temperaturno polje T je općenito ovisno o vremenu, a  $T_{ref}$  je tipično uniforman sa vrijednostima jednakim za normalnu temperaturu okoliša.

Toplinska naprezanja uzrokovana su dvama efektima: prostornom nejednakošću temperaturnog polja i vezama, ograničenjima koje onemogućuju toplinsku ekspanziju bez stvaranja naprezanja.

$$\alpha(T - T_{ref})$$

Kada u tijelu dođe do nejednolikog temperaturnog polja ili ako svojstva toplinske ekspanzije nisu jednolika (npr. granica dvaju različita materijala), dolazi do nejednolikog širenja susjednih dijelova materijala što za posljedicu ima javljanje unutrašnjih toplinskih naprezanja.

Termoelastična konstitutivna jednadžba (Duhamel-Neumann-ov zakon) prikazuje da je izotropni materijal karakteriziran potpuno sa dvije nezavisne elastične konstante E i  $\nu$  i sa jednim svojstvom materijala, koeficijentom toplinske ekspanzije  $\alpha$ . [8]

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}] + \alpha\delta_{ij}(T - T_{ref})$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1+2\nu)\varepsilon_{ij} + \nu\varepsilon_{kk}\delta_{ij}] - \delta_{ij} \frac{E\alpha(T - T_{ref})}{(1+2\nu)}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{kk}\delta_{ij}) + \frac{E(1+2\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{ij}) - \delta_{ij}(3k\alpha(T - T_{ref}))$$

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - 3k\alpha(T - T_{ref})\delta_{ij}$$

Veličine E,  $\mu$ ,  $\nu$ , K, su karakteriziraju elastična svojstva tijela, nazivaju se zajedničkim imenom konstante elastičnosti. Za elastično tijelo dovoljno je poznavati dvije konstante elastičnosti jer se ostale mogu iz njih izračunati.

Modul elastičnosti ili Youngov modul elastičnosti E predstavlja mjeru krutosti materijala odnosno jednak je omjeru vlačnog naprezanja i linijske vlačne deformacije.

Vrlo je važna veličina prilikom određivanja stabilnosti i sigurnosti nekih konstrukcija.

$$E = \frac{\text{vlačno naprezanje}}{\text{produljenje}} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Za homogene izotropne materijale odnosi između Youngova modula elastičnosti i smičnog modula  $\mu$

$$E = 2\mu(1 + \nu) = 3K(1 - 2\nu)$$

Lame-ovi koeficijenti  $\mu$  i  $\lambda$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

Volumenski modul elastičnosti K

$$3K = 2\mu + 3\lambda = \frac{E}{(1 - 2\nu)}$$

Poissonov omjer  $\nu$  je omjer poprečnog smanjenja i uzdužnog produljenja materijala prilikom vlačnog naprezanja (npr. Na kidalici)[9]

$$\nu = -\frac{d\varepsilon_{\text{poprečno}}}{d\varepsilon_{\text{uzdužno}}} = -\frac{d\varepsilon_{\text{trans}}}{d\varepsilon_{\text{axial}}} = -\frac{d\varepsilon_y}{d\varepsilon_x} = -\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_x}$$

Homogeno, izotropno, linearno termoelastično tijelo (kontinuum) opisano je kao linearni zakon očuvanja momenta sa pripadajućim linearno elastičnim konstitutivnim odnosima:

$$\int_V \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dV = \oint_S n \cdot \sigma dS \quad (1)$$

$$\sigma = \mu[\nabla u + (\nabla u)^t] + \lambda \text{tr}(\nabla u)I - 3K\alpha(T - T_{ref})I \quad (2)$$

Gdje je  $\rho$  gustoća elastičnog materijala,  $V$  je volumen kontinuuma,  $n$  je jedinična normala koja gleda prema van na površini  $S$  tijela,  $u$  je vektor pomaka u odnosu na početno stanje,  $\sigma$  je Cauchy-ev tenzor naprezanja,  $\mu$  i  $\lambda$  su Lamé-ovi koeficijenti, dok je  $\nu$  Poissonov omjer.

Vektor napreznjat  $= n \cdot \sigma$  na desnoj strani jednadžbe (1) može se napisati kao vektor pomaka u koristeći konstitutivnu jednadžbu (2) kako slijedi:

$$t = n \cdot \sigma = \mu n \cdot \nabla u + \mu \nabla u \cdot n + \lambda \text{tr}(\nabla u) \cdot n - 3K\alpha(T - T_{ref}) \cdot n \quad (3)$$

$$t = (2\mu + \lambda)n \cdot \nabla u - (\mu + \lambda)n \cdot \nabla u + \mu \nabla u \cdot n + \lambda \text{tr}(\nabla u) \cdot n - 3K\alpha(T - T_{ref}) \cdot n \quad (4)$$

Određivanje problema je završeno sa definiranjem domene u prostoru i vremenu te početnih rubnih uvjeta. Početni uvjeti sastoje se od određene distribucije pomaka  $u$  i brzine  $\frac{\partial u}{\partial t}$  u vremenu nula. Rubni uvjeti konstantni ili vremenski promjenjivi mogu biti: fixed displacement, plane of simetry and fixed traction.

### 3. DISKRETIZACIJA METODOM KONTROLNIH VOLUMENA

#### 3.1. Uvod

Matematički model dan nam je u obliku parcijalnih diferencijalnih jednadžbi koje su za većinu realnih problema analitički nerješive. Kako bi se parcijalne diferencijalne jednadžbe mogle riješiti numeričkim metodama koriste se metode diskretizacije. Prvi korak kod metode kontrolnih volumena je integracija sustava parcijalnih diferencijalnih jednadžbi što metodu kontrolnih volumena razlikuje od ostalih metoda. Dobivene jednadžbe predstavljaju točno očuvanje relevantnih svojstava za svaku ćeliju (kontrolni volumen). Ova jednostavna veza između numeričkog algoritma i fizikalnog zakona očuvanja čini jednu od glavnih razloga zašto se koncept metode konačnih volumena čini jednostavniji za razumijevanje inženjerima.

U ovom radu su jednadžbe diskretizirane metodom kontrolnih volumena. Domena se diskretizira konačnim brojem proizvoljnih volumena koji su nepomični u vremenu koje je diskretizirano vremenskim korakom. Primjenom Gasussovog teorema za transformaciju volumenskih u površinske integrale, integracijom po kontrolnom volumenu i njegovoj površini te uz pomoć shema interpolacije, dobije se sustav linearnih jednadžbi koje se rješavaju za svaki vremenski korak. Rješenja su vektorska i skalarna polja u samim centrima kontrolnih volumena koja opisu naprezanja i pomake u materijalu prilikom njegova zagrijavanja.

#### 3.2. Diskretizacija

Numerička integracija modela u vremenu je izvršena koristeći implicitnu metodu prvog reda točnosti. Diskretizacija matematičkog modela:

Diskretizacija konačnih volumena drugog reda točnosti integralne jednadžbe očuvanja pretvara površinske integrale u sumu integrala stranica i aproksimira ih, te volumenske integrale u točnost drugog reda koristeći pravilo srednje točke. Vremenska diskretizacija je izvršena numeričkom integracijom diferencijalnih jednadžbi u vremenu od starih instanci  $t^0$  do novih vremenskih instanci  $t^n = t^0 + \Delta t$  koristeći točnost prvog reda implicitne Eulerove sheme.

Potpuno diskretiziran oblik momentne jednadžbe (1) za kontrolni volumen  $V_p$  čita se kao:

$$\rho_P \frac{u_P^n - u_P^0 + u_P^{00}}{(\Delta t)^2} V_p = \sum_f t_f^n S_f \quad (5)$$

Gdje indeks  $P$  predstavlja vrijednost centra ćelije, a  $f$  predstavlja vrijednosti centara stranica za unutarnju površinu. Indeksi  $n$ ,  $o$  i  $oo$  predstavljaju vrijednosti promjene u novom vremenu instance  $t^n$  i dvije prethodne vremenske instance  $t^o$  i  $t^{oo} = t^o - \Delta t$ . Kako se može vidjeti iz lijeve strane jednadžbe (5) akceleracija u središtu ćelije izračunata koristeći dva koraka pomaka prošlog vremena, zbog toga predstavlja aproksimaciju točnosti prvoga reda.

Naprezanje u unutarnjoj površini. Aproksimacija naprezanja  $t_f^n$  u unutrašnjoj površini kontrolnog volumena koja se ne podudara s interfejsom različitog materijala je dobivena diskretizacijom jednadžbe (4):

$$t_f^n = (2\mu_f + \lambda_f)n_f \cdot (\nabla u)_f^n - (\mu_f + \lambda_f)n_f \cdot (\nabla u)_f^n + \mu_f (\nabla_f u_n)_f^n + \lambda_f n_f \text{tr}(\nabla u)_f^n - 3k\alpha\Delta T n_f \quad (6)$$

Derivacija normale stranice pomaka  $n_f \cdot (\nabla u)_f^n$  u prvom članu na desnoj strani jednadžbe (6) je diskretizirana kao:

$$n_f \cdot (\nabla u)_f^n = |\Delta_f| \frac{u_N^n - u_P^n}{|d_f|} + (n_f - \Delta_f) \cdot (\nabla u)_f^n \quad (7)$$

Gdje je  $\Delta_f = \frac{d_f}{d_f \cdot n_f}$ . Ortogonalni doprinos u gornjoj jednadžbi je obrađen implicitno, dok je ne-ortogonalna korekcija obrađena eksplicitno. Procedure diskretizacije definirane gornjom jednadžbom su isto primijenjene na derivaciju normale stranice tangencijalnog pomaka  $n_f \cdot (\nabla u_t)_f$  u drugom članu na desnoj strani jednadžbe (6). Treći i četvrti član na desnoj strani jednadžbe (6) kao i ne-ortogonalna korekcija u prva dva člana tretirana su kao eksplicitni nakon diskretizacije i za njihov izračun potrebni su tangencijalni gradijent pomaka od polja pomaka u stranicama kontrolnog volumena. Gradijent pomaka u centrima stranica izračunat je linearnom interpolacijom susjednih veličina centara ćelija,

$$(\nabla u)_f = f_x (\nabla u)_P + (1 - f_x) (\nabla u)_N \quad (8)$$

Gdje je  $f_x = \frac{fN}{PN}$  interpolacijski faktor. Gradijent pomaka središta ćelija izračunat je korištenjem diskretizacije integralnim Gausovim teoremom,

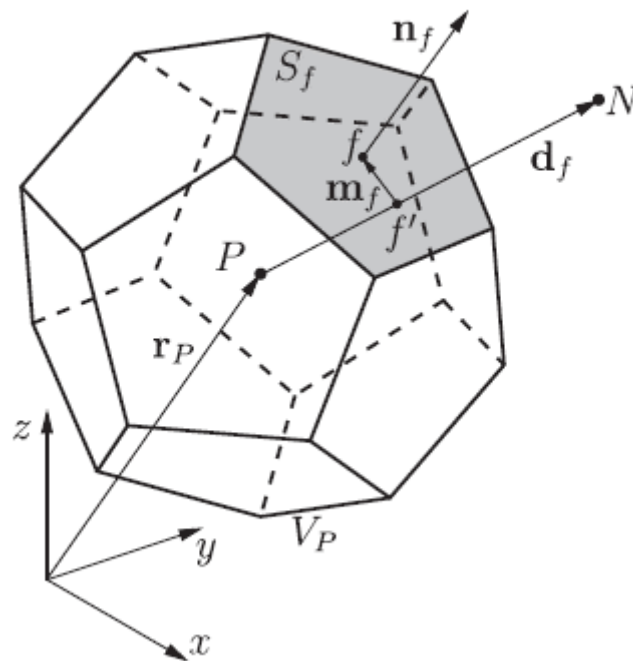
$$(\nabla u)_P = \frac{1}{V_P} \sum_f n_f u_f S_f \quad (9)$$



Pri čemu je  $u_f$  pomak središta stranice, koji je proračunat linearnom interpolacijom susjednih vrijednosti središta ćelija. Jednadžba (9) će dati aproksimaciju drugog reda točnosti gradijenta središta ćelija ako su pomaci središta stranica izračunati s točnosti drugog reda. Jednostavna linearna interpolacija dati će aproksimaciju drugog reda točnosti varijable u centru stranica samo ako linija  $\overline{PN}$  presijeca stranicu  $f$  u njezinom središtu. Inače, linearna interpolacija sa skewness korektorom mora biti primijenjena, tako da,

$$u_f = f_x u_P + (1 - f_x) u_N + m_f \cdot (\nabla u)_f \quad (10)$$

Gdje je  $m_f$  skewness vektor korekcije, koji gleda od točke presijecanja linije  $\overline{PN}$  i stranice  $f$  prema središtu stranice kao na slici (10). Gradijent pomaka središta ćelije potrebni za skewness i ne-ortogonalni korektor te sve ostale eksplicitne članove u diskreditiranoj momentnoj jednadžbi su korišteni iz prethodne iteracije. [10]



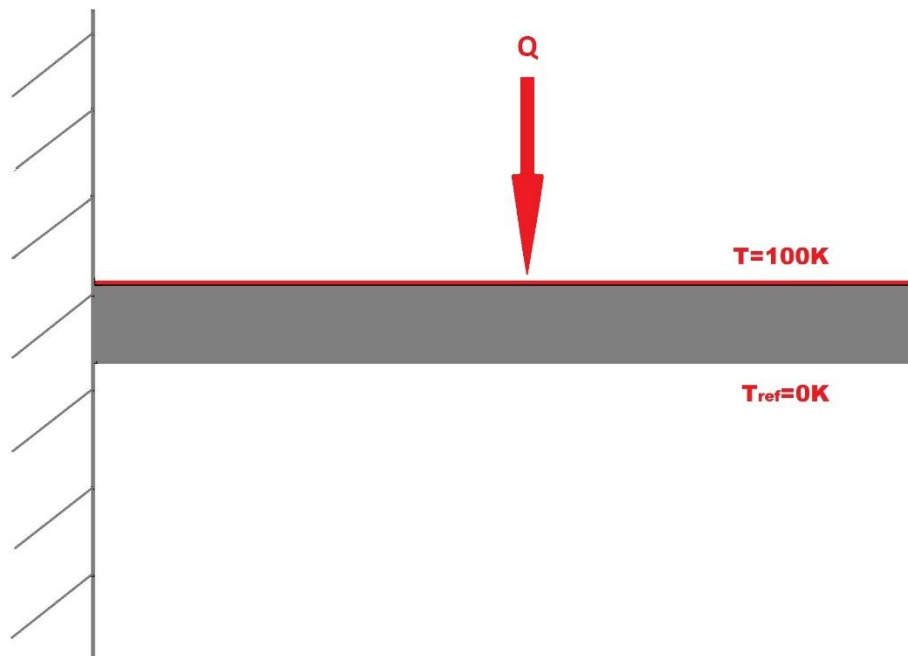
**Slika 10. Kontrolni volumen**

## 4. VERIFIKACIJA NUMERIČKOG MODELA

### 4.1. Opis problema

Verifikacija numeričkog modela izvršena je na problemu grijanja ukliještene grede. Ta greda je ukliještena s lijeve strane na čiju se gornju stranu dovodi toplina. Dovod topline na gornju stranu grede simuliran je zadavanjem rubnih uvjeta na gornjoj strani grede, a to je temperatura  $T$ . Na donjoj strani grede zadana je početna temperatura  $T_{ref}$  i početna temperatura u materijalu grede je  $T_{ref}$ .

$$T = 100K, \quad T_{ref} = 0K$$



Slika 11. Ukliještena greda zagrijavana sa gornje strane

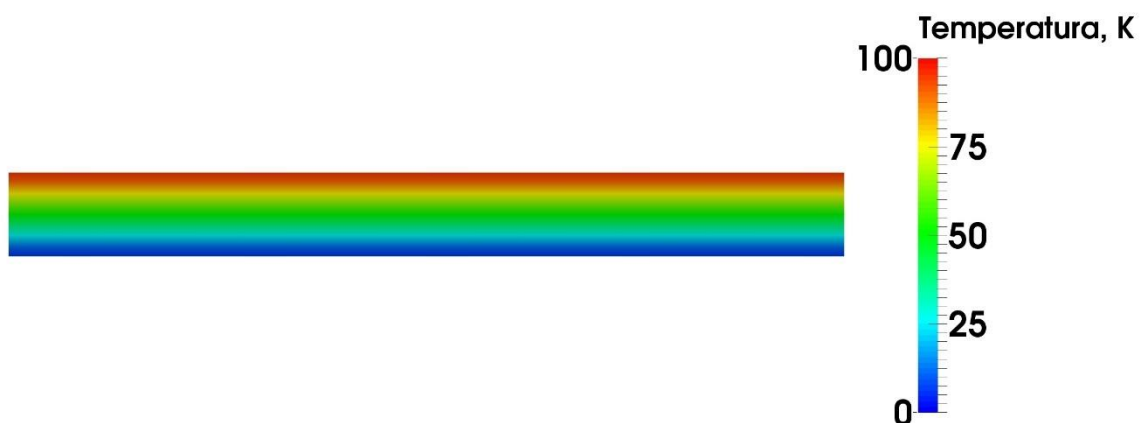
## 4.2. Svojstva materijala zagrijavane grede

Tablica 2. Svojstva materijala korištena za analitički i numerički proračun

| Svojstvo                                   | Oznaka    | Iznos   | Mjerna jedinica |
|--|-----------|---------|-----------------|
| Gustoća                                    | $\rho$    | 7800    | $kg/m^3$        |
| Specifični toplinski kapacitet             | $c$       | 500     | $J/kgK$         |
| Toplinska vodljivost                       | $\lambda$ | 50      | $W/mK$          |
| Youngov modul elastičnosti                 | $E$       | 200e+09 | $N/mm^2$        |
| Poissonov koeficijent                      | $\nu$     | 0,3     | -               |
| Linearni koeficijent temperaturnog širenja | $\alpha$  | 1e-06   | $K^{-1}$        |

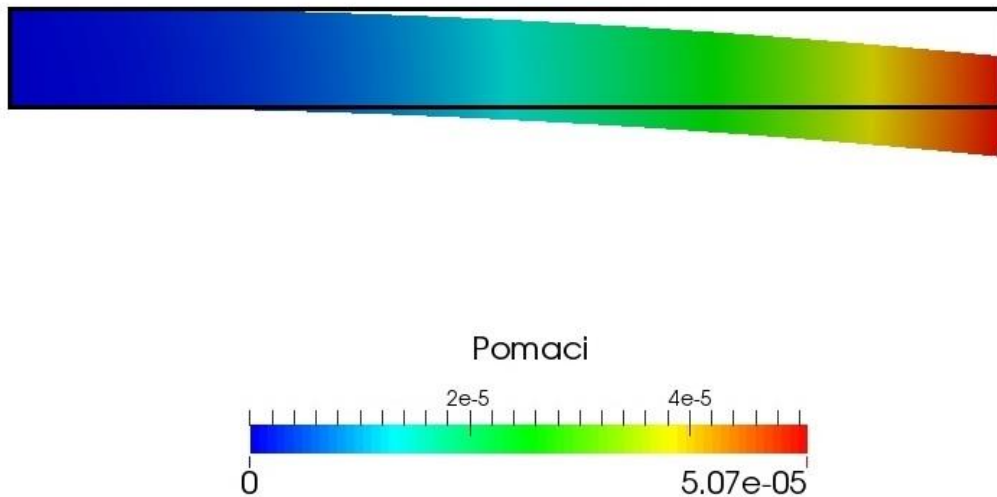
## 4.3. Prikaz i komentar rezultata numeričke analize problema

Toplina koja ulazi u gredu s gornje strane provodi se u dubinu materijala. Povećanje temperature materijala za posljedicu ima njegovo širenje. Temperatura u gredi bit će najviša na gornjoj strani i smanjivati će se prema donjoj strani, gdje će i biti najmanja temperatura kako se i vidi na slici 12.



Slika 12. Temperaturno polje grede

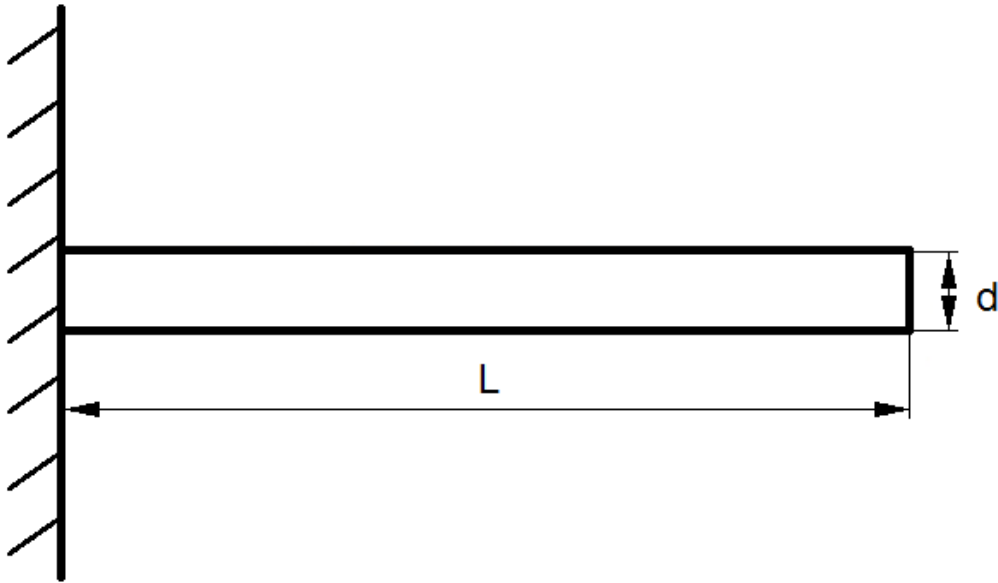
Gornji slojevi grede se zagrijavaju i šire više od donjih slojeva što uzrokuje savijanje grede prema dolje. Na lijevoj strani grede gdje je ona uklještena neće doći do deformacija odnosno pomaka. Udaljavanjem od uklještenja na lijevoj strani grede dobivat ćemo sve veće pomake zbog toplinskih naprezanja u gredi. Na desnom rubu grede pomaci će biti najveći što se i vidi na slici 13.



**Slika 13. Prikaz savijanja grede povećano 100 puta**

Usporedba numeričkog analitičkog rješenja dana je na grafu. To je graf pomaka/udaljenosti grede od uklještenja vidljiv na slici 16. Numerička rješenja dobivena OpenFOAM-om dana su zvjezdicama na određenim udaljenostima grede od uklještenja, dok su analitička rješenja dana krivuljom. Vidimo kako krivulja analitičkih rješenja prolazi skoro točno kroz točke, zvjezdice numeričkog rješenja. Iz čega možemo zaključiti da se rješenja poklapaju i da numerička analiza ovog problema daje iste rezultate kao i analitička.

#### 4.4. Analitički proračun savijanja grede



Slika 14. Greda duljine  $L$  i širine  $d$

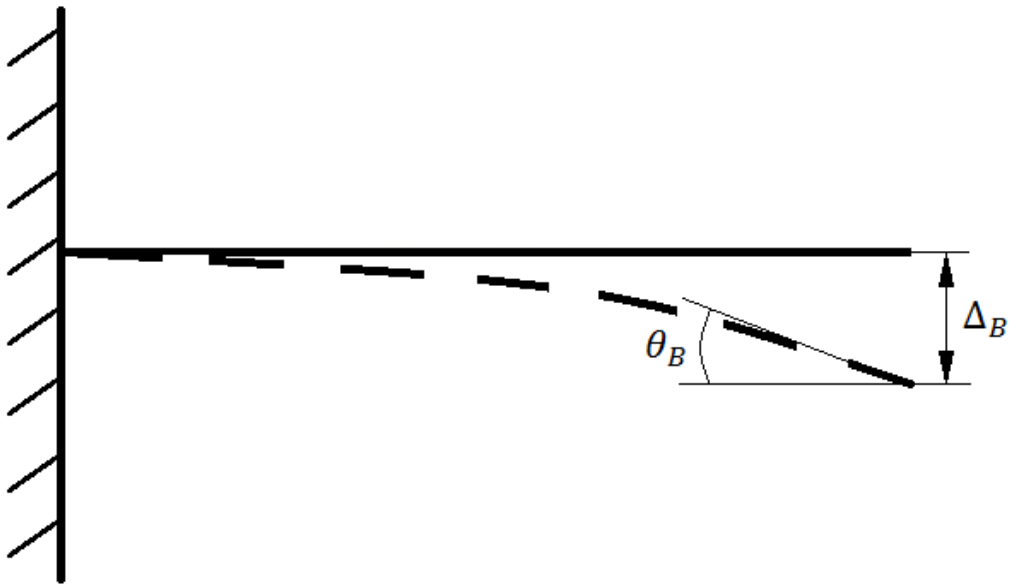
$L = 0.1 \text{ m}$ , duljina grede

$d = 0.01 \text{ m}$ , širina grede

$T_1 = 100 \text{ K}$ , Temperatura gornje površine grede

$T_2 = 0 \text{ K}$ , Temperatura donje površine grede

$\alpha = 1 \times 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$ , koeficijent toplinske ekspanzije



