# Određivanje ukupnog otpora kontejnerskog broda u naravi primjenom računalne dinamike fluida

Hunić, Marko

Undergraduate thesis / Završni rad

2025

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:596622

Rights / Prava: In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: 2025-02-25

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Marko Hunić

Zagreb, 2025.

# SVEUČILIŠTE U ZAGREBU FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli, dipl. ing. Dr. sc. Ivana Martić, mag. ing. nav. arch. Student:

Marko Hunić

Zagreb, 2025.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu. Rad je izrađen u sklopu projekta HRZZ-IP-2020-02-8568 Hrvatske zaklade za znanost.

Zahvaljujem se mentoricama prof. dr. sc. Nastii Degiuli i dr.sc. Ivani Martić te mag. ing. aeroing. Carlu Giorgiu Grlju jer su mi prenijeli puno znanja tijekom izrade ovog rada i što su uvijek bili dostupni te spremni pomoći. Bez njihove pomoći ovaj rad ne bi bio moguć.

Zahvaljujem se svojim roditeljima i sestri Matei koji su mi pružali moralnu i financijsku pomoć tokom cijelog studija. Hvala Vam što ste uvijek vjerovali u mene i cijenim svo vrijeme koje ste uložili da mi olakšate ovaj put.

Posebno hvala mojoj Patriciji na beskrajnoj podršci, ljubavi, vjeri u mene te razumu u najstresnijim trenutcima. Bila si uz mene od prvog položenog ispita i učinila ovaj period mog obrazovanja posebnim. Bez tebe, ovaj put ne bi bio isti.

Marko Hunić



#### SVEUČILIŠTE U ZAGREBU FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija brodogradnje



Sveuč	ilište u Zagrebu
Fakultet stro	jarstva i brodogradnje
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 0	4 / 25 - 06 / 01
Ur.broj: 15 - 2	25 -

# ZAVRŠNI ZADATAK

Student:

Marko Hunić

JMBAG: 0035235277

Naslov rada na hrvatskom jeziku: Određivanje ukupnog otpora kontejnerskog broda u naravi primjenom računalne dinamike fluida

Naslov rada na engleskom jeziku:

Determination of total resistance for a full-scale container ship using computational fluid dynamics

Opis zadatka:

Pri modelskim ispitivanjima u brodskoj hidrodinamici nije moguće u potpunosti zadovoljiti hidrodinamičku sličnost te je stoga vrijednosti izmjerene na mjerilu modela potrebno ekstrapolirati na mjerilo broda u naravi. Računalna dinamika fluida omogućuje provođenje numeričkih simulacija na mjerilu broda u naravi. Na taj način moguće je izbjeći utjecaj mjerila te analizirati strujanje oko trupa broda u naravi i odrediti ukupni otpor broda bez potrebe za ekstrapolacijom rezultata.

U završnom radu potrebno je, uz pomoć programskog paketa za računalnu dinamiku fluida, numerički simulirati pokus otpora kontejnerskog broda u naravi te dobivene vrijednosti ukupnog otpora, paralelnog zagažaja i trima usporediti s ekstrapoliranim eksperimentalnim podacima. Pri tome je potrebno primijeniti model trodimenzijskog strujanja viskoznog fluida sa slobodnom površinom.

U radu je potrebno:

- 1. Dati pregled literature vezane uz numeričke simulacije pokusa otpora na mjerilu broda u naravi.
- Dati matematičku osnovu numeričkih metoda za simulaciju viskoznog strujanja fluida sa slobodnom površinom.
- Pripremiti proračunsku mrežu, početne i rubne uvjete potrebne za numeričku simulaciju viskoznog strujanja fluida.
- Izvršiti numeričku simulaciju pokusa otpora kontejnerskog broda u naravi koristeći programski paket za računalnu dinamiku fluida.
- Usporediti numerički dobivene rezultate ukupnog otpora, paralelnog zagažaja i trima s ekstrapoliranim eksperimentalnim podacima.

Rezultate proračuna prikazati odgovarajućim tablicama, dijagramima i slikama. U radu koristiti programski paket STAR-CCM+ dostupan na FSB-u.

