

Proračun krutosti sprave za čučnjeve primjenom metode konačnih elemenata

Marković, Lea

Undergraduate thesis / Završni rad

2025

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:422649>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-06**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Lea Marković

Zagreb, 2025.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**PRORAČUN KRUTOSTI SPRAVE ZA
ČUČNJEVE PRIMJENOM METODE
KONAČNIH ELEMENATA**

Mentor:
Izv. prof. dr. sc. Tomislav Lesičar, mag.ing.

Student:
Lea Marković

Zagreb, 2025.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Želim zahvaliti svima koji su pridonijeli stjecanju mog znanja tijekom preddiplomskog studija, svim profesorima i asistentima, a posebno se želim zahvaliti mentoru prof. dr. sc. Tomislavu Lesičaru na korisnim savjetima, stručnosti, odvojenom vremenu i ukazanoj pomoći tijekom izrade završnog rada. Također se zahvaljujem svojoj obitelji, dečku i prijateljicama koji su mi bili konstantna podrška tijekom studiranja.

Lea Marković



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomске ispite
Povjerenstvo za završne i diplomске ispite studija strojarstva za smjerove:
Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

| | |
|-------------------------------------|--------|
| Sveučilište u Zagrebu | |
| Fakultet strojarstva i brodogradnje | |
| Datum | Prilog |
| Klasa: 602 – 04 / 25 – 06 / 1 | |
| Ur.broj: 15 – 25 – | |

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Lea Marković** JMBAG: **0035229509**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Proračun krutosti sprave za čučnjeve primjenom metode konačnih elemenata**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Calculation of squat track stiffness using the finite element method**

Opis zadatka:

Sprave za čučnjeve, poznate kao *squat track*, namijenjene su za izvođenje čučnjeva i drugih vježbi sa slobodnim utezima. Često se koriste u teretanama, ali su sve popularnije i za kućne treninge. Da bi omogućile sigurno vježbanje, *squat track* sprave moraju pružiti stabilnu platformu za podizanje, spuštanje i vraćanje utega na mjesto. S druge strane, *squat track* mora pružiti prilagodljivost oslonaca i sigurnosne šipke, kako bi omogućio pravilno izvođenje čučnjeva s različitim težinama, smanjujući rizik od ozljeda.

U ovom radu razmatrat će se sprava za čučnjeve dimenzija $191 \times 121 \times 210$ cm, izrađena od čelika S235JR. Najveća dopuštena masa tereta na spravi iznosi 363 kg. Potrebno je provjeriti čvrstoću i krutost sprave za različite položaje tereta na platformi konstrukcije te detaljnije provjeriti mjesta koncentracije naprezanja. U numeričkim simulacijama model diskretizirati ljuskastim ili 3D konačnim elementima. Za provedbu numeričkih simulacija primijeniti komercijalni programski paket Abaqus.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2024.

Zadatak zadao:

Izv. prof. Tomislav Lesičar

Datum predaje rada:

1. rok: 20. i 21. 2. 2025.
2. rok: 10. i 11. 7. 2025.
3. rok: 18. i 19. 9. 2025.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 24. 2. – 28. 2. 2025.
2. rok: 15. 7. – 18. 7. 2025.
3. rok: 22. 9. – 26. 9. 2025.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

SADRŽAJ

| | |
|--|-------------|
| SADRŽAJ | I |
| POPIS SLIKA | III |
| POPIS TABLICA | V |
| POPIS OZNAKA | VI |
| SAŽETAK | VII |
| SUMMARY | VIII |
| 1. UVOD | 1 |
| 2. POVIJEST I RAZVOJ SQUAT RACK-A | 1 |
| 3. OPĆENITO O SQUAT RACK-U | 3 |
| 3.1. Funkcija i značaj squat rack-a u treningu..... | 3 |
| 3.2. Tipične dimenzije i materijali | 3 |
| 3.3. Opterećenja na squat rack-u | 4 |
| 3.3.1. Vrste opterećenja..... | 4 |
| 3.3.2. Specifikacija opterećenja za analizu | 5 |
| 4. METODA KONAČNIH ELEMENATA | 6 |
| 4.1. O metodi konačnih elemenata | 6 |
| 4.2. Matematički temelj metode konačnih elemenata | 6 |
| 4.2.1. Svojstva globalne matrice krutosti | 7 |
| 5. OPIS KORIŠTENIH KONAČNIH ELEMENATA | 8 |
| 5.1. Četverokutni ljuskasti elementi..... | 8 |
| 5.1.1. S4R element..... | 8 |
| 5.1.2. S8R element..... | 8 |
| 5.2. Osnovni tetraedarski konačni elementi | 9 |
| 5.2.1. C3D10 element | 9 |
| 6. NUMERIČKI PRORAČUN SQUAT RACK-A METODOM KONAČNIH ELEMENATA | 10 |
| 6.1. Model squat rack-a | 10 |
| 6.2. Opterećenje..... | 13 |
| 6.2.1. Izračun opterećenja | 14 |
| 6.2.1.1. Opterećenje za 3D model..... | 14 |
| 6.2.1.2. Opterećenje za shell model..... | 15 |
| 6.3. Mreža konačnih elemenata shell modela | 16 |
| 6.4. Rezultati | 18 |

| | |
|---|-----------|
| 6.5. Mreža konačnih elemenata 3D modela | 21 |
| 6.6. Rezultati | 23 |
| 7. USPOREDBA REZULTATA | 26 |
| 7.1. Usporedba naprezanja | 26 |
| 7.2. Usporedba pomaka | 27 |
| 8. ZAKLJUČAK | 28 |
| LITERATURA | 29 |

POPIS SLIKA

| | |
|--|----|
| Slika 1. Povijest i razvoj squat rack-a [3]..... | 2 |
| Slika 2. Bending on the knees [1] | 2 |
| Slika 3. Postavljanje šipke na leđa prije izuma squat rack-a [1] | 2 |
| Slika 4. Statičko opterećenje [5] | 4 |
| Slika 5. Dinamičko opterećenje [5]..... | 5 |
| Slika 6. Najčešće korišteni konačni elementi u programskom paketu Abaqus [10] | 6 |
| Slika 7. Izgled vrpčaste matrice [8]..... | 7 |
| Slika 8. S4R konačni element [9]..... | 8 |
| Slika 9. Četverokutni ljuskasti element drugog reda [11] | 8 |
| Slika 10. Tetraedarski konačni element drugog reda C3D10 [11] | 9 |
| Slika 11. Model squat rack-a..... | 10 |
| Slika 12. Prikaz kontaktne interakcije "Tie" na shell modelu između vertikalnih stupova i J-kuka | 11 |
| Slika 13. Prikaz kontaktne interakcije "Tie" na shell modelu između vertikalnih stupova i poprečnih profila | 11 |
| Slika 14. Prikaz kontaktne interakcije "Tie" na shell modelu između šipke i vertikalnih stupova | 12 |
| Slika 15. Prikaz kontaktne interakcije "Tie" na shell modelu između nogu i vertikalnih stupova | 12 |
| Slika 16. Prikaz kontaktne interakcije "Tie" na shell modelu između matice, vijka i noge a) te vijka i vertikalnog stupa b)..... | 13 |
| Slika 21. Prikaz opterećenja i rubnih uvjeta na modelu squat rack-a | 13 |
| Slika 22. Kontinuirano opterećenje po rubu J-kuke a) shell model, b) 3D model | 14 |
| Slika 23. Konvergencija rješenja shell modela squat rack-a..... | 16 |
| Slika 24. Raspodjela konačnih elemenata na shell modelu..... | 17 |
| Slika 25. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po Shell modelu za slučaj kada je opterećena četvrta J-kuka | 18 |
| Slika 26. Detalj raspodjele ekvivalentnih naprezanja na četvrtoj J-kuki | 18 |
| Slika 27. Prikaz naprezanja na J-kukama za shell model..... | 19 |
| Slika 28. Raspodjela pomaka na shell modelu pri opterećenju četvrte J-kuke | 20 |
| Slika 29. Vrijednosti pomaka prilikom opterećivanja različitih J-kuka..... | 20 |
| Slika 30. Konvergencija rješenja 3D modela squat rack-a..... | 21 |
| Slika 31. Raspodjela konačnih elemenata na 3D modelu | 22 |
| Slika 32. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po 3D modelu za slučaj kada je opterećena četvrta J-kuka | 23 |
| Slika 33. Detalj raspodjele ekvivalentnih naprezanja na četvrtoj J-kuki | 23 |
| Slika 34. Prikaz naprezanja na J-kukama za 3D model | 24 |
| Slika 35. Raspodjela pomaka na 3D modelu pri opterećenju četvrte J-kuke..... | 25 |
| Slika 36. Vrijednosti pomaka prilikom opterećivanja različitih J-kuka..... | 25 |

| | |
|--|----|
| Slika 37. Usporedba naprezanja shell modela i 3D modela..... | 26 |
| Slika 38. Usporedba pomaka shell modela i 3D modela..... | 27 |

POPIS TABLICA

Tablica 1. Vrste čelika i primjena u proizvodnji squat rack-ova4

POPIS OZNAKA

| Oznaka | Jedinica | Opis |
|---------------|-----------------|--|
| F | N | Sila |
| g | m/s^2 | Gravitacijska konstanta |
| K | | Globalna matrica krutosti |
| m | kg | Masa utega i šipke |
| R | N | Globalni vektor čvornih sila |
| R_S | N | Globalni vektor površinskih sila |
| R_V | N | Globalni vektor volumenskih sila |
| V | | Globalni stupnjevi slobode |
| Q | N | Globalni vektor vanjskih koncentriranih sila u čvorovima |

SAŽETAK

Squat rack je sprava koja se nalazi u teretanama. i koristi se prvenstveno za jačanje donjeg dijela tijela. Omogućuje korisnicima sigurno korištenje sprave, ali i izvođenje vježbi uz minimalan rizik od ozljeda.

Cilj ovog završnog rada je analizirati krutost squat rack-a pomoću metode konačnih elemenata i utvrditi mjesta najvećih pomaka i naprezanja prilikom djelovanja maksimalnog dopuštenog opterećenja na squat rack. U prvom dijelu objašnjena je povijest i razvoj squat rack-a te njegov značaj u treningu. Nakon toga slijedi pregled teorijske osnove konačnih elemenata i opis korištenih elemenata te opis postupka modeliranja i analize konstrukcije. U završnom dijelu rada prikazani su rezultati analize te slijedi zaključak na temelju dobivenih rezultata. Geometrijski model je izrađen uz pomoć programskog paketa SolidWorks 2020, dok je za numeričke simulacije korišten programski paket Abaqus 2023.

SUMMARY

A squat rack is a piece of equipment commonly found in gyms, primarily used for strengthening the lower body. It allows athletes to perform exercises safely while minimizing the risk of injury.

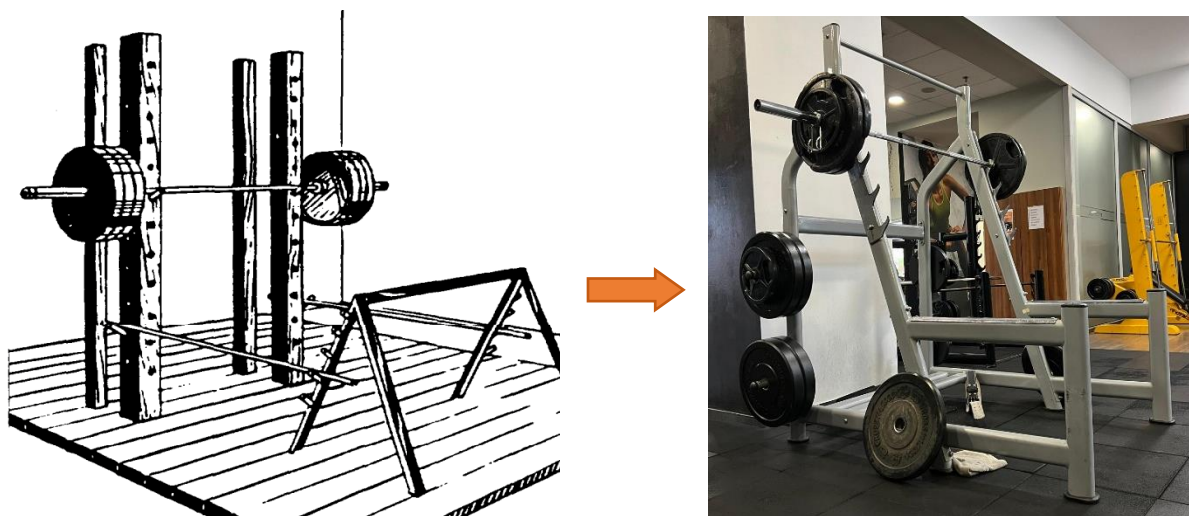
The objective of this thesis is to analyse the stiffness of a squat rack using the finite element method and determine the locations of the maximum allowable load applied to the squat rack. The first part of the thesis provides an overview of the history and development of squat racks and their significance in training. This is followed by a review of theoretical foundations of finite elements and a description of the elements used, as well as an explanation of the modelling and analysis methodology of the structure. In the final section, the results of the analysis are presented, followed by conclusions based on the obtained data. The 3D model was created using SolidWorks 2020, while numerical simulations were conducted using the Abaqus 2023 software package.

1. UVOD

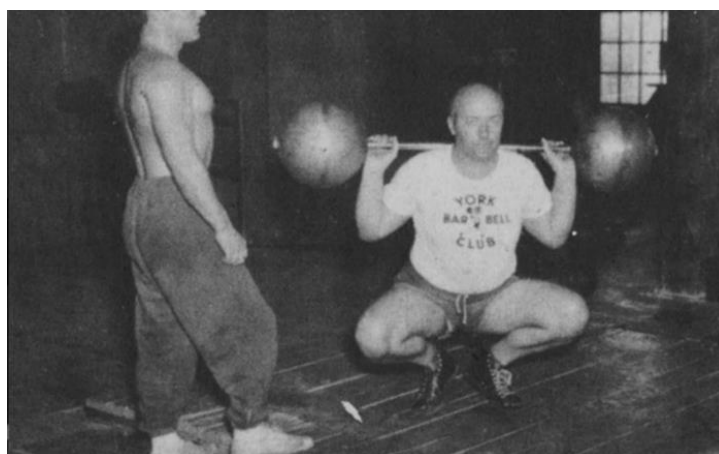
Squat rack je sprava za vježbanje koja se nalazi u teretanama. Ima raznovrsnu primjenu, najčešće se koristi kao sprava za jačanje donjeg dijela tijela. Također može se koristiti za jačanje gornjeg dijela tijela, ali i za jačanje trbušne jezgre. Upravo zbog toga što korisnicima nudi mogućnost izvođenja raznolikih vježbi, a samim time i treniranja različitih mišićnih skupina neizostavni je dio svake teretane. Jedna od njegovih najvećih prednosti je sigurnost koju pruža korisnicima prilikom izvođenja vježbi, kao i sigurnost korištenja same sprave.

2. POVIJEST I RAZVOJ SQUAT RACK-A

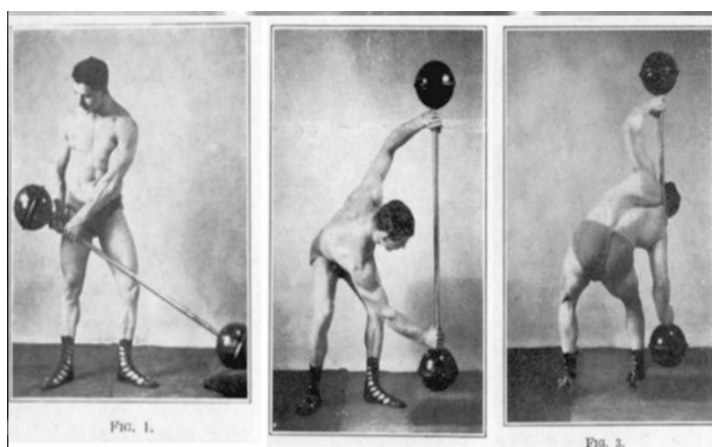
Šipke, utezi, bench i squat rack, mogu se naći u gotovo svakoj teretani. Čučanj, kada govorimo o popularnosti, funkciji same vježbe i njegovoj važnosti, jedan je od triju najvažnijih vježbi treninga snage. Porastom popularnosti, važnosti i evolucije čučnja, moderni i suvremeni (power) rack-ovi postali su sastavni dio teretana, box cross treninga, wellness centara i slično. Povijest squat rack-a je usko povezana sa poviješću čučnja. Ranih 1900ih., vježbu koju danas zovemo čučanj, prije se zvala "*bending on the knees*". S obzirom da squat rack još nije bio izumljen, dizanje velikih kilaža koje su se postavljale na leđa je bilo preteško i ondašnja vježba "*bending on the knees*" je najčešće bila rađena s manjom kilažom i većim brojem ponavljanja. Osim što se vježba čučanj drugačije zvala i sam način izvođenja vježbe je bio dosta drugačiji i dovodio je do mnogih ozljeda. Časopis "*Strength*" je 1921. prvi puta upotrijebio riječ squat, odnosno čučanj. Čučanj, bez squat rack-a godinama je bila vježba koju je bilo jako teško izvoditi, ali i samo postavljanje šipke sa utezima na leđa nije bilo jednostavno, što je dovelo do izuma squat rack-a. Squat rack je nastao najviše iz praktičnih razloga. Ovaj tip gym rack-a postao je glavni element svake teretane od 30-ih godina prošlog stoljeća. Najranije verzije squat rack-a sastojale su se od jednostavnih uspravnih i poprečnih dijelova za držanje šipki, ali vremenom dizajn je evoluirao te je doveo do unaprjeđenja kao što su sigurnosne kuke, prilagodljiva visina i dodataka kao što su "pull up bars" i "dip stations". Ove značajne promjene u dizajnu squat rack-a dovele su do mogućnosti da trening bude siguran usprkos korištenju većih kilaža uz istovremeno izvođenje različitih varijacija vježbi na jednom squat rack-u. Squat rack je sprava koja omogućava korisniku izvoditi čučnjeve u ispravnoj formi. Svrha squat rack-a je osigurati stabilnost i sigurnost tijekom izvođenja vježbe uz mogućnost prilagođavanja mase i intenziteta.[1]



Slika 1. Povijest i razvoj squat rack-a [3]



Slika 2. Bending on the knees [1]



Slika 3. Postavljanje šipke na leđa prije izuma squat rack-a [1]

3. OPĆENITO O SQUAT RACK-U

Squat rack je temeljna sprava svake teretane koja omogućuje raznolike vježbe uključujući čučnjeve i potiske. Sastoji se od dva vertikalno postavljena stupa sa podesivim šipkama koje pružaju sigurnost prilikom izvođenja vježbe. Visina šipki može biti prilagodljiva ovisno o visini vježbača i vrsti vježbe koju vježbač izvodi. Squat rack-ovi dolaze u različitim varijantama, od jednostavnijih modela s minimalno dodatne opreme, do složenijih sa dodatnom opremom kao što su "pull up bars" ili "dip handles".

3.1. Funkcija i značaj squat rack-a u treningu

Treniranjem na squat rack-u dolazi do razvijanja mišića na različitim dijelovima tijela, kao što su: noge, donji dio leđa, trbušna jezgra, zadnja loža i slično. Dodavanje squat rack-a u rutinu treninga može imati razne dobrobiti. Poboljšava cjelokupni balans i koordinaciju uz smanjenje rizika od ozljeda. Squat rack omogućava izvođenje compound vježbi, kao što su čučnjevi, bench presses i overhead presses, vježbi koje prilikom njihovog izvođenja aktiviraju više različitih mišićnih skupina istovremeno, što dovodi do efektivnijeg treninga i bržeg napretka. Omogućuje korištenje većih masa utega na siguran način, što uzrokuje mišićnu hipertrofiju uz istovremeni razvitak snage. Kao što je prije navedeno, squat rack sadržava podesive šipke koje pružaju sigurnost ukoliko dođe do otkaza (ponavljanje se ne može izvesti do kraja). Squat rack smanjuje rizik od ozljeda i omogućava korisnicima da pomiču svoje granice na siguran način.[2]

3.2. Tipične dimenzije i materijali

Dimenzije squat rack-a dolaze u različitim kategorijama veličina i težina, ovisno o potrebama i preferencama kupca. Uobičajene dimenzije squat rack-a uključuju visinu, širinu i dubinu i svaku od njih je potrebno razmotriti ovisno o tome što kupac traži kako bi opremio teretanu. Ne postoje univerzalne dimenzije squat rack-a. Međutim mogu se postaviti u grubo granice dimenzija squat rack-a; visina 230cm, širina 102-130cm, dubina 100-250cm. Navedene dimenzije squat rack-a nisu konačne i u njih ne ulaze nikakvi dodatni nastavci koji se mogu naći na samom squat rack-u. Ove mjere služe kao startna točka u izboru squat rack-a. Visina i širina spadaju u najvažnije mjere kad je u pitanju izbor odgovarajuće sprave. Squat rack je najčešće izrađen od čelika, a to uključuje različite vrste čelika ovisno o zahtjevima opterećenja i troškovima proizvodnje. [4]

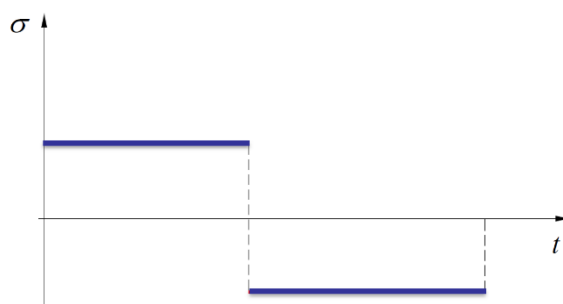
Tablica 1. Vrste čelika i primjena u proizvodnji squat rack-ova

| Čelik | Primjena |
|-----------------------|--|
| S235JR | Standardni squat rack-ovi |
| Čelik visoke čvrstoće | Profesionalni squat rack-ovi koji moraju podnijeti veća opterećenja, npr. u komercijalnim teretanama |
| Nehrđajući čelik | Squat rack-ovi za uporabu na otvorenom |
| Powder-coated čelik | Obično se koristi za povećanje trajnosti i za estetski dojam squat rack-a |

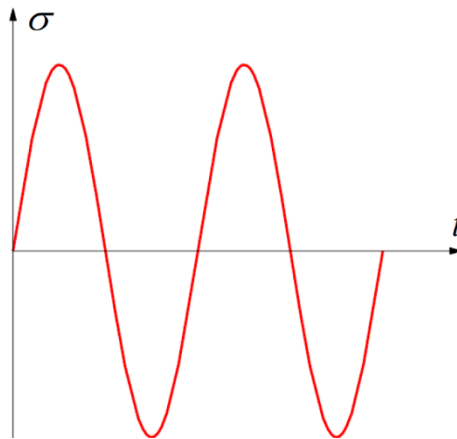
3.3. Opterećenja na squat rack-u

3.3.1. Vrste opterećenja

Opterećenje koje djeluje na squat rack može biti: statičko ili dinamičko. Statičko opterećenje (slika 4) squat rack-a bi bila težina utega koji miruje na šipci ili na stalku, dok dinamičko opterećenje (slika 5) nastaje tijekom postavljanja šipke ili pomicanja utega. Dinamičko opterećenje se dijeli na stohastičko i udarno. Kada govorimo o squat rack-u, najviše nas zanima udarno opterećenje do kojeg dolazi kada šipka s težinama naglo padne na stalak.



Slika 4. Statičko opterećenje [5]



Slika 5. Dinamičko opterećenje [5]

3.3.2. Specifikacija opterećenja za analizu

U analizi krutosti squat rack-a promatran je slučaj statičkog opterećivanja squat rack-a. Uzet je u obzir kritični slučaj, odnosno maksimalna količina tereta koju squat rack proizvođača "LifeFitness" može izdržati, a to je 363 kg, što predstavlja ukupnu masu šipke i utega koja se nalazi na J-kukama i prema zadatku simulira maksimalno predviđeno statičko opterećenje. Masa od 363 kg mora se pretvoriti u silu koristeći gravitaciju, a izraz glasi:

$$F = m \cdot g. \quad (3.1)$$

Gdje je:

F – sila kojom šipka s utezima opterećuje J-kuku [N],

m – masa šipke s utezima [kg],

g – gravitacijska konstanta ($\sim 10 \text{ m/s}^2$).

Ukupna masa od 363 kg preračunata je u silu prema izrazu (3.1) i glasi:

$$F = 363 \cdot 10 = 3630 \text{ N}. \quad (3.2)$$

Sila u izrazu (3.2) korištena je u daljnjoj analizi.

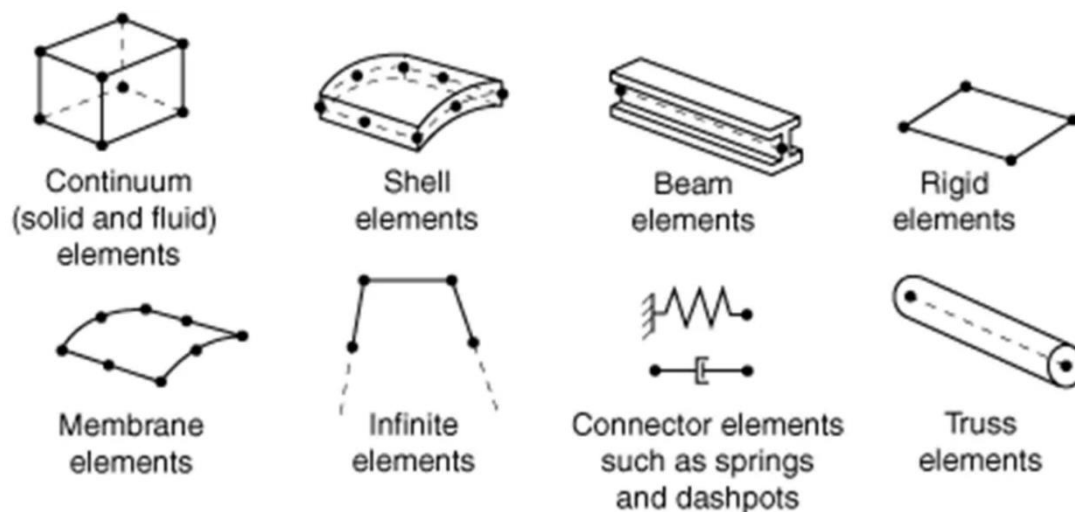
4. METODA KONAČNIH ELEMENATA

4.1. O metodi konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata je numerička metoda za rješavanje problema rubnih vrijednosti koja se temelji na fizičkoj diskretizaciji, u kojoj se razmatrano područje dijeli na konačan broj potpodručja koja se nazivaju konačni elementi. Elementi su međusobno povezani u točkama na konturi koje se nazivaju čvorovi. Za svaki element pretpostavlja se rješenje zadane diferencijalne jednačbe u obliku interpolacijskih funkcija koje povezuju zavisne varijable s njihovim vrijednostima u čvorovima. Izvodi se sustav algebarskih jednačbi čije su nepoznanice čvorne veličine, a nakon toga odgovarajućim postupcima formira se globalni sustav jednačbi za cijeli diskretizirani model, u kojemu su nepoznanice čvorne vrijednosti svih elemenata diskretiziranog područja. [6]

Razlikuju se jednodimenzijски, dvodimenzijски i trodimenzijски konačni elementi te elementi za rješavanje problema posebnih geometrijskih oblika, npr. pločasti i ljuskasti konačni elementi. [6]

Složene konstrukcije zahtijevaju diskretizaciju s velikim brojem elemenata te je potrebno riješiti sustav algebarskih jednačbi s velikim brojem nepoznanica. Bez korištenja računala vrlo je teško riješiti tako velike sustave te zbog toga postoje različiti programi koji koriste metodu konačnih elemenata, a jedan od njih je Abaqus [7] koji će se koristiti u ovom radu.



Slika 6. Najčešće korišteni konačni elementi u programskom paketu Abaqus [10]

4.2. Matematički temelj metode konačnih elemenata

Globalna jednačba konačnih elemenata slijedi iz uvjeta stacionarnosti ukupne potencijalne energije, odnosno minimuma ukupne potencijalne energije ($\delta\pi = 0$):

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{R}, \quad (4.1)$$

gdje je:

- \mathbf{K} – globalna matrica krutosti,
- \mathbf{V} – globalni stupnjevi slobode,
- \mathbf{R} – globalni vektor čvornih sila.

koji se može dodatno proširiti na

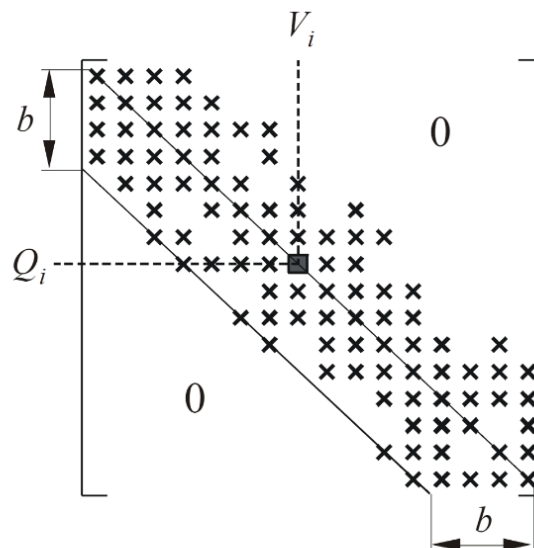
$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_V + \mathbf{R}_S + \mathbf{Q}, \quad (4.2)$$

gdje je:

- \mathbf{R}_V – globalni vektor volumenskih sila,
- \mathbf{R}_S – globalni vektor površinskih sila,
- \mathbf{Q} – globalni vektor vanjskih koncentriranih sila u čvorovima proračunskog modela.

4.2.1. Svojstva globalne matrice krutosti

- Matrica je simetrična, što znači da je red matrice krutosti jednak ukupnom broju stupnjeva slobode proračunskog modela
- Matrica je pojasna (vrpčasta) - elementi različiti od nule smješteni su na glavnoj dijagonali ili u blizini glavne dijagonale.



Slika 7. Izgled vrpčaste matrice [8]

- Matrica je singularna - determinanta jednaka nuli. Postavljanjem rubnih uvjeta, sprječavaju se pomaci krutog tijela, matrica postaje pozitivno-definitna - uvjet za mogućnost rješavanja nehomogenog sustava jednažbi.

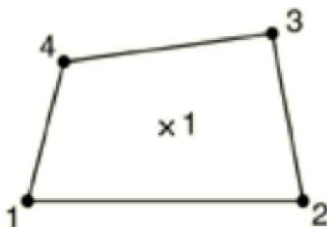
5. OPIS KORIŠTENIH KONAČNIH ELEMENATA

U numeričkim simulacijama unutar ovog rada korišteni su četverokutni ljuskasti elementi i tetraedarski konačni elementi.

5.1. Četverokutni ljuskasti elementi

5.1.1. S4R element

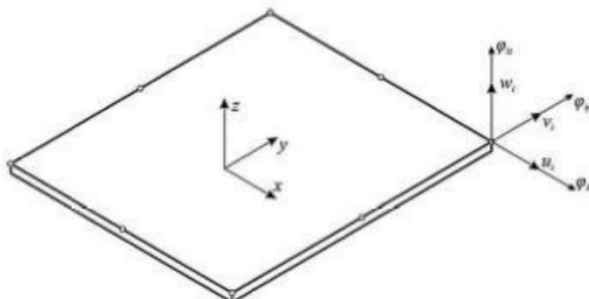
S4R je dvostruko zakrivljeni četverokutni ljuskasti element sa četiri čvora u vrhovima elementa. Svaki čvor ima 6 stupnjeva slobode (3 komponente pomaka i 3 rotacijske komponente). Oznaka R nam govori da je na element primijenjena reducirana integracija, odnosno da sadrži samo jednu točku integracije. Služi za analizu tankostjenih i debelostjenih ljusaka.



Slika 8. S4R konačni element [9]

5.1.2. S8R element

Četverokutni ljuskasti element drugog reda s reduciranom integracijom S8R je dvostruko zakrivljeni element s osam čvorova (između vrhova postoji dodatni element). Svaki čvor sadrži šest stupnjeva slobode što daje konačni broj od 48 stupnjeva slobode po elementu. Primjena ovog elementa je pogodna za probleme savijanja debelih ljuski. Ako je mreža nepravilno napravljena ovi elementi vrlo loše konvergiraju.

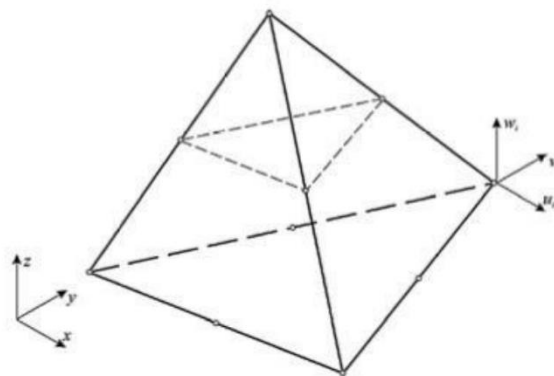


Slika 9. Četverokutni ljuskasti element drugog reda [11]

5.2. Osnovni tetraedarski konačni elementi

5.2.1. C3D10 element

Tetraedarski konačni element drugog reda ima deset čvorova s tri stupnja slobode. Čvorovi se nalaze u vrhovima tetraedra i na polovici stranica, a sveukupan broj stupnjeva slobode koji sadrži element je 30. Konačni elementi C3D10 zadovoljavaju sve uvjete za monotonu konvergenciju, tj. moguće je opisati pomake krutog tijela kao i stanje konstantne deformacije, a također je zadovoljena i kompatibilnost pomaka duž rubova susjednih elemenata.



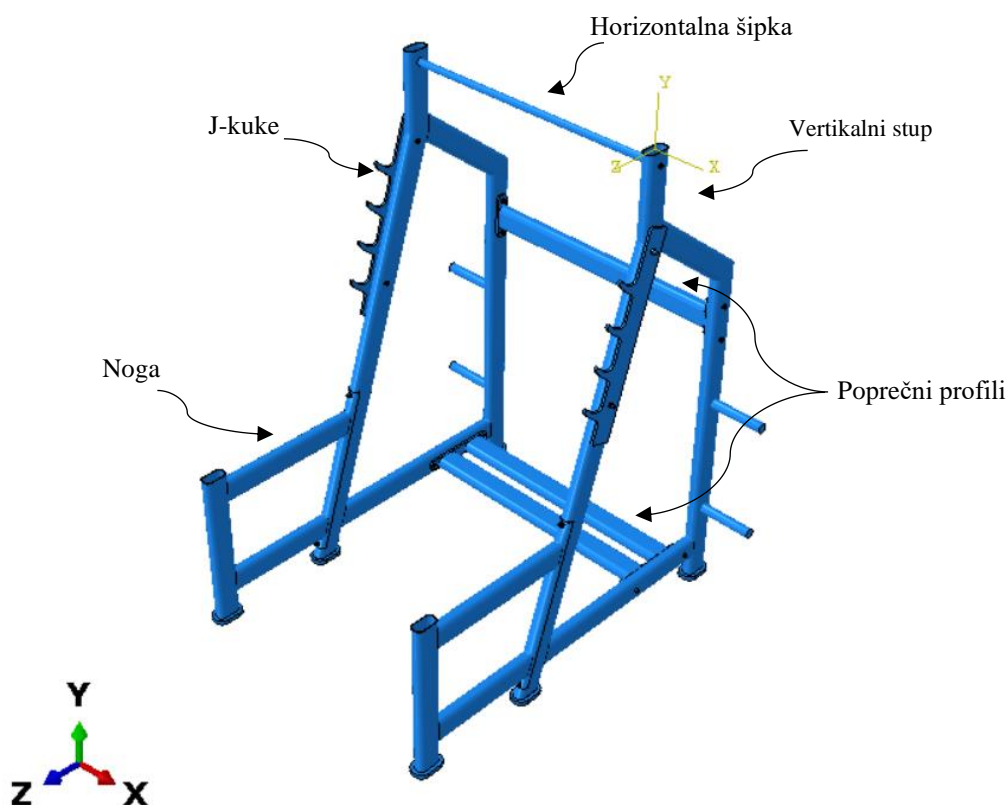
Slika 10. Tetraedarski konačni element drugog reda C3D10 [11]

6. NUMERIČKI PRORAČUN SQUAT RACK-A METODOM KONAČNIH ELEMENATA

6.1. Model squat rack-a

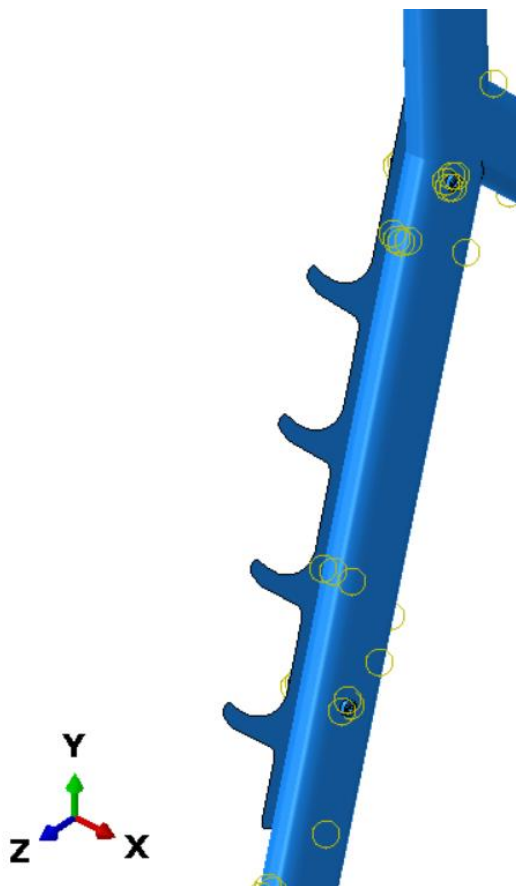
Za proračun metodom konačnih elemenata korišten je programski paket Abaqus. Model squat rack-a modeliran je u CAD softveru Solidworks te je pomoću import file-a učitano u Abaqus, gdje je svakom part-u dodijeljen materijal u modulu *Property*.

Slika 11. prikazuje model squat rack-a.

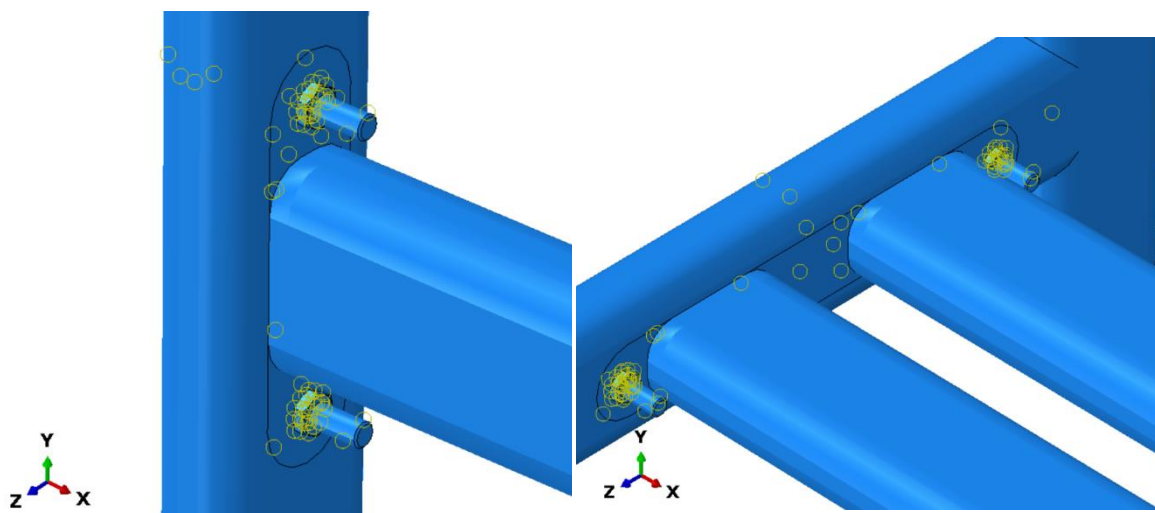


Slika 11. Model squat rack-a

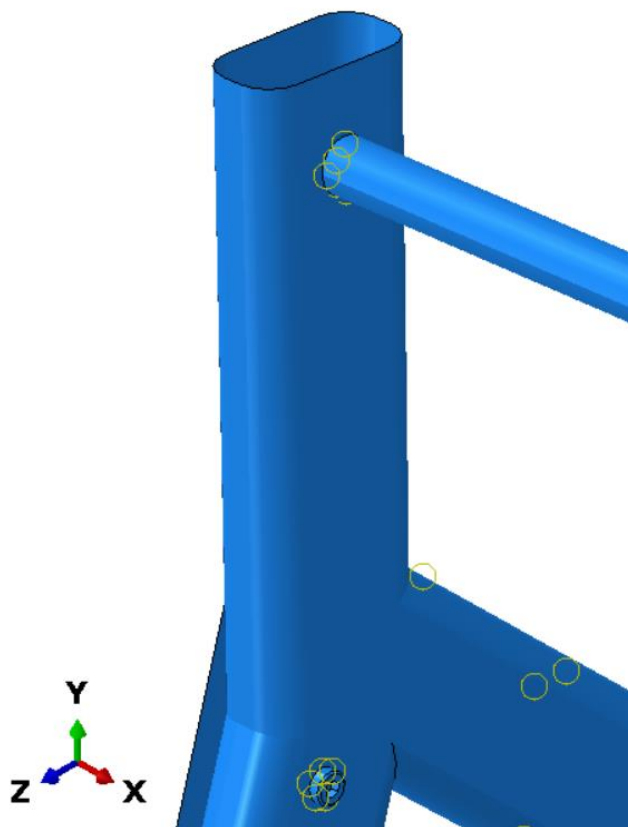
Kako bi simulacija funkcionirala na ispravan način potrebno je postaviti kontaktne interakcije između dijelova. Kinematička veza koje je primijenjena na modelu squat rack-a je "Tie". "Tie" interakcija se koristi kada je potrebno kruto povezati dvije komponente, tj. za spajanje dviju površina ili tijela između kojih nema relativnog pomaka ili rotacija.



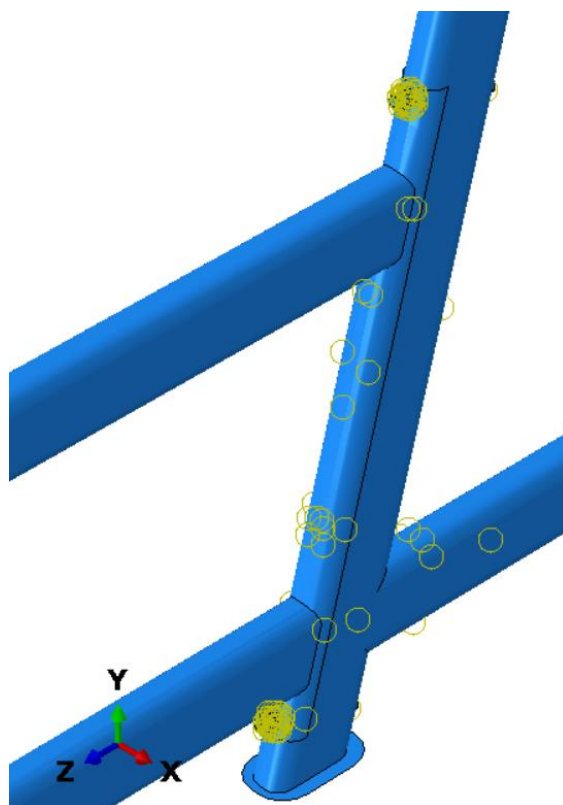
Slika 12. Prikaz kontaktne interakcije "Tie" na shell modelu između vertikalnih stupova i J-kuka



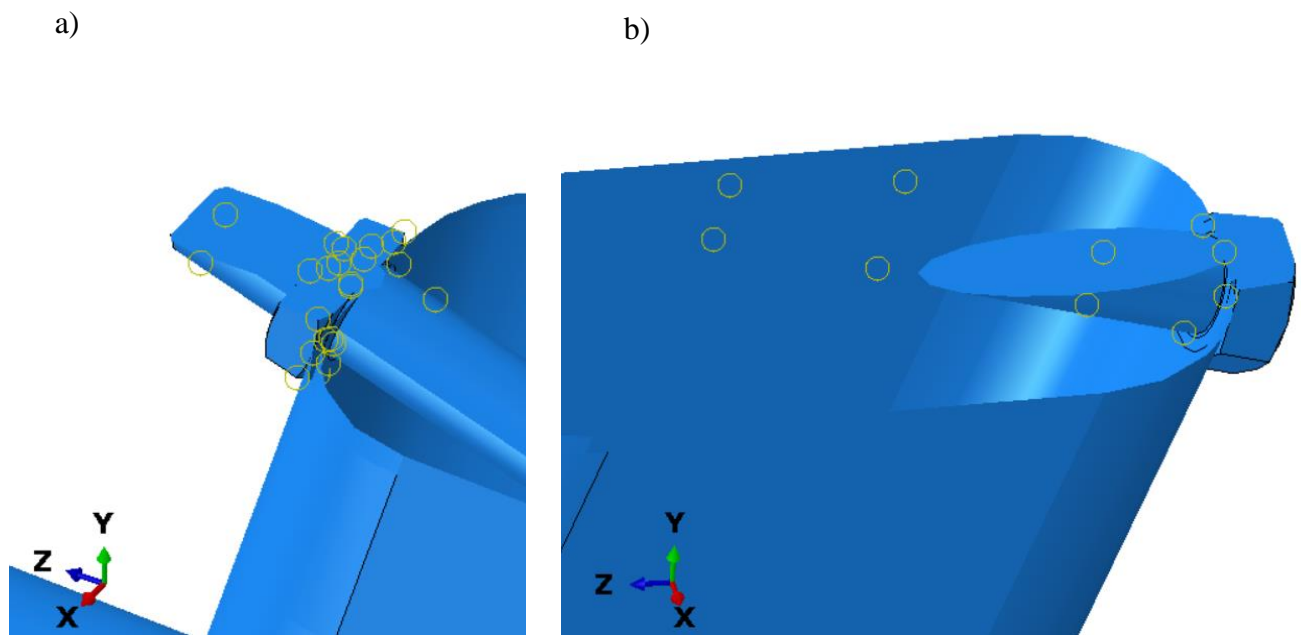
Slika 13. Prikaz kontaktne interakcije "Tie" na shell modelu između vertikalnih stupova i poprečnih profila



Slika 14. Prikaz kontaktne interakcije "Tie" na shell modelu između šipke i vertikalnih stupova



Slika 15. Prikaz kontaktne interakcije "Tie" na shell modelu između nogu i vertikalnih stupova

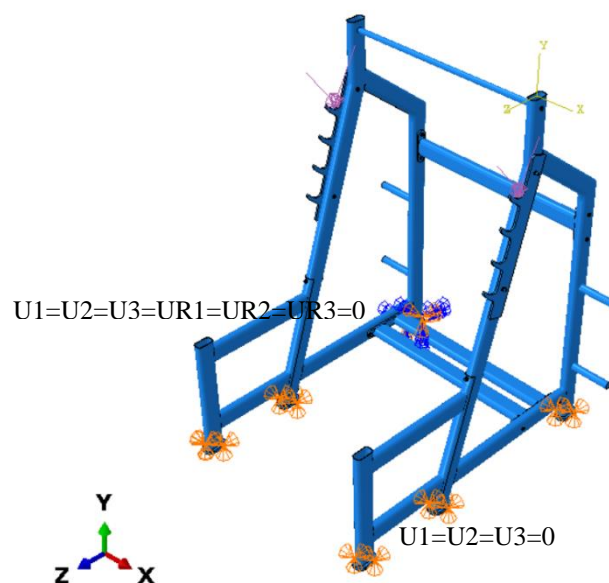


Slika 16. Prikaz kontaktne interakcije "Tie" na shell modelu između matice, vijka i noge a) te vijka i vertikalnog stupa b)

Analogno su postavljene interakcije i na 3D modelu squat rack-a

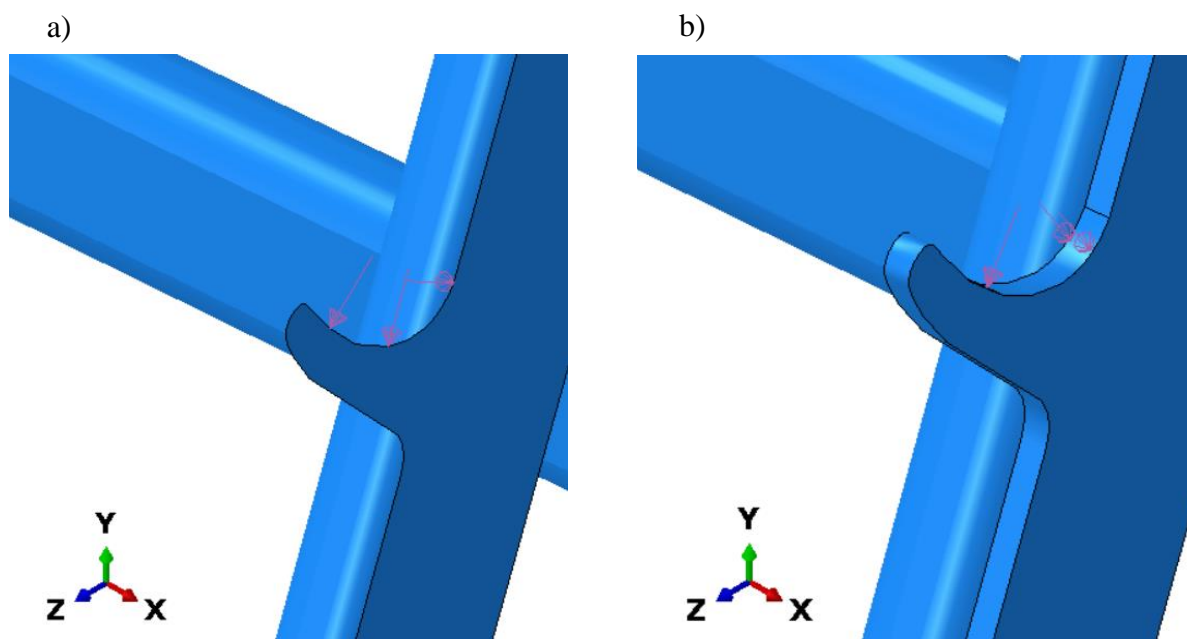
6.2. Opterećenje

Težina šipke i utega postavljena je kao kontinuirano opterećenje po površini J-kuka. Stražnji dio vertikalnog stupa squat rack-a uklješten je na dnu, dok je na prednje noge squat rack-a i na preostale dijelove vertikalnih stupova također na dnu, postavljeno ograničenje da su pomaci u smjeru osi X, Y i Z jednaki nula kao što prikazuje slika 21.



Slika 17. Prikaz opterećenja i rubnih uvjeta na modelu squat rack-a

Analogno su postavljena opterećenja i rubni uvjeti i na 3D modelu squat rack-a.



Slika 18. Kontinuirano opterećenje po rubu J-kuke a) shell model, b) 3D model

6.2.1. Izračun opterećenja

Kako bi se mogla definirati vrijednost opterećenja koje djeluje na J-kuke u Abaqusu, trebalo je definirati kako je masa utega i šipke raspodijeljena na par J-kuka. U promatranom slučaju masa utega i šipke iznosi 363kg, što je ujedno i najveća kilaža koju squat rack može izdržati. Masa utega i šipke jednako je raspodijeljena na par J-kuka, odnosno na svakoj J-kuki nalazi se 181,5kg. Iz jednadžbe (3.2) slijedi da je ukupna sila koja djeluje na par J-kuka 3630 N, tj. na svaku J-kuku djeluje 1815 N.

6.2.1.1. Opterećenje za 3D model

Za definiranje opterećenja u 3D modelu korištena je opcija “*Pressure*”. Mjerna jedinica je N/mm^2 , što znači da je silu koja djeluje na J-kuku potrebno podijeliti s površinom kako bi dobili točan iznos:

$$p = \frac{F}{A}, \quad (6.1)$$

gdje je:

p – pressure, tj. talk [N/mm^2],

F – sila [N],

A – površina [mm^2].

Iznos površine na koju sjeda šipka sa utezima iznosi $568,55\text{mm}^2$, dok sila iznosi 1815 N. Uvrštavanjem navedenih vrijednosti u jednadžbu (6.1) dobije se izraz koji glasi:

$$p = \frac{1815}{568,55} = 3,19 \text{ MPa.} \quad (6.2)$$

6.2.1.2. Opterećenje za shell model

Za definiranje opterećenja u shell modelu korištena je opcija “*Shell edge load*”. Mjerna jedinica je N/mm, što znači da je silu koja djeluje na J-kuku potrebno podijeliti s duljinom kako bi dobili točan iznos:

$$q = \frac{F}{L} \quad (6.3)$$

gdje je:

q – shell edge load [N/mm],

F – sila [N],

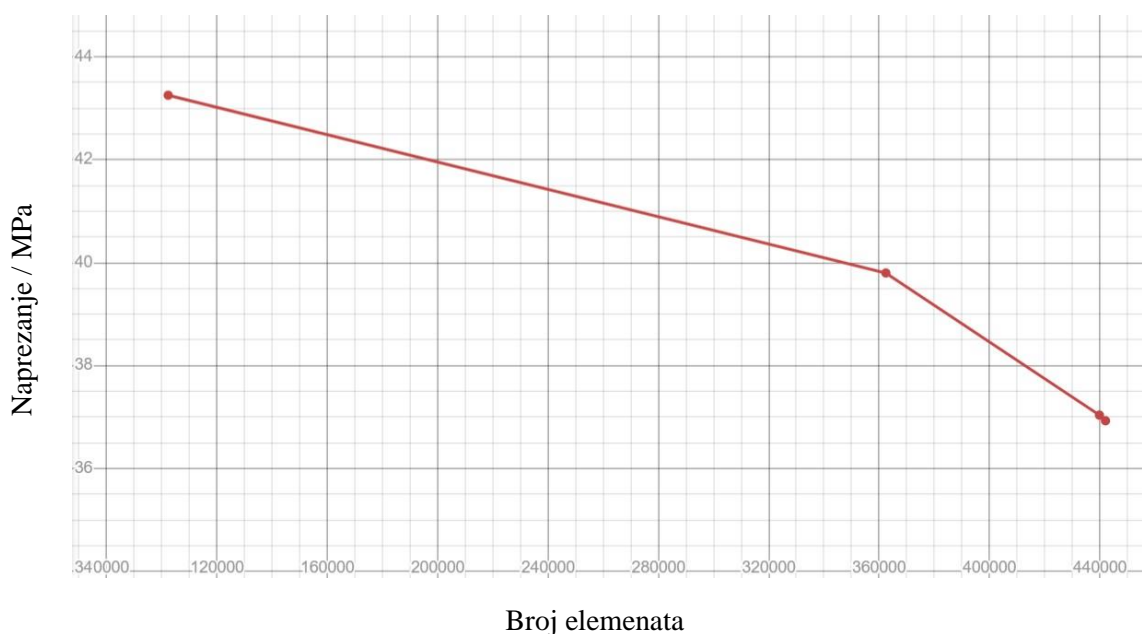
L – duljina [mm].

Duljina iznosi 56,855mm, dok sila iznosi 1815 N. Uvrštavanjem navedenih vrijednosti u jednadžbu (6.3) dobije se izraz koji glasi:

$$q = \frac{1815}{56,855} = 31,9 \text{ N/mm.} \quad (6.4)$$

6.3. Mreža konačnih elemenata shell modela

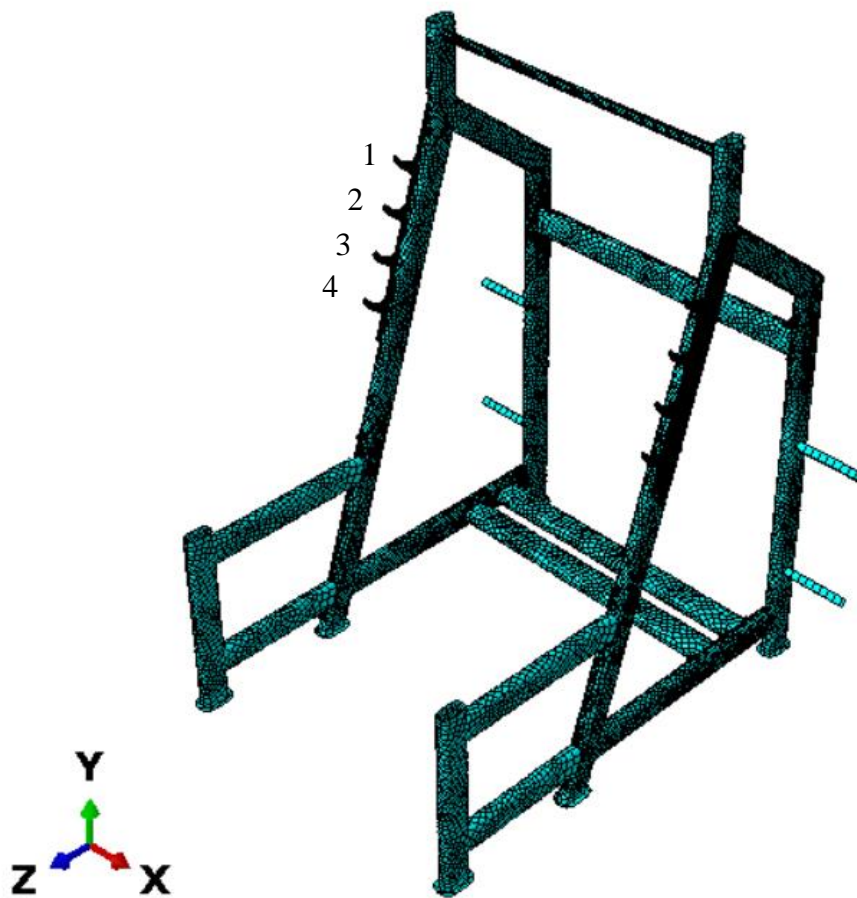
Za analizu shell modela squat rack-a korišteni su S8R elementi i S4R elementi. S8R predstavlja 8-čvorni ljuskasti element, a S4R je 4-čvorni ljuskasti element. Za shell model provedena je konvergencija rješenja, a prikazana je dijagramom ovisnosti naprezanja o broju konačnih elemenata. Provedenom konvergencijom može se zaključiti da povećanjem broja konačnih elemenata razlika u napreznjima postaje manja i vrijednost naprezanja se smanjuje. Naprezanja koja prikazuje dijagram su maksimalna naprezanja očitana na četvrtoj J-kuki. Iako naprezanja na četvrtoj J-kuki nisu drastično velika u odnosu na ostale J-kuke i dalje predstavljaju najveća naprezanja u modelu. Bitno je osigurati da rješenje konvergira na lokaciji najvećih naprezanja te je iz tog razloga dijagram konvergencije rješenja prikazan za četvrtu J-kuku. Slika 23. prikazuje dijagram konvergencije rješenja za shell model.



Slika 19. Konvergencija rješenja shell modela squat rack-a

Pri ispitivanju konvergencije korištene su mreže od 102291, 362460, 439884 te 442081 konačnih elemenata, a za konačnu diskretizaciju odabrana je mreža sa 442081 konačnih elemenata.

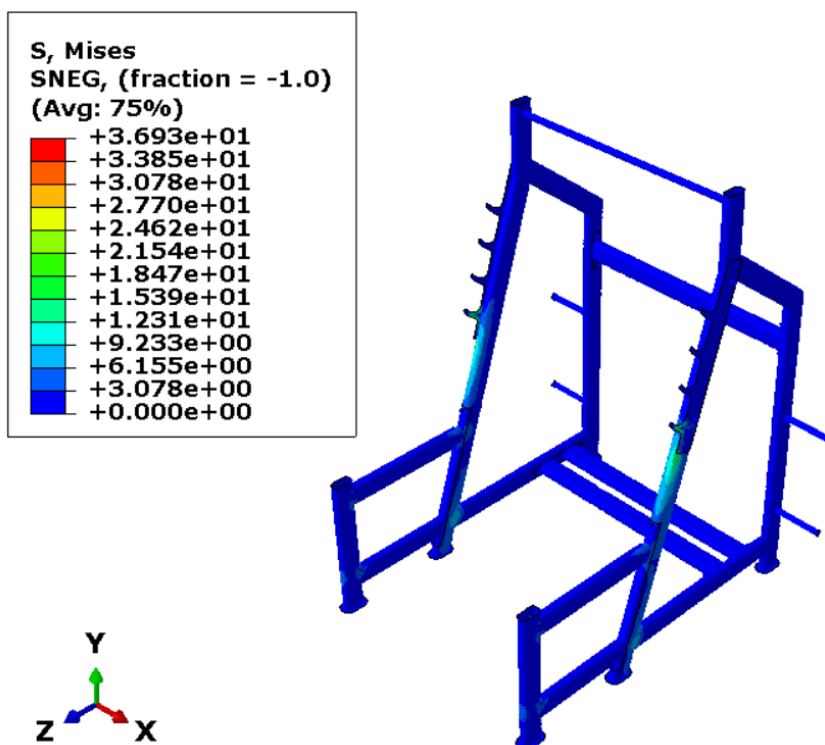
Slika ispod prikazuje raspodjelu konačnih elemenata na shell modelu.



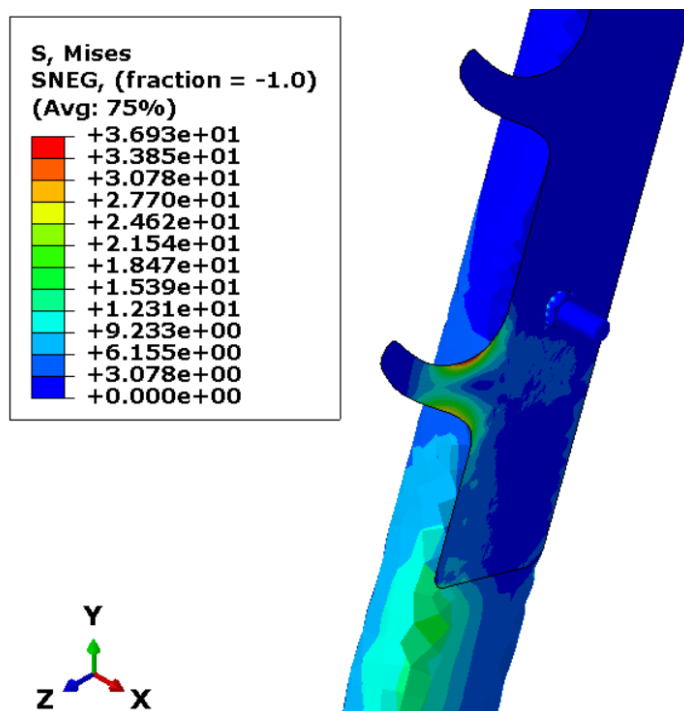
Slika 20. Raspodjela konačnih elemenata na shell modelu

6.4. Rezultati

S obzirom da su razlike između vrijednosti naprezanja na J-kukama vrlo male (što će se kasnije u radu vidjeti na dijagramu) te se najveća naprezanja na svakoj J-kuki javljaju na istom mjestu, prikazat će se raspodjela ekvivalentnih naprezanja samo za četvrtu kuku. Slike 25. i 26. prikazuju raspodjelu ekvivalentnih naprezanja kada se teret nalazi na četvrtoj kuki.

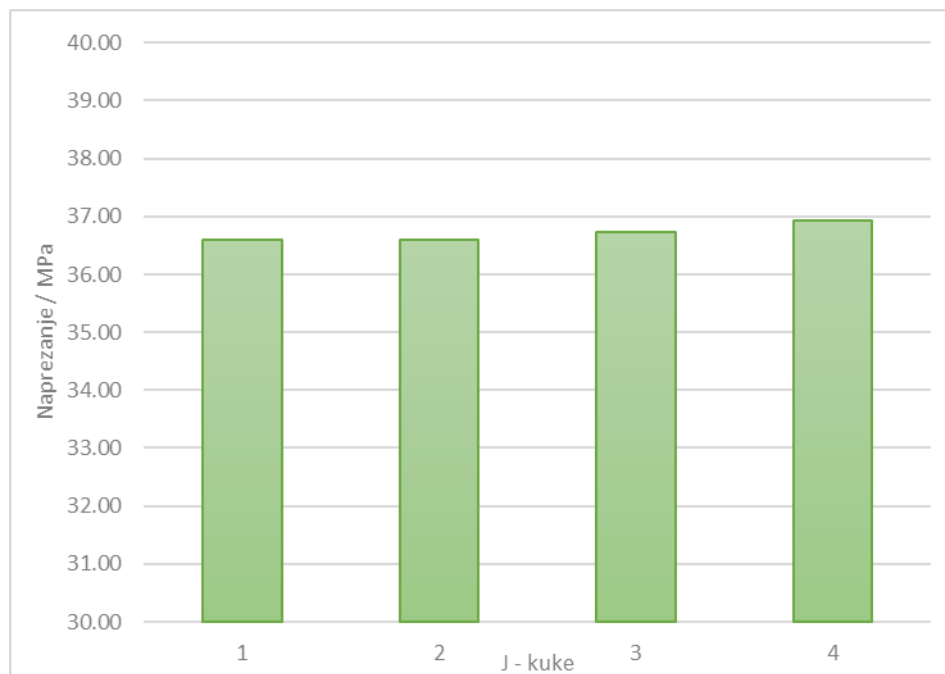


Slika 21. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po Shell modelu za slučaj kada je opterećena četvrta J-kuka



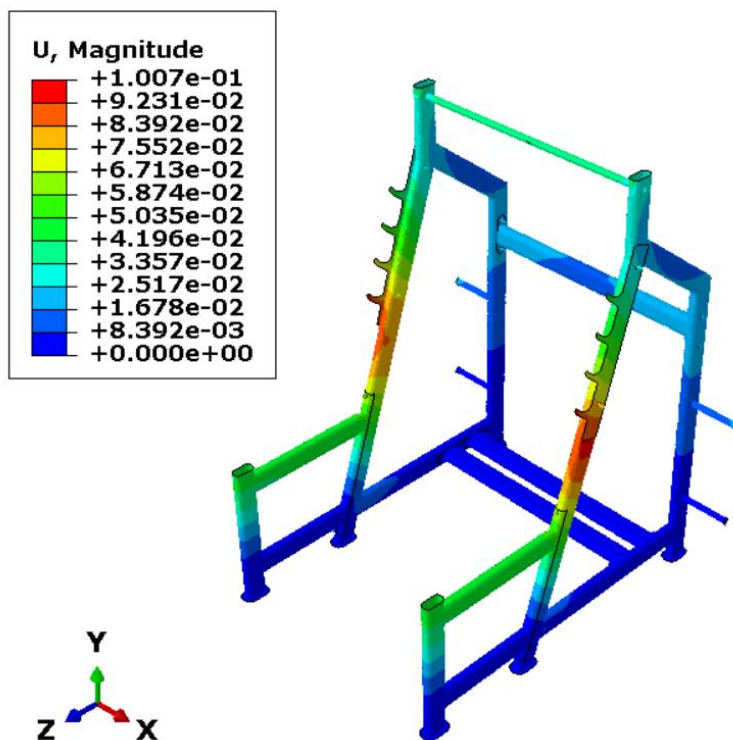
Slika 22. Detalj raspodjele ekvivalentnih naprezanja na četvrtoj J-kuki

Granica tečenja materijala S235JR iznosi 225 MPa te se iz rezultata može zaključiti kako prilikom postavljanja opterećenja, tj. opterećivanja J-kuke, od prve do četvrte, maksimalna naprezanja ne prelaze 225 MPa. Iz dijagrama na slici 27. vidljivo je da se najveće naprezanje javlja kada je teret postavljen na četvrtu J-kuku i iznosi 36,93 MPa.



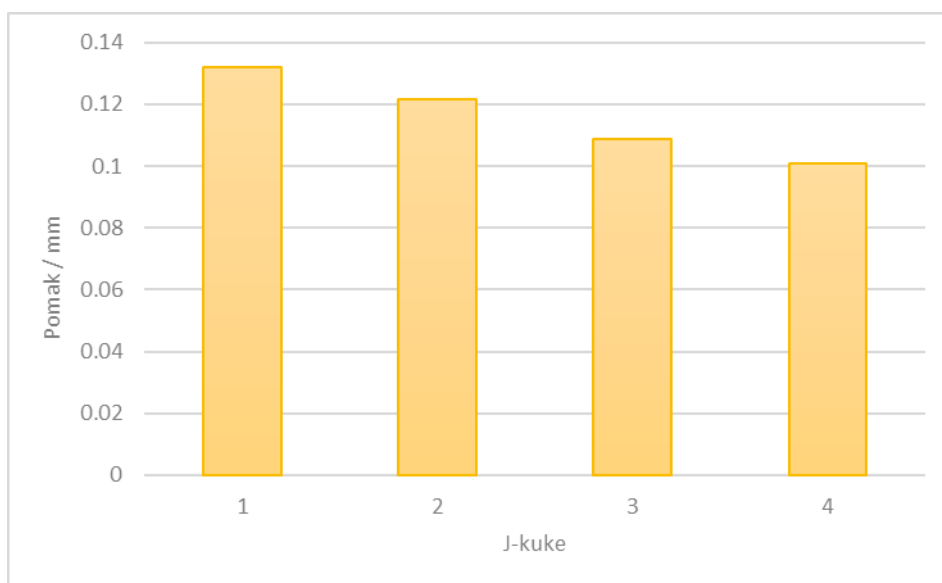
Slika 23. Prikaz naprezanja na J-kukama za shell model

S obzirom da su razlike između vrijednosti pomaka na J-kukama vrlo male (što će se kasnije u radu vidjeti na dijagramu) prikazat će se raspodjela pomaka samo za četvrtu kuku. Raspodjela pomaka na squat rack-u prilikom opterećivanja četvrte J-kuke prikazana je na slici 28.



Slika 24. Raspodjela pomaka na shell modelu pri opterećenju četvrte J-kuke

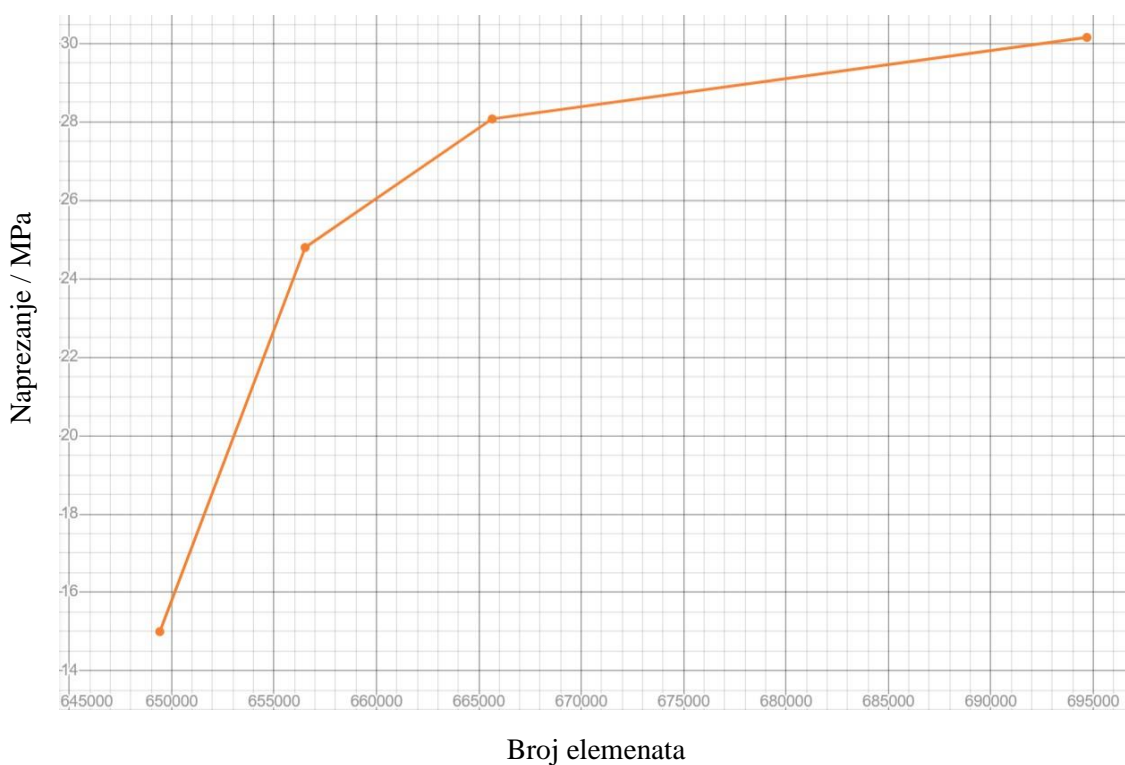
Dijagram na slici 29. prkazuje vrijednosti pomaka kada s teret nalazi na prvoj, drugoj, trećoj te četvrtoj J-kuki. Može se zaključiti da su razlike u pomacima između svake J-kuke minimalne.



Slika 25. Vrijednosti pomaka prilikom opterećivanja različitih J-kuka

6.5. Mreža konačnih elemenata 3D modela

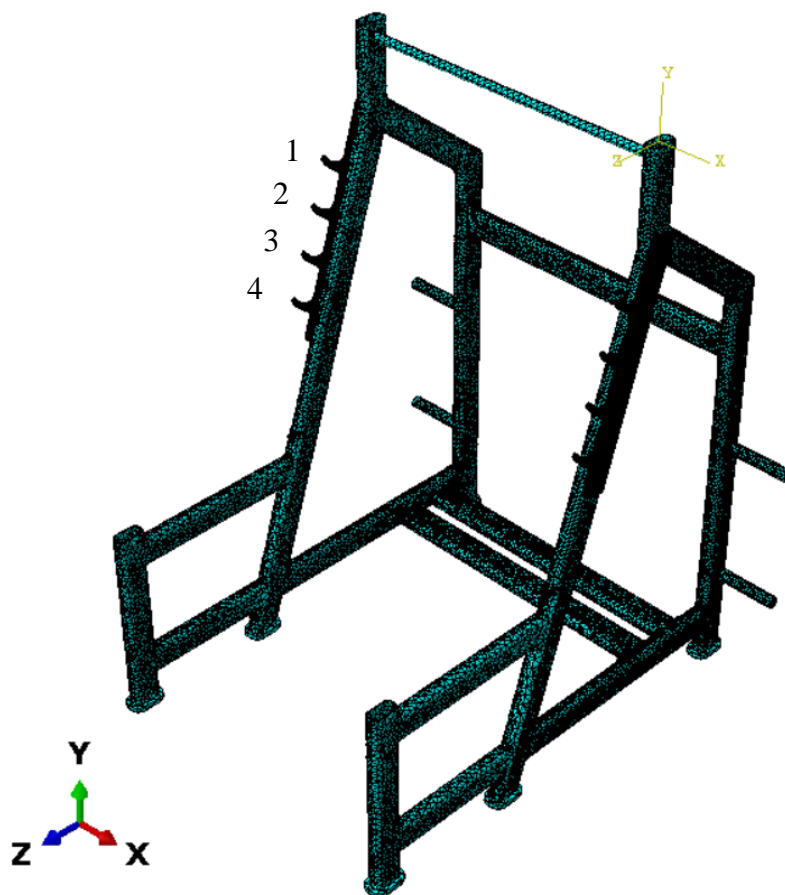
Geometrija 3D modela squat rack-a diskretizirana je pomoću C3D10 elemenata. C3D10 je 10-čvorni tetraedarski element. Za 3D model provedena je konvergencija rješenja, a prikazana je dijagramom ovisnosti naprezanja o broju konačnih elemenata. Provedenom konvergencijom može se zaključiti da povećanjem broja konačnih elemenata razlika u napreznjima postaje manja i vrijednost naprezanja se povećava. Napreznja koja prikazuje dijagram su maksimalna napreznja očitana na četvrtoj J-kuki. Iako napreznja na četvrtoj J-kuki nisu drastično velika u odnosu na ostale J-kuke i dalje predstavljaju najveća napreznja u modelu. Bitno je osigurati da rješenje konvergira na lokaciji najvećih napreznja te je iz tog razloga dijagram konvergencije rješenja prikazan za četvrtu J-kuku. Slika 30. prikazuje dijagram konvergencije rješenja za 3D model.



Slika 26. Konvergencija rješenja 3D modela squat rack-a

Pri ispitivanju konvergencije korištene su mreže od 649422, 656518, 665652 te 694693 konačnih elemenata, a za konačnu diskretizaciju odabrana je mreža sa 694693 konačnih elemenata.

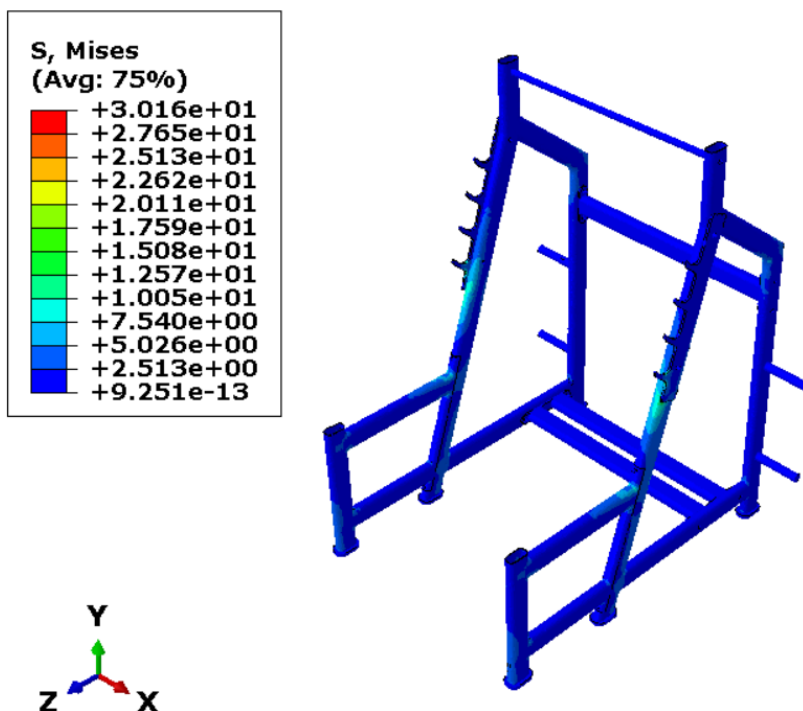
Slika ispod prikazuje raspodjelu konačnih elemenata na 3D modelu.



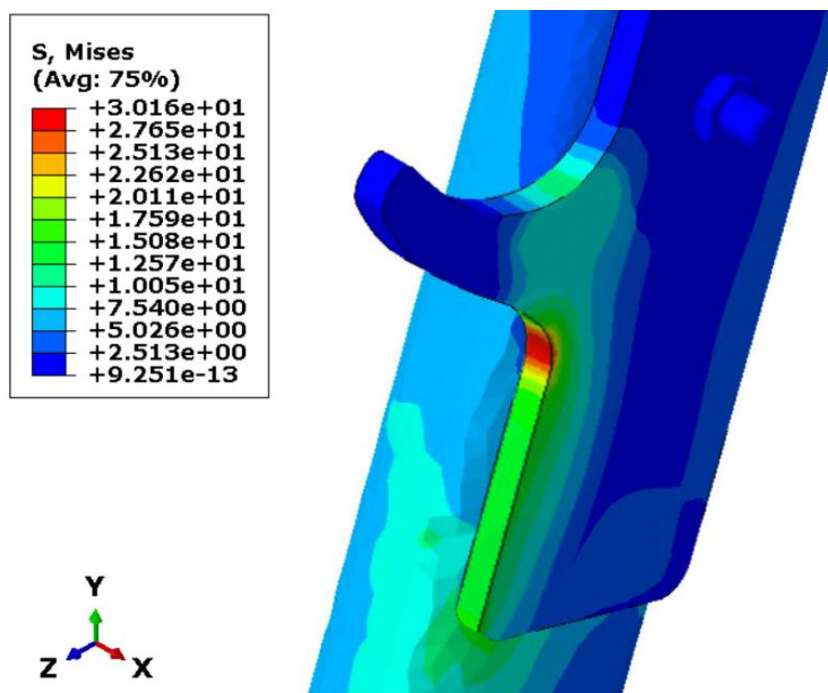
Slika 27. Raspodjela konačnih elemenata na 3D modelu

6.6. Rezultati

S obzirom da su razlike između vrijednosti naprezanja na J-kukama vrlo male (što će se kasnije u radu vidjeti na dijagramu) te se najveća naprezanja na svakoj J-kuki javljaju na istom mjestu, prikazat će se raspodjela ekvivalentnih naprezanja samo za četvrtu kuku. Slike 32. i 33. prikazuju raspodjelu ekvivalentnih naprezanja kada se teret nalazi na četvrtoj kuki.

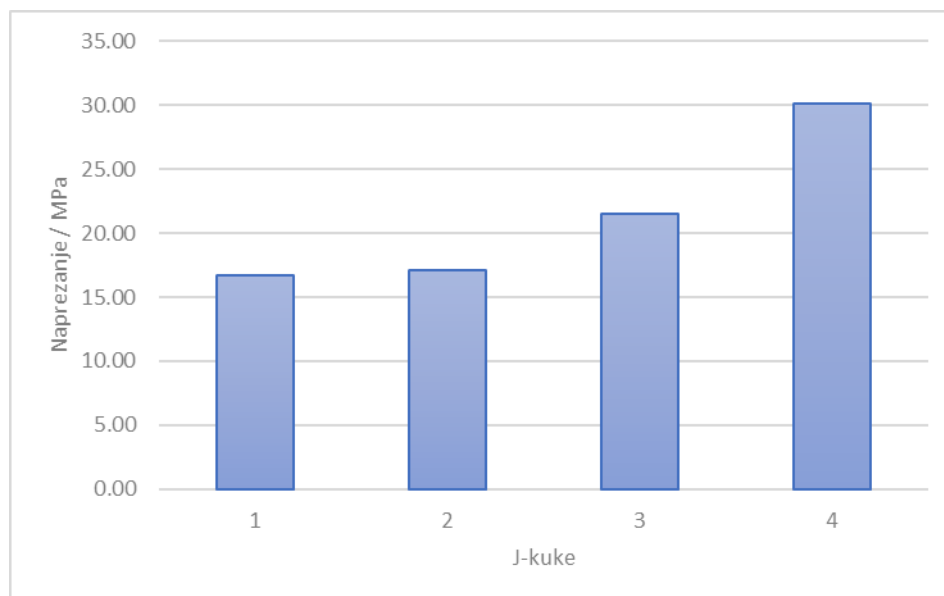


Slika 28. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po 3D modelu za slučaj kada je opterećena četvrta J-kuka



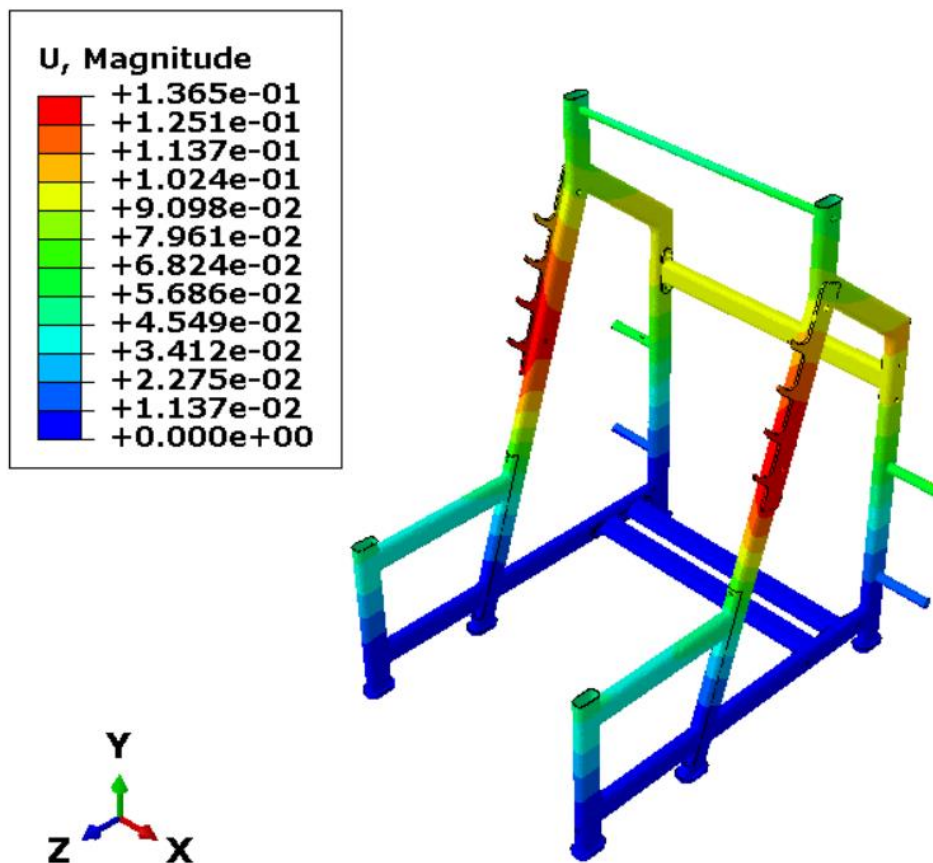
Slika 29. Detalj raspodjele ekvivalentnih naprezanja na četvrtoj J-kuki

Granica tečenja materijala S235JR iznosi 225 MPa te se iz rezultata može zaključiti kako prilikom postavljanja opterećenja, tj. opterećivanja J-kuke, od prve do četvrte, maksimalna napreznja ne prelaze 225 MPa. Iz dijagrama na slici 34. vidljivo je da se najveće napreznje javlja kada je teret postavljen na četvrtu J-kuku i iznosi 30,16 MPa.



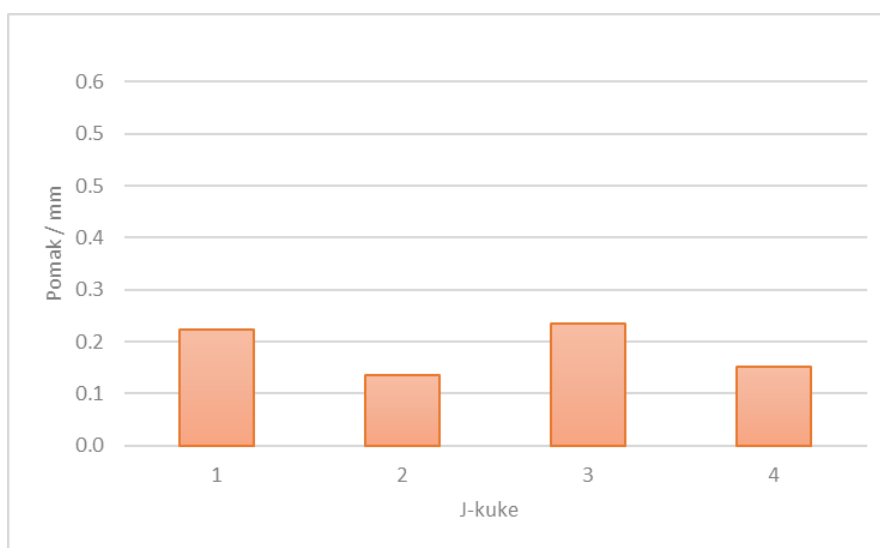
Slika 30. Prikaz napreznja na J-kukama za 3D model

S obzirom da su razlike između vrijednosti pomaka na J-kukama vrlo male (što će se kasnije u radu vidjeti na dijagramu) prikazat će se raspodjela pomaka samo za četvrtu kuku. Raspodjela pomaka na squat rack-u prilikom opterećivanja četvrte J-kuke prikazana je na slici 35.



Slika 31. Raspodjela pomaka na 3D modelu pri opterećenju četvrte J-kuke

Dijagram na slici 36. prikazuje vrijednosti pomaka kada s teret nalazi na prvoj, drugoj, trećoj te četvrtoj J-kuki. Može se zaključiti da su razlike u pomacima između J-kuka minimalne.

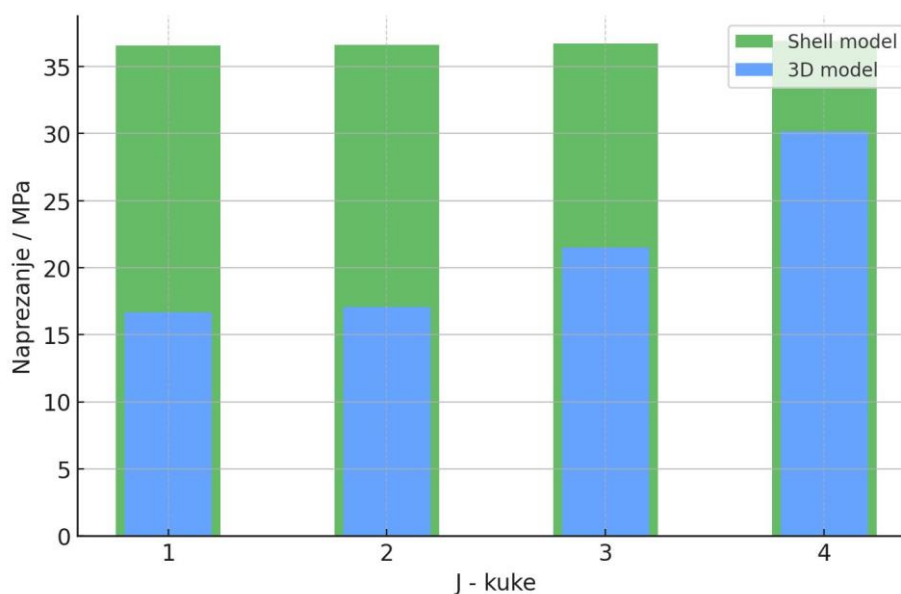


Slika 32. Vrijednosti pomaka prilikom opterećivanja različitih J-kuka

7. USPOREDBA REZULTATA

7.1. Usporedba napreznja

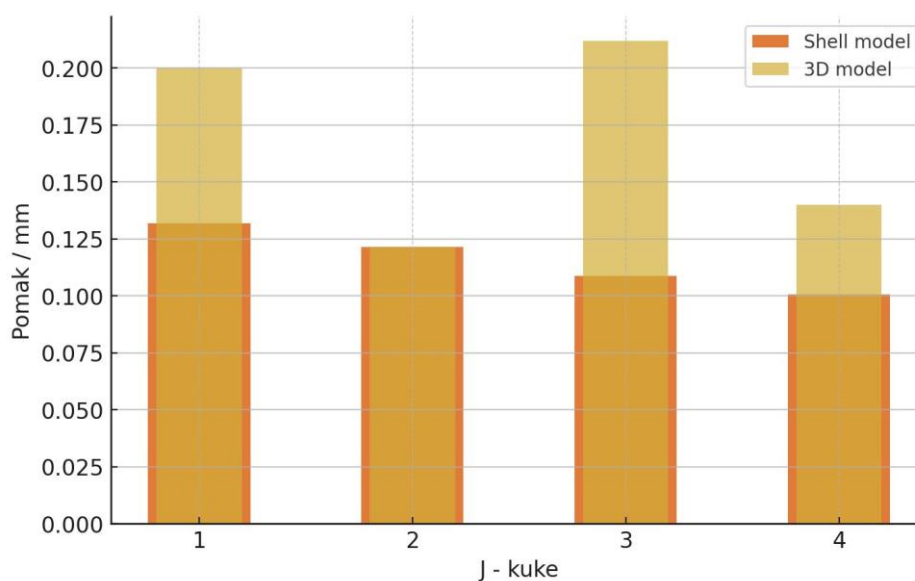
Dijagram na slici 37. prikazuje usporedbu napreznja na squat rack-u za različite metode diskretizacije – ljuskasti elementi i 3D elementi. Napreznja su analizirana na četiri različite J-kuke, gdje x-os označava broj J-kuke, a y-os predstavlja napreznja u MPa. Iz dijagrama se može zaključiti da su napreznja dobivena korištenjem 3D elemenata manja u odnosu na napreznja dobivena korištenjem ljuskastih elemenata. Konkretno, napreznja kod shell modela kreću se oko 36-37 MPa, dok kod 3D modela iznose između 16-30 MPa. 3D model pokazuje niža napreznja jer bolje opisuje raspodjelu opterećenja i realističnije prikazuje krutost konstrukcije. Također dijagram pokazuje kako su napreznja relativno ujednačena između pojedinih kuka s manjim oscilacijama. Ako je cilj jednostavna i brza analiza, shell model može biti dobar izbor. Međutim, za preciznije rezultate i realniju distribuciju napreznja preporučuje se korištenje 3D modela.



Slika 33. Usporedba napreznja shell modela i 3D modela

7.2. Usporedba pomaka

Prikazani dijagram na slici 38. pokazuje usporedbu pomaka konstrukcije squat rack-a na različitim J-kukama, pri čemu su analizirani rezultati za model diskretiziran ljuskastim elementima i 3D elementima. Na x-osi su označene J-kuke, a na y-osi pomaci na konstrukciji. Kako se iz dijagrama vidi, pomaci dobiveni korištenjem ljuskastih elemenata su manji u odnosu na pomake dobivene korištenjem 3D elemenata. Primjerice, za prvu kuku, pomak za shell model iznosi 0,1318 mm, dok za 3D model iznosi 0,2 mm, što je 1,5 puta veći pomak u odnosu na pomak dobiven kod shell modela. Sličan trend prisutan je kod svih kuka, pri čemu ljuskasti elementi daju manje pomake u odnosu na 3D model. Na temelju ovih rezultata može se zaključiti da kada je potrebno procijeniti deformaciju konstrukcije, 3D model daje realniju sliku stvarnog ponašanja squat rack-a. Shell model može poslužiti za brže i manje zahtjevne analize.



Slika 34. Usporedba pomaka shell modela i 3D modela

8. ZAKLJUČAK

U ovom radu provedena je analiza krutosti squat rack-a primjenom metode konačnih elemenata (MKE). Cilj analize bio je utvrditi raspodjelu naprezanja i pomaka u konstrukciji squat rack-a pod djelovanjem maksimalnog opterećenja te usporediti različite metode diskretizacije, uključujući ljuskaste i trodimenzionalne elemente.

Numerička analiza provedena je u softverskom paketu Abaqus 2023, pri čemu je 3D model squat rack-a prethodno izrađen u SolidWorks-u 2020. Modeli su podvrgnuti statičkom opterećenju koje odgovara maksimalnom opterećenju od 3630 N, što odgovara težini šipke i utega od 363 kg. Definirani su prikladni rubni uvjeti i kontaktne interakcije između različitih dijelova konstrukcije kako bi se osigurala realistična simulacija ponašanja squat rack-a.

Rezultati simulacije pokazali su da najveća koncentracija naprezanja nastaje na J-kukama, pri čemu maksimalno naprezanje ne prelazi granicu tečenja materijala S235JR od 225 MPa. Usporedba ljuskastog (shell) i 3D modela pokazala je značajne razlike – ljuskasti elementi su dali veće vrijednosti naprezanja, ali manje vrijednosti pomaka u usporedbi s 3D modelom. Primjerice, maksimalno naprezanje kod 3D modela iznosilo je približno 30 MPa, dok je kod ljuskastog modela dostizalo 36 MPa. Međutim, maksimalni pomaci u shell modelu bili su 1,5 puta manji nego u 3D modelu, što ukazuje na podcijenjene rezultate u slučaju pojednostavljene diskretizacije.

Na temelju dobivenih rezultata može se zaključiti da metoda konačnih elemenata omogućuje preciznu procjenu opterećenja i deformacija konstrukcije squat rack-a. Iako ljuskasti elementi omogućuju brzu analizu s manjim računalnim zahtjevima, 3D model se pokazao pouzdanijim za detaljnu procjenu strukturne čvrstoće i sigurnosti konstrukcije. Analiza je potvrdila da dizajn squat rack-a zadovoljava sigurnosne zahtjeve pri definiranim uvjetima opterećenja, bez pojave plastičnih deformacija ili ugrožavanja strukturne stabilnosti.

Također, buduća istraživanja mogu uključivati dinamičke analize kako bi se bolje razumjelo ponašanje konstrukcije pod promjenjivim opterećenjima, poput naglog ispuštanja utega.

LITERATURA

- [1] kingsbox.com/blog/en/how-to-choose-the-equipment/squat-rack-the-incredible-story-and-evolution-of-the-gym-power-rack/
- [2] againfaster.eu/en_gb/blog/what-are-the-advantages-and-disadvantages-of-a-squat-rack.html
- [3] garagegymexperiment.com/2022/09/29/the-history-of-the-power-rack/
- [4] ritfitsports.com/blogs/article/squat-rack-dimensions?srsltid=AfmBOopBLFrYdd7MdhrS4rAFImwsRJIdAMekfmt3IU8Ghb5NMYwXYIej
- [5] Tonković, Z.: Podloge za predavanja iz Pogonske č vrstoće
- [6] Sorić, J.: Uvod u numeričke metode u strojarstvu, Zagreb 2009.
- [7] Abaqus/CAE, Dassault Systems
- [8] Tonković, Z.: Podloge za predavanja iz Metode konačnih elemenata
- [9] Abaqus Analysis User's Manual; Version 6.8, Dassault Systems, SAD, 2014
- [10] Programski paket *Abaqus* 6.14-1
- [11] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb 2004.