Slika 15. Nagib i pomak slobodnog kraja grede

$$\frac{dv}{dx} = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{d}x + C_1$$

$$v = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{d} \frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$$

Za  $x = 0$ ,  $\frac{dv}{dx} = 0$  i  $v = 0$  slijedi da je  $C_1 = C_2 = 0$

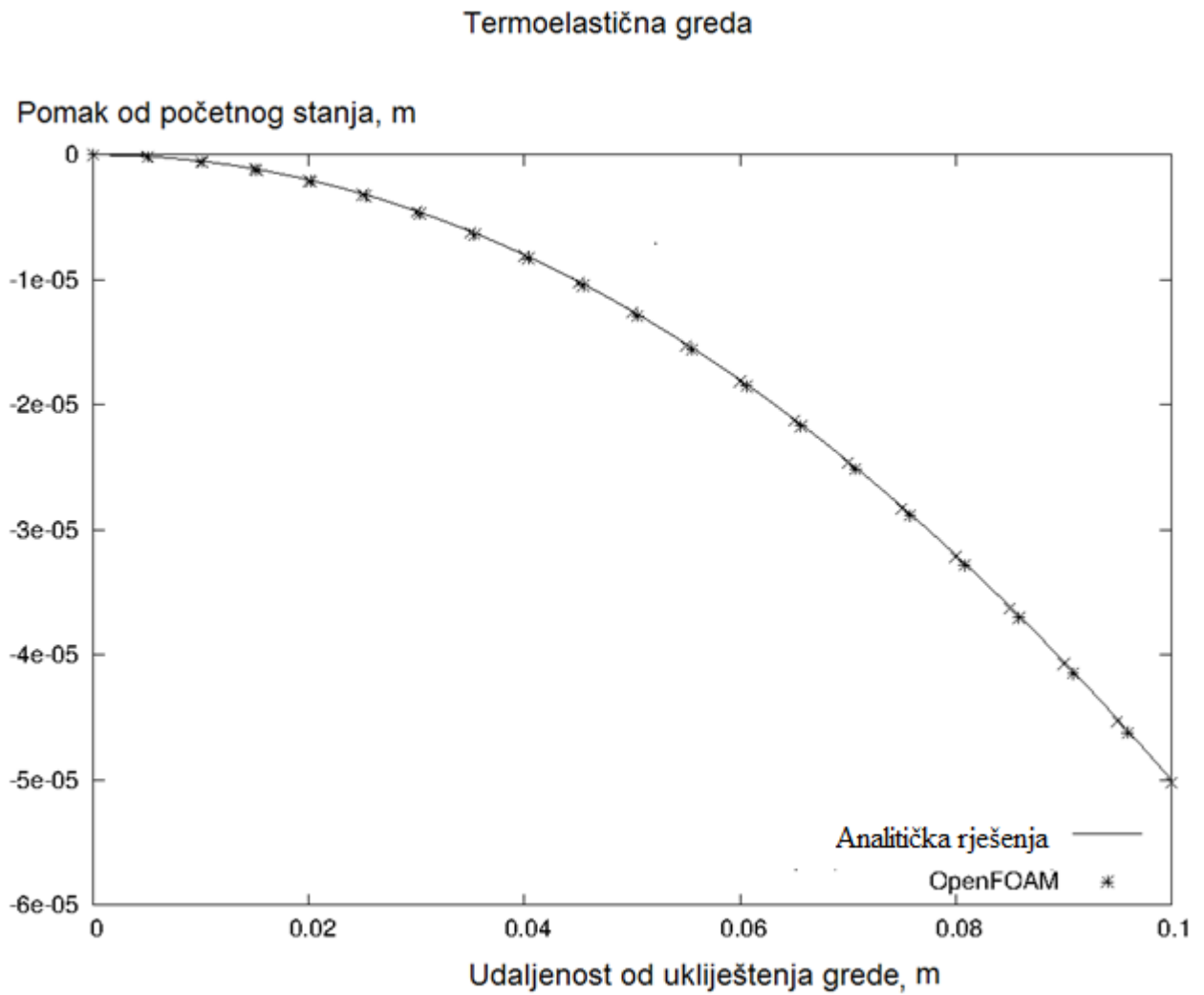
Nagib  $\theta_B$  i pomak  $\Delta_B$  slobodnog kraja zagrijavane grede:

$$\theta_B = \frac{\alpha(T_2 - T_1)L}{d}$$

$$\Delta_B = \frac{\alpha(T_2 - T_1)L^2}{2d}$$

Jednadžba pomoću koje su dobivena analitička rješenja pomaka grede od uklještenja do slobodnog kraja grede:

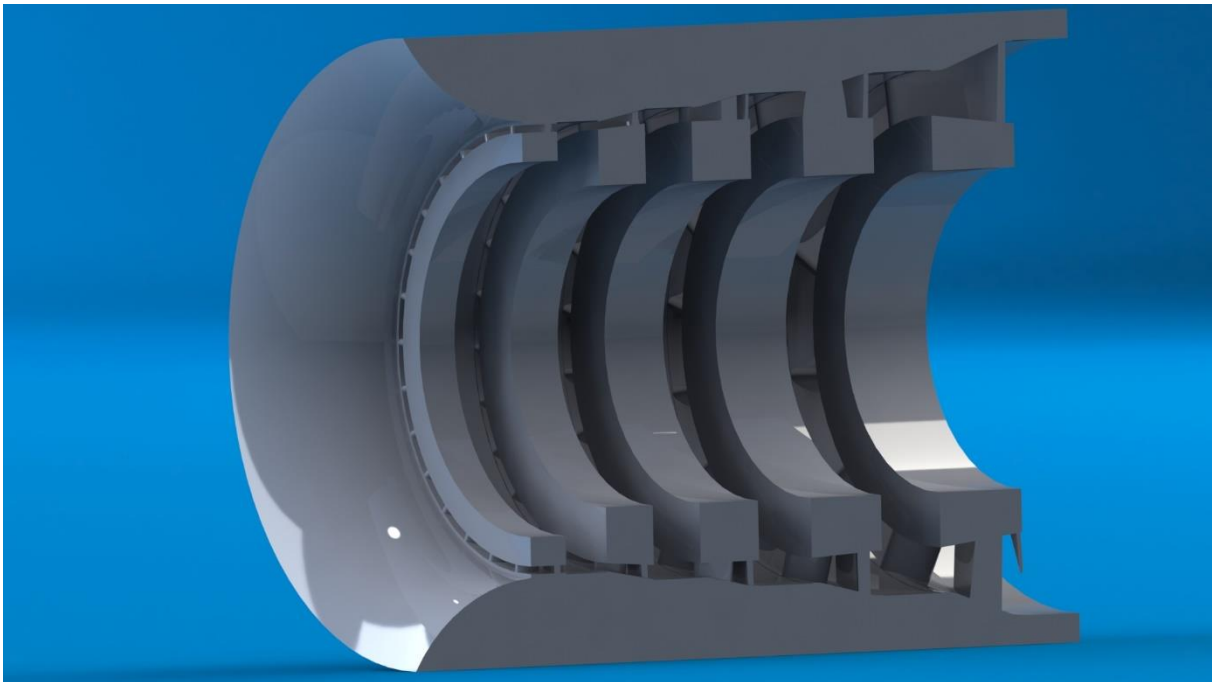
$$y(x) = \frac{\alpha}{2d}(T_2 - T_1)L^2 - \frac{\alpha}{d}(T_2 - T_1)L(L - x) + \frac{\alpha}{2d}(T_2 - T_1)(L - x)^2$$



Slika 16. Usporedba analitičkih i numeričkih rješenja

## 5. PRORAČUN TOPLINSKIH NAPREZANJA

Toplinska naprezanja u statoru mikroturbine izazvana su prijenosom topline sa radnog fluida, toluena na stator turbine. Za model proračuna toplinskih naprezanja korišten je model koji računa provođenje topline i naprezanja u solidu. Prijenos topline sa radnog fluida na pojedine dijelove statora mikroturbine simuliran je koeficijentima prijenosa topline  $\alpha$ . Kako bi proračun bio moguć domena u našem slučaju stator mora biti diskretiziran mrežom kontrolnih volumena koja se jednostavno naziva mrežom.



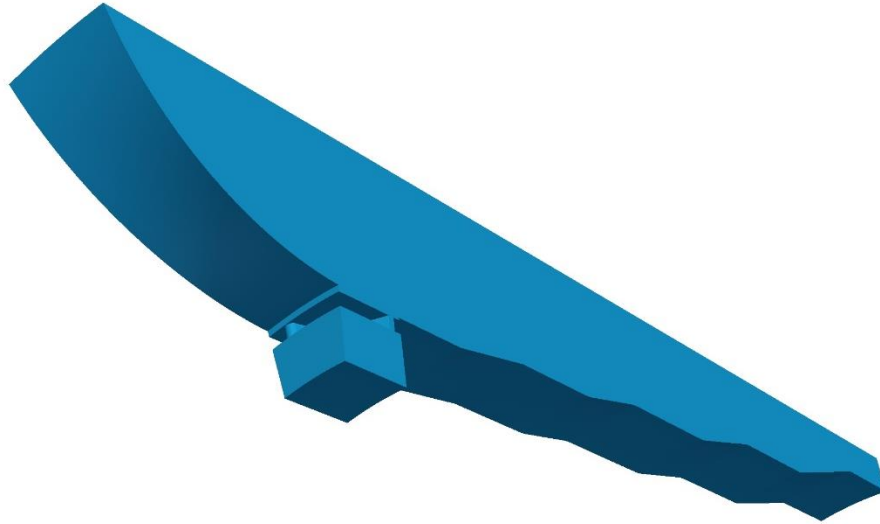
**Slika 17. Stator mikroturbine**

### 5.1. Priprema geometrije statora za numeričku analizu toplinskih naprezanja

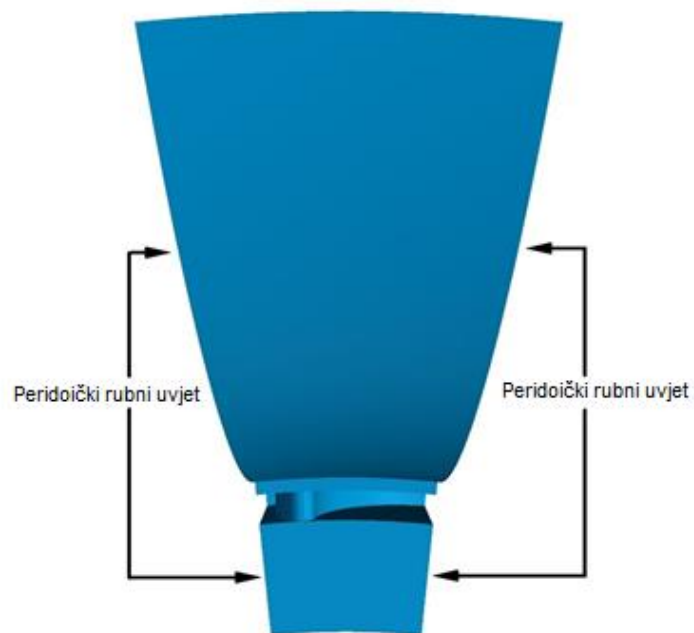
Površinski model, geometrija cijele turbine dobivena je u 3D CAD obliku. Kako se u ovome radu obrađuju toplinska naprezanja u kućištu turbine odnosno u statoru prvi zadatak je bio izdvojiti geometriju statora od ostatka turbine. Kako bi smanjili kompleksnost i veličinu mreže sa geometrije statora uklonjeni su stupnjevi statora od 2 do 5. Uklonjene lopatice ostalih stupnjeva statora će biti simulirane promjenom izračunatih koeficijenata prijelaza topline na površinama gdje su te lopatice u dodiru s vanjskim prstenom, dijelom statora. Lopatice i unutarnji prsten prvog stupnja statora ostavljene su kakvima jesu jer je stator uklješten upravo na unutrašnjem prstenu prvog stupnja statora. Tako su ostali privod fluida, prvi stupanj statora i cijeli vanjski dio statora. Kako su na prvom stupnju statora po obodu razmještene 30 lopatica odlučeno je primijeniti periodični model. Na taj način da smo stator



izrezali kako bi dobili isječak koji sadrži jednu lopaticu prvog stupnja. Kut isječka je točno od 12 stupnjeva jer u prvom stupnju ima upravo 30 lopatica ( $\frac{360^\circ}{30} = 12^\circ$ ). Što nam daje točno geometriju za jednu cijelu lopaticu.



**Slika 18. Konačna geometrija na prema kojoj će se izraditi mreža**



**Slika 19. Rotacijski periodički rubni uvjet**

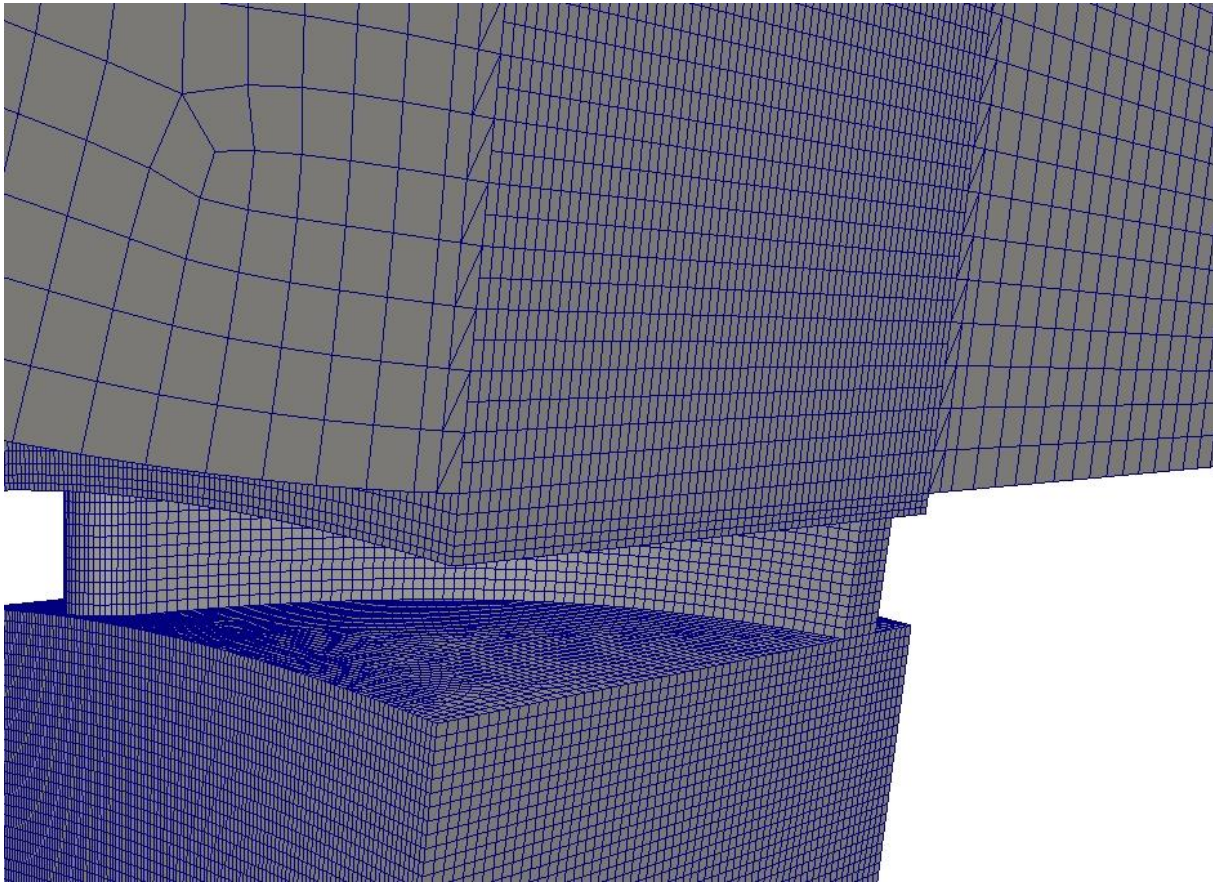


**Slika 20. Mjesta uklještenja statora**

Odvajanjem statora od ostatka turbine, njegovo rezanje i ostale promjene napravljane su u SolidWoksu, a neke korekcije geometrije radi lakše izrade mreže u Gambitu. Za ovaj rad napravljena je strukturirana heksaedarska mreža generirana u Gambitu.

## 5.2. Generiranje mreže

U ovom radu napravljena je blok strukturirana heksaedarska mreža. Model, geometrija korištena za izradu mreže vidljiva je na slici 16. Za bolju kvalitetu i lakšu upravljivost gustoće mreže na različitim dijelovima statora odabrana je blok-strategija izrade mreže. Što je veći broj blokova, moguća je bolja kontrola mreže. Moguća je kontrola gustoće mreže po blokovima. Na blokovima koji definiraju prvi stupanj statora i koji sadrži lopaticu generirana je gušća mreža nego na ostalim dijelovima statora zbog sumnje da će se tamo biti najveća naprezanja i zato što je najtanji dio statora upravo lopatica. Razlika u gustoći mreže po blokovima vidi se na slici 19. Mreža se sastoji od 1.300000 kontrolnih volumena



Slika 21. Mreža

### 5.3. Fizikalna svojstva materijala statora

Tablica 3. Fizikalna svojstva materijala od kojega je izrađen stator (Aluminij)

| Svojstvo                                   | Oznaka    | Iznos               | Mjerna jedinica |
|--|-----------|---------------------|-----------------|
| Gustoća                                    | $\rho$    | 2400                | $kg/m^3$        |
| Specifični toplinski kapacitet             | $c$       | 897                 | $J/kgK$         |
| Tolinska vodljivost                        | $\lambda$ | 237                 | $W/mK$          |
| Youngov modul elastičnosti                 | $E$       | $69 \times 10^9$    | $Pa$            |
| Poissonov koeficijent                      | $\nu$     | 0,32                | -               |
| Linearni koeficijent temperaturnog širenja | $\alpha$  | $21 \times 10^{-6}$ | $K^{-1}$        |

#### 5.4. Rubni uvjeti

Prijenos topline sa radnog fluida (toluena) na stator simuliran je zadavanjem temperature radnog fluida i koefcijenta prijelaza topline koji bi trebali simulirati jačinu prijelaza topline sa fluida na stator.

Na taj način dobivena je toplinu koja ulazi u domenu, mrežu statora koja se zatim unutar statora prenosi provođenjem. Zbog nejednolikog zagrijavanja cijelog statora, neuniformiranog temperaturnog polja dijelovi tijela statora u određenim trenucima imaju različite temperature. Porastom temperature tijelo statora se širi, a zbog različite temperatura dolazi do različite količine širenja te se javljaju toplinska naprezanja i deformacije.

**Tablica 4. Temperature radnog fluida po stupnjevima statora ujedno i temperature rubnih uvjeta**

| Dijelovi turbine | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | Temp.    |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| Sator            | 574 | 552 | 543 | 534 | 527 | <i>K</i> |
| Rotor            | 574 | 552 | 543 | 534 | 527 | <i>K</i> |

Za potrebe simulacije na granice domene postavljene su sljedeće temperature radnog fluida:

- a) Prostor privoda radnog fluida
  - Temperatura 574K
- b) Lopatica prvog stupnja
  - Temperatura 574K
- c) Cilindrične stjenke međulopatičnog kanala prvog stupnja
  - Temperatura 574K
- d) Prstenasti zazori između statora i rotora
  - Temperature su zadane po stupnjevima rotora po tablici 4.
- e) Cilindrične stjenke koje simuliraju prijelaz na mjestima uklonjenih statorskih lopatica
  - Temperature su zadane po stupnjevima statora po tablici 4.

Na površinama gdje je stator uklješten, vidljive na slici 18. stavljen je rubni uvjet koji onemogućuje pomake u smjeru osi x.

Na bočnim stranama postavljen je periodični rubni uvjet, rotacijski periodični rubni uvjet. Može se vidjeti na slici 17.

## 5.5. Proračun koeficijenta prijelaza topline $\alpha$

Koeficijente prijelaza topline proračunati su prema poznatim eksperimentalnim korelacijama. U [11] dani su postupci i odnosi Nuesltovg broja  $Nu$  i Reinoldsovog broja  $Re$  preko kojih se dobivaju koeficijenti prijelaza topline  $\alpha$  za različite dijelove turbine. Za proračun još su bili potrebni podaci o geometriji statora koja je poznata iz 3D CAD modela i svojstva toluena pri različitim temperaturama odnosno po stupnjevima turbine.

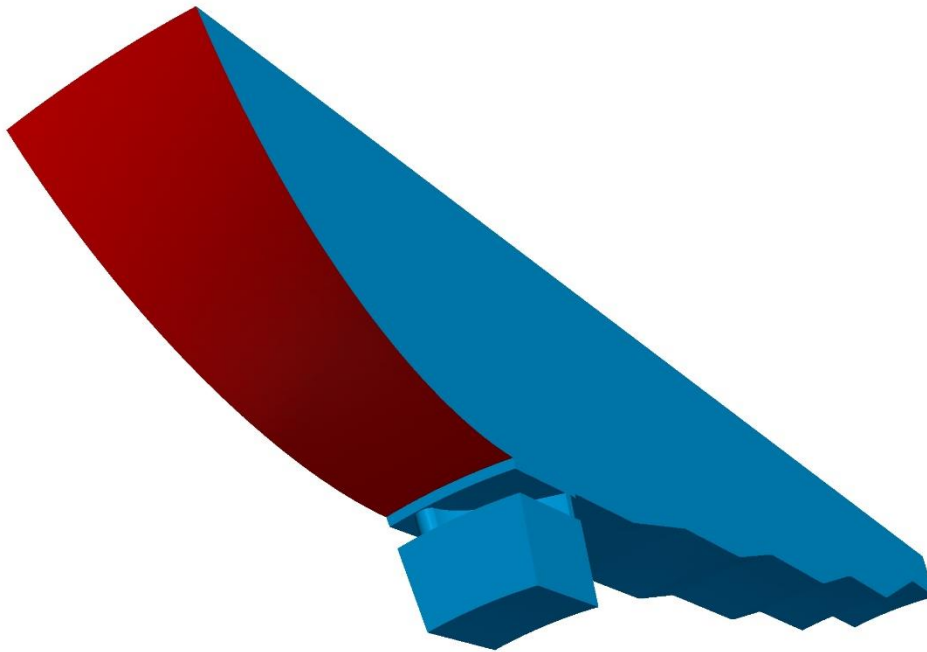
U [11] prikazane su zavisnosti i korelacije iz literature za određivanje prijelaza topline na pojedinim dijelovima toplinskih turbostrojeva dobivenih na pojedinim dijelovima toplinskih turbostrojevima dobivenih na temelju eksperimentalnih istraživanja. Na temelju tih korelacija predložene su originalne korelacije za proračun koeficijenta prijelaza topline  $\alpha$  za pojedine dijelove turbostrojeva.

U ovome radu korištene su originalne korelacije iz [11] za proračun koeficijenta prijelaza topline. Korelacije su tipa  $\overline{Nu} = cRe^n$  za određivanje srednjih koeficijenta prijelaza topline  $\alpha$  po pojedinim dijelovima toplinskih turbostrojeva.

Na temelju poznatih podataka o procesu, poznate geometrije i korelacija za proračun koeficijenta prijelaza topline prema [11] proračunati su koeficijenti prijelaza topline  $\alpha$  za potrebne dijelove turbine.

Korelacije koje su korištene u ovome radu su: Prijelaz topline u prostoru privoda, prijelaz topline na profilima lopatica, prijelaz topline na cilindričnim stjenkama međulopatičnog kanala, prijelaz topline u prstenastim zazorima između statora i rotora.

- **Prijelaz topline u prostoru privoda**



**Slika 22. Prijelaz topline u prostoru privoda**

Prijelaz topline konvekcijom sa radnog fluida na stator u prostoru privoda simuliran je određenom vrijednosti koeficijenta prijelaza topline koja je proračunata pomoću postupka iz [11]. Na slici 22. crvenom bojom obojana je površina privoda na koju se toplina sa radnog fluida predaje na stator.

Sa dobivenim podacima o strujanju fluida i sa dimenzijama geometrije statora izračunati je Reynoldsov broj i sa svojstvima radnog fluida izračunat je Prandtlov broj  $Pr$ . Te sa Reynoldsovim i Prandtlovim brojem iz korelacije dobio sam Nusseltov broj s kojim sam izračunao koeficijent prijelaza topline. Ovaj koeficijent prijelaza topline korišten je za simulaciju prijelaza topline u prostoru privoda.

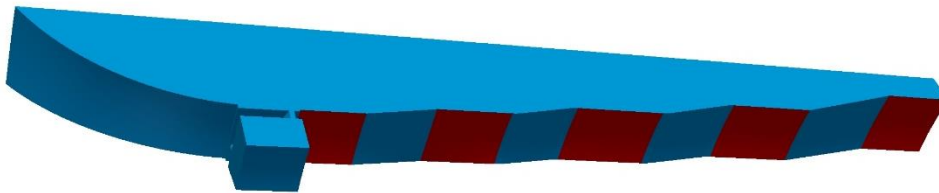
$$Nu = 0.021Re^{0.8}Pr^{0.43}$$

$$Re = \frac{\rho v D_h}{\mu} = \frac{v D_h}{\gamma}$$

$$Pr = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{c_p \mu}{k}$$

- **Prijelaz topline u prstenastim zazorima između statora i rotora**

Pojedini dijelovi statora i rotora parnih i plinskih turbina opstrujavani su tokom, koji struji kroz prstenasti zazor između odgovarajućih elemenata rotora i statora, pri čemu je osobitost takovih prstenastih zazora, da od dva koaksijalna cilindra, koji čine zazor, unutarnji cilindar rotira, dok je vanjski nepomičan. Strujanje fluida u prstenastom kanalu takovoga tipa ima složeni karakter, pošto se odvija u polju aktivnog djelovanja masnih inercijalnih sila. Nastaje strujanje s makorvrtlozima. Vrtlozi se javljaju regulirano, prstenastog su oblika i simetrični su s obzirom na os cilindrično razmješteni na fiksnom rastojanju jedan od drugoga. Prvi ih je primijetio Taylor. Na slici 23. crvenom bojom obojana se su površine na kojima toplina prijelazi prstenastim zazorom između statora i rotora.



**Slika 23. Prijelaz topline prstenastim zazorima između statora i rotora**

Sa dobivenim podacima o strujanju fluida i sa dimenzijama geometrije statora izračunat je Reynoldsov broj, te sa Reynoldsovim brojem izračunat je Taylorov broj  $Ta$ . S Taylorovim brojem iz korelacije dobiven je Nusseltov broj s kojim je izračunat koeficijent prijelaza topline. Ovaj koeficijent prijelaza topline korišten je za simulaciju prijelaza topline u prstenastim zazorima između statora i rotora.

$$Nu = 0.0317Ta^{0.1868}$$

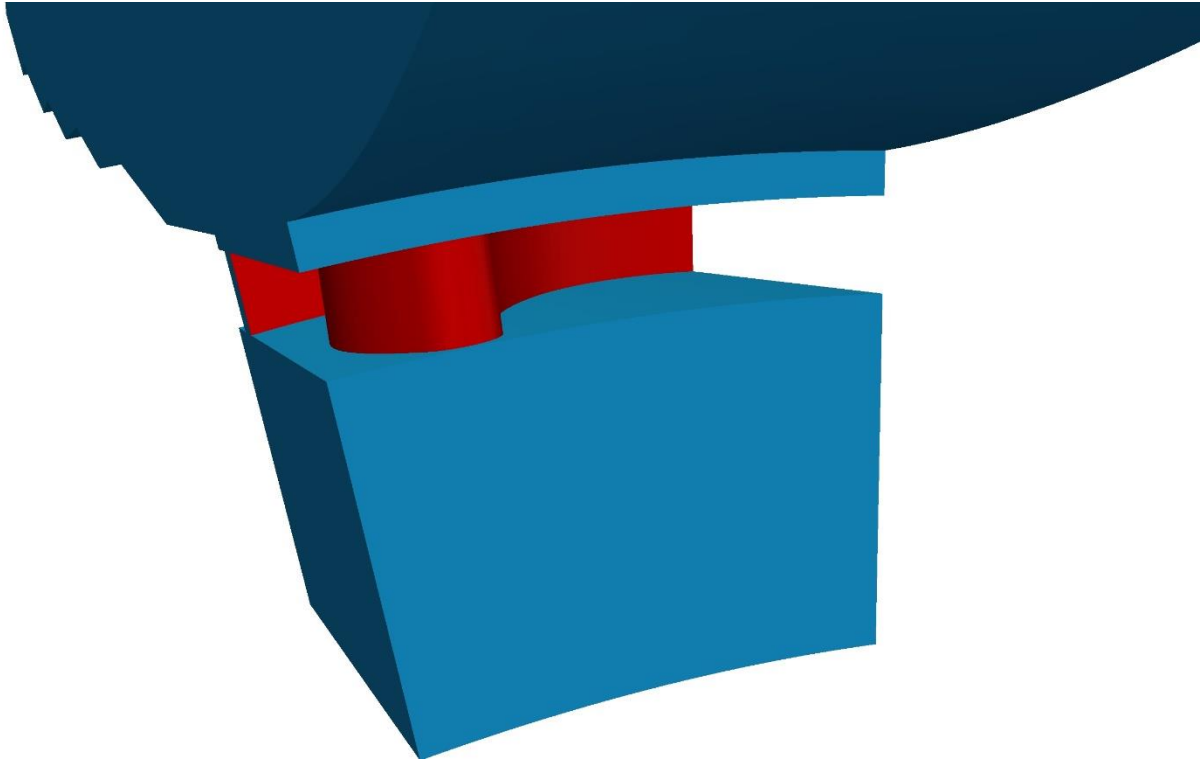
$$Ta = \frac{\omega r_1^{0.5} b^{1.5}}{\nu} = \frac{1}{2} Re_\varphi \sqrt{\frac{r_2 - r_1}{r_1}}$$

$$Re_z = \frac{v_z 2b}{\nu} \text{ i } Re_\varphi = \frac{v_\varphi 2b}{\nu}$$

$$2b = 2(r_2 - r_1)$$

- **Prijelaz topline na profilima lopatica**

Prijelaz topline sa radnog fluida na stator preko površine profila lopatica koja je obojana u crveno vidljiv je na slici 24.



**Slika 24. Prijelaz topline na profilima lopatica**

Sa dobivenim podacima o strujanju fluida i sa dimenzijama geometrije statora izračunat je Reynoldsov broj. Te sa Reynoldsovim brojem iz korelacije dobiven je Nusseltov broj s kojim je izračunat koeficijent prijelaza topline. Ovaj koeficijent prijelaza topline korišten je za simulaciju prijelaza topline sa radnog fluida na lopatice statora.

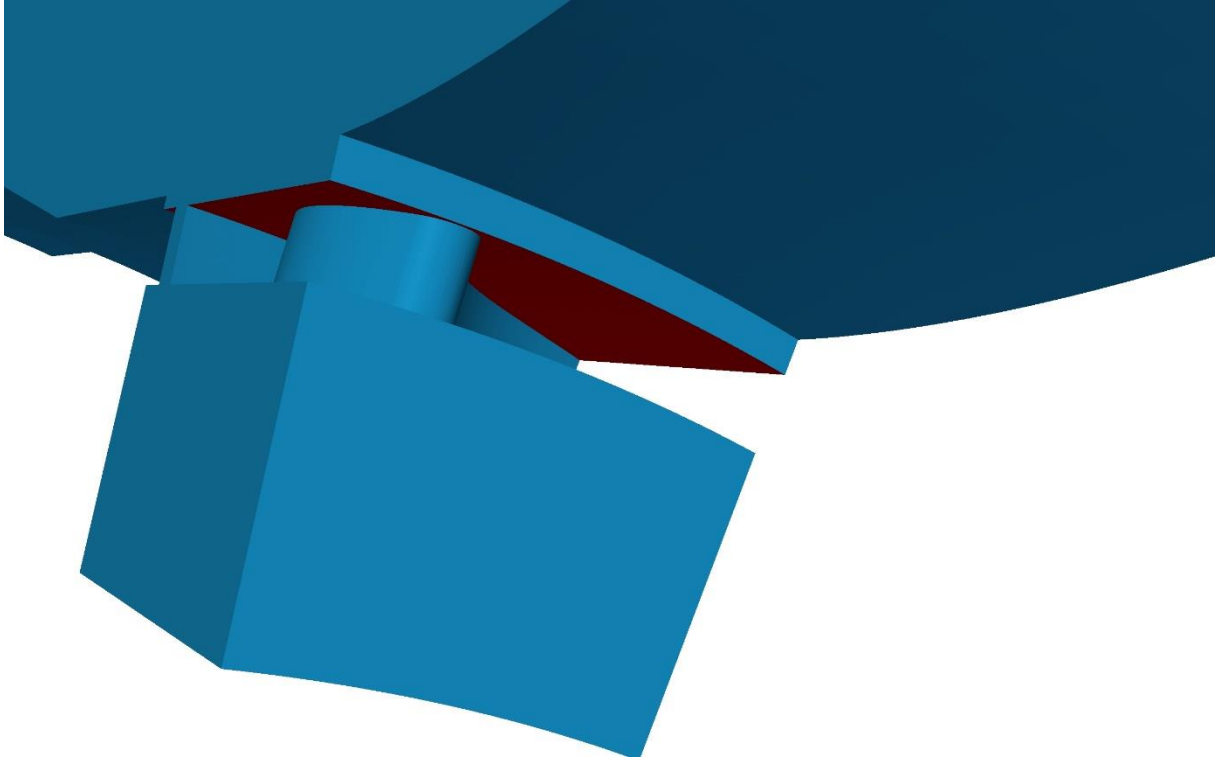
$$Nu = 0.098Re^{0.6921}$$

$$Re = \frac{w_1 b_0}{\nu} = \frac{\rho w_1 b_0}{\mu}$$



- **Prijelaz topline na cilindričnim stjenkama međulopatičnog kanala**

Prijelaz topline sa radnog fluida na stator preko cilindrične površine međulopatičnog kanala koja je obojana u crveno vidljiv je na slici 25.



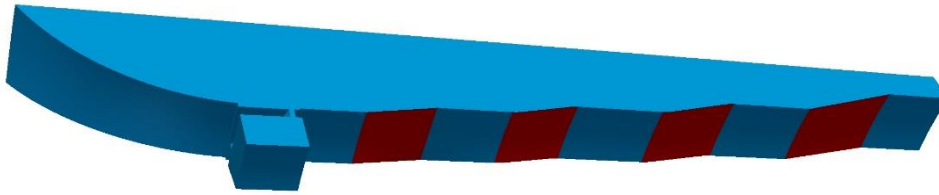
**Slika 25. Prijelaz topline na cilindričnim stjenama međulopatičnog kanala**

Sa dobivenim podacima o strujanju fluida i sa dimenzijama geometrije statora izračunat je Reynoldsov broj. Te sa Reynoldsovim brojem iz korelacije dobiven je Nusseltov broj s kojim je izračunat koeficijent prijelaza topline. Ovaj koeficijent prijelaza topline korišten je za simulaciju prijelaza topline sa radnog fluida na cilindrične stjenke međulopatičnog kanala.

$$Nu = 0.0837Re^{0.7494}$$

$$Re = \frac{w_1 b_0}{\nu} = \frac{\rho w_1 b_0}{\mu}$$

- Prijelaz topline na stupnjevima statora od drugog do petog stupnja



**Slika 26. Prijelaz topline na stupnjevima statora od drugog do petog stupnja**

Kako su lopatice uklonjene na svim stupnjevima statora osim prvog potrebno je simulirati prijenos topline sa radnog fluida u tijelo statora. Na tim stupnjevima gdje su uklonjene lopatice ostale su samo cilindrične površine  $A_s$ . Cilindrične površine  $A_s$  vidljive su na slici 24. obojane u crveno. Inače se ta površina sastoji od površine cilindričnog međulopatičnog kanala  $A_1$  i površine  $A_2$  kojom je lopatica u dodiru sa ostalim dijelom statora. Potrebno je izračunati koeficijent prijelaza topline temeljem metode ekvivalentnih površina koja će simulirati prijelaz topline na stator.

Toplina koja se sa radnog fluida konvekcijom prenosi na lopaticu statora:

$$Q_{lopatice} = \alpha_1 A_1 \Delta T$$

Toplina koja sa radnog fluida konvekcijom prenosi na cilindričnu stjenku međulopatičnog kanala:

$$Q_{cilindrične\ stjenke} = \alpha_2 A_2 \Delta T$$

Ukupna toplina koja se prijenosi na stator provođenjem kroz lopaticu i konvekcijom na cilindričnu stjenku:

$$Q_s = \alpha_s A_s \Delta T$$

$$Q_{lopatice} + Q_{cilindrične\ stjenke} = Q_s$$

$$\alpha_1 A_1 \Delta T + \alpha_2 A_2 \Delta T = \alpha_s A_s \Delta T$$

$$\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 = \alpha_s A_s$$

Koeficijent prijelaza topline  $\alpha \left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$  koji simulira prijenos topline na stator pojedinog stupnja:

$$\alpha_s = \frac{\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2}{A_s}$$

**Tablica 5. Proračunati koeficijenti prijelaza topline  $\alpha$** 

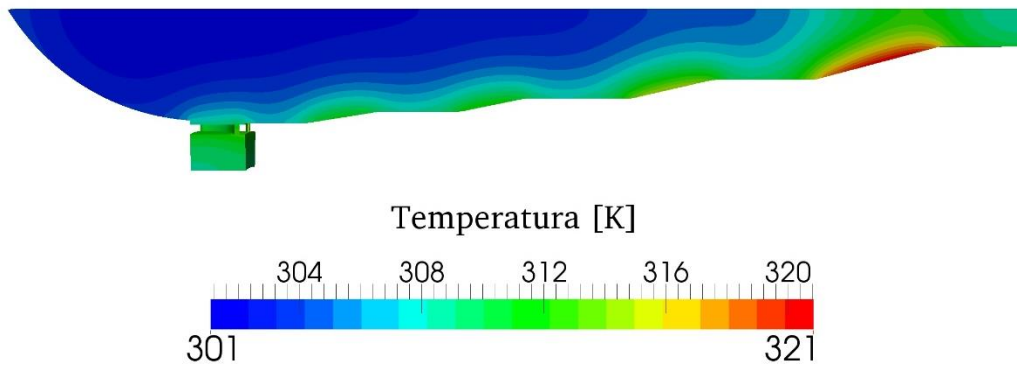
| Mjesto prijelaza topline sa radnog fluida na stator              |     | 1.   | 2.   | 3.   | 4.   | 5.   | Mjerna jedinica                  |
|--|-----|------|------|------|------|------|----------------------------------|
| Prijelaz topline u prostoru privoda                              | 180 |      |      |      |      |      | $\left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$ |
| Prijelaz topline u prstenastim zazorima između statora i rotora  |     | 434  | 665  | 641  | 621  | 601  | $\left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$ |
| Prijelaz topline na profilima lopatica                           |     | 750  | 782  | 781  | 774  | 791  | $\left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$ |
| Prijelaz topline na cilindričnim stjenkama međulopatičnog kanala |     | 1244 | 1202 | 1163 | 1125 | 1118 | $\left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$ |
| Prijelaz topline od drugog do petog stupnja statora              |     |      | 1372 | 1420 | 1788 | 2229 | $\left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$ |

## 6. Rezultati

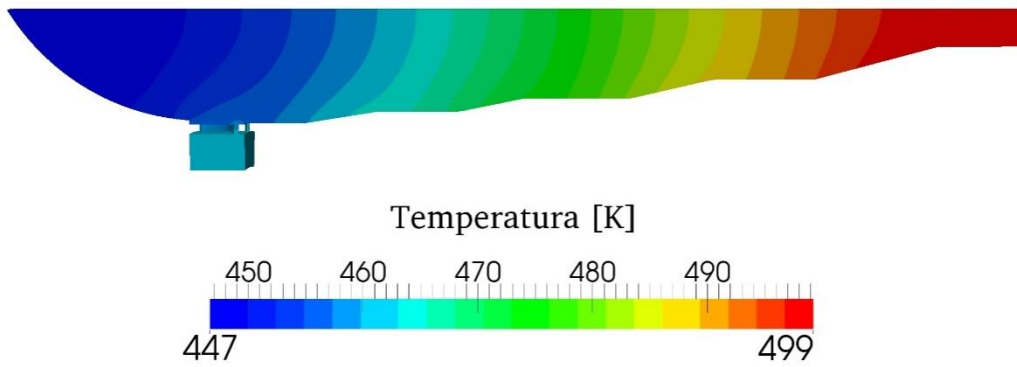
Rezultati numeričke analize nestacionarnih toplinskih naprezanja prikazani su slikama temperaturnih polja, ekvivalentnih naprezanja, ekvivalentnih deformacija i pomaka za neke karakteristične vremenske trenutke. Numerička analiza provedena je za 180 koraka, a svaki korak označava promjenu jedne sekunde. Tako da rezultate numeričke analize toplinskih naprezanja u statoru mikroturbine možemo dati u svakoj sekundi zagrijavanja koje je trajalo tri minute.

### 6.1. Temperaturno polje

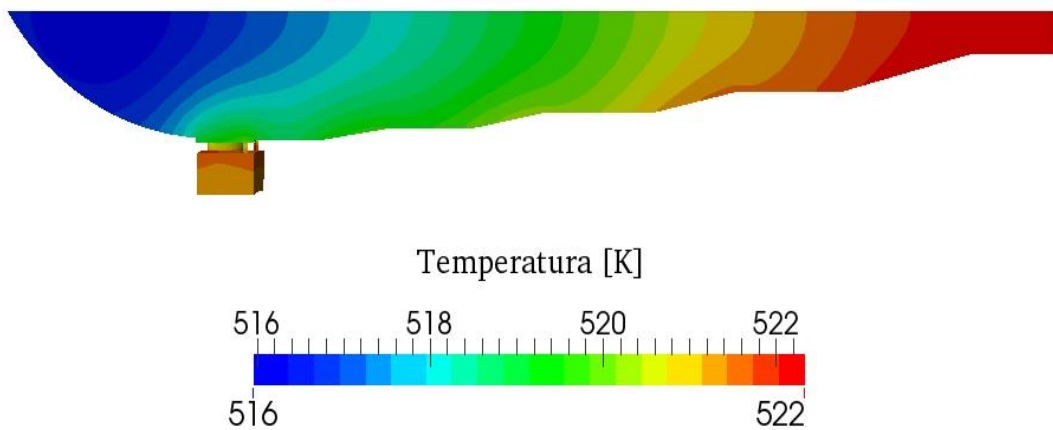
Temperaturno polje statora mikroturbine dano je u nekoliko karakterističnih vremenski trenutaka. Na slici 25. vidljivo je polje temperature nakon 10 sekundi zagrijavanja. Na toj slici zorno se može uočiti područja gdje su koeficijenti prijelaza topline veći. Na tim dijelovima doći će do bržeg zagrijavanja tijela statora u odnosu na ostale dijelove. Na slici 26. temperaturnog polja odnosno nakon jedne minute zagrijavanja vidljivo je da se kod većih stupnjeva statora turbine tijelo brže zagrijalo. To je posljedica upravo razlike u koeficijentima prijelaza topline, ali i površine na koju se predaje toplina koja raste porastom broja stupnja turbine. Na slici 27. nakon dvije minute zagrijavanja temperature u tijelu statora kod petog stupnja došle su blizu temperatura fluida na tim stupnjevima što znaci da su skoro dosegle maksimalnu temperaturu. Dok na nižim stupnjevima je razlika u temperaturi između radnog fluida i tijela statora još uvijek velika. Na slici 28. vidljivo je s obzirom na prethodne kako se maksimalna temperatura u tijelu statora sa petog stupnja turbine prebacila na prvi stupanj turbine što je i logično budući da radni medij ima najveću temperaturu na prvom stupnju turbine, a najmanju na zadnjem. To nam govori da je temperatura tijela statora došla do ili blizu radnih temperatura te da je statora turbine progrijan.



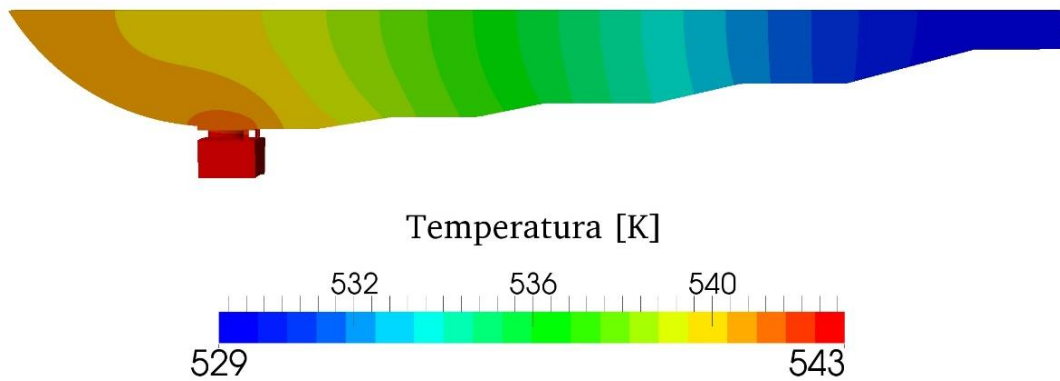
**Slika 27. Temperaturno polje nakon 10 sekundi zagrijavanja statora**



**Slika 28. Temperaturno polje nakon minute zagrijavanja**



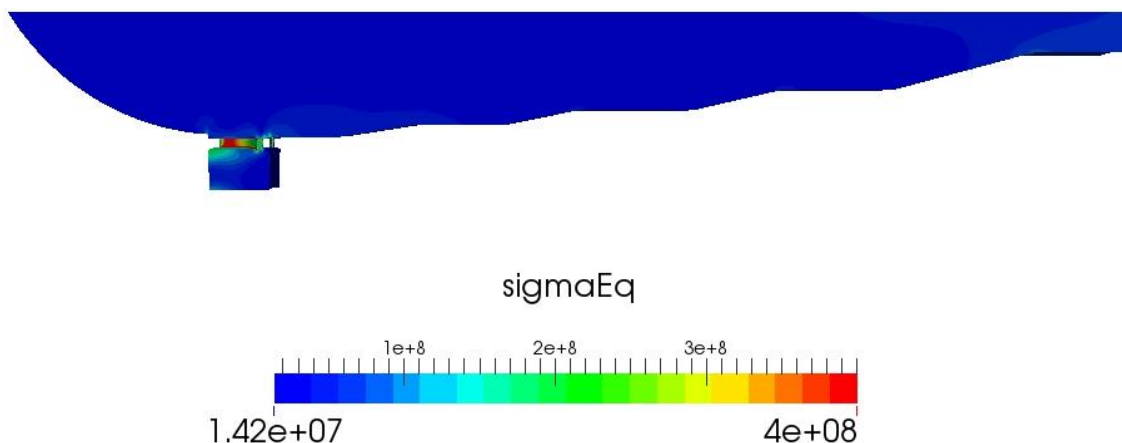
**Slika 29. Temperaturno polje nakon dvije minute zagrijavanja**



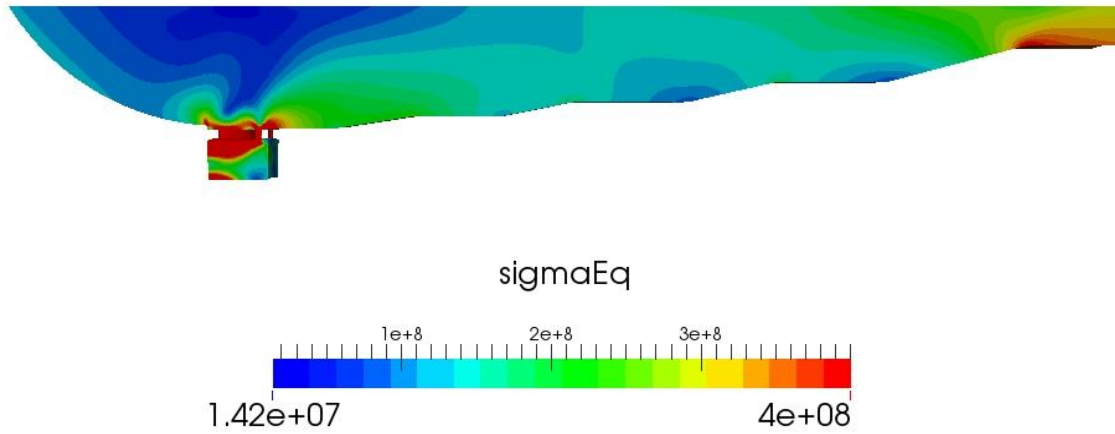
**Slika 30. Temperaturno polje nakon tri minute zagrijavanja**

## 6.2. Ekvivalentna naprezanja

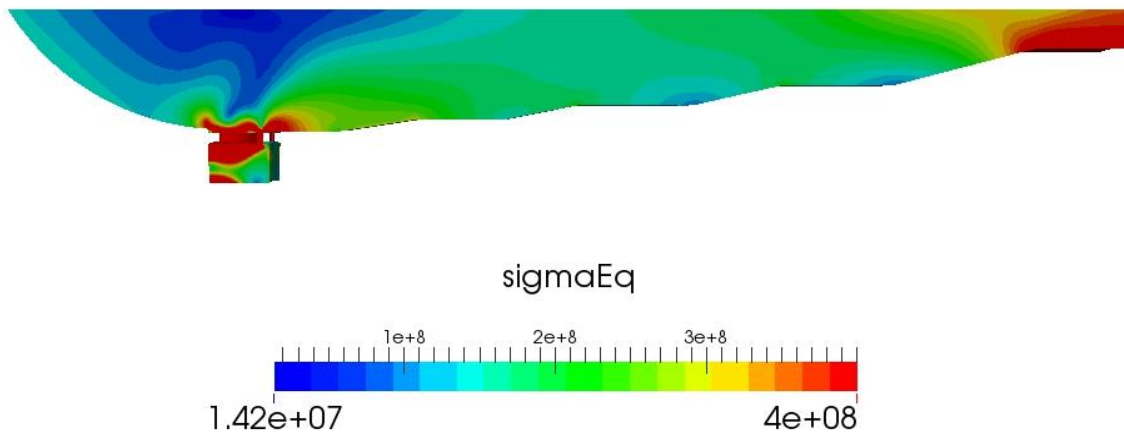
Ekvivalentna naprezanja  $\sigma_{eq}$  u statoru mikroturbine dana su u četiri slike, 10 sekundi zagrijavanja, minutu, dvije i tri minute nakon početka zagrijavanja. Na slici 29. vidljivo je da već nakon 10 sekundi dolazi do javljanja naprezanja na prvom stupnju statora, a to je i mjesto gdje je stator uklješten. Kako vrijeme odmiče temperatura tijela statora se povećava te dolazi do porasta naprezanja. Kako je tijelo statora sprječeno u širenju na mjestima uklještenja tamo će doći do najvećih naprezanja kako se i vidi na slici 32, najveća naprezanja javljaju se upravo na mjestima uklještenja. Lokalno na mjestima najvećeg naprezanja u tijelu statora dolazi do prijelaza granice razvlačenja odnosno prelazi se iz elastičnog u plastično područje.



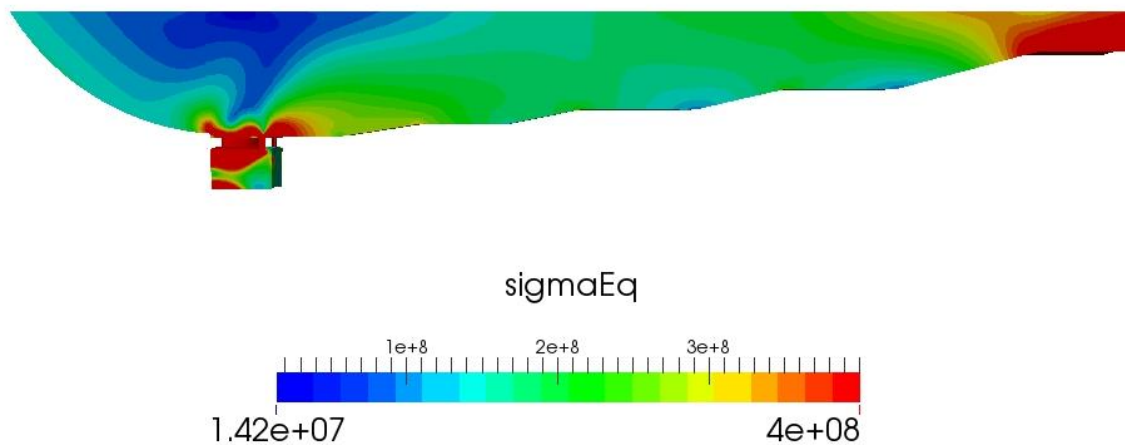
**Slika 31. Ekvivalentna naprezanja nakon 10 sekundi zagrijavanja**



**Slika 32. Ekvivalentno naprezanje nakon jedne minute zagrijavanja**



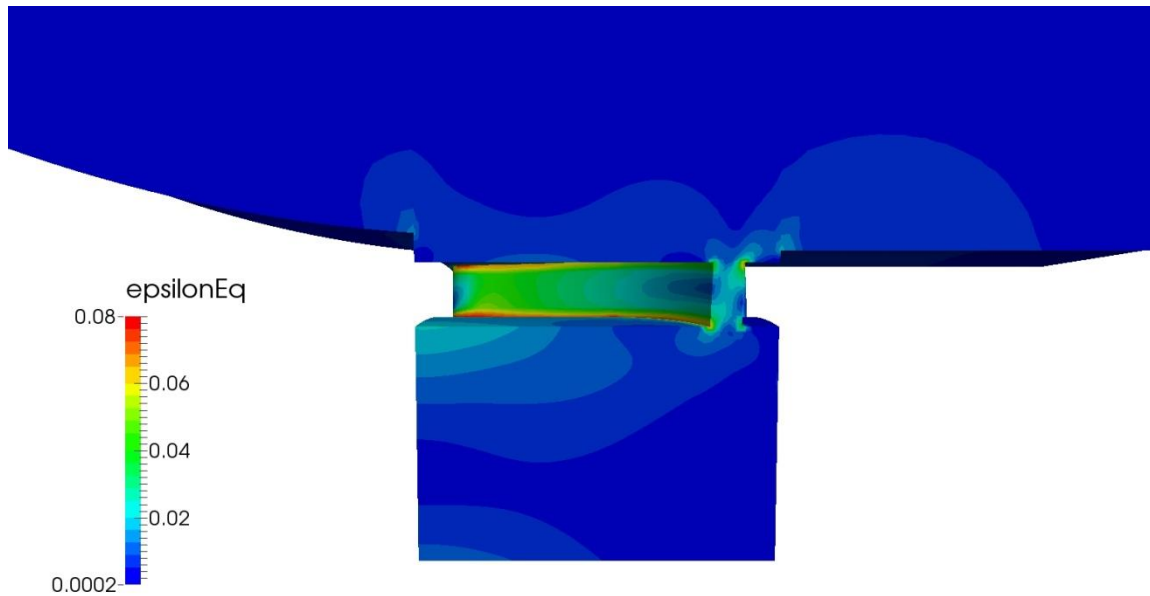
**Slika 33. Ekvivalentno naprezanje nakon dvije minute zagrijavanja**



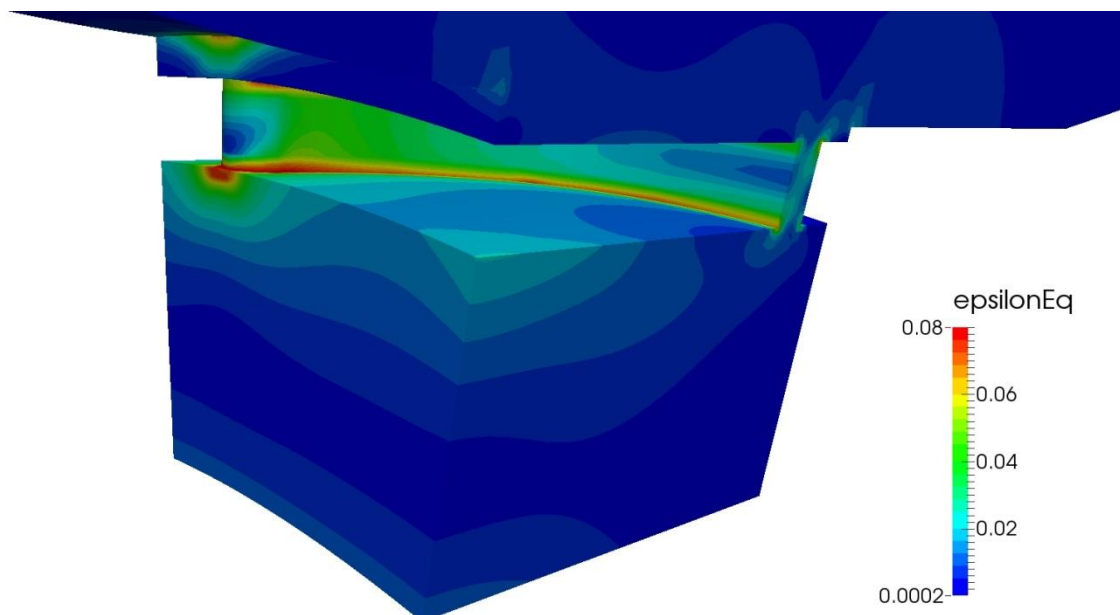
**Slika 34. Ekvivalentno naprezanje nakon tri minute zagrijavanja**

### 6.3. Ekvivalentne deformacije

Ekvivalentne deformacije  $\varepsilon_{eq}$  tijela statora u statoru mikroturbine dane su na slici koje prikazuju deformacije u području lopatice prvoga stupnja nakon tri minute zagrijavanja statora.

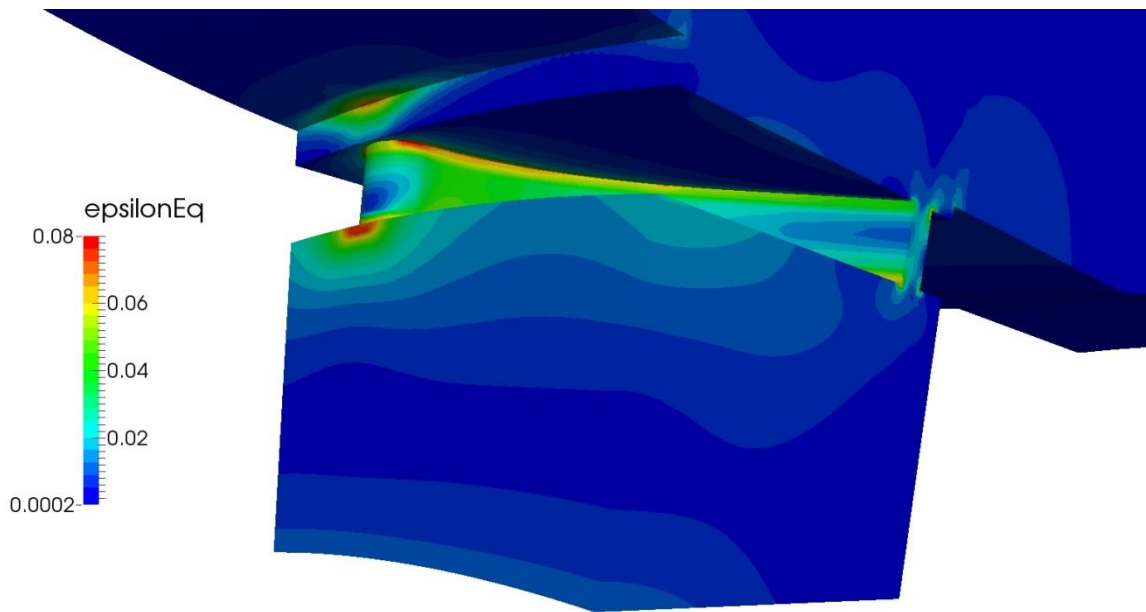


Slika 35. Ekvivalentne deformacije nakon tri minute zagrijavanja bočni pogled na prvi stupanj statora



Slika 36. Ekvivalentne deformacije nakon tri minute zagrijavanja pogled na lopaticu i unutarnji prsten



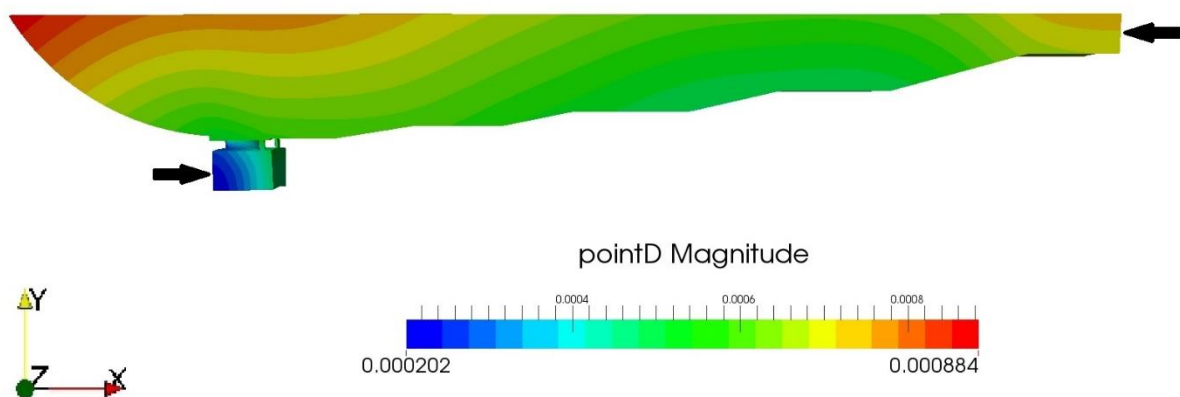


**Slika 37. Ekvivalentne deformacije nakon tri minute zagrijavanja pogled na lopaticu i vanjski dio statora**

#### 6.4. Pomaci

Pomaci tijela statora uslijed zagrijavanja vidljivi su na slikama 38. i 39. Do pomaka tijela statora u odnosu na početnu poziciju došlo je zbog povećanja temperature te napreznja i deformacija u tijelu statora.

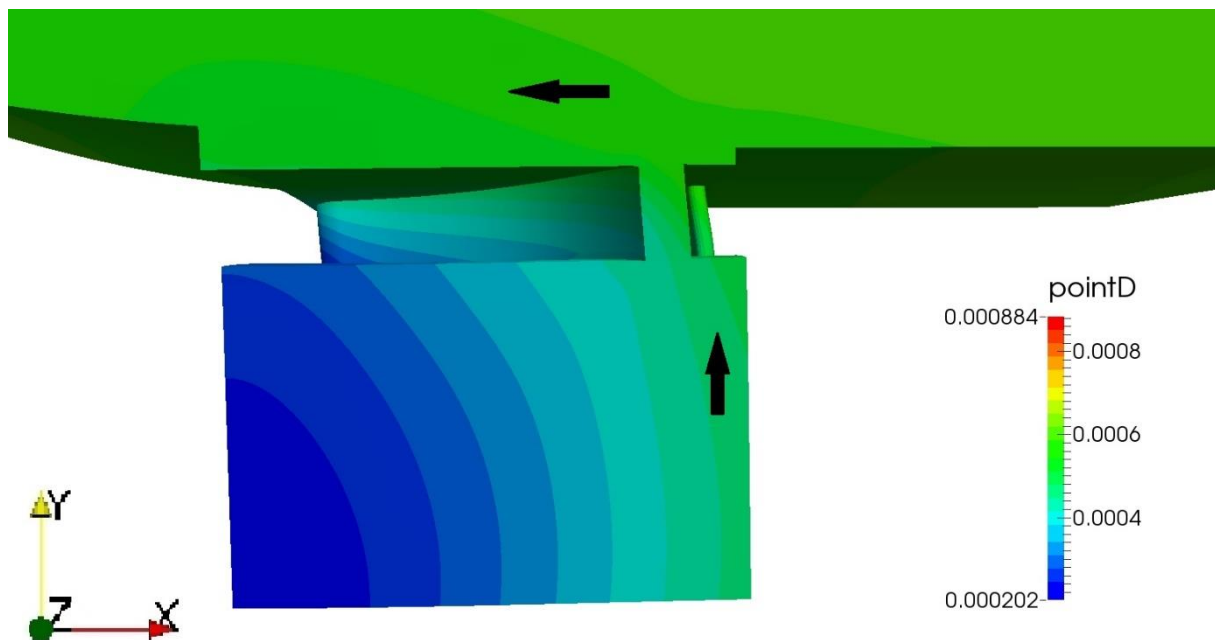
Na slici 38. vidljive su raspodjele pomaka u tijelu statora. Strelice na slici 38. označavaju mjesta ukliještena što znači da na tim mjestima nema pomaka u aksijalnom smjer. Kako je na tim mjestima onemogućeno pomicanje duž x osi svi pomaci s obzirom na x os odvijat će u lijevo iznad lijevog ukliještenja odnosno prema privodu jer je taj dio statora slobodan i ništa ne sprječava pomake u tom smjer.



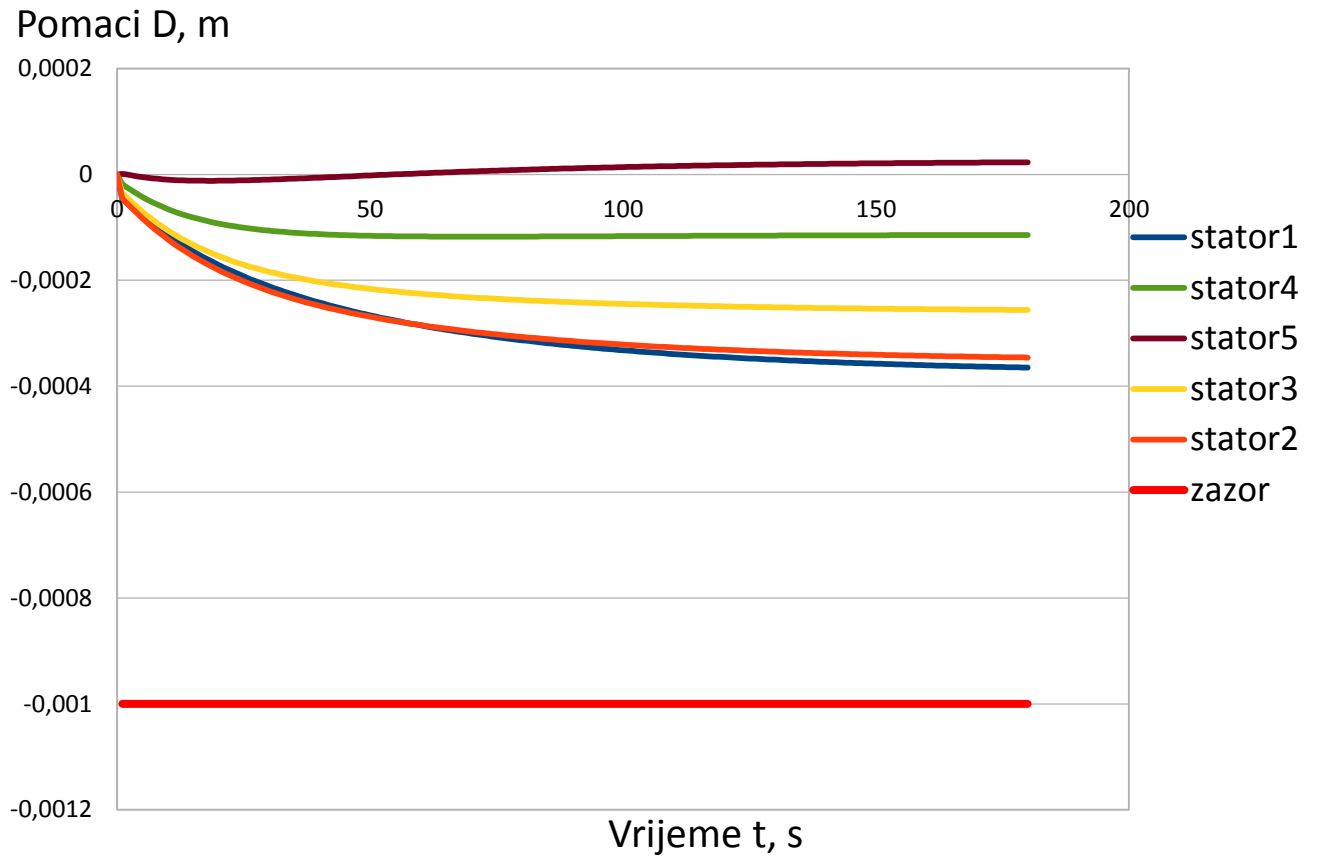
**Slika 38. Pomaci na statoru**

Na slici 39. vidljivo je područje prvog stupnja statora. Plavo područje na slici je područje najmanjih pomaka. Strelicama na slici nastoji se ukazati na smjer pomaka tijela statora u području lopatica statora prvoga stupnja. Uklještenje onemogućuje pomicanje tijela statora unutrašnjeg prstena u lijevo odnosno u negativnom smjeru osi x. Međutim dolazi do pomaka u pozitivnom smjeru osi y unutrašnjeg prstena i lopatice. Dok se tijelo statora iznad lopatice slobodno pomiče u lijevo odnosno u negativnom smjeru osi x. Iz ove slike je vidljivo da je tendencija pomaka lopatice i tijela statora oko lopatice statorskih stupnjeva u lijevo ili u negativnom smjeru osi x. Kako se pomicanja odvija u tom smjeru kod prvog stupnja nema opasnosti od dodira statora i rotora. Međutim kod ostalih stupnjeva postoji opasnost da će pomakom lopatice i tijela statora oko lopatice doći do kontakta statora i rotora.

Graf na slici 40. prikazuje pomake cilindričnih površina na kojima su lopatice vezane na vanjski dio statora u vremenu zagrijavanje od tri minute. Uslijed zagrijavanja te površine pomiču se u lijevo odnosno u negativnom smjeru osi x. Ovi pomaci morali bi biti manji od zazora između rotora i statora kako ne bi došlo do njihovog kontakta. Projektirani zazor je 1 mm i kako se vidi iz grafa na slici 40. niti jedna površina nema pomak koji premašuje veličinu zazora. Što znači da neće doći do kontakta statora i rotora uslijed pomaka tijela statora zagrijavanjem.



**Slika 39. Pomaci na području prvog stupnja statora**



Slika 40. Pomaci površina na mjestima gdje se nalaze lopatice statora

## 7. Zaključak

U ovome radu izvršena je numerička analiza toplinskih naprezanja u kućištu mikroturbine tijekom puštanja u rad. Izmjena topline između radnog fluida i kućišta opisana je primjenom poznatih eksperimentalnih korelacija. Temperatura radnog fluida od početka do kraja simulacije zadana je kao temperatura koja će se ustaliti pri nazivnom radu turbine.

Rezultati numeričke analize dani slikama temperaturnog polja, ekvivalentnih naprezanja, ekvivalentnih deformacija i pomaka u karakterističnim vremenskim intervalima prikazuju ponašanje tijela statora tijekom njegova zagrijavanja. Kako je i vidljivo iz slika temperaturno polje tijela statora tijekom zagrijavanje nije uniformirano. Zbog neuniformnog temperaturnog polja u tijelu statora dolazi do njegovog različitog širenja što za posljedicu ima pojavu toplinskih naprezanja i deformacija. Na mjestima uklještenja statora onemogućeno je slobodno širenje materijala te se zato na tim mjestima javljaju najveća naprezanja. Lokalno na mjestima najvećeg naprezanja u tijelu statora dolazi do prijelaza granice razvlačenja odnosno prelazi se iz elastičnog u plastično područje.

Kao posljedica porasta temperature, dolazi i do pomaka tijela statora u odnosu na početnu poziciju. Opasnost kod pomaka tijela statora pri zagrijavanju je ako su ti pomaci dovoljno veliki da premaše veličinu zazora između statora i rotora. Što bi onemogućilo vrtnju rotora odnosno normalni rad turbine. Kako se vidi iz rezultata pomaci su manji od zazora prema tome neće doći do kontakta rotora i statora.

## LITERATURA

- [1] Dixon S.L.: Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery, London, 2010
- [2] Guzović, Z.: Podloge iz predmeta Toplinske turbine, Zagreb, 1996.
- [3] Soares, C.: Microturbines, London, 2007.
- [4] Larjola J.: Electricity from industrial waste heat using high-speed organic Rankine cycle (ORC), Elsevier, 1994, Int. J. Production Economics 41 227-235
- [5] Vanslambrouck B, Vamkeirsvlick I, Gusev S, De Paepe M.: Turn waste heat into electricity by using an Organic Rankine Cycle, Spain, 2011.
- [6] Quoilin S.: Sustainable Energy Conversion Through the Use of Organic Rankine Cycles for Waste Heat Recovery and Solar Applications, Liège, Belgium, 2011.
- [7] Demirdžić I, Ivanković A, Noel O'Dowd.: Lecture notes for the course Computational Continuum Mechanics (CCM)
- [8] Nemeth M.P.: An In-Depth Tutorial on Constitutive Equations for Elastic Anisotropic Materials, Hamptn, Virginia, 2011
- [9] Barron R.F, Barron R B.: Design for thermal stresses, New Jersey, USA, 2012.
- [10] Tuković Ž, Ivanković A, Karač A.: Finite-volume stress analysis in multi-material linear elastic body, Int. J. Numer. Meth. Engng 2013; 93:400-419
- [11] Guzović Z.: Ocjena upotrebljivosti postojećih korelacija za određivanje prijelaza topline kod toplinskih turbostrojeva, Zagreb, 1998.