

Konstrukcija para čelnika s ravnim zubima s ujednačenim klizanjem

Strniščak, Vedran

Undergraduate thesis / Završni rad

2025

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:392620>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-29**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Vedran Strniščak

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD
KONSTRUKCIJA PARA ČELNIKA S
UJEDNAČENIM KLIZANJEM

Mentor:

dr. sc. Dragan Žeželj, dipl. ing.

Student:

Vedran Strnišćak

Zagreb, 2025.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc.-u Draganu Žeželju za svu pruženu pomoć i savjete tokom izrade ovog rada.

Vedran Strnišćak



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodostrojarški

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 25 – 06 / 1	
Ur.broj: 15 – 25 –	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Vedran Strnišćak**

JMBAG: 0035230879

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Konstrukcija para čelnika s ravnim zubima s ujednačenim klizanjem**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Design of a spur gear pair with straight teeth with uniform sliding**

Opis zadatka:

Bokovi zuba para zupčanika s evolventnim ozubljenjem tijekom rada klizu i kotrljaju se jedni po drugima. Brzina klizanja ima direktan utjecaj kako na stvaranje hidrodinamičkog uljnog filma, tako i na neka karakteristična oštećenja, a posebnu važnost ima na početku i kraju zahvata. Odgovarajućom podjelom pomaka profila mogu se brzine klizanja u tim točkama ujednačiti.

U okviru rada, za par čelnika s ravnim zubima i evolventnim ozubljenjem, potrebno je:

- odrediti analitički model brzina klizanja i specifičnih klizanja duž zahvatne crte, od početka do kraja zahvata
- za proizvoljno odabrane ulazne podatke dimenzionirati par bez zahtjeva za standardni osni razmak te kreirati dijagram faktora klizanja i specifičnog klizanja
- odrediti pomake profila tako da se ujednače brzine klizanja na početku i kraju zahvata, istovremeno ispunjavajući uvjete podrezanosti i zašiljenosti te uvjet da suma pomaka bude manja ili jednaka jedan
- rezultate brzina klizanja u prvom i zadnjoj točki zahvata usporediti s vrijednostima za nulti par zupčanika istog modula i broja zubi
- uporabom odgovarajućeg programskog paketa ispitati čvrstoću zupčanika jednog i drugog para te komentirati rezultat
- za dimenzionirani par zupčanika kreirati odgovarajuće radioničke crteže.

Vrijednosti potrebne za proračun i odabir pojedinih komponenti usvojiti iz postojećih rješenja sličnih sustava, iskustvenih vrijednosti te u dogovoru s mentorom.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu, norme kao i možebitno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2024.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Dragan Žeželj

Datum predaje rada:

- 1. rok: 20. i 21. 2. 2025.
- 2. rok: 10. i 11. 7. 2025.
- 3. rok: 18. i 19. 9. 2025.

Predviđeni datumi obrane:

- 1. rok: 24. 2. – 28. 2. 2025.
- 2. rok: 15. 7. – 18. 7. 2025.
- 3. rok: 22. 9. – 26. 9. 2025.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

SADRŽAJ

POPIS SLIKA.....	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA.....	V
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY.....	VIII
1. Uvod.....	1
1.1 Osnove	1
1.2 Oštećenja zupčanika	3
2. Analiza brzine klizanja	6
2.1 Opći zakon ozubljenja	6
2.2 Proračun brzine klizanja za bilo koju točku na putu zahvata	8
2.3 Faktor klizanja i specifično klizanje	11
2.4 Izbor pomaka profila radi izravnavanja specifičnog klizanja na početku i na kraju zahvata.....	12
2.5 Izbor pomaka profila radi povećanja vijeka trajanja	13
3. Dimenzioniranje nultog para	16
3.1 Ulazni podatci	16
3.2 Podatci o materijalu	16
3.3 Izračun orijentacijskog modula zuba	17
3.3.1 Orijetacijski modul prema opteretivosti korijena zuba	17
3.3.2 Orijetacijski modul prema opteretivosti boka zuba	18
3.4 Određivanje dimenzija zupčanika	19
3.5 Izračunavanje specifičnih klizanja i faktora klizanja.....	21
3.6 Dijagrami specifičnih klizanja i faktora klizanja.....	24
4. Dimenzioniranje čelnika s ujednačenim brzinama klizanja	26
4.1 Određivanje potrebnih pomaka profila	26
4.2 Određivanje dimenzija zupčanika	29
4.3 Izračunavanje specifičnih klizanja i faktora klizanja.....	30
5. Analiza i usporedba rezultata	34
6. Proračun čvrstoće zupčanika	35
6.1 Proračun čvrstoće nultoga para	35

6.2 Proračun nosivosti para čelnika sa ujednačenim specifičnim brzinama klizanja .	37
6.3 Potrebna debljina uljnoga filma	40
6.3.1 Minimalna debljina uljnog filma V para	40
6.3.2 Minimalna debljina uljnog filma nultog para	42
7. Zaključak	43
8. Literatura	44
PRILOZI	45

POPIS SLIKA

Slika 1. Cilindrični zupčanik, pužni par, stožasti zupčanici [2], [3], [4].....	1
Slika 2. Oznake na čelnicima s ravnim zubima [1]	2
Slika 3. Mehaničko opterećenje zuba [1]	3
Slika 4. Opterećenje zuba zupčanika [1]	3
Slika 5. Opći zakon ozubljenja [1]	6
Slika 6. Oznake i geometrijski odnosi općeg zakona ozubljenja [1]	8
Slika 7. Relativna brzina klizanja [1]	9
Slika 8. Komponente brzine zuba za dodir u točki P_y [5].....	10
Slika 9. Faktor klizana Kk i specifično klizanje ζ [1]	11
Slika 10. Dužine bokova na tjemenu i podnožju ($A1, E1, A2, E2$) gdje se javljaju maksimalne vrijednosti specifičnog klizanja [1]	14
Slika 11. Dijagram specifičnog klizanja ζ po putu zahvata	24
Slika 12. Dijagram faktora klizanja Kk	25
Slika 13. Dijagram faktora pomaka profila i Fitness funkcije.....	27
Slika 14. Dijagram faktora pomaka profila i stvarnog omjera radijusa zakrivljenosti ..	27
Slika 15. Dijagram ovisnosti stupnja prekrivanja $\varepsilon\alpha$ o pomacima profila x_1 i x_2	28
Slika 16. Dijagram ujednačenih specifičnih klizanja	33
Slika 17. Dijagram faktora klizanja para čelnika s ujednačenim specifičnim klizanjem	33
Slika 18. Unošenje podataka nultoga para.....	35
Slika 19. Proračun nosivosti nultoga para	36
Slika 20. Pregled vrijednosti faktora	36
Slika 21. Unošenje podataka V para.....	38
Slika 22. Faktori V para	39
Slika 23. Proračun nosivosti V para	39

POPIS TABLICA

Tablica 1. Tangencijalne komponente brzina nultoga para.....	22
Tablica 2. Specifična klizanja nultoga para.....	22
Tablica 3. Faktori klizanja nultoga para	23
Tablica 4. Iznosi tangencijalnih komponenti brzina para čelnika sa ujednačenim specifičnim klizanjima	31
Tablica 5. Iznosi specifičnih klizanja za par čelnika sa izjednačenim specifičnim klizanjem na početku i na kraju zahvata	32
Tablica 6. Faktori klizanja za par čelnika sa izjednačenim specifičnim klizanjem na početku i na kraju zahvata	32
Tablica 7. Usporedba iznosa specifičnih klizanja.....	34

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a	mm	Osni razmak
a_d	mm	Proračunski osni razmak
α	°	Kut zahvatne linije
α_w	°	Pogonski kut zahvatne linije
α	GPa ⁻¹	Tlačno viskozni koeficijent
b	mm	Širina zupčanika
C_{ZR}	-	Pomoćni faktor hrapavosti
d	mm	Diobeni promjer zupčanika
d_a	mm	Tjemeni promjer zupčanika
d_b	mm	Temeljni promjer zupčanika
E	GPa	Modul elastičnosti
E'	GPa	Ekvivalentni modul elastičnosti
ε_α	-	Stupanj prekrivanja
F_{bn}	N	Normalna sila na bokove
φ	°	Tlačni kut
G	-	Pomoćni parametar pri izračunu potrebne debljine uljnog filma
g_α	mm	Put zahvata
h_{min}	μm	Minimalan potrebna debljina uljnog filma
i	-	Prijenosni omjer
K_k	-	Faktor klizanja
$K_{F\alpha}$	-	Faktor raspodjele opterećenja po širini bokova
$K_{F\beta}$	-	Faktor raspodjele opterećenja na pojedine zube za opterećenje bokova
L_h	h	Vijek trajanja
m	mm	Modul
n	s ⁻¹	Broj okretaja po sekundi
ω	rad ⁻¹	Kutna brzina
P	kW	Snaga
p	mm	Korak na diobenoj kružnici
p_e	mm	Korak na temeljnoj kružnici
r	mm	Radijus temeljne kružnice
r_a	mm	Radijus tjemene kružnice
r_b	mm	Radijus temeljne kružnice
ρ_y	mm	Radijus zakrivljenosti u pojedinim točkama zahvata
ρ_{red}	mm	Radijus relativne zakrivljenosti
R	mm	Ekvivalentni radijus zakrivljenosti

R_z	μm	Srednja visina hrapavosti
R_{z10}	μm	Srednja relativna visina hrapavosti
S_H	-	Faktor sigurnosti na opterećenje bokova
S_F	-	Faktor sigurnosti protiv savijanja korijena
σ_{Hlim}	MPa	Dopušteno naprezanje boka
σ_{Flim}	MPa	Dopušteno naprezanje korijena na savijanje
T	Nm	Okretni moment
U	-	Pomoćni parametar pri izračunu potrebne debljine uljnog filma
u	-	Stvarni prijenosni omjer
v_n	m/s	Brzina u smjeru normale na bok
v_t	m/s	Brzina u smjeru tangente na bok
v_k	m/s	Brzina klizanja
v_w	m/s	Obodan brzina na kinematskim kružnicama
ν	-	Poissonov koeficijent
z	-	Broj zubi zupčanika
W	-	Pomoćni parametar pri izračunu potrebne debljine uljnog filma
x	-	Faktor pomaka profila
Y_F	-	Faktor oblika
Y_ε	-	Faktor stupnja prekrivanja
Z_ε	-	Faktor stupnja prekrivanja
Z_H	-	Faktor oblika
Z_M	-	Faktor materijala
Z_R	-	Faktor hrapavosti površine
ζ	-	Specifično klizanje

SAŽETAK

U ovom radu napravljeno je rješenje para čelnika s ujednačenim specifičnim klizanjem po cijelom putu zahvata s ciljem smanjenja trošenja i povećanja vijeka trajanja zupčanika. Određen je analitički model brzine klizanja duž zahvatne linije, specifičnog klizanja i faktora klizanja te za proizvoljno odabrane ulazne podatke dimenzioniran nulti par čelnika i zatim uspoređen s parom čelnika s ujednačenim klizanjem. Proračun sadrži iterativno određivanje faktora pomaka profila s pomoću funkcije Solver u programu Excel te proračun čvrstoće s pomoću programa Autodesk Inventor Professional 2025 koji u sebi ima ugrađen proračun nosivosti zupčanika prema ISO 6336:1996. Rezultati pokazuju da V par čelnika ima povoljnije karakteristike u pogledu smanjenja trošenja te povećanja nosivosti. Također je proveden proračun minimalne debljine uljnog filma za oba para čelnika čime je osiguran pouzdan rad zupčanika te učinkovito podmazivanje. Rezultati rada pokazuju da ujednačavanje specifičnog klizanja predstavlja bitan faktor u poboljšanju uvjeta rada, smanjenja oštećenja te pouzdanosti i efikasnosti sustava.

SUMMARY

In this paper, a solution for a spur gear pair with uniform specific sliding along the entire path of contact was developed to reduce wear and increase gear lifespan. An analytical model was defined for the sliding velocity along the line of action, specific sliding, and sliding factor. For arbitrarily chosen input data, a standard spur gear pair was dimensioned and then compared with a pair featuring uniform sliding. The calculation includes an iterative determination of the profile shift factor using the Solver function in Excel, as well as a strength calculation using Autodesk Inventor Professional 2025, which has a built-in gear load capacity calculation according to ISO 6336:1996. The results show that the modified gear pair has more favorable characteristics in terms of wear reduction and increased load capacity. Additionally, the minimum oil film thickness was calculated for both gear pairs, ensuring reliable gear operation and effective lubrication. The results of the study indicate that uniform specific sliding is a key factor in improving operating conditions, reducing damage, and enhancing the reliability and efficiency of the system.

1. Uvod

1.1 Osnove

Zupčani par čine dva zupčanika u zahvatu te su jedni od najčešće korištenih strojnih elemenata. Zupčanici su rotacijski strojni elementi koji služe za prijenos okretnog momenta i snage s jednog vratila na drugo, a snaga i gibanje prenosi se oblikom, tj. ozubljenjem koje se nalazi na oba zupčanika u paru.

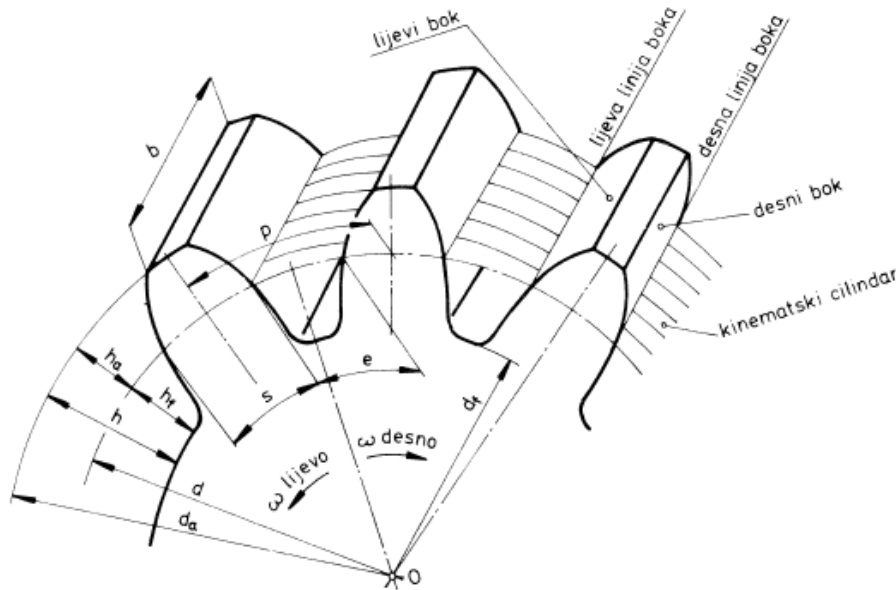
Zupčanici se općenito mogu podijeliti u više skupina prema njihovom obliku, međusobnom položaju vratila, vrsti ozubljenja i vrsti zubi na [1]:

- Cilindrični zupčanici
 - S ravnim zubima
 - S kosim zubima
 - Sa strelastim zubima
 - Sa zakrivljenim zubima
 - S unutrašnjim ozubljenjem
- Stožasti zupčanici:
 - S ravnim zubima
 - S kosim zubima
 - Sa zakrivljenim zubima
 - Sa strelastim zubima
- Pužni parovi



Slika 1. Cilindrični zupčanik, pužni par, stožasti zupčanici [2], [3], [4]

Na slici 2. prikazane su osnovne dimenzije i oznake za čelnike s ravnim zubima,



Slika 2. Oznake na čelnicima s ravnim zubima [1]

gdje je:

b – debljina zupčanika

h – visina zuba

d – promjer diobene kružnice

h_a – tjemena visina zuba

d_a – promjer tjemene kružnice

h_f – podnožna visina zuba

d_b – promjer temeljne kružnice

p – korak

d_f – promjer podnožne kružnice

s – debljina zuba

U praktičnoj primjeni su najrašireniji cilindrični zupčanici s ravnim zubima i evolventnim ozubljenjem, a razlozi tome se jednostavnost izrade, niža cijena proizvodnje u odnosu na ostale spomenute vrste zupčanika, mala osjetljivost na promjene osnovnog razmaka te činjenica da se u njihovom radu ne stvara aksijalna sila što im omogućuje lakšu montažu te su time široko primjenjivi u svim granama strojarstva. Naime, iz navedenih razloga im se postavljaju visoki zahtjevi u pogledu snage koju treba prenijeti, nosivosti te preciznosti u radu i njihovoj proizvodnji. [1]

1.2 Oštećenja zupčanika

Nosivost (opterećenje) zupčaničkih parova mora biti prilagođena tako da tijekom predviđenog vijeka trajanja ne dođe do oštećenja. Uzroci nastanka oštećenja mogu biti različiti, a među njih ubrajamo [1]:

1. Pogonska opterećenja zupčanika

- Uzrokuju smična naprezanja bokova, Hertzove kontaktne pritiske te naprezanja u korijenu i duž bokova zuba.

2. Pogonski uvjeti

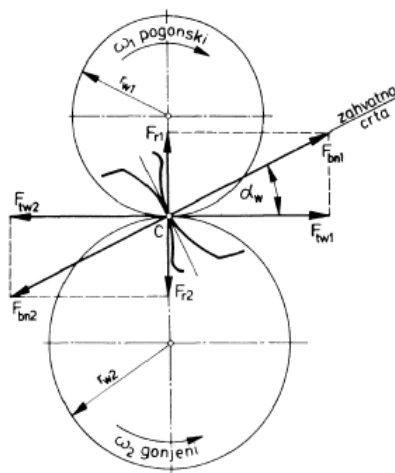
- Uključuju faktore poput maziva, prisutnosti lutajućih struja, korozije i stranih tijela u sustavu.

3. Stanje materijala

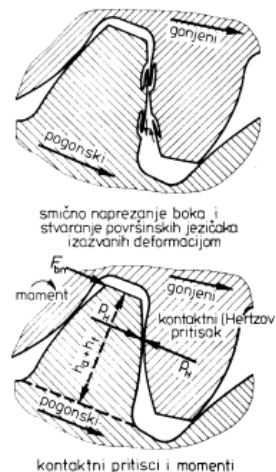
- Obuhvaća greške u materijalu, kvalitetu površinske obrade, odstupanja u dimenzijama te greške tijekom montaže

4. Promjene na zubima uzrokovane štetnim utjecaji

- Obuhvaćaju elastične deformacije bokova zuba i presjeka zuba, utjecaj vibracija, abrazivno trošenje bokova i koroziju trenja.



Slika 4. Opterećenje zuba zupčanika [1]



Slika 3. Mehaničko opterećenje zuba [1]

Sila koja djeluje između zuba dijeli se na obodnu i radijalnu komponentu te one skupa predstavljaju mehaničko opterećenje zupčanika (slika 3.). Obodna komponenta sile stvara savojno opterećenje u korijenu zuba, dok radijalna komponenta uzrokuje tlačna naprezanja na kontaktnoj površini. [1]

Prilikom zahvata zubi, svaki ima svoju brzinu koja se može rastaviti na normalnu i tangencijalnu komponentu. Normalne komponente brzina zubiju moraju biti jednake kako bi se bokovi neprestano dodirivali. Ako bi normalna komponenta brzine gonjenog zupčanika bila veća od pogonskog, tada bi došlo do odvajanja bokova, a ako bi normalna komponenta pogonskog bila veća, to bi značilo da je bok pogonskog zupčanika prodrijeo u gonjeni. Tangencijalne komponente brzina ovise o točki dodira na zahvatnoj liniji. Naime, jedino će u kinematskom polu, tj točki dodira kinematskih kružnica, tangencijalne komponente biti jednakih iznosa. U svakoj drugoj točki zahvata njihove će tangencijalne komponente biti različitih iznosa. Ako tangencijalna komponenta jednog boka poraste, drugoga boka će se smanjiti i obratno. Ta razlika tangencijalnih brzina je razlog pojave klizanja. [1]

Promjene brzine klizanja mogu dovesti do povećanja lokalnih naprezanja i trenja, posebno na početku i kraju zahvata, što povećava rizik od oštećenja zupčanika. [1]

Među najčešćim vrstama oštećenja su [1]:

- **Lom zuba zbog umora materijala**

- Do lomova zbog umora materijala dolazi kad su dinamička naprezanja izazvana opterećenjem većim od dinamičke izdržljivosti. Od male naprsline lom napreduje polako dok ne nastupi lom dijela zuba ili cijelog zuba
- Često se na mjestima nastanka loma, na početku prskotine, mogu opaziti uzroci nastale prskotine. Najčešće je to koncentracija naprezanja koju je izazvao bilo neki uključak bilo usahlina

- **Rupičenje (pitting)**

- To je oštećenje pri kojem se na površini bokova javljaju rupice velike od nekoliko desetinki milimetara do nekoliko milimetara (2 do 3), kao posljedica međusobnog valjanja i klizanja bokova te kontaktnih pritisaka i prisutnosti maziva
- Teorijski, rupice nastaju kao posljedica koncentracije naprezanja koju izazivaju kontaktni pritisci na mjestima najvećih smičnih naprezanja

- **Zaribavanje**

- Zaribavanje je oštećenje bokova izazvano istodobnim djelovanjem visokih površinskih pritisaka i brzina klizanja najčešće li blizini tjemena i podnožja boka zuba

- Do zaribavanja dolazi, kako se pretpostavlja, zbog prekida uljnog filma izazvanog visokim opterećenjem i velikim brzinama klizanja

- **Habanje (trošenje)**

- Habanje je oštećenje površine nastalo odnošenjem materijala sa cijele širine i visine zuba dugim radom
- Habanje može uzrokovati gubitak preciznosti zupčanika i povećano opterećenje na drugim komponentama sustava

- **Nasilni lomovi**

- Nasilne lomove izazivlju trenutna opterećenja pri kojim naprezanja prelaze čvrstoću loma. Do takvih preopterećenja dolazi najčešće zbog udara. Opterećenje koje dovodi do nasilnog loma nekoliko puta je veće od opterećenja koje izaziva lom zbog umornosti

Kombinacija visokog pogonskog opterećenja i velikih razlika u brzinama klizanja na početku i na kraju zahvata ima bitan utjecaj na stvaranje oštećenja čime se znatno smanjuje vijek trajanja zupčanika. Uspostavljanjem ujednačene brzine klizanja po cijelom zahvatu uz pravilno dimenzioniranje para predstavljalo bi rješenje za smanjenje oštećenja zupčanika te povećanja vijeka trajanja i pouzdanosti. Time bi se smanjili troškovi te osigurao stabilan i učinkovit rad sustava.

2. Analiza brzine klizanja

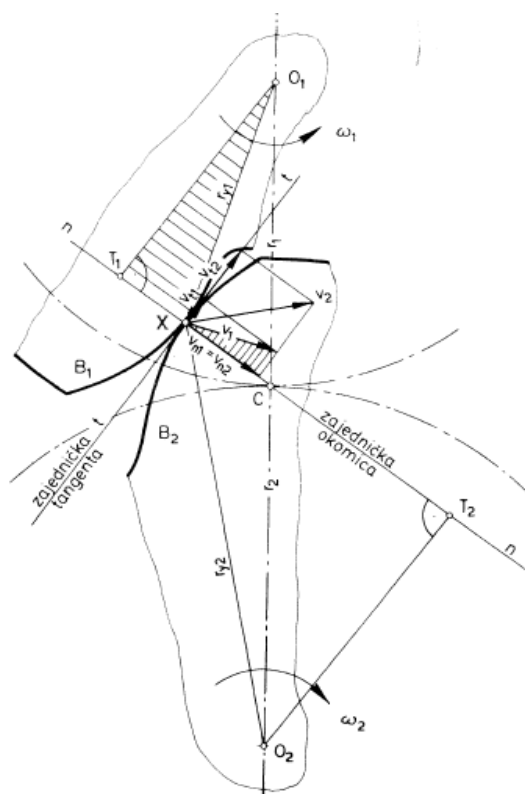
2.1 Opći zakon ozubljenja

Bokovi zuba moraju biti oblikovani tako da pri međusobnom valjanju kinematskih kružnica prijenos okretnog gibanja bude ravnomjeran i kontinuiran.

Na slici 5. prikazan je bok B_1 koji se kutnom brzinom ω_1 okreće oko središta O_1 , a u točki X dodiruje bok B_2 koji se kutnom brzinom ω_2 okreće oko središta O_2 . Točka X je trenutna točka dodira kroz koju prolazi zajednička tangenta ($n - n$) i okomica ($n - n$) oba boka [1]:

$$\overline{O_1X} = r_{y1}, \quad \overline{O_2X} = r_{y2} \quad (2.1)$$

Obodna brzina točke X u odnosu na O_1 je $v_1 = r_{y1} \cdot \omega_1$, dok je obodna brzina točke X u odnosu na O_2 jednaka $v_2 = r_{y2} \cdot \omega_2$. Rastavljanjem v_1 i v_2 na komponente u smjeru zajedničke okomice i zajedničke tangente dobivamo komponente v_{n1} , v_{n2} , v_{t1} i v_{t2} . Da bi se bokovi neprestano dodirivali, njihove normalne komponente v_{n1} i v_{n2} moraju biti međusobno jednake. Ako bi komponenta v_{n1} bila veća od v_{n2} , to bi značilo da se bok B_1 odvojio od boka B_2 . [1]



Slika 5. Opći zakon ozubljenja [1]

Povlačenjem iz središta O_1 i O_2 normala $\overline{O_1T_1}$ i $\overline{O_2T_2}$ na zajedničku okomicu $\overline{T_1T_2}$, dobivaju se trokuti O_1T_1X i O_2T_2X . U tim trokutima, koristeći dobivene vektore brzina, postavljaju se sljedeći odnosi [1]:

$$\frac{v_{n1}}{v_1} = \frac{\overline{O_1T_1}}{r_{y1}}, \quad v_{n1} = \frac{v_1}{r_{y1}} \cdot \overline{O_1T_1} = \frac{r_{y1} \cdot \omega_1}{r_{y1}} \cdot \overline{O_1T_1} = \omega_1 \cdot \overline{O_1T_1} \quad (2.2)$$

$$\frac{v_{n2}}{v_2} = \frac{\overline{O_2T_2}}{r_{y2}}, \quad v_{n2} = \frac{v_2}{r_{y2}} \cdot \overline{O_2T_2} = \frac{r_{y2} \cdot \omega_2}{r_{y2}} \cdot \overline{O_2T_2} = \omega_2 \cdot \overline{O_2T_2} \quad (2.3)$$

Iz uvjeta $v_{n1} = v_{n2}$, proizlazi sljedeće [1]:

$$\omega_1 \cdot \overline{O_1T_1} = \omega_2 \cdot \overline{O_2T_2} \quad \text{ili} \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2T_2}}{\overline{O_1T_1}} = i \quad (2.4)$$

Iz sl. 5. se vidi da zajednička okomica $\overline{T_1T_2}$ siječe spojnicu centara $\overline{O_1O_2}$ u točki C i time se dobivaju dva slična trokuta O_1T_1C i O_2T_2C . Iz sličnosti trokuta proizlazi odnos [1]:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} \quad (2.5)$$

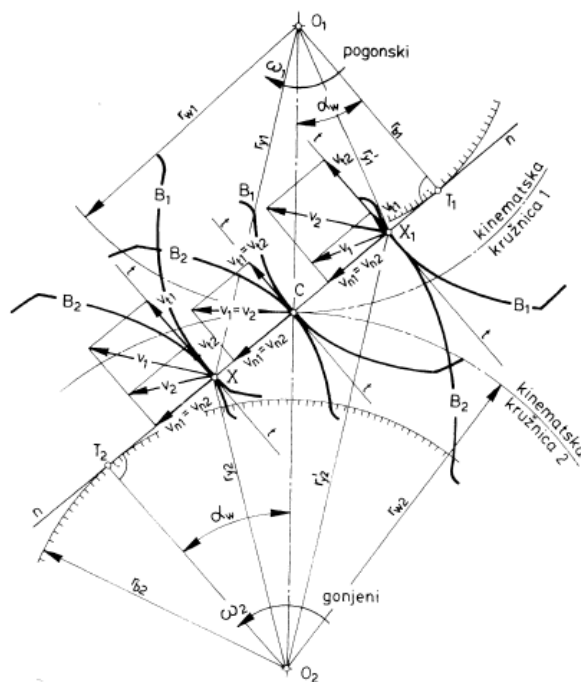
Točka C mora biti kinematska točka, a kako su $\overline{O_1C} = r_{w1}$ i $\overline{O_2C} = r_{w2}$, radi se o kinematskim, odnosno diobenim kružnicama (r_1, r_2). Prema tome, okomica kroz trenutačnu točku dodira dvaju bokova mora razmak osi $\overline{O_1O_2}$ dijeliti u odnosu prijenosnog omjera. Ovaj zakon naziva se opći zakon ozubljenja i glasi [1]:

"Okomica na tangentu trenutačne točke dodira dvaju bokova mora prolaziti kinematskim polom C ."

Za ozubljenje su primjenjive sve krivulje čije okomice na tangente trenutačnih točaka dodira prolaze kroz kinematski pol. Drugim riječima, za ozubljenje se mogu koristiti sve krivulje čije okomice na bok sijeku odgovarajuću kinematsku kružnicu u točkama koje se uzastopno slijede u istom smjeru. [1]

Na sl. 8. prikazani su bokovi B_1 i B_2 u tri trenutačne točke dodira, zajedno s odgovarajućim vektorima brzina tih točaka. Iz slike je vidljivo da su u kinematskom polu brzine su $v_1 = v_2$, $v_{t1} = v_{t2}$ i $v_{n1} = v_{n2}$, dok u svakoj trenutačnoj točki dodira komponente v_{n1} i v_{n2} moraju biti međusobno jednake ($v_{n1} = v_{n2} = v_n$). [1]

Međutim, u svim ostalim trenutačnim točkama dodira, osim u kinematskom polu, komponente brzina u smjeru tangente (v_{t1} i v_{t2}) nisu međusobno jednake. [1]



Slika 6. Oznake i geometrijski odnosi općeg zakona ozubljenja [1]

2.2 Proračun brzine klizanja za bilo koju točku na putu zahvata

Iz sl. 6. vidi se da kod $v_{n1} = v_{n2}$ komponente brzina u smjeru zajedničke tangente v_{t1} i v_{t2} nisu međusobno jednake. U nacrtanom položaju (prije kinematske točke C) $v_{t2} > v_{t1}$. To znači da u tom položaju ne dolazi između bokova samo do valjanja nego i do klizanja. Razlika komponenta brzina u smjeru zajedničke tangente $v_{t1} - v_{t2}$ je relativna brzina gibanja (v_{rel}) boka pogonskog zupčanika po boku gonjenog zupčanika. Za promatrača koji se nalazi na boku gonjenog zupčanika brzina gibanja (zapravo klizanja) boka pogonskog zupčanika jest [1]:

$$v_{rel} = v_{k1/2} = v_{t1} - v_{t2} \quad (2.6)$$

u smjeru prikazanom na sl. 6., a iz sličnosti šrafiranih površina trokuta na sl. 5. proizlazi sljedeće [1]:

$$\frac{v_{t1}}{v_1} = \frac{T_1 X}{r_{y1}}, \quad \frac{v_{t2}}{v_2} = \frac{T_2 X}{r_{y2}} \quad (2.7)$$

$$v_{t1} = v_1 \cdot \frac{T_1 X}{r_{y1}} = r_{y1} \cdot \omega_1 \cdot \frac{T_1 X}{r_{y1}} = \omega_1 \cdot T_1 X \quad (2.8)$$

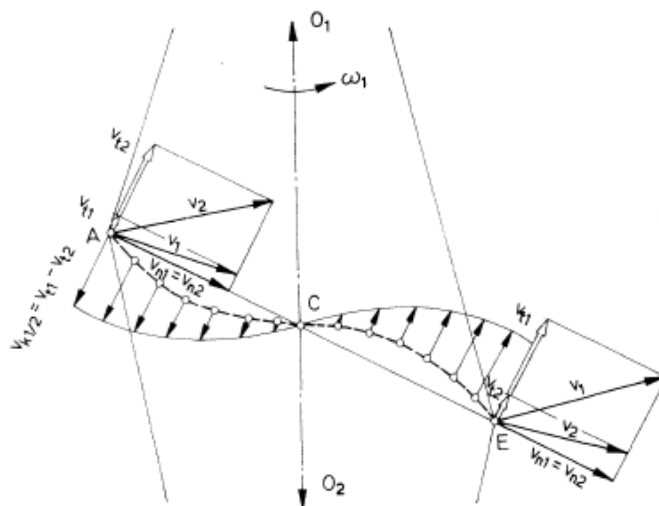
$$v_{t2} = \omega_2 \cdot T_2 X \quad (2.9)$$

Iz sličnosti trokuta O_1T_1C i O_2T_2C proizlazi [1]:

$$\frac{T_1X + XC}{T_2X - XC} = \frac{O_1C}{O_2C} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\omega_1 \cdot T_1X + \omega_1 \cdot XC = \omega_2 \cdot T_2X - \omega_2 \cdot XC$$

$$\omega_1 \cdot T_1X - \omega_2 \cdot T_2X = v_1 - v_2 = -(\omega_1 + \omega_2) \cdot XC \quad (2.10)$$



Slika 7. Relativna brzina klizanja [1]

Tangencijalne komponente brzina se mogu zapisati i na sljedeći način [5]:

$$v_{ty1} = v_n \cdot \tan \alpha_{y1} \quad (2.11)$$

$$v_{ty2} = v_n \cdot \tan \alpha_{y2} \quad (2.12)$$

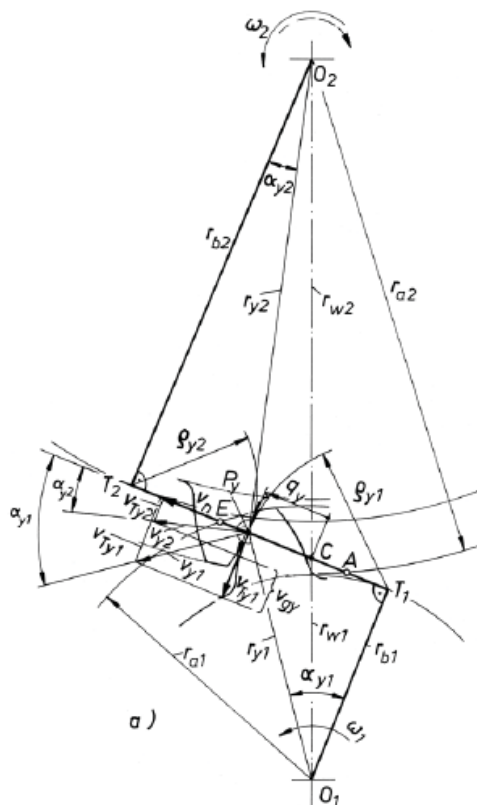
gdje y_1 predstavlja bilo koju točku na zahvatnoj crti boka pogonskog zupčanika, a y_2 istu tu točku samo boka gonjenog zupčanika. [5]

Nadalje, za $v_n = \omega_1 r_{b1} = -\omega_2 r_{b2}$ i $\tan \alpha_y = \frac{\rho_y}{r_b}$, vrijedi sljedeće [5]:

$$v_{ty1} = \omega_1 \rho_{y1} \quad (2.13)$$

$$v_{ty2} = -\omega_2 \rho_{y2} \quad (2.14)$$

gdje ρ predstavlja radijus zaobljenja u pojedinačnim točkama zahvata. [5]

Slika 8. Komponente brzine zuba za dodir u točki P_y [5]

Iz navedenih jednadžbi te geometrije pogonskog i gonjenog zupčanika mogu se izvesti izrazi za radijuse zaobljenja u svakoj od glavnih točaka zahvata zubi, točke A, B, C, D, E, [5]:

$$\rho_{A1} = \overline{T_1A}, \quad \rho_{B1} = \overline{T_1B}, \quad \rho_{C1} = \overline{T_1C}, \quad \rho_{D1} = \overline{T_1D}, \quad \rho_{E1} = \overline{T_1E}, \quad \rho_2,$$

$$\rho_{A1} = a \sin \alpha_w - \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2}, \quad \rho_{A2} = a \sin \alpha_w - \rho_{A1}, \quad (2.15) \quad (2.16)$$

$$\rho_{B1} = \sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} - p_{et}, \quad \rho_{B2} = a \sin \alpha_w - \rho_{B1}, \quad (2.17) \quad (2.18)$$

$$\rho_{C1} = \frac{a \sin \alpha_w}{1+z_2/z_1}, \quad \rho_{C2} = a \sin \alpha_w - \rho_{C1}, \quad (2.19) \quad (2.20)$$

$$\rho_{D1} = \rho_{A1} + p_{et}, \quad \rho_{D2} = a \sin \alpha_w - \rho_{D1}, \quad (2.21) \quad (2.22)$$

$$\rho_{E1} = \sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2}, \quad \rho_{E2} = a \sin \alpha_w - \rho_{E1} \quad (2.23) \quad (2.24)$$

2.3 Faktor klizanja i specifično klizanje

Osim poznavanja brzina klizanja za proračune gubitaka snage, učinkovitosti, zagrijavanja te zaribavanja, također su bitne i vrijednosti faktora klizanja K_k koji predstavlja odnos relativne brzine klizanja prema obodnim brzinama kinematske kružnice [1],

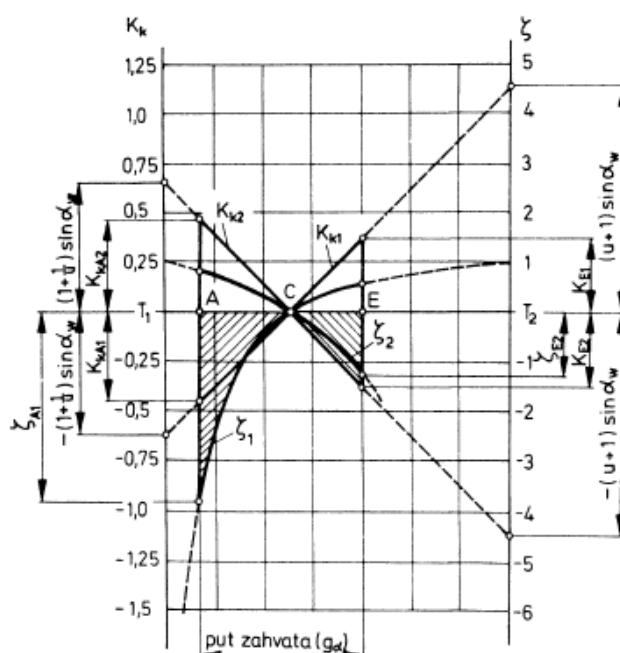
$$K_k = \frac{v_k}{v_w} \quad (2.25)$$

dok je za lokalno zagrijavanje zupčanika i mikro-pitting bitno specifično klizanje ζ koje predstavlja omjer relativne brzine klizanja jednog boka prema odgovarajućoj komponenti brzine u smjeru zajedničke tangente [1]:

$$\zeta_1 = \frac{v_{k1}}{v_{t1}} = \frac{v_{t1} - v_{t2}}{v_{t1}} = \frac{\rho_1 \omega_1 - \rho_2 \omega_2}{\rho_1 \omega_1} = \frac{\rho_1 z_2 - \rho_2 z_1}{\rho_1 z_2} \quad (2.26)$$

$$\zeta_2 = \frac{v_{k2}}{v_{t2}} = \frac{v_{t2} - v_{t1}}{v_{t2}} = \frac{\rho_2 \omega_2 - \rho_1 \omega_1}{\rho_2 \omega_2} = \frac{\rho_2 z_1 - \rho_1 z_2}{\rho_2 z_1} \quad (2.27)$$

Na slici 9. prikazan je tok faktora K_k i specifičnog klizanja $\zeta_{1,2}$ za par čelnika s vanjskim ozubljenjem. [1]



Slika 9. Faktor klizana K_k i specifično klizanje ζ [1]

2.4 Izbor pomaka profila radi izravnavanja specifičnog klizanja na početku i na kraju zahvata

Obzirom na činjenicu da je razlika tangencijalnih komponenti brzina u kinematskoj točki C diobenih ili kinematskih kružnica jednaka nuli, znači da je i specifično klizanje u toj točki jednako nula,

$$\zeta_{1C} = \zeta_{2C} = 0 \quad (2.28)$$

što znači da se u točki C dobiva čisto valjanje. [1]

Prema jednadžbama za specifično klizanje ζ_1 i ζ_2 , mogu se izračunati vrijednosti specifičnog klizanja na vršnim točkama tjemena zuba i na krajevima aktivnih dijelova evolventnih bokova na podnožju zuba. [1]

$$\zeta_{E1} = 1 - \frac{\rho_{E2}}{\rho_{E1}} \cdot \frac{1}{u} \quad (\text{tjeme pogonskog zupčanika}) \quad (2.29)$$

$$\zeta_{A2} = 1 - u \cdot \frac{\rho_{A1}}{\rho_{A2}} \quad (\text{tjeme gonjenog zupčanika}) \quad (2.30)$$

$$\zeta_{A1} = 1 - \frac{1}{u} \cdot \frac{\rho_{A2}}{\rho_{A1}} \quad (\text{podnožje pogonskog zupčanika}) \quad (2.31)$$

$$\zeta_{E2} = 1 - u \cdot \frac{\rho_{E1}}{\rho_{E2}} \quad (\text{podnožje gonjenog zupčanika}) \quad (2.32)$$

Da bi se izravnala specifična klizanja na vršnim točkama zupčanika, mora vrijediti jednadžba $\zeta_{E1} = \zeta_{A2}$ te se uvrštavanjem gornjih vrijednosti dobiva izraz [1]:

$$\frac{\rho_{A2} \cdot \rho_{E2}}{\rho_{A1} \cdot \rho_{E1}} = i^2 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 \quad (2.33)$$

Za izravnavanje specifičnog klizanja na aktivnim djelovima evolvente na podnožju zuba, vrijedi jednadžba $\zeta_{A1} = \zeta_{E2}$, što opet daje iste vrijednosti [1]:

$$\frac{\rho_{A2} \cdot \rho_{E2}}{\rho_{A1} \cdot \rho_{E1}} = i^2 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 \quad (2.34)$$

Iz gornjega proizlazi da izravnavanje specifičnog klizanja na vrhu zuba dovodi i do izravnavanja na podnožju zuba. [1]

Ako se vrijednosti ρ_{A1} , ρ_{A2} , ρ_{E1} , ρ_{E2} izraze pomoću promjera diobenih i temeljnih kružnica, dobiva se [1]:

$$\overline{T_1 T_2} = \rho_{A1} + \rho_{A2} = \rho_{E1} + \rho_{E2} = (r_{b1} + r_{b2}) \tan \alpha_w \quad (2.35)$$

$$\rho_{A1} = \overline{T_1 T_2} - \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2}, \quad \rho_{A2} = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} \quad (2.36) \quad (2.37)$$

$$\rho_{E1} = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2}, \quad \rho_{E2} = \overline{T_1 T_2} - \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} \quad (2.38) \quad (2.39)$$

Nadalje, vrijednosti polumjera tjemenih i temeljnih kružnica se mogu izraziti pomoću vrijednosti broja zubi, modula, kuta zahvatne crte i faktora pomaka profila [1]:

$$r_{b1} = \frac{m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha}{2}, \quad r_{b2} = \frac{m \cdot z_2 \cdot \cos \alpha}{2} \quad (2.40) \quad (2.41)$$

$$r_{a1} = \left(\frac{z_1}{2} + 1 + x_1\right)m, \quad r_{a2} = \left(\frac{z_2}{2} + 1 + x_2\right)m \quad (2.42) \quad (2.43)$$

Uvrštavanjem spomenutih izraza u jednadžbu za izravnavanje specifičnog klizanja mogu se postupkom iteracije u nekom od primjerenih programskih paketa jednostavno dobiti vrijednosti faktora pomaka profila.

2.5 Izbor pomaka profila radi povećanja vijeka trajanja

Kako bi se donijeli zaključci o vijeku trajanja zupčanika, moraju se razmotriti veličine dobivene umnošcima brzina klizanja (v_k) na raznim točkama zahvata boka zuba i odgovarajuće vrijednosti kontaktnih (Hertzovih) naprezanja boka (σ_H):

$$L_h = v_k \cdot \sigma_H \quad (2.44)$$

$$v_k = v_{t1} - v_{t2} = \rho_1 \omega_1 - \rho_2 \omega_2 \quad (2.45)$$

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{0.175 \cdot F_{bn} \cdot E}{b} \cdot \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \cdot \rho_2}} \quad (2.46)$$

F_{bn} (N) je normalna sila na bokove, E (MPa) modul elastičnosti, b širina bokova, ρ_1, ρ_2 su polumjeri zakrivljenja bokova u pojedinim točkama dodira. [1]

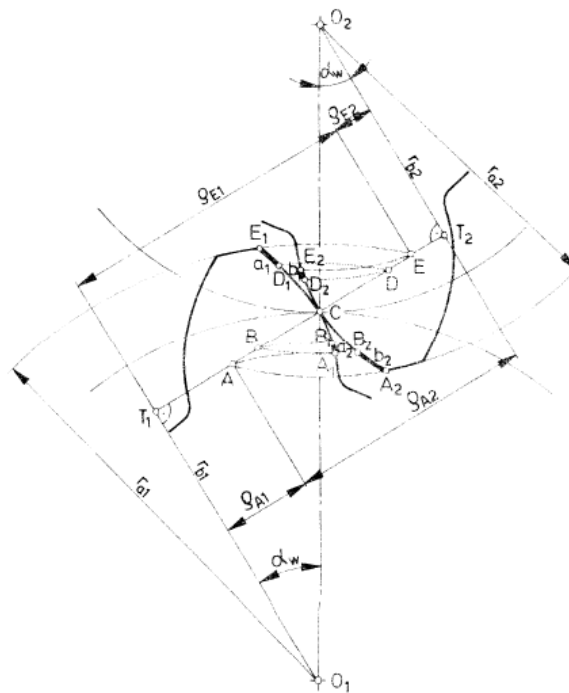
Normalna sila može se izraziti odnosom [1]:

$$F_{bn} = \frac{T}{r_b} = \frac{2T}{z \cdot m \cdot \cos \alpha} \quad (2.47)$$

T je okretni moment koji prenosi zupčanik.

Kako bi vijek trajanja zupčanika bio jednak za početnu i krajnju točku zahvata bokova, potrebno je da umnošci brzine klizanja i kontaktnih naprezanja $v_k \cdot \sigma_H$ za krajnju i početnu točku zahvata budu međusobno jednaki [1]:

$$v_{kA} \cdot \sigma_{HA} = v_{kE} \cdot \sigma_{HE} \quad (2.48)$$



Slika 10. Dužine bokova na tjemenu i podnožju (A_1, E_1, A_2, E_2) gdje se javljaju maksimalne vrijednosti specifičnog klizanja [1]

Prema slici 10. [1]:

$$v_{kA} = \rho_{A2} \cdot \omega_2 - \rho_{A1} \cdot \omega_1, \quad v_{kE} = \rho_{E1} \cdot \omega_1 - \rho_{E2} \cdot \omega_2 \quad (2.49)$$

$$\sigma_{HA} = \sqrt{\frac{0.175 \cdot F_{bn} \cdot E}{b} \cdot \frac{\rho_{A1} + \rho_{A2}}{\rho_{A1} \cdot \rho_{A2}}} \quad (2.50)$$

$$\sigma_{HE} = \sqrt{\frac{0.175 \cdot F_{bn} \cdot E}{b} \cdot \frac{\rho_{E1} + \rho_{E2}}{\rho_{E1} \cdot \rho_{E2}}} \quad (2.51)$$

Uvrštavanjem u jednadžbu $v_{kA} \cdot \sigma_{HA} = v_{kE} \cdot \sigma_{HE}$ i pojednostavljivanjem dolazi se do uvjeta za jednak vijek trajanja [1]:

$$\frac{\rho_{A2}\omega_2 - \rho_{A1}\omega_1}{\sqrt{\rho_{A1}\rho_{A2}}} = \frac{\rho_{E1}\omega_1 - \rho_{E2}\omega_2}{\sqrt{\rho_{E1}\rho_{E2}}} \quad (2.52)$$

Ova jednadžba se može zapisati i kao [1]:

$$\begin{aligned} \omega_2 \left(\frac{\sqrt{\rho_{A2}}}{\sqrt{\rho_{A1}}} + \frac{\sqrt{\rho_{E2}}}{\sqrt{\rho_{E1}}} \right) &= \omega_1 \left(\frac{\sqrt{\rho_{E1}}}{\sqrt{\rho_{E2}}} + \frac{\sqrt{\rho_{A1}}}{\sqrt{\rho_{A2}}} \right) \\ \frac{\omega_2 (\sqrt{\rho_{A2}\rho_{E1}} + \sqrt{\rho_{E2}\rho_{A1}})}{\sqrt{\rho_{A1}\rho_{E1}}} &= \frac{\omega_1 (\sqrt{\rho_{E1}\rho_{A2}} + \sqrt{\rho_{A1}\rho_{E2}})}{\sqrt{\rho_{E2}\rho_{A2}}} \\ \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 &= \frac{\rho_{A2}\rho_{E2}}{\rho_{A1}\rho_{E1}} = \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^2 = i^2 \end{aligned} \quad (2.53)$$

Iz izvedenih izraza, vidi se da je dobiveni izraz identičan već dobivenom izrazu za izjednačavanje specifičnih klizanja na početku i na kraju zahvata zubi. Po tome se dolazi do zaključka da se izravnavanjem specifičnih klizanja dolazi i do izjednačavanja vijeka trajanja zupčanika. [1]

Isti izrazi vrijede i za nulte i za V parove zupčanika. [1]

3. Dimenzioniranje nultog para

U ovom će se poglavlju prema ulaznim podacima dimenzionirati nulti par zupčanika bez zahtjeva za standardnim osnim razmakom i odrediti brzine klizanja, iznosi specifičnih klizanja po cijelom zahvatu te faktori klizanja zupčanika.

Ulazni podatci su određeni proizvoljno, tj po dogovoru prema slučaju $z_1 \geq 14$ i $z_2 > 14$.

3.1 Ulazni podatci

$$P = 20 \text{ kW}$$

- Snaga koja se prenosi

$$i = 2,9$$

- Prijenosni omjer

$$n_1 = 25 \text{ s}^{-1}$$

- frekvencija vrtnje pogonskog zupčanika, u s^{-1}

$$\alpha = 20^\circ$$

- Kut zahvatne linije

$$\lambda = 25$$

- Faktor širine zupčanika

3.2 Podatci o materijalu

Za materijale zupčanika odabran je Č1531 (C45), plameno kaljen.

$$\sigma_{\text{Flim}} = 270 \text{ MPa}$$

- Vrijednost trajne čvrstoće za istosmjerno promjenljivo opterećenje korijena prema [1]

$$\sigma_{\text{Hlim}} = 1100 \text{ MPa}$$

- Vrijednost trajne čvrstoće za Hertzov pritisak prema [1]

$$\nu = 0,3$$

- Poissonov faktor za čelik

$$E = 206000 \text{ MPa}$$

- Modul elastičnosti prema [1]

3.3 Izračun orijentacijskog modula zuba

$$z_2 = z_1 \cdot i$$

$$z_2 = 17 \cdot 2,9 = 49,3 \quad (3.1)$$

- z_2 - broj zubi gonjenog zupčanika

Uobičajeno se za broj zubi bira onaj najbliži kako bi novi ostvareni prijenosni omjer bio što bliži zadanom, tako da je za z_2 odabran broj zubi 49.

$$z_2 = 49 \quad (3.2)$$

Prema [1], proračun orijentacijskog modula zupčanika može se računati na opterećenje boka te korijena zuba. Kod zupčanika izrađenog od kaljenog materijala, smatra se da dobro podnose opterećenja na bok, tako da se izračun orijentacijskog modula provodi prvenstveno prema naprezanju u korijenu zuba. Pretpostavlja se da će zupčanik, izrađen od kaljenog materijala, koji je proračunat na naprezanju u korijenu isto tako i podnijeti odgovarajuće opterećenje boka. Naknadno se vrši provjera na oba naprezanja i najčešće je veći faktor sigurnosti na opterećenje u odnosu na savijanje u korijenu.

3.3.1 Orijetacijski modul prema opteretivosti korijena zuba

$$m = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1}{z_1 \cdot \lambda \cdot \sigma_{FP}} \cdot Y_F \cdot Y_\epsilon \cdot Y_\beta \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}}$$

- m - Orijetacijski modul prema opteretivosti korijena prema [1]

- T_1 - Moment na zupčanicu z_1

$$T_1 = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n_1} = \frac{20000}{2 \cdot \pi \cdot 25} = 127320 \text{ Nmm} \quad (3.3)$$

- Y_F - Faktor oblika, orijentacijski $Y_F = 2,2$ prema [1]

- Y_ϵ - Faktor stupnja prekrivanja, orijentacijski $Y_\epsilon = 1$ prema [1]

- $K_{F\alpha}$ - Faktor raspodjele opterećenja, orijentacijski $K_{F\alpha} = 1$ prema [1]
- $K_{F\beta}$ - Faktor raspodjele opterećenja po dužini ruba, orijentacijski $K_{F\beta} = 1$ prema [1]

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim}}{S_F} = \frac{270}{2} = 135 \text{ MPa} \quad (3.4)$$

- σ_{FP} - dopušteno naprezanje korijena na savijanje, prema [1]
- S_F - faktor sigurnosti na savijanje korijena, orijentacijski uzeto $S_F = 2$

$$m = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 127320 \cdot 2,2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{17 \cdot 25 \cdot 135}} = 2,18 \text{ mm} \quad (3.5)$$

3.3.2 Orijetacijski modul prema opteretivosti boka zuba

$$m = \sqrt[3]{\frac{u + 1}{u} \cdot \frac{2 \cdot T_1}{Z_1^2 \cdot \lambda \cdot \sigma_{HP}^2} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot Z_M^2 \cdot Z_H^2 \cdot Z_\epsilon^2} \quad (3.6)$$

- m - orijentacijski modul za opteretivost boka zuba prema [1]
- u - stvarni prijenosni omjer

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{49}{17} = 2,882 \quad (3.7)$$

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_H} = \frac{1100}{1,5} = 733,33 \text{ MPa}$$

- σ_{Hlim} - dopušteno naprezanje boka prema [1]
- S_H - faktor sigurnosti na opterećenje bokova, orijentacijski uzeto $S_H = 1,5$ prema [1]
- $K_{H\alpha}$ - faktor raspodjele opterećenja na pojedine zube za opterećenje bokova, orijentacijski uzeto $K_{H\alpha} = 1$ prema [1]
- $K_{H\beta}$ - faktor raspodjele opterećenja po širini zuba, orijentacijski $K_{H\beta} = 1$ prema [1]
- Z_M - faktor materijala, orijentacijski za dodir čelik/čelik $Z_M = 190\sqrt{\text{MPa}}$ prema [1]
- Z_H - faktor oblika, orijentacijski $Z_H = 2,5$ prema [1]

- Z_ε - faktor prekrivanja, orijentacijski $Z_\varepsilon = 1$ prema [1]

$$m = \sqrt[3]{\frac{2,882 + 1}{2,882} \cdot \frac{2 \cdot 127320}{17^2 \cdot 25 \cdot 550^2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 190^2 \cdot 2,5^2 \cdot 1^2} \approx 3,28 \text{ mm} \quad (3.8)$$

Nakon što se odredio orijentacijski modul zubi, bira se standardni modul po kojemu se određuju dimenzije zupčanika. Iako je zadani materijal osjetljiviji na savijanje u korijenu, iteracijskim postupkom se utvrdilo da je za standardni modul potrebno uzeti:

$$m = 4 \text{ mm} \quad (3.9)$$

3.4 Određivanje dimenzija zupčanika

$$d_1 = m \cdot z_1 \quad (3.10)$$

$$d_2 = m \cdot z_2 \quad (3.11)$$

- $d_{1,2}$ - diobeni promjer zupčanika prema [1]

$$d_1 = 4 \cdot 17 = 68 \text{ mm}$$

$$d_2 = 4 \cdot 49 = 196 \text{ mm}$$

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (3.12)$$

- a_d – proračunski osni razmak prema [1]

$$a_d = \frac{68 + 196}{2} = 132 \text{ mm}$$

$$h_f = 1,25 \cdot m \quad (3.13)$$

- h_f - visina podnožja zupčanika prema [1]

$$h_f = 1,25 \cdot 4 = 5 \text{ mm}$$

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos(\alpha) \quad (3.14)$$

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos(\alpha) \quad (3.15)$$

- $d_{b1,2}$ – temeljni promjer zupčanika prema [1]

$$d_{b1} = 68 \cdot \cos(20^\circ) = 63,899 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = 196 \cdot \cos(20^\circ) = 184,1798 \text{ mm}$$

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m \cdot (x_1 + 1) \quad (3.16)$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m \cdot (x_2 + 1) \quad (3.17)$$

- $d_{a1,2}$ – tjemeni promjer zupčanika prema [1]

$$d_{a1} = 68 + (0 + 1) \cdot 4 \cdot 2 = 76 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = 196 + (0 + 1) \cdot 4 \cdot 2 = 204 \text{ mm}$$

Za ovaj nulti par zupčanika su faktori pomaka profila x_1 i x_2 jednaki 0.

$$p = m \cdot \pi \quad (3.18)$$

- p - diobeni korak prema [1]

$$p = 4 \cdot \pi = 12,566 \text{ mm}$$

$$p_e = p \cdot \cos(\alpha) \quad (3.19)$$

- p_e – korak za zahvatnoj crti prema [1]

$$p_e = 4 \cdot \pi \cdot \cos(20) = 11,809 \text{ mm}$$

$$r_{a1,2} = d_{a1,2}/2 \quad (3.20)$$

- $r_{a1,2}$ – tjemeni radijus

$$r_{b1,2} = d_{b1,2}/2 \quad (3.21)$$

- $r_{b1,2}$ – temeljni radijus

$$r_{a1} = 76/2 = 38 \text{ mm}$$

$$r_{a2} = 204/2 = 102 \text{ mm}$$

$$r_{b1} = 63,899/2 = 31,9495 \text{ mm}$$

$$r_{b2} = 184,1798/2 = 92,0899 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2}}{p \cdot \cos \alpha} + \frac{\sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2}}{p \cdot \cos \alpha} - \frac{a \cdot \sin \alpha}{p \cdot \cos \alpha} \quad (3.22)$$

- ε_α – stupanj prekrivanja, prema [1]

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{38^2 - 31,9495^2}}{4 \cdot \pi \cdot \cos(20)} + \frac{\sqrt{102^2 - 92,0899^2}}{4 \cdot \pi \cdot \cos(20)} - \frac{132 \cdot \sin(20)}{4 \cdot \pi \cdot \cos(20)} = 1,633$$

3.5 Izračunavanje specifičnih klizanja i faktora klizanja

Kako bi dobili iznose specifičnih klizanja, prvo se trebaju odrediti iznosi radijusa zaobljenja u svakoj točki zahvata.

$$\rho_{A1} = a \sin \alpha_{wt} - \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} = 136 \sin(20) - \sqrt{102^2 - 92,0899^2} = 1,289 \text{ mm} \quad (3.23)$$

$$\rho_{A2} = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} = \sqrt{102^2 - 92,0899^2} = 43,857 \text{ mm} \quad (3.24)$$

$$\rho_{B1} = \sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} - p_{et} = \sqrt{38^2 - 31,9495^2} - 11,809 = 8,764 \text{ mm} \quad (3.25)$$

$$\rho_{B2} = a \sin \alpha_{wt} - \rho_{B1} = 132 \sin(20) - 8,764 = 36,383 \text{ mm} \quad (3.26)$$

$$\rho_{C1} = \frac{a \sin \alpha_{wt}}{1 + z_2/z_1} = \frac{132 \sin(20)}{1 + 2,882} = 11,629 \text{ mm} \quad (3.27)$$

$$\rho_{C2} = a \sin \alpha_{wt} - \rho_{C1} = 132 \sin(20) - 11,629 = 33,518 \text{ mm} \quad (3.28)$$

$$\rho_{D1} = \rho_{A1} + p_{et} = 1,289 + 11,809 = 13,098 \text{ mm} \quad (3.29)$$

$$\rho_{D2} = a \sin \alpha_{wt} - \rho_{D1} = 132 \sin(20) - 13,098 = 32,049 \text{ mm} \quad (3.30)$$

$$\rho_{E1} = \sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} = \sqrt{38^2 - 31,9495^2} = 20,573 \text{ mm} \quad (3.31)$$

$$\rho_{E2} = a \sin \alpha_{wt} - \rho_{E1} = 132 \sin(20) - 20,573 = 24,574 \text{ mm} \quad (3.32)$$

Nadalje, mogu se izračunati iznosi tangencijalnih komponenti brzina u svakoj točki zahvata za oba zupčanika pomoću:

$$v_{ty1} = \omega_1 \rho_{y1} \quad (3.33)$$

$$v_{ty2} = \omega_2 \rho_{y2} \quad (3.34)$$

$$\omega_1 = 2\pi n_1 = 2 \cdot \pi \cdot 25 = 157,0797 \text{ rad/s} \quad (3.35)$$

$$\omega_2 = 2\pi n_2 = 2 \cdot \pi \cdot 8,3333 = 52,3578 \text{ rad/s} \quad (3.36)$$

$$v_{tA1} = \omega_1 \rho_{A1} = 157,0797 \cdot 1,289 = 202,476 \text{ mm/s}$$

Kada se iznos v_{tA1} prebaci u m/s, on iznosi 0,2025 m/s

Analogno se, po prethodnim jednadžbama, mogu izračunati i ostali iznosi tangencijalnih komponenti brzina te će njihovi iznosi biti prikazani u tablici 1.

Tablica 1. Tangencijalne komponente brzina nultoga para

Tangencijalne komponente brzina, v_t , m/s			
v_{tA1}	0,2025	v_{tA2}	2,3901
v_{tB1}	1,3766	v_{tB2}	1,9827
v_{tC1}	1,8266	v_{tC2}	1,8266
v_{tD1}	2,0574	v_{tD2}	1,7466
v_{tE1}	3,2315	v_{tE2}	1,3392

Nakon što su izračunati iznosi tangencijalnih komponenti, mogu se po sljedećem izračunati iznosi specifičnih klizanja po cijelom zahvatu:

$$\zeta_{A1} = \frac{v_{kA1}}{v_{tA1}} = \frac{v_{tA1} - v_{tA2}}{v_{tA1}} = \frac{0,2025 - 2,3901}{0,2025} = -10,8002 \quad (3.37)$$

$$\zeta_{A2} = \frac{v_{kA2}}{v_{tA2}} = \frac{v_{tA2} - v_{tA1}}{v_{tA2}} = \frac{2,3901 - 0,2025}{2,3901} = 0,9153 \quad (3.38)$$

Analogno se po prethodnim jednadžbama mogu izračunati specifične brzine klizanja i za ostale točke zahvata, a iznosi su prikazani u tablici 2.:

Tablica 2. Specifična klizanja nultoga para

Specifična klizanja ζ			
ζ_{A1}	-10,8002	ζ_{A2}	0,9153
ζ_{B1}	-0,4403	ζ_{B2}	0,3057
ζ_{C1}	0	ζ_{C2}	0
ζ_{D1}	0,1511	ζ_{D2}	-0,1780
ζ_{E1}	0,5856	ζ_{E2}	-1,4130

Poznavanje iznosa specifičnih klizanja bitno je za optimizaciju performansi zupčanika, kao i vijeka trajanja. Specifična klizanja imaju izravan utjecaj na efikasnost prijenosa snage, jer osim većih vrijednosti klizanja one povećavaju i iznose trenja na površini zuba.

Osim toga, ono omogućuje predviđanje područja najvećih trošenja i habanja zupčanika. Veće vrijednosti specifičnog klizanja dovode do povećanog mehaničkog trošenja, što može uzrokovati prijevremeni kvar sustava. [5]

Po iznosima u tablici 2., vidi se da su najveći iznosi specifičnih klizanja na početku i na kraju zahvata, tj. u točkama zahvata ζ_{A1} , ζ_{E1} , ζ_{A2} , ζ_{E2}

Kao dodatan faktor, za proračun podmazivanja te analizu efikasnosti i habanja, služi i faktor klizanja K_k .

On se računa prema sljedećem za točku A1:

$$K_{kA1} = \frac{v_{kA1}}{v_w} \quad (3.39)$$

gdje je v_w obodna brzina kinematskih kružnica

$$v_w = d_{w1} \cdot \pi \cdot n_1 = d_1 \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)} \pi \cdot n_1 \quad (3.40)$$

$$v_w = 68 \frac{\cos(20)}{\cos(20)} \pi \cdot 25 = 5,3407 \text{ m/s} \quad (3.41)$$

$$K_{kA1} = \frac{0,2025 - 2,3901}{5,3407} = -0,4096 \quad (3.42)$$

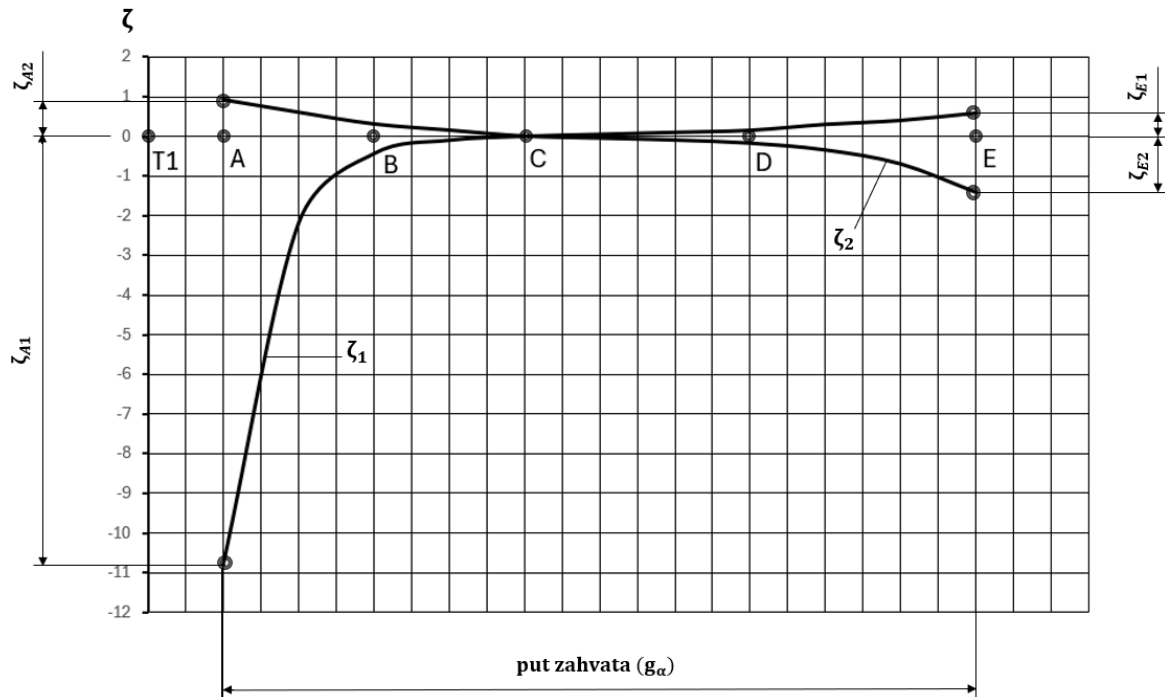
Analogno se mogu dobiti i ostali iznosa faktora te su iznosi prikazani u tablici 3.:

Tablica 3. Faktori klizanja nultoga para

Faktori klizanja K_k			
K_{kA1}	-0,4096	K_{kA2}	0,4096
K_{kB1}	-0,1135	K_{kB2}	0,1135
K_{kC1}	0	K_{kC2}	0
K_{kD1}	0,0582	K_{kD2}	-0,0582
K_{kE1}	0,3543	K_{kE2}	-0,3543

3.6 Dijagrami specifičnih klizanja i faktora klizanja

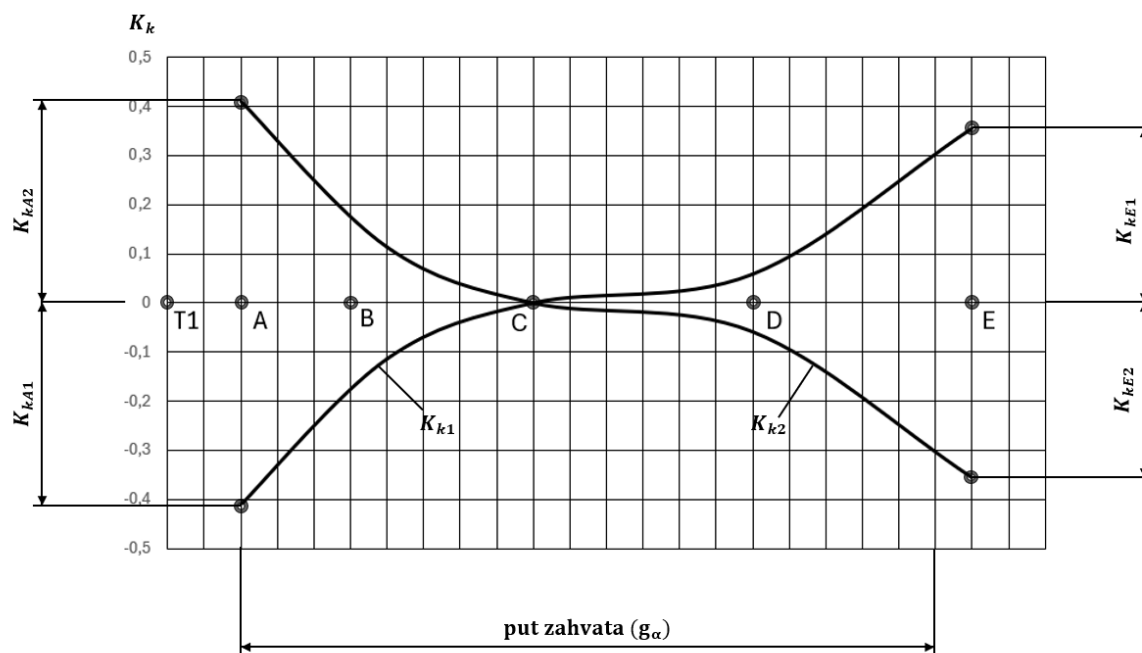
Iz vrijednosti dobivenih računanjem iznosa specifičnih klizanja, u programu Excel napravljeni su dijagrami specifičnog klizanja i faktora klizanja po cijelom zahvatnom putu.



Slika 11. Dijagram specifičnog klizanja ζ po putu zahvata

Iz dijagrama je također vidljivo da su najveći iznosi specifičnih klizanja u početnoj točki zahvata. Iznosi specifičnog klizanja u točki zahvata A iznose $\zeta_{A1} = -11,092$ i $\zeta_{A2} = 0,9173$ dok u točki E iznose $\zeta_{E1} = 0,5797$ i $\zeta_{E2} = -1,397$.

Iz toga proizlazi da će se zupčanici značajno više trošiti u točki A nego u ostatku zahvata, a radi znatno većeg iznosa specifičnog klizanja pogonskog zupčanika u točki zahvata A, može se zaključiti da će imati manji vijek trajanja od gonjenog.



Slika 12. Dijagram faktora klizanja K_k

Što su iznosi faktora klizanja manji, to su zupčanici povoljnije konstruirani u pogledu zagrijavanja i zaribavanja.

4. Dimenzioniranje čelnika s ujednačenim brzinama klizanja

U ovom će se poglavlju odrediti faktori pomaka profila kako bi se izjednačile specifične brzine klizanja na početku i na kraju zahvata uz određene uvjete.

4.1 Određivanje potrebnih pomaka profila

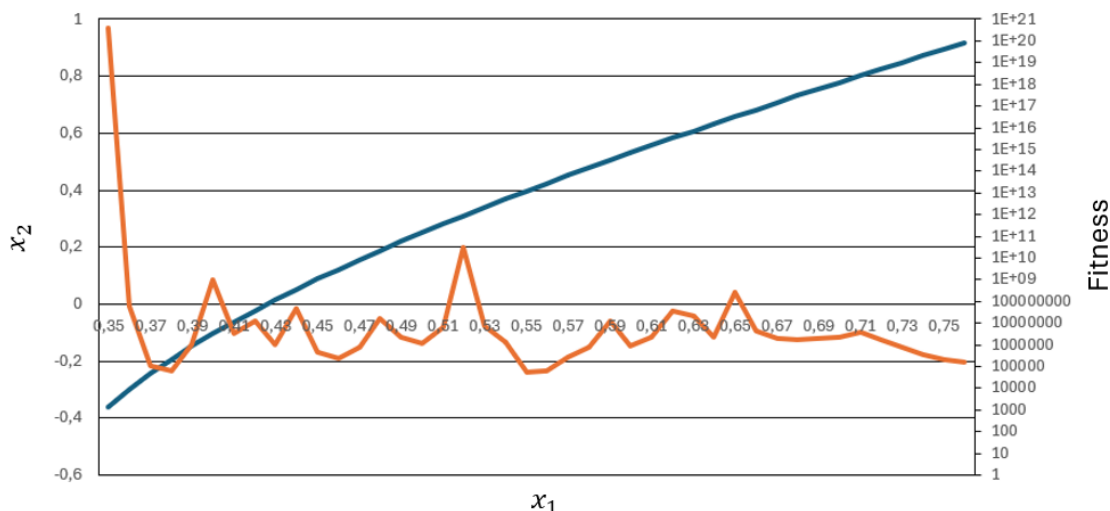
Kako je rečeno u 2. poglavlju (Analiza brzine klizanja), da bi se izjednačile specifične brzine klizanja, potrebno je ostvariti sljedeći uvjet:

$$\frac{\rho_{A2} \cdot \rho_{E2}}{\rho_{A1} \cdot \rho_{E1}} = i^2 = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 = \left(\frac{49}{17}\right)^2 = 8,3073 \quad (4.1)$$

Nadalje, ako se ρ_{A2} , ρ_{E2} , ρ_{A1} , ρ_{E1} raspišu pomoću jednadžbi 2.35, 2.36, 2.37, 2.38, 2.39, 2.40 i 2.41, te se u njih ubace 2.42, 2.43, 2.44 i 2.45 u čijim izrazima imamo faktore pomaka profila x_1 i x_2 , dobije se jedna jednadžba sa dvije nepoznanice (x_1 i x_2) čiji iznos mora biti jednak i^2 . Obzirom da postoje dvije nepoznanice, neće postojati samo jedno rješenje kojim će se zadovoljiti uvjet, nego će se iteracijskim postupkom doći to velikog iznosa broja mogućih rješenja.

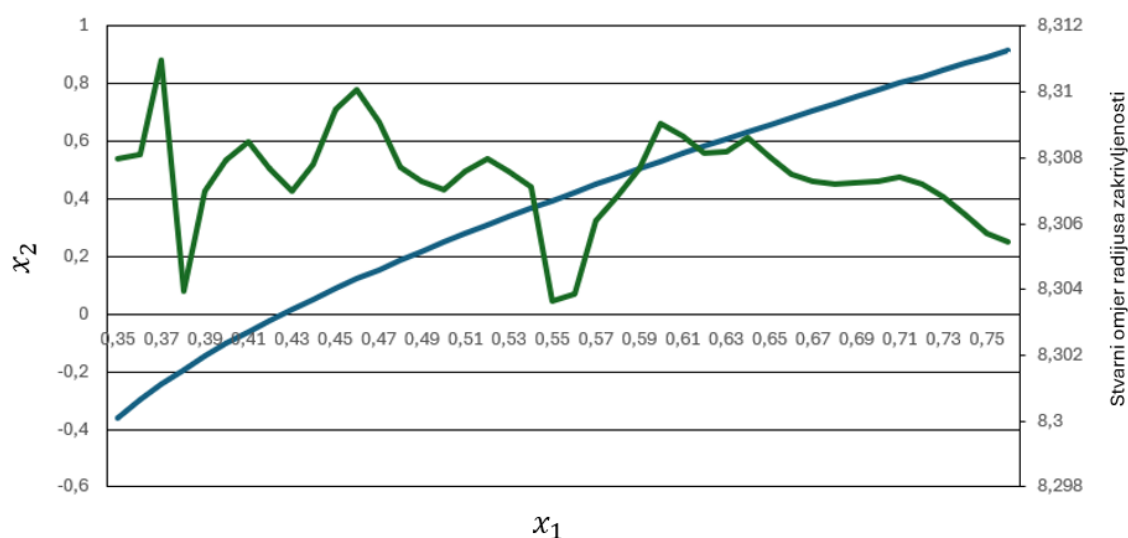
Proces iteracijskog određivanja faktora pomaka profila odrađen je u programu Excel korištenjem funkcije Solver. Solver je jedan od najčešće korištenih alata u programu Excel za rješavanje optimizacijskih problema i jednadžbi. Koristi iterativne metode i napredne algoritme optimizacije poput Simplex metode ili GRG nelinearne metode, što ga čini pouzdanim za rješavanje i linearnih i nelinearnih jednadžbi kako bi pronašao optimalno rješenje na temelju zadanog cilja i ograničenja te uz pravilno postavljene granice, uvjete i parametre daje visoko precizna rješenja.

Nakon provedbe iteracijskog postupka funkcijom Solver, dobiven je niz parova vrijednosti x_1 i x_2 koji zadovoljavaju uvjet ujednačenog klizanja, te su oni prikazani na dijagramu. U samoj primjeni se općenito preporuča korištenje samo pozitivnih vrijednosti za faktor pomaka x_1 te će tako biti određivane i u ovom radu. Također se korištenjem Solvera te ručnim iteriranjem utvrdilo da se dobivaju loši rezultati za područje vrijednosti $x_1 < 0,35$, tj. ne može se ostvariti pravilan iznos omjera radijusa zakrivljenosti, što je glavni uvjet za izjednačavanje specifičnog klizanja. Iz toga se može zaključiti da je u području $x_1 < 0,35$ ili jako malo dobrih rješenja ili ih uopće nema.



Slika 13. Dijagram faktora pomaka profila i Fitness funkcije

Gornji dijagram pokazuje iznose parova pomaka profila (plava krivulja) za koje će vrijediti uvjet izjednačenih specifičnih brzina klizanja na početku i na kraju zahvata uz određenu točnost koja se prikazuje pomoću Fitness funkcije (narančasta krivulja), čiji se iznosi mogu vidjeti na desnoj dopunskoj vertikalnoj osi, a ona zapravo predstavlja recipročnu vrijednost kvadratne razlike stvarnog trenutnog omjera $\frac{\rho_{A2} \cdot \rho_{E2}}{\rho_{A1} \cdot \rho_{E1}}$ te idealnog i^2 .



Slika 14. Dijagram faktora pomaka profila i stvarnog omjera radijusa zakrivljenosti

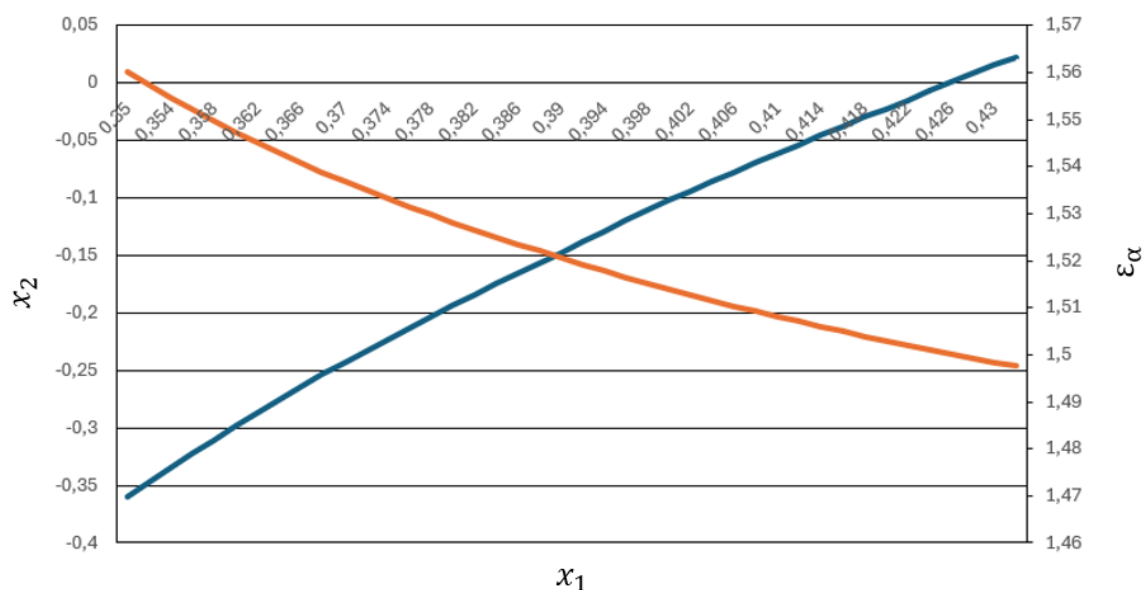
Stvarni omjeri radijusa zakrivljenosti za svaki par pomaka profila se može vidjeti na slici 14.

Obzirom da je jedan od uvjeta za odabir pomaka profila taj da suma pomaka profila x_1 i x_2 mora biti manja od 1, može se suziti područje odabira para na $0,35 < x_1 < 0,565$. Prema gornjem grafu, za par pomaka $x_1 = 0,565$ i $x_2 = 0,437$, suma pomaka profila prelazi iznos 1.

Kako mogućih parova x_1 i x_2 ima mnogo te sve vrijednosti Fitness funkcije prelaze vrijednosti 100000, čime je svaki od njih zadovoljavajuć, potrebno je suziti njihov odabir uz dodatne uvjete:

- Uvjet da je x_1 manji od granice za graničnu tjemenu debljinu kaljenih zupčanika od $0,4m$, granični x_1 u tom slučaju za broj zubi $z_1 = 17$ i modul $m = 4$ mm iznosi $0,5403$ prema [1]
- Uvjet da je stupanj prekrivanja ε_α što veći
- Uvjet da se novi osni razmak nalazi od nekog cijelog broja unutar granica dopuštenog odstupanja osi vratila za pretpostavljenu kvalitetu ozubljenja

Sljedeći dijagram prikazuje iznos stupnja prekrivanja za svaki par x_1 i x_2 .



Slika 15. Dijagram ovisnosti stupnja prekrivanja ε_α o pomacima profila x_1 i x_2

Na gornjem se dijagramu može uočiti da iznosi stupnja prekrivanja (narančasta krivulja) opadaju sa porastom x_1 i x_2 , tako da bi za odabir para x_1 i x_2 bila poželjna što niža vrijednost ako je cilj veći stupanj prekrivanja, odnosno što viša vrijednost ako je cilj povećana nosivost. U svrhu dimenzioniranja para, biti će odabran par $x_1 = 0,392$ i $x_2 = -0,138$ jer je za nju suma faktora pomaka veća od 0 te se za te pomake ostvaruje osni razmak iznosa $132,989$ mm, što spada unutar granica dopuštenog odstupanja razmaka osi vratila za kvalitetu razmaka vratila 3.

Prema [1], za područje nazivne mjere razmaka vratila a od 120 do 180 mm i za kvalitetu razmaka vratila 3, odstupanja iznose $\pm 20 \mu\text{m}$.

Zaključno, odabrani par čelnika, mora imati faktore pomaka profila $x_1 = 0,392$ i $x_2 = -0,138$ kako bi imao izjednačene specifične brzine klizanja na početku i na kraju zahvata.

4.2 Određivanje dimenzija zupčanika

$$d_1 = 4 \cdot 17 = 68 \text{ mm} \quad (4.2)$$

$$d_2 = 4 \cdot 49 = 196 \text{ mm} \quad (4.3)$$

$$a_d = \frac{68+196}{2} = 132 \text{ mm} \quad (4.4)$$

$$d_{b1} = 68 \cdot \cos(20^\circ) = 63,899 \text{ mm} \quad (4.5)$$

$$d_{b2} = 196 \cdot \cos(20^\circ) = 184,1798 \text{ mm} \quad (4.6)$$

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m \cdot (x_1 + 1) = 68 + 2 \cdot 4 \cdot (0,392 + 1) = 79,136 \text{ mm} \quad (4.7)$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m \cdot (x_2 + 1) = 196 + 2 \cdot 4 \cdot (-0,138 + 1) = 202,896 \text{ mm} \quad (4.8)$$

$$p = m \cdot \pi = 4 \cdot \pi = 12,566 \text{ mm} \quad (4.9)$$

$$p_e = 4 \cdot \pi \cdot \cos(\alpha) = 11,809 \text{ mm} \quad (4.10)$$

$$ev\alpha_w = \frac{2 \cdot \tan\alpha \cdot (x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} + ev\alpha = \frac{2 \cdot \tan(20) \cdot (0,392 - 0,138)}{17 + 49} + ev20 = 0,017706 \quad (4.11)$$

$$\alpha_w = 21,139^\circ \quad (4.12)$$

$$a_w = a_d \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} = 132 \frac{\cos(20)}{\cos(21,139)} = 132,989 \text{ mm} \quad (4.13)$$

- a_w - kinematski osni razmak

$$r_{a1} = 79,136/2 = 39,568 \text{ mm} \quad (4.14)$$

$$r_{a2} = 202,896/2 = 101,448 \text{ mm} \quad (4.15)$$

$$r_{b1} = 63,899/2 = 31,9495 \text{ mm} \quad (4.16)$$

$$r_{b2} = 184,1798/2 = 92,0899 \text{ mm} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2}}{p \cdot \cos \alpha} + \frac{\sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2}}{p \cdot \cos \alpha} - \frac{a \cdot \sin \alpha_w}{p \cdot \cos \alpha} \\ &= \frac{\sqrt{39,568^2 - 31,9495^2}}{4 \cdot \pi \cdot \cos(20)} + \frac{\sqrt{101,448^2 - 92,0899^2}}{4 \cdot \pi \cdot \cos(20)} - \frac{132,99 \cdot \sin(21,1393)}{4 \cdot \pi \cdot \cos(20)} \\ &= 1,519 \end{aligned} \quad (4.18)$$

4.3 Izračunavanje specifičnih klizanja i faktora klizanja

Prvo se trebaju odrediti iznosi radijusa zakrivljenja:

$$\begin{aligned} \rho_{A1} &= a \sin \alpha_{wt} - \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} \\ &= 132,99 \sin(21,1393) - \sqrt{101,448^2 - 92,0899^2} = 5,4035 \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\rho_{A2} = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} = \sqrt{101,448^2 - 92,0899^2} = 42,5576 \text{ mm} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \rho_{B1} &= \sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} - p_{et} = \sqrt{39,568^2 - 31,9495^2} - 11,809 \\ &= 11,534 \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\rho_{B2} = a \sin \alpha_{wt} - \rho_{B1} = 132,99 \sin(21,1393) - 8,764 = 36,4276 \text{ mm} \quad (4.22)$$

$$\rho_{C1} = \frac{a \sin \alpha_{wt}}{1 + z_2/z_1} = \frac{132,99 \sin(21,1393)}{1 + 2,882} = 12,3536 \text{ mm} \quad (4.23)$$

$$\rho_{C2} = a \sin \alpha_{wt} - \rho_{C1} = 132,99 \sin(21,1393) - 11,629 = 35,6075 \text{ mm} \quad (4.24)$$

$$\rho_{D1} = \rho_{A1} + p_{et} = 1,248 + 11,809 = 17,2121 \text{ mm} \quad (4.25)$$

$$\rho_{D2} = a \sin \alpha_{wt} - \rho_{D1} = 132,99 \sin(21,1393) - 13,057 = 30,7490 \text{ mm} \quad (4.26)$$

$$\rho_{E1} = \sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} = \sqrt{39,568^2 - 31,9495^2} = 23,3421 \text{ mm} \quad (4.27)$$

$$\rho_{E2} = a \sin \alpha_{wt} - \rho_{E1} = 132 \sin(21,1393) - 20,573 = 24,6190 \text{ mm} \quad (4.28)$$

Nadalje, mogu se izračunati iznosi tangencijalnih komponenti brzina u svakoj točki zahvata za oba zupčanika:

$$v_{tA1} = \omega_1 \rho_{A1} = 157,0797 \cdot 5,4035 = 0,8488 \text{ m/s} \quad (4.29)$$

Analogno se, po prethodnim jednadžbama, mogu izračunati i ostali iznosi tangencijalnih komponenti brzina te će njihovi iznosi biti prikazani u tablici 4.

Tablica 4. Iznosi tangencijalnih komponenti brzina para čelnika sa ujednačenim specifičnim klizanjima

Tangencijalne komponente brzina, v_t , m/s			
v_{tA1}	0,8488	v_{tA2}	2,3193
v_{tB1}	1,8117	v_{tB2}	1,9852
v_{tC1}	1,9405	v_{tC2}	1,9405
v_{tD1}	2,7037	v_{tD2}	1,6757
v_{tE1}	3,6666	v_{tE2}	1,3417

Nakon što su izračunati iznosi tangencijalnih komponenti, mogu se izračunati iznosi specifičnih klizanja po cijelom zahvatu:

$$\zeta_{A1} = \frac{v_{kA1}}{v_{tA1}} = \frac{v_{tA1} - v_{tA2}}{v_{tA1}} = \frac{0,8488 - 2,3193}{0,8488} = -1,7324 \quad (4.30)$$

$$\zeta_{A2} = \frac{v_{kA2}}{v_{tA2}} = \frac{v_{tA2} - v_{tA1}}{v_{tA2}} = \frac{2,3193 - 0,8488}{2,3193} = 0,6340 \quad (4.31)$$

Analogno se mogu dobiti i ostali iznosi specifičnih klizanja te se njihovi iznosi smješteni u tablicu 5.

Tablica 5. Iznosi specifičnih klizanja za par čelnika sa izjednačenim specifičnim klizanjem na početku i na kraju zahvata

Specifična klizanja ζ			
ζ_{A1}	-1,7324	ζ_{A2}	0,6340
ζ_{B1}	-0,0958	ζ_{B2}	0,0874
ζ_{C1}	0	ζ_{C2}	0
ζ_{D1}	0,3802	ζ_{D2}	-0,6134
ζ_{E1}	0,6341	ζ_{E2}	-1,7328

Prema gornjoj tablici, vidljivo je da su gotovo pa izjednačena specifična klizanja u točkama zahvata ζ_{A1} i ζ_{E2} , te u točkama ζ_{E1} i ζ_{A2} . Time je ispunjen uvjet za izjednačavanje klizanja na početku i na kraju zahvata, čime su također i izjednačeni vijekovi trajanja čelnika.

Za izračun faktora klizanja K_k , potrebno je izračunati sljedeće:

$$K_{kA1} = \frac{v_{kA1}}{v_w} \quad (4.32)$$

gdje je v_w obodna brzina kinematskih kružnica.

$$v_w = d_{w1} \cdot \pi \cdot n_1 = d_1 \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)} \pi \cdot n_1 \quad (4.33)$$

$$v_w = 68 \frac{\cos(20)}{\cos(21,1393)} \pi \cdot 25 = 5,3807 \text{ m/s} \quad (4.34)$$

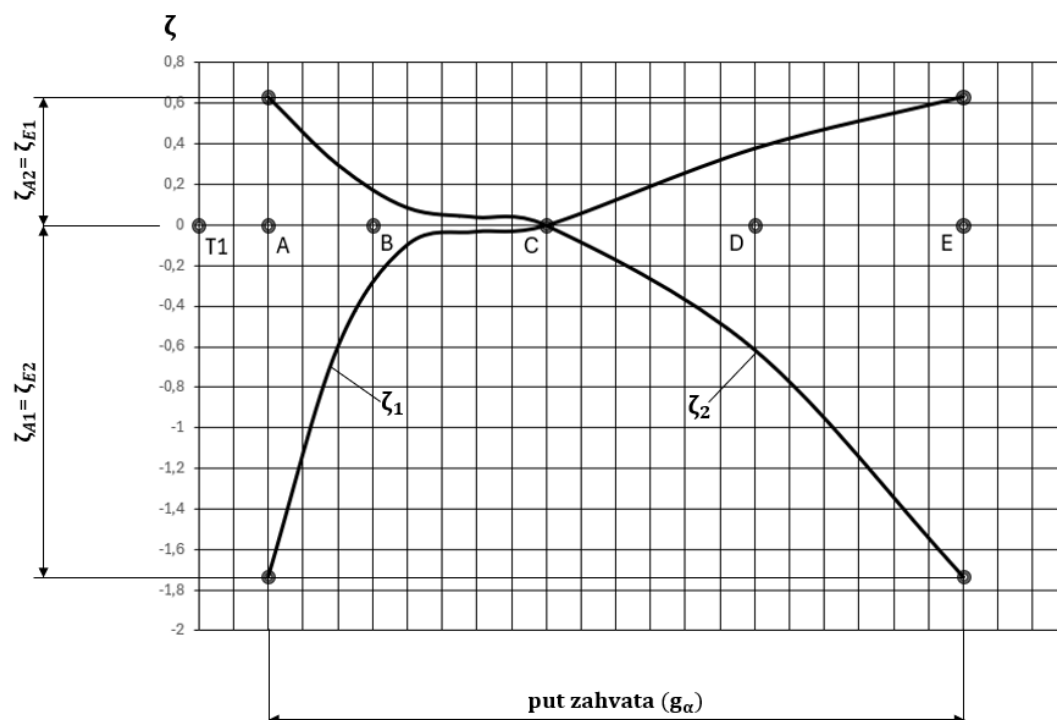
$$K_{kA1} = \frac{0,8488 - 2,3193}{5,3807} = -0,4096 \quad (4.35)$$

Analogno su dobiveni iznosi za svaku točku zahvata te prikazani u tablici 6.

Tablica 6. Faktori klizanja za par čelnika sa izjednačenim specifičnim klizanjem na početku i na kraju zahvata

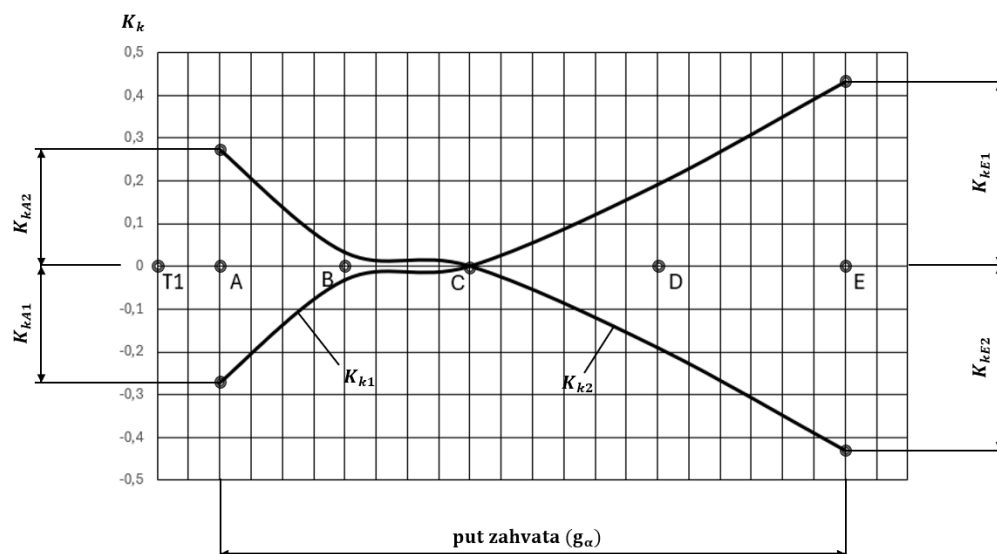
Faktori klizanja K_k			
K_{kA1}	-0,2733	K_{kA2}	0,2733
K_{kB1}	-0,0322	K_{kB2}	0,0322
K_{kC1}	0	K_{kC2}	0
K_{kD1}	0,1910	K_{kD2}	-0,1910
K_{kE1}	0,4321	K_{kE2}	-0,4321

Novo dobivene vrijednosti specifičnih klizanja i faktora klizanja po cijelom putu zahvata biti će prikazani pomoću dijagrama:



Slika 16. Dijagram ujednačenih specifičnih klizanja

Na dijagramu je vidljivo da su izjednačena specifična klizanja na početku i na kraju zahvata.



Slika 17. Dijagram faktora klizanja para čelnika s ujednačenim specifičnim klizanjem

5. Analiza i usporedba rezultata

Za usporedbu rezultata, iznosi specifičnih klizanja nultog i V para na početku i na kraju zahvata, biti će prikazani pomoću tablice:

Tablica 7. Usporedba iznosa specifičnih klizanja

Specifična klizanja nultog para				Specifična klizanja V para			
ζ_{A1}	-10,8002	ζ_{A2}	0,9153	ζ_{A1}	-1,7324	ζ_{A2}	0,6340
ζ_{E1}	0,5856	ζ_{E2}	-1,4130	ζ_{E1}	0,6341	ζ_{E2}	-1,7328

Kao što je vidljivo u gornjoj tablici, najveći iznos specifičnog klizanja nalazi se u točki zahvata **A** nultoga para i iznosi -10,8002.

Za par sa izjednačenim klizanjem, maksimalni iznosi klizanja su u točkama **A1** i **E1**, gdje su $\zeta_{A1} \approx \zeta_{E2}$ i iznose -1,7328.

Obzirom na to da su iznosi specifičnih klizanja V para izjednačeni te manji na početku i na kraju zahvata od specifičnih klizanja nultoga para, može se zaključiti da će kod V para doći do smanjenja trošenja, poboljšane učinkovitosti, te smanjenja mikro-rupičenja i zaribavanja.

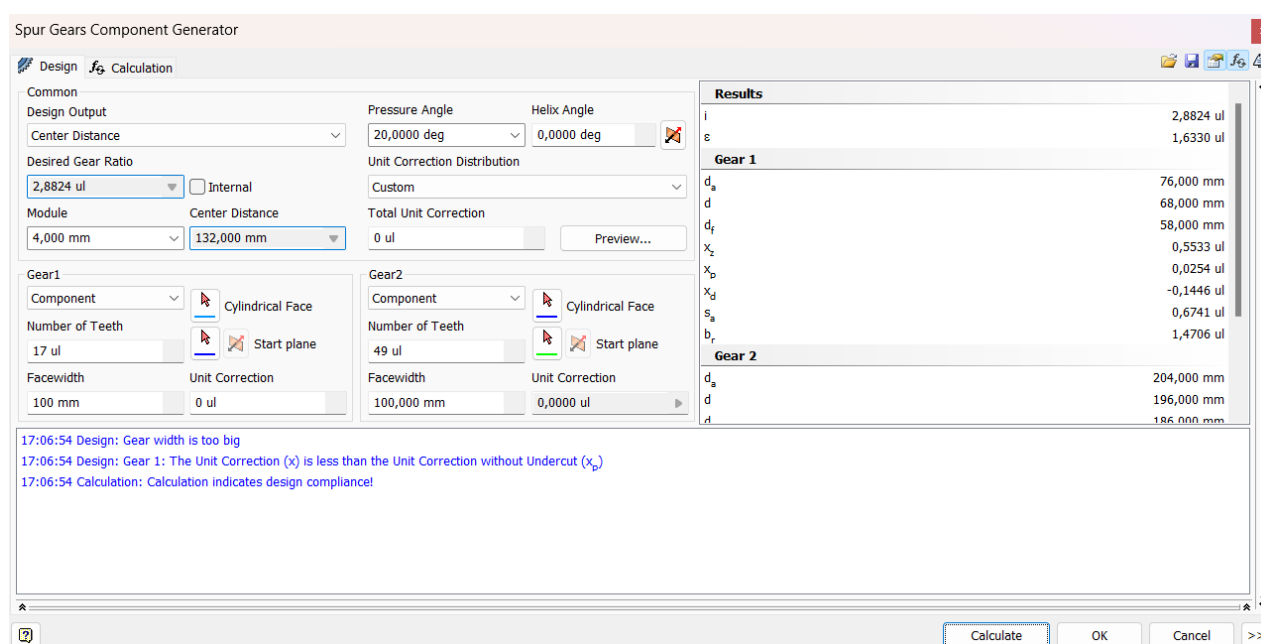
Nadalje, može se usporediti i stupanj prekrivanja, koji za nulti par iznosi $\varepsilon_\alpha = 1,633$, dok za par sa izjednačenim klizanjem on iznosi $\varepsilon_\alpha = 1,519$, iz čega se može zaključiti da će par čelnika sa izjednačenim klizanjem imati nešto bučniji rad te manju mirnoću hoda prema [1].

6. Proračun čvrstoće zupčanika

Proračun čvrstoće zupčanika biti će proveden pomoću programa Autodesk Inventor Professional 2025 koji u sebi ima ugrađen proračun nosivosti prema ISO 6336:1996.

6.1 Proračun čvrstoće nultoga para

Prvo će biti proračunat nulti zupčanic. Unošenjem početnih uvjeta u program, dolazi se do sljedećih rezultata:



Slika 18. Unošenje podataka nultoga para

Spur Gears Component Generator

Design **Calculation**

Method of Strength Calculation
ISO 6336:1996

Loads

	Gear 1	Gear 2
Power	P 20 kW	19,600 kW
Speed	n 1500,00 rpm	520,41 rpm
Torque	T 127,324 N m	359,653 N m
Efficiency	η 0,980 ul	

Material Values

Gear 1 ☐ User material ...

Gear 2 ☐ User material ...

	Gear 1	Gear 2
Bending Fatigue Limit	σ_{Flim} 270,0 MPa	270,0 MPa
Contact Fatigue Limit	σ_{Hlim} 1100,0 MPa	1100,0 MPa
Modulus of Elasticity	E 206000 MPa	206000 MPa
Poisson's Ratio	μ 0,300 ul	0,300 ul
Heat Treatment	2 ul	2 ul

Required Life L_h 50000 hr

Factors Accuracy

17:06:54 Design: Gear width is too big
17:06:54 Design: Gear 1: The Unit Correction (x) is less than the Unit Correction without Undercut
17:06:54 Calculation: Calculation indicates design compliance!

Calculate OK Cancel <<

Type of Load Calculation
☒ Power, Speed --> Torque
☐ Torque, Speed --> Power
☐ Power, Torque --> Speed

Type of Strength Calculation
Check Calculation

Limit Values

	Contact	Bending
Minimal Factor of Safety	1,200 ul	1,300 ul

Slika 19. Proračun nosivosti nultoga para

Factors

Factors of additional Load

	Contact	Bending
Application Factor	K_A 1,200 ul	
Dynamic Factor	$K_{H\beta}$ 1,144 ul	1,144 ul
Face Load Factor	$K_{H\beta}$ 2,452 ul	2,131 ul
Transverse Load Factor	$K_{H\alpha}$ 1,083 ul	1,083 ul
One-time Overloading Factor	K_{AS} 1,000 ul	

Factors for Contact

	Gear 1	Gear 2
Zone Factor	Z_H 2,495 ul	
Contact Ratio Factor	Z_ϵ 0,888 ul	
Single Pair Tooth Contact Factor	Z_B 1,106 ul	1,000 ul
Life Factor	Z_N 1,000 ul	1,000 ul
Lubricant Factor	Z_L 0,958 ul	
Roughness Factor	Z_R 1,000 ul	
Velocity Factor	Z_V 0,978 ul	
Helix Angle Factor	Z_β 1,000 ul	
Size Factor	Z_X 1,000 ul	1,000 ul
Work Hardening Factor	Z_W 1,000 ul	

Factors for Bending

	Gear 1	Gear 2
Form Factor	Y_{Fa} 2,986 ul	2,348 ul
Stress Correction Factor	Y_{Sa} 1,532 ul	1,720 ul
Teeth with Grinding Notches Factor	Y_{Sag} 1,000 ul	1,000 ul
Helix Angle Factor	Y_β 1,000 ul	
Contact Ratio Factor	Y_ϵ 0,709 ul	
Alternating Load Factor	Y_A 1,000 ul	1,000 ul
Production Technology Factor	Y_T 1,000 ul	1,000 ul
Life Factor	Y_N 1,000 ul	1,000 ul
Notch Sensitivity Factor	Y_S 1,140 ul	1,151 ul
Size Factor	Y_X 1,000 ul	1,000 ul
Tooth Root Surface Factor	Y_R 1,000 ul	

Results

	Gear 1	Gear 2
F_t	3744,822 N	
F_r	1363,004 N	
F_a	0,000 N	
F_n	3985,157 N	
v	5,341 mps	
n_{Et}	21237,916 rpm	
S_H	1,349 ul	1,491 ul
S_F	3,199 ul	3,657 ul
S_{Hst}	1,245 ul	1,376 ul
S_{Fst}	7,015 ul	7,945 ul

OK Cancel

Slika 20. Pregled vrijednosti faktora

Iz gornjih slika, za unaprijed određene ulazne podatke, vidljivo je da proračun čvrstoće nultoga para čelnika zadovoljava, te su za pogonski zupčanik dobiveni faktor sigurnosti na opterećenje bokova $S_{H1} = 1,349$ te faktor sigurnosti na savijanje korijena $S_{F1} = 3,199$, a za gonjeni $S_{H2} = 1,491$ i $S_{F2} = 3,657$.

6.2 Proračun nosivosti para čelnika sa ujednačenim specifičnim brzinama klizanja

Dinamička izdržljivost bokova ovisi direktno o njihovoj hrapavosti. Hrapavost bokova smanjuje površinu naližeganja i time smanjuje površinu koja mora prenositi opterećenje, što dovodi do povećanja opterećenja bokova. [1]

Ako se smanji hrapavost površine zupčanika, time će se povećati i otpornost na zaribavanje te smanjiti gubitci u zahvatu. Iz toga razloga odabrana je kvaliteta obrade površine IT6, kojom se, prema [1], finim brušenjem postiže hrapavost od $3,5 \mu m$.

Nadalje, odabirom manje površinske hrapavosti, čime se povećala nosivost bokova, može se prema ISO 6336-2:2006 odrediti faktor utjecaja hrapavosti Z_R .

Faktor utjecaja hrapavosti se prema [6] može očitati kao funkcija hrapavosti površine bokova zubiju, radijusa relativne zakrivljenosti ρ_{red} i σ_{Hlim} vrijednosti mekšeg materijala para čelnika ($\sigma_{Hlim} = 1100 \text{ N/mm}^2$ za materijal oba zupčanika)

$$R_z = \frac{R_{z1} + R_{z2}}{2} \quad (6.1)$$

- R_z – srednja visina hrapavosti za pogonski i gonjeni zupčanik, μm [6]

$$R_z = \frac{3,5+3,5}{2} = 3,5 \mu m \quad (6.2)$$

$$R_{z10} = R_z \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{\rho_{red}}} \quad (6.3)$$

- R_{z10} - relativna srednja visina hrapavosti, μm [6]

- ρ_{red} – radijus relativne zakrivljenosti, mm [6]

$$\rho_{red} = \rho \cdot \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (6.4)$$

$$\rho_{1,2} = 0,5 \cdot d_{b1,2} \cdot \tan \alpha_w \quad (6.5)$$

$$\rho_1 = 0,5 \cdot 63,899 \cdot \tan(21,1393) = 12,353 \text{ mm}$$

$$\rho_2 = 0,5 \cdot 184,18 \cdot \tan(21,1393) = 35,607 \text{ mm}$$

$$\rho = \rho_{A1} = 5,403 \text{ mm}$$

$$\rho_{red} = \rho \cdot \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = 5,403 \cdot \frac{12,353 \cdot 35,607}{12,353 + 35,607} = 49,552 \text{ mm}$$

$$R_{z10} = R_z \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{\rho_{red}}} = 3,5 \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{49,552}} = 2,053 \text{ } \mu\text{m}$$

Nadalje, faktor Z_R se može izračunati po sljedećem [6]:

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{z10}} \right)^{C_{ZR}} \quad (6.6)$$

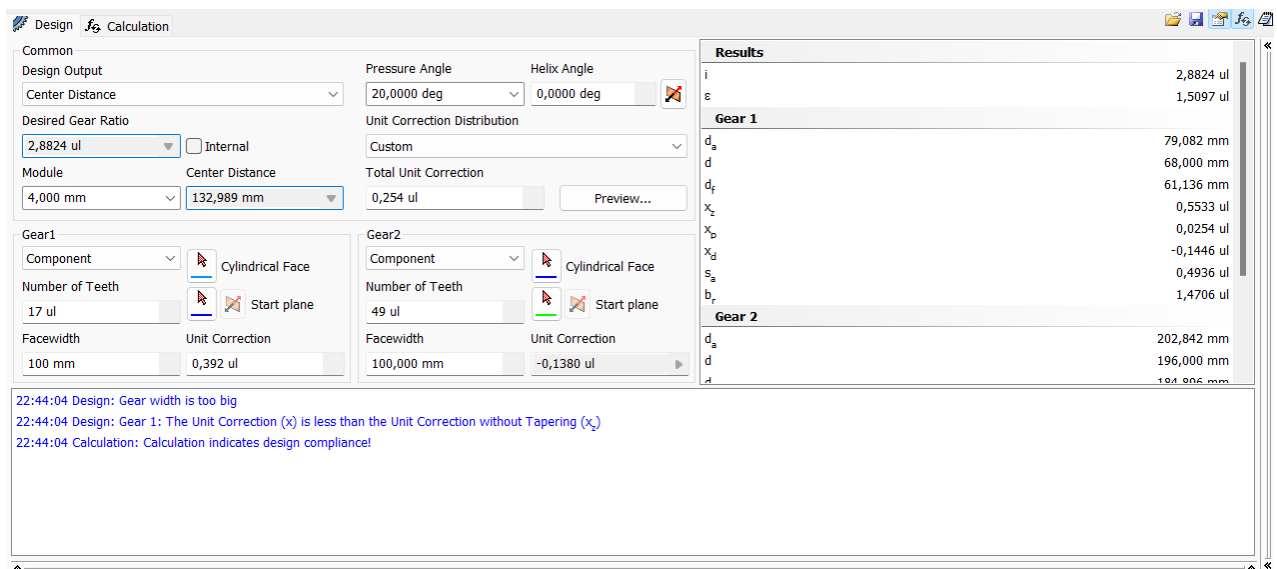
gdje je C_{ZR} za područje $850 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{Hlim} \leq 1200 \text{ N/mm}^2$ jednak:

$$C_{ZR} = 0,32 - 0,0002 \sigma_{Hlim} \quad (6.7)$$

$$C_{ZR} = 0,32 - 0,0002 \cdot 1100 = 0,1 \quad (6.8)$$

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{z10}} \right)^{C_{ZR}} = \left(\frac{3}{2,053} \right)^{0,1} = 1,0387 \quad (6.9)$$

Nadalje se sa dobivenim faktorom Z_R može pristupiti proračunu nosivosti V para.



Slika 21. Unošenje podataka V para

Factors of additional Load		Contact	Bending
Application Factor		K_A 1,200 ul	
Dynamic Factor	K_{Hv} 1,144 ul		1,144 ul
Face Load Factor	$K_{H\beta}$ 2,375 ul		2,075 ul
Transverse Load Factor	$K_{H\alpha}$ 1,010 ul		1,010 ul
One-time Overloading Factor		K_{AS} 1,000 ul	

Factors for Contact		Gear 1	Gear 2
Zone Factor		Z_H 2,420 ul	
Contact Ratio Factor		Z_e 0,911 ul	
Single Pair Tooth Contact Factor	Z_B 1,025 ul		1,000 ul
Life Factor	Z_N 1,000 ul		1,000 ul
Lubricant Factor		Z_L 0,958 ul	
Roughness Factor		Z_R 1,0387 ul	
Velocity Factor		Z_V 0,978 ul	
Helix Angle Factor		Z_β 1,000 ul	
Size Factor	Z_X 1,000 ul		1,000 ul
Work Hardening Factor		Z_W 1,000 ul	

Factors for Bending		Gear 1	Gear 2
Form Factor	Y_{Fa} 2,334 ul		2,434 ul
Stress Correction Factor	Y_{Sa} 1,745 ul		1,665 ul
Teeth with Grinding Notches Factor	Y_{Sag} 1,000 ul		1,000 ul
Helix Angle Factor		Y_β 1,000 ul	
Contact Ratio Factor		Y_e 0,747 ul	
Alternating Load Factor	Y_A 1,000 ul		1,000 ul
Production Technology Factor	Y_T 1,000 ul		1,000 ul
Life Factor	Y_N 1,000 ul		1,000 ul
Notch Sensitivity Factor	Y_S 1,162 ul		1,144 ul
Size Factor	Y_X 1,000 ul		1,000 ul
Tooth Root Surface Factor		Y_R 1,000 ul	

☒ User Factors

Results	
Z_E	189,812 ul
Gear 1	
S_H	1,604 ul
S_F	3,855 ul
S_{Hst}	1,425 ul
S_{Fst}	8,293 ul
Gear 2	
S_H	1,643 ul
S_F	3,816 ul
S_{Hst}	1,460 ul
S_{Fst}	8,337 ul

Slika 22. Faktori V para

Design
Calculation

Method of Strength Calculation
ISO 6336:1996

Loads

	Gear 1	Gear 2
Power	P 20 kW	19,600 kW
Speed	n 1500,00 rpm	520,41 rpm
Torque	T 127,324 N m	359,653 N m
Efficiency	η 0,980 ul	

Material Values

Gear 1	☐ User material	
Gear 2	☐ User material	
Bending Fatigue Limit	σ_{Flim} 270,0 MPa	270,0 MPa
Contact Fatigue Limit	σ_{Hlim} 1100,0 MPa	1100,0 MPa
Modulus of Elasticity	E 206000 MPa	206000 MPa
Poisson's Ratio	μ 0,300 ul	0,300 ul
Heat Treatment	2 ul	2 ul

Required Life
 L_h 50000 hr

0:48:36 Design: Gear width is too big
0:48:36 Design: Gear 1: The Unit Correction (x) is less than the Unit Correction without Tapering (x₂)
0:48:36 Calculation: Calculation indicates design compliance!

Results

F_t	3716,980 N
F_r	1437,196 N
F_a	0,000 N
F_n	3985,157 N
v	5,341 mps
n_{E1}	20561,624 rpm
Gear 1	
S_H	1,604 ul
S_F	3,855 ul
S_{Hst}	1,425 ul
S_{Fst}	8,293 ul
Gear 2	
S_H	1,643 ul
S_F	3,816 ul
S_{Hst}	1,460 ul
S_{Fst}	8,337 ul

Slika 23. Proračun nosivosti V para

Iz gornjih slika je vidljivo da proračun čvrstoće V para čelnika zadovoljava, te su za pogonski zupčanik dobiveni faktor sigurnosti na opterećenje bokova $S_{H1} = 1,604$ te faktor sigurnosti na savijanje korijena $S_{F1} = 3,855$, a za gonjeni $S_{H1} = 1,643$ i $S_{F1} = 3,816$.

Iznosi faktora sigurnosti V para su veći od dobivenih vrijednosti nultog para, a razlog tome je što povećanju nosivosti zupčanika pogoduju što veći iznosi pomaka profila.

6.3 Potrebna debljina uljnoga filma

6.3.1 Minimalna debljina uljnog filma V para

Određivanje potrebne debljine uljnog filma važno je za osiguranje učinkovitog podmazivanja te dugotrajnog rada sustava. Pravilnom debljinom filma smanjuje se trenje između kontaktnih površina, time se smanjuje trošenje i rizik od oštećenja što doprinosi povećavanju učinkovitosti sustava.

Potrebna debljina uljnog filma odrediti će se prema [7] za točku kinematskog pola C . Koristiti će se formula koju su razvili Pan i Hamrock, budući da omogućuje precizno proračunavanje minimalne debljine uljnog filma u linijskim dodirima zubiju koristeći parametre materijala, opterećenja i geometrije. [7]

Minimalna debljina uljnog filma se računa prema sljedećem:

$$H_{min} = \frac{h_{min}}{R} = 1.71 G^{0.568} U^{0.694} W^{-0.128} \quad (6.10)$$

gdje su G, U, W bezdimenzijski parametri:

$$G = \alpha E', \quad W = \frac{w}{E' R}, \quad U = \frac{\mu_o u_o}{E' R} \quad (6.11), (6.12), (6.13)$$

- α - tlačno viskozni koeficijent, GPa^{-1}
- w - normalno opterećenje po jedinici širine, N/m
- μ_o - viskoznost, $\text{Pa} \cdot \text{s}$
- u_o - srednja tangencijalna brzina, m/s
- E' - efektivni modul elastičnosti, MPa
- R - ekvivalentni radijus, mm

Podatci za tlačno viskozni koeficijent te viskoznost će biti uzeti iz primjera u izvoru, $\mu_o = 0.04 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ i $\alpha = 15 \text{ GPa}^{-1}$

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{1 - 0,3^2}{206000} + \frac{1 - 0,3^2}{206000} \right] \quad (6.14)$$

$$E' = 226,3 \text{ GPa}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{\rho_{C1}} + \frac{1}{\rho_{C2}} = \frac{1}{12,354} + \frac{1}{35,607} \quad (6.15)$$

$$R = 9,172 \text{ mm}$$

$$u_o = \frac{(u_1 + u_2)}{2} = \frac{1,9405 + 1,9405}{2} = 1,9405 \text{ m/s} \quad (6.16)$$

$$w = \frac{P}{r_{w1} \cdot \pi \cdot n_1 \cdot b \cdot \cos \varphi} \quad (6.17)$$

- φ – tlačni kut, u kinematskom polu C tlačni kut je jednak kinematskom kutu zahvatne linije $\alpha_w = 21,139^\circ$

$$w = \frac{P}{r_{w1} \cdot \pi \cdot n_1 \cdot b \cdot \cos \varphi} = \frac{20000}{0,06851 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 0,1 \cdot \cos(21,139)} = 39851 \text{ N/m}$$

$$G = \alpha E' = 15 \cdot 10^{-9} \cdot 2,263 \cdot 10^{11} = 3394,5$$

$$W = \frac{w}{E'R} = \frac{39851}{226,3 \cdot 10^9 \cdot 0,009172} = 1,92 \cdot 10^{-5}$$

$$U = \frac{\mu_o u_o}{E'R} = \frac{0,04 \cdot 1,9405}{226,3 \cdot 10^9 \cdot 0,009172} = 3,7395 \cdot 10^{-11}$$

$$H_{min} = \frac{h_{min}}{R} = 1,71 G^{0,568} U^{0,694} W^{-0,128}$$

$$= 1,71 \cdot 3394,5^{0,568} \cdot (3,7395 \cdot 10^{-11})^{0,694} \cdot (1,92 \cdot 10^{-5})^{-0,128}$$

$$= 4,0341 \cdot 10^{-5}$$

$$h_{min} = H_{min} \cdot R = 4,0341 \cdot 10^{-5} \cdot 0,009172 = 0,37 \text{ } \mu\text{m} \quad (6.18)$$

Debljina uljnog filma V para koja će se uspostaviti u kinematskom polu C iznosi 0,37 μm .

6.3.2 Minimalna debljina uljnog filma nultog para

Kako bi se izračunala minimalna debljina uljnog filma nultog para, potrebno je izračunati sljedeće [7]:

$$H_{min} = \frac{h_{min}}{R} = 1.71G^{0.568}U^{0.694}W^{-0.128} \quad (6.19)$$

Podatci za tlačno viskozni koeficijent te viskoznost će biti ponovno uzeti iz primjera u izvoru, $\mu_o = 0.04 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ i $\alpha = 15 \text{ GPa}^{-1}$.

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{1 - 0,3^2}{206000} + \frac{1 - 0,3^2}{206000} \right]$$

$$E' = 226,3 \text{ GPa}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{\rho_{C1}} + \frac{1}{\rho_{C2}} = \frac{1}{11,629} + \frac{1}{33,518} \quad (6.20)$$

$$R = 8,634 \text{ mm}$$

$$u_o = \frac{(u_1 + u_2)}{2} = \frac{1,827 + 1,827}{2} = 1,827 \text{ m/s} \quad (6.21)$$

$$w = \frac{P}{r_1 \cdot \pi \cdot n_1 \cdot b \cdot \cos\varphi} = \frac{20000}{0,068 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 0,1 \cdot \cos(20)} = 39852 \text{ N/m} \quad (6.22)$$

$$G = \alpha E' = 15 \cdot 10^{-9} \cdot 2,263 \cdot 10^{11} = 3394,5 \quad (6.23)$$

$$W = \frac{w}{E'R} = \frac{39851}{226,3 \cdot 10^9 \cdot 0,008634} = 2,040 \cdot 10^{-5} \quad (6.24)$$

$$U = \frac{\mu_o u_o}{E'R} = \frac{0,04 \cdot 1,827}{226,3 \cdot 10^9 \cdot 0,008634} = 3,7403 \cdot 10^{-11} \quad (6.25)$$

$$H_{min} = \frac{h_{min}}{R} = 1.71G^{0.568}U^{0.694}W^{-0.128} \quad (6.26)$$

$$= 1.71 \cdot 3394,5^{0.568} \cdot (3,7403 \cdot 10^{-11})^{0.694} \cdot (2,04 \cdot 10^{-5})^{-0.128}$$

$$= 4,00351 \cdot 10^{-5}$$

$$h_{min} = H_{min} \cdot R = 4,0341 \cdot 10^{-5} \cdot 0,009172 = 0,347 \text{ }\mu\text{m} \quad (6.27)$$

Debljina uljnog filma nultog para koja će se uspostaviti u kinematskom polu C iznosi $0,347 \text{ }\mu\text{m}$ te je manja od minimalne debljine uljnog filma V para koja iznosi $0,37 \text{ }\mu\text{m}$.

7. Zaključak

U ovom radu, na temelju provedenih proračuna i usporedba, može se zaključiti da izjednačavanje specifičnog klizanja na početku i na kraju zahvata uspostavlja značajna poboljšanja u pogledu trošenja zupčanika. Korištenjem funkcije Solver u programu Excel, omogućeno je određivanje faktora pomaka profila uz zadane uvjete kako bi se postiglo ravnomjernije klizanje, čime su smanjene vrijednosti maksimalnih specifičnih klizanja, pogotovo na početku i na kraju zahvata, zbog čega dolazi do smanjenja trošenja, manjeg rizika od mikro-rupičenja i zaribavanja te duljim i izjednačenim vijekom trajanja zupčanika.

Usporedba rezultata između nultog i V para, korištenjem programa Autodesk Inventor Professional 2025, pokazala je dodatna poboljšanja u nosivosti zupčanika, a razlog tome je što povećanju nosivosti pogoduju što veći faktori pomaka profila. Osim toga, proveden je i proračun minimalne debljine uljnog filma za oba para čelnika te proračun pokazuje da se na V paru uspostavlja veći minimalni iznos debljine uljnog filma, čime se osigurava stabilan rad i smanjuje mogućnost izravnog metalnog kontakta, što je također ključno za dugotrajan rad sustava.

Dobiveni rezultati pokazuju da pravilno dimenzioniranje i optimizacija pomaka profila značajno poboljšavaju performanse zupčanika, omogućujući veću efikasnost i pouzdanost sustava.

8. Literatura

- [1] Oberšmit, E., Ozubljenja i zupčanici, SNL Zagreb 1982.
- [2] www.indiamart.com
- [3] www.khkgears.net
- [4] www.mmintercom.com
- [5] Linke, H., Börner, J. and Heß, R. (2016) Cylindrical gears: Calculation – materials – manufacturing. Munich, Germany: Carl Hanser Verlag. ISBN: 978-1-56990-490-9.
<https://doi.org/10.3139/9781569904909>
- [6] ISO 6336, "Calculation of Load Capacity of Spur and Helical Gears", ISO, 2006
- [7] Kumar, P., Khonsari, M.M. (2013). Film Thickness Formulas: Line Contacts. In: Wang, Q.J., Chung, YW. (eds) Encyclopedia of Tribology. Springer, Boston, MA.
https://doi.org/10.1007/978-0-387-92897-5_641
- [8] Autodesk Inventor Professional 2025

PRILOZI

I. Tehnička dokumentacija