U radu treba navesti literaturu i eventualno dobivenu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:

19.11.2024.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

Natha Dejiuli Dr. sc. Ivana Martic

Dr. sc. Ivana Martič Jraun, Hartić Datum predaje rada:

1. rok: 20. i 21. 2. 2025. 2. rok: 10. i 11. 7. 2025. 3. rok: 18. i 19. 9. 2025 Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 24. 2. - 28. 2. 2025. 2. rok: 15. 7. - 18.7.2025 3. rok: 22. 9. - 26. 9. 2025.

Predsjednik Povjerenstva:

Izv. prof. dr. sc. Ivan Ćatipović

Calipen's

# SADRŽAJ

POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA	III
POPIS OZNAKA	IV
SAŽETAK	VI
SUMMARY	VII
1. UVOD	1
1.1. Pregled literature	1
2. OTPOR BRODA	4
2.1. Podjela otpora broda	5
2.2. Metoda ekstrapolacije ITTC-1978	7
3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA	9
3.1. Osnovne jednadžbe dinamike fluida	11
3.2. Zakon očuvanja mase	11
3.3. Zakon očuvanja količine gibanja	12
3.4. Vremenski osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe	12
3.5. Modeli turbulencije	13
3.5.1. $\mathbf{K} - \mathbf{\mathcal{E}}$ model turbulencije	14
3.7 Metoda konačnih volumena	15
3.8 Postupak verifikacije	10
3.9. Validacija rezultata	18
4. PRIPREMA NUMERIČKIH SIMULACIJA	20
4.1.1. Glavne značajke kontejnerskog broda 6750-TEU	20
4.1.2. Proračunska domena	21
4.1.3. Rubni uvjeti	21
4.1.4. Diskretizacija proračunske domene	22
4.1.5. Granični sloj	23
4.1.6. Slobodna površina	24
4.1.7. Kelvinov kut	25
4.1.8. Fizikalni model numeričke simulacije	25
4.1.9. Zadavanje numeričkog ijesavača	27 28
5. 1. Varifikacija numaričkih simulacija	20 20
5.1. Vennkacija numeričkih simulacija	20 20
5.2. Valuacija rezultata	29
5.4 Slike valova	31
5.5. Slobodne površine	34
5.6. Hidrodinamički tlak	36
5.7. Tangencijalna naprezanja	37
6. ZAKLJUČAK	39
LITERATURA	41

# **POPIS SLIKA**

Slika 1: Shema raspodjele otpora na komponente za površinske deplasmanske brodove [12]. Slika 2: Tangencijalna i normalna naprezanja na element površine podvodnog dijela trupa	5
broda [12]	6
Slika 3: Faze numeričkih simulacija [11]1	0
Slika 4: Bezdimenzijski profil brzine u ovisnosti o bezdimenzijskoj udaljenosti od stijenke. 1	5
Slika 5: Dio diskretiziranog područja proračunske domene [14]1	7
Slika 6: 3D model kontejnerskog broda 6750 TEU 2	0
Slika 7: Dimenzije proračunske domene	1
Slika 8: Rubni uvjeti domene	2
Slika 9: Primjer dobrog i lošeg diskretiziranja graničnog sloja	3
Slika 10: Diskretizacija graničnog sloja uz model kontejnerskog broda 6750 TEU 2	4
Slika 11: Diskretizacija slobodne površine	4
Slika 12: Fina mreža u numeričkim simulacijama	5
Slika 13: Odabrani fizikalni model numeričke simulacije	6
Slika 14: Određivanje faktora forme Prohaskinom metodom	0
Slika 15: Parametar y+ za brzine od 13 do 23 čvora	2
Slika 16: Slika valova za brzinu 13 čvorova	3
Slika 17: Slika valova za brzinu 15 čvorova	3
Slika 18: Slika valova za brzinu 17 čvorova	3
Slika 19: Slika valova za brzinu 19 čvorova	4
Slika 20: Slika valova za brzinu 21 čvor	4
Slika 21: Slika valova za brzinu 23 čvora	4
Slika 22: Slike slobodnih površina za brzine od 13 do 23 čvora	5
Slika 23: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 13 čvorova	6
Slika 24: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 15 čvorova	6
Slika 25: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 17 čvorova	6
Slika 26: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 19 čvorova	6
Slika 27: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 21 čvor	7
Slika 28: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 23 čvora	7
Slika 29: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 13 čvorova 3	7
Slika 30: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 15 čvorova 3	8
Slika 31: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 17 čvorova 3	8
Slika 32: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 19 čvorova 3	8
Slika 33: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 21 čvor	8
Slika 34: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 23 čvora	8

# **POPIS TABLICA**

Tablica 1: Glavne značajke modela kontejnerskog broda 6750 TEU	20
Tablica 2: Postavke diskretizacije graničnog sloja	23
Tablica 3: Svojstva numeričkih mreža	
Tablica 4: Vremenski koraci i omjeri profinjenja	
Tablica 5: Rezultati postupka verifikacije za nesigurnost mreže	29
Tablica 6: Rezultati postupka verifikacije za nesigurnost vremenskog koraka.	29
Tablica 7: Koeficijent ukupnog otpora broda i njegove komponente	30
Tablica 8: Usporedba ukupnog otpora, kuta trima i urona broda	31

## Marko Hunić

Završni	rad

POPIS OZN	JAKA	
Oznaka	Jedinica	Opis
$A_{VS}$	m²	površina izložena vjetru projicirana na poprečnu ravninu
В	m	širina broda
В	/	integracijska konstanta u logaritamskom profilu brzine
$\mathbf{C}_{\mu}$ , $C_{1arepsilon}$ , $C_{2arepsilon}$	/	empirijska konstanta u k−ε modelu turbulencije
$C_A$	/	korelacijski dodatak u ITTC-1978 metodi
$C_{AAS}$	/	koeficijent otpora zraka
$C_{DA}$	/	koeficijent aerodinamičkog otpora
$C_F$	/	koeficijent otpora trenja
$C_T$	/	koeficijent ukupnog otpora
$C_W$	/	koeficijent otpora valova
$e_a$	/	relativna aproksimacijska pogreška
$e_{ext}$	/	relativna pogreška ekstrapolacije
$f_i$	m/s²	masena sila
Fr	/	Froudeov broj
g	m/s²	ubrzanje sile teže
$G_b$	/	kinetička energija turbulencije zbog uzgona
$G_k$	/	kinetička energija turbulencije zbog gradijenta brzine
GCI	/	indeks konvergencije mreže
h	m	karakteristična veličina mreže
k	/	faktor forme
k	$m^2/s^2$	kinetička energija turbulencije
$k_s$	m	parametar hrapavosti površine trupa
$k_{XX}$	m	polumjer inercije broda oko osi x
$k_{YY}$	m	polumjer inercije broda oko osi y
$k_{ZZ}$	m	polumjer inercije broda oko osi z
$\overline{KG}$	m	vertikalni položaj težišta
L	m	duljina broda
$L_{CB}$	m	uzdužni položaj težišta istisnine
$L_{OA}$	m	duljina preko svega
$L_{PP}$	m	duljina između okomica
$L_{WL}$	m	duljina na vodnoj liniji
Ν	/	ukupan broj ćelija
$n_i$	/	vektor normale
p	Pa	tlak
p	/	prividni red metode
$p_N$	Pa	komponenta tlaka u smjeru normale
RD	/	relativna devijacija
r	/	omjer profinjenja

Fakultet strojarstva i brodogradnje

Re	/	Reynoldsov broj
$R_F$	Ν	otpor trenja
$R_P$	Ν	otpor tlaka
$R_{PV}$	Ν	viskozni otpora tlaka
$R_T$	Ν	ukupni otpor broda
$R_V$	Ν	viskozni otpor
$R_W$	Ν	otpor valova
S	m²	oplakana površina broda
$S_k, S_{\varepsilon}$	/	pomoćni koeficijent kod modela turbulencije
Т	m	gaz broda
t	S	vrijeme
и	m/s	brzina fluida
$u_{ au}$	m/s	brzina trenja
$u^+$	/	bezdimenzijska brzina
V	m³	volumen istisnine
$V_i$	m³	volumen i-te ćelije u mreži
$V_M$	m³	materijalni volumen
v	m/s	brzina broda
$v_i, v_j$	m/s	komponenta vektora brzine
$\overline{v_l, v_j}$	m/s	vremenski osrednjene pulsirajuće komponente brzine
$\bar{v}_i$	m/s	vremenski osrednjena brzina
$x_i, x_j$	m	koordinante osi
У	m	udaljenost od stijenke u smjeru normale
$y^+$	/	bezdimenzijska udaljenost od stijenke
$Z_{CB}$	m	vertikalni položaj težišta istisnine
$\Delta C_F$	/	dodatak na hrapavost
$\Delta t$	S	vremenski korak
$\delta_{ij}$	/	Kroneckerov delta simbol
Е	$m^{2}/s^{3}$	brzina disipacije energije
κ	/	Von Karmanova konstanta
μ	Pa·s	dinamički koeficijent viskoznosti
$\mu_t$	Pa·s	dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti
ν	m²/s	kinematički koeficijent viskoznosti
ρ	kg/m³	gustoća fluida
$ ho_A$	kg/m³	gustoća zraka
$ ho_S$	kg/m³	gustoća mora
$\sigma_i$	Ра	vektor naprezanja
$ au_w$	Ра	tangencijalno naprezanje na stijenci
$ au_0$	Ра	tangencijalno naprezanje
$\phi$	/	fizikalna veličina
$\phi_{ m ext}$	/	ekstrapolirana vrijednost fizikalne veličine

Fakultet strojarstva i brodogradnje

# SAŽETAK

U okviru ovog završnog rada provedene su numeričke simulacije s ciljem određivanja ukupnog otpora kontejnerskog broda 6750 TEU u naravi, primjenom programskog paketa STAR-CCM+ za računalnu dinamiku fluida. Matematički model temeljen je na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim jednadžbama uz primjenu  $k - \varepsilon$  modela turbulencije. Za opis slobodne površine korištena je metoda udjela fluida u volumenu. Analiziran je utjecaj gustoće mreže te vremenskog koraka u postupku verifikacije, a dobiveni numerički rezultati validirani su usporedbom s eksperimentalnim vrijednostima ekstrapoliranim primjenom metode ITTC-1978. Pokazano je da je relativna devijacija ukupnog otpora pri svim razmatranim brzinama manja od 5 %, što ukazuje na zadovoljavajuću razinu podudarnosti između numeričkih i eksperimentalnih podataka. Istraživanje potvrđuje da je računalna dinamika fluida pouzdan alat za predviđanje ukupnog otpora broda u naravi te može uvelike smanjiti potrebu za skupim pokusima u bazenima za modelska ispitivanja.

**Ključne riječi**: kontejnerski brod, ukupni otpor, računalna dinamika fluida, Reynoldsove osrednjene Navier–Stokesove jednadžbe,  $k - \varepsilon$  model turbulencije, metoda ekstrapolacije ITTC-1978

# SUMMARY

Within this thesis, numerical simulations were carried out to determine the total resistance of a 6750 TEU container ship at full scale, using the STAR-CCM+ software package for computational fluid dynamics. The mathematical model was based on the Reynolds averaged Navier–Stokes equations with the application of the  $k - \varepsilon$  turbulence model. The volume of fluid method was used to locate and track the free surface. The influence of mesh density and time step was analyzed in the verification study, and the obtained numerical results were validated by comparing them with experimental values extrapolated using the ITTC-1978 performance prediction method. It was shown that the relative deviations of total resistance for all analyzed speeds are lower than 5 %, indicating a satisfactory agreement between the numerical and experimental data. The research confirmed that computational fluid dynamics is a reliable tool for predicting the total resistance of a full-scale ship and can significantly reduce the need for expensive model testing in towing tanks.

**Keywords**: container ship, total resistance, computational fluid dynamics, Reynolds averaged Navier–Stokes equations,  $k - \varepsilon$  turbulence model, ITTC-1978 performance prediction method

# 1. UVOD

Određivanje ukupnog otpora broda u naravi ključno je područje u brodogradnji i pomorskom inženjerstvu jer izravno utječe potrošnju goriva, emisije štetnih plinova i ukupnu učinkovitost plovila. Uobičajeno se otpor broda u naravi određuje ekstrapoliranjem rezultata dobivenih modelskim ispitivanjima pomoću različitih metoda ekstrapolacije. Unatoč širokoj primjeni, metode ekstrapolacije često su nailazili na teškoće zbog složene prirode strujanja fluida. Poteškoće su prepoznate gotovo odmah nakon uvođenja tih metoda, ali su one opstale zbog nedostatka alternativnih rješenja. Iako danas raspolažemo naprednim mjernim uređajima u modelskim ispitivanjima i komercijalno dostupnim softverima, točno predviđanje strujanja fluida i dalje ostaje izazovno. Računalna dinamika fluida (RDF) danas predstavlja jedno od najvažnijih alata za predviđanje strujanja oko broda i hidrodinamičkih značajki plovila. Značajan napredak računalne tehnologije omogućio je širu primjenu RDF-a, čime se smanjila potreba za skupim pokusima u bazenima za hidrodinamička ispitivanja. Glavna prednost RDF-a je mogućnost provođenja simulacija u naravi, čime se eliminiraju problemi vezani uz utjecaj mjerila i potrebe za ekstrapolacijom. U ovom završnom radu, koristeći komercijalni programski paket STAR-CCM+ za RDF, provedene su numeričke simulacije pokusa otpora kontejnerskog broda u naravi. Numeričke simulacije su provedene primjenom nestacionarnog trodimenzionalnog modela strujanja viskoznog fluida sa slobodnom površinom. Matematički model je baziran na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim jednadžbama (eng. Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS), koje su diskretizirane metodom konačnih volumena. Kao model turbulencije primijenjen je  $k - \varepsilon$  model, dok je slobodna površina modelirana metodom udjela fluida u volumenu (eng. Volume of Fluid, VOF). Numeričke simulacije pružaju ne samo točnost u predviđanju otpora već i uvid u strujanje oko broda. U okviru rada izvršena je verifikacija numeričkih rezultata na tri mreže različitih gustoća i s tri različita vremenska koraka. Dobiveni numerički rezultati validirani su s dostupnim eksperimentalnim podacima. Time rad pruža uvid u mogućnosti i ograničenja RDF-a u određivanju otpora broda u naravi, s ciljem unapređenja metoda predviđanja otpora i optimizacije performansi plovila.

# 1.1. Pregled literature

Numeričke simulacije otpora broda u naravi danas predstavljaju temeljni alat u pomorskom inženjerstvu, omogućujući inženjerima i istraživačima detaljnu analizu složenih fenomena strujanja fluida oko brodskog trupa. Ključna komponenta RDF-a je eliminacija utjecaja mjerila,

koji su neizbježni kod modelskih ispitivanja zbog razlika u Reynoldsovom i Froudeovom broju između modela i broda u naravi. Tradicionalna hidrodinamička istraživanja temelje se na ispitivanjima u bazenima, uz naknadnu ekstrapolaciju rezultata za brod u naravi. Međutim, White [1] upozorava da razlike u Reynoldsovu i Froudeovu broju, dovode do promjena u debljini graničnog sloja, raspodjeli tlaka i razvoju turbulencije. Te se razlike naročito očituju pri većim dimenzijama broda, čime se smanjuje točnost procjene ukupnog otpora. Numeričke metode omogućuju izravno postavljanje fizičkih parametara na razine koje odgovaraju stvarnim radnim uvjetima, zahvaljujući čemu se bitno umanjuju pogreške povezane s kriterijima sličnosti. Deng et al. [2] ukazuju na važnost odabira modela turbulencije i kvalitete mreže, osobito u zoni uz trup broda gdje dolazi do razvoja graničnog sloja i prijelaza strujanja iz laminarnog u turbulentno. Njihovi rezultati potvrđuju presudnu ulogu diskretizacije, kao i potrebu da se numeričke simulacije validiraju eksperimentalnim mjerenjima. Lee et al. [3] su detaljno analizirali utjecaj različitih Reynoldsovih brojeva na faktor forme i na razvoj turbulencije. Zaključili su da su i manje promjene u faktoru forme dovoljne da uzrokuju značajne razlike u trenju i procjeni otpora, pri čemu je numerički pristup ključan za pouzdanu evaluaciju tih efekata. Terziev et al. [4] proveli su opsežan pregled utjecaja mjerila na hidrodinamičke značajke broda u naravi, analizirajući izazove povezane s otporom valova i trenja uz trup broda. Poseban naglasak stavljen je na optimizaciju proračunske mreže i korištenje metoda za modeliranje slobodne površine, poput metode udjela fluida u volumenu. Autori su naglasili kako su predložene metode ključne za unapređenje točnosti numeričkih simulacija, čime se omogućuje bolja procjena hidrodinamičkih značajki broda u naravi. Grlj et al. [5] analizirali su utjecaj numeričkih parametara na određivanje otpora kontejnerskog broda, kako na modelu, tako i u naravi. Njihovo istraživanje pokazalo je kako kvaliteta mreže te izbor modela turbulencije i diskretizacijskih shema značajno utječu na dobivene rezultate. Ovi rezultati potvrđuju važnost pažljivog odabira numeričkih parametara u postizanju zadovoljavajućih rezultata. Farkas et al. [6] provodili su numeričke simulacije viskoznog strujanja fluida oko modela tankera. U ovome istraživanju autori su analizirali utjecaj različitih gustoća računalnih mreža na ukupni otpor broda, pri čemu su numeričke rezultate validirali eksperimentalnim podacima dobivenim u Brodarskom institutu za širok raspon vrijednosti Froudeova broja. Autori su pokazali da se rezultati numeričkih simulacija za sve tri gustoće mreže zadovoljavajuće slažu s eksperimentalnim rezultatima. Farkas et al. [7] su analizirali značajke otpora i propulzije handymax brodu za rasuti teret u naravi pri različitim gazovima. Autori su proveli numeričke simulacije pokusa otpora, slobodne vožnje vijka i vlastitog pogona koje su bazirane na RANS jednadžbama i VOF metodi te su proveli postupak verifikacije za izračun numeričke nesigurnosti. Pokusi u Brodarskom institutu ekstrapolirani su primjenom pet različitih metoda, dok je usporedba s numeričkim rezultatima omogućila validaciju vrijednosti ukupnog otpora i propulzijskih značajki. Autori su ukazali na prednosti i nedostatke metoda ekstrapolacije te su uspoređeni rezultati dobiveni primjenom četiri modela turbulencije. Degiuli et al. [8] proveli su eksperimentalno ispitivanje hidrodinamičkih značajki teretnog broda pri izvanprojektnim uvjetima. U sklopu istraživanja provedeni su pokusi otpora, slobodne vožnje vijka i pokusa vlastitog pogona pri različitim stanjima krcanja za širok raspon brzina. Mjereni podaci ekstrapolirani su s četiri metode ekstrapolacije, kako bi se procijenile vrijednosti otpora i propulzijske značajke broda u naravi. Degiuli et al. [9] su provođenjem modelskih ispitivanja analizirali značajke otpora i propulzije kontejnerskog broda 6750 TEU. U sklopu pokusa vlastitog pogona provedena je procjena eksperimentalnih nesigurnosti, pri čemu su analizirane i sistemske (eng. bias) i slučajne (eng. precision) pogreške za dva Froudeova broja. Ispitivanja su provedena prema tzv. Britanskoj metodi za propeler s fiksnim i propeler s promjenjivim usponom, kako bi se dobio uvid u interakciju trupa i propelera. Dobiveni rezultati ekstrapolirani su primjenom metode ekstrapolacije International Towing Tank Conference (ITTC) 1957. Pregled literature pokazuje da suvremene numeričke metode, ne samo da omogućuju određivanje hidrodinamčkih značajki broda već i omogućuju detaljan uvid u strujanje oko broda. Zahvaljujući kontinuiranom razvoju modela turbulencije, sve boljoj prilagodbi i gustoći proračunskih mreža te sve većoj primjeni metoda strojnog učenja, predviđa se daljnje povećanje brzine proračuna i točnosti simulacija. Time se dodatno proširuje područje njihove primjene u pomorskom inženjerstvu, a postiže se i daljnje smanjenje troškova, budući da numeričke simulacije postupno zamjenjuju dio pokusa u bazenima za modelska ispitivanja.

## 2. OTPOR BRODA

Otpor broda definira se kao ukupna sila koja djeluje suprotno njegovom kretanju kroz vodu. Ukupni otpor broda  $R_T$  može se izraziti pomoću koeficijenta ukupnog otpora  $C_T$ , koji ovisi o Reynoldsovom broju (*Re*) i Froudeovom broju (*Fr*) [11]:

$$R_T = \frac{1}{2}\rho v^2 SC_T(Re, Fr) \tag{1}$$

Gdje su:

- *ρ* gustoća fluida,
- *v* brzina broda,
- *S* oplakana površina broda,

Reynoldsov broj *Re*, koji predstavlja omjer inercijskih i viskoznih sila, izračunava se prema sljedećem izrazu:

$$Re = \frac{\nu L}{\nu} \tag{2}$$

Gdje su:

- *L* duljina broda,
- ν kinematički koeficijent viskoznosti.

Reynoldsov broj ima ključnu ulogu u analizi graničnog sloja, gdje dominiraju viskozni efekti, uz povećanje Reynoldsovog broja, strujanje prelazi iz laminarnog u turbulentno, što značajno utječe na otpor. Froudeov broj Fr, koji predstavlja omjer inercijskih i gravitacijskih sila, se izračunava prema sljedećem izrazu:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gL}} \tag{3}$$

Gdje je:

• g ubrzanje sile teže

Froudeov broj ključan je za razumijevanje valnog sustava kojeg generira brod. Povećanjem Froudeovog broja formiraju se složenije slike valova koji značajno doprinose ukupnom otporu. Ukupni otpor broda može se raspodijeliti na komponente kao što je prikazano na slici 1.



Slika 1: Shema raspodjele otpora na komponente za površinske deplasmanske brodove [12]

## 2.1. Podjela otpora broda

Podjela ukupnog otpora broda omogućuje bolje razumijevanje pojedinačnih mehanizama koji doprinose otporu te lakše rješavanje inženjerskih problema vezanih uz projektiranje brodskih trupova [13]. Kada se brod giba pravocrtno na slobodnoj površini brzinom v, na njega djeluje ukupna hidrodinamička sila F. Horizontalna komponenta hidrodinamičke sile, koja djeluje suprotno smjeru gibanja broda, naziva se ukupnim otporom broda  $R_T$ . Na infinitezimalni element površine uronjenog dijela trupa broda u nekoj točki djeluje ukupno naprezanje  $p_A$ . Ovo ukupno naprezanje može se razložiti na dvije komponente: tangencijalno naprezanje  $\tau_0$ , koje djeluje paralelno s površinom trupa, te komponentu tlaka p, koja djeluje u smjeru normale na površinu. Komponenta tlaka p proizlazi iz hidrostatičkog i hidrodinamičkog tlaka fluida na površinu brodskog trupa [12]. Slika 2 prikazuje raspodjelu naprezanja i analizu komponenti otpora broda koji se giba pravocrtno na slobodnoj površini, uključujući tangencijalno naprezanje  $\tau_0$  i tlak p na element površine trupa broda.



Slika 2: Tangencijalna i normalna naprezanja na element površine podvodnog dijela trupa broda [12]

Ako su tangencijalna naprezanja i hidrodinamički tlakovi u smjeru normale poznati za sve točke oplakane površine trupa broda, ukupni otpor broda može se izraziti kao [12]:

$$R_{T} = \int_{S} \tau_{0} \cos(\tau_{0}, x_{1}) dS + \int_{S} p_{N} \cos(p_{N}, x_{1}) dS$$
(4)

Prvi član izraza opisuje doprinos tangencijalnih naprezanja otporu broda  $R_{F:}$ 

$$R_F = \int_{S} \tau_0 \cos\left(\tau_0, x_1\right) \mathrm{d}S \tag{5}$$

Drugi član predstavlja utjecaj hidrodinamičkog tlaka u smjeru normale  $R_P$ :

$$R_P = \int_{S} p_N \cos\left(p_N, x_1\right) \mathrm{d}S \tag{6}$$

Ovaj pristup omogućuje precizno određivanje ukupnog otpora broda na temelju distribucije opterećenja po oplakanoj površini. Ukupni otpor broda stoga je zbroj otpora trenja  $R_F$  i otpora tlaka  $R_P$ , što se može zapisati kao:

$$R_T = R_F + R_P \tag{7}$$

Ova podjela temelji se na pretpostavci da tekućina djeluje na trup broda kontinuirano raspodijeljenim površinskim silama. Strujanje oko trupa broda može se podijeliti na dva ključna područja: područje s dominantnim utjecajem viskoznosti, koje uključuje granični sloj i hidrodinamički trag, te vanjsko područje sa zanemarivim utjecajem viskoznosti, poznato kao

potencijalno strujanje. Ova podjela omogućuje daljnju razradu ukupnog otpora broda koji se sastoji od viskoznog otpora  $R_V$  i otpora valova  $R_W$ , što se može izraziti kao:

$$R_T = R_V + R_W \tag{8}$$

Viskozni otpor definiran je kao funkcija Reynoldsovog broja i sastoji se od dvije komponente. Prva je otpor trenja  $R_F$ , koji nastaje kao posljedica tangencijalnih naprezanja između tekućine i oplate broda. Druga komponenta je viskozni otpor tlaka  $R_{PV}$ , koji je rezultat promjene tlaka duž trupa broda uzrokovane viskoznim pojavama unutar graničnog sloja. Ukupni viskozni otpor može se stoga izraziti kao:

$$R_V = R_F + R_{PV} \tag{9}$$

Stvaranje valova na površini rezultira promjenom tlaka duž trupa, što znači da se otpor tlaka  $R_P$  može podijeliti na viskozni otpor tlaka  $R_{PV}$  i otpor valova  $R_W$ , pri čemu vrijedi:

$$R_P = R_{PV} + R_W \tag{10}$$

Otpor valova  $R_W$ , koji je posljedica generiranja valova na površini uslijed gibanja broda, definiran je kao funkcija Froudeovog broja.

#### 2.2. Metoda ekstrapolacije ITTC-1978

Za brodove bez bočnih kobilica koeficijent ukupnog otpora računa se prema izrazu [33]:

$$C_{TS} = (1+k)C_{FS} + \Delta C_F + C_A + C_W + C_{AAS}$$
(11)

Faktor forme k određuje se primjenom Prohaskine metode, koja omogućuje odvajanje otpora forme od ostalih komponenti otpora. Ova metoda temelji se na Hughesovoj metodi te je pomoću eksperimentalnih podataka dobivenih tijekom ispitivanja modela broda dobivena sljedeća formula:

$$\frac{C_{TM}}{C_{FM}} = (1+k) + \frac{C_W}{C_{FM}} = (1+k) + c \cdot \frac{Fr^n}{C_{FM}}$$
(12)

gdje su:

- *C<sub>TM</sub>* koeficijent ukupnog otpora modela broda,
- C<sub>FM</sub> koeficijent trenja modela određen prema ITTC-1957 korelacijskoj liniji,
- $C_W$  koeficijent otpora valova,
- *c* eksperimentalno određena konstanta,
- *n* eksponent ovisan o tipu broda.

Koeficijent otpora trenja  $C_F$  temelji se na ITTC-1957 [34] modelu korelacijskog proračuna otpora. Koeficijent otpor valova računa se prema izrazu:

$$C_W = C_{TM} - C_{FM}(1+k)$$
(13)

Kako bi se precizno odredile vrijednosti k i  $C_{TM}$ , potrebno je provesti eksperimentalna mjerenja u skladu sa preporukama ITTC-a. Dodatak na hrapavosti računa  $\Delta C_F$  se prema formuli:

$$\Delta C_F = 0.044 \left[ \left( \frac{k_s}{L_{WL}} \right)^{1/3} \cdot 10^{-6} * Re \right] + 0.000125$$
(14)

gdje  $k_s$  označava parametar hrapavosti površine trupa, a  $L_{WL}$  duljina na vodnoj liniji. Ako nema mjerenih podataka, koristi se standardna vrijednost  $k_s = 150 \cdot 10^{-6}$ . Korelacijski dodatak u ITTC-1978 metodi  $C_A$  se određuje usporedbom rezultata ispitivanja modela i mjerenja na brodu u naravi, ali u ovom radu je korištena preporuka ITTC-a prema sljedećem izrazu:

$$C_A = (5.68 - 0.6\log Re) \cdot 10^{-3} \tag{15}$$

Koeficijenta otpora zraka  $C_{AAS}$  se izračunava pomoću izraza:

$$C_{AAS} = C_{DA} \cdot \frac{\rho_A \cdot A_{VS}}{\rho_S \cdot S_S} \tag{16}$$

gdje su  $C_{DA}$  koeficijent aerodinamičkog otpora broda iznad vodene linije,  $A_{VS}$  površina izložena vjetru projicirana na poprečnu ravninu,  $S_S$  površina trupa pod vodom,  $\rho_A$  gustoća zraka, i  $\rho_S$  gustoća mora. