

# Turbopumpa vodovodnog sustava

---

**Grgurić, Ivan**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2015**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:957711>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-13**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Ivan Grgurić

Zagreb, 2015.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

*Mentori:*

prof. dr. sc. Zvonimir GUZOVIĆ  
prof. dr. sc. Željko TUKOVIĆ

*Student:*

Ivan GRGURIĆ

Zagreb, 2015.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem svom mentoru prof. dr.sc. Zvonimiru Guzoviću na pruženoj stručnoj pomoći, kao i na ustupljenom vremenu prilikom izrade ovog rada. Također, zahvaljujem se komentoru prof. dr. sc. Željku Tukoviću na savjetima i pomoći koju mi je pružio na području numeričkih metoda. Posebno se želim zahvaliti roditeljima Mirjani i Ivanu, sestrama Mariji i Mirni i djevojci Maji na strpljenju i podršci tokom cijelog studija. Naposljetku, hvala i svim kolegama koji su kroz brojne rasprave učinili ovaj rad boljim.

Ivan Grgurić

---



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Ivan Grgurić**

Mat. br.: 0035175340

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Turbopumpa vodovodnog sustava**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Turbopump for water supply system**

Opis zadatka:

Za transport vode u vodovodnom sustavu koristi se turbopumpa koja ostvaruje visinu dobave  $H_p = 275$  m i protok  $Q_p = 5\,500$  l/min uz brzinu vrtnje  $n_p = 1450$  min<sup>-1</sup>.

U okviru diplomskog rada potrebno je:

- 1) opisati pojedine tipove turbopumpi te odabrati najpovoljniji za konkretni slučaj vodovodnog sustava;
- 2) izraditi hidraulički proračun predloženog tipa turbopumpe;
- 3) izraditi crtež uzdužnog presjeka turbopumpe;
- 4) numeričkim modeliranjem provjeriti strujne karakteristike konstruirane turbopumpe.

U radu treba navesti korištenu literaturu kao i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
13. studenog 2014.

Rok predaje rada:  
15. siječnja 2015.

Predviđeni datumi obrane:  
21., 22. i 23. siječnja 2015.

Zadatak zadao:  
Prof. dr. sc. *Zvonimir Guzović*  
Prof. dr. sc. *Zeljko Tuković* - komentor  
*Tuković Z.*

Predsjednik Povjerenstva:  
*Zvonimir Guzović*  
Prof. dr. sc. Zvonimir Guzović

# Sadržaj

<b>Sadržaj</b>	<b>i</b>
<b>Popis slika</b>	<b>iii</b>
<b>Popis tablica</b>	<b>v</b>
<b>Popis oznaka</b>	<b>vi</b>
<b>Sažetak</b>	<b>ix</b>
<b>Summary</b>	<b>x</b>
<b>1 Uvod</b>	<b>1</b>
1.1 Turbostrojevi . . . . .	1
1.2 Jednadžbe očuvanja . . . . .	2
1.2.1 Jednadžba očuvanja mase . . . . .	3
1.2.2 Jednadžba očuvanja momenta količine gibanja . . . . .	3
1.2.3 Zakon očuvanja energije . . . . .	5
1.3 Pumpe . . . . .	6
1.3.1 Klasifikacija pumpi . . . . .	6
1.3.2 Trokut brzina . . . . .	8
1.3.3 Specifična brzina . . . . .	12
1.3.4 Teorijska visina dobave . . . . .	12
1.3.5 Faktor klizanja . . . . .	13
1.3.6 Protok pumpe ili količina dobave pumpe . . . . .	15
1.3.7 Visina dobave pumpe . . . . .	15
1.3.8 Gubici i iskoristivost . . . . .	16
1.3.9 Karakteristika turbopumpi . . . . .	20
1.3.10 Kavitacija . . . . .	24
1.3.11 Utjecaj kavitacije na karakteristiku pumpe . . . . .	29
<b>2 Hidraulički proračun pumpe</b>	<b>32</b>

---

2.1	Polazni podaci . . . . .	33
2.2	Proračun rotora . . . . .	34
2.2.1	Glavne dimenzije rotora . . . . .	35
2.2.2	Trokut brzina na ulazu u rotor . . . . .	39
2.2.3	Trokut brzina na izlazu . . . . .	40
2.2.4	Presjek meridionalne ravnine . . . . .	44
2.3	Hidraulički proračun difuzora . . . . .	45
2.3.1	Trokut brzina na ulazu u difuzor . . . . .	46
2.3.2	Trokut brzina na izlazu iz difuzora . . . . .	46
2.4	Proračun skretnih lopatica . . . . .	48
<b>3</b>	<b>Numeričke metode</b>	<b>50</b>
3.1	Metodologija rada RDF programa . . . . .	51
3.1.1	Predprocesor . . . . .	51
3.1.2	Procesor . . . . .	52
3.1.3	Postprocesor . . . . .	52
3.2	Osnovne jednačbe dinamike fluida . . . . .	52
3.2.1	Jednačba kontinuiteta . . . . .	54
3.2.2	Jednačba količine gibanja . . . . .	54
3.2.3	Jednačba očuvanja energije . . . . .	54
3.3	Metoda konačnih volumena . . . . .	54
3.3.1	Metoda konačnih razlika . . . . .	54
3.3.2	Metoda konačnih volumena . . . . .	55
3.4	Modeliranje turbulencije . . . . .	60
3.4.1	$k - \omega$ model turbulencije . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Rezultati RDF simulacije</b>	<b>63</b>
4.1	Geometrija rotora i difuzora . . . . .	63
4.2	Diskretizacija prostora . . . . .	64
4.3	Rubni uvjet . . . . .	67
4.4	Analiza rezultata . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>74</b>
<b>A</b>	<b>Dio Python koda</b>	<b>75</b>
	<b>Prilozi</b>	<b>79</b>

# Popis slika

1.1	Shematski prikaz tipova pumpi ovisno o smjeru strujanja fluida . . . . .	2
1.2	Shematski prikaz kontrolnog volumena . . . . .	4
1.3	Shematski prikaz kontrolnog volumena . . . . .	6
1.4	Podjela pumpi prema mehanizmu izmjene energije . . . . .	7
1.5	Prikaz diska koji rotira . . . . .	9
1.6	Prikaz putanje točke <b>A</b> ovisno o koordinatnom sustavu . . . . .	9
1.7	Prikaz trokuta brzina . . . . .	10
1.8	Prikaz trokuta brzine na ulazu u pumpu ovisno o načinu strujanja fluida . . . . .	10
1.9	Shematski prikaz rotora centrifugalne pumpe s glavnim dimenzijama potrebnim za hidraulički proračun . . . . .	11
1.10	Trokut brzina na izlazu uslijed djelovanja klizanja . . . . .	14
1.11	Neravnomjerna distribucija brzine unutar lopatičnog kanala . . . . .	14
1.12	Prikaz hidrauličke efikasnosti za jednostupanjske centrifugalne pumpe ovisno o specifičnoj brzini . . . . .	18
1.13	Prikaz hidrauličke efikasnosti za višestupanjske centrifugalne pumpe ovisno o specifičnoj brzini . . . . .	18
1.14	Prikaz hidrauličke efikasnosti za aksijalne i poluaksijalne pumpe ovisno o specifičnoj brzini . . . . .	19
1.15	Prikaz mogućih oblika $Q - H$ dijagrama . . . . .	22
1.16	Utjecaj $n_q$ na oblik $Q - H$ dijagrama . . . . .	23
1.17	Utjecaj $n_q$ na oblik $Q - \eta$ dijagrama . . . . .	24
1.18	Utjecaj $n_q$ na oblik $Q - P$ dijagrama . . . . .	25
1.19	Posljedica kavitacijske erozije lopatici propelera . . . . .	26
1.20	Prikaz nastajanja profilne kavitacije . . . . .	27
1.21	Shematski prikaz podjele profilne kavitacije . . . . .	28
1.22	Prikaz brzina u vodenim turbinama u proračunskom i vanproračunskog režima rada ( ' - podopterećenje; " - preopterećenje) . . . . .	29
1.23	Prikaz utjecaja kavitacije na karakteristiku pumpe . . . . .	30
2.1	Dijagram toka određivanja efikasnosti . . . . .	36



2.2	Dijagram $\psi_{opt}$ u ovisnosti o $n_q$ . . . . .	38
2.3	Dijagram toka izračuna unutarnjeg promjera pumpe $d_1$ . . . . .	39
2.4	Dijagram toka izračuna kuta lopatice na izlazu . . . . .	43
2.5	Prikaz meridionalne ravnine . . . . .	44
2.6	Dijagram toka izračuna kuta $\alpha_3$ . . . . .	47
3.1	Shematski prikaz tri različita načina aproksimacije derivacije MKR metodom . . . . .	56
3.2	Prikaz rasporeda čvorova u kontrolnom volumenu . . . . .	57
3.3	Prikaz strukturirane mreže s označenim čvorovima . . . . .	58
3.4	Razlika između mjerenja brzina u laminarnom i turbulentnom strujanju	60
3.5	Grafički prikaz uprosječenja turbulencije . . . . .	61
4.1	Prikaz rotora . . . . .	63
4.2	Prikaz difuzora . . . . .	64
4.3	Prikaz domene simulacije . . . . .	65
4.4	Prikaz konačne domene simulacije . . . . .	65
4.5	Prikaz dijela nestrukturirane heksaedarske mreže difuzora pumpe . .	66
4.6	Prikaz dijela nestrukturirane tetraedarske mreže rotora pumpe . . . .	66
4.7	Prikaz dijela strukturirane heksaedarske mreže produžetka na ulazu u pumpu . . . . .	67
4.8	Prikaz zadanih rubnih uvjeta . . . . .	68
4.9	Prikaz zadanih rubnih uvjeta . . . . .	68
4.10	$y^+$ po zidovima rotora pumpe . . . . .	69
4.11	$y^+$ po zidovima difuzora pumpe . . . . .	70
4.12	Prikaz polja apsolutne brzine u rotoru i difuzoru pumpe $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ . . . .	71
4.13	Prikaz polja statičkog tlaka u pumpi . . . . .	71
4.14	Prikaz polja dinamičkog tlaka u pumpi . . . . .	72
4.15	Prikaz polja apsolutnog tlaka u pumpi . . . . .	72
4.16	Prikaz strujnica oko rotorske lopatice i na ulazu u difuzor . . . . .	73

# Popis tablica

1.1	Podjela pumpi prema specifičnom broju okretaja $n_q$ . . . . .	8
1.2	Tri najčešće upotrebljavane definicije specifične brzine . . . . .	12
2.1	Prikaz polaznih podataka za proračun pumpe . . . . .	33
2.2	Prikaz izračunatih efikasnosti i stvarnog protoka . . . . .	37
2.3	Prikaz dopuštenih torzijskih naprezanja ovisno o promjeru vratila . .	37
2.4	Prikaz numerički dobivenih koordinata meridionalne ravnine . . . . .	45
2.5	Preporučeni broj lopatica u difuzoru ovisno o broju lopatica u rotoru .	45
3.1	Konačni koeficijenti diskretizirane jednadžbe . . . . .	59

# Popis simbola

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$\text{m}^2$	Površina, poprečni presjek
$a_2$	m	Udaljenost između lopatica
$b$	m	Širina kanala u meridionalnoj ravnini
BEP	—	Točka najbolje efikasnosti
$c$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	Apsolutna brzina
$d$	m	Promjer
$D$	m	Promjer
$F$	N	Sila
$g$	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	Kut relativne brzine
$H$	$m$	Visina dobave pumpe
$h$	$\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	Entalpija
$i$	—	Broj stupnjeva pumpe
$m$	kg	Masa fluida
$\dot{m}$	$\frac{\text{kg}}{\text{s}}$	Maseni protok
$M$	Nm	Moment
NPSH	m	Neto pozitivna visina dobave
$n$	$\frac{\text{o}}{\text{min}}$	Brzina vrtnje pumpe
$n_q$	—	Specifična brzina vrtnje pumpe
$P$	W	Snaga pumpe
$p$	Pa; bar	Tlak (totalni ili statički)

Oznaka	Jedinica	Opis
$p_v$	Pa; bar	Tlak isparavanja/kondenzacije
$Q$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Volumenski protok
$R; r$	m	Polumjer
$U$	J	Unutarnja energija
$u$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	Obodna brzina
$V$	$\text{m}^3$	Volumen
$w$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	Relativna brzina
$Y$	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$	Specifični rad pumpe
$y^+$	—	Bezdimenzijska udaljenost od zida
$z$	—	Broj lopatica

## Grčke oznake

Oznaka	Jedinica	Opis
$\alpha$	°	Kut apsolutne brzine
$\beta$	°	Kut relativne brzine
$\beta_B$	°	Kut lopatice
$\gamma$	—	Slip faktor
$\Gamma$	—	Koeficijent difuzije
$\eta$	—	Efikasnost
$\rho$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Gustoća
$\tau_{dop}$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}}$	Dopušteno naprezanje
$\omega$	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	Kutna brzina

## Indeksi

---

Oznaka	Opis
1	Napadni brid lopatice rotora
2	Izlazni brid lopatice rotora
3	Napadni brid lopatice difuzora
4	Izlazni brid lopatice difuzora
5	Napadni brid skretnih lopatica
6	Izlazni brid skretnih lopatica
$h$	Hidraulička (efikasnost)
$La$	Vrijednosti sa uračunatim gubicima
$m$	Vrijednosti sa odnose na meridionalnu ravninu (npr. meridionalna komponenta brzine)
$opt$	Vrijednosti se odnose na točku najveće efikasnosti
$th$	Teorijska vrijednost
$u$	Obodna komponenta brzine

---

# Sažetak

U ovom radu proveden je hidraulički proračun važnijih dijelova pumpe namijenjene za dobavu vode u vodovodnom sustavu. Ukratko su prezentirana osnovna teorijska i eksperimentalna znanja iz područja turbopumpi. Postupak hidrauličkog proračuna detaljno je objašnjen riječima, formulama i dijagramima toka u drugom poglavlju ovog rada. Zbog iterativne prirode proračuna za njegovu provedbu koristio se programski jezik *"Python"*. Jedan dio koda proračuna, prikazan je u prilogu ovog rada. Dimenzije dobivene hidrauličkim proračunom iskorištene su za izradu tehničkih crteža samih dijelova te su isti priloženi u radu. Hidrauličke karakteristike radnog kola i difuzora pumpe provjerene su numeričkom simulacijom u programskom paketu *"Fluent"*.

Za simulaciju radnog kola i difuzora korištena je metoda diskretizacije drugog reda točnosti. Kako bi simulacija bila čim vjernija stvarnosti korištena je pomična mreža u predjelu radnog kola (takozvana "sliding mesh" mreža). Rezultati numeričke simulacije prikazani su te analizirani u posljednjem poglavlju diplomskog rada.

Rezultati numeričke simulacije pokazuju da dijelovi pumpe dobiveni provedenim hidrauličkim proračunom zadovoljavaju tražene parametre.

Ključne riječi: proračun pumpe, centrifugalna pumpa, RDF, simulacija, pomična mreža

# Summary

This thesis deals with hydraulic calculation of important parts of the water supply pumps. In the first part basic theoretical and experimental knowledge in the field of turbopumps is presented.

The hydraulic calculation procedure is explained in detail in the second chapter. The "*Python*" programming language was used for the calculation due to calculation's iterative nature. One part of the calculating code is presented in the appendix of this thesis. Dimensions obtained by hydraulic calculation were used in engineering (technical) drawings of the parts which are included in the thesis. Hydraulic characteristics of pump impeller and diffuser were investigated by using numerical simulation software "*Fluent*". Second order accurate discretization method was used for simulation of pump impeller and diffuser. In order to get a more realistic simulation the "sliding mesh" technique has been applied. Results of numerical simulation are presented and analysed in the last chapter.

Results of the numerical simulation show that parts of the pump obtained by hydraulic calculation satisfy all required parameters.

Key words: pump calculation, centrifugal pump, CFD, simulation, sliding mesh

# 1. Uvod

## 1.1 Turbostrojevi

Turbostrojevi su rotacijski strojevi koji energiju fluida, koji struji iz područja višeg tlaka u područje nižeg tlaka, pretvaraju u mehanički rad rotora odnosno, obrnuto mehanički rad doveden na rotor turbostroja pretvaraju u strujanje fluida iz prostora s nižim u prostor s višim tlakom.

Turbostrojeve koji predaju energiju fluidu nazivamo *Radni strojevi* dok turbostrojeve koji energiju fluida pretvaraju u mehanički rad nazivamo *Pogonski strojevi*. Pod pogonske strojeve ubrajamo:

- Vodne turbine
- Plinske turbine
- Parne turbine
- Vjetroturbine

U radne strojeve ubrajamo:

- Pumpe
- Ventilatore
- Kompresore

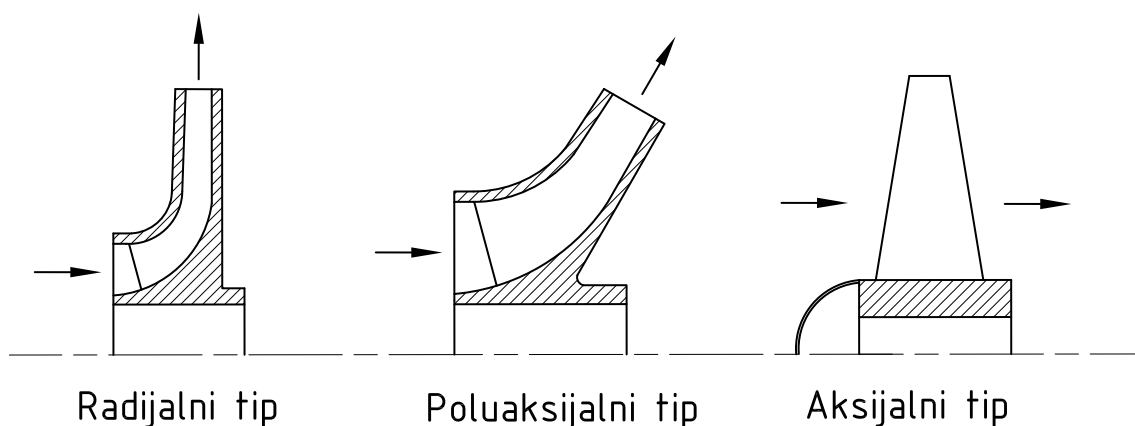
Ovisno o vrsti fluida te razlikama tlakova koji se javljaju u turbostroju razlikujemo stlačivo i nestlačivo strujanje. Nestlačivo strujanje javlja se kod strojeva koji rade s kapljevitim fluidima poput vodenih turbina i pumpi te kod turbostrojeva kod kojih se gustoća radnog fluida ne mijenja značajno ( $\rho = const$ ) (npr. ventilatori). Stlačivo strujanje javlja se kod strojeva s plinovitim radnim fluidom kao što su parne i plinske turbine, kompresori te mlazni motori.

Ovisno o smjeru strujanja radnog fluida možemo razlikovati dva osnovna tipa turbostrojeva:



- **Radijalni turbostrojevi** - strujanje fluida u rotoru turbostroja je okomito na os vrtnje samog rotora
- **Aksijalni turbostrojevi** - strujanje fluida u rotoru turbostroja je u smjeru osi vrtnje samog rotora
- **Poluaksijalni turbostrojevi** - strujanje fluida u rotoru turbostroja ima karakteristike i aksijalnog i radijalnog turbostroja

Na sljedećoj slici prikazani su presjeci rotora (u meridionalnoj ravnini) za navedene tipove turbostrojeva.



Slika 1.1: Shematski prikaz tipova pumpi ovisno o smjeru strujanja fluida

## 1.2 Jednadžbe očuvanja

Jednadžbe očuvanja predstavljaju osnovni skup jednadžbi u mehanici fluida te samim time predstavljaju temeljne jednadžbe za analizu karakteristika turbostrojeva. Jednadžbe očuvanja dijelimo na:

- Jednadžba očuvanja mase
- Jednadžba očuvanja momenta
- Jednadžba očuvanja energije

U ovom poglavlju biti će objašnjene navedene jednadžbe te zapisane u obliku prikladnom za teoriju turbostrojeva.

### 1.2.1 Jednadžba očuvanja mase

Kako bi formulirali jednadžbu očuvanja zamislimo kontrolni volumen kako je prikazan na slici 1.2. U kontrolni volumen ustrujava fluid gustoće  $\rho$  kroz površinu  $dA_1$  brzinom  $\vec{c}_1$ . Infinitesimalni dio mase fluida možemo zapisati kao

$$dm = \rho \cdot \vec{c} \cdot dt \cdot dA_1 \quad (1.1)$$

Ukoliko površina  $dA_1$  nije okomita na smjer strujanja već je zakrenuta za kut  $\theta$  gornja jednadžba može se zapisati kao  $dm = \rho \cdot \vec{c} \cdot dt \cdot dA_1 \cdot \cos \theta = dm = \rho \cdot \vec{c} \cdot dt \cdot dA_{1n}$ . Površina  $dA_{1n}$  predstavlja površinu čija normala je paralelna sa smjerom strujanja. Derivacijom jednadžbe 1.1 po vremenu dobivamo infinitesimalni maseni protok na ulazu u domenu

$$d\dot{m} = \frac{dm}{dt} = \rho \cdot \vec{c} \cdot dA_{1n} \quad (1.2)$$

Prema [1], kod projektiranja pumpi strujanje fluida analizira se kao stacionarno jednodimenzijnsko strujanje pri kojem se fizikalne veličine u svakom presjeku mogu smatrati konstantne. Također, smatra se da unutar kontrolnog volumena nema akumulacije fluida. Samim time jednadžbu 1.1 možemo izjednačiti s bilo kojim presjekom ( $dA_{2n}, dA_{3n} \dots$ ) prema slici 1.2.

$$\dot{m} = \rho \cdot \vec{c}_1 \cdot dA_{1n} = \rho \cdot \vec{c}_2 \cdot dA_{2n} = \rho \cdot \vec{c}_3 \cdot dA_{3n} \quad (1.3)$$

U slučaju da se radi o nestlačivom strujanju ( $\rho = const$ ) jednadžba 1.3 može se podijeliti sa  $\rho$  čime se dobiva

$$Q = \vec{c}_1 \cdot A_{1n} = \vec{c}_2 \cdot A_{2n} = \vec{c}_3 \cdot A_{3n} \quad (1.4)$$

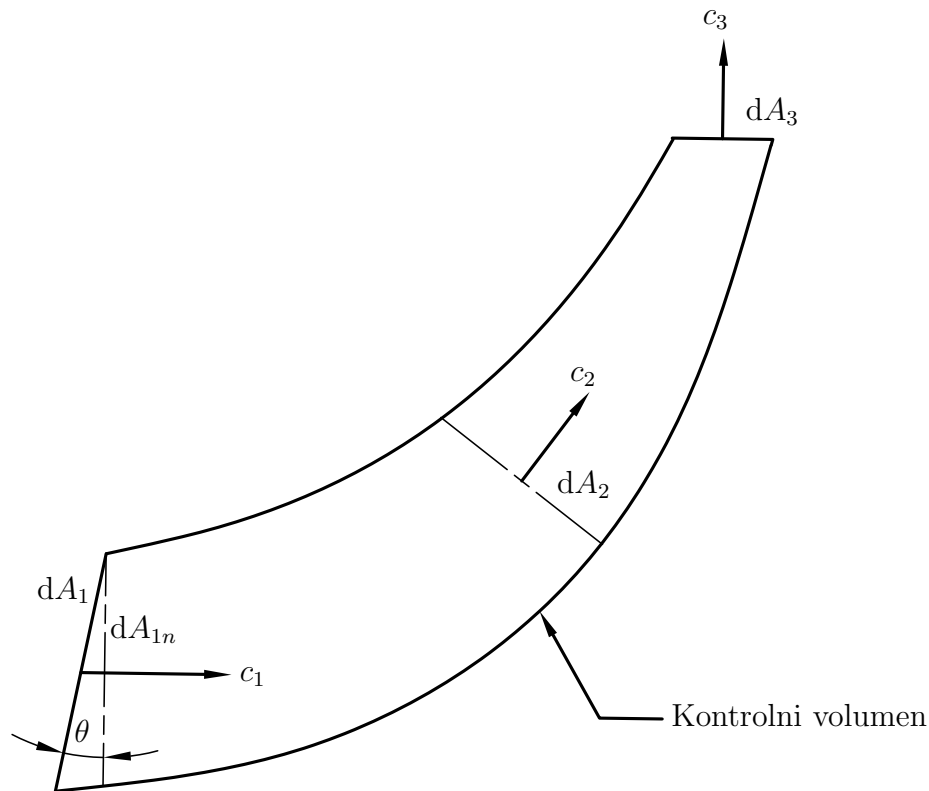
gdje  $Q$  predstavlja volumni protok.

### 1.2.2 Jednadžba očuvanja momenta količine gibanja

Jedan od najvažnijih zakona u mehanici jest 2. Newtonov zakon gibanja. Momentna jednadžba govori kako je suma svih vanjskih sila na tijelo jednaka ubrzanju tijela. Kod turbostrojeva momentna jednadžba pronalazi brojne primjene poput, naprimjer, određivanja sile na lopaticu turbine koju stvara fluid prilikom opstrujavanja.

Ukoliko zamislimo tijelo mase  $m$ , suma svih sila koje djeluju na to tijelo  $m$  u smjeru osi  $x$  jednaka je promjeni ukupnog momenta  $M_x$  promatranog tijela, odnosno

$$\sum F_x = \frac{d}{dt} (m \cdot \vec{c}_x) \quad (1.5)$$



Slika 1.2: Shematski prikaz kontrolnog volumena

za jednodimenzijско strujanje možemo gornju jednadžbu zapisati kao

$$\sum F_x = \dot{m} (\vec{c}_{x2} - \vec{c}_{x1}) \quad (1.6)$$

Kako bismo analizirali pretvorbu energije u turbostrojevima potrebna nam je jednadžba očuvanja kutne količine gibanja (momenta količine gibanja). Jednadžba momenta količine gibanja je posebna verzija 2. Newtonovog zakona koja kaže da je promjena momenta količine gibanja jednaka sumi svih vanjskih momenata koji djeluju na to tijelo.

Ukoliko zamislimo tijelo mase  $m$ , vektorski zbroj svih momenata vanjskih sila koje djeluju na tijelo  $m$  oko osi rotacije  $R$  jednaka je promjeni momenta količine gibanja  $M$  promatranog tijela, odnosno [2]

$$M = m \frac{d}{dt} (r \cdot \vec{c}_\theta) \quad (1.7)$$

gdje je  $r$  udaljenost težišta tijela od osi rotacije, a  $\vec{c}_\theta$  komponenta brzine koja je okomita na  $r$  i os rotacije.

Za jednodimenzijско strujanje u kontrolnom volumenu možemo zapisati gornju

jednadžbu kao

$$M = \dot{m} (r_2 \cdot \vec{c}_{\theta 2} - r_1 \cdot \vec{c}_{\theta 1}) \quad (1.8)$$

Jednadžba 1.8 kaže da je suma momenata vanjskih sila koje djeluju na fluid unutar kontrolnog volumena jednaka promjeni momenta količine gibanja fluida. Tu jednadžbu još nazivamo i pojednostavljenom Eulerovom jednadžbom. Kod hidrauličkih turbostrojeva jednadžbu 1.8 najčešće zapisujemo u sljedećoj formi

$$M = \rho \cdot Q (r_2 \cdot \vec{c}_{u2} - r_1 \cdot \vec{c}_{u1}) \quad (1.9)$$

gdje  $c_u$  predstavlja obodnu komponentu brzine.

### 1.2.3 Zakon očuvanja energije

Kontrolni volumen na slici 1.3 predstavlja turbostroj u koji fluid ulazi konstantnim protokom  $m$  u točki 1 te izlazi iz njega u točki 2. Fluid predaje energiju turbostroju preko rotora pri čemu se dobiva snaga  $P$ . Iz okoline se kontrolnom volumenu dovodi toplina  $Q$ . Ovaj proces možemo matematički zapisati kao

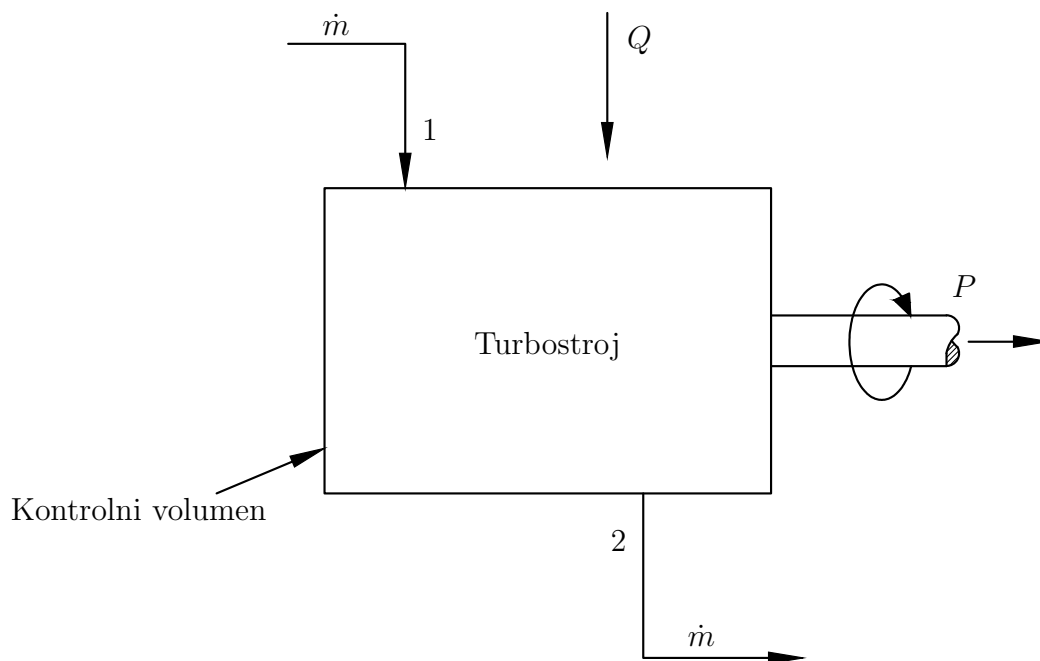
$$Q - P = \dot{m} \left[ (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] \quad (1.10)$$

pri čemu  $h$  predstavlja specifičnu entalpiju, član  $\frac{1}{2}c^2$  predstavlja kinetičku energiju po jedinici mase, a  $gz$  član predstavlja potencijalnu energiju.

Kod većine turbostrojeva proces strujanja može se smatrati adijabatskim procesom pa samim time u gornjoj jednadžbi možemo izostaviti član  $Q$ . Također, specifična entalpija  $h$  može se zapisati kao zbroj unutarnje energije  $U$  i energije tlaka  $\frac{p}{\rho}$  čime se dobiva energetska jednadžba prilagođena za hidrauličke turbostrojeve.

$$P = \dot{m} \left[ U_2 - U_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right] \quad (1.11)$$

Kako je u jednadžbi 1.11 zanemarena izmjena topline okoline i fluida promjena unutarnje energije  $U$  uvjetovana je samo gubicima koji se događaju unutar hidrauličkih turbostrojeva. Kako je ta promjena u većini slučajeva vrlo mala možemo ju zanemariti.



Slika 1.3: Shematski prikaz kontrolnog volumena

## 1.3 Pumpe

Gledajući sa strane energetske pretvorbe pumpe pripadaju u, kako je to već rečeno, radne strojeve, odnosno u pumpama se mehanički rad, doveden preko vratila i rotora, prenosi na fluid čime mu se podiže energetska vrijednost. Zbog slične izmjene energije kao kod turbine, pumpe koje imaju slične rotore kao i turbine nazivamo i *turbopumpe*. U grupu turbopumpi tako spadaju radijalne, poluaksijalne i aksijalne pumpe sl.(1.1).

Energija se kod pumpi predaje preko rotora koji je u potpunosti potopljen u radnom mediju tijekom rada. Kako bi ta izmjena energije bila moguća moraju postojati sile koje djeluju između rotora i radnog medija. Te sile su isključivo inercijske sile i one djeluju prvenstveno u smjeru ili suprotno smjeru rotacije.

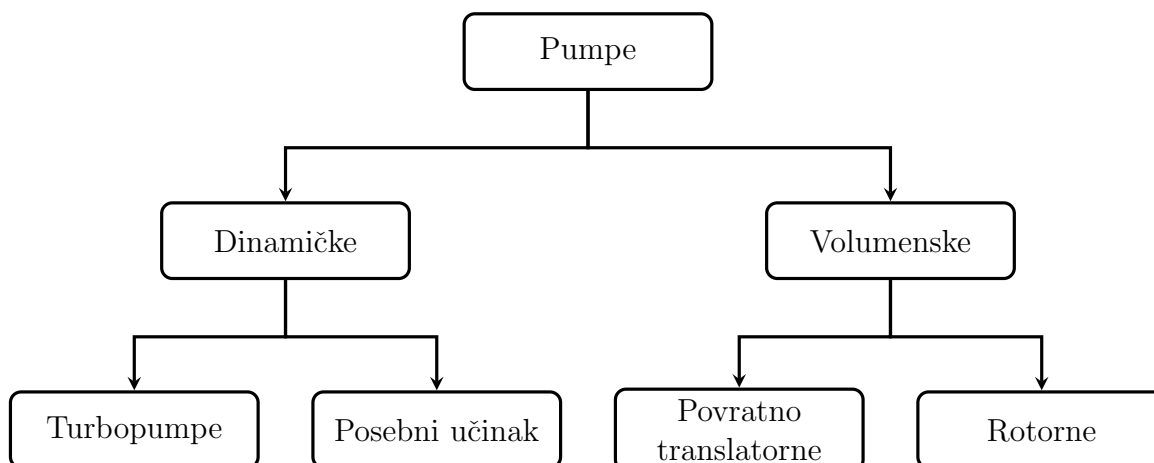
### 1.3.1 Klasifikacija pumpi

Kako postoji mnogo različitih izvedbi pumpi te zbog činjenice da se pumpe koriste za mnoge svrhe u svakodnevnom životu, broj načina na koje se pumpe mogu podijeliti je velik. Neki od načina podjela pumpi su:

- Smjeru strujanja fluida: radijalne, poluaksijalne i aksijalne
- Principu rada: dinamičke i volumenske

- Prema namjeni (mediju): za transport pitke vode, napojne pumpe, onečišćene medije

Osnovna podjela pumpi temelji se na principu rada odnosno na mehanizmu izmjene energije u radnom prostoru pumpe. Ova podjela prikazana je na sljedećoj slici (1.4). U grupu dinamičkih pumpi spadaju one pumpe kod kojih mehanizam pretvorbe



Slika 1.4: Podjela pumpi prema mehanizmu izmjene energije

energije počiva na nekom hidrodinamičkom zakonu. Daljnja podjela ovih pumpi je na turbopumpe i pumpe na principu posebnih učinaka. Kod turbopumpi pretežna pretvorba energije odvija se po zakonu o promjeni količine gibanja. Mehanizam pretvorbe energije ostalih pumpi počiva na nekom drugom hidrodinamičkom zakonu kao na primjer [3]:

- Obodne pumpe - zakon centrifugalnog ubrzanja u rotirajućem disku
- Mlazne pumpe - zakon turbulentnog miješanja struja fluida
- Uzgonske pumpe - zakon hidrostatskog uzgona
- Pitot pumpe - zakonitost pojave zaustavnog tlaka

U grupu volumenskih pumpi spadaju one pumpe kod kojih se povećanje tlaka fluida postiže promjenom volumena radnog prostora. One se pak dijele na dvije velike podgrupe: povratno **translatorne pumpe** i **rotorne pumpe**. Osnovni čimbenik koji čini razliku između ovih pumpi je taj što povratno translatorne pumpe trebaju ventile ili razvodnike, a rotorne pumpe ne trebaju ni ventile ni razvodnike da bi ostvarivale efekt pumpanja.

U Europi je najčešća podjela pumpi prema specifičnom broju okretaja  $n_q$  te je ista prikazana u tablici (1.1). Ovakva podjela pumpi prigodna je prilikom projektiranja

pumpe jer nam u startu govori kakva je konstrukcija pumpe najprimjerenija za naš slučaj.

Tablica 1.1: Podjela pumpi prema specifičnom broju okretaja  $n_q$

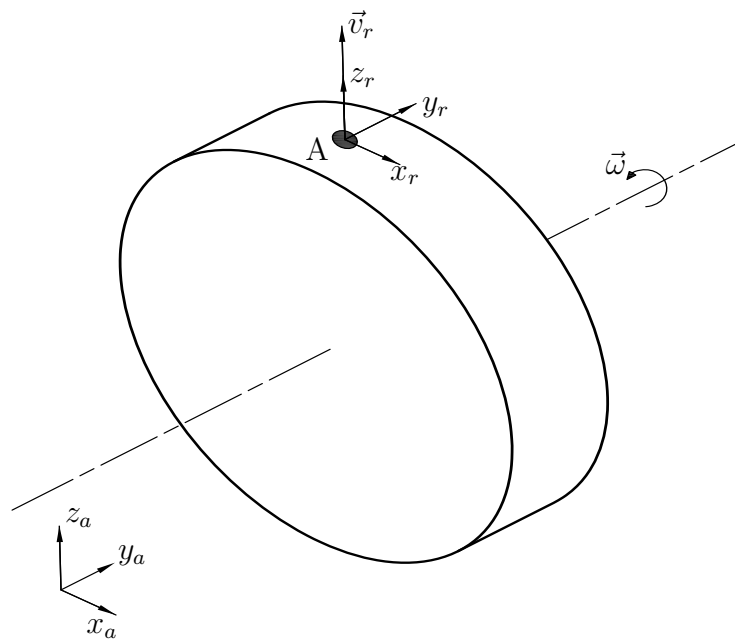
$n_q$	Tip	Visina dobave
< 0,5	Stapne pumpe	ovisno o materijalu
< 2	Zupčaste pumpe	
2 - 10	Vijčane pumpe	
10 - 30	Sporohodno radijalna pumpa	800 m
30 - 50	Srednjehodno radijalna pumpa	400 m
50 - 100	Brzohodno radijalna pumpa	60 m
35 - 160	Poluaksijalne pumpe	20 - 100 m
160 - 400	Aksijalne pumpe	2 - 15 m

### 1.3.2 Trokut brzina

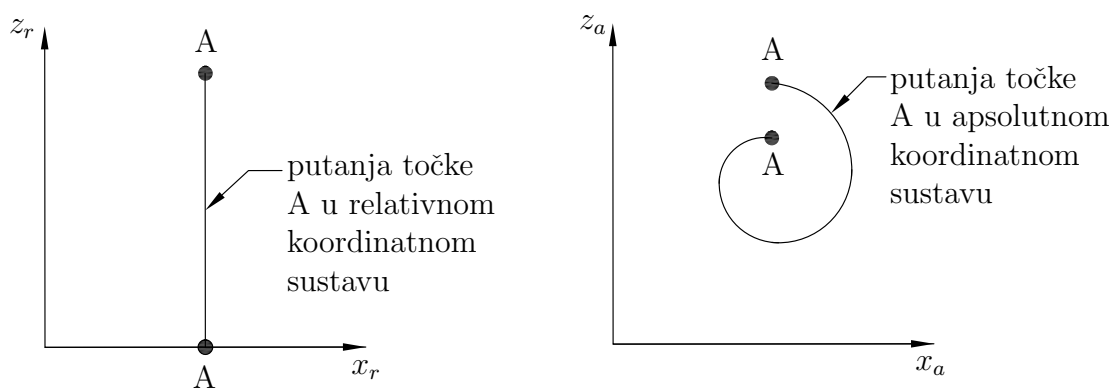
Strujanje fluida unutar bilo kojeg turbostroja, a samim time i pumpe, možemo promatrati u **stacionarnom** koordinatnom sustavu ili u **pomičnom (rotirajućem)** koordinatnom sustavu. Brzine definirane u stacionarnom koordinatnom sustavu nazivaju se *apsolutne* brzine i označavamo ih sa  $\vec{c}$ . Brzine fluida u rotirajućem koordinatnom sustavu nazivamo *relativne* brzine i označavamo ih sa slovom  $\vec{w}$ . Relativna brzina može se definirati kao ona brzina koju bi izmjerio promatrač koji se giba istom brzinom kao i rotirajući koordinatni sustav. Razliku između apsolutne i relativne brzine možemo predočiti točkom A koja se nalazi na obodnoj strani diska koji rotira brzinom  $\vec{\omega}$  te koja se uz to kreće i brzinom  $\vec{v}_r$  u radijalnom smjeru kako je to prikazano na slici (1.5). Putanja točke A koju bi primijetio promatrač koji se rotira zajedno s diskom bila bi ravna linija, dok bi putanja točke A koju bi primijetio promatrač van rotirajućeg diska imala oblik spirale. Putanje ovisno o koordinatnom sustavu, shematski su prikazane na slici 1.6.

Brzine  $\vec{c}$ ,  $\vec{w}$  i  $\vec{u}$  kod turbostrojeva najčešće prikazujemo grafički kako je to prikazano na slici 1.7. Ovakav prikaz brzina nazivamo **trokut brzina**. Možemo primijetiti da međusobnu ovisnost brzina možemo matematički izraziti kao:

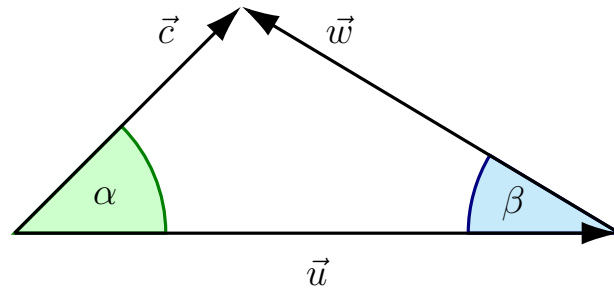
$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w} \quad (1.12)$$



Slika 1.5: Prikaz diska koji rotira

Slika 1.6: Prikaz putanje točke  $A$  ovisno o koordinatnom sustavu



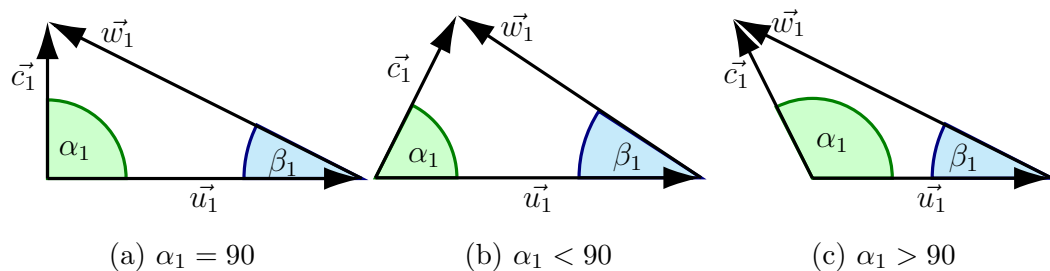


Slika 1.7: Prikaz trokuta brzina

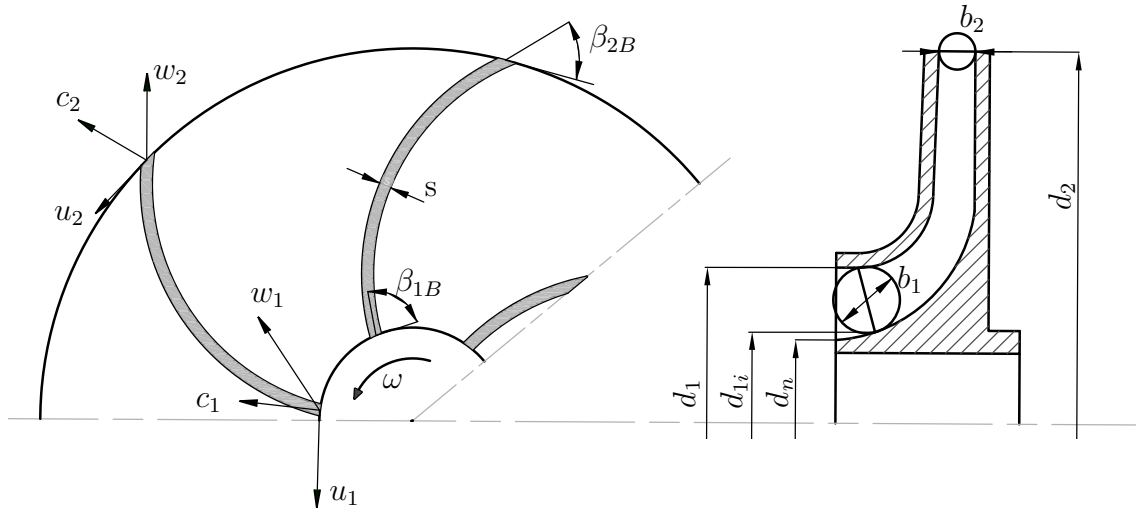
Radi lakšeg sporazumijevanja, u teoriji turbostrojeva uobičajena je praksa da se fizikalnim veličinama dodjeljuju numerički indeksi (1, 2, 3, ...) kako bi se lakše razlikovale veličine, ovisno o dijelu turbostroja na koji se odnose. Kod pumpe uobičajeno je da se veličine s indeksom 1 odnose na veličine na ulazu u rotor, dok se veličine s indeksom 2 odnose na veličine na izlazu iz rotora. Indeksi 3 i 4 odnose se na ulaz i izlaz difuzora. Kod višestupanjskih pumpi koriste se i indeksi 5 i 6 koji se odnose na skretni kanal.

Kutevi  $\alpha$  i  $\beta$  predstavljaju kuteve apsolutne i relativne brzine u odnosu na obodnu brzinu. Kod centrifugalnih pumpi najčešće pretpostavljamo da fluid na ulazu u pumpu ima čisto aksijalno strujanje odnosno da je  $\alpha_1 = 90^\circ$ . U ovom slučaju obodna brzina fluida na ulazu jednaka je nuli  $\vec{c}_{1u} = 0$ . Kod višestupanjskih pumpi takvo stanje teško je ostvarivo u višim stupnjevima zbog utjecaja prijašnjih stupnjeva same pumpe. Kako bi ublažili taj utjecaj i približili se pretpostavki kod višestupanjskih pumpi potrebno je koristiti skretne lopatice.

Moguće su izvedbe pumpi kod kojih fluid ne ulazi čisto aksijalno ( $\alpha_1 \neq 90^\circ$ ) već se fluid prilikom ulaza u pumpu zarotira u smjeru rotacije same pumpe  $\alpha < 90$  ili u suprotnom smjeru rotacije pumpe  $\alpha_1 > 90$ . Uzimajući u obzir jednadžbu 1.9 možemo vidjeti da slučaj s predrotacijom  $\alpha < 90^\circ$  smanjuje moment koji se prenosi, potrebnu snagu, a samim time i visinu dobave pumpe. U slučaju  $\alpha > 90^\circ$  događa se obrnuto - moment, potrebna snaga i visina dobave se povećavaju.



Slika 1.8: Prikaz trokuta brzine na ulazu u pumpu ovisno o načinu strujanja fluida



Slika 1.9: Shematski prikaz rotora centrifugalne pumpe s glavnim dimenzijama potrebnim za hidraulički proračun

Apsolutna brzina  $\vec{c}$  može se rastaviti na dvije komponente: **meridionalnu** komponentu  $\vec{c}_m$  i **obodnu** komponentu  $\vec{c}_u$  [1]. Ukoliko je strujanje fluida na ulazu u pumpu čisto aksijalno onda je obodna komponenta apsolutne brzine  $\vec{c}_u$  zanemarivo mala te vrijedi da je  $\vec{c}_1 = \vec{c}_{1u} + \vec{c}_{1m} = \vec{c}_{1m}$ . Iz jednadžbe kontinuiteta (1.4) možemo dobiti da je:

$$\vec{c}_{1m} = \frac{Q_{La}}{A_1} = \vec{c}_{2m} \frac{A_2}{A_1} \quad (1.13)$$

gdje je  $A_1$  površina na ulazu u rotor,  $A_2$  površina na izlazu iz rotora, a  $Q_{La}$  je protok fluida kroz rotor pumpe, odnosno projektni protok, uvećan za volumetričke gubitke pumpe:

$$Q_{La} = \frac{Q}{\eta_v} \quad (1.14)$$

Površine  $A_1$  i  $A_2$  jednake su:

$$A_1 = \frac{\pi}{4} (d_1^2 + d_n^2) \quad (1.15)$$

$$A_2 = d_2 \cdot \pi \cdot b_2 \quad (1.16)$$

Veličina  $d_1$  u jednadžbi 1.15 predstavlja promjer ulaza u rotor pumpe, dok je  $d_n$  promjer glavčine rotora pumpe. Veličina  $b_2$  u jednadžbi 1.16 predstavlja visinu izlaza rotora. Ove veličine, uz ostale važnije veličine rotora pumpe, prikazane su na slici 1.9.

### 1.3.3 Specifična brzina

Specifična brzina ili specifični broj okretaja ili koeficijent brzohodnosti ili brzohodnost predstavlja najvažniji parametar prilikom projektiranja i odabira pumpe. Kako je već rečeno u prethodnom poglavlju, europska podjela pumpi temelji se na tom parametru. Iako postoji više definicija specifične brzine među kojima je samo jedna definicija prema kojoj je specifična brzina istinski bezdimenzijski parametar, specifičnu brzinu uvijek tretiramo kao takvu.

Tablica 1.2: Tri najčešće upotrebljavane definicije specifične brzine

Bezdimenzijska definicija specifična brzina	Europska definicija specifična brzina	Američka definicija specifična brzina
$\omega_s = \frac{Q_{opt}^{1/2}}{(g \cdot H_{opt})^{3/4}}$	$n_q = n \frac{Q_{opt}^{1/2}}{H_{opt}^{3/4}}$	$N_s = n \frac{Q_{opt}^{1/2}}{H_{opt}^{3/4}}$
$\omega$ je u $1/s$	$n$ je u $o/min$	$n$ je u $o/min$
$Q_{opt}$ je u $m^3/s$	$Q_{opt}$ je u $m^3/s$	$Q_{opt}$ je u $gal/min$
$H_{opt}$ je u $m$	$H_{opt}$ je u $m$	$H_{opt}$ je u $ft$

U tablici 1.2 prikazane se jednadžbe za izračun specifične brzine koje se danas najčešće upotrebljavaju u praksi. Pritom je specifična brzina  $\omega_s$  stvarna bezdimenzijska veličina dok  $n_q$  i  $N_s$  nisu bezdimenzijske veličine. Prilikom projektiranja najčešće se koristi Europska definicija specifične brzine  $n_q$ .

Indeks *opt* kod  $Q$  i  $H$  označava da se oni određuju u točki najbolje iskoristivosti pumpe. Ta točka se u stručnoj literaturi zove i BEP točka prema engleskom nazivu *Best Efficiency Point*. Određivanjem specifične brzine moguće je lako odrediti najbolji tip pumpe koji nam je potreban za određenu svrhu.

### 1.3.4 Teorijska visina dobave

Jednadžba 1.9 daje nam vrijednost momenta koji se mora dovesti na vratilo pumpe kako bi se ostvarili željeni radni uvjeti. Prema Newtonovom 2. zakonu moment  $m$  iz iste jednadžbe jednak je i momentu koji se prenosi na fluid. Ukoliko se vratilo okreće kutnom brzinom  $\omega$  tada je snaga potrebna za pogon pumpe

$$P = M \cdot \omega = \rho Q_{La} (\vec{u}_2 \vec{c}_{2u} - \vec{u}_1 \vec{c}_{1u}) \quad (1.17)$$

Ukoliko podijelimo gornju jednadžbu s masenim protokom  $\dot{m} = \rho \cdot Q_{La}$  dobivamo izraz za specifični rad pumpe.

$$Y_{th} = \frac{P}{\rho Q_{La}} = \vec{u}_2 \vec{c}_{2u} - \vec{u}_1 \vec{c}_{1u} \quad (1.18)$$

S obzirom da se u obzir ne uzima nikakav gubitak, specifični rad dobiven iz gornje jednadžbe nazivamo i teorijski specifični rad.

Kako bi dobili teorijsku visinu dobave pumpe  $H_{th}$  jednadžbu 1.18 moramo podijeliti s gravitacijskom konstantom  $g = 9.80665 \frac{m}{s^2}$  odnosno

$$H_{th} = \frac{1}{g} (\vec{u}_2 \vec{c}_{2u} - \vec{u}_1 \vec{c}_{1u}) \quad (1.19)$$

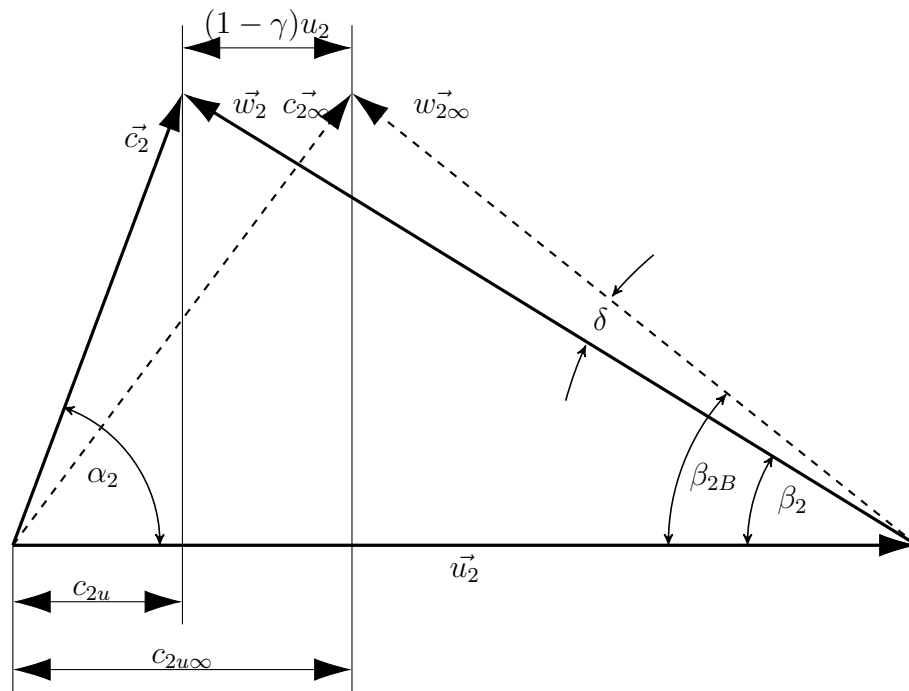
Kako je već spomenuto, gornje jednadžbe izvedene su bez gubitaka odnosno za rotor koji ima beskonačno mnogo beskonačno tankih lopatica. Smanjujući broj lopatica te povećavajući njihovu debljinu na realne vrijednosti smanjujemo trenje, ali u isto vrijeme povećavamo razlike tlakova na tlačnim i podtlačnim stranama lopaticе. Povećanjem razlike tlakova dolazi do poremećaja u strujanju, na izlazu iz rotora, koji se naziva faktor klizanja (*eng. slip factor*).

### 1.3.5 Faktor klizanja

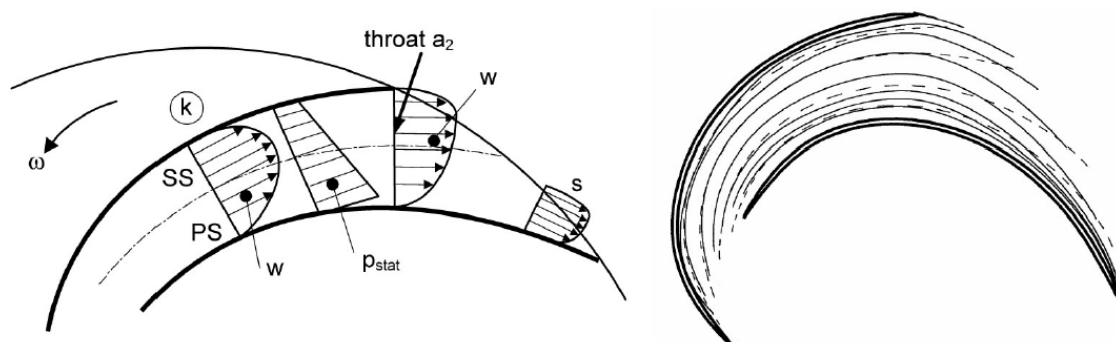
Činjenica da postoji moment koji se kod pumpi prenosi s rotora na fluid jasno govori da mora postojati i rezultantna sila koja djeluje na lopaticе. Sila na lopaticе se može definirati kao integral tlaka po površini lopatica što znači da, s obzirom da postoji rezultantna sila, postoji razlika u tlakovima na tlačnoj i podtlačnoj strani lopaticе. Kako je distribucija tlaka kod turbostrojeva uvjetovana samo brzinama koje se javljaju u njima jasno je da ne vladaju isti uvjeti strujanja s jedne i druge strane lopaticе. Rezultat toga je činjenica da strujanje fluida ne prati točno oblik lopaticе, odnosno strujnice nisu paralelne s lopaticama. Drugim riječima, kut relativne brzine  $\beta_2$  na izlazu iz rotora ne odgovara kutu lopaticе  $\beta_{2B}$ .

Opisani poremećaj u strujanju se u praksi kvantificira preko faktora klizanja ili preko kuta odstupanja (*eng. deviation angle*)  $\delta = \beta_{2B} - \beta_2$ . Trokuti brzina na izlazu iz rotora u idealnom slučaju (strujnice prate oblike lopaticе) i sa uračunatim faktorom klizanja prikazani su na sljedećoj slici.

Prikaz neravnomjerne distribucije brzine i tlaka unutar lopatičnog kanala u rotoru pumpe prikazan je na lijevoj strani slike 1.11 [1]. Krivulja  $\textcircled{k}$  predstavlja lopaticu. Oznake SS i PS odnose se na podtlačnu i pretlačnu stranu lopatičnog kanala.



Slika 1.10: Trokut brzina na izlazu uslijed djelovanja klizanja



Slika 1.11: Neravnomjerna distribucija brzine unutar lopatičnog kanala

Nakon što fluid prođe rotor iznenada nestaje razlika tlakova te se strujnice radi toga zakrivljuju kako bi zadovoljile uvjete na izlazu. To možemo vidjeti na desnoj strani slike 1.11 na kojoj se također lako uoči kako se strujanje počinje naglo mijenjati na grlu  $a_2$  (označen na lijevoj strani slike 1.11) lopatičnog kanala na izlazu iz rotora. U konačnici, sve to dovodi do konačnog odstupanja između kuta stujanja  $\beta_2$  i kuta lopatice  $\beta_{2B}$  koje se, kako je već napomenuto, zove klizanje (skliz) strujanja.

Skliz je veoma važan parametar prilikom konstruiranja pumpi. Iako je veoma poznata pojava u mehanici fluida egzaktne metode njegova proračuna nisu poznate.

### 1.3.6 Protok pumpe ili količina dobave pumpe

Pod protokom pumpe (češće se naziva količinom dobave) podrazumijevamo količinu radnog medija koji prolazi kroz pumpu u jedinici vremena. Količina dobave može se izraziti po jedinici volumena ili mase. Ukoliko količinu dobave izražavamo po jedinici volumena tada ju označavamo sa  $Q$  te je najčešće izražena u  $m^3/s$  ili  $l/min$ . Ukoliko je pak izrazimo po jedinici mase tada označavamo sa  $Q_m$  ili  $\dot{m}$  te je najčešće izražena u  $kg/s$ . Međusobna ovisnost količine dobave izražene po jedinici volumena i jedinici mase može se zapisati kao

$$\dot{m} = \rho \cdot Q$$

Kod projektiranja i odabira pumpe nailazimo na tri različite količine dobave. Optimalnu količinu dobave  $Q_{opt}$ , realnu dobavu  $Q_{stv}$  i količinu dobave kroz pumpu  $Q_{La}$ . Optimalna količina dobave je ona dobava koju pumpa ostvari u točki najveće iskoristivosti (BEP). Realna količina dobave je ona koju će pumpa ostvarivati u radnoj točki koju definira postrojenje pumpe. Količina dobave kroz pumpu već je definirana jednadžbom 1.14, odnosno to je efektivni protok koji daje pumpa uvećan za gubitke unutar pumpe (dio tekućine "bježi" kroz brtve).

### 1.3.7 Visina dobave pumpe

Ukoliko podijelimo jednadžbu 1.11 sa  $g$  i  $\dot{m}$  te zanemarimo promjenu unutarnje energije dobiva se jednadžba za visinu dobave pumpe.

$$\frac{P}{\dot{m} \cdot g} = H = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\bar{c}_2^2 - \bar{c}_1^2}{2 \cdot g} + (z_2 - z_1) \quad (1.20)$$

Radnom mediju se pri prolasku kroz pumpu povećava energija. Kod pumpi energetski proces se odvija na način da se mehanička energija predaje radnom mediju

preko rotora pumpe pri čemu se primarno povećava energija pritiska, kinetička energija i potencijalna energija. U praksi je dokazano da je povećanje kinetičke energije  $\left(\frac{c_2^2 - c_1^2}{2 \cdot g}\right)$  izuzetno malo te rijetko značajnije pridonosi ukupnoj visini dobave. Isto tako je dokazano da promjena potencijalne energije  $(z_2 - z_1)$  nema značajniju ulogu u konačnoj visini dobave.

Prema gornjoj jednadžbi možemo zaključiti da će najveću ulogu u povećanju energije radnog medija imati član promjene tlaka  $\left(\frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g}\right)$ .

Visina dobave pumpe se u praksi najčešće izražava u jedinici  $m \text{ SV}$  (metara stupca vode) pri 4°C. Iz gornje jednadžbe jasno je da visina dobave ne ovisi o gustoći radnog medija. Ako zanemarimo viskozitet, visina dobave kod pumpe je jednaka za svaki radni medij.

U visinu dobave ne smiju biti pridodani gubici cjevovoda već se ona odnosi samo na pumpu. Zbog toga visinu dobave pumpe još nazivamo i raspoloživom visinom dobave. Visinu dobave koju ostvaruje pumpa ugrađena u neko postrojenje naziva se potrebnom visinom dobave. Potonju računamo ovisno o samom sustavu u koji je pumpa ugrađena. Ukoliko su i tlačni i usisni spremnik zatvorenog tipa potrebnu visinu dobave računamo kao

$$H_p = \frac{p_2 - p_s}{\rho \cdot g} + H_g + h_w + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2 \cdot g}$$

gdje je  $p_2$  tlak koji vlada u tlačnom spremniku, a tlak  $p_s$  tlak koji vlada u usisnom spremniku.  $H_g$  je visinska razlika između nivoa tekućine u usisnom i tlačnom spremniku. Član  $h_w$  predstavlja otpor cjevovoda.

Ukoliko su tlačni i usisni spremnik otvorenog tipa onda se potrebna visina dobave može računati kao

$$H_p = H_s + h_w + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2 \cdot g}$$

### 1.3.8 Gubici i iskoristivost

Gubici su neizbježna pojava u bilo kojem realnom procesu pa se samim time javljaju i u turbopumpama što dovodi do toga da je korisna snaga manja od one koja se dovodi na vratilo pumpe. Teoretsko određivanje gubitaka je izuzetno teško i neprecizno (greška kod određivanja može biti i do 30%) no unatoč tome od velike je važnosti njihovo određivanje prilikom projektiranja. Ranije su spomenuti najvažniji gubici koji se javljaju u pumpama:

- **Hidraulički gubici** su gubici koji utječu na visinu dobave pumpe.

- **Volumetrički gubici** su gubici koji utječu na količinu dobave pumpe (samim time indirektno utječe i na visinu dobave). Uzrokovani su curenjem radnog medija kroz brtve ili slične konstrukcijske elemente pumpe. Kod višestupanjskih pumpi postoje i gubici između pojedinih stupnjeva.
- **Mehanički gubici** su gubici koji se javljaju u ležajevima i sličnim elementima pumpe.
- **Ostali gubici** su gubici kod diska za uravnoteženje i sl.

Navedeni gubici utječu u manjoj ili većoj mjeri na karakteristiku pumpe, ali i na snagu potrebnu za pogon pumpe.

### Hidraulička efikasnost

Hidraulička efikasnost je rezultat hidrauličkih gubitaka unutar pumpe do kojih dolazi, između ostalog, zbog trenja između radnog medija i dijelova pumpe kao i zbog turbulentnog strujanja. Najveći hidraulički gubici javljaju se na mjestima gdje dolazi do nagle promjene u strujanju (naprimjer prilikom nastrujavanja na lopatice). S obzirom da hidraulički gubici utječu na visinu dobave pumpe možemo zapisati

$$H = \eta_h \cdot H_{th} \quad (1.21)$$

S obzirom da je gubitke izrazito teško (nerijetko i nemoguće) analitički odrediti, u praksi se najčešće primjenjuju statističke metode pomoću kojih se aproksimiraju gubici. Tijekom godina provedena su brojna ispitivanja različitih tipova i veličina pumpi što je omogućilo da se statistikom odrede srednje vrijednosti gubitaka. Unatoč činjenici da je broj takvih ispitivanja velik, upotreba tako dobivenih srednjih vrijednosti za sobom povlači već spomenute nesigurnosti (do 30 %).

Na slikama 1.12 i 1.13 prikazani su rezultati statističke obrade takvih ispitivanja za centrifugalne pumpe dok se slika 1.14 odnosi na aksijalne i poluaksijalne pumpe [1]. U dijagramu se nalaze krivulje za više različitih protoka. Slika 1.12 se odnosi na jednostupanjske pumpe dok se slika 1.13 odnosi na višestupanjske pumpe.

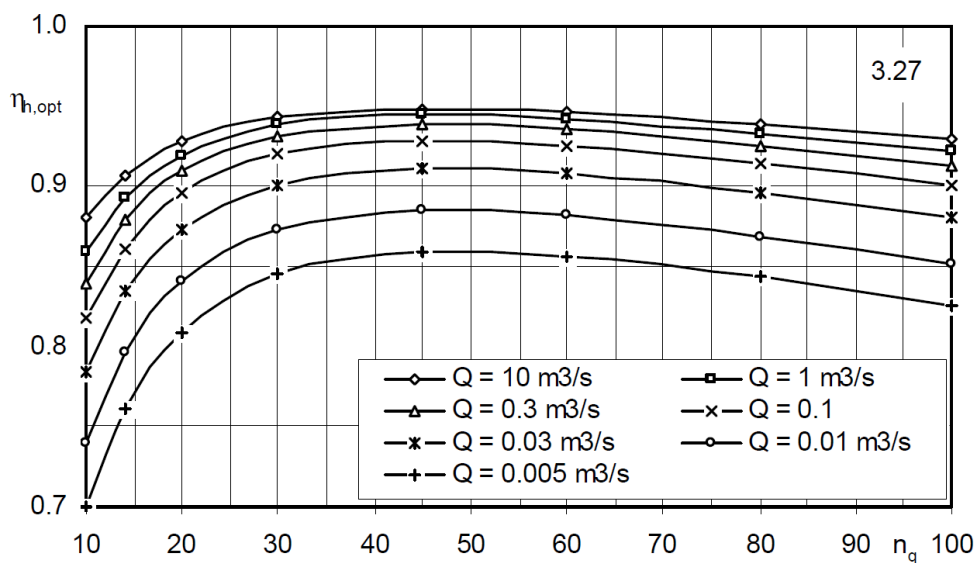
Krivulje hidrauličke efikasnosti na donjim slikama (1.12, 1.13 i 1.14) mogu se aproksimirati pomoću jednadžbi.

- **Za jednostupanjsku centrifugalnu pumpu**

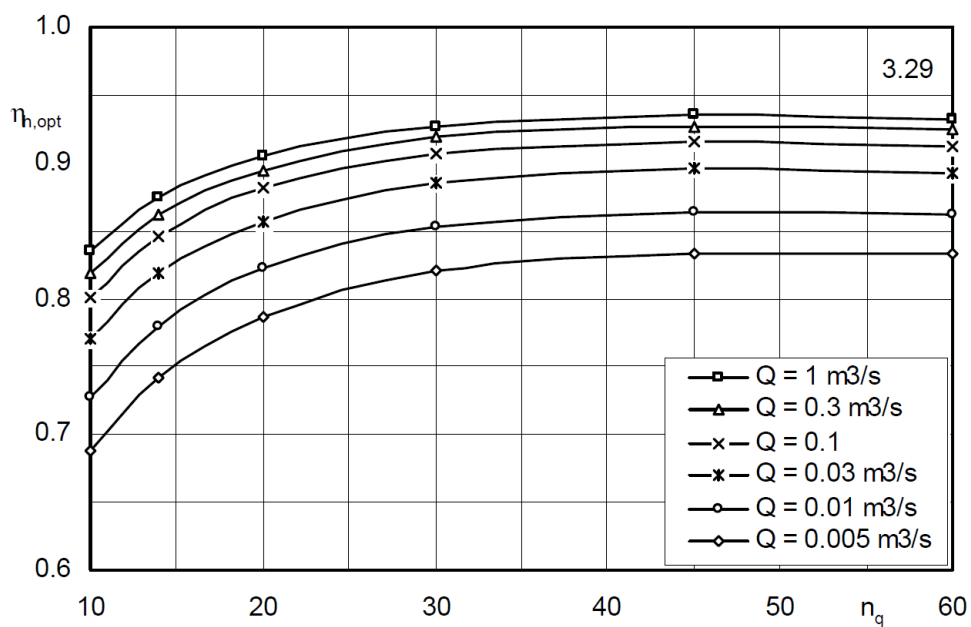
$$\eta_{h,opt} = 1 - 0.005 \left( \frac{Q_{Ref}}{Q} \right)^m - 0.2 \left\{ 0.26 - \log \frac{n_q}{25} \right\}^2 \left( \frac{Q_{Ref}}{Q} \right)^{0.1} \quad (1.22)$$

- **Za višestupanjsku centrifugalnu pumpu**

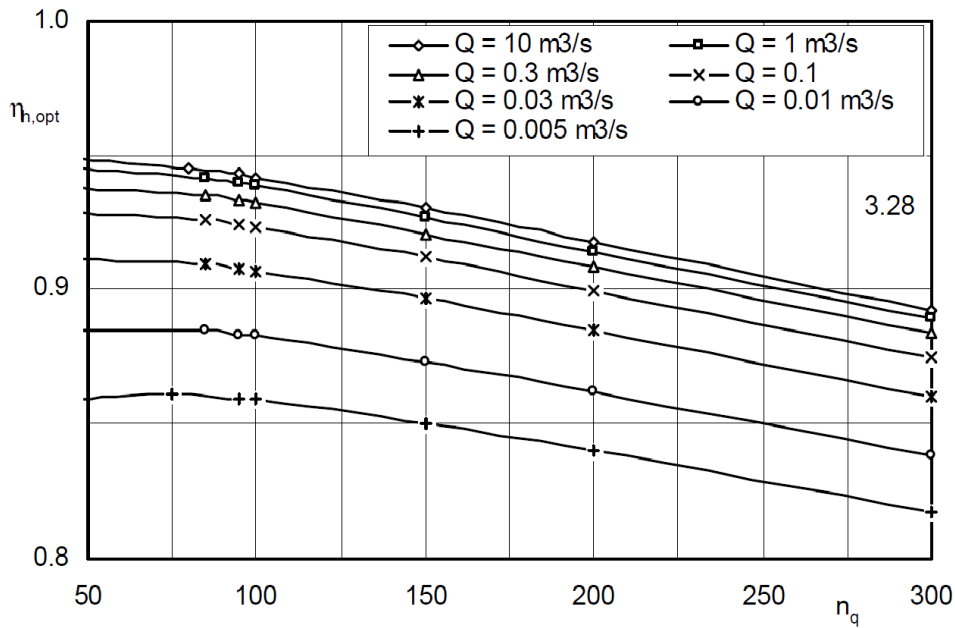




Slika 1.12: Prikaz hidrauličke efikasnosti za jednostupanjske centrifugalne pumpe ovisno o specifičnoj brzini



Slika 1.13: Prikaz hidrauličke efikasnosti za višestupanjske centrifugalne pumpe ovisno o specifičnoj brzini



Slika 1.14: Prikaz hidrauličke efikasnosti za aksijalne i poluaksijalne pumpe ovisno o specifičnoj brzini

$$\eta_{h,opt} = 1 - 0.065 \left( \frac{Q_{Ref}}{Q} \right)^m - 0.23 \left\{ 0.3 - \log \frac{n_q}{23} \right\}^2 \left( \frac{Q_{Ref}}{Q} \right)^{0.05} \quad (1.23)$$

- Za aksijalne i poluaksijalne pumpe

$$\eta_{h,opt} = 1 - 0.055 \left( \frac{Q_{Ref}}{Q} \right)^m - 0.09 \left\{ \log \frac{n_q}{23} \right\}^{2.5} \quad (1.24)$$

U gornjim jednadžbama je referentni protok  $Q_{Ref} = 1 \text{ m}^3/\text{s}$  (vrijedi samo ako je  $Q \geq 0.005 \text{ m}^3/\text{s}$ ). EkspONENT  $m$  se računa pomoću sljedeće jednadžbe

$$m = 0.08a \left( \frac{Q_{Ref}}{Q} \right)^{0.15} \left( \frac{45}{n_q} \right)^{0.06} \quad a = \begin{cases} Q \leq 1 \text{ m}^3/\text{s}, & a = 1 \\ Q > 1 \text{ m}^3/\text{s}, & a = 0.5 \end{cases} \quad (1.25)$$

### Volumetrički gubici

Volumetričke gubitke je teško odrediti bez detaljnih informacija o konstrukciji pumpe, dok s druge strane poznavanje tih informacija ne jamči i točno određivanje istih. Ukoliko je poznat raspored između dvaju konstrukcijskih elemenata pumpe (naprimjer rotora i statora), gubici curenja radnog medija mogu se odrediti prema [2]

$$h_L = f \frac{L}{d} \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

gdje je  $h_L$  razlika tlaka duž raspora,  $f$  je koeficijent trenja,  $L$  je duljina raspora,  $d$  je hidraulički dijametar raspora te  $\vec{v}$  brzina medija koji curi iz korisnog prostora pumpe. Prema [2] curenje radnog fluida proporcionalno je s  $\sqrt{h_L}$ . Ova formulacija gubitaka nepraktična je za projektiranje pumpe jer zahtijeva podatke koji se mogu dobiti samo ispitivanjem na postojećoj pumpi.

Prikladniju metodu predlaže Gülich. Ukoliko označimo volumetričke gubitke na ulazu u rotor sa  $Q_{sp}$  te volumetričke gubitke uslijed aksijalnog balansa pumpe sa  $Q_E$  možemo jednadžbu 1.14 zapisati kao

$$\eta_v = \frac{Q}{Q_{La}} = \frac{Q}{Q + Q_{sp} + Q_E} \quad (1.26)$$

pri čemu Gülich predlaže jednostavniji model curenja fluida (statistički dobiven model)

$$\frac{Q_{sp}}{Q_{opt}} = \frac{Q_E}{Q_{opt}} = \frac{4.1}{n_q^{1.6}} \quad (1.27)$$

Ovaj model ima jedno ograničenje, a to je da je primjenjiv samo za optimalnu točku (BEP).

### 1.3.9 Karakteristika turbopumpi

Svaka turbopumpa može pri konstantnom broju okretaja teoretski dobavljati količinu od nule do maksimalne dobave koja je ovisna o veličini pumpe, konstrukciji i o uvjetima na usisu u pumpu. Visina dizanja, potrebna snaga za pogon pumpe i iskoristivost ovise o količini dobave. Ta ovisnost naziva se karakteristikom pumpe. Najpreglednije je prikazivanje karakteristike grafički. Tako prikazana karakteristika naziva se krivulja pumpe. Krivulja koja prikazuje ovisnost visine dobave o količini, naziva se  $Q - H$  krivulja, ovisnost iskoristivosti o količini dobave  $Q - \eta$ , a ovisnost potrebne snage o količini  $Q - P$  krivulja.

Na dijagramu prikazanom na slici prikazana je karakteristika pumpe te sadrži, uz sve prethodno navedene krivulje, i NPSH (*eng. netto positive suction head*) krivulju. NPSH parametar nazivamo još i neto usisna visina te predstavlja razliku između usisne visine i visine (tlaka) na kojem fluid isparava. Razlikujemo dvije vrste NPSH parametra

- **Raspoloživi NPSH** ( $NPSH_{ras}$ ) daje nam maksimalnu geodetsku razliku u visini između pumpe i usisnog spremnika koji garantira da neće doći do kavitacije na ulazu u pumpu.
- **Potrebni NPSH** ( $NPSH_{pot}$ ) govori koja je maksimalna razliku u visini između

pumpe i usisnog spremnika u nekom sustavu.

Kako bi se izbjegla pojava kavitacije na ulazu u pumpu potrebna usisna visina ( $NPSH_{pot}$ ) mora biti manja od raspoložive usisne visine ( $NPSH_{ras}$ ). Raspoloživa neto usisna visina računa se prema sljedećoj jednadžbi

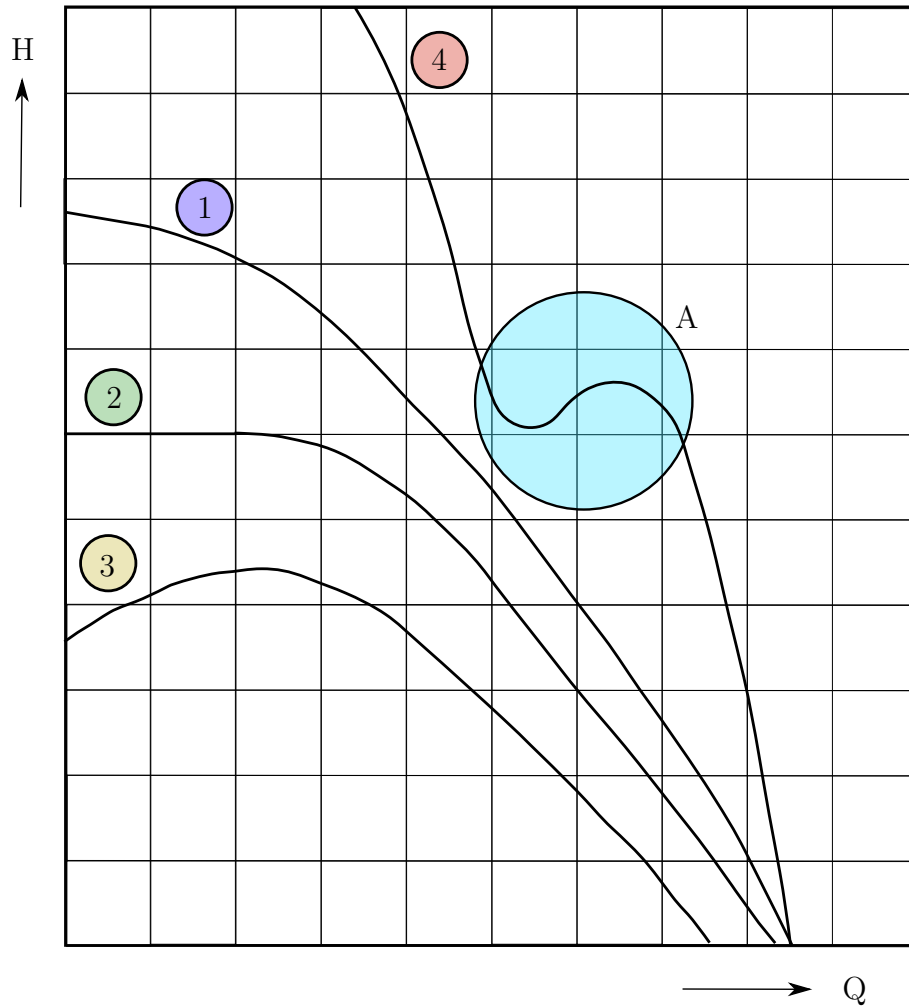
$$NPSH_{ras} = \frac{p_s - p_v}{\rho \cdot g} - (z_1 - z_s) - h_f \quad (1.28)$$

gdje indeks  $s$  označava vrijednosti u usisnom spremniku, indeks 1 vrijednosti na ulazu u pumpu,  $p_v$  tlak isparavanja fluida te  $h_f$  gubitke u cjevovodu.

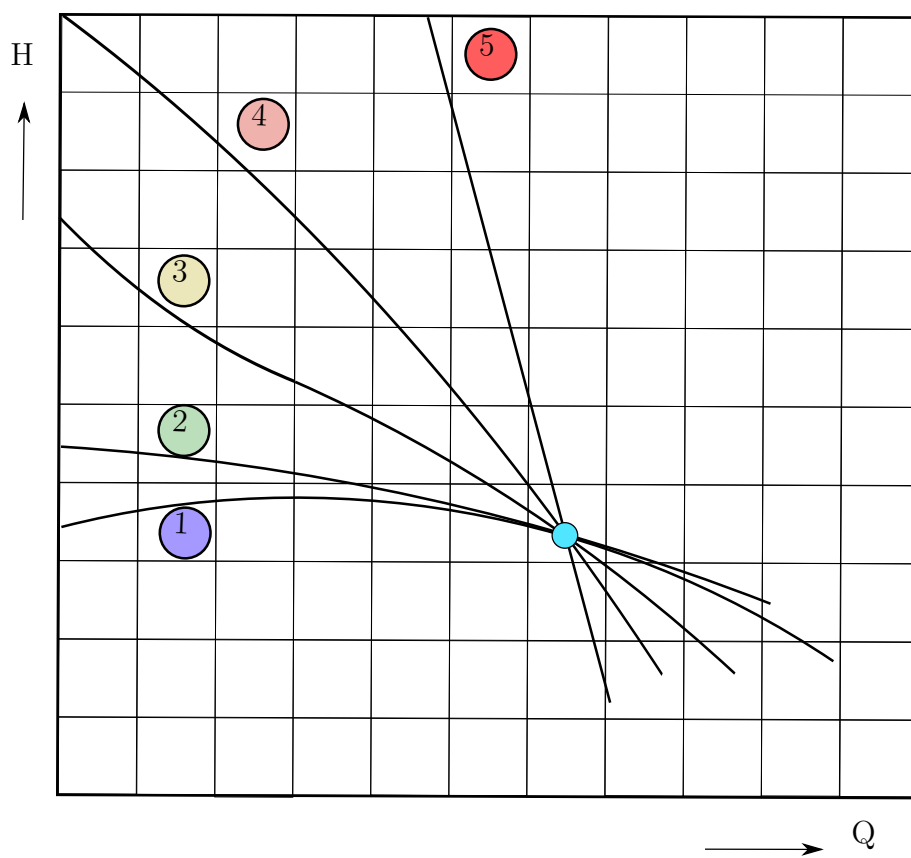
Proizvođači pumpi u stvarnosti ne ispituju cijelu karakteristiku kakva je prikazana na slici, što zbog prevelikih troškova što zbog činjenice da rad pumpe na dijelu krivulje s niskom iskoristivosti nema niti tehničkog niti ekonomskog opravdanja.

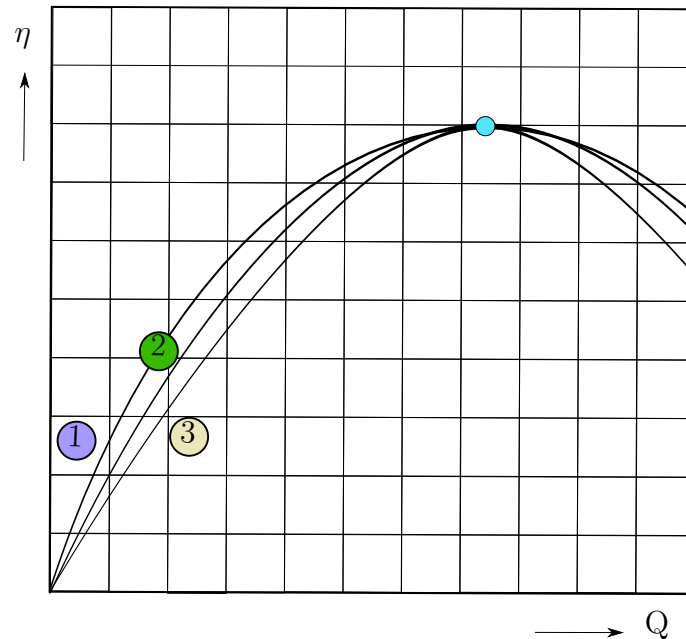
$Q - H$  karakteristika pumpe može imati različite oblike ovisno o konstrukciji pumpe. U pravilu  $Q - H$  krivulje dijelimo u dvije skupine **stabilne** i **nestabilne** krivulje. Na slici 1.15 shematski su prikazani oblici  $Q - H$  krivulja. Stabilne krivulje su one kojima je točka s najvišom visinom dobave kod nulte količine dobave, odnosno ona kod koje visina dobave opada s povećanjem količine dobave  $Q$ . Na slici 1.15 stabilnu krivulju predstavlja ① krivulja. Krivulja ② na istoj slici predstavlja prijelazni oblik krivulje. Kod prijelaznog oblika je u lijevom dijelu krivulje visina dobave konstantna uz porast količine dobave. U slučaju da visina dobave  $H$  raste s porastom količine dobave  $Q$  krivulja (ili dio krivulje) se smatra nestabilnom. Kod nestabilnih krivulja važno je da je radno područje (radna točka) unutar stabilnog dijela krivulje. Oblici ③ i ④ predstavljaju nestabilne  $Q - H$  krivulje. Oblik ④ krivulje javlja se kod pumpi s visokim specifičnim brojem okretaja. Nestabilno područje koje je označeno s kružnicom A na slici 1.15 naziva se sedlo.

Oblik karakteristike pumpe ovisi i o specifičnom broju okretaja. Krivulja  $Q - H$  porastom specifične brzine postaje strmija. Na slici 1.16 shematski je prikazan utjecaj specifične brzine na nagib  $Q - H$  krivulje. Pri čemu krivulja ① predstavlja krivulju s najmanjim specifičnim brojem okretaja, a krivulja ⑤ s najvišim ( $n_q① < n_q② < n_q③ < n_q④ < n_q⑤$ ). S inženjerske strane važniji je utjecaj specifične brzine na  $Q - \eta$  i  $Q - P$  krivulje. Kod nižih  $n_q$  krivulja iskoristivosti u ovisnosti o količini dobave u optimalnoj točki (BEP) ima veći radijus zaobljenosti. To omogućava veće radno područje pumpe pri nižim specifičnim brzinama jer se iskoristivost sporije mijenja promjenom količine dobave nego li je to slučaj s većim specifičnim brzinama. Kod malih specifičnih brzina snaga pumpe raste s porastom količine dobave same pumpe. Nagib  $Q - P$  krivulje je sve strmiji što je specifična brzina manja. Ovakvo ponašanje  $Q - P$  krivulje vrijedi za  $n_q \leq 60$ . Za  $n_q > 60$



Slika 1.15: Prikaz mogućih oblika  $Q - H$  dijagrama

Slika 1.16: Utjecaj  $n_q$  na oblik Q - H dijagrama

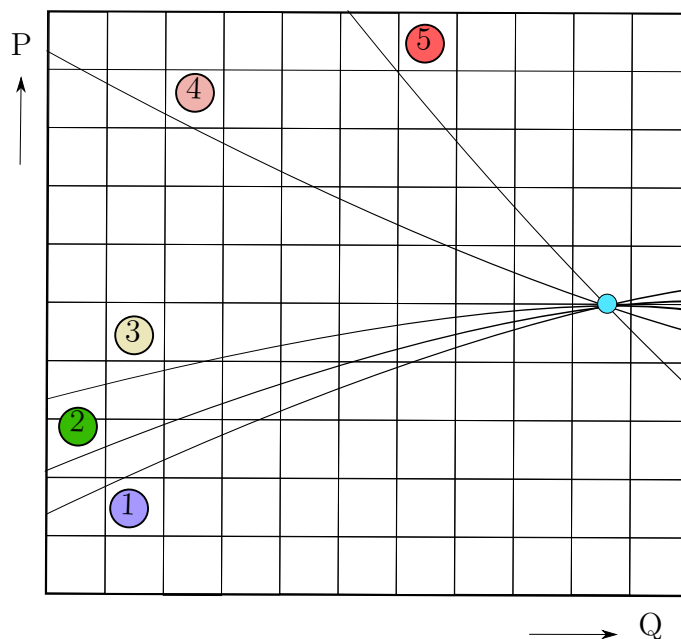
Slika 1.17: Utjecaj  $n_q$  na oblik  $Q - \eta$  dijagrama

snaga pumpe pada s povećanjem količine dobave. Oblik  $Q - P$  krivulje značajno utječe na način na koji se pumpa upušta u rad kao i na određivanje snage pogonskog stroja.

### 1.3.10 Kavitacija

Kavitacija je pojava u hidrauličkim strojevima kod koje, uslijed lokalnog pada tlaka, dolazi do isparavanja kapljevine. Da bi došlo do isparavanja, tlak mora pasti ispod tlaka zasićenja koji ovisi o temperaturi kapljevine. Kako su uvjeti u kojima je tlak niži od tlaka zasićenja lokalnog karaktera u turbostrojevima, jasno je da će fluid uslijed strujanja doći u područje višeg tlaka. Tada dolazi do kondenzacije fluida odnosno do implozije mjehura pare fluida.

Kao primjer može nam poslužiti centrifugalna pumpa koja radi pri konstantnoj brzini i količini dobave [2]. Ukoliko polagano smanjujemo tlak na usisu doći će do točke kod koje dolazi do pojave malih mjehurića pare u struji fluida. Ova pojava naziva se i začetak kavitacije (*eng. cavitation inception*) i odvija se u području najnižeg tlaka. Nošeni strujom ti mjehurići dolaze do područja višeg tlaka gdje kondenziraju. Kondenzacija se odvija velikom brzinom te najčešće u neposrednoj blizini s površinom nekog elementa pumpe. Takva kondenzacija uzrokuje udaranje fluida velikom brzinom u samu površinu pri čemu dolazi do izrazito velikih tlakova na maloj površini (tlakovi mogu doseći i 400 MPa). Taj proces se ponavlja pri čemu frekvencija takvog procesa može doseći i do 25 kHz.

Slika 1.18: Utjecaj  $n_q$  na oblik Q - P dijagrama

Zbog činjenice da se prilikom kondenzacije javljaju visoki tlakovi te da je kavitacija često velike frekvencije, dolazi do (brzog) razaranja materijala pumpe (kavitacijska erozija). Brzina razaranja materijala ovisi o više čimbenika od kojih su najvažniji:

- **Frekvencija** - veća frekvencija pojave kavitacije znači i brže razaranje materijala
- **Materijalu** - materijali mogu biti bolje ili lošije otporni na kavitaciju.
- **Veličini mjehura** - kod implozije manjih mjehura često dolazi i do većih naprezanja u materijalu, a i zbog svoje prirode manji mjehuri imaju i veću frekvenciju implozije. Unatoč tome manji mjehuri imaju i manji utjecaj na karakteristiku pumpe
- **Režim rada** - ukoliko često dolazi do naglih promjene u režimu rada (naprimjer, promjena brzine vrtnje) može doći do povećanja kavitacije

Posljedica kavitacijske erozije na elementima hidrauličkih strojeva prikazana je na slici 1.19 [3].

S obzirom na sve prethodno navedeno jasno je da je kavitacija nepoželjna pojava u strojevima te se prilikom konstrukcije pumpe mora poduzeti sve da bi se mogućnost njezine pojave svela na minimum. Kako je pojava kavitacije jedino uvjetovana tlakom, do pojave kavitacije može doći ukoliko se smanji tlak u cijelom sustavu (ili





Slika 1.19: Posljedica kavitacijske erozije lopatici propelera

poveća tlak zasićenja u sustavu) ili ukoliko dođe do lokalnog smanjenja tlaka unutar pumpe. Tlak u cijelom sustavu može se smanjiti na sljedeće načine:

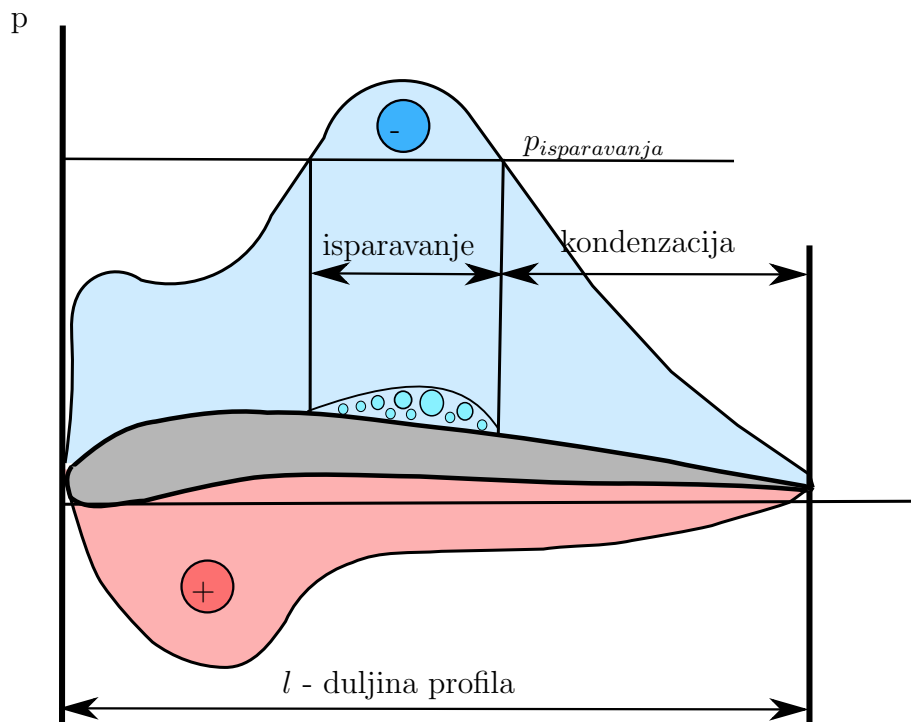
- Povećanjem geodetske usisne visine (smanjuje se tlak na ulazu u pumpu)
- Pumpa radi na većoj nadmorskoj visini u odnosu na visinu za koju je projektirana
- Povećanjem temperature radnog fluida (tlak zasićenja se povećava)

Lokalni pad tlaka u sustavu može se dogoditi zbog:

- Odvajanja fluida od stijenke zbog neodgovarajućeg profila lopatice (pojava diskontinuiteta)
- Vibracija pumpe
- Nagle promjene presjeka kanala
- Povećanja brzine okretaja pumpe (ubrzuje se strujanje - smanjuje tlak)

#### Vrste kavitacije

U praksi se susrećemo s nekoliko osnovnih vrsta kavitacije. To su **profilna kavitacija**, **središnja kavitacija**, **kavitacija u zazoru** te kavitacija uslijed **naglih promjena režima** [3].



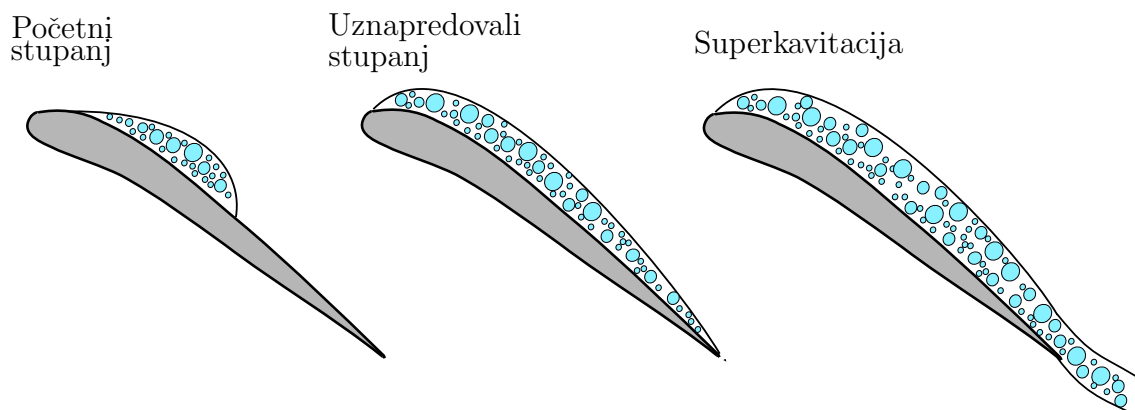
Slika 1.20: Prikaz nastajanja profilne kavitacije

### Profilna kavitacija

Prilikom opstrujavanja nekog profila (ili u općem slučaju neke plohe) pod nekim kutem uvijek će se javiti na površini profila takva raspodjela tlaka da će s jedne strane biti veći tlak, a s druge manji tlak od okolišnjeg. Takva pojava prikazana je na slici 1.20. Na slici je pretlačna strana označena crvenom bojom i oznakom  $\oplus$  dok je potlačna strana profila označena plavom bojom i oznakom  $\ominus$ . Kada na potlačnoj strani tlak padne ispod tlaka isparavanja na površini profila nastaju mjehurići pare. Mjehurići postoje sve do trenutka kada tlak postane veći od tlaka isparavanja kada dolazi do trenutne kondenzacije i kavitacijske erozije.

Profilna kavitacija može se podijeliti u 3 grupe ovisno o njezinom intenzitetu (slika 1.21).

- **Početni stupanj** - nije opasan za pumpu niti značajno utječe na njezinu karakteristiku. Kavitacija u ovom stupnju se može tolerirati uz primjenu odgovarajućih materijala.
- **Uznapredovali stadij** - kavitacija u ovom stupnju može učiniti veliku štetu u vrlo kratkom vremenu. Uz to ima veliki negativni utjecaj na karakteristiku pumpe.
- **Superkavitacija** - stupanj kavitacije koji nije opasan za pumpu (kondenza-



Slika 1.21: Shematski prikaz podjele profilne kavitacije

cija se događa daleko od površine - nema kavitacijske erozije). U današnje vrijeme postoje specijalne konstrukcije pumpi koje rade u režimu superkavitacije (pumpe za gorivo u svemirskim raketama [2]).

### Kavitacija u zazoru

Do pojave kavitacije u zazoru dolazi zbog prevelikog zazora između rotora i kućišta pumpe. Kako je već rečeno, postoje pretlačna i potlačna strana lopatice i ukoliko je zazor između lopatice rotora i kućišta pumpe preveliki, dolazi do prestrujavanja fluida s pretlačne na potlačnu stranu. Prestrujavanje s pretlačne na potlačnu stranu remeti strujanje fluida i dolazi do pojave kavitacije.

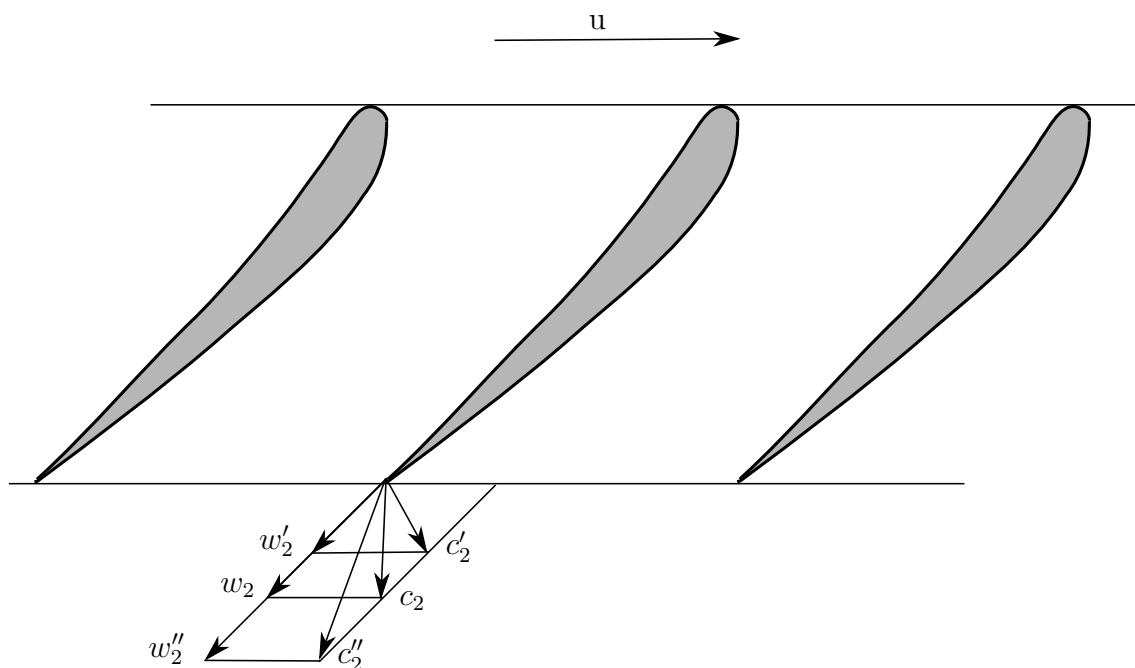
Jedini način da se ova kavitacija izbjegne jest da se zazor između lopatice i kućišta smanji na najmanju moguću mjeru. Prema Pfleidereru vrijedi sljedeća relacija kako bi se zadovoljio taj uvjet:

$$\delta z = (0.0005 \div 0.001) D_{rotor} \quad (1.29)$$

gdje je  $\delta z$  zazor, a  $D_{rotor}$  vanjski promjer rotora.

### Središnja kavitacija

Ovaj oblik kavitacije najčešće se javlja kod vodnih turbina kada rade u neproračunskim režimima rada. Prilikom rada turbine izvan proračunskog režima rada ne vrijedi proračunski uvjet  $\alpha_2 = 90^\circ$ , a kako generator električne energije uvjetuje konstantnu brzinu vrtnje, jasno je da će tok na izlazu iz turbine imati i obodnu komponentu brzine (slika 1.22). Obodna komponenta brzine uzrokuje rotaciju vode na izlazu. Ovakvo strujanje ima karakteristike prirodnog vrtloga [3].



Slika 1.22: Prikaz brzina u vodenim turbinama u proračunskom i vanproračunskog režima rada ( ' - podopterećenje; '' - preopterećenje)

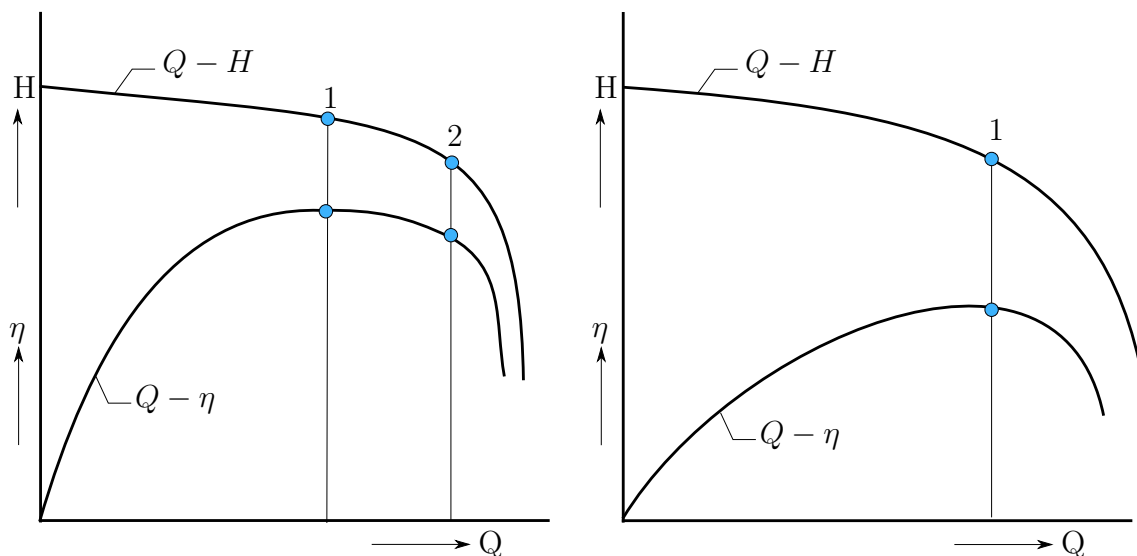
Karakteristika prirodnog vrtloga jest da je moment obodne komponente brzine konstantan odnosno da s porastom radijusa  $R$  obodna komponenta brzine pada.

$$R \cdot \vec{c}_{2u} = konst.$$

Drugim riječima, u središtu toka vode obodna komponenta  $\vec{c}_{2u}$  će biti najveća, a samim time i apsolutna  $\vec{c}_2$ . Kako su tlak i brzina međusobno povezani, velika brzina u središtu znači da će tamo biti i mali tlak. Ukoliko obodna komponenta bude dovoljno velika, tlak u središtu padne ispod tlaka isparavanja te dolazi do kavitacije.

### 1.3.11 Utjecaj kavitacije na karakteristiku pumpe

Pojava kavitacije u pumpi uzrokuje pojavu vibracija, buke, te nagli pad  $Q - H$  i  $Q - \eta$  karakteristike. Impluzija mjehurića pare u pumpi generira buku u širokom spektru frekvencija (i do 1 MHz prema [2]). Ekperimentima je dokazano kako manji mjehurići generiraju buku više frekvencije, dok veći mjehurići generiraju buku niže frekvencije. Na temelju toga moguća je i detekcija kavitacije putem mjerenja buke koju generira pumpa, ali pri tome treba uzeti u obzir da kavitacija nije jedini mogući izvor vibracija i buke. Ukoliko do vibracija i buke dolazi samo pri radu pumpe desno



Slika 1.23: Prikaz utjecaja kavitacije na karakteristiku pumpe

od optimalne točke na  $Q - H$  krivulju tada se može sa velikom sigurnošću reći da se radi o kavitaciji.

Utjecaj kavitacije na  $Q - H$  i  $Q - \eta$  krivulju prikazan je na slici 1.23. Nakon pojave kavitacije dolazi do naglog pada visine dobave, a samim time i efikasnosti pumpe. Ta pojava može se objasniti činjenicom da je gustoća vodene pare i do nekoliko tisuća puta manja od gustoće vode, što znači da će volumen vodene pare iste mase kao i voda biti mnogo veći čime će se smanjiti korisan presjek rotora. Iz navedenog može se zaključiti da će pojava kavitacije imati slabiji utjecaj na pumpe koje imaju veće presjeke u rotoru. Kako su dimenzije vezane uz specifičnu brzinu možemo zaključiti da će na pumpe s većim  $n_q$  kavitacija imati manji utjecaj.

Na lijevoj strani slike 1.23 prikazana je karakteristika pumpe s nižom specifičnom brzinom. Točka ① označava BEP točku, dok je točka ② točka u kojoj se počinje javljati kavitacija.

Na desnoj strani iste slike prikazana je pumpa s većom specifičnom brzinom. Ovdje se BEP točka i točka pojave kavitacije podudaraju (točka ①) i može se uvidjeti sporiji pad krivulje u odnosu na dijagram lijevo.

Mjere koje možemo poduzeti kako bi spriječili pojavu kavitacije možemo podijeliti u dvije grupe ovisno o vremenu njihove provedbe. Prva grupa bi bile mjere koje se provode kod konstrukcije pumpe. Osnovne mjere u toj grupi su:

- **Kod višestupanjskih** pumpi poželjno je izvesti prvi stupanj s većom usisnom visinom (u odnosu na ostale stupnjeve) ili izvesti prvi stupanj s dvostrukim usisom.
- **Kod višestupanjskih** pumpi izvesti prvi stupanj s većom brzohodnošću

- **Profiliranje lopatica** izvesti na način da se izbjegne bilo kakav diskontinuitet

U drugu grupu mjera koje se mogu poduzeti spadaju sve mjere koje se mogu poduzeti prilikom same eksploatacije pumpe. Neke od mjera koje pripadaju toj grupi su:

- **Pomak radne točke** lijevo od točke u kojoj nastaje kavitacija
- **Smanjiti broj okretaja** pumpe kako bi se smanjile brzine / povećali tlakovi
- **Ugradnjom dodatne pumpe** tzv. booster pumpe na usisu u pumpu
- **Smanjenjem geodetske visine**

## 2. Hidraulički proračun pumpe

S hidrauličkog stajališta najvažniji dijelovi pumpe su rotor, stator i kućište. Stator prvenstveno služi kako bi se kinetička energija, koja se na fluid prenijela u rotoru, pretvorila u energiju tlaka. Stator također može služiti da se fluid efikasno usmjerava u željenom smjeru (naprimjer, na lopatice rotora) kako bi se smanjili gubici na najmanju moguću mjeru. Kako bi se to ostvarilo na najefikasniji način kut lopatica statora, na ulazu u stator, mora biti jednak kutu apsolutne brzine na izlazu iz rotora.

Kućište pumpe mora biti konstruirano na način da prihvaća fluid iz rotora (ili statora ukoliko pumpa ima stator) i usmjeruje ga prema izlaznom cjevovodu sa što manjim gubicima. Kućišta su spiralnog oblika pri čemu prihvatni kanal može biti različitog presjeka.

U rotoru pumpe se odvija predaja energije fluidu što znači da se najveća pozornost, prilikom projektiranja pumpe, mora obratiti na hidrauličke karakteristike samog rotora iako se nipošto ne smiju zanemariti i karakteristike statora i kućišta. Analiza strujanja unutar rotorskih/statorskih kanala zasniva se čisto na eksperimentima zbog izuzetno komplicirane prirode samog strujanja koje se javlja u tim elementima. U današnje vrijeme zbog smanjenja troškova, ali i ubrzanja razvoja samog proizvoda eksperimenti se polako zamjenjuju s numeričkim simulacijama.

Teorija pumpe se bazira na Eulerovoj jednadžbi za turbostrojeve. Nažalost ta jednadžba nam ne daje dovoljno podataka kako bi se uspješno mogao konstruirati rotor pumpe, ali nam daje uvid u parametre koji utječu na prijenos energije. Tako pomoću Eulerove formule možemo sa sigurnošću reći da će na visinu dobave utjecati obodna brzina  $\vec{u}$ , meridionalna brzina na izlazu  $\vec{c}_{2m}$ , kut otklona fluida  $\beta_2$ . Kasnije će biti pokazano da uz to u realnim uvjetima na visinu dobave utječe i broj lopatica rotora  $z_r$ , debljina lopatice rotora  $s_r$  itd.

Suvremena metoda konstrukcije hidrauličkih elemenata pumpe može se podijeliti na nekoliko koraka [1].

1. Izračun glavnih dimenzija i kuteva lopatica putem jednodimenzijske metode bazirane na empirijskim korelacijama (prvenstveno za faktor kliza i efikasnosti)

2. Izrada idejne konstrukcije
3. Upotrebom kvazi-3D metoda u svrhu optimizacije konstrukcije rotora
4. Provjera konstrukcije pomoću numeričkih simulacija (primjenom računalne dinamike fluida (*eng. Computational Fluid Dynamics - CFD*)), u idealnom slučaju usporedba više konstrukcija te optimizacija iste.
5. Eksperimentalna provjera konstrukcije

Točka 3. često se izostavlja zbog relativne kompliciranosti, a male pouzdanosti. Neke važne karakteristike pumpe (poput efikasnosti, visine dobave i pojave kavitacije) izrazito ovise o polju brzina i tlaka te se one ne mogu obuhvatiti jednostavnom jednodimenzijском analizom. Zbog te činjenice jednodimenzijска analiza praćena je određenom nesigurnošću.

Postoje mnoga pravila i smjernice kojih se potrebno držati prilikom konstrukcije kako bi se mogućnost loše konstrukcije svela na minimum. Mnoga od njih se uvelike i razlikuju, ali sva su bazirana na eksperimentima. Rezultat toga je mogućnost konstruiranja elemenata pumpe na različite metode, a da na kraju pumpe imaju istu karakteristiku. Na primjer, rotor pumpe može biti konstruiran sa potpuno drugačijim geometrijskim parametrima (kutevi lopatica, širina izlaza, promjeri i sl), a da pritom ostvaruju istu efikasnost i visinu dobave.

## 2.1 Polazni podaci

Hidraulički proračun provesti će se za pumpu namijenjenu za dobavu vode unutar postojećeg vodovodnog sustava. Zadani parametri za pumpu su dani u tablici 2.1. S obzirom na relativno visoku visinu dobave  $H$  koju pumpa mora ostvariti uz malu količinu  $Q_{stv}$ , prema tablici 1.1 možemo zaključiti da je potrebna pumpa radijalnog tipa.

Tablica 2.1: Prikaz polaznih podataka za proračun pumpe

Protok	Visina dobave	Okretaji
$Q$	$H$	$n$
5500	275	1450
$\frac{\text{lit}}{\text{min}}$	m	$\frac{\text{o}}{\text{min}}$



## 2.2 Proračun rotora

Prilikom hidrauličkog proračuna i konstrukcije rotora važno je obratiti pozornost na sljedeća pravila:

- Izbjegavati nagle promjene presjeka rotorskih kanala (vrijedi i za stator)
- Izbjegavati nagla skretanja
- Ukoliko je specifična brzina sa zadanim parametrima preniska  $n_q < 15$  potrebno je uvesti višestupanjsku konstrukciju
- Posebno je važno dobro oblikovati ulazni brid lopatica

Prva točka kod proračuna pumpe jest određivanje specifične brzine  $n_q$  pomoću formule koja je dana u tablici 1.2.

$$n'_q = n \cdot \frac{Q_{opt}^{1/2}}{H_{opt}^{3/4}} = 1450 \cdot \frac{0.09167^{1/2}}{275^{3/4}} = 6.5$$

pri čemu su  $Q_{opt}$  i  $H_{opt}$  zadane vrijednosti visine i količine dobave. S obzirom da je ovako niska specifična brzina neprihvatljiva potrebno je uvesti višestupanjsku pumpu. Broj stupnjeva pumpe određuje se po sljedećoj formuli uz odabran specifični broj okretaja  $n_q = 24$ .

$$i = \left( \frac{n_q}{n'_q} \right)^{4/3} = \left( \frac{24}{6.5} \right)^{4/3} = 5.7 \rightarrow i = 6$$

U prethodnom poglavlju istaknuto je da je za proračun pumpe važna dobra pretpostavka efikasnosti. U istom poglavlju dane su formule i dijagrami za određivanje istih. S obzirom da su efikasnosti definirane preko stvarnog protoka u pumpi  $Q_{La}$ , a koji je definiran samom volumetričkom efikasnosti, efikasnosti se određuju iteracijskim postupkom.

Prvo određujemo koeficijent  $m$  pomoću formule 1.25. S obzirom da je protok  $Q < 1$  vrijedi da je  $a = 1$ . U prvoj iteraciji pretpostavka je da vrijedi  $Q_{La} = Q = 0.09167 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

$$m = 0.08a \left( \frac{Q_{Ref}}{Q} \right)^{0.15} \left( \frac{45}{n_q} \right)^{0.06} = 0.08 \cdot 1 \left( \frac{1}{0.09167} \right)^{0.15} \left( \frac{45}{24} \right)^{0.06} = 0.118887$$

Uvrštavajući  $m$  u jednadžbu 1.23 dobije se

$$\begin{aligned}\eta_{h,opt} &= 1 - 0.065 \left( \frac{Q_{Ref}}{Q} \right)^m - 0.23 \left\{ 0.3 - \log \frac{n_q}{23} \right\}^2 \left( \frac{Q_{Ref}}{Q} \right)^{0.05} \\ &= 1 - 0.065 \left( \frac{1}{0.09167} \right)^m - 0.23 \left\{ 0.3 - \log \frac{24}{23} \right\}^2 \left( \frac{1}{0.09167} \right)^{0.05} \\ &= 0.8964\end{aligned}\quad (2.1)$$

Uvrštavanjem jednadžbe 1.27 u jednadžbu 1.26 možemo izračunati volumetričku efikasnost

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + 2Q \cdot \left( \frac{4.1}{n_q^{1.6}} \right)} = \frac{0.09167}{0.09167 + 2 \cdot 0.09167 \cdot \left( \frac{4.1}{24^{1.6}} \right)} = 0.95169$$

Ukupnu efikasnost računamo na sličan način kao i hidrauličku. Prema [1] ukupna efikasnost se može izračunati kao

$$\begin{aligned}\eta_t &= 1 - 0.116 \cdot \left( \frac{Q_{Ref}}{Q} \right)^m - 0.4 \cdot \left( 0.26 - \log \left( \frac{n_q}{25} \right) \right)^2 \\ &= 1 - 0.116 \cdot \left( \frac{1}{0.09167} \right)^m - 0.4 \cdot \left( 0.26 - \log \left( \frac{24}{25} \right) \right)^2 \\ &= 0.7983\end{aligned}$$

S izračunatom volumetričkom efikasnosti  $\eta_v$  možemo sada odrediti stvarni protok kroz pumpu  $Q_{La}$

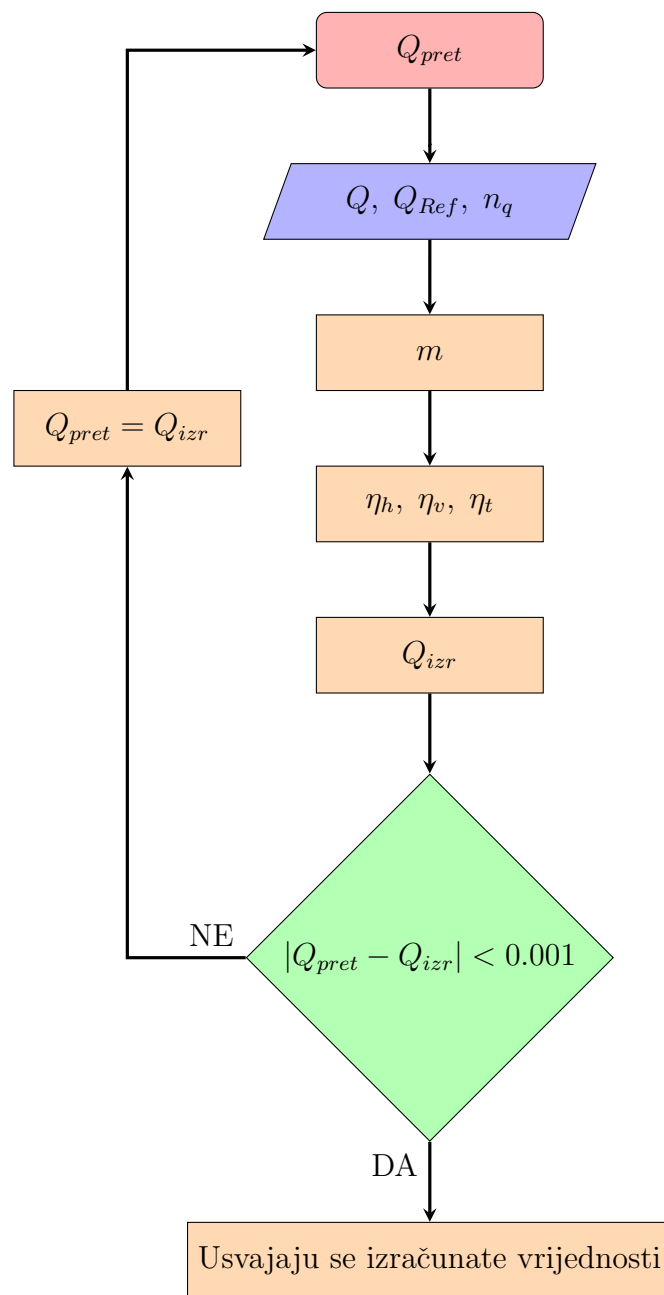
$$Q_{La} = \frac{Q}{\eta_v} = \frac{0.09167}{0.95169} = 0.096323 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Postupak se ponavlja sve dok izračunati protok  $Q_{La}$  ne bude jednak pretpostavljenom. Dijagram toka ovog postupka iteracije prikazan je na slici 2.1, a konačne izračunate vrijednosti dane su u tablici 2.2.

## 2.2.1 Glavne dimenzije rotora

Specifični rad pumpe jednak je

$$Y_m = g \cdot H = 9.80665 \cdot 275 = 2696.82 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$



Slika 2.1: Dijagram toka određivanja efikasnosti

dok je snaga elektromotora potrebnog za pogon pumpe jednaka

$$P = \frac{\rho \cdot Y_m \cdot Q}{\eta_t} = \frac{1000 \cdot 2696.82 \cdot 0.09167}{0.8} = 341195\text{W} \cong 341.2 \text{ kW}$$

Promjer vratila pumpe možemo izračunati prema sljedećoj jednadžbi pri čemu je  $\tau_{dop}$  dopušteno naprežanje na torziju. Prema [4] u slučaju kada nisu poznati momenti savijanja koji djeluju na vratilo,  $\tau_{dop}$  uzima se na način kako je prikazano u tablici

Tablica 2.2: Prikaz izračunatih efikasnosti i stvarnog protoka

Veličina	Vrijednost	Jedinica
$m$	0.118	-
$\eta_{h,opt}$	0.8972	-
$\eta_{v,opt}$	0.9517	-
$\eta_{t,opt}$	0.799 $\rightarrow$ 0.8	-
$Q_{La}$	0.1012	$\frac{m^3}{s}$

Tablica 2.3: Prikaz dopuštenih torzijskih naprezanja ovisno o promjeru vratila

$d$	[mm]	< 25	25...50	50...80	> 80
$\tau_{dop}$	$[\frac{N}{mm^2}]$	10	20	30	40

2.3.

$$d_v = \left( \frac{16 \cdot P}{\pi \cdot \omega \cdot \tau_{dop}} \right)^{1/3} = \left( \frac{16 \cdot 341195}{\pi \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 1450}{60} \cdot \tau_{dop}} \right) = 0.081 \text{ m}$$

Prema [1] promjer glavčine  $d_n$  je preporučeno računati kao  $d_n = (1.1 \div 1.3) \cdot d_v$ . Uzimajući mogućnost kasnijeg povećanja promjera vratila dobivamo da je promjer glavčine jednak

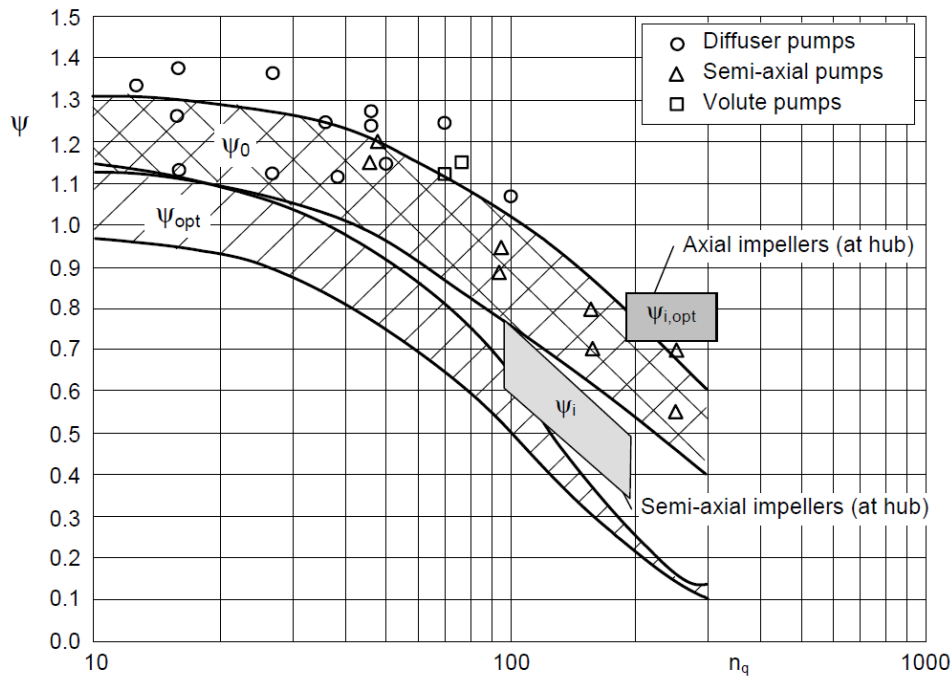
$$d_n = 1.3 \cdot d_v = 1.3 \cdot 0.081 = 0.106 \text{ m}$$

Vanjski promjer rotora  $d_2$  jednak je [1]

$$d_2 = \frac{60}{\pi n} \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \frac{H}{i}}{\psi_{opt}}} = \frac{60}{1450 \pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 9.80665 \cdot \frac{275}{5}}{1.08}} = 0.38 \text{ m}$$

gdje je  $\psi_{opt}$  koeficijent visine dobave kod optimalne točke pumpe. Koeficijent  $\psi_{opt}$  dobiven je statističkim metodama poput efikasnosti i njegove vrijednosti u ovisnosti o  $n_q$  prikazane su na slici 2.2. Također, moguće ga je izračunati i pomoću formule 2.2.

$$\psi_{opt} = 1.21 \cdot e^{\left( \frac{-0.77n_q}{n_{q,Ref}} \right)} \quad (2.2)$$

Slika 2.2: Dijagram  $\psi_{opt}$  u ovisnosti o  $n_q$ 

gdje je  $n_{q,Ref} = 100$ . Broj lopatica rotora može uvelike utjecati na hidrodinamičku karakteristiku pumpe, no nažalost ne postoji način na koji bi se mogao odrediti optimalni njihov broj. Preporučeno je da se broj lopatica kreće između 5-9. Manje od 5 se ne preporuča zbog velikih nestabilnosti toka na izlazu iz rotora, a više od 9 kako se ne bi narušila stabilnost  $q - h$  karakteristike. Odabran je broj lopatica rotora

$$z_r = 6$$

Za kut lopatice  $\beta_{1B}$  na ulaznom bridu preporučeno je uzeti u rasponu od  $15^\circ$  do  $20^\circ$ . Promjer ulaza u pumpu za odabrani  $\beta_{1B}$  računa prema formuli 2.3.

$$d_1 = 2.9 \sqrt[3]{\frac{Q_{La}}{f_q n k_n \tan \beta_{1B}} \left(1 + \frac{\tan \beta_{1B}}{\tan \alpha_1}\right)} \quad (2.3)$$

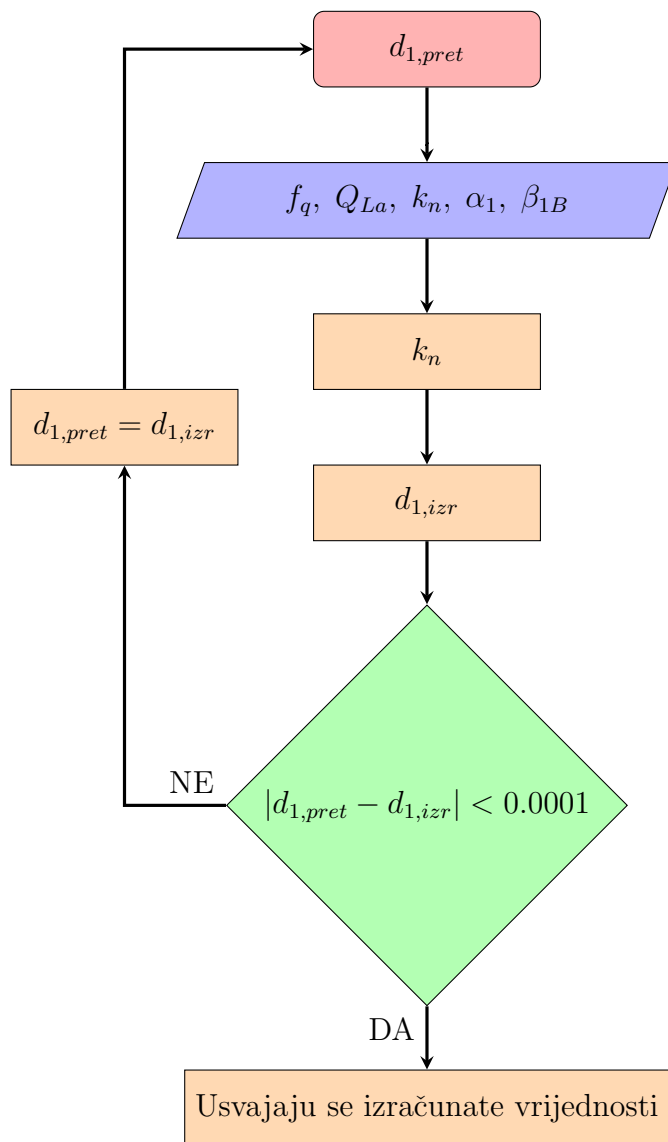
Promjer  $d_1$  potrebno je računati iteracijskim putem jer je koeficijent  $k_n$  jednak

$$k_n = 1 - \frac{d_n}{d_1}$$

Drugim riječima  $d_1$  je prema jednadžbi 2.3 ovisan sam o sebi. Koeficijent  $f_q$  označava broj ulaza u rotor i u ovom slučaju vrijedi  $f_q = 1$ . Ulaz vode u pumpu pretpostavljen je kao čisto aksijalno strujanje pa vrijedi da je  $\alpha_1 = 90^\circ$ . Nakon provedbe iteracijskog

proračuna, čiji je tijek prikazan u dijagramu toka na slici 2.3, dobiveno je:

$$d_1 = 0.225 \text{ m}$$



Slika 2.3: Dijagram toka izračuna unutarnjeg promjera pumpe  $d_1$

### 2.2.2 Trokut brzina na ulazu u rotor

Površina ulaza u rotor pumpe  $A_1$  jednaka je

$$A_1 = \frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 - d_n^2) = \frac{\pi}{4} \cdot (0.225^2 - 0.106^2) = 0.0309 \text{ m}^2$$

Meridionalnu brzinu na ulazu  $c_{0m}$  računamo prema jednadžbi 1.13.

$$\vec{c}_{0m} = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.101}{0.0309} = 3.27 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Neposredno nakon što fluid uđe u međulopatični kanal dolazi do njegova naglog ubrzanja zbog činjenice da se, zbog konačne debljine lopatica  $s_r$ , površina smanjila. Zbog toga potrebno je brzinu na ulazu korigirati prema sljedećoj formuli [5]

$$\vec{c}_{1m} = \vec{c}_{0m} \cdot \tau_{kor} = 3.27 \cdot 1.4778 = 4.385 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

gdje je  $\tau_{kor}$  korektivni faktor i jednak je

$$\tau_{kor} = \frac{t_1}{(t_1 - \sigma_1)} = \frac{0.10098}{(0.10098 - 0.0326)} = 1.4778$$

$$t_1 = d_1 \frac{\pi}{z_r} = 0.225 \cdot \frac{\pi}{6} = 0.10098$$

$$\sigma_1 = \frac{s_r}{\sin(\beta_{1B})} = \frac{0.008}{\sin(16)} = 0.0326$$

Obodna brzina na ulazu iznosi

$$\vec{u}_1 = d_1 \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} = 0.225 \cdot \pi \cdot \frac{1450}{60} = 17.08 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Kako je već spomenuto pretpostavlja se aksijalni ulaz u rotor, samim time je obodna komponenta brzine  $\vec{c}_{1u} = 0$ . Relativna brzina na ulazu  $\vec{w}_1$  jednaka je:

$$\vec{w}_1 = \sqrt{\vec{c}_{1m}^2 + (\vec{u}_1 - \vec{c}_{1u})^2} = \sqrt{4.385^2 + (17.08 - 0)^2} = 17.75 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Kut fluida na ulazu  $\beta_1$  jednak je

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{\vec{c}_{1m}}{\vec{u}_1 - \vec{c}_{1u}}\right) = \arctan\left(\frac{4.385}{17.08 - 0}\right) = 15.04^\circ$$

### 2.2.3 Trokut brzina na izlazu

Širina izlaznog kanala kod rotora jednaka je

$$b_2 = d_2 \cdot \left( 0.017 + 0.262 \frac{n_q}{n_{q,Ref}} - 0.08 \left( \frac{n_q}{n_{q,Ref}} \right)^2 + 0.0093 \left( \frac{n_q}{n_{q,Ref}} \right)^3 \right) = 0.0286 \text{ m}$$

gdje je  $n_{q,Ref} = 100$ . Gornja jednadžba matematički je zapis statističkih rezultata brojnih ispitivanja [1]. Površina izlaza rotora jednaka je

$$A_2 = \pi \cdot d_2 \cdot b_2 = 0.38 \cdot 0.0286 \cdot \pi = 0.0342 \text{ m}^2$$

Obodna brzina na izlazu računa se na sličan način kao i na ulazu

$$\vec{u}_2 = d_2 \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} = 0.38 \cdot \frac{1450}{60} = 28.85 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Izlazni kut lopatice  $\beta_{2B}$  mora biti izabran tako da prije odabrani koeficijenti  $\psi_{opt}$ ,  $d_2$ ,  $z_r$  i  $b_2$  mogu ostvarivati željenu visinu dobave. Kut  $\beta_{2B}$  koji odgovara navedenim uvjetima, a da je u isto vrijeme u granicama u kojima se garantira normalni rad pumpe ( $25 < \beta_{2B} < 40$ ), može se naći samo iteracijskim putem na sljedeći način: Prvo se pretpostavlja kut  $\beta_{2B,pret} = 25$  pa se pomoću njega određuju koeficijenti  $t_2$ ,  $\sigma_2$  te konačno korekcijski koeficijent uslijed proširenja  $\tau_2$ . Zatim se određuje faktor klizanja  $\gamma$ . Pomoću faktora klizanja  $\gamma$  i kuta  $\beta_{2B}$  konačno se može odrediti visina dobave  $H_{slip}$ . Proračun se ponavlja s promijenjenim kutem  $\beta_{2B}$  sve dok se ne ostvari da je  $H_{slip} = H$ . Dijagramski prikaz proračuna kuta  $\beta_{2B}$  prikazan je na slici 2.4

$$\tau_{kor2} = \frac{t_2}{(t_2 - \sigma_2)} = \frac{0.1705}{(0.1705 - 0.01893)} = 1.125$$

gdje su

$$t_2 = d_2 \frac{\pi}{z_r} = 0.38 \cdot \frac{\pi}{6} = 0.198$$

$$\sigma_2 = \frac{s_r}{\sin(\beta_{2B})} = \frac{0.008}{\sin(25)} = 0.01893$$

Faktor kliza jednak je [1]:

$$\gamma = f_1 \left( 1 - \frac{\sqrt{\sin \beta_{2B}}}{z_r^{0.7}} \right) k_w = \left( 1 - \frac{\sqrt{\sin(25)}}{7^{0.7}} \right) = 0.8335$$

gdje su koeficijenti  $f_1$  i  $k_w$

$$f_1 = \begin{cases} 0.98 & , \text{ za radialne pumpe} \\ (1.02 \div 1.2) \times 10^{-3}(n_q - 50) & , \text{ za polu - aksijalne pumpe} \end{cases}$$



$$k_w = \begin{cases} 1 - \left( \frac{d_{1m}^* - \epsilon_{Lim}}{1 - \epsilon_{Lim}} \right)^3, & \text{ukoliko je } d_{1m}^* > \epsilon_{Lim} \\ 1 & \text{ukoliko je } d_{1m}^* \leq \epsilon_{Lim} \end{cases}$$

$$\epsilon_{Lim} = e \frac{8.16 \sin \beta_{2B}}{z_r} = 0.58$$

$$d_{1m}^* = \frac{d_{1m}}{d_2} = \frac{\sqrt{\frac{d_1^2 + d_n^2}{2}}}{d_2} = 0.4668$$

Visina dobave  $H_{slip}$  jednaka je

$$H_{slip} = \frac{\eta_h \vec{u}_2^2}{g} \left\{ \gamma - \frac{Q_{La}}{f_q A_2 \vec{u}_2^2 \tan \beta_{2B}} \left[ \tau_2 + \frac{A_2 d_{1m}^* \tan \beta_{2B}}{A_1 \tan \alpha_1} \right] \right\}$$

$$= 38.31 \text{ m} \neq \frac{H}{i} = 45.83$$

Postupak se provodi sve dok se ne ostvari  $H_{slip} = H$ , a nakon svake iteracije  $\beta_{2B}$  uveća se za 0.01. Nakon provedenog proračuna dobiven je kut

$$\beta_{2B} = 28^\circ$$

Meridionalna brzina na izlazu  $\vec{c}_{2m}$

$$\vec{c}_{2m} = \frac{Q_{La}}{A_2} = \frac{0.1012}{0.0342} = 2.96 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Korigirana meridionalna brzina na izlazu

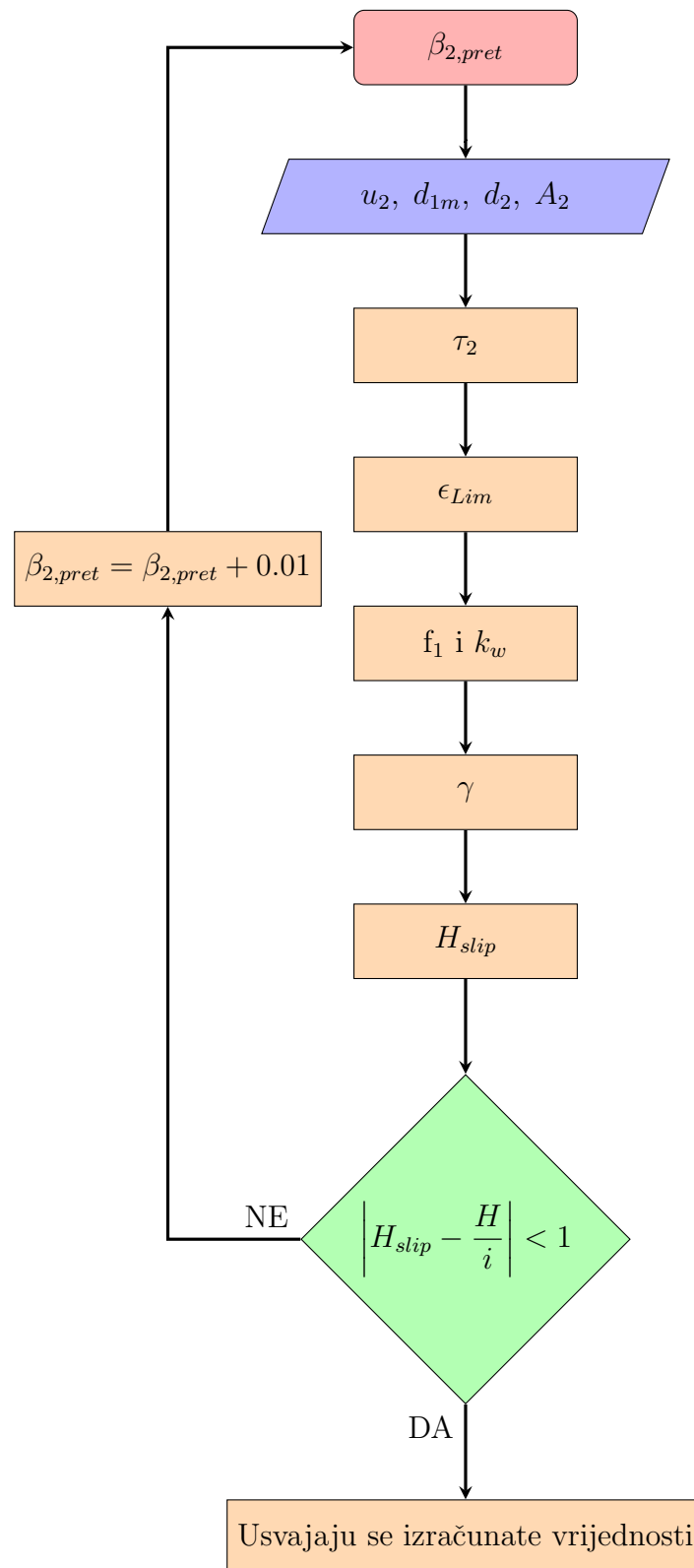
$$\vec{c}_{3m} = \vec{c}_{2m} \frac{1}{\tau_2} = 3.46 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Obodna komponenta izlazne brzine jednaka je:

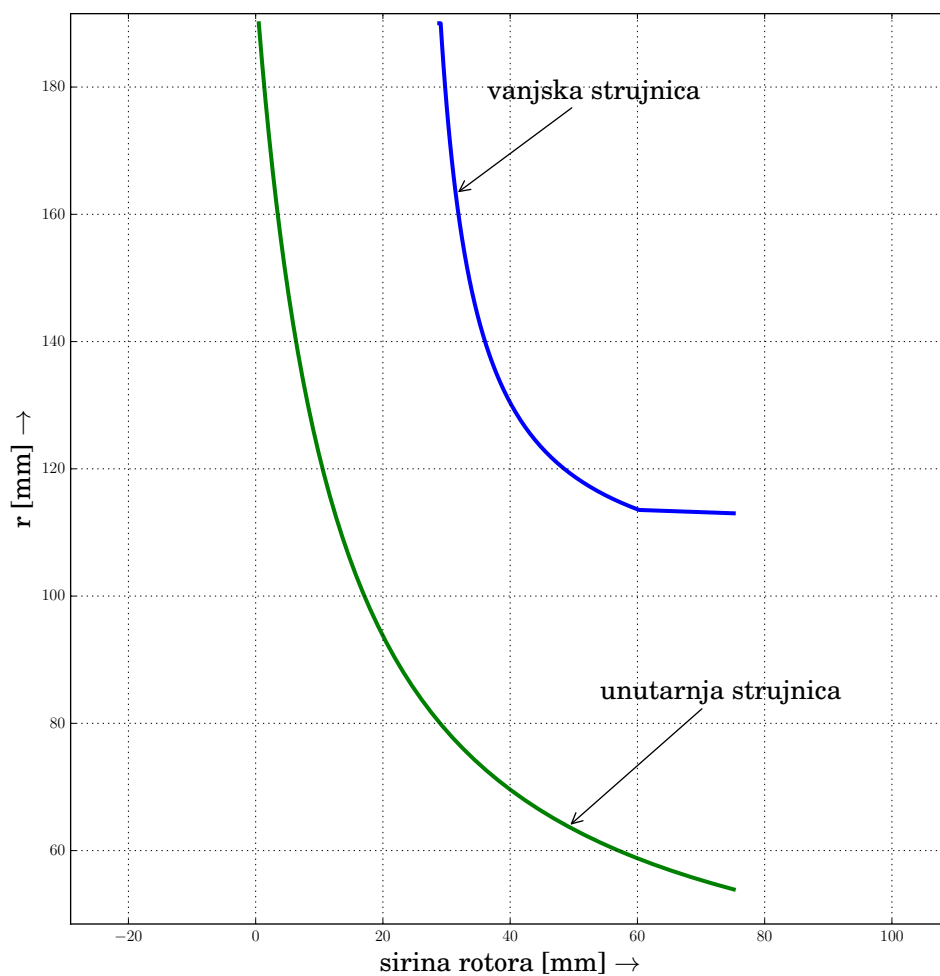
$$\vec{c}_{2u} = \vec{u}_2 \left( \frac{\vec{c}_{3m} \cdot \tau_2}{\vec{u}_2 \tan \beta_{2B}} \right) = 28.85 \left( \frac{3.46 \cdot 1.15}{28.85 \tan(28)} \right) = 17.44 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Relativna brzina  $w_2$

$$\vec{w}_2 = \sqrt{\vec{c}_{2m} + (\vec{u}_2 + \vec{c}_{2u})^2} = \sqrt{2.96 + (28.85 - 17.44)^2} = 11.73 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Slika 2.4: Dijagram toka izračuna kuta lopatice na izlazu



Slika 2.5: Prikaz meridionalne ravnine

#### 2.2.4 Presjek meridionalne ravnine

Presjek meridionalne ravnine konstruiran je numeričkim putem pomoću programskog jezika *Python*. Ovim načinom garantirana je kontinuiranost suženja kanala bez naglih promjena u presjeku. Time se automatski jamče i dobre hidrauličke karakteristike kanala. Rezultati takve konstrukcije dani su na slici 2.5 i u tablici 2.4. Kod kojim je proveden proračun meridionalne ravnine dan je u prilogu A.

Tablica 2.4: Prikaz numerički dobivenih koordinata meridionalne ravnine

Vanjska strujnica		Unutarnja strujnica	
Promjer [mm]	Širina [mm]	Promjer [mm]	Širina [mm]
190.029	28.86	190.024	0.493
176.932	30	161.63	3.267
163.2	31.45	138.292	6.642
151.913	33.17	119.109	10.747
142.635	35.3	103.343	15.741
135.009	37.83	90.384	21.817
128.74	40.94	79.732	29.208
123.588	44.72	70.976	38.199
119.352	49.333	63.779	49.138
115.87	54.92	57.863	62.446

## 2.3 Hidraulički proračun difuzora

Promjer na ulazu u difuzor  $d_3$  određuje se pomoću jednadžbe 1.29 odnosno

$$d_3 = d_2 + 2 \cdot ((0.005 \div 0.01)d_2) = 0.38 + 2 \cdot (0.01 \cdot 0.38) = 0.3887 \rightarrow 0.389 \text{ m}$$

Broj lopatica u difuzoru odabran je u skladu sa tablicom 2.5. točnije odabran je

$$z_d = 10$$

uz debljinu lopatica na ulazu od  $s_d = 5 \text{ mm}$

Širina ulaza u difuzor mora biti nešto veća od širine izlaza rotora. Uobičajeno je da se  $b_3$  kreće u rasponu od  $b_3 = (1.03 \div 1.07) \cdot b_2$ . Prema tome, širina ulaza difuzora iznosi

$$b_3 = 1.05 \cdot b_2 = 1.05 \cdot 0.0286 = 0.03 \text{ m}$$

Tablica 2.5: Preporučeni broj lopatica u difuzoru ovisno o broju lopatica u rotoru

$z_r$	5			6		7			
$z_D$	7	8	12	10	9	10	11	12	(15)

### 2.3.1 Trokut brzina na ulazu u difuzor

Obodna komponenta apsolutne brzine  $\vec{c}_{3u}$  na ulazu u difuzor iznosi

$$\vec{c}_{3u} = \frac{d_2 \vec{c}_{2u}}{d_3} = \frac{0.38 \cdot 17.44}{0.389} = 17.04 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Meridionalna brzina na ulazu u difuzor jednaka je

$$\vec{c}_{3m,d} = \frac{Q_{La} \tau_3}{\pi d_3 b_3} = \frac{0.1012 \cdot 1.26}{\pi \cdot 0.39 \cdot 0.03} = 3.466 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

gdje je  $\tau_3$  jednak

$$\tau_3 = \frac{t_3}{t_3 - \sigma_3} = \frac{0.1221}{0.1221 - 0.0251} = 1.26$$

uz

$$t_3 = d_3 \frac{\pi}{z_D} = 0.389 \cdot \frac{\pi}{10} = 0.1221$$

$$\sigma_3 = \frac{s_D}{\sin(\alpha_3)} = \frac{0.008}{\sin(15)} = 0.0251$$

Kut  $\alpha_3$  u gornjim jednadžbama je pretpostavljen te je njega potrebno računati iteracijskim putem (slika 2.6) preko sljedeće jednadžbe:

$$\alpha_3 = \arctan \left( \frac{\vec{c}_{3m}}{\vec{c}_{3u}} \right)$$

konačni rezultat za  $\alpha_3 = 11.5^\circ$

### 2.3.2 Trokut brzina na izlazu iz difuzora

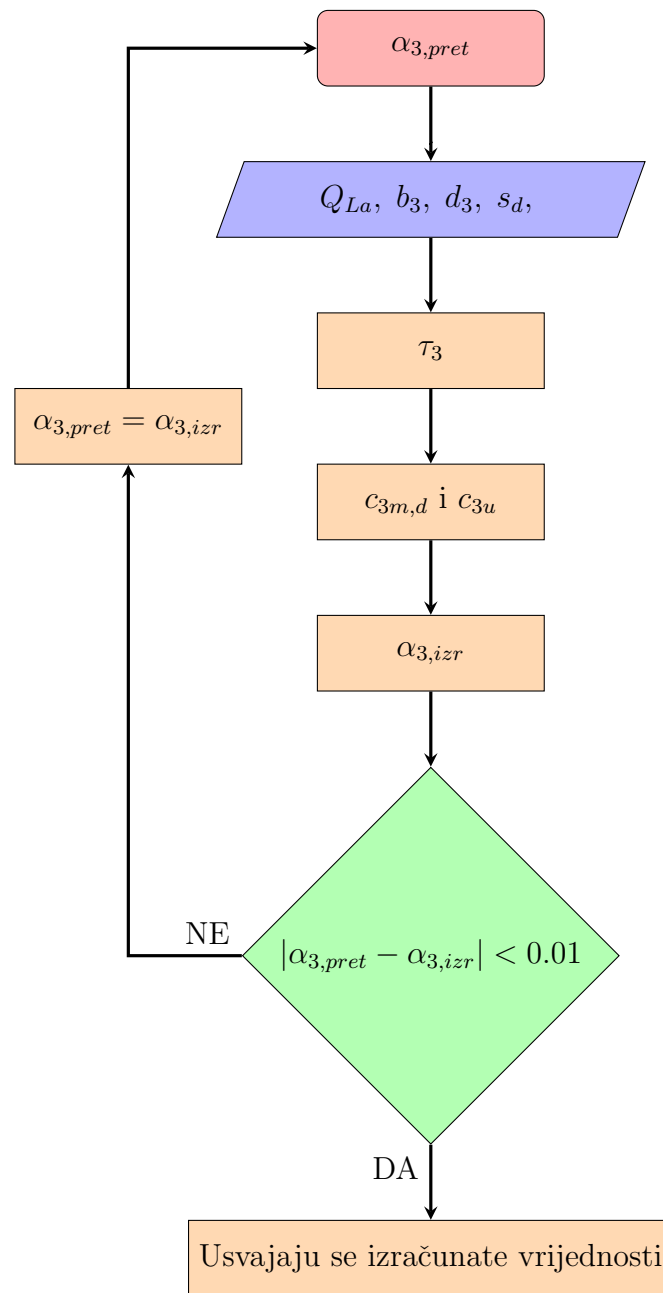
Vanjski promjer difuzora  $d_4$  jednak je

$$d_4 = d_2 + (1.1 + 0.1 n_q) = 0.38 + (1.1 + 0.1 \cdot 24) = 510 \text{ mm}$$

Grlo na ulazu u difuzor

$$a_3 = 1.1 \frac{d_3}{d_2} \exp \left( \frac{2Q_{La}}{z_d \vec{c}_{2u} d_2 b_3} \right) = 0.123 \text{ mm}$$

Postupak određivanja brzina na izlazu iz difuzora sličan je onome na ulazu u difuzor. Razlika je u tome da nema iteracije već samo odabiremo željeni izlazni kut.

Slika 2.6: Dijagram toka izračuna kuta  $\alpha_3$ 

Odabran je

$$\alpha_4 = 20^\circ$$

Korekcijski faktor  $\tau_4$

$$\tau_4 = \frac{t_4}{t_4 - \sigma_4} = \frac{0.1599}{0.1599 - 0.01462} = 1.1005$$

uz

$$t_4 = d_4 \frac{\pi}{z_d} = 0.51 \cdot \frac{\pi}{10} = 0.1599$$

$$\sigma_4 = \frac{s_d}{\sin(\alpha_4)} = \frac{0.008}{\sin(20)} = 0.01462$$

Meridionalna brzina  $\vec{c}_{4m}$

$$\vec{c}_{4m} = \frac{Q_{La} \tau_4}{\pi d_4 b_4} = \frac{0.1012 \cdot 1.1005}{\pi \cdot 0.51 \cdot 0.03} = 2.31 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Apsolutna brzina na izlazu iz difuzora

$$\vec{c}_4 = \frac{\vec{c}_{4m}}{\sin \alpha_4} = \frac{2.31}{\sin(20)} = 6.68 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Obodna komponenta apsolutne brzine iznosi

$$\vec{c}_{4u} = \vec{c}_4 \cos \alpha_4 = 6.68 \cdot \cos(20) = 6.36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

## 2.4 Proračun skretnih lopatica

Prema [1] brzina na izlazu iz skretnih lopatica može se uzeti kao umanjena brzina  $\vec{c}_{1m}$  odnosno

$$\vec{c}_{6m} = (0.85 \div 0.9) \cdot \vec{c}_{1m} = 0.9 \cdot 4.34 = 3.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

S obzirom da je strujanje na ulazu u rotor smatrano čistim aksijalnim, izlazni kut iz skretnih lopatica mora biti takav da se taj uvjet zadovolji. Odnosno  $\alpha_6$  mora biti nešto veća od  $\alpha_1 = 90^\circ$  pa se stoga uzima  $\beta_{6B} = 95^\circ$ .

Širina kanala na izlazu iz skretnih lopatica iznosi

$$b_6 = \frac{Q}{\pi \cdot d_6 \cdot \vec{c}_{6m}} = \frac{0.101}{\pi \cdot 0.25 \cdot 3.9} = 0.033 \text{ m}$$

pri čemu je unutarnji promjer  $d_6$  proizvoljno odabran. Širina kanala na ulazu  $b_5$  uzima se jednakoj širini na izlazu iz difuzora odnosno  $b_5 = b_4$ . Jednako tako vrijedi i za promjer na ulazu  $d_5 = d_4$ . Meridionalna brzina na ulazu  $\vec{c}_{5m}$  jednaka je

$$\vec{c}_{5m} = \frac{Q}{\pi \cdot d_5 \cdot b_5} = \frac{0.101}{\pi \cdot 0.51 \cdot 0.3} = 2.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

obodna komponenta brzine iznosi

$$\vec{c}_{5u} = \frac{\vec{c}_{4u} \cdot d_4}{d_5} = \vec{c}_{4u} = 6.36 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kut na ulazu u skretne lopatice

$$\alpha_5 = \arctan \left( \frac{\vec{c}_{5m}}{\vec{c}_{5u}} \right) = \arctan \left( \frac{2.1}{6.36} \right) = 19^\circ$$

Kut lopatica na ulazu mora se uzeti nešto veći radi suženja prilikom ulaza u skretne lopatice pa vrijedi  $\beta_{5B} = 25^\circ$



### 3. Numeričke metode

Mehanika fluida je znanost u kojoj su teorija i eksperimenti usko povezani. Teorijski dio mehanike fluida odnosi se na analitičko rješavanje problema strujanja fluida. Analitička rješenja nam daju detaljan uvid u samu fiziku našeg problema čime se omogućuje analiza pojedinih parametara u modelu problema [6].

Nažalost, analitička rješenja u dinamici fluida često se svode samo na neke specijalne slučajeve laminarnog strujanja dok analitička rješenja za realna (turbulentna) strujanja, kakva najčešće susrećemo u inženjerstvu, ne postoje. Stoga su se problemi u dinamici fluida u prošlosti često rješavali pomoću eksperimenata, a zatim su se na temelju više eksperimenata dobivale različite empirijske formulacije određenih problema u dinamici fluida (naprimjer, pojava kavitacije unutar pumpe).

Razvojem računala tijekom 20. stoljeća stvorili su se uvjeti za primjenu numeričkih metoda kako bi se došlo do rješenja problema strujanja u dinamici fluida. Time je nastalo novo područje unutar mehanike fluida koje nazivamo **Računalna dinamika fluida - RDF** (*eng. Computational Fluid Dynamics - CFD*). Računalna dinamika fluida jest analiza sistema koji uključuju strujanje fluida, prijenos topline i srodne probleme (poput kemijskih reakcija) pomoću računalnih simulacija [7]. U [8] je dana sljedeća definicija računalne dinamike fluida:

*”RDF (Računalna dinamika fluida) jest skup numeričkih metoda koje se koriste kako aproksimirala rješenja problema u mehanici fluida i prijenosu topline”*

RDF predstavlja toliko važnu tehniku kod rješavanja problematike mehanike fluida da je u današnje vrijeme nezamjenjiva u sljedećim područjima:

- Aerodinamici zrakoplova i vozila
- Toplinskim i hidrauličkim turbostrojevima
- Energetskim postrojenjima
- Brodograđevnoj industriji

- Građevinska industrija
  - Aerodinamika zgrada (njihova stabilnost i utjecaj njihovog razmjesta na kvalitetu zraka)
  - Unutarnja udobnost stanovanja (ventilacija/klimatizacija)
- Meteorologija

Od sredine 20. stoljeća do danas RDF je u većoj mjeri zamijenio skupe eksperimente u industriji čime je ubrzan razvoj proizvoda, a sami troškovi istraživanja i razvoja su se smanjili. RDF metode ponajprije su se počele primjenjivati u avionskoj industriji što je pridonijelo eksponencijalnom rastu iste. U današnje vrijeme RDF metode se sve češće koriste i u razvijanju novih motora s unutarnjim izgaranjem na koje se nameću sve stroži ekološki zahtjevi.

## 3.1 Metodologija rada RDF programa

RDF simulacija problema mehanike fluida može se podijeliti na 3 osnovna koraka [6]:

- **Predprocesor** - definicija problema, matematičkog modela, generiranje računalne domene i mreže
- **Procesor** - numeričko rješavanje problema
- **Postprocesor** - analiza rješenja

### 3.1.1 Predprocesor

U predprocesorskoj fazi RDF simulacije potrebno je definirati sami problem te odabrati najbolji matematički model. Matematički model je najčešće sastavljen od parcijalnih diferencijalnih jednačbi koje najbolje fizikalno opisuju promatrani problem. U predprocesorskoj fazi potrebno je definirati i rubne uvjete koji nam omogućuju pronalaženje jedinstvenog rješenja diferencijalnih jednačbi.

Također je potrebno definirati računalnu domenu (geometriju koja nas zanima) te istu diskretizirati na kontrolne volumene. Rješenja strujanja fluida (brzina, tlak, temperatura i slično) definirana su na čvorovima volumena. Samim tim točnost RDF simulacije ovisiti će o gustoći samih volumena, odnosno veća (gušća) računalna mreža će dati i točnije rezultate. Povećanje gustoće mreže ima i svoju negativnu stranu, a to je da će i vrijeme simulacije postati veće odnosno povećati će se računalni

trošak. Optimalne mreže ( *eng. Cost Effective Grid*) najčešće nisu jednolike gustoće kontrolnih volumena već se u području u kojem se očekuju veće promjene u strujanju radi gušća mreža dok je u području jednolikog strujanja mreža rjeđa.

### 3.1.2 Procesor

U RDF simulacijama najčešće se koristi metoda konačnih volumena ( *eng. Finite Volume Method*) kao metoda diskretizacije jednadžbi. Metoda konačnih volumena je posebna formulacija metode konačnih razlika koja je, uz metodu konačnih elemenata i spektralnih metoda, jedna od 3 osnovnih numeričkih diskretizacijskih metoda. Diskretizacija je proces pretvaranja integralno - diferencijalnih jednadžbi u algebarske jednadžbe.

U fazi procesora dolazi do sljedećih koraka

- Integracije odgovarajućih diferencijalnih jednadžbi mehanike fluida po svim kontrolnim volumenima računalne mreže
- Diskretizacije jednadžbi
- Rješavanje sustava algebarskih jednadžbi iterativnim metodama

Upravo je prvi korak (integracija jednadžbi po kontrolnom volumenu) jedinstveno svojstvo metode konačnih volumena i razlog zbog kojeg se ista najviše koristi u RDF-u. Naime, integralnim jednadžbama točno su izraženi zakoni očuvanja koji su ključni u dinamici fluida. Uz to integralni oblik dozvoljava diskontinuitet veličina unutar kontrolnog volumena dok diferencijalni oblik ne dopušta (derivacija počiva na uvjetu kontinuiranosti funkcije) što ponajviše dolazi do izražaja kod pojave tlačnih valova u strujanju (pojava diskontinuiteta na fronti vala) [9].

### 3.1.3 Postprocesor

U 3. i posljednjoj fazi RDF simulacije dolazi do analize rezultata provedene simulacije. Rezultati se vizualiziraju različitim metodama (konture, vektorski prikaz polja, izokonture, strujnice i slično).

## 3.2 Osnovne jednadžbe dinamike fluida

Ranije su spomenute osnovne jednadžbe mehanike fluida te su bile zapisane u obliku prikladnom za jednodimenzijску analizu strujanja unutar turbostrojeva. U ovom poglavlju isti zakoni očuvanja biti će zapisani u obliku prikladnom za metodu konačnih volumena.

Opći zapis jednadžbe očuvanja za neku fizikalnu veličinu  $\phi$  (koja može biti masa, brzina, gustoća, tlak ...) koja je izražena po jedinici mase  $\varphi = \frac{d\phi}{dm}$  u diferencijalnom obliku za materijalni volumen glasi :

$$\underbrace{\frac{\partial (\rho\varphi)}{\partial t}}_{\text{Lokalna promjena}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho \cdot \vec{v}_j \cdot \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)}_{\text{Konvekcija i difuzija}} = \underbrace{S_\varphi}_{\text{Izvorski član}} \quad (3.1)$$

gdje su

- $\rho$  - gustoća
- $\vec{v}_j$  - brzina
- $\Gamma$  - koeficijent difuzije
- $S_\varphi$  - izvor/ponor veličine  $\varphi$

Gornja jednadžba može se zapisati i riječima

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Brzina pro-} \\ \text{mjene } \varphi \text{ unutar} \\ \text{volumena} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} \text{Promjena } \varphi \text{ us-} \\ \text{lijed kovekcije u} \\ \text{volumen} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} \text{Promjena } \varphi \text{ us-} \\ \text{lijed difuzije u} \\ \text{volumen} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} \text{Promjena } \varphi \text{ usli-} \\ \text{jed izvora ili po-} \\ \text{nora unutar volu-} \\ \text{mena} \end{array} \right]$$

Za metodu konačnih volumena potreban je integralni oblik jednadžbe 3.1 za kontrolni volumen. Kako bi dobili integralni oblik, gornju jednadžbu 3.1 moramo pomoću Reynoldsovog transportnog teorema<sup>1</sup> transformirati (RTT) u takav pogodan oblik. Upotrebom RTT dobivamo sljedeću jednadžbu

$$\underbrace{\int_{V_{KV}} \frac{\partial (\rho\varphi)}{\partial t} dV}_{\text{Brzina promjene } \varphi \text{ unutar kontrolnog volumena}} + \underbrace{\int_{S_{KV}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho \cdot \vec{v}_j \cdot \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS}_{\text{Neto protok } \varphi \text{ kroz kontrolnu površinu}} = \underbrace{\int_{V_{KV}} S_\varphi dV}_{\text{Brzina nastajanja (ili ponora) } \varphi \text{ unutar kontrolnog volumena}} \quad (3.2)$$

Radi lakšeg pisanja, ali i čitanja, osnovnih jednadžbi mehanike fluida one će nadalje biti zapisane u diferencijalnom obliku.

<sup>1</sup>također se još naziva i Leibniz - Reynolds transportni teorem

### 3.2.1 Jednadžba kontinuiteta

Jednadžba kontinuiteta ili jednadžba očuvanja mase počiva na osnovnom fizikalnom načelu da masa mora biti očuvana i glasi

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \vec{v}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (3.3)$$

### 3.2.2 Jednadžba količine gibanja

Jednadžba količine gibanja počiva na Newtonovom drugom zakonu i glasi:

$$\frac{\partial (\rho \vec{v}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \vec{v}_j \vec{v}_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-p \delta_{ji} + \Sigma_{ji}) + \rho f_i \quad (3.4)$$

gdje su

- $\delta_{ji}$  - jedinični tenzor
- $\Sigma_{ji}$  - simetrični tenzor viskoznih naprezanja koji se za Newtonovske tekućine modelira jednadžbom

$$\Sigma_{ji} = \mu \left( \frac{\partial \vec{v}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \vec{v}_k}{\partial x_k} \delta_{ji} \quad (3.5)$$

### 3.2.3 Jednadžba očuvanja energije

Jednadžba očuvanja energije za idealni plin glasi

$$\frac{\partial (\rho c_v T)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho c_v \vec{v}_j T)}{\partial x_j} = -p \frac{\partial \vec{v}_j}{\partial x_j} + \Sigma_{ji} \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + q_H \quad (3.6)$$

## 3.3 Metoda konačnih volumena

Metoda konačnih volumena najčešća je metoda koja se danas rabi za numeričko rješavanje problema mehanike fluida, ali i općenitih problema polja (na primjer polja brzina). Iako se ponajviše upotrebljava u RDF-u, nije ograničena samo na njega. Primjenjuje se u mehanici krutih, deformabilnih tijela u kojoj ipak primat drži metoda konačnih elemenata (*eng. Finite Element Method - FEM*).

### 3.3.1 Metoda konačnih razlika

Osnova za metodu konačnih volumena jest metoda konačnih razlika (*eng. Finite Difference Method - FDM*). Metoda konačnih razlika jest numerička metoda za rješavanje

diferencijalnih jednadžbi pri čemu se rješenje jednadžbi dobiva i unaprijed određenim točkama domene koje nazivamo čvorovi (*eng. nodes*) i koji čine mrežu konačnih razlika.

Provedbom diskretizacije diferencijalne jednadžbe na mreži konačnih razlika rezultira time da je svakom čvoru u mreži dodijeljena jedna algebarska jednadžba. Ukupni broj čvorova, a samim time i jednadžbi jednak je broju nepoznanica. Prema [10], ideja za aproksimaciju derivacija pomoću metode konačne razlike proizašla je iz same definicije derivacije (jednadžba 3.7). Derivacija  $\frac{d\phi}{dx}$  može se predočiti kao nagib tangente na krivulju  $\phi(x)$  u točki  $x$ . Tangentu na točku  $x$  možemo aproksimirati

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)_{x_i} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\phi(x_i + \Delta x) - \phi(x_i)}{\Delta x} \quad (3.7)$$

pravcima koje provučemo kroz susjedne čvorove (slika 3.1). Pravac iz točke  $x - 1$  kroz točku  $x$  predstavlja tzv. razliku unaprijed (*eng. Forward Difference*). Pravac iz točke  $x$  u točku  $x + 1$  predstavlja aproksimaciju razlikom unazad (*eng. Backward Difference*) i naposljetku pravac iz točke  $x - 1$  kroz točku  $x + 1$  predstavlja aproksimaciju centralnom razlikom (*eng. Central Difference*). Matematički to možemo zapisati kao

- Razlika unaprijed

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)_i \approx \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x} \quad (3.8)$$

- Razlika unazad

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)_i \approx \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x} \quad (3.9)$$

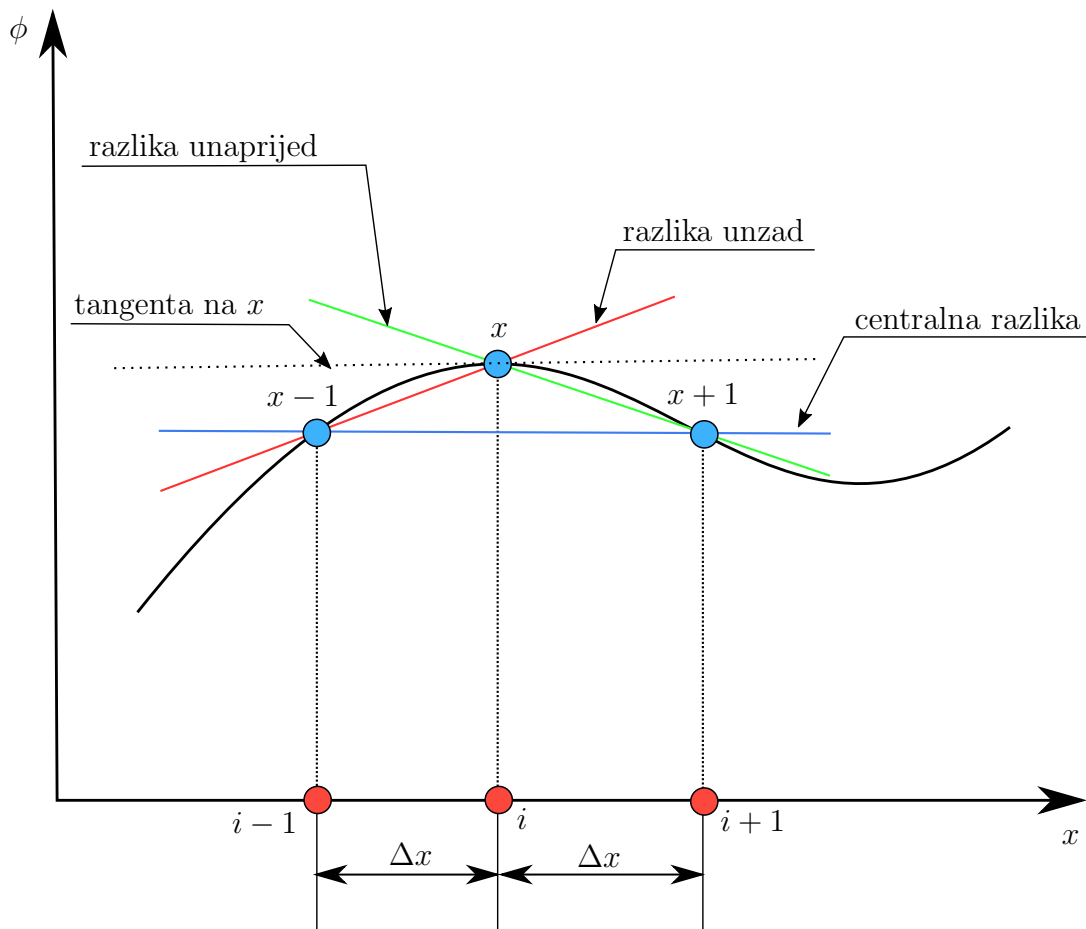
- Centralna razlika

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)_i \approx \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta x} \quad (3.10)$$

Iz slike 3.1 vidljivo je da nagib pravca dobiven centralnom razlikom najbolje aproksimira nagib tangente na točku  $x$ . Razlog tome jest što je centralna razlika metoda drugog stupnja točnosti dok su preostale dvije metode prvog stupnja točnosti. Također, može se primjetiti da će točnost ovisiti i o udaljenosti čvorova  $\Delta x$  na način da ukoliko  $\Delta x \rightarrow 0$  točnost raste.

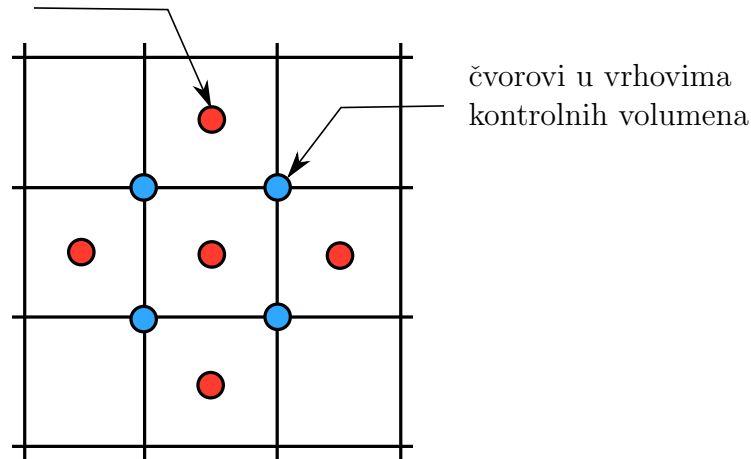
### 3.3.2 Metoda konačnih volumena

Kod metode konačnih volumena, jednako kao i kod metode konačnih razlika, potrebno je podijeliti promatranu domenu na manje dijelove koji se u ovom slučaju



Slika 3.1: Shematski prikaz tri različita načina aproksimacije derivacije MKR metodom

čvorovi u središtu kontrolnih volumena



Slika 3.2: Prikaz rasporeda čvorova u kontrolnom volumenu

nazivaju kontrolni volumeni. Skup kontrolnih volumena koji pokrivaju cijelu promatranu domenu naziva se mreža kontrolnih volumena (u nekoj literaturi i računska mreža). Prikaz dijela takve mreže nalazi se na slici 3.2. U RDF vrijednosti pohranjuju u čvorovima u središtu volumena (crveni čvorovi na slici 3.2). Na slici 3.3 prikazana je mreža s čvorovima u središtu kontrolnog volumena na kojoj je prikazana konvencija označavanja čvorova susjednih kontrolnih volumena. Slovom **P** označava se središte promatranog volumena dok se velikim slovima **W**, **N**, **E**, **S** označavaju središta kontrolnih volumena s desne, gornje, lijeve i donje strane promatranog.

Plavim točkama označena su središta stranica promatranog kontrolnog volumena. Stranice kontrolnog volumena označavaju se malim slovima **w**, **n**, **e** i **s**. Diskretizacija jednadžbi pomoću metode konačnih volumena biti će prikazana na primjeru dvodimenzijске stacionarne difuzijske jednadžbe.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_\phi = 0 \quad (3.11)$$

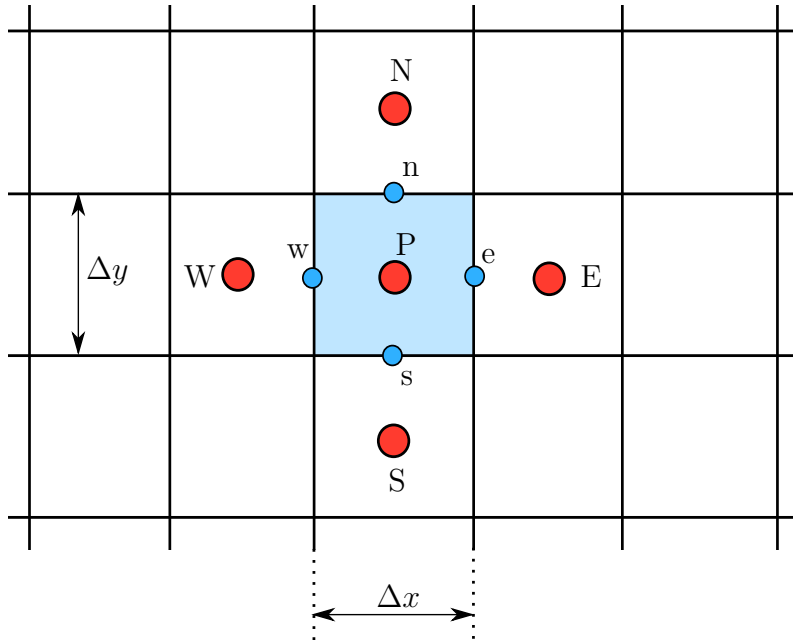
Integrirajući gornju jednadžbu po kontrolnom volumenu dobijemo

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dV + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dV + \int_{\Delta V} S_\phi dV = 0 \quad (3.12)$$

S obzirom da promatramo dvodimenzijски slučaj, volumen možemo reći da je  $dz = 1$  pa vrijedi da je  $dV = dx \cdot dy$ . Prvi integral u gornjoj jednadžbi možemo aproksimirati na sljedeći način

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx \cdot dy = \Gamma_e A_e \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \Gamma_w A_w \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w$$





Slika 3.3: Prikaz strukturirane mreže s označenim čvorovima

analogno tome aproksimiramo i drugi integral (difuzija u  $y$  smjeru)

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx \cdot dy = \Gamma_n A_n \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \Gamma_s A_s \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s$$

Prema slici 3.3 vrijedi da su  $A_e = A_w = \Delta x$  i  $A_n = A_s = \Delta y$ . Za izvorski član možemo uzeti srednju vrijednost  $\bar{S}$  izvora  $S_\phi$  po kontrolnom volumenu. Kako se u RDF veličine računaju i pohranjuju u središnjim čvorovima potrebno je odrediti gradijente  $\frac{\partial \phi}{\partial x}$  na  $e$  i  $w$  stranicama te  $\frac{\partial \phi}{\partial y}$  na  $n$  i  $s$  stranicama kontrolnog volumena kao i koeficijente difuzije  $\Gamma$ . Najjednostavniji način za određivanje gradijenata i veličina na stranicama je upotreba metode centralnih razlika. Za slučaj gdje se mreža sastoji od kontrolnih volumena iste veličine vrijedi

$$\Gamma_w = \frac{\Gamma_W + \Gamma_P}{2}$$

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{2}$$

$$\Gamma_n = \frac{\Gamma_N + \Gamma_P}{2}$$

$$\Gamma_s = \frac{\Gamma_P + \Gamma_S}{2}$$

Gradijenti na stranicama kontrolnog volumena tada su jednaki

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w = \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}}$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_e = \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}}$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_{PN}}$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_s = \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta x_{SP}}$$

gdje  $\delta x$  i  $\delta y$  predstavljaju udaljenosti između odgovarajućih središnjih čvorova. Ovako diskretizirana dvodimenzijska difuzijska jednačba izgleda

$$\left[\Gamma_e A_e \frac{(\phi_E - \phi_P)}{\delta x_{PE}} - \Gamma_w A_w \frac{(\phi_P - \phi_W)}{\delta x_{WP}}\right] + \left[\Gamma_n A_n \frac{(\phi_N - \phi_P)}{\delta y_{PN}} - \Gamma_s A_s \frac{(\phi_P - \phi_S)}{\delta x_{SP}}\right]$$

$$+ \bar{S}\Delta V = 0$$

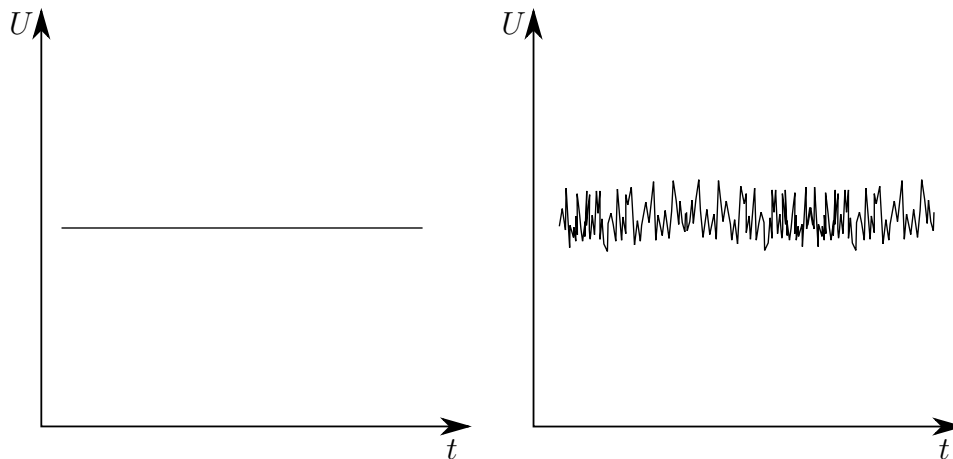
Prema slici 3.3 vrijedi da su  $A_e = A_w = \Delta x$  i  $A_n = A_s = \Delta y$ . Linearizacijom izvorskog člana kao  $\bar{S}\Delta V = S_u + S_p\phi_p$  te uz jednostavnu supstituciju možemo zapisati konačni (pojednostavljeni) oblik diskretizirane jednačbe 3.11

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_N\phi_N + a_S\phi_S + S_u \quad (3.13)$$

gdje su

$a_W$	$a_E$	$a_N$	$a_S$	$a_P$
$\frac{\Gamma_w A_w}{\delta_{WP}}$	$\frac{\Gamma_e A_e}{\delta_{PE}}$	$\frac{\Gamma_n A_n}{\delta_{PN}}$	$\frac{\Gamma_s A_s}{\delta_{SP}}$	$a_W + a_E + a_N$ $+ a_S - S_P$

Tablica 3.1: Konačni koeficijenti diskretizirane jednačbe



Slika 3.4: Razlika između mjerenja brzina u laminarnom i turbulentnom strujanju

### 3.4 Modeliranje turbulencije

Prethodno navedeni osnovni zakoni dinamike fluida u potpunosti opisuju samo laminarno strujanje dok je u praksi većina strujanja turbulentnog karaktera. Turbulentno strujanje pojavljuje se kod viših vrijednosti Reynoldsovog broja ( $Re_{krit} > 2000 \div 3000$ ) i očituje se velikim nestabilnostima u strujanju. Na slici 3.4 prikazana je shematski razlika u mjerenjima brzina kod laminarnog strujanja i turbulentnog strujanja. Nasumična i kaotična priroda turbulentnog strujanja onemogućuje bilo kakav njegov realan matematički opis. Zbog toga se kaotičnost veličina  $\varphi$  u turbulentnom strujanju uprosječuje sa prosječnom vrijednosti  $\phi$  i pulsirajućeg dijela  $\varphi'(t)$  odnosno vrijedi (slika 3.5)

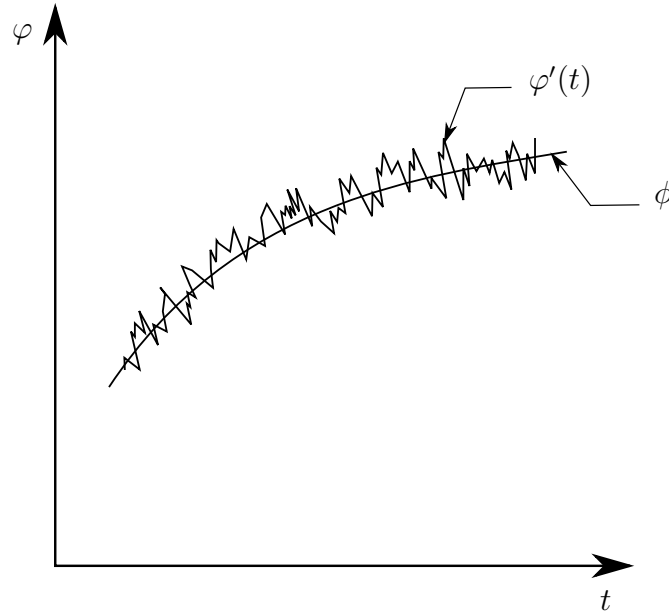
$$\varphi(t) = \phi + \varphi'(t)$$

Ovakvo uprosječenje veličina kod turbulentnog strujanja naziva se Reynoldsovo vremensko uprosječenje. Turbulentne fluktuacije uvijek su trodimenzijskog karaktera pa čak i onda kad brzina i tlak variraju samo u 2 dimenzije [6].

Primjenom pravila Reynoldsovog uprosječenja i uvrštavajući takve varijable u jednadžbu kontinuiteta i jednadžbu momenta dobijemo jednadžbe očuvanja sa uprosječenim vrijednostima (tzv. Reynolds Average Navier Stokes - RANS jednadžbe). U njima se javlja novi član

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} \quad (3.14)$$

koji se naziva Reynoldsov tenzor naprezanja te kojeg je nužno modelirati kako bi se RANS jednadžbe mogle izračunati. Hipotezom Boussinesqa šest komponenti tenzora Reynoldsovih naprezanja modelirano je jednim nepoznatim poljem koeficijenta turbulentne viskoznosti.



Slika 3.5: Grafički prikaz uprosječenja turbulencije

### 3.4.1 $k - \omega$ model turbulencije

$k - \omega$  model turbulencije pripada grubim modelima turbulencije bazirane na RANS jednadžbama pri čemu se model sastoji od 2 transportne jednadžbe. Prvu formulaciju  $k - \omega$  modela turbulencije napravio je Kolmogorov 1942. godine. Veličina  $k$  predstavlja kinetičku energiju turbulencije dok je Kolmogorov definirao da  $\omega$  predstavlja disipaciju kinetičke energije turbulencije (*"brzinu disipacije energije po jedinici volumena i vremena"*).

Neovisno o Kolmogorovu, 1970. godine Saffman formulirao je svoj  $k - \omega$  model turbulencije koji se pokazao znatno boljim od Kolmogorovog. Tokom godina model se razvijao te je u njemu koeficijent  $\omega$  definiran kao  $\omega = \frac{\epsilon}{k}$  gdje je  $\epsilon$  brzina disipacije po jedinici mase. Takvu definiciju  $\omega$  uveo je Wilcox te se stoga danas taj model turbulencije naziva Wilcox-ov  $k - \omega$  model turbulencije (u nekoj literaturi i standardni  $k - \omega$  model).

Modeliranjem turbulencije  $k - \omega$  modelom uvode se dvije nove transportne jednadžbe. Za kinetičku energiju turbulencije  $k$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (3.15)$$

i za  $\omega$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (3.16)$$

gdje  $G_k$  predstavlja nastajanje kinetičke energije turbulencije uslijed postojanja gradijenata brzine.  $G_\omega$  predstavlja nastajanje  $\omega$ .  $\Gamma_k$  i  $\Gamma_\omega$  su koeficijenti difuznosti  $k$  i  $\omega$ . Članovi  $Y_k$  i  $Y_\omega$  predstavljaju disipaciju  $k$  i  $\omega$  uslijed turbulencije.

## 4. Rezultati RDF simulacije

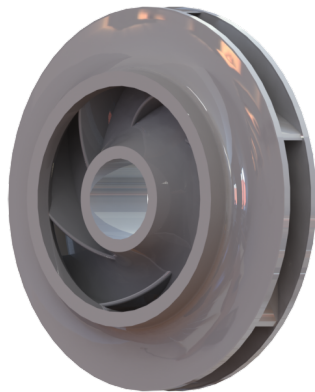
U prethodnom poglavlju opisana je metodologija rada RDF programa. Sukladno njoj prvo je potrebno generirati geometriju pumpe projektirane u prethodnim poglavljima. S obzirom da su u pumpi, u svim stupnjevima, isti rotori i difuzori napravljena je simulacija interakcije jednog rotora i difuzora. Zbog ograničenih računalnih resursa izostavljene su povratne lopatice te su RDF simulacijom provjerenе hidrauličke karakteristike samo rotora i difuzora.

### 4.1 Geometrija rotora i difuzora

Rotor i difuzor modelirani su u računalnom programu *"Solidworks"*. Rotor dobiven prethodnim proračunom prikazan je na slici 4.1 dok je difuzor (stator) prikazan na slici 4.2.

S obzirom da je za potrebe RDF simulacije potrebna geometrija u kojoj se nalazi radni fluid modeli rotora i difuzora koji su prikazani na slikama 4.1 i 4.2 nisu dobri. Koristeći naredbu *"Combine"* unutar programa *"Solidworks"* dobiva se geometrija pogodna za RDF simulacije prikazana na slici 4.3.

Kako bi se smanjilo računsko vrijeme, ali i računalni resursi, potrebno je isko-



Slika 4.1: Prikaz rotora



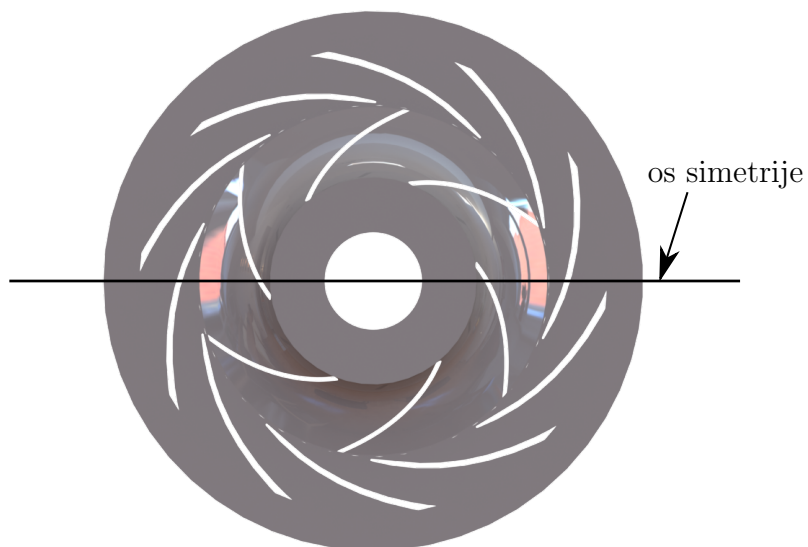
Slika 4.2: Prikaz difuzora

ristiti periodičnost koja se javlja u nastaloj geometriji. U ovom slučaju os simetrije prolazi točno kroz polovicu geometrije, promatrano sa strane ulaza. Drugim riječima, moguće je provesti RDF simulaciju na samo pola geometrije pumpe.

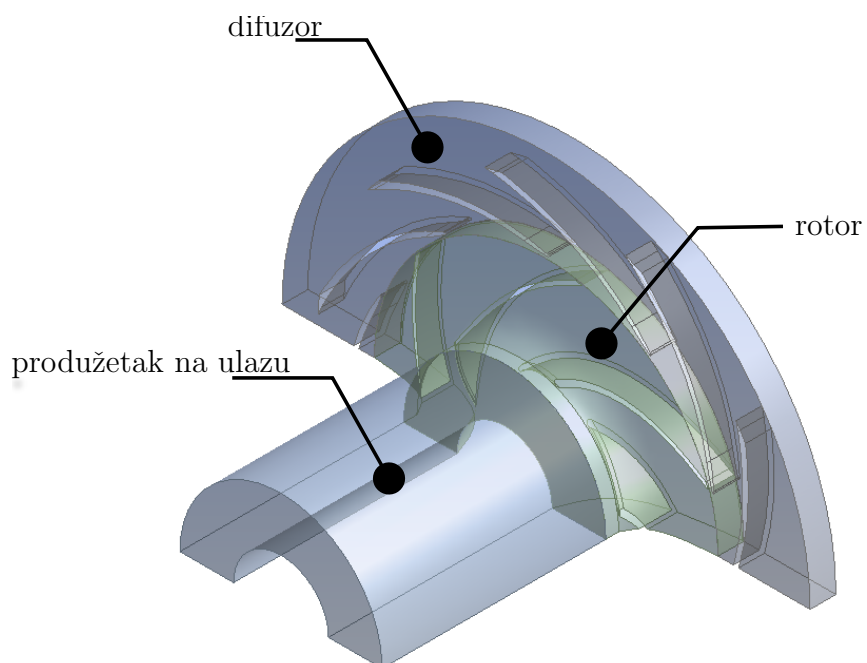
Radi stabilnosti simulacije na ulazu u pumpu dodan je cilindrični nastavak, ali i vanjski promjer difuzora povećan je za 150 mm. Time se omogućilo da strujanje unutar pumpe ne utječe znatno na zadane rubne uvjete. Idealno bi bilo kad bi se na vanjskom obodu napravio produžetak koji bi služio kao tlačna cijev na pumpi, no to u ovom slučaju nije napravljeno zbog ograničenih računalnih resursa.

## 4.2 Diskretizacija prostora

Domena kakva je prikazana na slici 4.4 diskretizirana je u više blokova. Dio mreže koji obuhvaća rotor pumpe zbog svoje geometrijske kompleksnosti nije bilo moguće diskretizirati pomoću heksaedarskih kontrolnih volumena odnosno takva mreža nije zadovoljavala uvjete kvalitete. Zbog toga se taj dio domene diskretizirao pomoću tetraedarskih kontrolnih volumena (slika 4.6). Mreža koja obuhvaća difuzor sastoji se pretežno od heksaedarskih kontrolnih volumena (slika 4.5). Produžetak na ulazu u pumpu čini strukturirana heksaedarska mreža (slika 4.7). Konačna mreža sastoji se od **2757163** volumena.

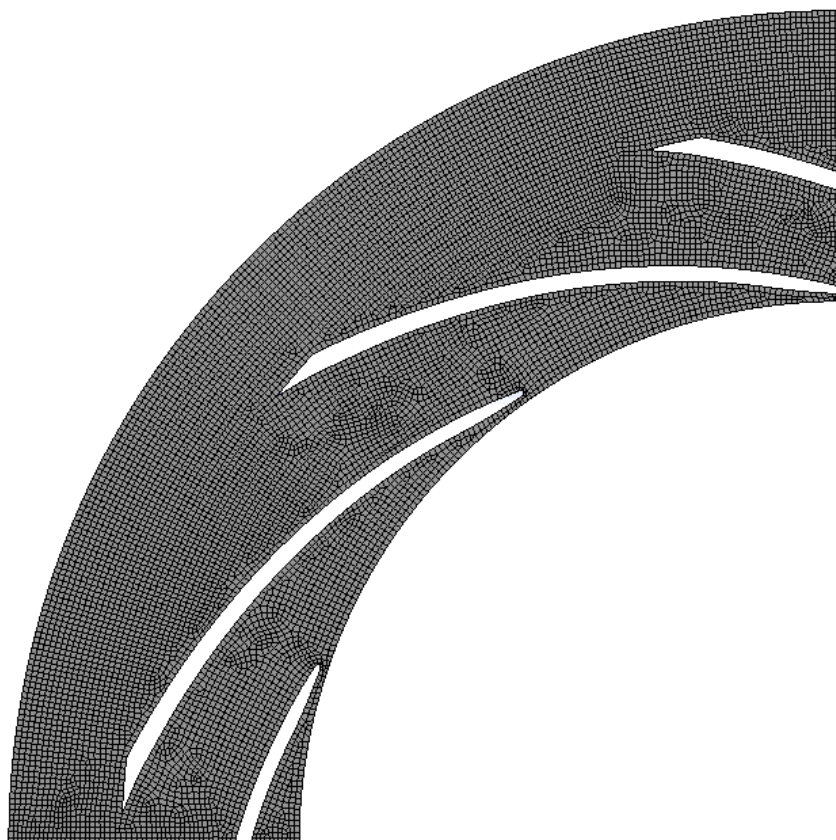


Slika 4.3: Prikaz domene simulacije

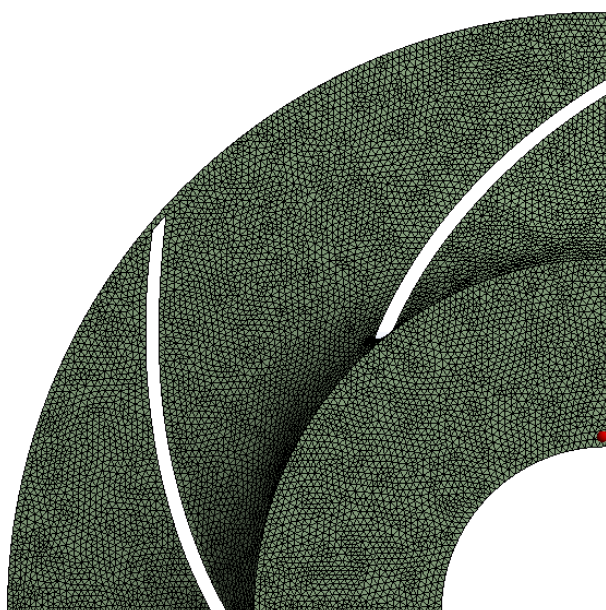


Slika 4.4: Prikaz konačne domene simulacije

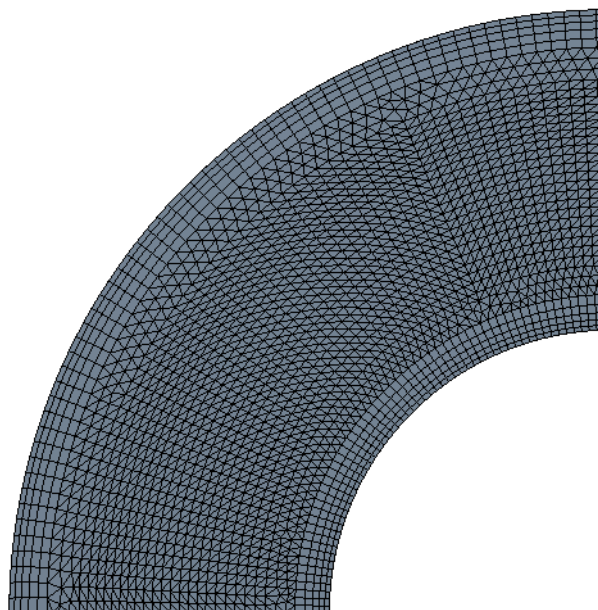




Slika 4.5: Prikaz dijela nestrukturirane heksaedarske mreže difuzora pumpe



Slika 4.6: Prikaz dijela nestrukturirane tetraedarske mreže rotora pumpe



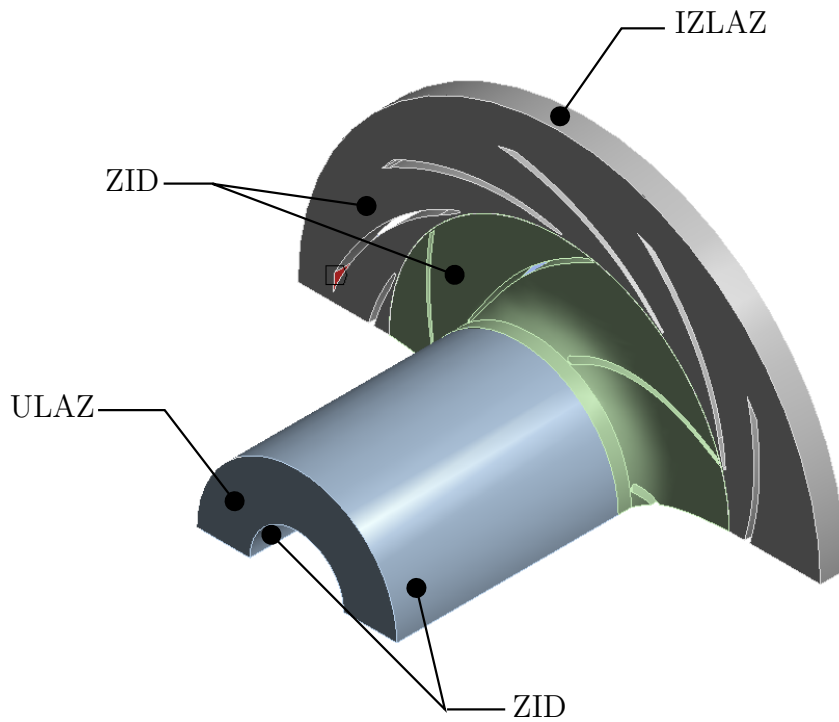
Slika 4.7: Prikaz dijela strukturirane heksaedarske mreže produžetka na ulazu u pumpu

### 4.3 Rubni uvjet

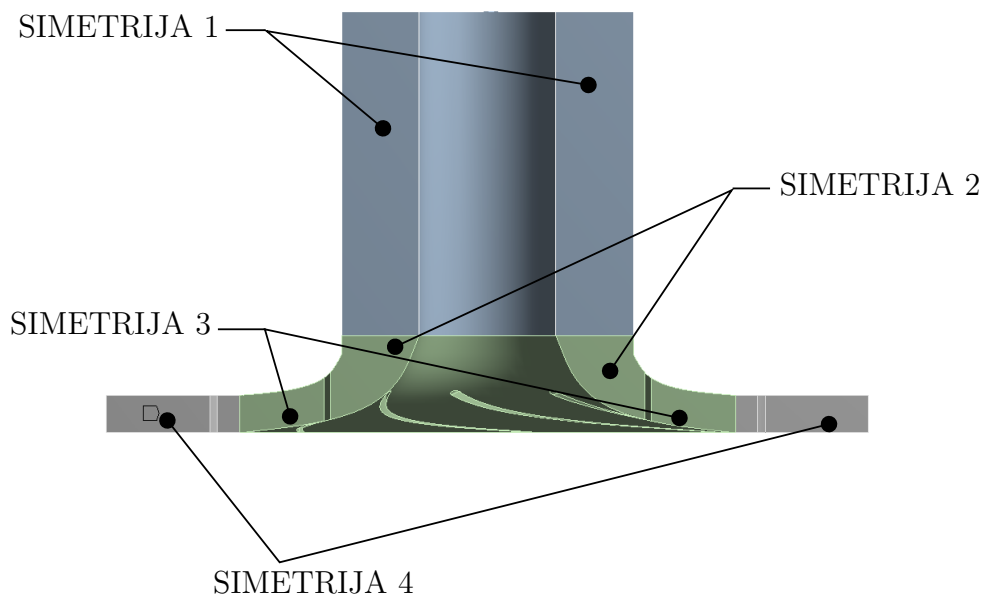
U procesorskom dijelu RDF simulacije prvo je potrebno zadati rubne uvjete i definirati sučelja (*eng. interface*) potrebna za definiranje pokretne zone. U programu "Fluent" potrebno je definirati jedno sučelje na površini koja se nalazi između pokretne i nepokretne zone. Sljedeći korak je definiranje pokretne zone mreže te definiranje njezine brzine. "Fluent" zahtjeva da se brzina rotirajuće zone zada u  $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Kako je u zadatku zadano da se pumpa okreće brzinom od  $1450 \frac{\text{min}}{\text{min}}$  slijedi da je kutna brzina jednaka

$$\omega = \frac{n \cdot \pi}{30} = \frac{1450 \cdot \pi}{30} = 151.84 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (4.1)$$

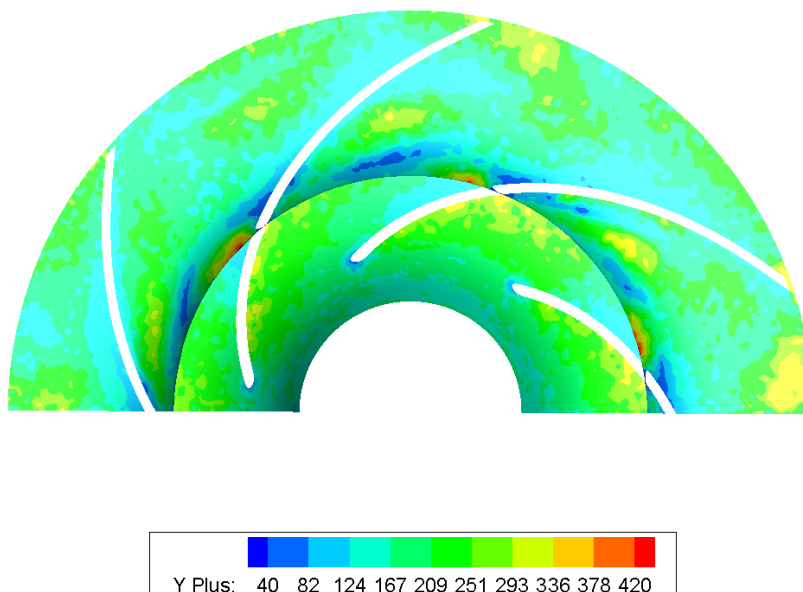
Brzina zadana na ulazu jednaka je brzini  $\vec{c}_{0m}$  iz proračuna. Odabran je  $k - \omega$  model turbulencije sa standardnim koeficijentima i zidnim funkcijama.



Slika 4.8: Prikaz zadanih rubnih uvjeta



Slika 4.9: Prikaz zadanih rubnih uvjeta

Slika 4.10:  $y^+$  po zidovima rotora pumpe

## 4.4 Analiza rezultata

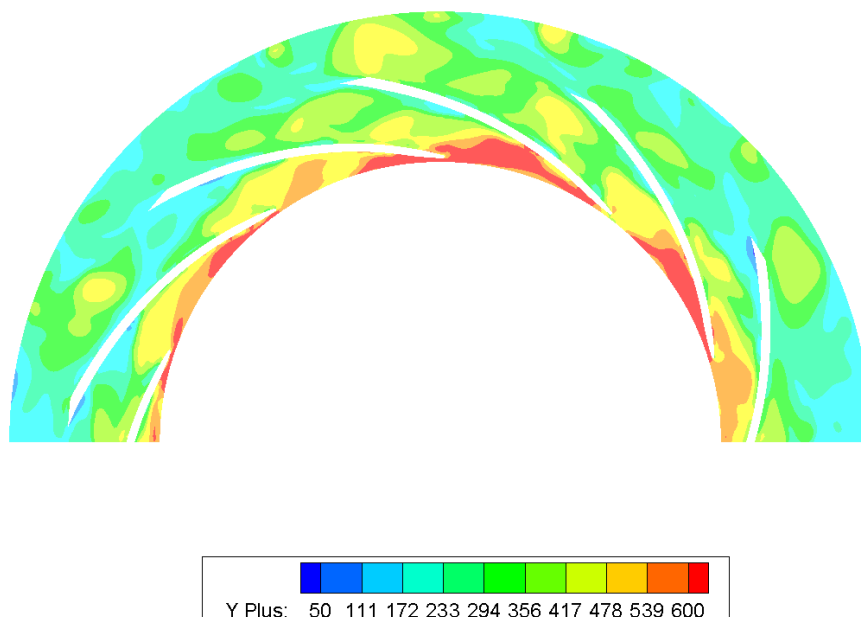
S obzirom da se radi o problemu s pokretnom mrežom (*eng. sliding mesh*) jasno je da se radi o nestacionarnom slučaju, samim time u "Fluent"-u odabran je adekvatni solver. Odabran je vremenski korak  $\Delta t = 0.0001$  sek. Vremenski period jednog okretaja pumpe iznosi

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{151.84} = 0.0414 \text{ s} \quad (4.2)$$

što znači da je potrebno 414 vremenskih koraka kako bi pumpa napravila jedan okretaj. Preporuka je da vremenski korak bude takav da se postigne konvergencija unutar 20 do 30 iteracija. Odabrani vremenski korak zadovoljava taj uvjet.

Proračun se provodio s metodom prvog reda točnosti sve do 600. vremenskog koraka, a kasnije se proračun provodio metodom drugog reda točnosti sve dok svi reziduali nisu pali ispod  $10^{-5}$ . Ukupno vrijeme proračuna bilo je oko 36 sati.

Na slikama 4.10 i 4.11 prikazana je vrijednost bezdimenzijske udaljenosti težišta prvih volumena  $y^+$  po zidovima rotora i difuzora. Vidljivo je da se  $y^+$  kreće u rasponu od 50 do 600 što je u skladu s propisanim vrijednostima za ispravnu primjenu standardnih zidnih funkcija. Slika 4.12 prikazuje polje apsolutne brzine na ravnini koja prolazi sredinom rotora i difuzora. Brzine dobivene numeričkom simulacijom

Slika 4.11:  $y^+$  po zidovima difuzora pumpe

odgovaraju brzinama dobivenima proračunom s manjim odstupanjima u nekim dijelovima.

Tlakovi unutar pumpe prikazani su na slikama 4.13, 4.14 i 4.15. Sukladno očekivanjima statički tlak veći je u difuzoru nego li u rotoru, a obrnuto vrijedi za dinamički tlak. Na slici 4.14 prikazana je raspodjela apsolutnog tlaka. Može se uočiti da na izlazu iz difuzora prevladava tlak u rasponu od 5 do 6 bara. Usporedbom tog tlaka s traženom visinom dobave (po jednom stupnju!) može se zaključiti da ova pumpa ispunjava taj uvjet.

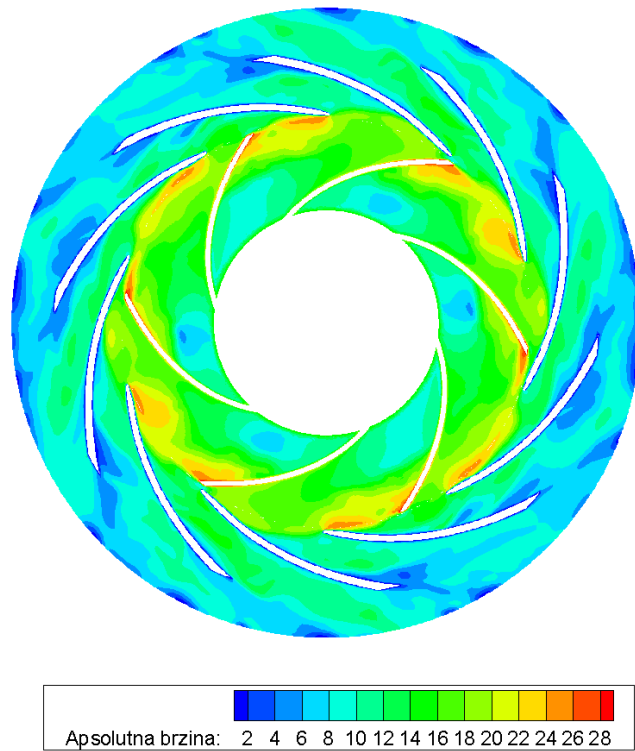
Moment koji djeluje na rotor oko osi rotacije, dobiven simulacijom, iznosi  $M = 186.37$  Nm. Snaga  $P$  potrebna za pogon rotora jednaka je

$$P = 2 (M \cdot \vec{\omega}) = 2 \cdot 186.37 \cdot 151.84 = 56596.84 \text{ W}$$

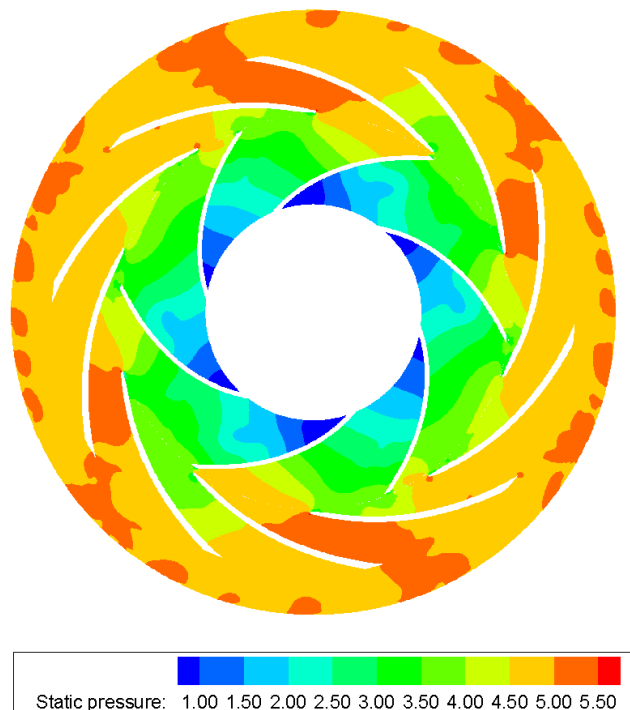
Umnoškom snage  $P$  i broja stupnjeva  $i$  dobivenim u proračunu određuje se potrebna snaga za pogon pumpe  $P_p$  dobivena numeričkom simulacijom

$$P_p = P \cdot i = 56596.84 \cdot 6 = 339581.05 \text{ W}$$

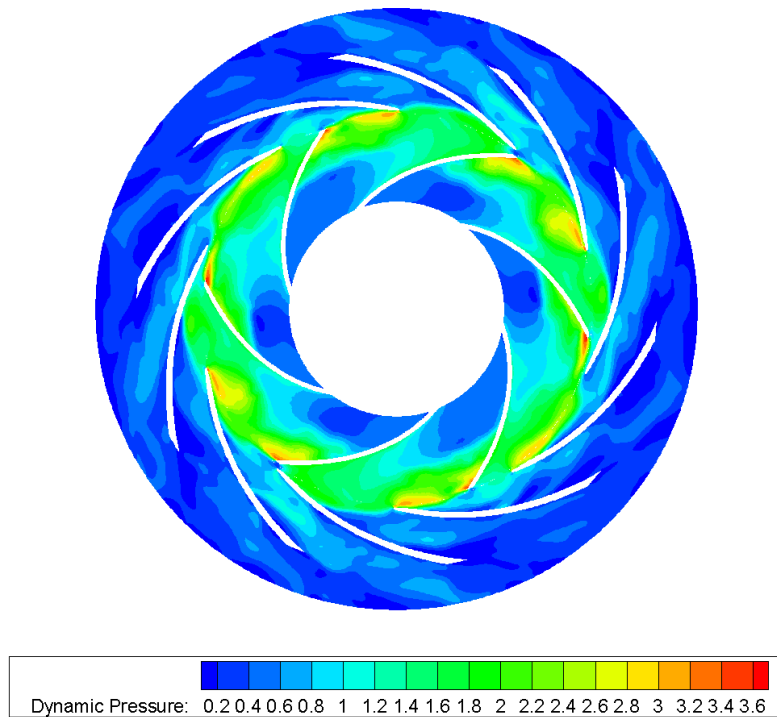
Usporedbom novo izračunate snage potrebne za pogon pumpe s snagom izračunatom



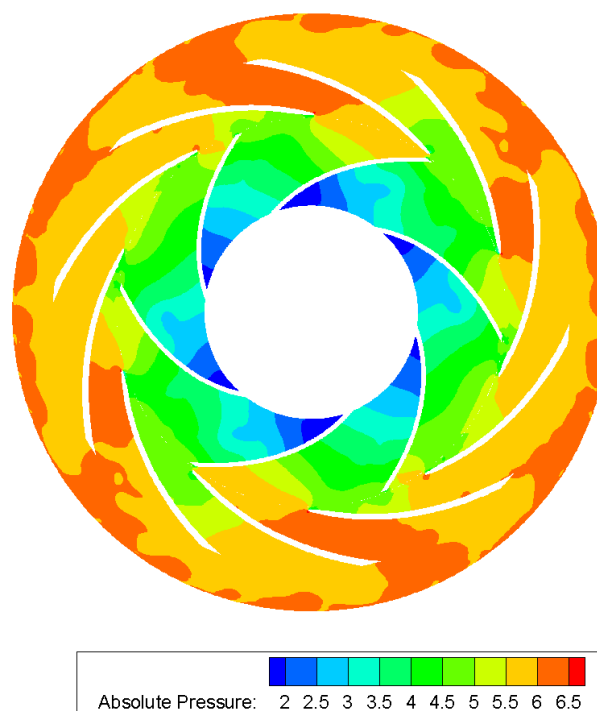
Slika 4.12: Prikaz polja apsolutne brzine u rotoru i difuzoru pumpe  $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$



Slika 4.13: Prikaz polja statičkog tlaka u pumpi

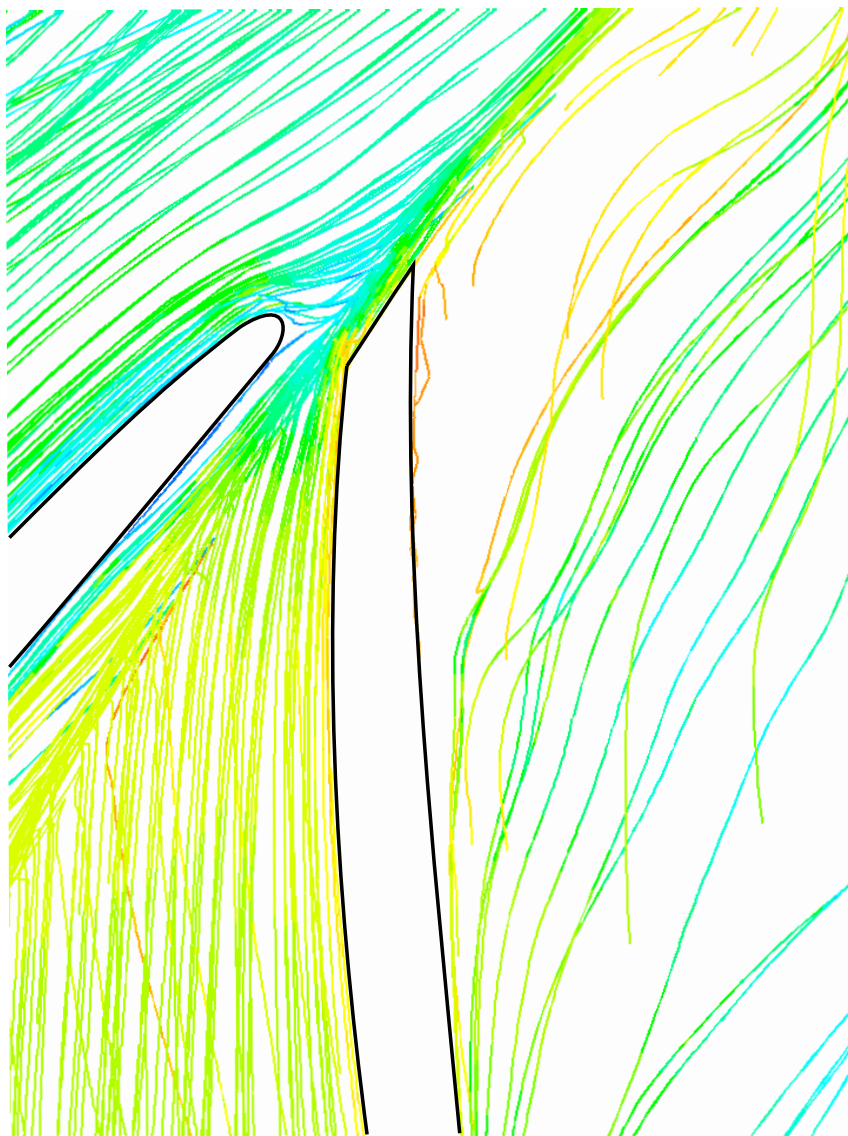


Slika 4.14: Prikaz polja dinamičkog tlaka u pumpi



Slika 4.15: Prikaz polja apsolutnog tlaka u pumpi

u proračunu vidljivo je vrlo malo odstupanje ( $< 1\%$ ).



Slika 4.16: Prikaz strujnica oko rotorske lopatice i na ulazu u difuzor

Na slici 4.16 prikazane su strujnice oko rotorske lopatice i oko ulaznog brida u statorske lopatice. Vidljivo je "bježanje" fluida s potlačne strane neposredno prije izlaznog brida rotorske lopatice. Fluid vjerno prati konturu lopatice na tlačnoj strani sve dok ne dođe do samog ruba izlaznog brida lopatice gdje naglo zakreće prema potlačnoj strani (analogno slici 1.11). Takvo strujanje prouzrokuje odstupanje izlaznog kuta fluida od kuta lopatice, odnosno dolazi do fenomena koji se naziva klizanje (objašnjeno u poglavlju 1.3.5).



## 5. Zaključak

Cilj ovog diplomskog rada bio je proračun hidrauličkih dijelova turbopumpe te provjera njihovih hidrauličkih karakteristika pomoću RDF simulacija. U uvodu ovog rada dan je kratki osvrt na općenitu teoriju turbostrojeva. Navedena je i obrazložena problematika koja prati turbostrojeve te načini na koje se ista može riješiti. Nešto detaljnije obrađeni su hidraulički turbostrojevi s naglaskom na turbopumpe. Opisani su tipovi pumpi te navedene njihove prednosti i nedostaci.

U radu je proveden proračun hidrauličkih dijelova turbopumpe namijenjene za instalaciju u vodovodni sustav. Prilikom proračuna velika pozornost posvećena je na dimenzije same pumpe. Težilo se manjim dimenzijama, a u isto vrijeme da se ne naruše hidraulička svojstva pumpe. U proračunu korišteni su najsuvremeniji dostupni podaci i metode u području hidrauličkih strojeva. Na temelju statistički obrađenih eksperimentalnih podataka određeni su ključni parametri potrebni za proračun. Proračunom su određene sve ključne brzine kao i geometrijske veličine potrebne kako bi se konstruirali dijelovi pumpe.

Numeričkom simulacijom provjerene su hidrauličke karakteristike pumpe. Rezultati simulacije su potvrdili rezultate hidrauličkog proračuna što opravdava upotrebu statistički obrađenih eksperimentalnih podataka kao vjerodostojnih parametara u samom proračunu. Simulacijom je također potvrđeno da će pumpa zadovoljiti zadane projektne parametre čime je odabrana konstrukcija potvrđena kao zadovoljavajuća.

## A. Dio Python koda

```
1  b1 = (math.ceil(d_1*1000) - math.ceil(d_n*1000))/(1000*2)
2  print (b1)
3  ze = (math.ceil(d_2*1000)- math.ceil(d_1*1000))/1000*(nq/74)**1.07
4  g1 = 0.25 * b1
5  rast = 1.04
6  rast2 = 1.04
7  podjela = 50
8  x1 = ((math.ceil(d_2*1000) - math.ceil(d_1*1000))/(1000*2))*1000
9  x2 = (math.ceil(d_2*1000)- math.ceil(d_n*1000))/(1000*2)*1000
10 y1 = (ze - g1)*1000
11 y2 = ze*1000 + b2*1000
12
13 eps = 0
14 z = 0
15 z2 = 0
16 while eps < podjela:
17     z = z + rast ** (eps)
18     z2 = z2 + rast2 ** (eps)
19     eps = eps +1
20
21 dx1 = x1 * (1/z)
22 dy1 = y1 * (1/z)
23 dx2 = x2 * (1/z2)
24 dy2 = y2 * (1/z2)
25
26 X1 = np.array([])
27 Y1 = np.array([])
28 X2 = np.array([])
29 Y2 = np.array([])
30 eps = 0
31 print(eps)
```

```

32 print(X1)
33 while eps < podjela:
34     X1 = np.append(X1, math.ceil((dx1*rast**eps)*1000)/1000)
35     Y1 = np.append(Y1, math.ceil((dy1*rast**eps)*1000)/1000)
36     # Y1 = np.append(Y1, (y1/podjela))
37     X2 = np.append(X2, math.ceil((dx2*rast2**eps)*1000)/1000)
38     Y2 = np.append(Y2, math.ceil((dy2*rast2**eps)*1000)/1000)
39     # Y2 = np.append(Y2, (y2/podjela))
40     eps = eps + 1
41
42
43
44 for ii in range(0, podjela):
45     if ii < 1:
46         X1[ii] = math.ceil(d_1*1000)/1000/2*1000 + X1[ii]
47         X2[ii] = math.ceil(d_n*1000)/1000/2*1000 + X2[ii]
48         Y1[ii] = b2*1000+ Y1[ii]
49         Y2[ii] = Y2[ii]
50     else:
51         X1[ii] = X1[ii] + X1[ii-1]
52         X2[ii] = X2[ii] + X2[ii-1]
53         Y1[ii] = Y1[ii] + Y1[ii-1]
54         Y2[ii] = Y2[ii] + Y2[ii-1]
55
56
57 X1 = np.append(X1, X1[podjela-1])
58 Y1 = np.append(Y1, Y2[podjela-1])
59
60 X1 = X1[:,:-1]
61 X2 = X2[:,:-1]
62
63 fig = plt.figure()
64 ax = fig.add_subplot(111)
65 plt.plot(-Y1 + Y1*2,X1, linewidth=3.0)
66 plt.plot(-Y2 + Y2*2,X2, linewidth=3.0)
67 plt.legend()
68 plt.rc('text', usetex=True)
69 plt.rc('font', family='serif')
70 plt.xlabel(r'sirina rotora [mm] $\rightarrow$ ')
71 plt.ylabel(r'r [mm] $\rightarrow$ ')

```

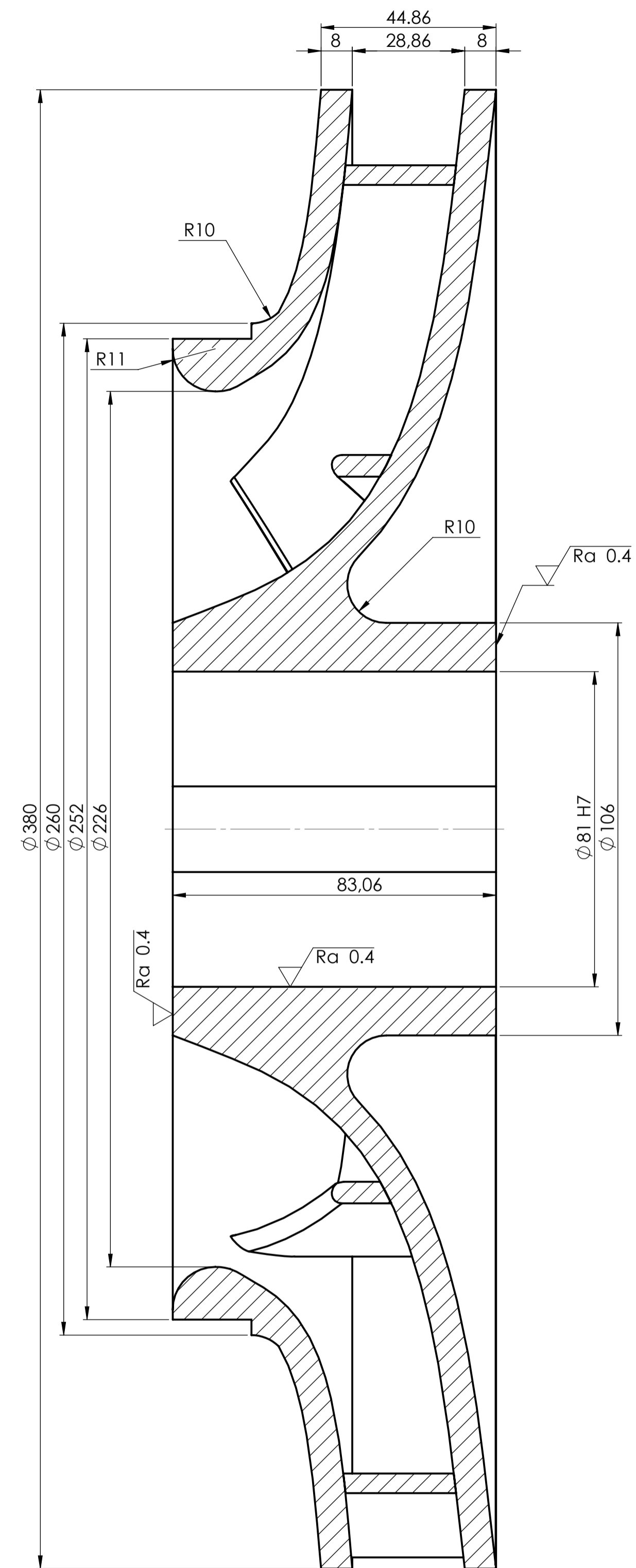
```
72 plt.grid()
73 plt.axis('equal')
74 ax.annotate('vanjska strujnica', xy=(Y1[10], X1[10]),
75             xycoords='data', xytext=(Y1[10]+5, X1[10]+15),
76             arrowprops=dict(arrowstyle="->"))
77 )
78 ax.annotate('unutarnja strujnica', xy=(Y2[40], X2[40]),
79             xycoords='data', xytext=(Y2[40]+5, X2[40]+20),
80             arrowprops=dict(arrowstyle="->"))
81 )
82 plt.show()
```

# Literatura

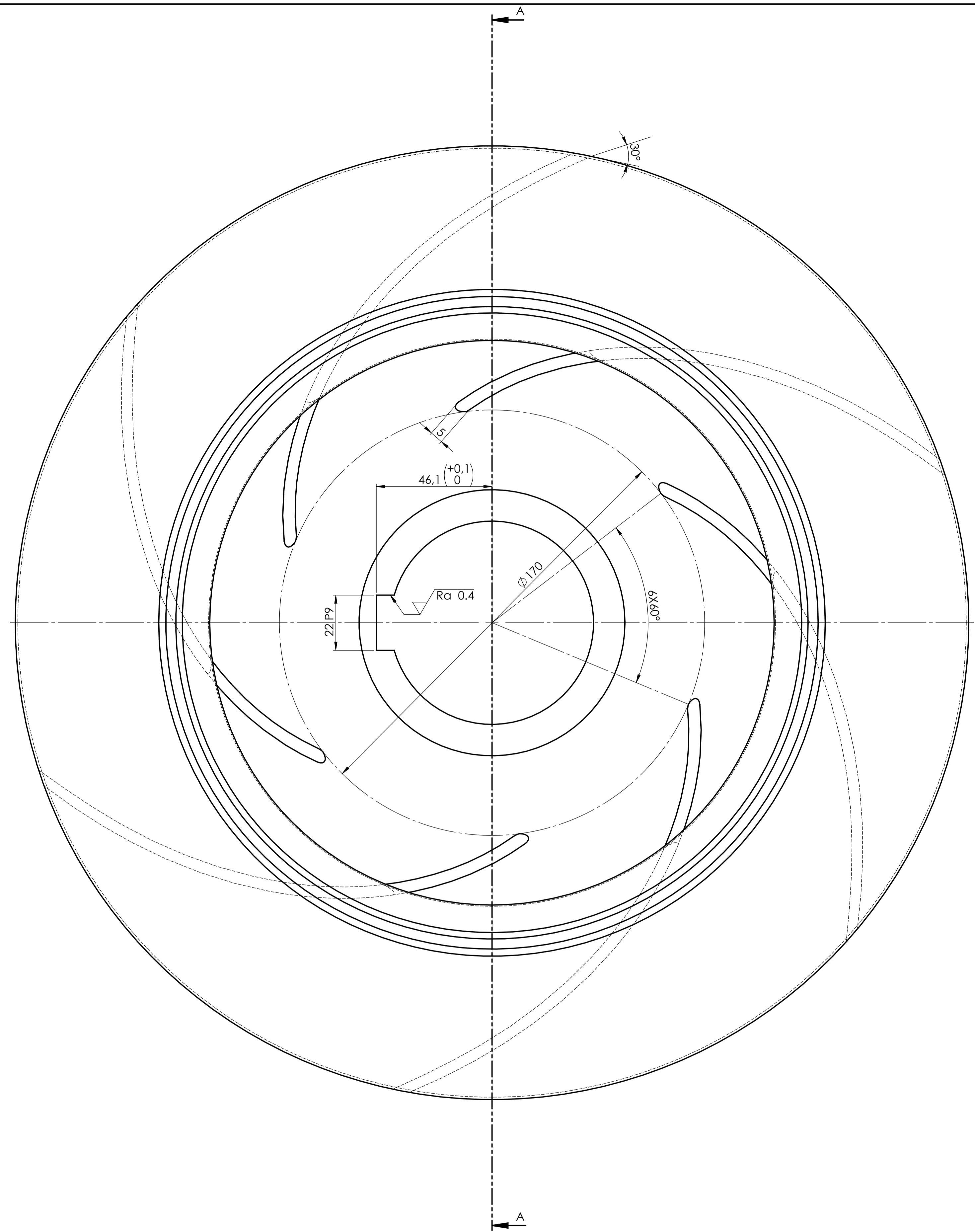
- [1] J.F. Gulich. *Centrifugal Pumps, 2ed.* Springer, 2010.
- [2] S. L. Dixon. *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery, 6ed.* Butterworth-Heinemann, 2010.
- [3] Franjić. *Podloge za predavanja iz kolegija Hidraulički strojevi i postrojenja.* Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2000.
- [4] B. Kraut. *Strojarski priručnik.* Sajema, 2009.
- [5] C. Pfeleiderer. *Strömungsmashine.* Springer, 2004.
- [6] I. Džijan Z. Virag. *Računalna dinamika fluida.* Skripta, FSB, 2014.
- [7] W. Malalasekera H. K. Versteeg. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, 2ed.* Pearson, Prentice Hall, 2007.
- [8] Oleg Zikanov. *Essential Computational Fluid Dynamics.* JOHN WILEY and SONS, 2010.
- [9] John D. Anderson. *Computational Fluid Dynamics: The Basics With Applications.* McGraw Hill, 1995.
- [10] Jurica Sorić. *Numeričke metode u strojarstvu.* FSB, Zagreb, 2009.

# Prilozi

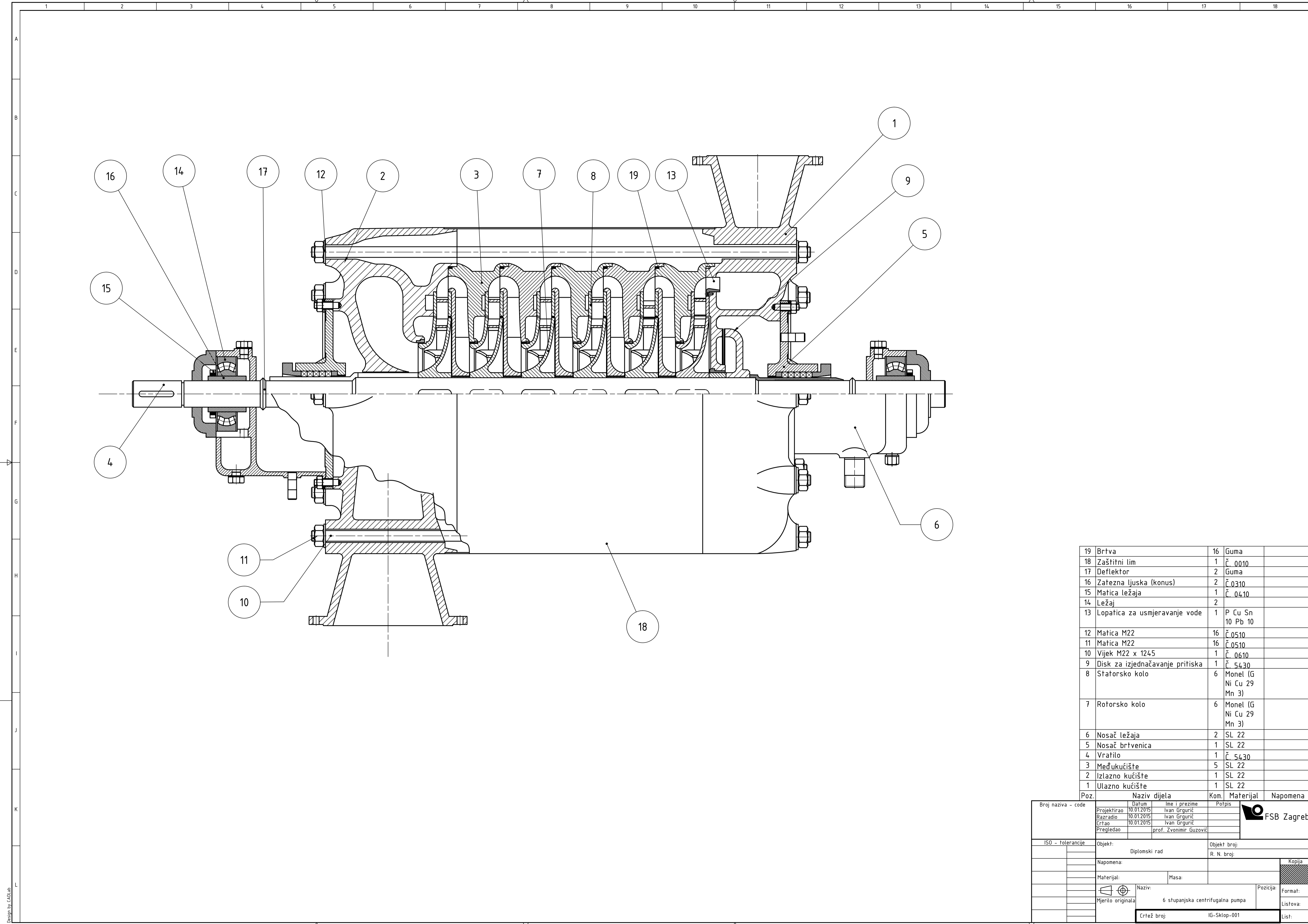
1. CD-R disc
2. Tehnička dokumentacija



PRESJEK A-A  
MJERILO 1 : 1



ISO Tol.		UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:		FINISH	DESIGN AND BREAK SHARP EDGES	DO NOT SCALE DRAWING	REVISION
$\varnothing 81\ H7$	+0.03	STARTO	IVAN GRIGURIC				
	0	MENIC					
22P9	+0.1	MITG					
	0	Q.A					
		MATERIAL		Monel (G-Ni Cu 29 Mn 3)		Fakultet strojarstva i brodogradnje	
		TEKNA				Rotorsko kolo A1	
				SCALE: 1:2		STRANICA 1 OD 1	



19	Brtva	16	Guma	
18	Zaštitni lim	1	Č. 0010	
17	Deflektor	2	Guma	
16	Zatezna ljuska (konus)	2	Č. 0310	
15	Matica ležaja	1	Č. 0410	
14	Ležaj	2		
13	Lopatica za usmjeravanje vode	1	P Cu Sn 10 Pb 10	
12	Matica M22	16	Č. 0510	
11	Matica M22	16	Č. 0510	
10	Vijek M22 x 1245	1	Č. 0610	
9	Disk za izjednačavanje pritiska	1	Č. 5430	
8	Statorsko kolo	6	Monel (G Ni Cu 29 Mn 3)	
7	Rotorsko kolo	6	Monel (G Ni Cu 29 Mn 3)	
6	Nosač ležaja	2	SL 22	
5	Nosač brtvenica	1	SL 22	
4	Vratilo	1	Č. 5430	
3	Međukučije	5	SL 22	
2	Izlazno kućište	1	SL 22	
1	Ulazno kućište	1	SL 22	

ISO - tolerancije	Objekt:	Objekt broj:	
	Diplomski rad	R. N. broj:	
	Napomena:		Kopija
	Materijal:	Masa:	
	Mjerilo originala	Naziv:	6 stupanjaska centrifugalna pumpa
		Crtež broj:	IG-Sklop-001
			Format:
			Lista:
			Posicija:

