

Analiza rasta višestrukih pukotina u pločama izloženim cikličkom opterećenju

Verić, Ozren

Master's thesis / Diplomski rad

2012

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:401234>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-29**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Ozren Verić

Zagreb, 2012.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Željko Božić, dipl. ing.

Student:

Ozren Verić

Zagreb, 2012.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svome mentoru prof. dr. sc. Željku Božiću na uloženom trudu i pruženoj pomoći oko izrade ovoga rada.

Također se zahvaljujem obitelji, djevojci i prijateljima na podršci tijekom studiranja.

Ozren Verić

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	III
POPIS TABLICA	V
POPIS OZNAKA	VI
SAŽETAK	VIII
1. UVOD	1
2. PRIMJENA MEHANIKE LOMA NA NAPREDOVANJE ZAMORNIH PUKOTINA ...	2
2.1. Općenita razmatranja [2]	2
2.2. Tolerancija oštećenja i kontrola loma [1]	3
2.2.1. Ciljevi analize dopuštenog oštećenja	5
2.3. Napredovanje pukotine i lom	8
2.4. Dopušteno oštećenje i mehanika loma	10
2.5. Koncept linearno elastične mehanike loma	12
2.5.1. Naprezanje pri vrhu pukotine	12
2.5.2. Koeficijent intenzivnosti naprezanja	14
2.5.3. Energijski kriterij	14
2.6. Koncept elastoplastične mehanike loma	15
2.6.1. J integral	15
2.6.2. Ograničenja korištenja	16
3. METODE ANALIZE NAPREDOVANJA ZAMORNIH PUKOTINA	17
3.1. Krivulja životnog vijeka [3]	17
3.2. Krivulja relativnog napredovanja zamorne pukotine [7]	18
3.2.1. Područje praga intenzivnosti naprezanja	19
3.2.2. Parisovo područje	19
3.2.3. Područje nestabilnog rasta pukotine	19
3.3. Napredovanje pukotine uslijed zamornog opterećenja	20
3.4. Utvrđivanje funkcije relativnog napredovanja pukotine	21
3.5. Modeli napredovanja zamornih pukotina [7]	23
3.5.1. Parisova jednačnja	24
3.5.2. Walkerova jednačnja	25
3.5.3. Formanova jednačnja	25
3.5.4. Zheng Hirtova jednačnja	26
3.5.5. Dowling Begleyeva jednačnja	26
3.6. Modeli interakcije napredovanja višestrukih pukotina [8] [11]	26
4. NUMERIČKO UTVRĐIVANJE PARAMETARA MEHANIKE LOMA I SIMULACIJA ŽIVOTNOG VIJEKA	29
4.1. Metoda konačnih elemenata u mehanici loma [12] [13]	29
4.1.1. Izoparametrijski konačni elementi	29
4.1.1.1. Dvodimenzijski četverokutni elementi	30
4.1.2. Singularni konačni elementi	31
4.1.2.1. Singularni element za rješavanje linearno elastičnih problema	32

4.1.2.2. Singularni element za rješavanje elastoplastičnih problema	33
4.2. Verifikacija numeričkog modela na ploči s bočnom pukotinom [14].....	34
4.2.1. Geometrija, opterećenje i materijalna svojstva	34
4.2.2. Analitičko rješenje koeficijenta intenzivnosti naprezanja	35
4.2.3. Proračunski model.....	35
4.2.4. Numerički dobivena rješenja i usporedba s analitičkim rješenjem.....	36
4.3. Numerički izračun parametara mehanike loma za eksperimentalne uzorke uzete iz literature	38
4.3.1. Eksperimentalni uzorak P1	38
4.3.1.1. Geometrija, opterećenje i materijalna svojstva	38
4.3.1.2. Proračunski model	40
4.3.1.3. Numerički dobivena rješenja	41
4.3.2. Eksperimentalni uzorak P3	45
4.3.2.1. Geometrija, opterećenje i materijalna svojstva eksperimentalnog uzorka... ..	45
4.3.2.2. Proračunski model	46
4.3.2.3. Numerički dobivena rješenja	47
4.4. Numerička simulacija životnog vijeka i usporedba s eksperimentalnim rezultatima ..	49
4.4.1. Eksperimentalni uzorak P1	49
4.4.1.1. Parisov model.....	49
4.4.1.2. Dowling begleyev model (LE analiza)	51
4.4.1.3. Dowling begleyev model (EP analiza)	52
4.4.1.4. Formanov model	54
4.4.1.5. Modificirani Formanov model (LE analiza)	55
4.4.1.6. Modificirani Formanov model (EP analiza)	57
4.4.2. Eksperimentalni uzorak P3	58
4.4.2.1. Parisov model.....	58
4.4.2.2. Modificirani Dowling Begley model (EP analiza)	60
4.4.2.3. Modificirani Formanov model (EP analiza)	62
5. Zaključak	64
PRILOZI.....	66
LITERATURA.....	67

POPIS SLIKA

Slika 1.	Princip projektiranja primjenom mehanike loma.....	2
Slika 2.	Podjela mehanike loma	3
Slika 3.	Utjecaj veličine pukotine na čvrstoću (dijagram preostale čvrstoće).....	5
Slika 4.	Vremenska promjena radnog opterećenja za različite tipove konstrukcija.....	6
Slika 5.	Dijagram napredovanja pukotine	7
Slika 6.	Mehanizam zamornog napredovanja pukotine.....	8
Slika 7.	Mehanizam krhkog loma.....	9
Slika 8.	Mehanizam žilavog loma	10
Slika 9.	Dijagram preostale čvrstoće temeljen na naprezanju	11
Slika 10.	Načini otvaranja pukotine	11
Slika 11.	Stanje naprezanja pri vrhu pukotine	12
Slika 12.	Beskonačno široka ploča s centralnom pukotinom	13
Slika 13.	Ploča končane širine as centralnom pukotinom.....	14
Slika 14.	Putanja J integrala oko vrha pukotine	16
Slika 15.	Nivo oštećenja za razne duljine pukotina kao funkcija broja ciklusa	17
Slika 16.	Faze zamornog životnog vijeka i relevantni parametri	18
Slika 17.	Tipična krivulja relativnog rasta pukotine.....	18
Slika 18.	Rast pukotine uslijed zamora materijala	20
Slika 19.	Utvrđivanje funkcije rasta pukotine	22
Slika 20.	Eksperimentalno dobiveni podaci	22
Slika 21.	Utjecaj omjera naprezanja na relativnu brzinu napredovanja pukotine	23
Slika 22.	Određivanje parametara Parisove jednadžbe	24
Slika 23.	Općeniti model ploče s 3 pukotine	27
Slika 24.	Dijagram toka metode interaktivne simulacije višestrukih pukotina	28
Slika 25.	Preslikavanje izvornog četverokutnog elementa u proizvoljni element.....	30
Slika 26.	Uobičajeni prsten konačnih elemenata oko vrha pukotine.....	31
Slika 27.	Dobivanje singularnog konačnog elementa za linearno elastičnu analizu	32
Slika 28.	Dimenzije i opterećenje ploče s bočnom pukotinom	34
Slika 29.	Proračunski model ploče s dodijeljenim rubnim uvjetima.....	35
Slika 30.	Diskretizirani model ploče (gruba mreža).....	36
Slika 31.	Prikaz kontura naprezanja (srednja mreža)	36
Slika 32.	Prikaz kontura pomaka (fina mreža)	37
Slika 33.	Dimenzije eksperimentalnog uzorka P1	38
Slika 34.	Stabilizirana ciklička krivulja materijala S235 (St37)	39
Slika 35.	Proračunski model eksperimentalnog uzorka P1	40
Slika 36.	Dodijeljeni rubni uvjeti (P1).....	40
Slika 37.	Diskretizirani proračunski model i detalj mreže oko vrha pukotine (P1)	41
Slika 38.	Naprezanje prema Von Misesu (P1, LE analiza)	42
Slika 39.	Naprezanje prema Von Misesu (P1, EP analiza)	42
Slika 40.	Ovisnost koef. Intenzivnosti naprezanja K o duljini pukotine a (P1)	43
Slika 41.	Ovisnost J integrala o duljini pukotine a kod LE analize (P1)	43
Slika 42.	Ovisnost J integrala o duljini pukotine a kod EP analize (P1).....	44
Slika 43.	Usporedba ovisnosti J integrala o duljini pukotine za LE I EP analizu (P1).....	44
Slika 44.	Dimenzije epruvete P3	45
Slika 45.	Dodijeljeni rubni uvjeti (P3).....	46

Slika 46.	Diskretizirani proračunski model i detalj mreže oko vrha pukotine (P3)	46
Slika 47.	Naprezanja prema Von Misesu (P3, LE analiza)	47
Slika 48.	Naprezanje prema Von Misesu (P3, EP analiza)	47
Slika 49.	Ovisnost koef. Intenzivnosti naprezanja K o duljini pukotine a (P3)	48
Slika 50.	Ovisnost EP vrijednosti J integrala o duljini pukotine a (P3)	48
Slika 51.	Dijagram relativnog napredovanja pukotine (Paris, P1)	49
Slika 52.	Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (Paris, P1)	50
Slika 53.	Dijagram relativnog napredovanja pukotine (DB LE, P1)	51
Slika 54.	Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (DB LE, P1)	52
Slika 55.	Dijagram relativnog napredovanja pukotine (DB EP, P1)	53
Slika 56.	Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (DB EP, P1)	53
Slika 57.	Dijagram relativnog napredovanja pukotine (Forman, P1)	54
Slika 58.	Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (Forman, P1)	55
Slika 59.	Dijagram relativnog napredovanja pukotine (mod. Forman LE, P1)	56
Slika 60.	Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman LE, P1)	56
Slika 61.	Dijagram relativnog napredovanja pukotine (mod. Forman EP, P1)	57
Slika 62.	Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman EP, P1)	58
Slika 63.	Životni vijek dobiven interaktivnom simulacijom (Paris, P3)	59
Slika 64.	Eksperimentalno određen životni vijek (P3)	59
Slika 65.	Usporedba eksperimentalnog i simuliranog životnog vijeka (Paris, P3)	60
Slika 66.	Životni vijek dobiven interaktivnom simulacijom (DB EP, P3)	61
Slika 67.	Usporedba eksperimentalnog i simuliranog životnog vijeka (DB EP, P3)	61
Slika 68.	Životni vijek dobiven interaktivnom simulacijom (mod. Forman EP, P3)	62
Slika 69.	Usporedba eksperimenta i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman EP, P3) ..	63

POPIS TABLICA

Tablica 1. Konvergencija rješenja koeficijenta intenzivnosti naprezanja	37
Tablica 2. Podatci o primijenjenom opterećenju i geometrijskim karakteristikama (P1)	39
Tablica 3. Materijalna svojstva eksperimentalnih uzoraka (P1 i P3)	39
Tablica 4. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (Paris, P1)	50
Tablica 5. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (DB LE, P1)	52
Tablica 6. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (DB EP, P1)	54
Tablica 7. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (Forman, P1)	55
Tablica 8. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman LE, P1)	57
Tablica 9. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman EP, P1)	58
Tablica 10. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (Paris, P3)	60
Tablica 11. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (DB EP, P3)	62
Tablica 12. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman EP, P3)	63

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a	m	Polovična duljina pukotine
a_p	m	Dopuštena veličina pukotine
A	m ²	Površina
Δa	m	Prirast duljine pukotine
B	m	Debljina uzorka
C, m	-	Konstante diferencijalne jednačbe napredovanja pukotine
da/dN	m/ciklus	Brzina relativnog napredovanja pukotine
E	MPa	Modul elastičnosti materijala
F	MPa	Vanjsko opterećenje
F_a	MPa	Prosječno radno opterećenje
F_{max}	MPa	Maksimalno opterećenje
F_p	MPa	Maksimalno dopušteno opterećenje
F_s	MPa	Maksimalno radno opterećenje
F_{res}	MPa	Preostala čvrstoća
F_u	MPa	Granično opterećenje
G	MPa	Modul smicanja materijala
H	-	Razdoblje sigurne eksploatacije
J	MPa m	J integral
ΔJ	MPa m	Raspon J integrala
J_c	MPa m	Kritična vrijednost J integrala
k_t	-	Faktor koncentracije naprezanja
K	MPa \sqrt{m}	Koeficijent intenzivnosti naprezanja
K_c	MPa \sqrt{m}	Lomna žilavost materijala
ΔK	MPa \sqrt{m}	Raspon faktora intenzivnosti naprezanja
L	m	Duljina uzorka
n	-	Faktor očvršćivanja
N	-	Broj ciklusa
ΔN	-	Prirast broja ciklusa
R	-	Omjer opterećenja
S	-	Faktor sigurnosti
u, v, w	m	Pomaci u pravokutnom koordinatnom sustavu
U	J	Unutarnja energija deformacije
W	m	Širina uzorka
β	-	Faktor oblika
δ	m	Pomak hvatišta opterećenja

σ_m	MPa	Srednje naprezanje
σ_{max}	MPa	Maksimalno naprezanje
σ_{min}	MPa	Minimalno naprezanje
σ_{nom}	MPa	Nominalno naprezanje
σ_p	MPa	Maksimalno dopušteno naprezanje
σ_s	MPa	Maksimalno radno naprezanje
σ_y	MPa	Granica tečenja materijala
$\Delta\sigma$	MPa	Raspon naprezanja

SAŽETAK

U radu je dan pregled područja koje obrađuje metode napredovanja zamornih pukotina temeljene na primijenjenoj mehanici loma. Nadalje su izložene najpoznatije metode analize rasta zamornih pukotina koje se temelje na integraciji diferencijalne jednadžbe napredovanja pukotine. U radu su također spomenuti i modeli interakcije višestrukih pukotina.

Za dva eksperimentalna uzorka, uzeta iz literature, numeričkim putem primjenom metode konačnih elemenata su izračunati relevantni parametri mehanike loma. Primjenom principa linearno elastične mehanike loma dobivene su vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja K kao i vrijednosti J integrala u ovisnosti o veličini pukotine. Također je izračunata i vrijednost J integrala za sve duljine pukotina kao relevantnog parametra u elastoplastičnoj mehanici loma.

Pomoću eksperimentalnih i numerički dobivenih rezultata, procijenjene su vrijednosti konstanti pojedinih diferencijalnih jednadžbi koje opisuju napredovanje zamornih pukotina. Nakon toga je numeričkom integracijom navedene diferencijalne jednadžbe dobiven ukupni životni vijek te je uspoređen s eksperimentalnim rezultatima.

Za uzorak koji sadrži višestruke pukotine provedena je numerička interaktivna simulacija napredovanja višestrukih pukotina te su dobiveni rezultati uspoređeni s eksperimentalnima.

1. UVOD

U analizi tolerancije oštećenja koristi se matematički alat temeljen na mehanici loma koji se sastoji od jednadžbi potrebnih za određivanje načina rasta pukotina i načina na koji pukotine utječu na čvrstoću konstrukcije. Stvaranje plana kontrole pukotinskih oštećenja zahtijeva poznavanje čvrstoće strukture u kojoj postoje pukotine kao i vremena koje je potrebno da pukotinska oštećenja narastu do veličina opasnih za cjelovitost strukture.

Analiza rasta zamornih pukotina u metalnim konstrukcijama provodi se tako da se životni vijek komponente utvrđuje integracijom odgovarajuće diferencijalne jednadžbe koja opisuje napredovanje pukotine. Pojedine konstante diferencijalne jednadžbe određuju se pomoću eksperimentalnih podataka, a relevantni parametri mehanike loma izračunavaju se numeričkim putem primjenom metode konačnih elemenata. Ovisno o veličini zone plastične deformacije u okolici vrha pukotine, u numeričkoj analizi će se primijeniti principi linearno elastične ili elastoplastične mehanike loma.

Ukoliko se u konstrukciji pojave višestruke pukotine njihova interakcija može značajno ubrzati proces napredovanja pojedine pukotine i dovesti do skraćenog životnog vijeka. Ovi problemi rješavaju se primjenom jednog od modela interaktivne simulacije napredovanja višestrukih pukotina.

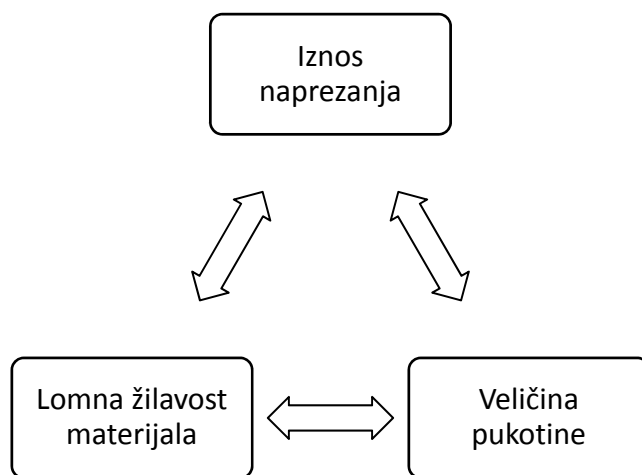
2. PRIMJENA MEHANIKE LOMA NA NAPREDOVANJE ZAMORNIH PUKOTINA

2.1. Općenita razmatranja [2]

Lomovi konstrukcija su problem zajednice od davnina, a kako je broj konstrukcija bio u stalnom porastu tako je rasla i potreba za prevencijom pojave loma. Problem loma je u današnje vrijeme aktualna tema i može se zaključiti da su uglavnom lomovi konstrukcija posljedica nedovoljnog poznavanja svojstava materijala i nemarnosti prilikom konstruiranja, proizvodnje, ugradnje i korištenja konstrukcije.

Projektiranje primjenom klasičnih metoda mehanike pokazalo se je nepouzdana budući da se je primijetilo kako većina konstrukcija sadrži pukotine. To je utjecalo na razvoj tehničke discipline pod nazivom Mehanika loma koja se zasniva na principima primijenjene mehanike i znanosti o materijalima sa svrhom razumijevanja polja naprezanja i deformacije oko vrha pukotine.

Mehanika loma objašnjava utjecaj pukotina na stanje konstrukcije te uvodi veličinu pukotine i lomnu žilavost materijala kao bitne parametre pri projektiranju.

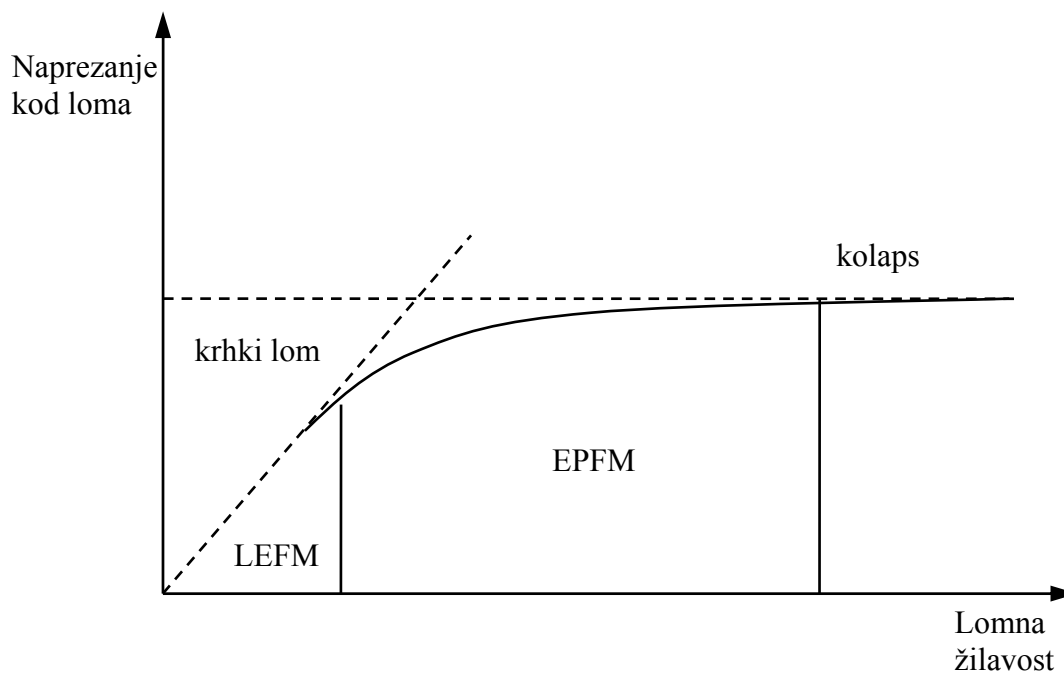


Slika 1. Princip projektiranja primjenom mehanike loma

S obzirom na mehaničko ponašanje materijala mehanika loma se dijeli na:

- linearno elastičnu mehaniku loma (LEFM),
- elastoplastičnu mehaniku loma (EPFM) i
- graničnu analizu.

Do koje vrste loma će doći i koji principi pri proračunu se mogu primijeniti može se zaključiti promatrajući dijagram koji prikazuje Slika 2.



Slika 2. Podjela mehanike loma

Ukoliko je lomna žilavost materijala niska tada se primjenjuje princip linearno elastične mehanike loma kod koje je linearna ovisnost između naprežanja kod loma i lomne žilavosti materijala. U ovome slučaju doći će do pojave krhkog loma.

Ako je pak lomna žilavost materijala visoka tada se primjenjuju principi granične analize koja za pretpostavku ima plastični kolaps konstrukcije.

Za srednje vrijednosti lomne žilavosti koristiti će se principi nelinearne mehanike loma koja predstavlja prijelazno područje između linearno elastične mehanike loma i granične analize.

2.2. Tolerancija oštećenja i kontrola loma [1]

Kako bi se osigurao rad sustava bez katastrofalnih pojava lomova potrebno je uskladiti rad svih stručnjaka zaduženih za konstruiranje, proizvodnju, postavljanje i održavanje sustava. Lom se rijetko događa kao posljedica nepredviđenih opterećenja već obično nastupa zbog strukturalnih mana tj. pukotina na konstrukciji. Pukotina će pod utjecajem ili konstantnih normalnih radnih opterećenja ili cikličkih opterećenja napredovati odnosno postepeno rasti. To kontinuirano napredovanje pukotine narušiti će čvrstoću konstrukcije koja će opadati sve do razine pri kojoj neće moći podnijeti radna opterećenja i nakon čega će nastati lom.

Svrha kontrole loma je sprječavanje pojave loma konstrukcija uslijed maksimalnih opterećenja tijekom eksploatacije.

Da bi se spriječila pojava loma potrebno je zaustaviti napredovanje pukotine do razine koja bi uzrokovala pad čvrstoće ispod prihvatljive vrijednosti. U svrhu određivanja dopuštene veličine pukotine potrebno je poznavati funkcijsku ovisnost čvrstoće konstrukcije o veličini pukotine, a za određivanje razdoblja sigurne eksploatacije potrebno je moći odrediti vrijeme u kojem pukotina naraste do prihvatljive veličine. Da bi to bilo moguće potrebno je locirati potencijalna mjesta nastanka pukotina. Analizom je potrebno dobiti podatke o vremenu napredovanja pukotine i ovisnosti čvrstoće konstrukcije o veličini pukotine, a ovaj postupak se naziva analizom dopuštenog oštećenja.

Dopušteno oštećenje je svojstvo konstrukcije da sigurno podnosi oštećenje do trenutka kada se ta oštećenja ne uklone. Uklanjanje se može ostvariti popravkom ili zamjenom napukle konstrukcije. U fazi konstruiranja poželjno je odabrati materijal koji je otporniji na nastajanje pukotina ili unaprijediti konfiguraciju konstrukcije čime se osigurava da pukotine ne postanu opasne tijekom očekivanog ekonomičnog razdoblja eksploatacije. Drugi način je da se konstrukcija pregledava u određenim vremenskim intervalima kako bi se u slučaju postojanja pukotina mogla na vrijeme popraviti ili dijelovi konstrukcije zamijeniti. Vrste i intervali kontrole određuju se iz vremena napredovanja pukotine dobivenog iz analize dopuštenog oštećenja. Kontrole se uobičajeno izvode nekom od tehnika razornog ili nerazornog ispitivanja.

Rezultati analize dopuštenog oštećenja čine osnovu za planiranje kontrole loma što znači da se pregledi, popravci i zamjene moraju racionalno planirati. Kontrola loma predstavlja kombinaciju mjera kojima se želi spriječiti lom konstrukcija uzrokovan pukotinama tijekom eksploatacije. Mjere kontrole loma su:

- analiza dopuštenog oštećenja
- odabir materijala
- bolje oblikovanje konstrukcije
- ispitivanje konstrukcije
- plan održavanja, pregledavanja i zamjene oštećenih dijelova konstrukcije

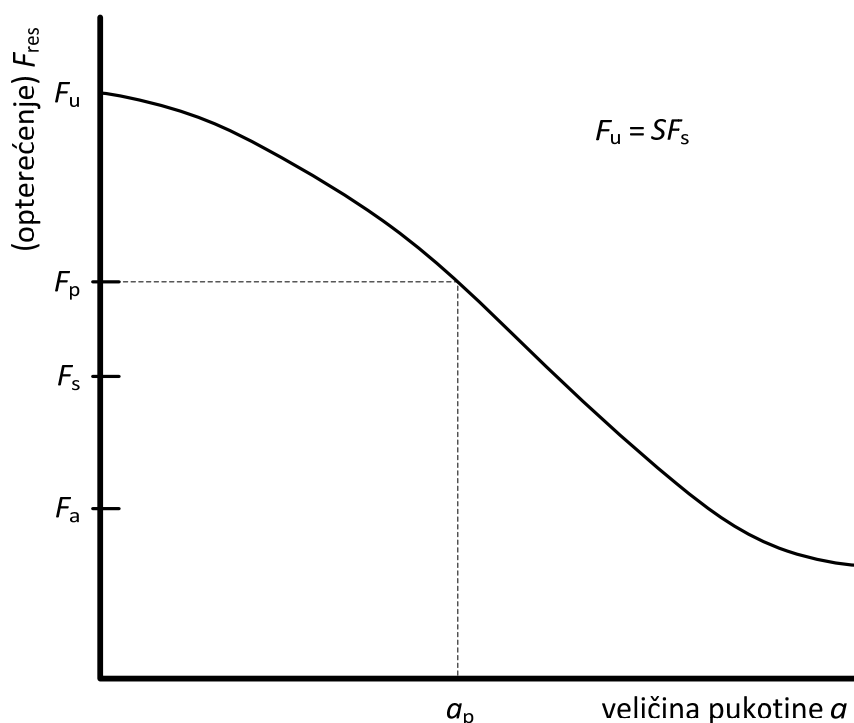
Opseg mjera kontrole loma ovisi o kritičnosti dijela, ekonomskim posljedicama i šteti koja bi nastala uslijed loma.

2.2.1. Ciljevi analize dopuštenog oštećenja

Osnovni ciljevi analize dopuštenog opterećenja su određivanje:

- utjecaja pukotine na čvrstoću
- napredovanja pukotine kao funkcije vremena.

Slika 3. pokazuje kvalitativni odnos utjecaja veličine pukotine na čvrstoću konstrukcije. Čvrstoća se izražava preko opterećenja F koje konstrukcija može izdržati prije nego što nastupi lom.

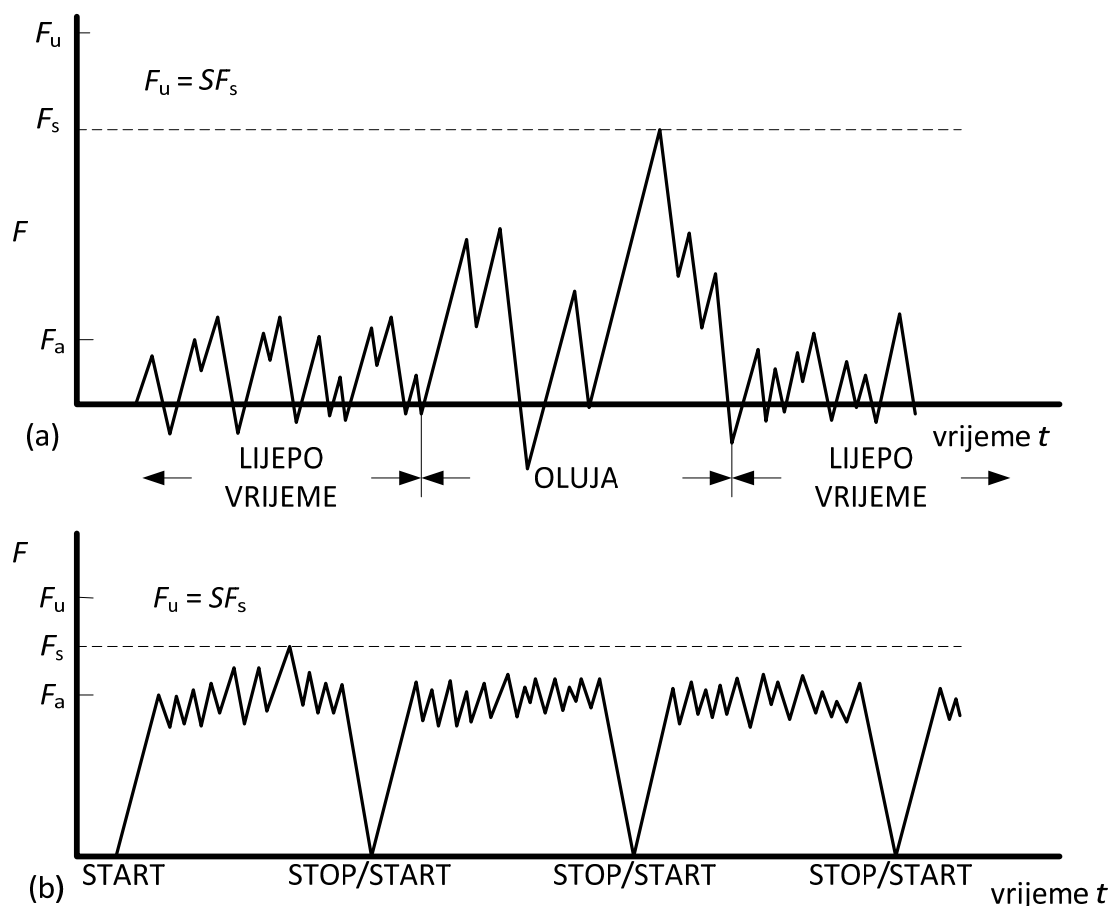


Slika 3. Utjecaj veličine pukotine na čvrstoću (dijagram preostale čvrstoće)

Ako se pretpostavi da nova konstrukcija nema značajnih oštećenja ($a = 0$) tada je njena čvrstoća jednaka graničnoj projektnoj čvrstoći tj. opterećenju F_u . Lom bi trebao nastupiti kada se konstrukcija podvrgne opterećenju većem od F_u ili se u suprotnome smatra da je konstrukcija predimenzionirana.

U procesu konstruiranja uvijek se koristi neki oblik faktora sigurnosti S koji se veže uz opterećenje. Ako je npr. maksimalno predviđeno opterećenje F_s tada se konstrukcija projektira da izdrži $S \cdot F_s$. Iznos faktora sigurnosti uglavnom se kreće između vrijednosti 1,5 (zrakoplovstvo) i 3 (građevina).

Radno opterećenje se vremenski mijenja, ali je uglavnom većinu vremena ispod vrijednosti F_s . Tek u iznimnim uvjetima (oluja) radno opterećenje dostiže vrijednost F_u , a preostalo radno vrijeme opterećenje je daleko manje tako da postoji rezerva sigurnosti od loma većeg iznosa od faktora sigurnosti S . Ovisno o kakvoj vrsti konstrukcije se radi ovisi i kako će se vremenski mijenjati radna opterećenja.



Slika 4. Vremenska promjena radnog opterećenja za različite tipove konstrukcija

Slika 4. prikazuje razliku između vremenske ovisnosti radnog opterećenja za konstrukcije koje su podvrgnute promjenjivom opterećenju (dizalice, mostovi, brodovi i zrakoplovi) i konstrukcije koje su podvrgnute uglavnom stalnim vrijednostima opterećenja (cjevovodi, posude pod tlakom i rotirajući strojni dijelovi).

U slučaju da radno opterećenje dostigne vrijednost F_u doći će do loma konstrukcije, ali iskustvo je pokazalo da je vjerojatnost da se takvo nešto desi prihvatljivo niska.

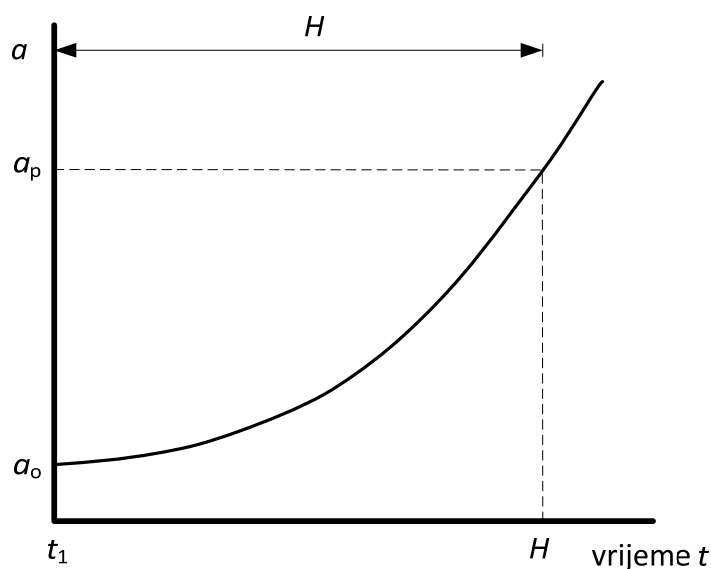
Prisutnost pukotine u konstrukciji uzrokuje pad čvrstoće konstrukcije ispod vrijednosti F_u te se ta čvrstoća tada naziva preostalom čvrstoćom. Rastom duljine pukotine smanjuje se preostala čvrstoća, a time i faktor sigurnosti što na kraju rezultira većom vjerojatnošću pojave

loma. Ukoliko se ništa ne poduzme i konstrukcija i dalje ostane u pogonu velika je vjerojatnost da će doći do loma konstrukcije.

Ukratko rečeno, pukotina ne smije narasti toliko da se lom desi pri radnim opterećenjima. Od izuzetne je važnosti da se konstrukcija ili njena oštećena komponenta zamijene prije nego što pukotina postane opasna.

Ako je poznat dijagram preostale čvrstoće Slika 3 i ako je propisana minimalna dopuštena preostala čvrstoća F_p tada se lako iz samog dijagrama određuje maksimalno dopuštena veličina pukotine.

Može se reći da je prvi cilj analize dopuštenog oštećenja određivanje dijagrama preostale čvrstoće koji se razlikuje za različite dijelove konstrukcije i za različite lokacije pukotina. Drugi cilj analize dopuštenog oštećenja je određivanje krivulje napredovanja pukotine kao što prikazuje Slika 5.



Slika 5. Dijagram napredovanja pukotine

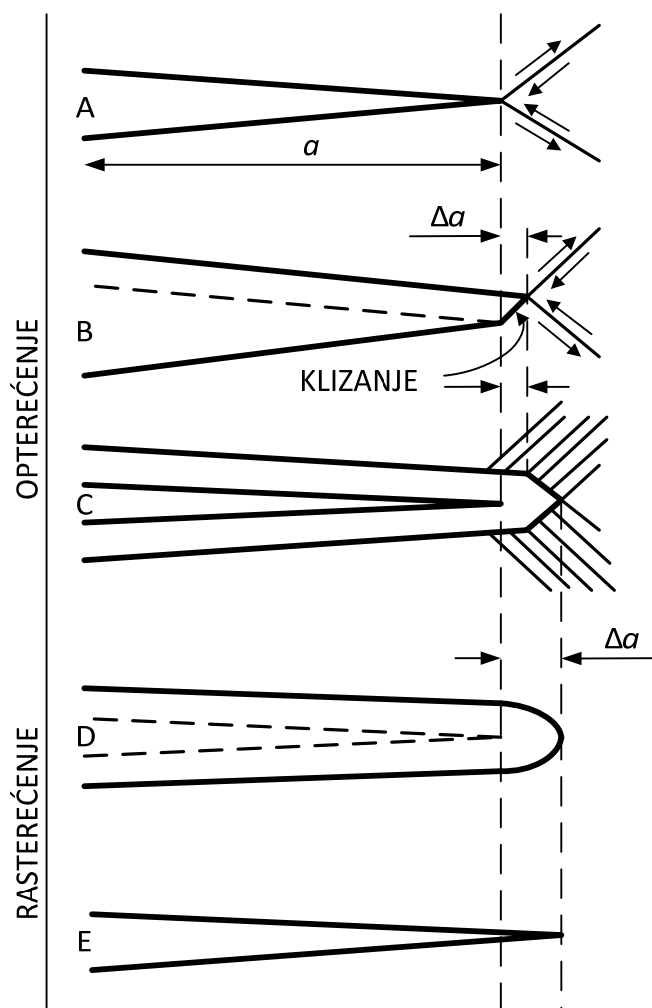
Dopuštenu veličinu pukotine a_p moguće je preseliti iz dijagrama preostale čvrstoće u dijagram napredovanja pukotine. Tada je moguće odrediti razdoblje sigurne eksploatacije H nakon kojega je potrebno zamijeniti ili popraviti oštećenu konstrukciju ili njen dio. Interval kontrole konstrukcije mora biti manji od vremena H , a obični se uzima polovica tog vremena.

2.3. Napredovanje pukotine i lom

Napredovanje pukotine posljedica je jednog od pet poznatih mehanizama:

- zamor uslijed cikličkih opterećenja
- naponska korozija uslijed stalnog opterećenja
- puzanje
- napredovanje pukotine u prisutstvu vodika
- napredovanje pukotine uzrokovano tekućim metalom

Prva dva navedena mehanizma i njihove kombinacije predstavljaju najučestalije uzroke napredovanja pukotina dok se ostale rjeđe javljaju. Mehanizam zamornog napredovanja pukotine prikazuje Slika 6.



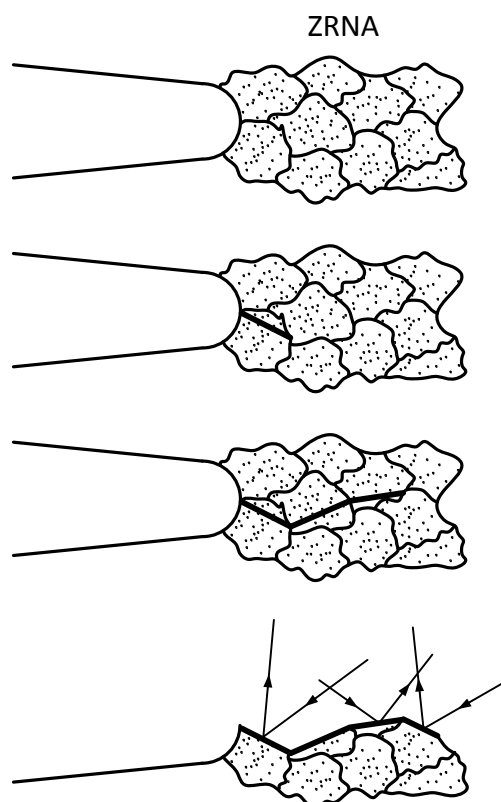
Slika 6. Mehanizam zamornog napredovanja pukotine

Čak i kada su opterećenja mala zbog velike koncentracije naprezanja postoji plastična deformacija oko vrha pukotine. Plastična deformacija nastaje klizanjem atomskih ravnina uslijed smičnih naprezanja. Kontinuiranim klizanjem komplementarnih ravnina vrh pukotine se zatupljuje i što uzrokuje povećanje pukotine. Prilikom rasterećenja vrh pukotine se ponovo zaoštava i ciklus se ponavlja. Povećanje pukotine po ciklusu je uobičajeno veoma malo (10^{-10} do 10^{-6} m), ali nakon dovoljnog broja ciklusa (10^4 do 10^8) pukotina može narasti za nekoliko desetaka mm.

Što se tiče mehanizma nastanka loma razlikuje se:

- krhki lom
- žilavi lom

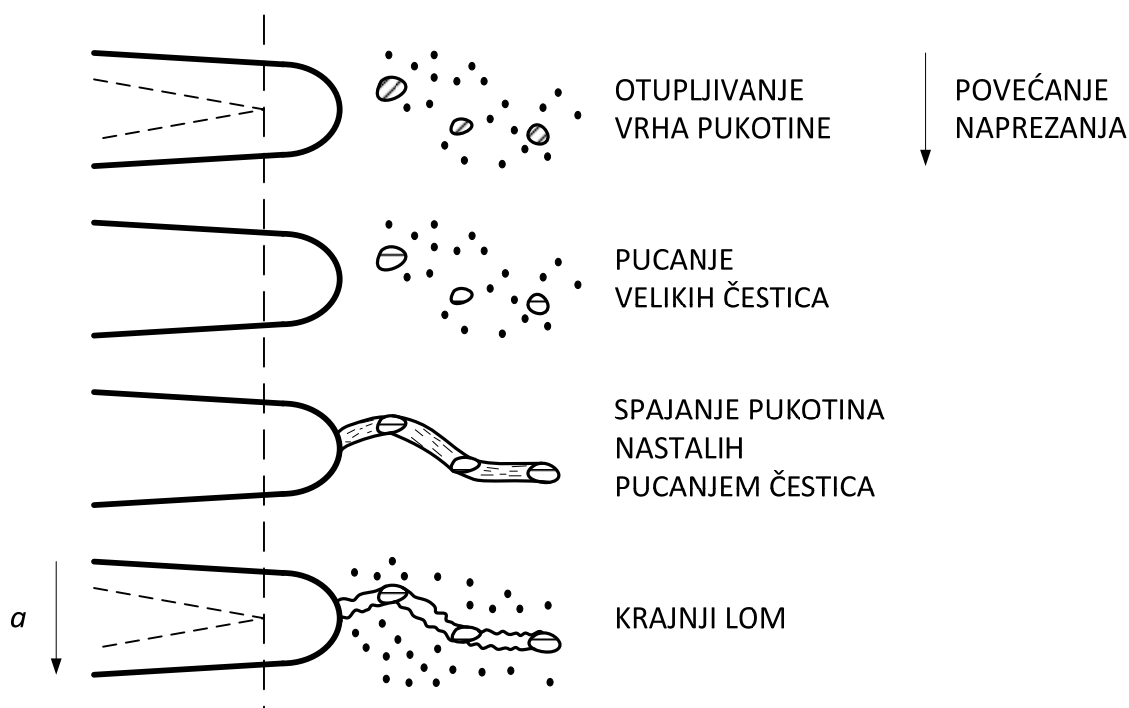
Krhki lom predstavlja razdvajanje atomskih ravnina. Svako zrno materijala posjeduje zasebnu ravninu pogodnu za razdvajanje što uzrokuje ravninski lom kao što prikazuje Slika 7. Glavna karakteristika krhkog loma je niska lomna žilavost materijala.



Slika 7. Mehanizam krhkog loma

Ravnine loma u ovome slučaju su dobri reflektori zraka upadne svjetlosti što znači da krhki lom sjaji dok je svjež sve dok nakon nekog vremena ne izgubi sjaj uslijed oksidacije.

Što se tiče drugog mehanizma nastanka loma tu glavnu ulogu odigravaju čestice legirnih elemenata materijala i razne uključine koje se nalaze unutar materijala. Legirni elementi dodaju se kako bi se poboljšala određena svojstva materijala. Ukoliko dođe do pucanja čestica legirnih elemenata ili uključina i formiranja praznina te njihovog spajanja u okolici pukotine, nastupiti će žilavi lom. Zbog nepravilne površine žilavi lom apsorbira svjetlost te ima tamno sivu boju.



Slika 8. Mehanizam žilavog loma

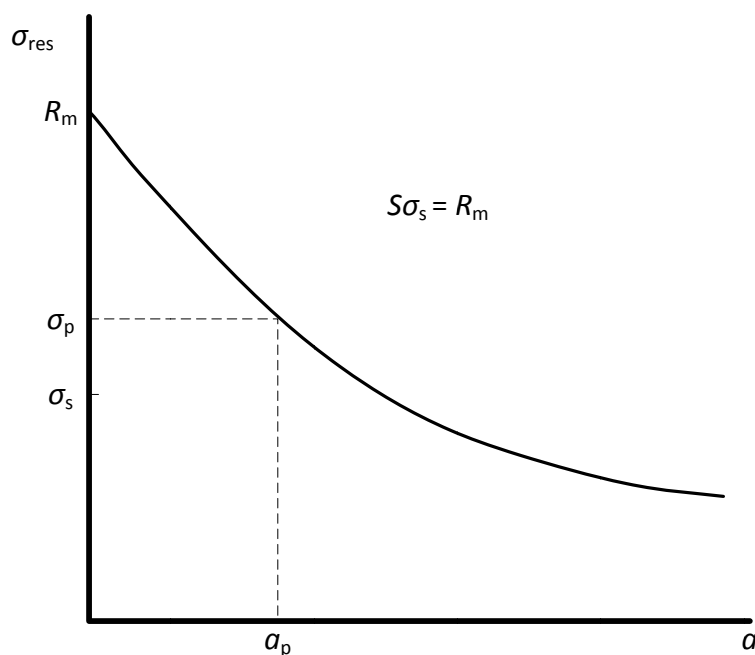
Oba mehanizma loma su brzi procesi i mogu napredovati brzinama od oko 500 m/s (žilavi lom) do maksimalnih brzina od 1600 m/s (krhki lom).

Sve dok pukotina napreduje nekim od mehanizama napredovanja lom je stabilan, a kada nastupi jedan od mehanizama loma tada se govori o nestabilnom lomu.

2.4. Dopušteno oštećenje i mehanika loma

Metode mehanike loma su razvijene kako bi se omogućilo određivanje preostale čvrstoće konstrukcije i analiziralo napredovanje pukotine nekim od mehanizama. Kako u svim inženjerskim mehanikama tako se i u mehanici loma koristi naprezanje umjesto opterećenja.

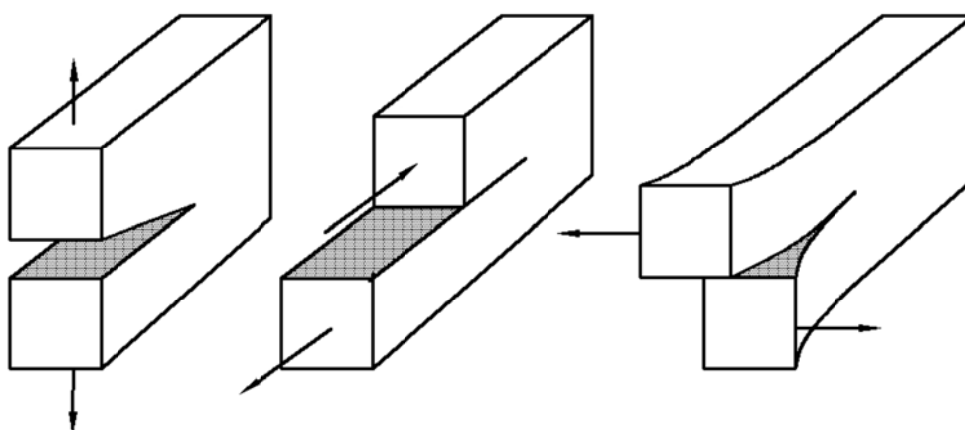
Prema tome, dijagram preostale čvrstoće uobičajeno se temelji na naprezanju koje konstrukcija može podnijeti prije pojave loma.



Slika 9. Dijagram preostale čvrstoće temeljen na naprezanju

Događanja u vrhu pukotine temelje se na lokalnim naprezanjima te je stoga potrebno dovesti ta lokalna naprezanja u vezu s primijenjenim naprezanjima.

Razlikuju se tri glavna načina otvaranja pukotine kao što prikazuje Slika 10.



Slika 10. Načini otvaranja pukotine

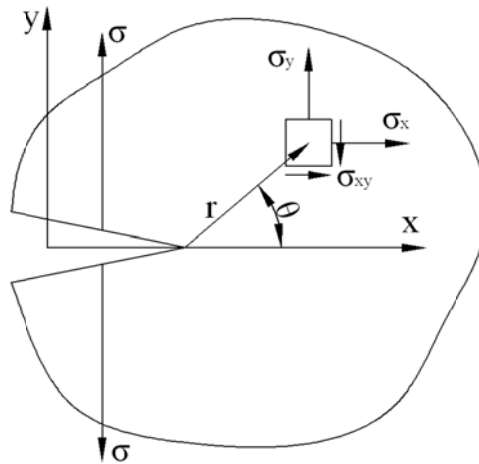
Najčešći način otvaranja pukotine u praksi je odcjepni te se označava rimskim brojem I, a postoje još smični (način II) i vijčani (način III). Smični i vijčani načini otvaranja pukotine se ne pojavljuju zasebno već u kombinaciji s odcjepnim načinom.

2.5. Koncept linearno elastične mehanike loma

2.5.1. Naprezanje pri vrhu pukotine

Pretpostavimo tijelo proizvoljnog oblika s pukotinom proizvoljne veličine i proizvoljnog opterećenja. Također pretpostavimo da se materijal tijela ponaša linearno elastično tj. da vrijedi Hookeov zakon. Za ovaj slučaj moguće je upotrijebiti teoriju elastičnosti u svrhu određivanja stanja naprezanja oko vrha pukotine.

Stanje naprezanja je dvoosno kao što prikazuje Slika 11.



Slika 11. Stanje naprezanja pri vrhu pukotine

Polje naprezanja oko vrha pukotine prema literaturi može se opisati jednadžbama:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (2)$$

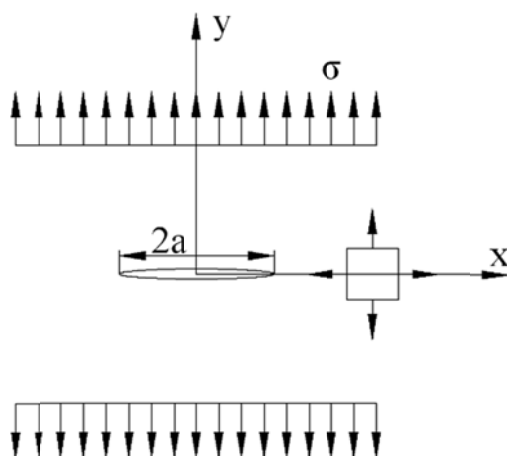
$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3)$$

U slučaju da je kut između ravnina presjeka i pukotine jednak nuli ($\theta = 0$, $r = x$) može se pisati:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} \quad (4)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} \quad (5)$$

Primjećuje se da su za ravninu $y = 0$ poprečna i uzdužna naprezanja istog iznosa. Naprezanje ovisi o udaljenosti od vrha pukotine x i o koeficijentu intenzivnosti naprezanja K koji u indeksu ima oznaku sukladnu načinu otvaranja pukotine.



Slika 12. Beskonačno široka ploča s centralnom pukotinom

Za primjer beskonačno široke ploče s centralnom pukotinom može se zaključiti da će naprezanje pri vrhu pukotine biti proporcionalno narinutom opterećenju, ali će biti ovisno i o veličini pukotine i bezdimenzijskom broju C te se može pisati:

$$\sigma_y = \frac{C\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2\pi x}} \quad (6)$$

Ukoliko je poznato da je $C = \sqrt{\pi}$ za slučaj beskonačno široke ploče slijedi:

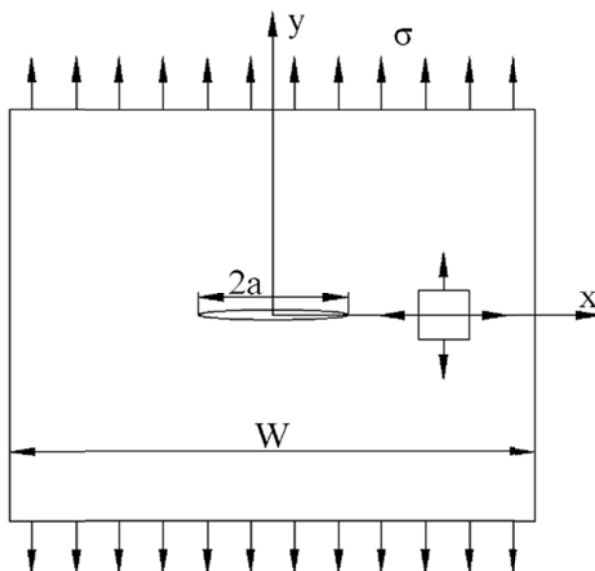
$$\sigma_y = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi x}} \quad (7)$$

Izjednačavanjem izraza (4) i (7) slijedi konačan izraz za koeficijent intenzivnosti naprezanja kod beskonačno široke ploče s centralnom pukotinom:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (8)$$

2.5.2. Koeficijent intenzivnosti naprezanja

Kada je u pitanju ploča konačne širine kao što prikazujete Slika 13 tada njene dimenzije imaju utjecaja na polje naprezanja oko vrha pukotine.



Slika 13. Ploča konačne širine as centralnom pukotinom

U odnosu na izraz za izračunavanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja kod ploče beskonačne širine za ploču konačne širine uvodi se geometrijski faktor β .

$$K = \beta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (9)$$

Izraz (9) predstavlja općeniti oblik jednadžbe za izračunavanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja kod ploče konačne širine. Geometrijski faktor β je određen geometrijom ploče te je već za mnoge slučajeve unaprijed izračunat i može se pronaći u raznim knjigama i priručnicima koji se bave problemima mehanike loma.

2.5.3. Energijski kriterij

Zakon očuvanja energije kaže da je rad utrošen na deformiranje neke konstrukcije jednak akumuliranoj unutarnjoj energiji deformiranja što se ukratko može zapisati kao:

$$P - U = 0 \quad (10)$$

U slučaju linearno elastičnog materijala rad ili energija deformiranja jednaki su trokutastoj površini ispod pravca u dijagramu opterećenje – pomak te se jednostavno određuju:

$$P = \frac{1}{2} F \delta \quad (11)$$

Energiju deformiranja moguće je odrediti i na drugi način:

$$U = \iiint \frac{\sigma^2}{2E} dx dy dz \quad (12)$$

Uvrštavanjem izraza (11) i (12) u izraz (10) slijedi:

$$\frac{1}{2} F \delta - \frac{\sigma^2}{2E} LA = 0 \quad (13)$$

Izraz (13) predstavlja općenitu jednadžbu koja se može primijeniti i na slučaj pukotine u konstrukciji. Ako se pukotina u konstrukciji širi tada se u zakonu očuvanja energije pojavljuje dodatni član W koji opisuje rad zbog širenja pukotine:

$$\frac{d}{da} (P - U) = \frac{dW}{da} \quad (14)$$

Izraz (14) opisuje samo promjenu energije, a ne njen apsolutni iznos te se može shvatiti kao kriterij nastanka loma u konstrukciji.

2.6. Koncept elastoplastične mehanike loma

Ako se oko vrha pukotine nalazi plastična zona koja nije zanemarive veličine tada je poželjno primijeniti principe elastoplastične mehanike loma. Kao relevantan parametar za ovu vrstu analize najčešće se koristi J integral.

2.6.1. J integral

Pojam J integrala uveo je Rice te on predstavlja linijski integral koji ima svojstvo neovisnosti o putanji integracije. Može se reći da predstavlja jačinu singularnih naprezanja i deformacija oko vrha pukotine te se u općem obliku zapisuje:

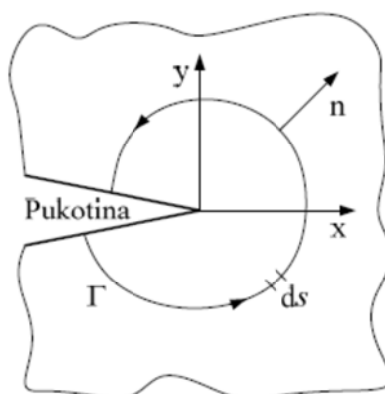
$$J = \int_{\Gamma} W dy - \int_{\Gamma} t_i \left(\frac{\delta u_i}{\delta x} \right) ds \quad (15)$$

gdje je: Γ - proizvoljna putanja oko vrha pukotine

W - gustoća energije deformiranja

u_i - vektor pomaka

ds - dio putanje



Slika 14. Putanja J integrala oko vrha pukotine

Slika 14 prikazuje putanju J integrala u općem dvodimenzijском problemu, a konkretni izraz za taj slučaj glasi:

$$J = \int_{\Gamma} W \, dy - \int_{\Gamma} \left(t_x \frac{\delta u_x}{\delta x} + t_y \frac{\delta u_y}{\delta y} \right) ds \quad (16)$$

Pretpostavlja se da pukotina leži u globalnom Kartezijevom koordinatnom sustavu te da je os X paralelna s pukotinom.

2.6.2. Ograničenja korištenja

Jedno od najvećih ograničenja elastoplastičnog modela je što se u biti razmatra ponašanje nelinearno elastičnog materijala, a ne elastoplastičnog materijala. Kod elastoplastičnih materijala nakon opterećenja i naknadnog rasterećenja ostaju plastične deformacije, ali kod primjene koncepta elastoplastične mehanike loma to nije slučaj jer nakon rasterećenja nema pojave plastične deformacije.

Primjena ovog koncepta (EPFM) je opravdana sve dok nema procesa rasterećenja, a ako proces rasterećenja postoji tada će doći do odstupanja između predviđenog i stvarnog ponašanja materijala.

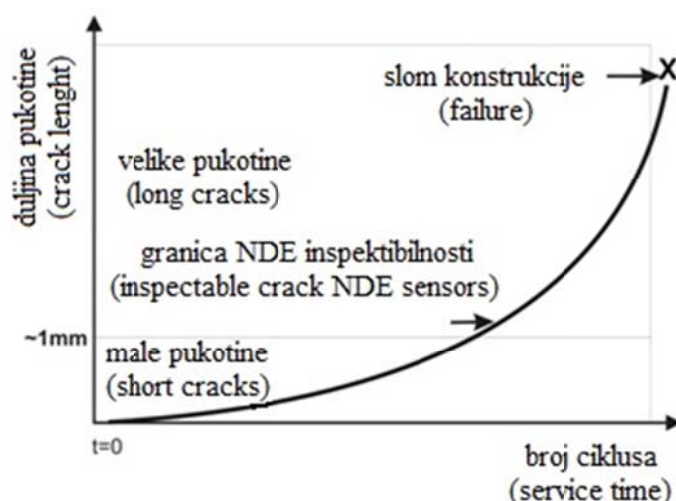
3. METODE ANALIZE NAPREDOVANJA ZAMORNIH PUKOTINA

3.1. Krivulja životnog vijeka [3]

Zamor materijala je, kao što je već ranije spomenuto, tehnički najvažniji mehanizam rasta pukotine. Kod metalnih konstrukcija zamor materijala se praktički ne može spriječiti, ali ga je zato moguće kontrolirati.

Oštećenje uslijed cikličkog opterećenja dijeli se na četiri razine:

- inicijacija pukotine
- propagacija kratke pukotine
- propagacija duge pukotine
- lom

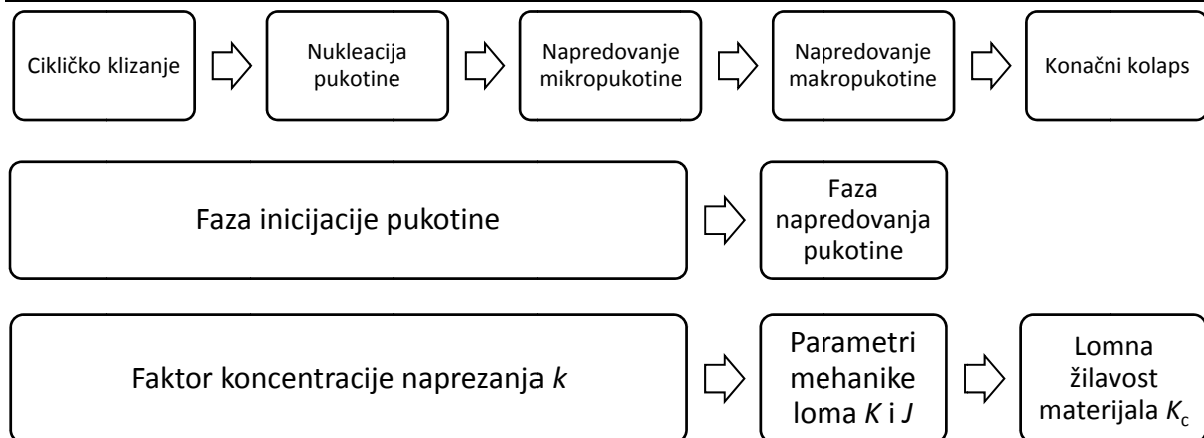


Slika 15. Nivo oštećenja za razne duljine pukotina kao funkcija broja ciklusa

Duljina pukotine u iznosu od 1 mm obično se uzima kao granica između stadija propagacije kratke i duge pukotine, a ujedno je prihvaćena i kao granična duljina pukotine koja se može utvrditi nerazornim metodama testiranja na konstrukciji u eksploataciji.

Zanimljiva činjenica je da komponenta u radu provede oko 80 % svog životnog vijeka u stadiju propagacije kratke pukotine.

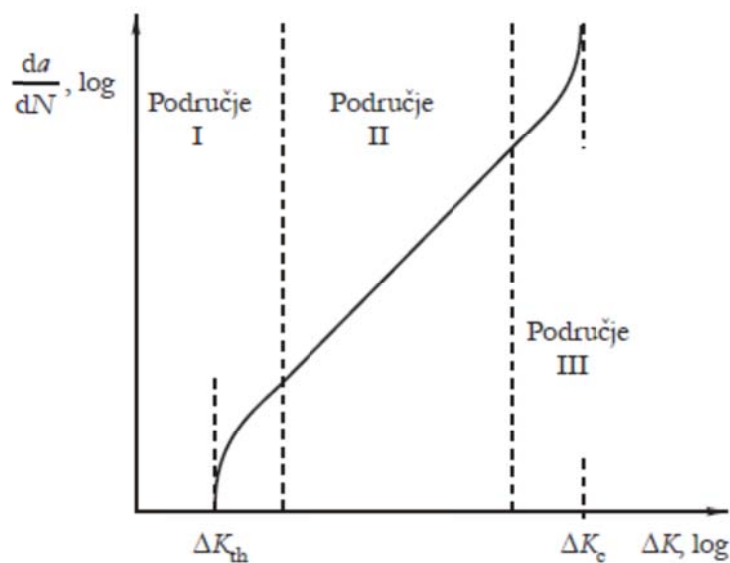
Nakon što se detektira prisutnost pukotine važno je poznavati funkciju napredovanja pukotine kako bi se zamijenio ili popravio oštećeni dio.



Slika 16. Faze zamornog životnog vijeka i relevantni parametri

3.2. Krivulja relativnog napredovanja zamorne pukotine [7]

Karakterističnu krivulju relativnog napredovanja zamorne pukotine prikazuje Slika 17, a ispitivanja su pokazala da postoje dvije vertikalne asimptote tj. granične vrijednosti.



Slika 17. Tipična krivulja relativnog rasta pukotine

Dijagram relativnog napredovanja pukotine dijeli se na tri dijela:

- područje I – područje praga intenzivnosti naprezanja
- područje II – Parisovo područje
- područje III – područje nestabilnog rasta pukotine

3.2.1. Područje praga intenzivnosti naprezanja

Ovo područje (područje I) predstavlja rani razvoj zamorne pukotine s brzinom napredovanja reda veličine 10^{-6} mm/ciklusu. Velik utjecaj na ovo područje ima mikrostruktura materijala, veličina zrna, radna temperatura, okruženje i slično.

Glavna značajka ovog područja je postojanje specifične vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja ispod koje neće doći do širenja pukotine. Ta vrijednost definira se kao prag napredovanja zamorne pukotine te se označava simbolom K_{TH} .

Ako vrijednost koeficijenta intenzivnosti naprezanja padne ispod vrijednosti praga napredovanja pukotine se usporava i pretpostavlja se da se u potpunosti zaustavlja.

Vrijednost praga intenzivnosti naprezanja određuje se eksperimentalno.

Osim mikrostrukture materijala pokazalo se je da je i omjer naprezanja R bitan čimbenik koji utječe na iznos praga intenzivnosti naprezanja.

3.2.2. Parisovo područje

Područje II predstavlja područje stabilnog napredovanja pukotine s brzinama napredovanja od 10^{-6} do 10^{-3} mm/ciklusu. Utjecaj mikrostrukture, okruženja i ekvivalentnog naprezanja u ovom području nije od velike važnosti, ali utjecaj srednjeg naprezanja ima bitnu ulogu koja ovisi i o vrsti materijala.

U ovom području veličina plastične zone ispred vrha pukotine uobičajeno je usporediva sa srednjom veličinom zrna te je mnogo manja od duljine pukotine što znači da je korištenje linearno elastične mehanike loma opravdano.

Specifičnost ovog područja je da krivulju relativnog napredovanja predstavlja pravac u logaritamskom mjerilu.

3.2.3. Područje nestabilnog rasta pukotine

U području III dolazi do nestabilnog napredovanja pukotine brzinom od oko 10^3 mm/ ciklusu neposredno prije konačnog loma. Krivulja napredovanja u tom slučaju postaje strma i asimptotski se približava vrijednosti lomne žilavosti materijala. Srednje naprezanje, mikrostruktura materijala i debljina uzorka imaju značajan utjecaj u ovom području.

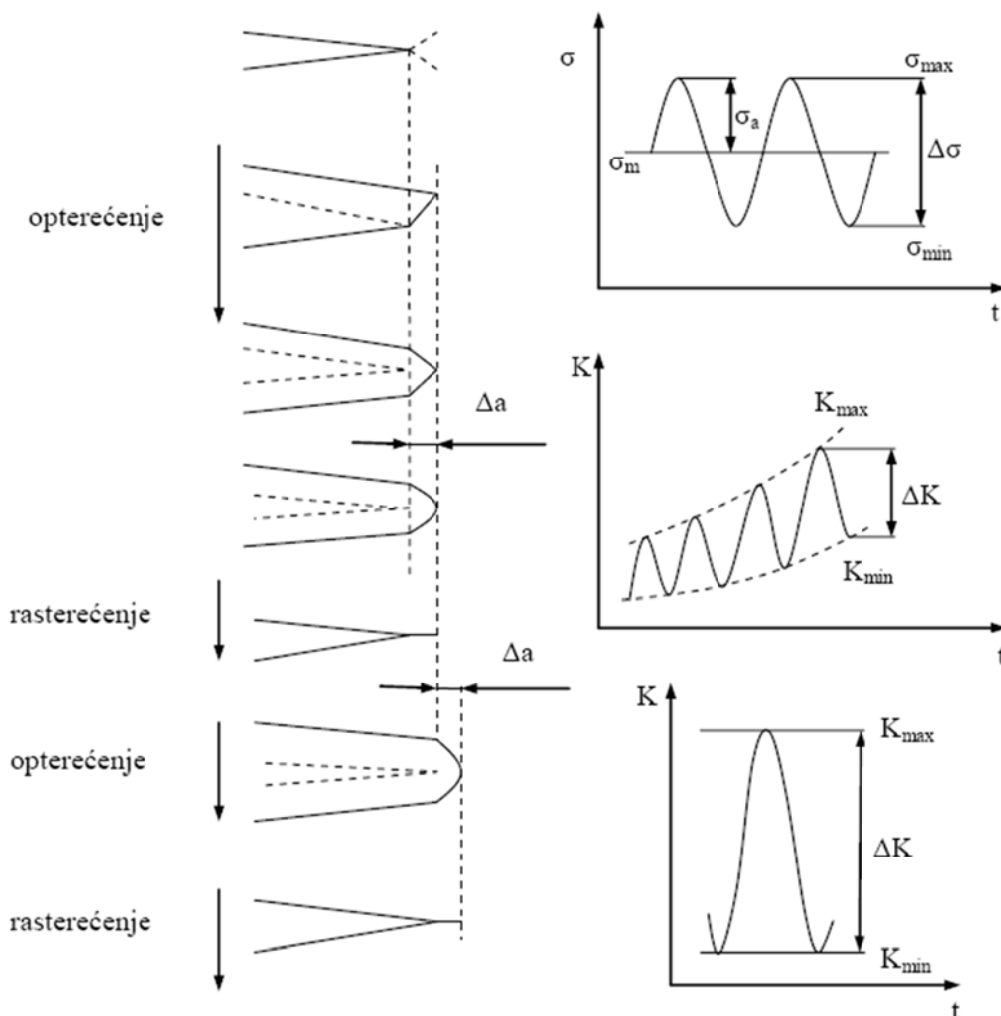
Budući da je odgovarajuća razina naprezanja vrlo visoka i uzrokuje velike plastične zone u okolini vrha pukotine ne može se zanemariti utjecaja nelinearnosti tj. tečenja materijala.

Korištenje linearno elastične mehanike loma u ovom području zbog navedenih razloga nije preporučljivo te je potrebni primijeniti principe nelinearne mehanike loma.

Analiza napredovanja pukotine u ovom području je vrlo složena i često se ignorira budući da ima malo značenje u većini zamornih problema (vremenski kratak trenutak).

3.3. Napredovanje pukotine uslijed zamornog opterećenja

Kao što je ranije rečeno, rast pukotine izazvan zamorom uslijed cikličkih opterećenja najvažniji je mehanizam rasta pukotine.



Slika 18. Rast pukotine uslijed zamora materijala

Proces napredovanja pukotine može se opisati kao geometrijsku posljedicu otupljenja vrha pukotine sa svakim ciklusom opterećenja te ponovnog zaoštavanja vrha pukotine tijekom rasterećenja što u konačnici rezultira porastom duljine pukotine. Prirast duljine pukotine po

ciklusu biti će veći ako je maksimalno naprežanje po ciklusu veće i ako je minimalno naprežanje po ciklusu manje.

Kako se unutar jednog ciklusa naprežanje mijenja između maksimalne i minimalne vrijednosti tako se i lokalna naprežanja oko vrha pukotine mijenjaju te se može pisati:

$$K_{min} = \beta \sigma_{min} \sqrt{\pi a} \quad (17)$$

$$K_{max} = \beta \sigma_{max} \sqrt{\pi a} \quad (18)$$

$$\Delta K = \beta \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (19)$$

Lako se dolazi do zaključka da će rast pukotine po ciklusu biti veći što je veća razlika u promjeni koeficijenta intenzivnosti naprežanja. Vrijednost omjera naprežanja može se izraziti preko faktora intenzivnosti naprežanja kao:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{K_{min}}{K_{max}} = \frac{K_{max} - \Delta K}{K_{max}} \quad (20)$$

Funkcija brze relativnog rasta pukotine može se zapisati općenito:

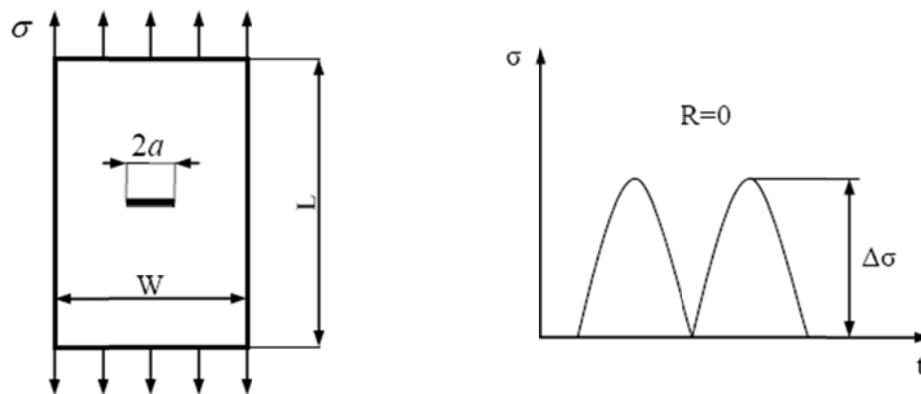
$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad (21)$$

3.4. Utvrđivanje funkcije relativnog napredovanja pukotine

Egzaktni oblik funkcije relativnog napredovanja pukotine praktički je nemoguće dobiti teorijskim putem budući da se radi o iznimno složenom procesu koji ovisi o mnoštvu parametara same strukture materijala.

Jedini pouzdani način određivanja oblika tražene funkcije je provođenje eksperimentalne analize.

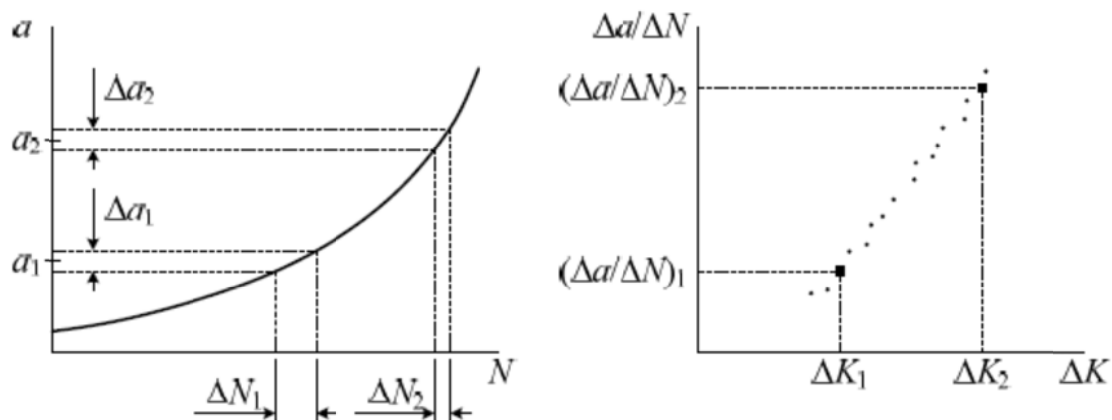
Epruvetu je potrebno podvrgnuti cikličkom opterećenju kako bi se dobili podaci o napredovanju pukotine. Oblik epruvete je nebitan ako je poznat faktor oblika tj. ako je moguće izračunati koeficijent intenzivnosti naprežanja.



Slika 19. Utvrđivanje funkcije rasta pukotine

Slika 19. prikazuje epruvetu sa središnjom pukotinom koja će se pod utjecajem opterećenja širiti podjednako na obje strane. Epruveta je podvrgnuta opterećenju konstantne amplitude u stroju koji služi za ispitivanje zamora materijala.

Napredovanje pukotine utvrđuje se mjerenjem duljine pukotine u određenim intervalima. Opći oblik funkcija dobivenih eksperimentom prikazuje Slika 20 i to su sve informacije koje se dobivaju direktno, a njihovim daljnjim tumačenjem dobiti će se krajnji oblik funkcije relativnog napredovanja pukotine.

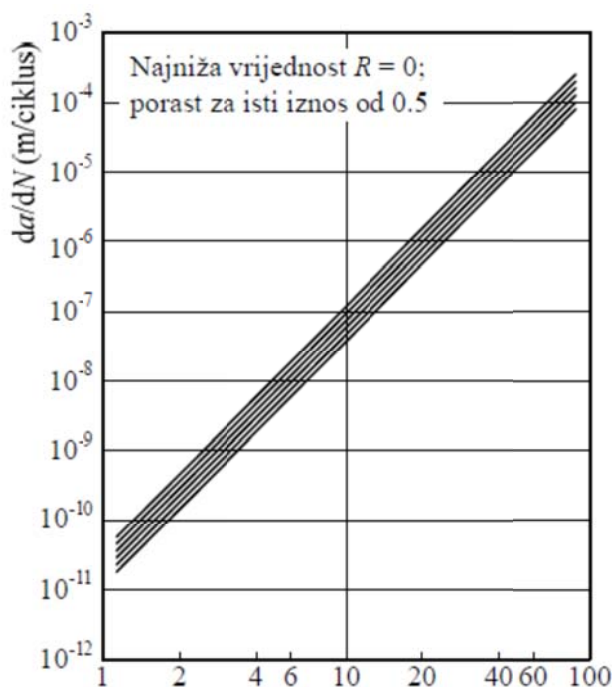


Slika 20. Eksperimentalno dobiveni podatci

Za neki mali prirast pukotine potreban je određen broj ciklusa. Pri tome je poznata srednja duljina pukotine te je moguće izračunati odgovarajući koeficijent intenzivnosti napreznja. Ovaj postupak potrebno je ponoviti više puta u određenim intervalima kako bi se došlo do dijagrama relativne brzine napredovanja pukotine.

Što je krivulja napredovanja strmija to je veća i relativna brzina napredovanja pukotine, a ujedno je veći i raspon faktora intenzivnosti naprezanja.

Provođenjem ispitivanja epruvete za različite omjere naprezanja R dobiti će se kvalitativno dijagram koji prikazuje Slika 21.



Slika 21. Utjecaj omjera naprezanja na relativnu brzinu napredovanja pukotine

Primjećuje se da veći omjer naprezanja rezultira i većom brzinom napredovanja pukotine, ali nema tako značajan utjecaj kao raspon faktora intenzivnosti naprezanja.

Uz ova dva parametra ($\Delta K, R$) na brzinu rasta pukotine utjecaj može imati i okoliš konstrukcije, temperatura te učestalost opterećenja.

3.5. Modeli napredovanja zamornih pukotina [7]

Tijekom posljednjih desetljeća objavljeni su brojni radovi na temu predviđanja napredovanja zamornih pukotina i izračunavanja životnog vijeka.

Svrha analize napredovanja zamorne pukotine je opisivanje podataka diferencijalnom jednadžbom. Integriranjem te jednadžbe može se predvidjeti potreban broj ciklusa da pukotina naraste od početne do konačne veličine.

Razvijeni su razni modeli za opisivanje napredovanja pukotine s obzirom na ponašanje materijala.

U krhkim materijalima uobičajeno se koriste pretpostavke linearno elastične mehanike loma i koeficijent intenzivnosti naprezanja predstavlja glavni parametar.

Ako se pak materijal ponaša žilavo tada će se koristiti principi nelinearne mehanike loma gdje J integral predstavlja osnovni parametar. Ove principe moguće je primijeniti i na krhke materijale, ali ne i obrnuto.

Osnovni nedostatak modela za predviđanje napredovanja zamornih pukotina jesu njihovi parametri koji nemaju fizikalno značenje, a nužni su za opisivanje krivulje napredovanja.

3.5.1. Parisova jednadžba

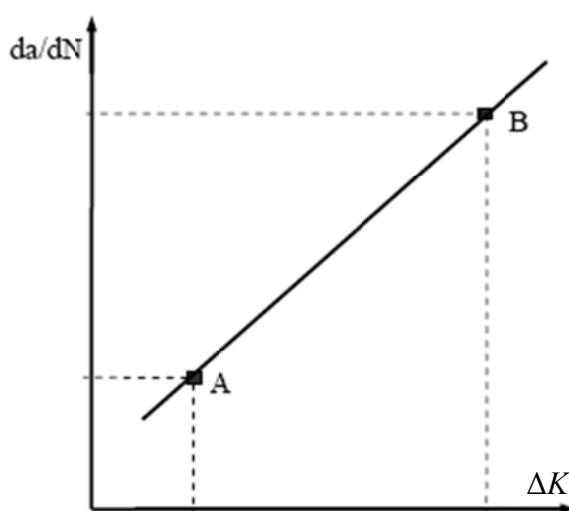
Na temelju prethodnih ispitivanja vidljivo je da podatci o relativnoj brzini napredovanja pukotine slijede zakon pravca u logaritamskom mjerilu te se može pisati:

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) = m_p \log(\Delta K) + \log(C_p) \quad (22)$$

Antilogaritmiranjem dolazi se do najpoznatije jednadžbe za predviđanje napredovanja zamornih pukotina i poznata je kao Parisova jednadžba:

$$\frac{da}{dN} = C_p (\Delta K)^{m_p} \quad (23)$$

Parametri Parisove jednadžbe jednostavno se određuju iz dijagrama relativnog napredovanja pukotine.



Slika 22. Određivanje parametara Parisove jednadžbe

Ako se za dvije odabrane točke njihove koordinate uvrste u izraz (23) tada se rješavanjem sustava od dvije jednačbe s dvije nepoznanice lako dolazi do traženih parametara. Parametar C_p predstavlja odsječak na vertikalnoj osi, a m_p predstavlja nagib pravca u dotičnom dijagramu.

Osnovni nedostaci Parisove jednačbe su što je s njom moguće opisati samo područje II krivulje relativnog napredovanja i što ne uzima u obzir učinak omjera naprezanja.

3.5.2. Walkerova jednačba

Ako se provedu testiranja za različite omjere naprezanja dobiti će se familija ravnih međusobno paralelnih krivulja u dijagramu relativnog napredovanja pukotine što znači da imaju isti nagib tj. stalan parametar m_p . Vrijednost parametra C_p u tome slučaju se mijenja i ovisi o omjeru naprezanja.

Jednačba koja uzima u obzir omjer naprezanja naziva se Walkerovom te glasi:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_w}{(1-R)^{m_w}} (\Delta K)^{m_p} \quad (24)$$

Za nultu vrijednost omjera naprezanja Walkerova jednačba reducira se na Parisovu jednačbu.

Ova jednačba kao i Parisova opisuje samo područje II, ali za razliku uzima u obzir vrijednost omjera naprezanja.

3.5.3. Formanova jednačba

Jednačba koja uzima u obzir lomnu žilavost materijal naziva se Formanovom jednačbom i glasi:

$$\frac{da}{dN} = C_F \frac{(\Delta K)^{m_F}}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (25)$$

Primjećuje se da Formanova jednačba uzima u obzir omjer naprezanja, ali i da može opisati i područje II i područje III relativnog napredovanja pukotine.

Modifikacija ove jednačbe je da se kao relevantan parametar koristi vrijednost J integrala te ona tada glasi:

$$\frac{da}{dN} = C_F \frac{(\Delta J)^{m_F}}{(1-R)^2 J_c - \Delta J} \quad (26)$$

3.5.4. Zheng Hirtova jednadžba

Jednostavnom modifikacijom Parisove jednadžbe tako da je uzet u obzir prag intenzivnosti naprežanja došlo se je do Zheng Hirtove jednadžbe:

$$\frac{da}{dN} = C_{ZH}(\Delta K)^{m_{ZH}} \quad (27)$$

Ova jednadžba se primjenjuje za opisivanje područja I i područja II relativnog napredovanja pukotine, ali ne uzima u obzir omjer naprežanja.

3.5.5. Dowling Begleyeva jednadžba

Ako se umjesto koeficijenta intenzivnosti naprežanja u Parisovu jednadžbu uvrsti vrijednost J integrala dobiva se izraz:

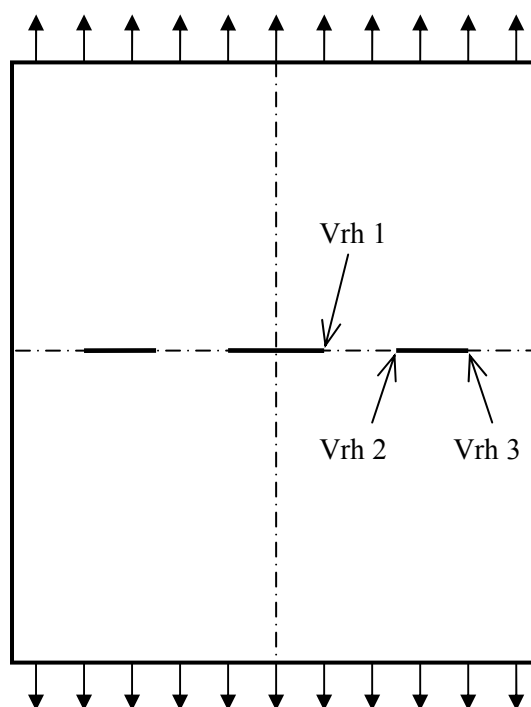
$$\frac{da}{dN} = C_{DB}(\Delta K)^{m_{DB}} \quad (28)$$

Ovaj model, kao i Parisov, ne uzima u obzir omjer naprežanja te opisuje samo područje II relativnog napredovanja pukotine.

3.6. Modeli interakcije napredovanja višestrukih pukotina [8] [11]

Pri razmatranju problema rasta višestrukih pukotina potrebno je uzeti u obzir međusobnu interakciju tj. utjecaj jednog vrha pukotine na napredovanje drugog vrha. Prema literaturi za primjer uzorka s 3 pukotine autori su razvili metodu interaktivne simulacije.

Aliabadi i Dirgantara istraživali su problem interakcije višestrukih pukotina u spremnicima pod tlakom dok su se Božić i suradnici bavili problemima interakcije višestrukih pukotina u orebrenim panelima.



Slika 23. Općeniti model ploče s 3 pukotine

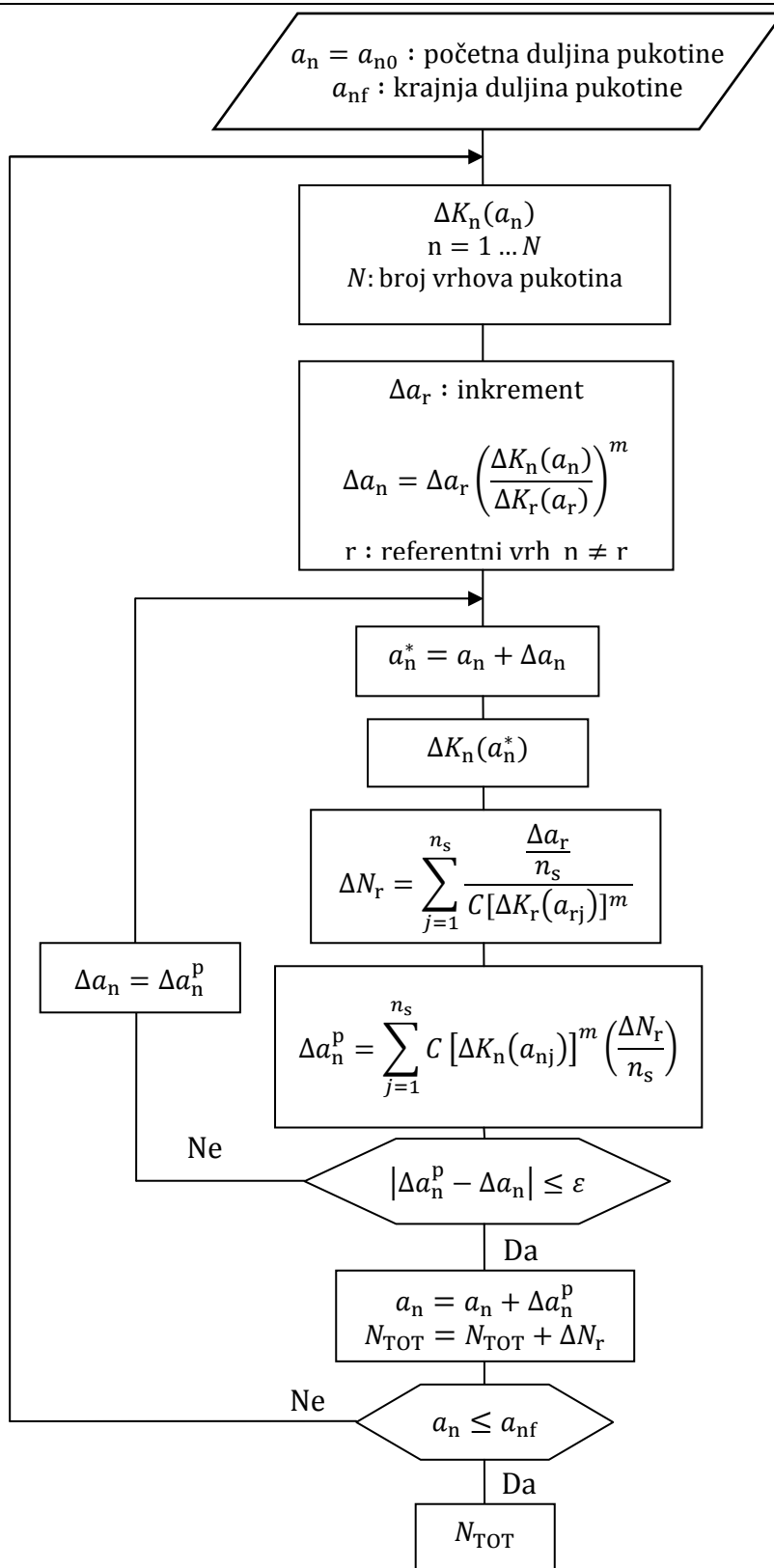
Numerička analiza primjenom metode konačnih elemenata pokazala je da su koeficijenti intenzivnosti naprezanja različiti u svakom vrhu pukotine. Najviša vrijednost je u vrhu 1, a najmanja u vrhu 3 što će utjecati na odabir vrha 1 kao referentnog vrha. Potrebno je pretpostaviti početnu i krajnju vrijednost duljine pukotine za odabrani referentni vrh. Prirast duljine pukotine referentnog vrha se također pretpostavi, a prirast za ostale vrhove se dobije prema:

$$\Delta a_n = \Delta a_r \left(\frac{\Delta K_n(a_n)}{\Delta K_r(a_r)} \right)^m \quad (29)$$

Nakon toga numeričkom simulacijom izračunava se koeficijent intenzivnosti naprezanja za uznapredovale duljine pukotina. Ranije opisanom metodom numeričke integracije diferencijalne jednadžbe napredovanja pukotine dolazi se do potrebnog broja ciklusa da referentna pukotina napreduje za ranije određenu vrijednost.

Iz dobivenog broja ciklusa određuje se vrijednost produljena pukotina za preostala dva vrha te se uspoređuje s prethodnom vrijednošću i postupak se tako ponavlja sve dok se ne zadovolji odgovarajuća točnost.

Dijagram toka koji opisuje postupak interaktivne simulacije prikazuje Slika 24.



Slika 24. Dijagram toka metode interaktivne simulacije višestrukih pukotina

4. NUMERIČKO UTVRĐIVANJE PARAMETARA MEHANIKE LOMA I SIMULACIJA ŽIVOTNOG VIJEKA

4.1. Metoda konačnih elemenata u mehanici loma [12] [13]

Metoda konačnih elemenata razvijena je četrdesetih godina prošlog stoljeća kada je A. Hrenikoff prilikom rješavanja problema teorije elastičnosti kontinuum podijelio na više štapnih elemenata. 1960. godine R.W. Clough uvodi pojam konačnog elementa te u to vrijeme nastaje matični zapis u metodama analize konstrukcija i počinje primjena računala pri rješavanju inženjerskih problema. Primjena metode konačnih elemenata se počela naglo širiti te su razvijeni mnogobrojni računalni programi koji su se temeljili na njoj i danas je praktički prisutna u svim inženjerskim granama.

Metoda konačnih elemenata se zasniva na principu diskretizacije kontinuuma s beskonačno mnogo stupnjeva slobode gibanja mrežom konačnih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode gibanja. U suštini se diferencijalne jednadžbe zamjenjuju skupom algebarskih jednadžbi. Konačni elementi mogu biti raznih tipova kao što su štapni, gredni, ljuskasti, prstenasti, tetraedarski i razni drugi elementi.

Budući da se je metoda konačnih elemenata pokazala kao uspješno primijenjen numerički postupak u rješavanju inženjerskih problema bilo je za očekivati da će se početi koristiti i za rješavanje problema mehanike loma. U početku primjene metode konačnih elemenata u rješavanju problema mehanike loma korišteni su izoparametrijski konačni elementi, ali oni se nisu pokazali adekvatnima za primjenu budući da nisu mogli modelirati singularitete naprezanja i deformacija oko vrha pukotine. Taj problem riješen je uvođenjem novih specijalnih konačnih elemenata za primjenu u mehanici loma koji se nazivaju singularnim konačnim elementima.

4.1.1. Izoparametrijski konačni elementi

Budući da je Kartezijev koordinatni sustav često neprikladan za opisivanje složenije geometrije uvode se lokalne bezdimenzijske koordinate poznate pod nazivom prirodne koordinate. One su funkcije kartezijevih koordinata, a njihova vrijednost se kreće u području između nule i jedinice.

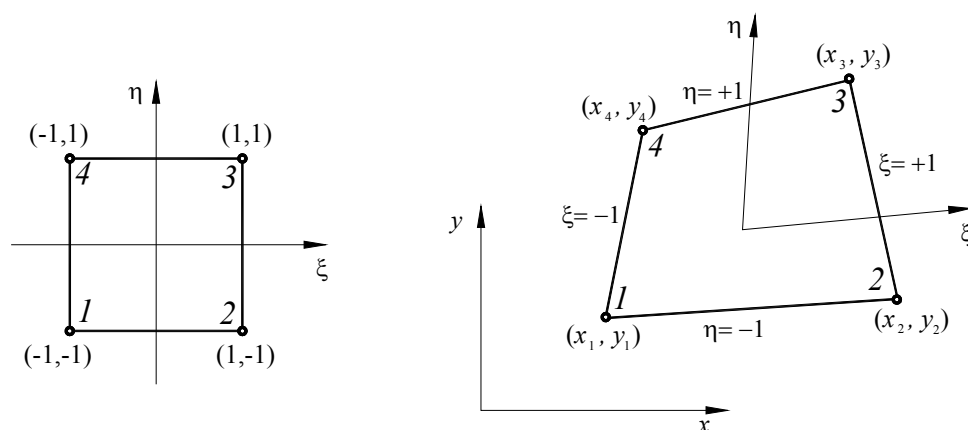
Ako se osnovni elementi opišu u lokalnim prirodnim koordinatama tada se oni nakon preslikavanja u globalni Kartezijev koordinatni sustav u općem slučaju iskrivljuju i prelaze u

krivocrtne koordinate. Izvođenjem elemenata s ovakvim zakrivljenim stranicama omogućuje se znatno lakše modeliranje složenijih geometrijskih oblika.

Ako je polje pomaka u elementu opisano istim interpolacijskim funkcijama kao i geometrija elementa tada se takvi elementi nazivaju izoparametrijski konačni elementi.

4.1.1.1. Dvodimenzijski četverokutni elementi

Formulaciju izoparametrijskih konačnih elemenata može se jednostavno opisati na primjeru preslikavanja izvornog četverokutnog u proizvoljni četverokutni element.



Slika 25. Preslikavanje izvornog četverokutnog elementa u proizvoljni element

Geometrija elementa opisana je izrazima:

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i \quad (30)$$

$$y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i \quad (31)$$

Funkcije oblika su definirane izrazom:

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) \quad (32)$$

Polje pomaka opisuje se istim funkcijama oblika kao i kod geometrije elemenata:

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) u_i \quad (33)$$

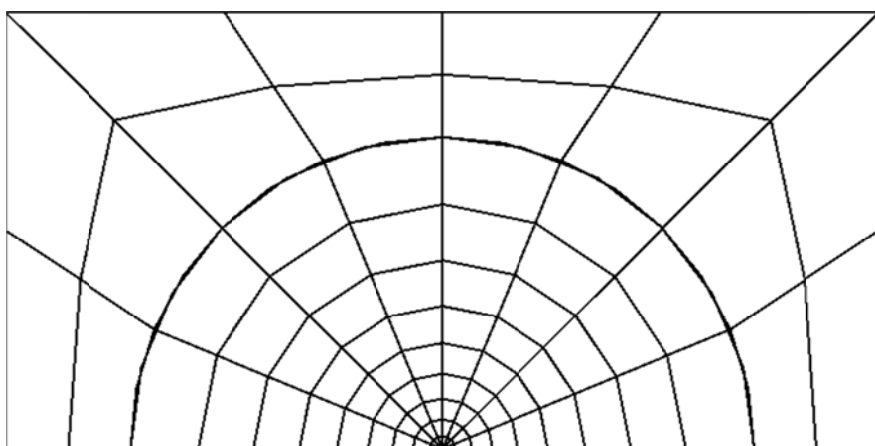
$$v = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) v_i \quad (34)$$

U slučaju da izvorni element ima više čvorova duž stranice tada se ravne stranice izvornog elementa mogu preslikati u krivocrtne stranice dobivenog proizvoljnog elementa.

4.1.2. *Singularni konačni elementi*

Zbog pristupačnosti i širine upotrebe metode konačnih elemenata razvijen je veći broj posebnih elemenata koji se koriste za opisivanje stanja u vrhu pukotine. Najrasprostranjenija je metoda gdje se izoparametrijski četverokutni element drugog reda sažima u trokutasti element uz pomicanje međučvorova na određenu lokaciju ovisno o željenoj vrsti tipa singulariteta.

Prilikom diskretizacije geometrije oko vrha pukotine se koriste singularni elementi (četverokuti sažeti u trokute), a ostatak geometrije se diskretizira klasičnim izoparametrijskim konačnim elementima. Takozvani prsten konačnih elemenata predstavlja raspored diskretizacije oko vrha pukotine što pokazuje Slika 26.



Slika 26. Uobičajeni prsten konačnih elemenata oko vrha pukotine

Ovisno o položaju međučvorova dobiti će se različiti tipovi singulariteta kako bi se omogućilo modeliranje tj. rješavanje problema linearno elastične i elasto plastične mehanike loma.

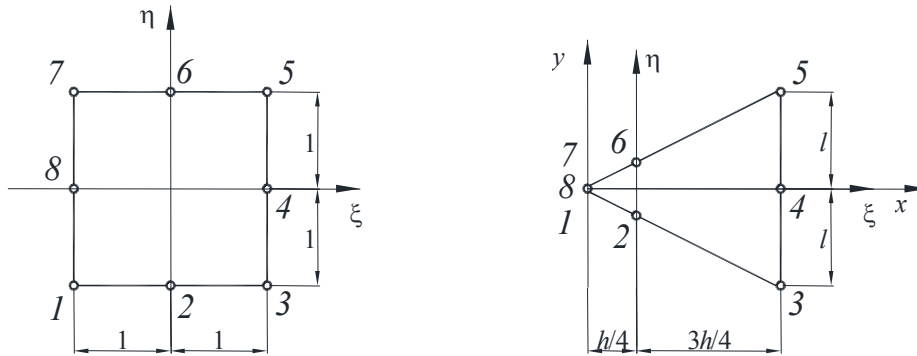
Tipovi materijalnih modela:

1. Linearno elastični materijalni model
2. Elastični idealno plastični materijalni model
3. Elastoplastični materijalni model.

Izborom materijalnog modela uvjetovan je odabir vrste singularnog elementa koji će se koristiti u analizi.

4.1.2.1. Singularni element za rješavanje linearno elastičnih problema

Ukoliko je ponašanje materijala linearno elastično tada se sažimanje provodi na način da se čvorovi na jednoj stranici spoje u jedan zasebni čvor što predstavlja vrh pukotine, a susjedni međučvorovi pomaknu se iz sredine stranice na jednu četvrtinu duljine stranice kao što prikazuje Slika 27.



Slika 27. Dobivanje singularnog konačnog elementa za linearno elastičnu analizu

Geometrija elementa opisuje se izrazima:

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta)x_i \tag{35}$$

$$y = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta)y_i \tag{36}$$

Funkcije oblika u prethodnim izrazima su definirane kao:

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4} [(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) - (1 - \xi^2)(1 + \eta_i \eta) - (1 - \eta^2)(1 + \xi_i \xi)] + \frac{1}{2} [(1 - \xi^2)(1 + \eta_i \eta)(1 - \xi_i^2)\eta_i^2 + (1 - \eta^2)(1 + \xi_i \xi)(1 - \eta_i^2)\xi_i^2] \tag{37}$$

Polje pomaka opisuje se istim funkcijama oblika kao i kod geometrije elemenata:

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta)u_i \tag{38}$$

$$v = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta)v_i \tag{39}$$

Ako se ishodište globalnog koordinatnog sustava postavi u vrh pukotine može se pisati:

$$x_1 = x_7 = x_8 = 0, \quad x_2 = x_6 = \frac{h}{4}, \quad x_3 = x_4 = x_5 = h \quad (40)$$

$$y_1 = y_4 = y_7 = y_8 = 0, \quad y_2 = -y_6 = -\frac{l}{4}, \quad y_3 = -y_5 = -l \quad (41)$$

Uvrštavanjem vrijednosti iznosa prirodnih koordinata u izraz (37) te potom uvrštavanje vrijednosti (40) i (41) u izraze (35) i (36) i naknadnim sređivanjem slijedi:

$$x = \frac{h}{4}(1 + \xi)^2 \quad (42)$$

$$y = \frac{l}{4}\eta(1 + \xi)^2 \quad (43)$$

Kako se singularitet deformacija uobičajeno iskazuje kao funkcija od polumjera r od vrha pukotine koriste se polarne koordinate te se može pisati:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{h}{4}(1 + \xi)^2 \sqrt{\left(\frac{h}{l}\right)^2 + \eta^2} \quad (44)$$

Slijedeći postupak opisan u literaturi, na kraju se dolazi do izraza za deformaciju u x smjeru koji glasi:

$$\varepsilon_x = A_0 + \frac{A_1}{\sqrt{r}} + \frac{A_2}{r} \quad (45)$$

Konstante u izrazu ovise o veličini pomaka u čvorovima što na kraju određuje koji oblik singularnosti će biti dominantan. Postavljanjem čvorova kako je već opisano i uz uvjet da se čvorovi u vrhu pukotine pomiču zajedno postaje dominantna singularnost oblika $1/\sqrt{r}$.

4.1.2.2. Singularni element za rješavanje elastoplastičnih problema

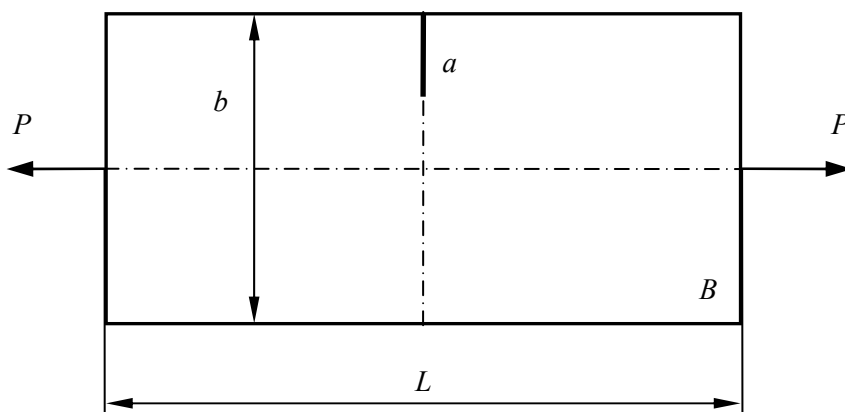
Ako se materijal ponaša nelinearno očvršćujuće tada se sažimanje provodi na način da se čvorovi na jednoj stranici spoje u jedan čvor koji ima mogućnost razdvajanja, a susjedni međučvorovi pomaknu se iz sredine stranice na jednu četvrtinu duljine stranice. Dobiveni element je identičan prethodno opisanom elementu za linearno elastičnu analizu uz razliku da se prilikom deformiranja čvorovi koji predstavljaju vrh pukotine mogu micati neovisno jedan o drugome. Ovakav element davati će singularitet oblika $r^{-\frac{n}{n+1}}$ gdje n predstavlja parametar očvršćenja materijala.

4.2. Verifikacija numeričkog modela na ploči s bočnom pukotinom [14]

Kako bi se potvrdila vjerodostojnost rješenja dobivenih primjenom numeričke analize potrebno je usporediti ta rješenja s analitičkim rezultatima. Numerička analiza provesti će se u programskom paketu Abaqus primjenom principa linearno elastične mehanike loma budući da za elastoplastično ponašanje materijala ne postoje jednostavni analitički izrazi.

4.2.1. Geometrija, opterećenje i materijalna svojstva

Ploča s bočnom pukotinom vlačno je opterećena kako prikazuje Slika 28.



Slika 28. Dimenzije i opterećenje ploče s bočnom pukotinom

Zadani parametri ploče:

$$b = 100 \text{ mm}$$

$$a = 60 \text{ mm}$$

$$L = 240 \text{ mm}$$

$$P = 4000 \text{ N}$$

$$B = 5 \text{ mm}$$

$$E = 210 \text{ Gpa}, \quad \nu = 0,3$$

4.2.2. Analitičko rješenje koeficijenta intenzivnosti naprezanja

Za zadanu ploču, prema literaturi, koeficijent intenzivnosti naprezanja se izračunava prema izrazu:

$$K = \frac{P}{B\sqrt{b}} f\left(\frac{a}{b}\right) \quad (46)$$

Funkcija f ovisi o dimenzijama ploče prema izrazu:

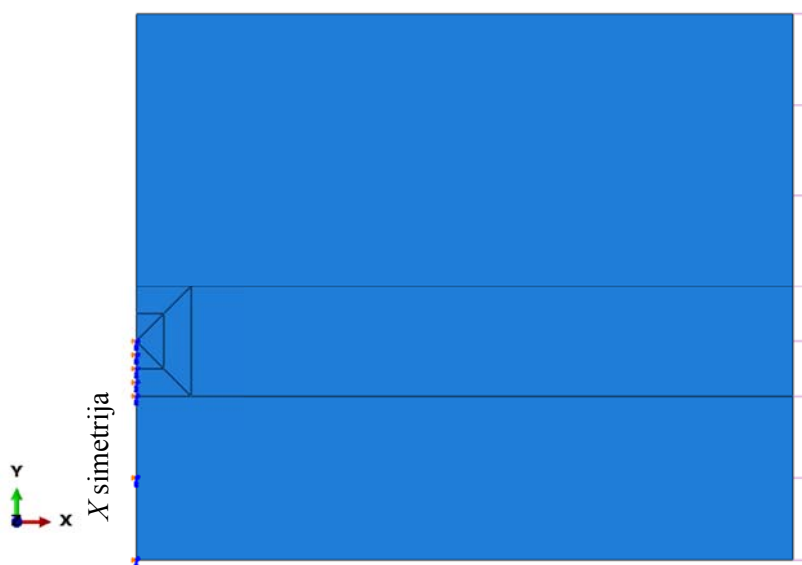
$$f\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\sqrt{2 \tan\left(\frac{\pi a}{2b}\right)}}{\cos\left(\frac{\pi a}{2b}\right)} \left[0,752 + 2,02\left(\frac{a}{b}\right) + 0,37\left(1 - \sin\left(\frac{\pi a}{2b}\right)\right)^3\right] \quad (47)$$

Uvrštavanjem svih traženih podataka dolazi se do vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja koji iznosi:

$$K = 14,0432 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \quad (48)$$

4.2.3. Proračunski model

Zadana ploča je simetrična pa se kao proračunski model koristi samo polovica ploče što prikazuje Slika 29.

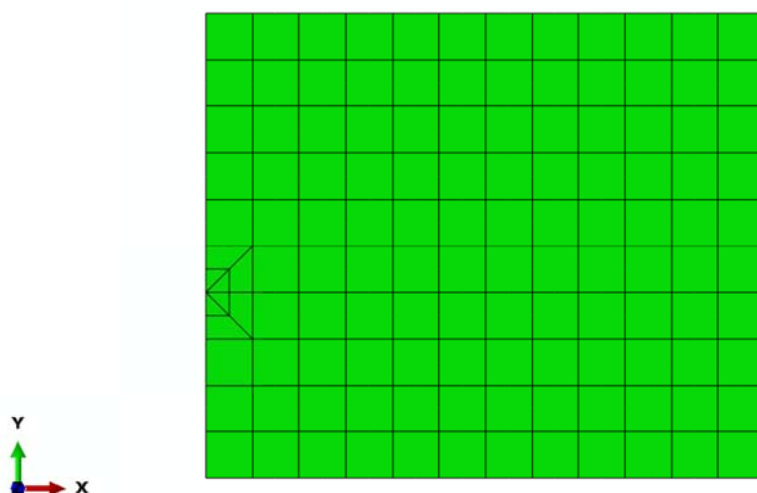


Slika 29. Proračunski model ploče s dodijeljenim rubnim uvjetima

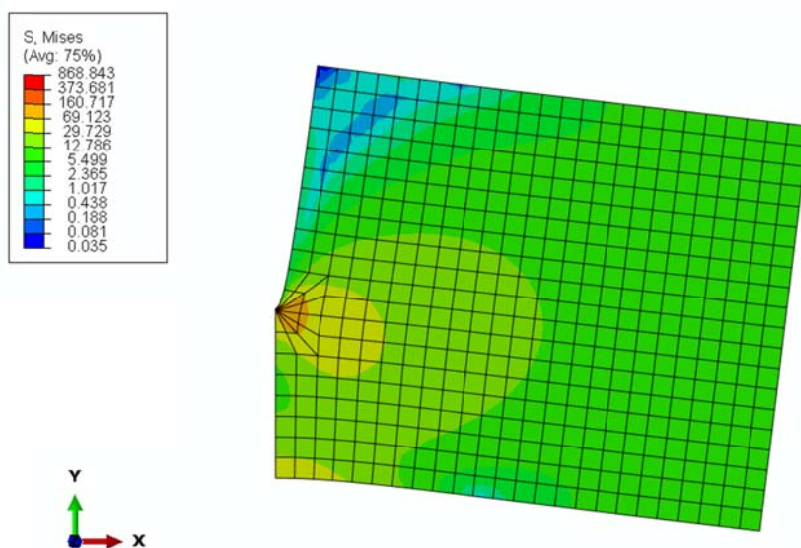
Rubni uvjet simetrije zadan je po lijevom rubu do vrha pukotine, a po cijelom desnom rubu je dodano odgovarajuće vlačno opterećenje.

4.2.4. Numerički dobivena rješenja i usporedba s analitičkim rješenjem

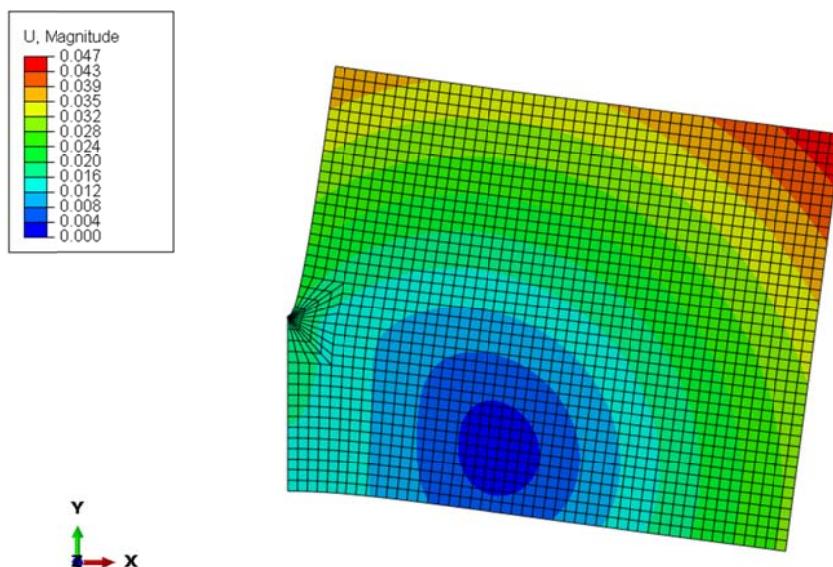
Kako bi se pokazala konvergencija rješenja proračunski model ploče diskretiziran je s tri različite mreže konačnih elemenata kao što se primjećuje sa slijedeće 3 slike. Za diskretizaciju su korišteni 2D elementi oznake CPS8.



Slika 30. Diskretizirani model ploče (gruba mreža)



Slika 31. Prikaz kontura naprezanja (srednja mreža)



Slika 32. Prikaz kontura pomaka (fina mreža)

Dobivene rezultate za koeficijent intenzivnosti naprežanja pomoću tri različito diskretizirana proračunska modela prikazuje Tablica 1.

Tablica 1. Konvergencija rješenja koeficijenta intenzivnosti naprežanja

$K / \text{Mpa} \sqrt{\text{m}}$			
Gruba mreža	Srednja mreža	Fina mreža	Analitičko rješenje
13,97	14,01	14,01	14,04

Dobiveni rezultati se podudaraju s analitičkim rješenjem uz najmanju grešku od oko 0,2 % za model s finom mrežom što je za inženjersku primjenu odličan rezultat.

4.3. Numerički izračun parametara mehanike loma za eksperimentalne uzorke uzete iz literature

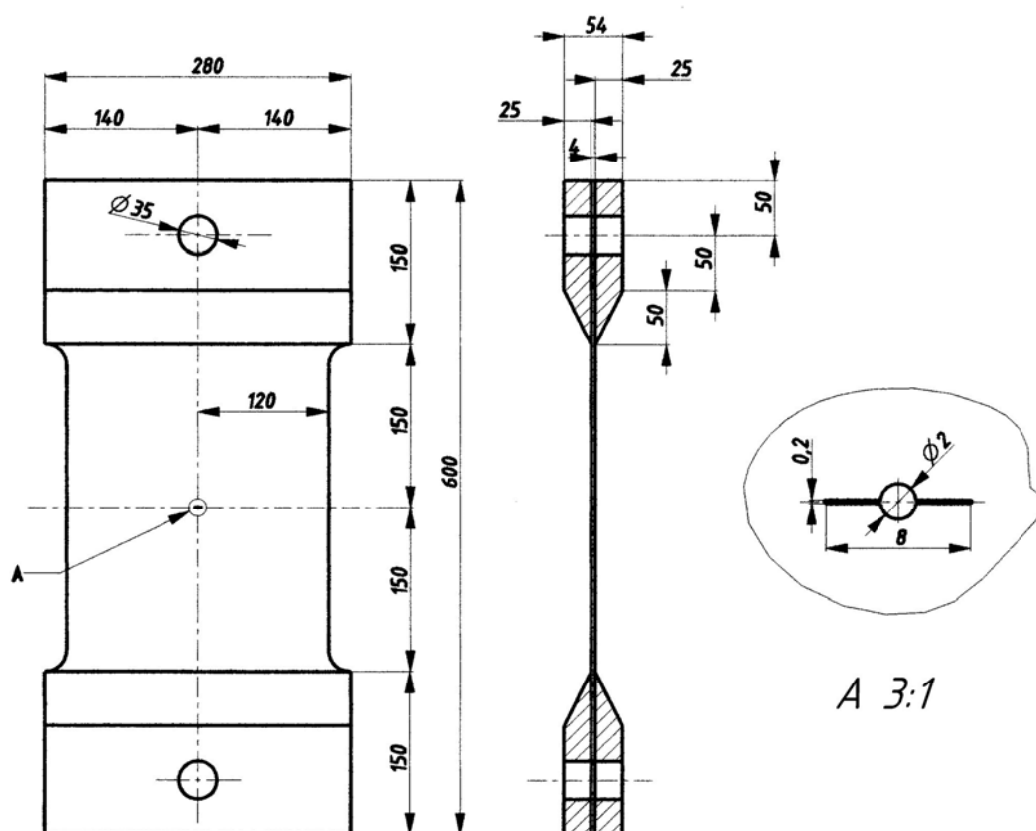
Iz literature su dobiveni podatci eksperimentalnog istraživanja rasta pukotina u pločama izloženim cikličkom opterećenju. U eksperimentu su provedena ispitivanja na dvije ploče (P1 i P3) istih dimenzija, ali različitog broja pukotina. Ploče su izrađene od mekog konstrukcijskog čelika te su podvrgnute cikličkom opterećenju konstantne amplitude i frekvencije.

4.3.1. Eksperimentalni uzorak P1

Eksperimentalni uzorak P1 predstavlja ploču sa središnjom pukotinom te će se za nju numeričkim putem izračunati parametri linearno elastične i elasto - plastične mehanike loma.

4.3.1.1. Geometrija, opterećenje i materijalna svojstva

Dimenzije ploče (P1) sa središnjom pukotinom prikazuje Slika 33, a podatke o opterećenju prikazuje Tablica 2.



Slika 33. Dimenzije eksperimentalnog uzorka P1

Tablica 2. Podatci o primijenjenom opterećenju i geometrijskim karakteristikama (P1)

$\Delta F / \text{N}$	A_0 / mm^2	$\Delta\sigma_0 / \text{MPa}$	R
96000	960	80	0,0253

Materijal izrade ploče je meki konstrukcijski čelik oznake S235 (St 37) čija materijalna svojstva prikazuje Tablica 3, a uzeta su iz literature. [18]

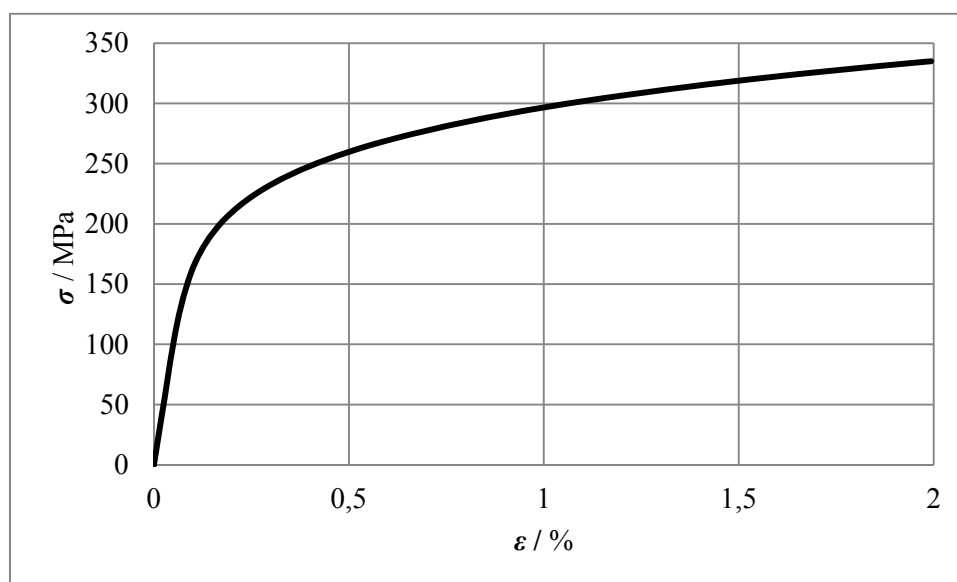
Tablica 3. Materijalna svojstva eksperimentalnih uzoraka (P1 i P3)

E / GPa	ν	σ_y / MPa	n	α
206	0,3	235	6,25	1,75

Prilikom proračuna korištenjem principa linearno elastične mehanike loma koristiti će se samo prva dva podatka iz prethodne tablice koji se dobivaju iz statičkog vlačnog testa, dok će se ostali podatci dobiveni iz cikličkog testa koristiti pri elasto-plastičnom proračunu.

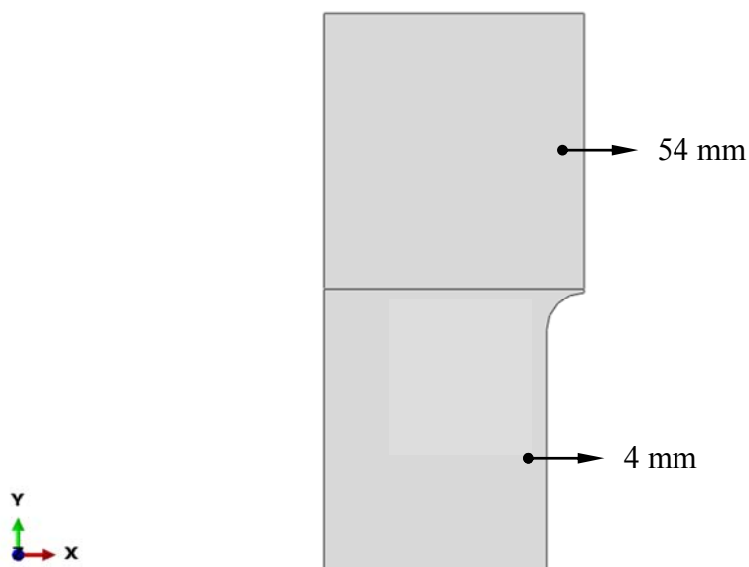
Nelinearno ponašanje materijala opisuje se Ramberg – Osgoodovom jednadžbom:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^{n-1} \quad (49)$$

**Slika 34. Stabilizirana ciklička krivulja materijala S235 (St37)**

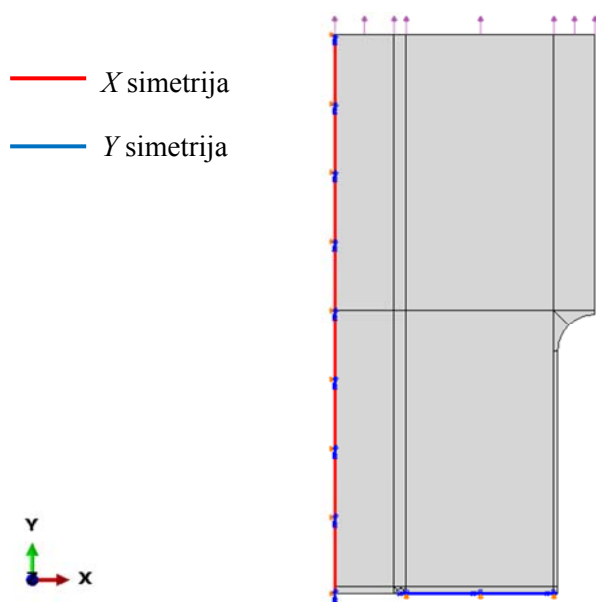
4.3.1.2. Proračunski model

Model eksperimentalnog uzorka konstruiran je kao 2D geometrija u programskom paketu Abaqus, te je podijeljen na dva dijela kojima je zadana odgovarajuća debljina kao što prikazuje Slika 35.



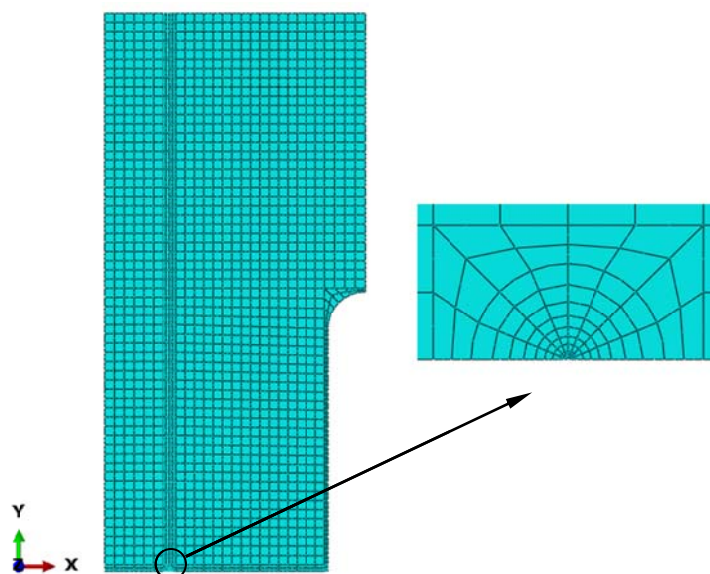
Slika 35. Proračunski model eksperimentalnog uzorka P1

Budući da je eksperimentalni uzorak dvostruko simetričan, opterećen i oslonjen koristiti će se odgovarajuću uvjeti simetrije koje prikazuje Slika 36.



Slika 36. Dodijeljeni rubni uvjeti (P1)

Duž gornjeg ruba modela zadano je odgovarajuće vlačno opterećenje, a izgled diskretiziranog modela prikazuje Slika 37.

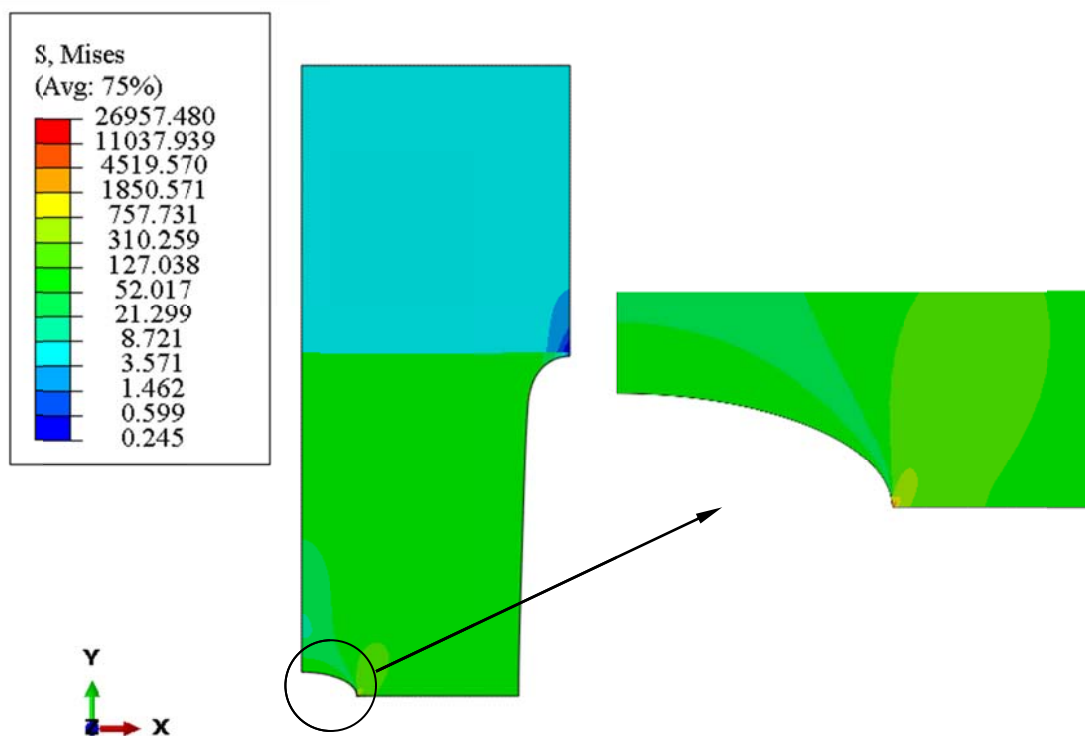


Slika 37. Diskretizirani proračunski model i detalj mreže oko vrha pukotine (P1)

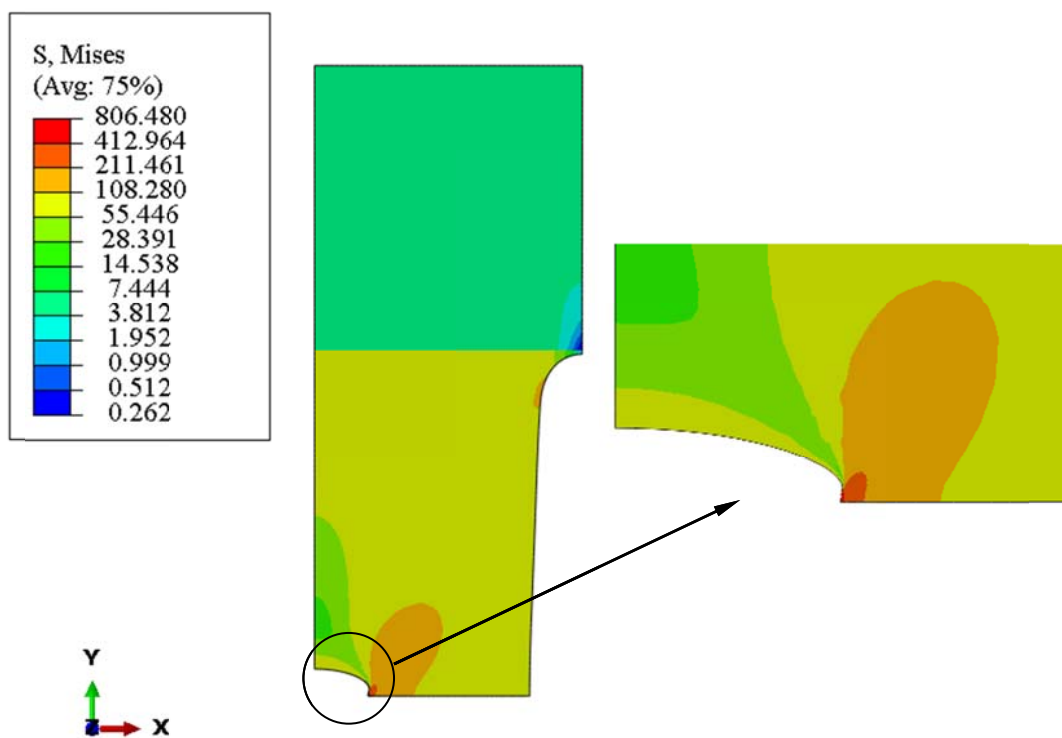
Proračunski model je diskretiziran konačnim elementima oznake CPS8 koji se uobičajeno koriste za rješavanje problema mehanike loma, a veličina elementa od 5 mm pokazala se je kao dobar izbor za obje vrste analize. U blizini vrha pukotine elementi su gušće raspoređeni, a oko samog vrha pukotine korišteni su singularni konačni elementi veličine 0,1 mm.

4.3.1.3. Numerički dobivena rješenja

Raspored naprezanja prema Von Misesu za obje vrste analize prikazuju Slika 38 i Slika 39. Može se primijetiti da postoji značajna razlika u iznosu naprezanja u okolini pukotine za pojedinu analizu što u konačnici rezultira i značajnim razlikama u iznosima relevantnih faktora mehanike loma.

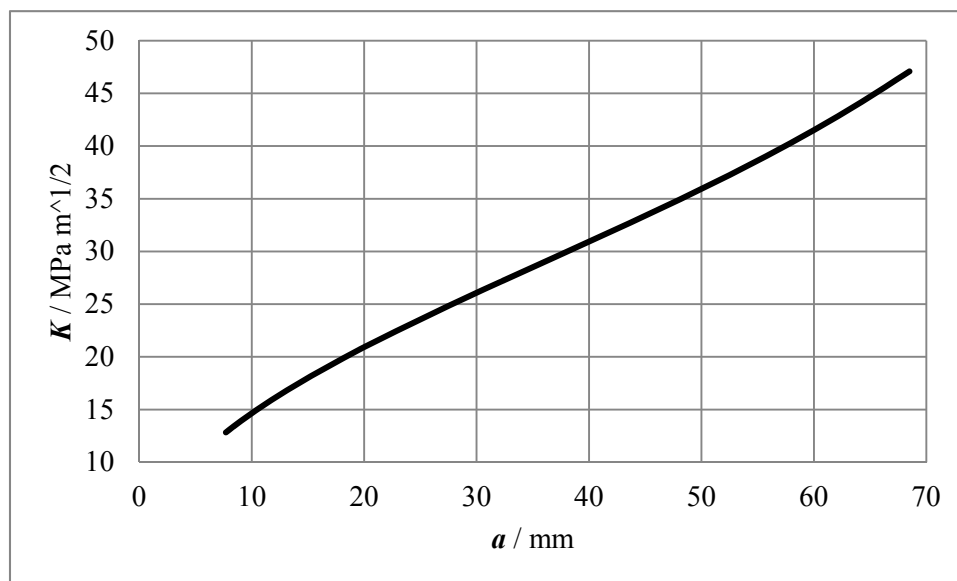


Slika 38. Naprežanje prema Von Misesu (P1, LE analiza)



Slika 39. Naprežanje prema Von Misesu (P1, EP analiza)

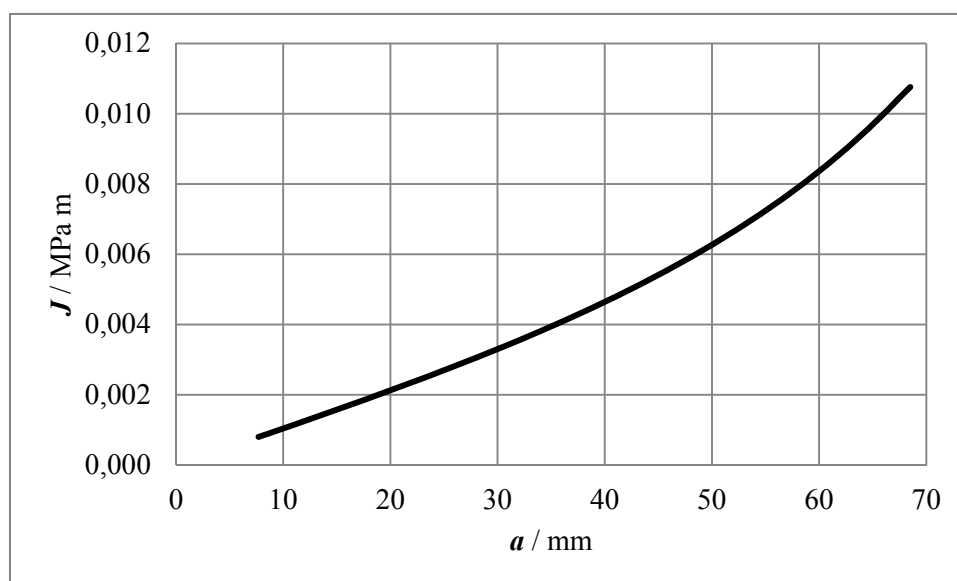
Nakon što je provedena linearno elastična analiza, za sve duljine pukotina određen je pripadni koeficijent intenzivnosti naprezanja kao i vrijednost J integrala.



Slika 40. Ovisnost koef. Intenzivnosti naprezanja K o duljini pukotine a (P1)

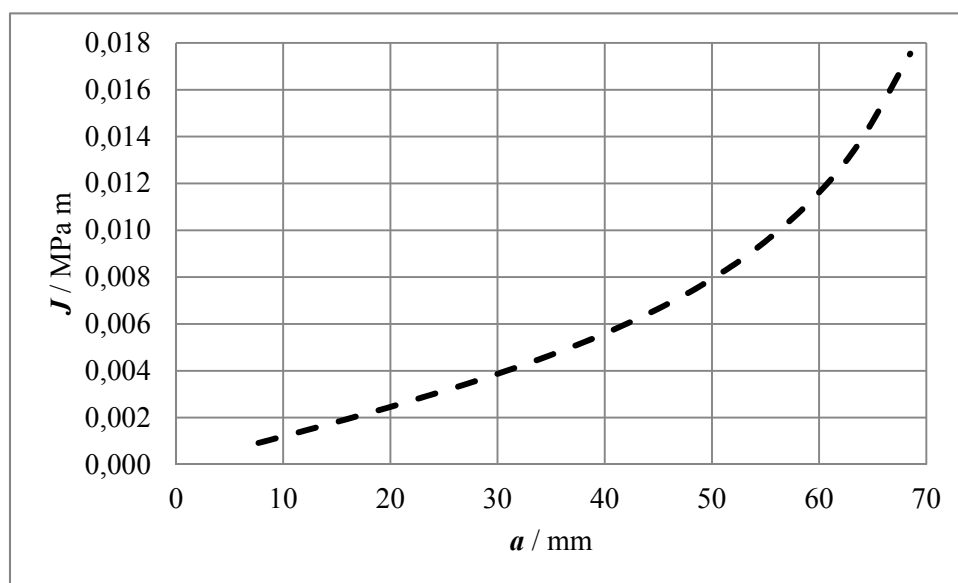
U linearno elastičnoj analizi postoji direktna veza između vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja i vrijednosti J integrala te se za tanku ploču (pretpostavka ravninskog stanja naprezanja) može pisati:

$$J = \frac{K^2}{E} \quad (50)$$



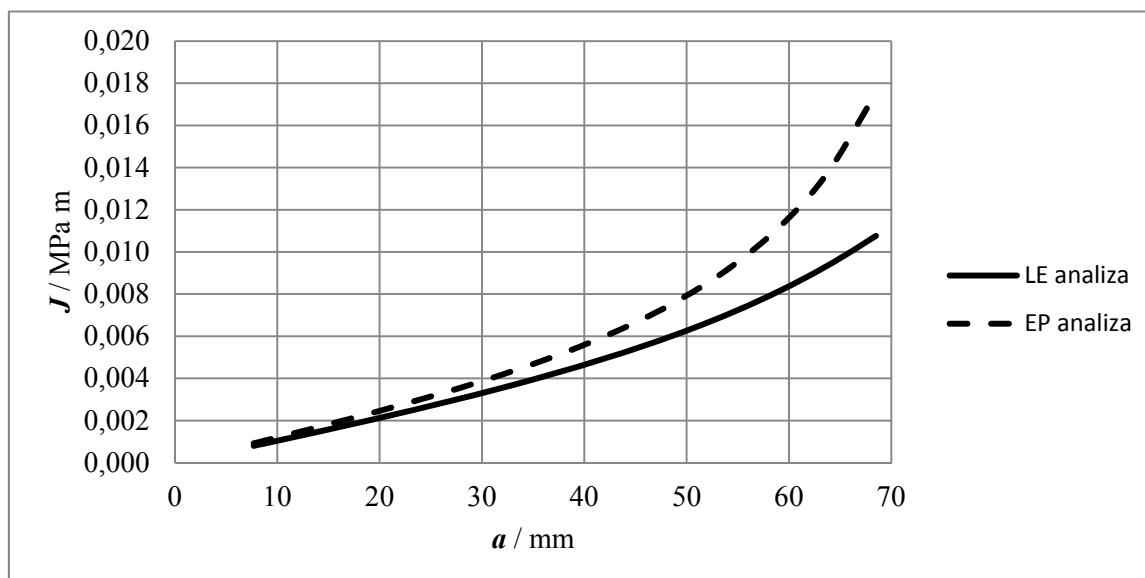
Slika 41. Ovisnost J integrala o duljini pukotine a kod LE analize (P1)

Uzimajući u obzir nelinearnost materijala također je izračunat relevantni parametar mehanike loma za sve duljine pukotina što je u ovome slučaju J integral.



Slika 42. Ovisnost J integrala o duljini pukotine a kod EP analize (P1)

Ako se ovisnosti J integrala o duljini pukotine za obje analize prikažu na jednom dijagramu tada se može primijetiti kako obje vrste analize daju podjednake rezultate za kraće pukotine, ali se ta razlika znatno povećava s porastom duljine pukotine što zorno prikazuje Slika 43.



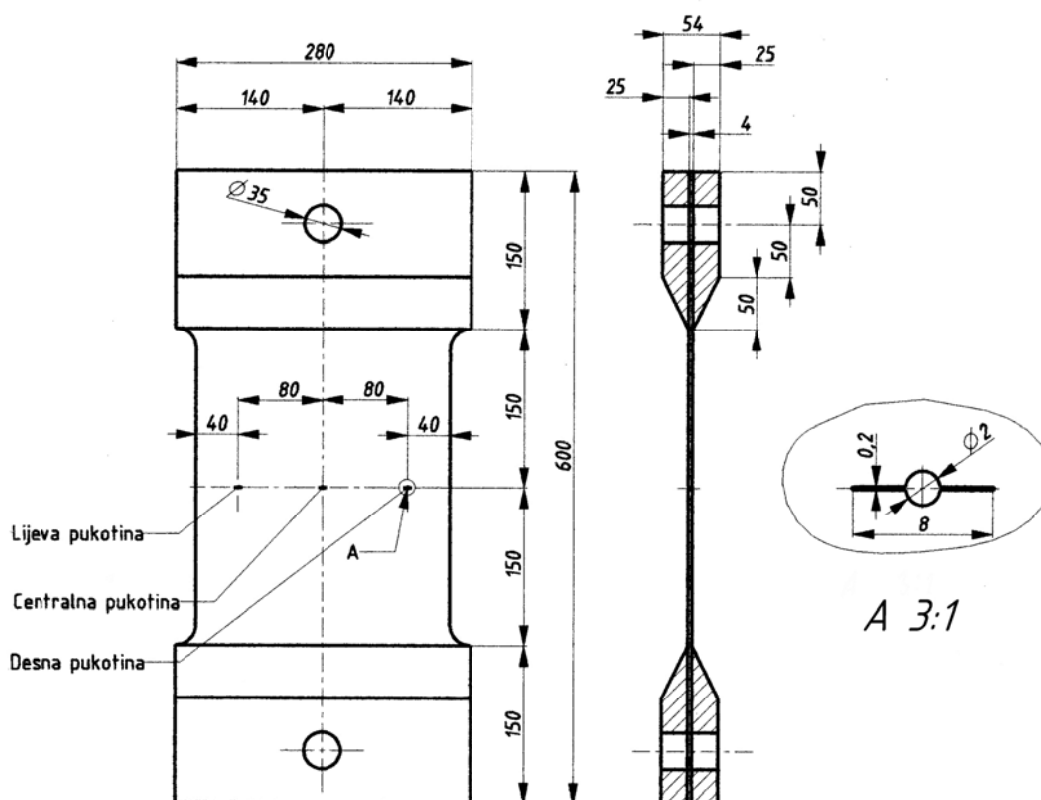
Slika 43. Usporedba ovisnosti J integrala o duljini pukotine za LE i EP analizu (P1)

4.3.2. Eksperimentalni uzorak P3

Osnovna razlika u eksperimentalnom uzorku P3 naspram uzorka P1 je što se na njemu nalaze tri pukotine od kojih je jedna pozicionirana centralno, a druge dvije bočno. Za ovaj uzorak provedena je metoda interakcije višestrukih pukotina.

4.3.2.1. Geometrija, opterećenje i materijalna svojstva eksperimentalnog uzorka

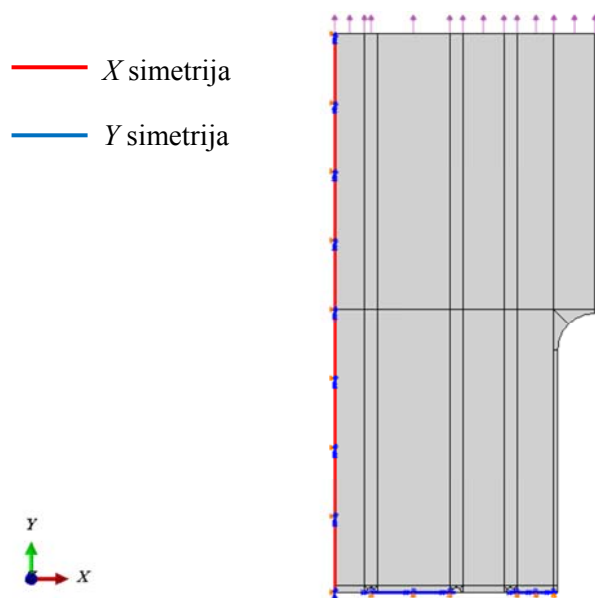
Geometrija, opterećenje i svojstva materijala uzorka P3 su ista kao i kod uzorka P1 uz razliku postojanja 3 pukotine kao što prikazuje Slika 44.



Slika 44. Dimenzije epruvete P3

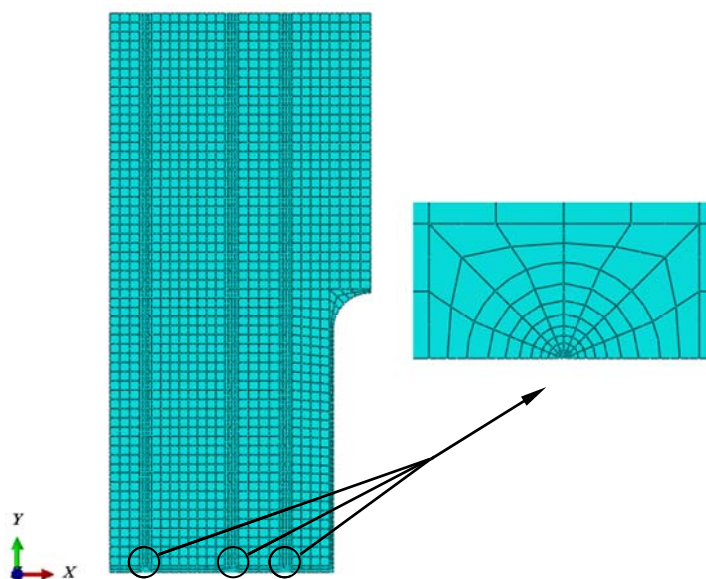
4.3.2.2. Proračunski model

Pošto su dimenzije uzorka P3 identične dimenzijama uzorka P1 korišten je isti geometrijski model, ali su drugačije definirane pukotine i rubni uvjeti simetrije kao što prikazuje Slika 45.



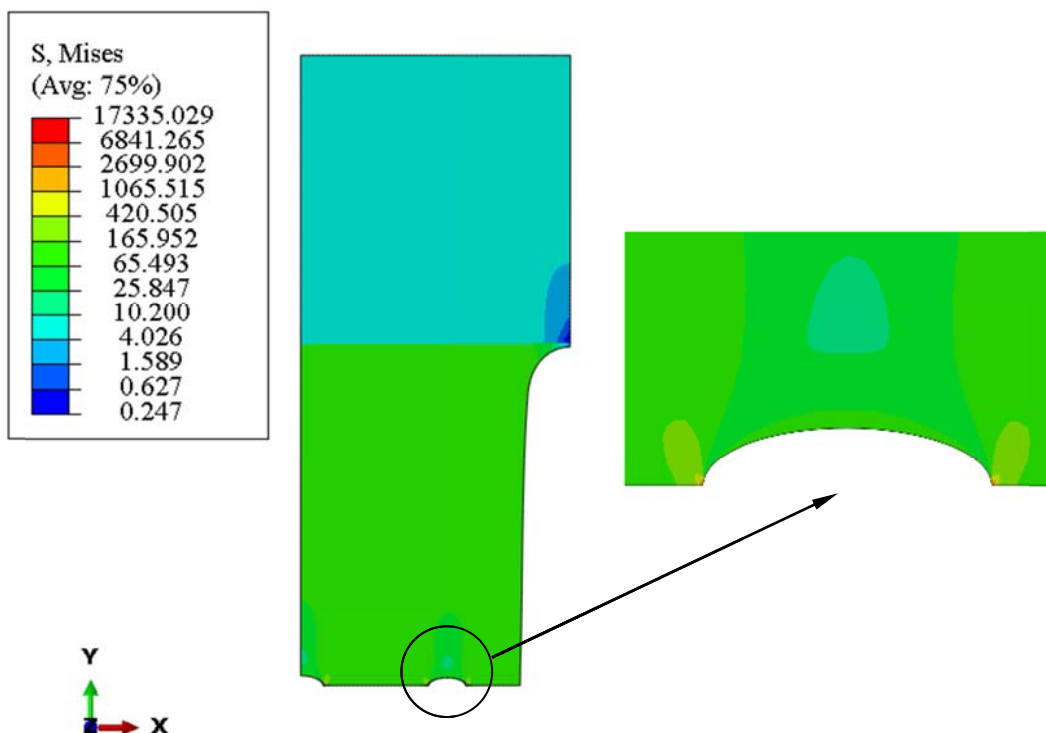
Slika 45. Dodijeljeni rubni uvjeti (P3)

Pri diskretizaciji modela uzorka P3 korištene su iste veličine elemenata kao i kod diskretizacije modela P1. Također su korišteni jednako diskretizirani modeli za obje vrste analize zbog automatizacije procesa numeričke simulacije.

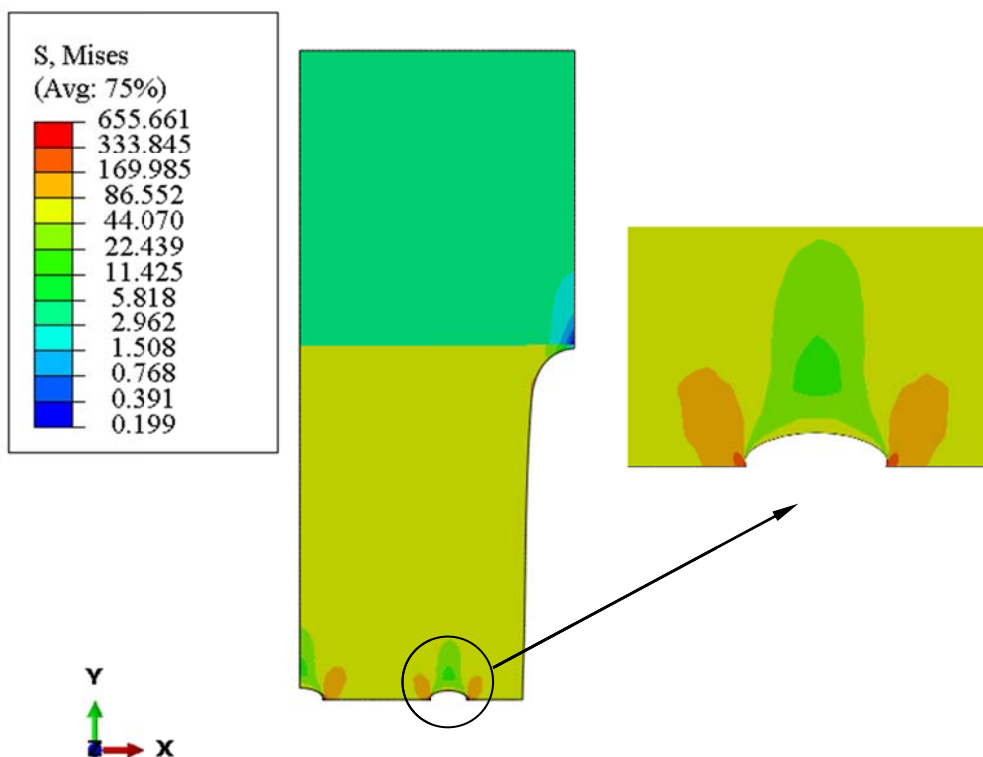


Slika 46. Diskretizirani proračunski model i detalj mreže oko vrha pukotine (P3)

4.3.2.3. Numerički dobivena rješenja

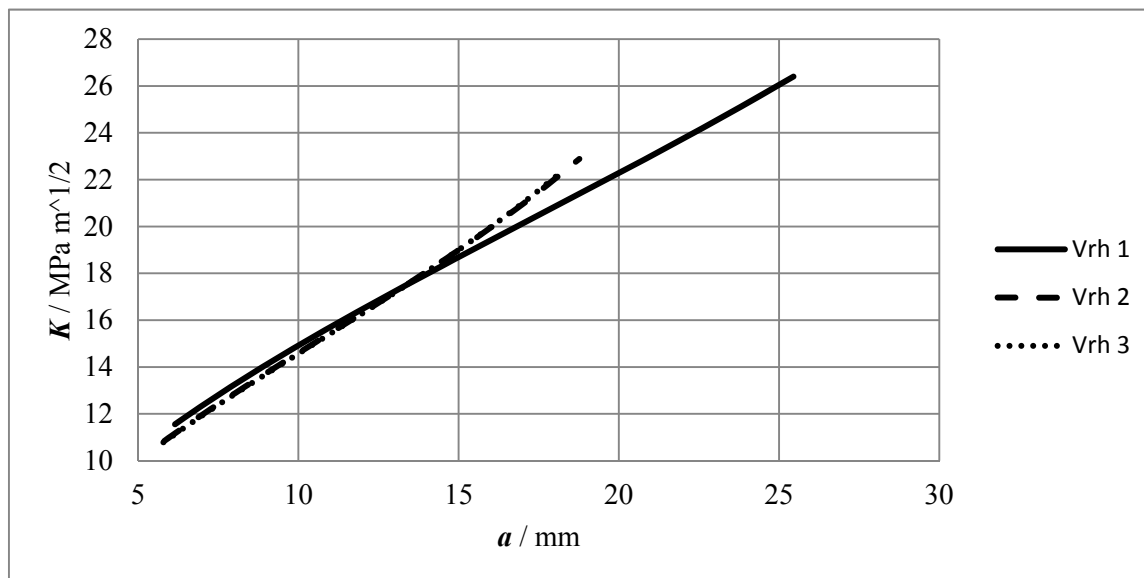


Slika 47. Naprezanja prema Von Misesu (P3, LE analiza)



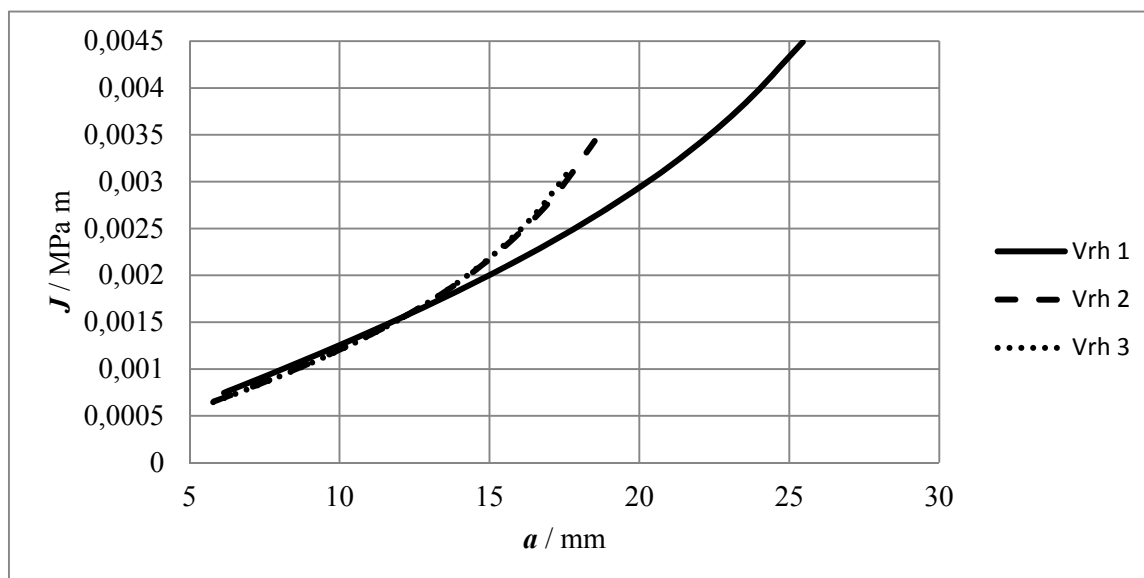
Slika 48. Naprezanje prema Von Misesu (P3, EP analiza)

Nakon što je provedena linearno elastična analiza dobivena je ovisnost koeficijenta intenzivnosti naprežanja za pojedini vrh pukotine o pojedinim duljinama pukotina što prikazuje Slika 49.



Slika 49. Ovisnost koef. Intenzivnosti naprežanja K o duljini pukotine a (P3)

Provedbom elastoplastične analize dobiva se vrijednost J integrala u ovisnosti o duljini pukotine kao što prikazuje Slika 50.



Slika 50. Ovisnost EP vrijednosti J integrala o duljini pukotine a (P3)

4.4. Numerička simulacija životnog vijeka i usporedba s eksperimentalnim rezultatima

Pošto su izračunati parametri mehanike loma može se pristupiti numeričkoj simulaciji životnog vijeka koja je provedena u programskom paketu Matlab.

Pojedine konstante različitih diferencijalnih jednadžbi određene su aproksimiranjem podataka pravcem u dijagramu relativnog napredovanja za uzorak P1. Tako dobivene konstante korištene su i u interaktivnoj simulaciji višestrukih pukotina kod uzorka P3.

Integracija diferencijalne jednadžbe napredovanja pukotine se provodi numeričkim postupkom koji za slučaj Parisove jednadžbe glasi:

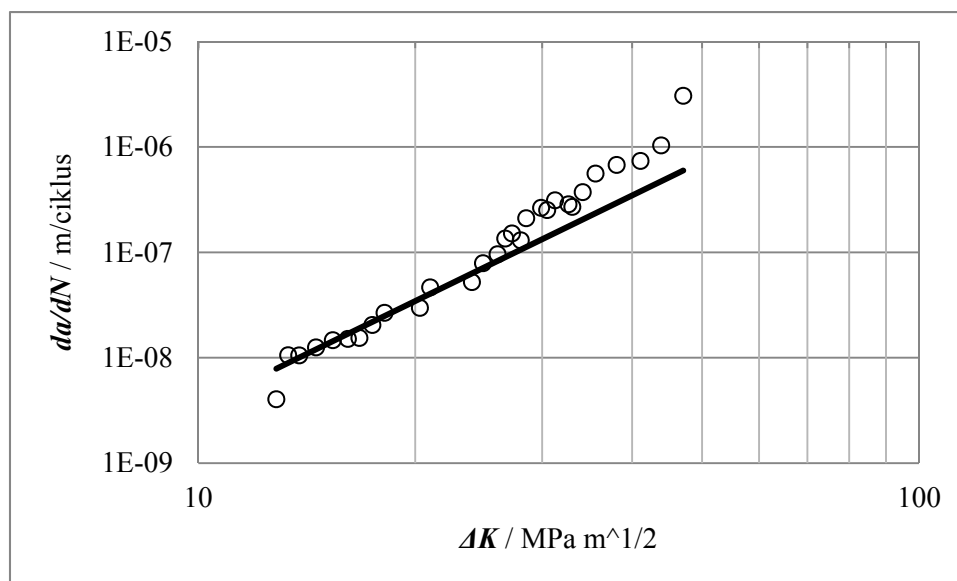
$$\Delta N = \sum_{j=1}^{n_s} \frac{\frac{\Delta a}{n_s}}{C[\Delta K(a_j)]^m} \quad (51)$$

Numerička integracija ostalih modela napredovanja pukotine provodi se na sličan način uz uvrštavanje odgovarajućih konstanti i parametara.

4.4.1. Eksperimentalni uzorak P1

4.4.1.1. Parisov model

Osnovni model napredovanja pukotina u linearno elastičnoj mehanici loma je Parisov model te Slika 51 prikazuje pripadni dijagram relativnog napredovanja pukotine gdje su podatci aproksimirani odgovarajućim pravcem.



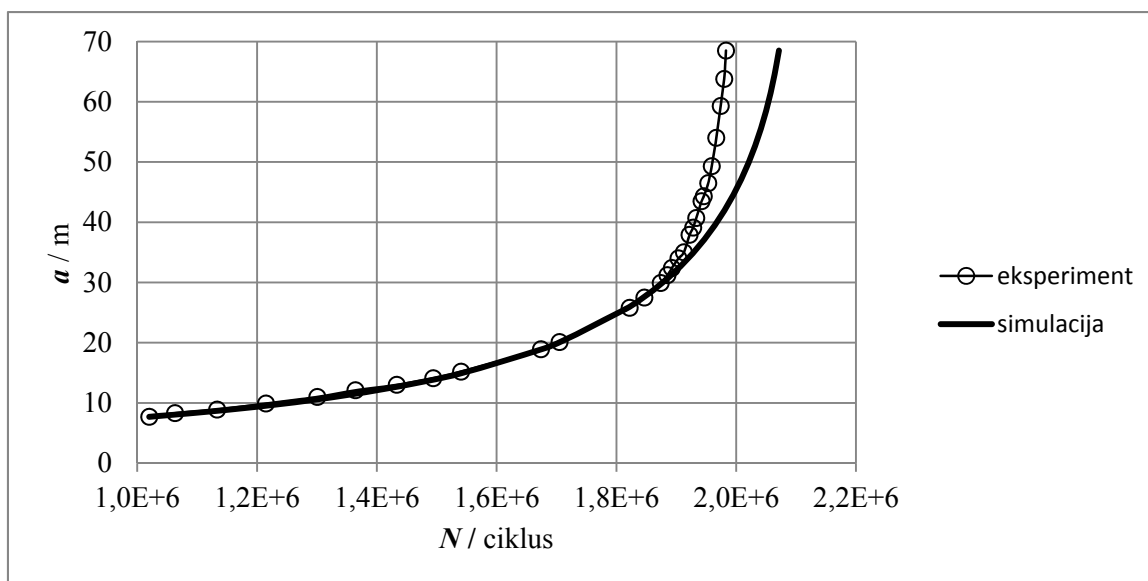
Slika 51. Dijagram relativnog napredovanja pukotine (Paris, P1)

Procijenjene konstante Parisove jednadžbe iznose:

$$m_p = 3,33 \quad (52)$$

$$C_p = 1,605 * 10^{-12} \quad (53)$$

Primjenom prethodno dobivenih konstanti može se pristupiti postupku numeričke integracije odgovarajuće diferencijalne jednadžbe.



Slika 52. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (Paris, P1)

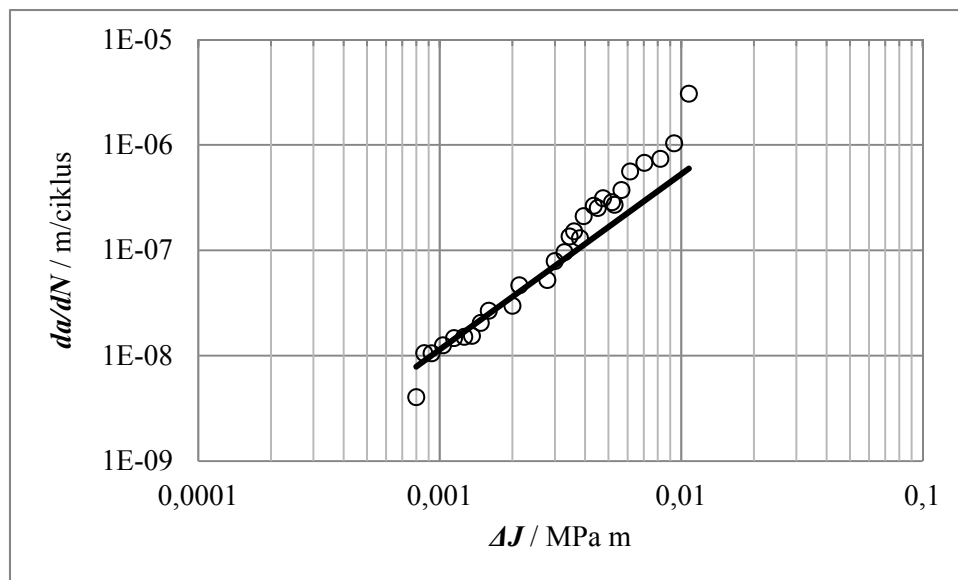
Slika 52 prikazuje usporedbu eksperimentalnog i numerički proračunatog životnog vijeka uzorka P1 primjenom Parisove jednadžbe. Može se primijetiti da se rezultati podudaraju do duljine pukotine 30 mm nakon čega simulacija daje dulji životni vijek od stvarnoga, a konkretne brojčane vrijednosti prikazuje Tablica 4.

Tablica 4. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (Paris, P1)

N / ciklus	N_{sim} / ciklus	ΔN / %
$1,98 * 10^6$	$2,07 * 10^6$	5,35

4.4.1.2. Dowling begleyev model (LE analiza)

Ako se umjesto koeficijenta intenzivnosti naprezanja K koristi vrijednost J integrala dobivenog linearno elastičnom analizom dobiva se dijagram relativnog napredovanja pukotine koji prikazuje Slika 53.



Slika 53. Dijagram relativnog napredovanja pukotine (DB LE, P1)

Iznosi konstanti Dowling Begleyeve jednadžbe:

$$m_{DB} = 1,665 \quad (54)$$

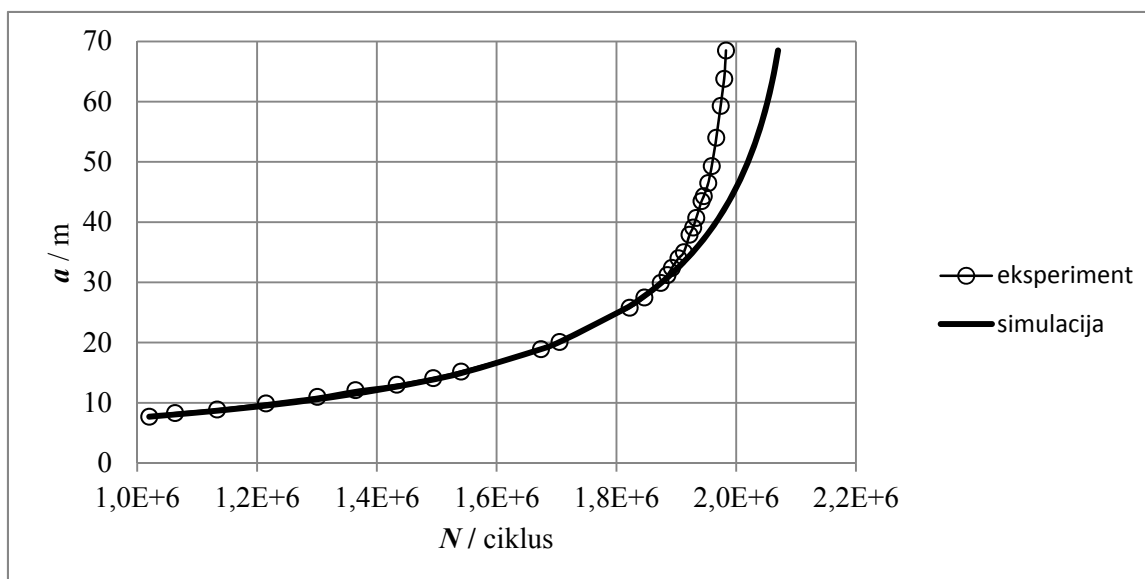
$$C_{DB} = 1,129 * 10^{-3} \quad (55)$$

Budući da je koeficijent intenzivnosti naprezanja u direktnoj vezi s J integralom u linearno elastičnoj analizi ove konstante moguće je dobiti iz Parisovih konstanti prema vezi:

$$m_{DB} = \frac{m_p}{2} \quad (56)$$

$$C_{DB} = C_p E^{\frac{m_p}{2}} \quad (57)$$

Zbog ranije opisane veze koeficijenta intenzivnosti naprezanja i J integrala u linearno elastičnoj analizi za očekivati je da će ovaj model dati isto rješenje kao i Parisov budući da je istog matematičkog oblika.



Slika 54. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (DB LE, P1)

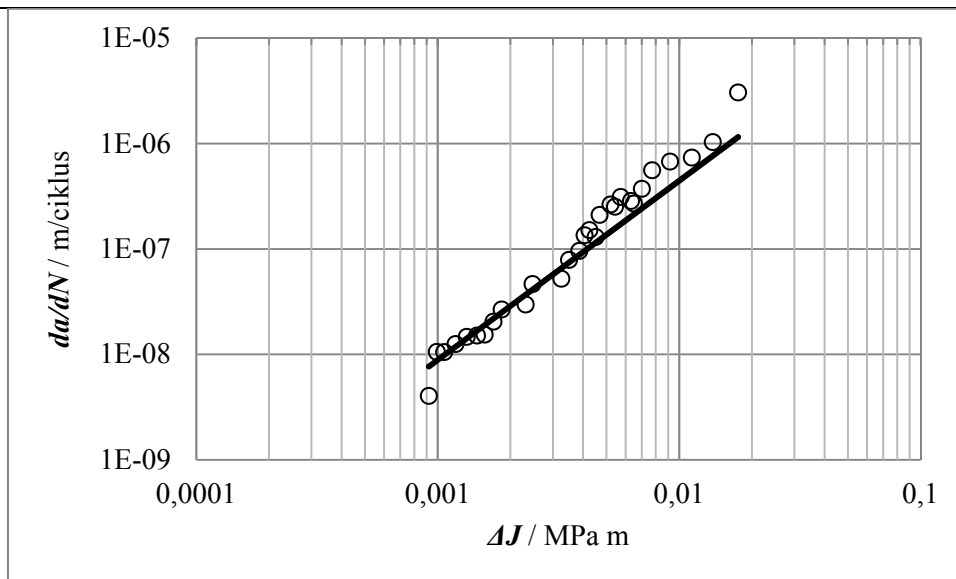
Slika 54 pokazuje da su primjenom ovog modela dobivena ista rješenja kao i u prethodnom slučaju, a brojčane vrijednosti prikazuje Tablica 5.

Tablica 5. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (DB LE, P1)

N / ciklus	N_{sim} / ciklus	ΔN / %
$1,98 \cdot 10^6$	$2,07 \cdot 10^6$	5,35

4.4.1.3. Dowling begleyev model (EP analiza)

Primjenom principa elasto – plastične mehanike loma dobiva se dijagram relativnog napredovanja koji prikazuje Slika 55.



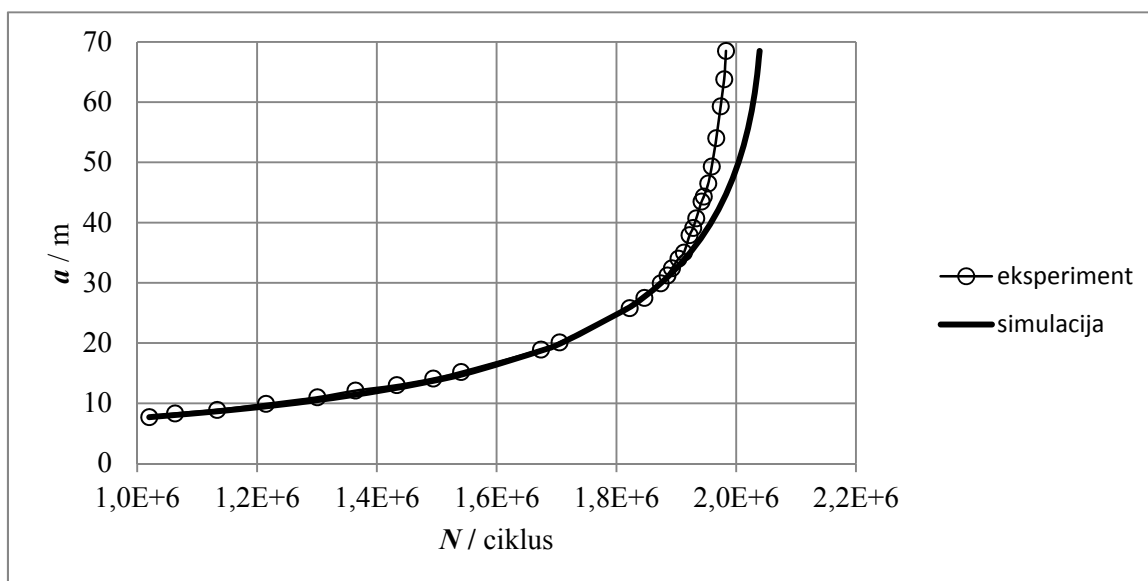
Slika 55. Dijagram relativnog napredovanja pukotine (DB EP, P1)

Iznosi konstanti procijenjen je kao:

$$m_{DB EP} = 1,7 \tag{58}$$

$$C_{DB EP} = 1,116 * 10^{-3} \tag{59}$$

Za očekivati je da će ovaj model dati nešto točniji životni vijek budući da bolje opisuje stanje napreznja i deformacija za pukotine većih duljina.



Slika 56. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (DB EP, P1)

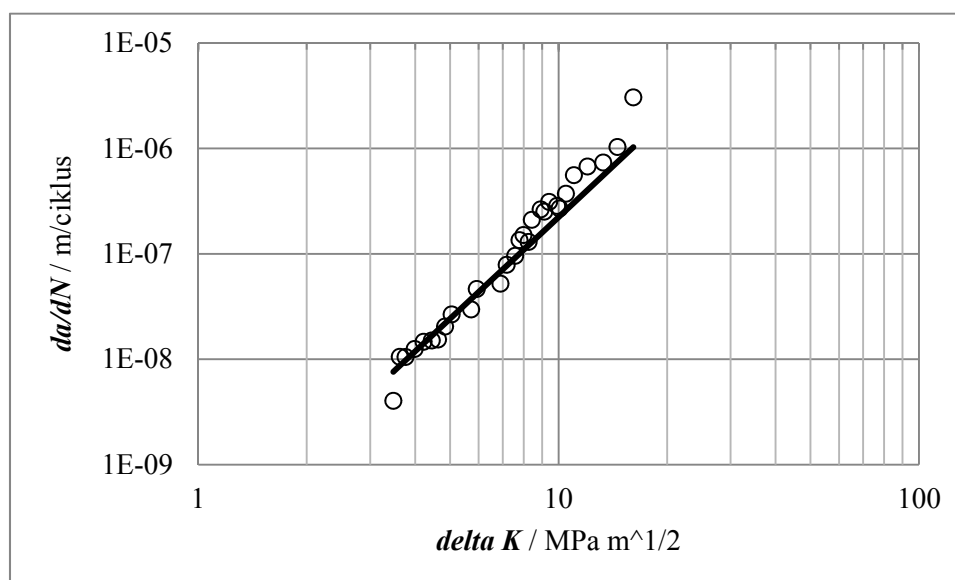
Može se primijetiti da ovaj model daje nešto bolje poklapanje s eksperimentom za područje većih pukotina nego što je bio slučaj za prethodna dva modela. Konkretno brojčane vrijednosti prikazuje Tablica 6.

Tablica 6. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (DB EP, P1)

N / ciklus	N_{sim} / ciklus	ΔN / %
$1,98 * 10^6$	$2,04 * 10^6$	2,94

4.4.1.4. Formanov model

Primjenom ovog modela trebalo bi se moći bolje opisati područje većih pukotina te Slika 57 prikazuje pripadni dijagram relativnog napredovanja.



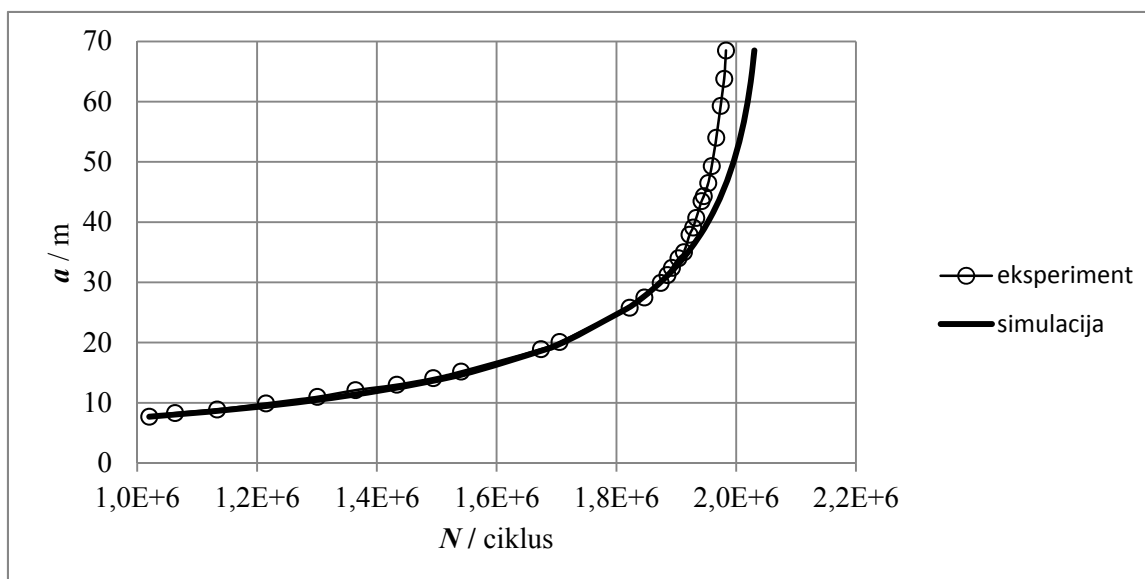
Slika 57. Dijagram relativnog napredovanja pukotine (Forman, P1)

Iznosi konstanti Formanove jednadžbe:

$$m_F = 3,2 \quad (60)$$

$$C_F = 1,408 * 10^{-10} \quad (61)$$

Korištenjem Formanove jednadžbe nešto se bolje opisuje područje većih pukotina kao što prikazuje Slika 58.



Slika 58. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (Forman, P1)

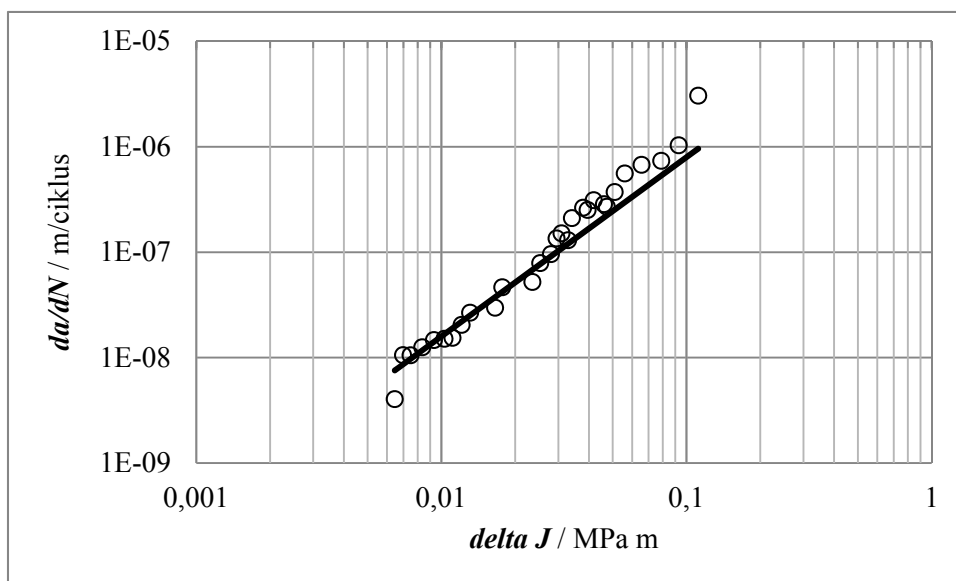
Nešto manja razlika naspram eksperimentalnih rješenja dobivena je u ovome slučaju kao što pokazuje Tablica 7.

Tablica 7. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (Forman, P1)

N / ciklus	N_{sim} / ciklus	ΔN / %
$1,98 \cdot 10^6$	$2,03 \cdot 10^6$	2,46

4.4.1.5. Modificirani Formanov model (LE analiza)

Korištenjem J integrala dobivenog linearno elastičnom analizom za ovaj model trebala bi se dobiti rješenja identična prethodnima. To je posljedica činjenice opisane i u slučaju korištenja Parisove i Dowling Begleyeve jednadžbe u linearno elastičnoj analizi. Dotični dijagram relativnog napredovanja prikazuje Slika 59.

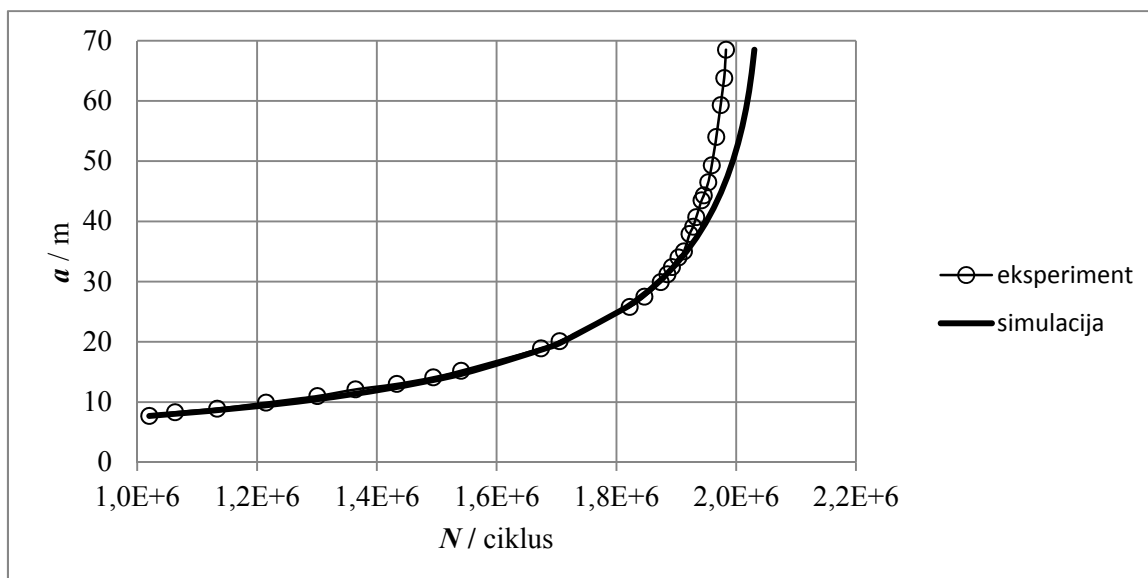


Slika 59. Dijagram relativnog napredovanja pukotine (mod. Forman LE, P1)

Iznosi konstanti modificirane Formanove jednadžbe:

$$m_{F LE} = 1,7 \tag{62}$$

$$C_{F LE} = 3,997 * 10^{-5} \tag{63}$$



Slika 60. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman LE, P1)

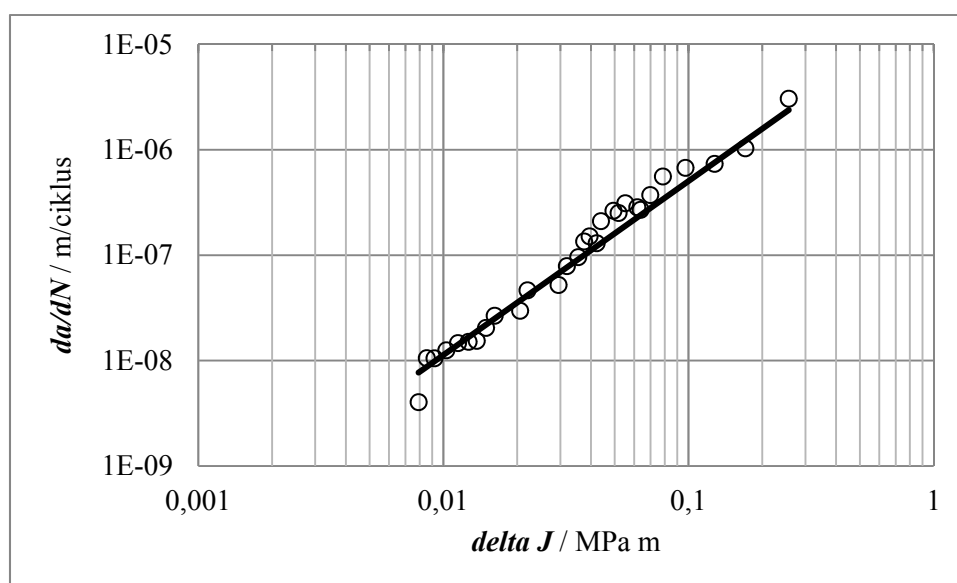
Slika 60 pokazuje identičan dijagram životnog vijeka prethodnome što potvrđuje i Tablica 8.

Tablica 8. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman LE, P1)

N / ciklus	N_{sim} / ciklus	ΔN / %
$1,98 * 10^6$	$2,03 * 10^6$	2,46

4.4.1.6. Modificirani Formanov model (EP analiza)

Ako se primjeni modificirana Formanova jednadžba s vrijednošću J integrala dobivenog elasto – plastičnim proračunom za očekivati je najbolje opisivanje područja većih pukotina. Pripadni dijagram relativnog napredovanja prikazuje Slika 61.

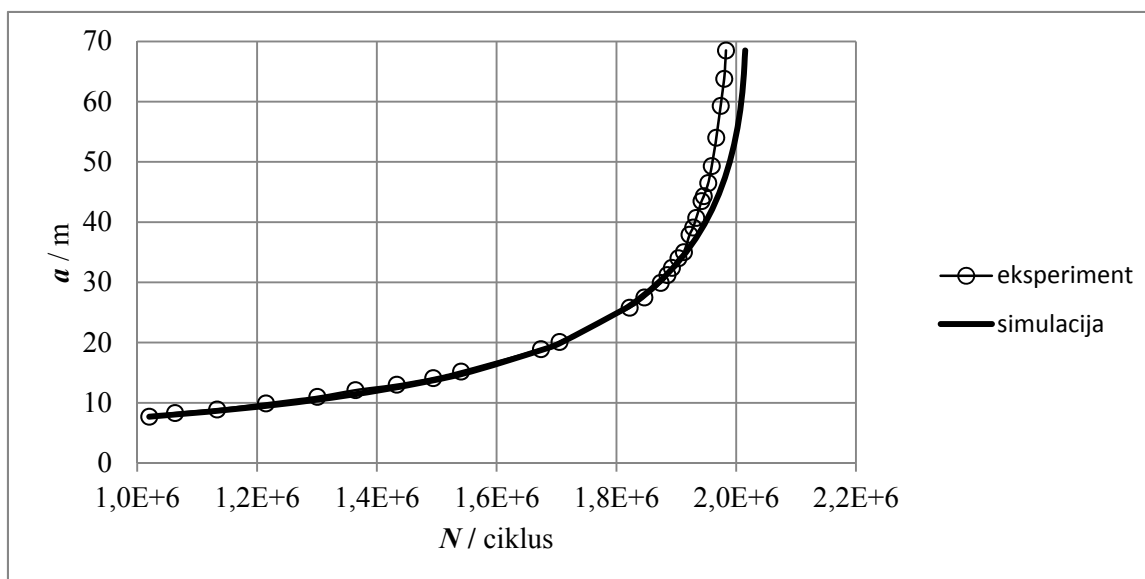
**Slika 61. Dijagram relativnog napredovanja pukotine (mod. Forman EP, P1)**

Iznosi konstanti procijenjen je kao:

$$m_{F EP} = 1,65 \quad (64)$$

$$C_{F LE} = 2,256 * 10^{-5} \quad (65)$$

Slika 62 pokazuje da se korištenjem ovog modela dobiva najbolji opis životnog vijeka, ali još uvijek nije u potpunosti točno opisano područje većih pukotina.



Slika 62. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman EP, P1)

Razlika eksperimentalnih i numerički dobivenih rezultata za ovaj slučaj je najmanja kao što prikazuje Tablica 9.

Tablica 9. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman EP, P1)

N / ciklus	N_{sim} / ciklus	ΔN / %
$1,98 * 10^6$	$2,01 * 10^6$	1,49

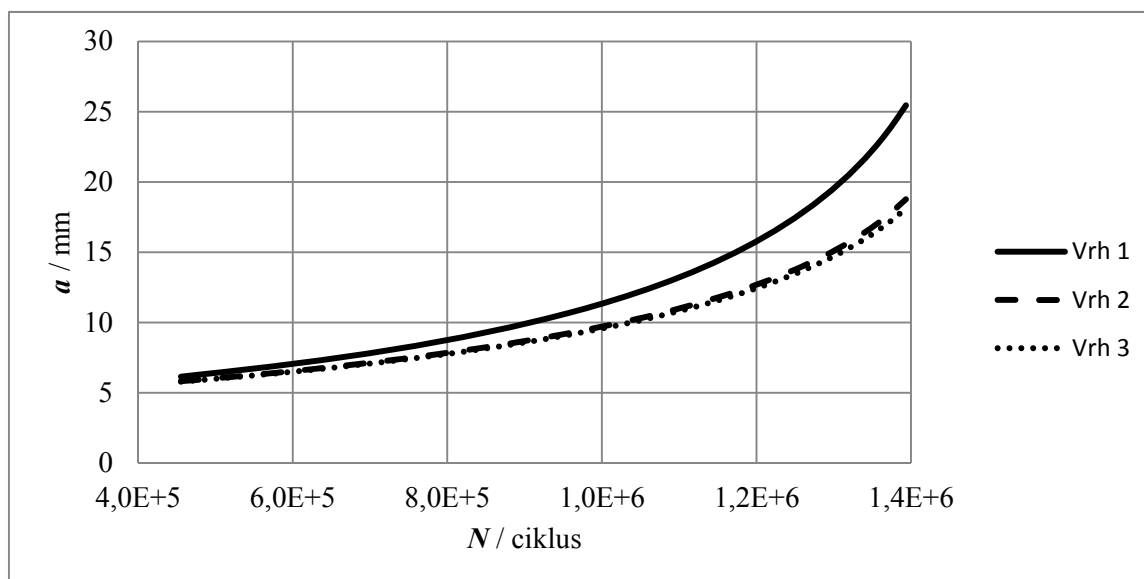
4.4.2. Eksperimentalni uzorak P3

4.4.2.1. Parisov model

Interaktivna simulacija je započeta od prve izmjerene vrijednosti centralne pukotine koja je odabrana kao referentna, a postupak je napredovao tako da je pretpostavljena propagacija referentnog vrha iznosila 10 % duljine referentne pukotine.

Za provedbu simulacije potrebno je kombinirati numerički izračun parametara mehanike loma i numeričku integraciju odgovarajuće jednadžbe napredovanja.

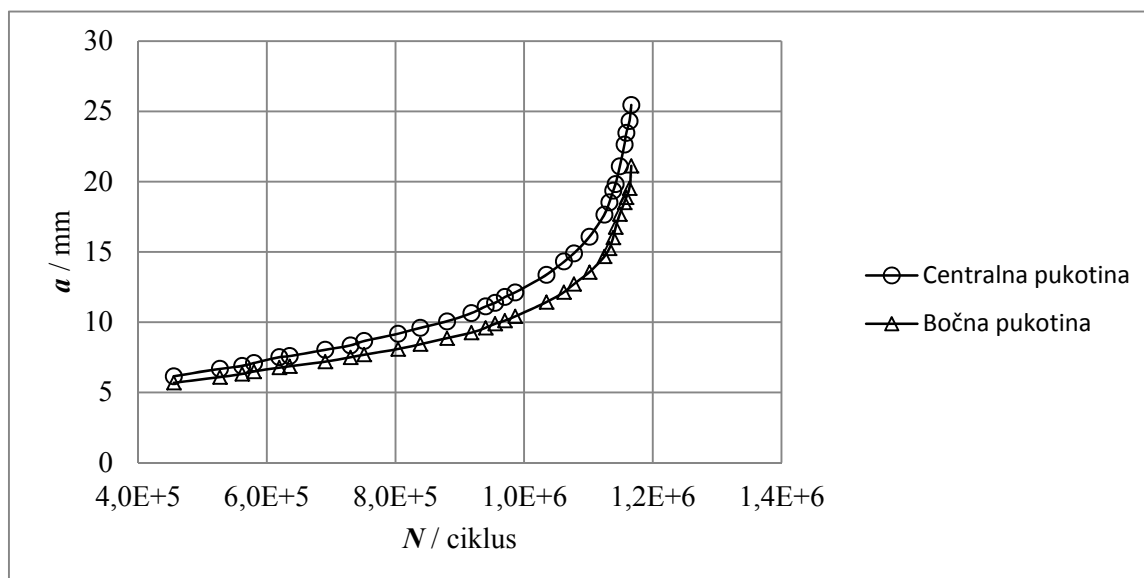
Provedbom interaktivne simulacije za uzorak s višestrukim pukotinama dobivaju se rezultati koje prikazuje Slika 63.



Slika 63. Životni vijek dobiven interaktivnom simulacijom (Paris, P3)

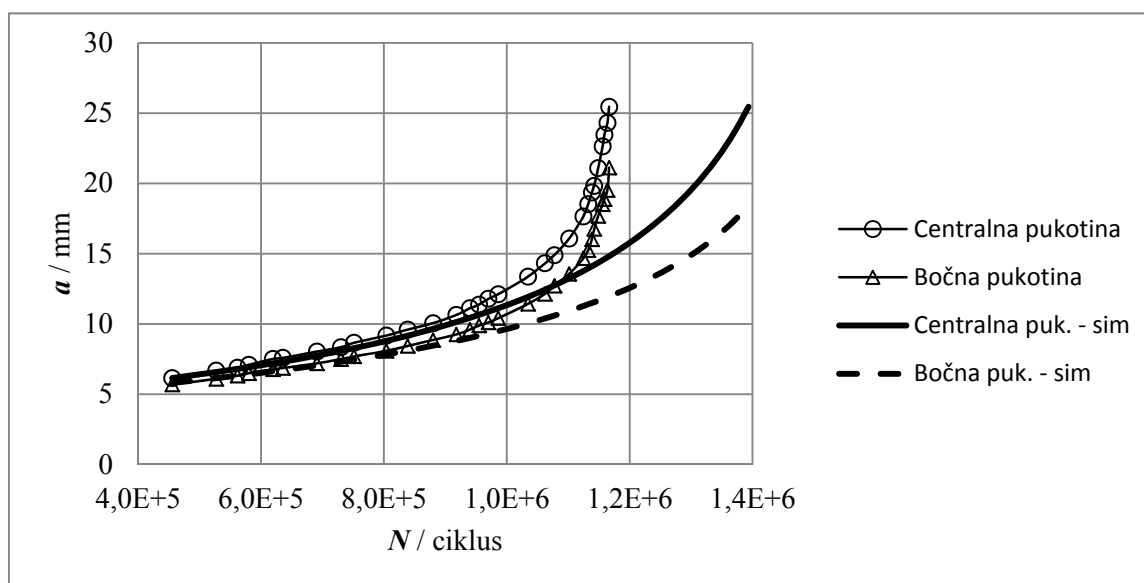
Primjećuje se da centralna pukotina napreduje brže od pukotine sa strane koja se gotovo jednako širi na obje strane.

Eksperimentalni podatci o životnom vijeku su dani za centralnu pukotinu i pukotinu sa strane. Polovična duljina pukotine sa strane je prikazana kao polovična vrijednost ukupne duljine pukotine sa strane što prikazuje Slika 64.



Slika 64. Eksperimentalno određen životni vijek (P3)

Eksperimentalno dobiveni podatci također pokazuju da se centralna pukotina brže širi što je bilo i očekivano, a usporedbu rezultata prikazuje Slika 65.



Slika 65. Usporedba eksperimentalnog i simuliranog životnog vijeka (Paris, P3)

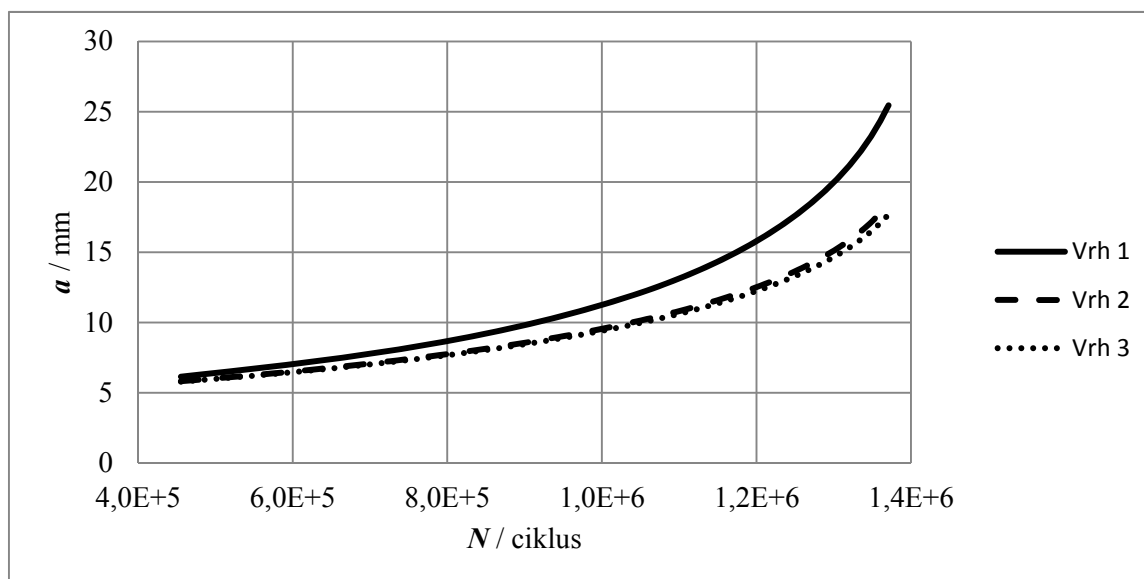
Eksperimentalni i simulirani podatci se dobro podudaraju do duljina pukotina od oko 10 mm nakon čega interaktivna simulacija daje nešto dulji životni vijek kao što se vidi i iz podataka koje prikazuje Tablica 10.

Tablica 10. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (Paris, P3)

N / ciklus	N_{sim} / ciklus	ΔN / %
$1,17 * 10^6$	$1,39 * 10^6$	15,83

4.4.2.2. Modificirani Dowling Begleye model (EP analiza)

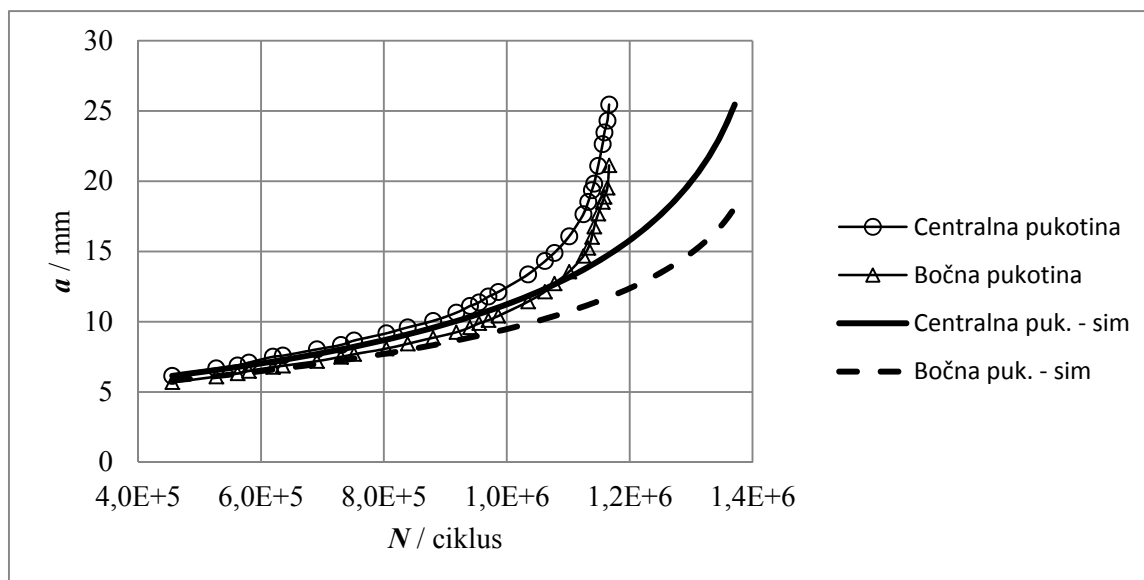
Provedbom interaktivne simulacije Dowling Begleyeve jednadžbe u elastoplastičnom području za uzorak s višestrukim pukotinama dobivaju se rezultati koje prikazuje Slika 66. Interaktivna simulacija Dowling Begleyeve jednadžbe u linearno elastičnom području nije provedena budući da bi dala ista rješenja kao i Parisova jednadžba zbog ranije spomenute veze između koeficijenta intenzivnosti naprezanja i J integrala.



Slika 66. Životni vijek dobiven interaktivnom simulacijom (DB EP, P3)

Može se primijetiti da je trend krivulja životnog vijeka sličan kao i kod Parisovog modela, ali je ukupni životni vijek nešto kraći.

Usporedbu dobivenih rješenja s eksperimentalnima prikazuje Slika 67.



Slika 67. Usporedba eksperimentalnog i simuliranog životnog vijeka (DB EP, P3)

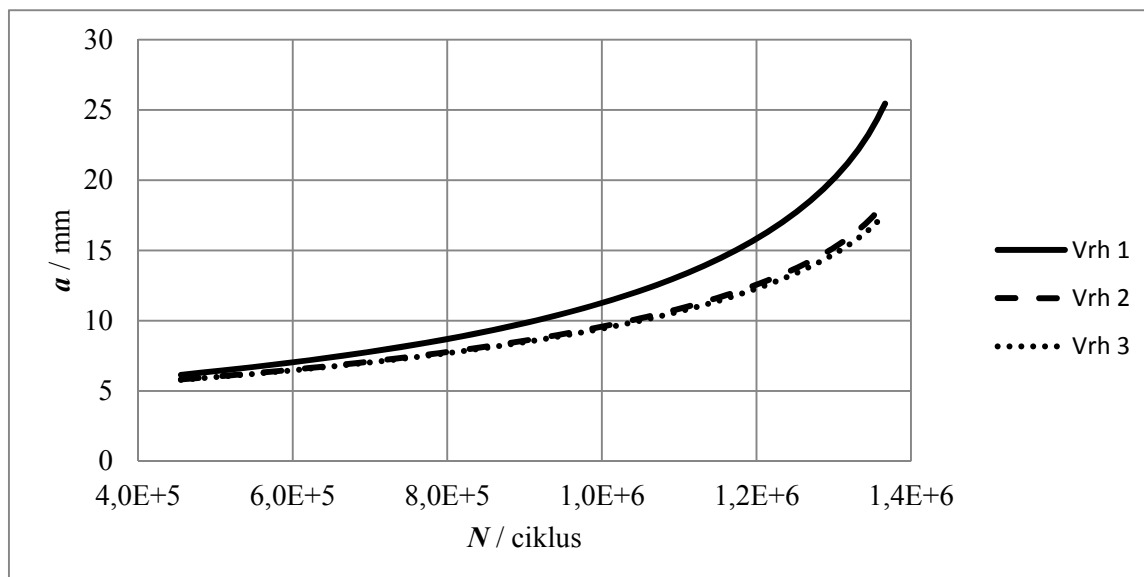
Kao i u prethodnome slučaju podaci se relativno dobro podudaraju do duljina pukotina od oko 10 mm nakon čega interaktivna simulacija daje nešto dulji životni vijek od stvarnog, ali i nešto kraći od onog izračunatog primjenom Parisove jednadžbe.

Tablica 11. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (DB EP, P3)

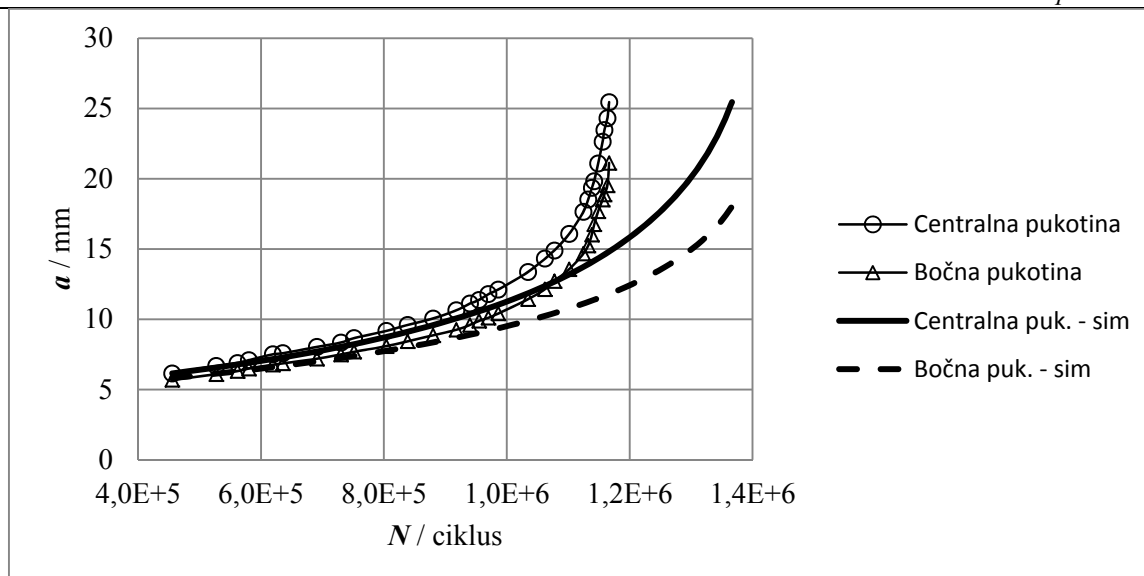
N / ciklus	N_{sim} / ciklus	ΔN / %
$1,17 * 10^6$	$1,37 * 10^6$	14,59

4.4.2.3. Modificirani Formanov model (EP analiza)

Provedbom interaktivne simulacije Formanove jednadžbe u elastoplastičnom području za uzorak s višestrukim pukotinama dobivaju se rezultati koje prikazuje Slika 68.

**Slika 68. Životni vijek dobiven interaktivnom simulacijom (mod. Forman EP, P3)**

Kao i u prethodna dva slučaja centralna pukotina najbrže napreduje dok se bočna pukotina praktično podjednako brzo širi na obje strane.



Slika 69. Usporedba eksperimenta i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman EP, P3)

Korištenje modificiranog Formanovog modela nije značajnu utjecalo na dobivene rezultate i dobiven je tek nešto točniji životni vijek nego s prethodne dvije simulacije.

Tablica 12. Usporedba stvarnog i simuliranog životnog vijeka (mod. Forman EP, P3)

N / ciklus	N_{sim} / ciklus	ΔN / %
$1,17 * 10^6$	$1,36 * 10^6$	13,97

5. Zaključak

U radu je dan pregled područja koje obrađuje metode napredovanja zamornih pukotina temeljene na primijenjenoj mehanici loma. Izložene su najčešće korištene metode analize rasta zamornih pukotina te je opisan model interaktivne simulacije napredovanja višestrukih pukotina.

Primjenom metode konačnih elemenata određeni su relevantni parametri mehanike loma za dva eksperimentalna uzorka uzeta iz literature. Provedena su dva različita tipa analize korištenjem principa linearno elastične i elastoplastične mehanike loma.

Za uzorak s centralnom pukotinom određena je ovisnost koeficijenta intenzivnosti naprezanja i ovisnost vrijednosti J integrala o duljini pukotine. Prikazane su razlike između vrijednosti J integrala dobivenih linearno elastičnim i elastoplastičnim proračunom koje se znatno razlikuju za pukotine većih duljina.

Kombinirajući eksperimentalne i numerički dobivene podatke određene su konstante pojedinih diferencijalnih jednadžbi kako bi bila moguća njihova integracija s ciljem da se odredi životni vijek uzorka.

U slijedećem koraku provedena je numerička integracija Parisove, Dowling Begleyeve i Formanove jednadžbe te su dobivene pojedine krivulje životnog vijeka uzorka. Dobiveni rezultati se dobro podudaraju s eksperimentalnima do duljina pukotina od oko 30 mm nakon čega svi modeli daju nešto dulji životni vijek. Općenito se može zaključiti da se korištenjem parametra elastoplastične mehanike loma u dotičnim jednadžbama dobivaju nešto točnije vrijednosti životnog vijeka. Najbolje poklapanje s eksperimentom dobiva se korištenjem modificirane Formanove jednadžbe u kombinaciji s elastoplastičnom vrijednošću J integrala i u tom slučaju razlika u rješenjima je praktički zanemariva.

Proizlazi da su numerički dobivena rješenja bila i očekivana budući da se korištenjem principa elastoplastične mehanike loma bolje opisuje stanje oko vrha dužih pukotina.

Za uzorak koji sadrži tri pukotine provedena je interaktivna simulacija napredovanja višestrukih pukotina. Metoda interakcije je složena i zahtjeva praktički istovremeno korištenje programskog paketa za izračun parametara mehanike loma i numeričke integracije diferencijalne jednadžbe napredovanja. Korištene su iste jednadžbe kao i kod uzorka s jednom pukotinom, a dobivena rješenja su sličnih karakteristika. To je opravdano, budući da su u

diferencijalnim jednačbama napredovanja korištene iste konstante koje su određene kod uzorka s jednom pukotinom.

Primjena Parisove jednačbe u kombinaciji s parametrom linearno elastične mehanike loma i u ovom slučaju daje rješenje koje se najviše razlikuje od eksperimentalnog rješenja. U slučaju korištenja modificirane Formanove jednačbe s parametrom elasto-plastične mehanike loma dobiva se nešto točnije rješenje.

Rješenja dobivena svim modelima interakcije dobro se podudaraju s eksperimentalnim podacima do duljine pukotine od 10 mm nakon čega interaktivne simulacije daju dulji životni vijek uzorka.

PRILOZI

I. CD-R disk

LITERATURA

- [1] Broek, D.: The practical use of fracture mechanics, Kluwer Academic Publishers, London, 1970.
- [2] Anderson, T. L.: Fracture mechanics, CRC Press, London, 1975.
- [3] Božić, Ž.: Dinamička čvrstoća tankostjenih konstrukcija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2010.
- [4] Bitunjac, V.: Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2007.
- [5] Mlikota, M.: Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2010.
- [6] Skozrit, I.: Doktorski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.
- [7] Beden, S. M., Abdullah, S., Ariffin, A. K.: Review of fatigue crack propagation models for metallic components, European Journal of Scientific Research, 2009., Vol.28 No.3, str. 364 – 397.
- [8] Sumi, Y., Božić, Ž., Iyama, H., Kawamura, Y., Multiple fatigue cracks propagating in a stiffened panel, Journal of the society of naval architects of Japan, 1996., Vol.179, str 407 – 412.
- [9] Božić, Ž., Mlikota, M., Schmauder S.: Application of the ΔK , ΔJ and $\Delta CTOD$ parameters in fatigue crack growth modelling, Technical Gazette, 2011., Vol.18, str. 459 – 466.
- [10] Gasiak, G., Rozumek, D.: ΔJ integral range estimation for fatigue crack growth rate description, International journal of fatigue, 2003., Vol.26, str. 135 – 140.
- [11] Dirgantara, T., Aliabadi, M. H.: Numerical simulation of fatigue crack growth in pressurized shells, International journal of fatigue, 2002., Vol.24, str. 725 – 738.
- [12] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [13] Tonković, Z.: Mehanika oštećenja i mehanika loma, zabilježke i materijali s predavanja, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.
- [14] Verić, O.: Mehanika oštećenja i mehanika loma, seminarski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.
- [15] Čanžar, P.: Doktorski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.
- [16] Fadljević, M.: Utjecaj debljine ploče na vrijednosti faktora intenzivnosti naprezanja duž 3-D ravne frontepukotine, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2009.

-
- [17] Abaqus Documentation, Version 6.10-1, Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2012.
- [18] FEMFAT software, Engineering center steyr.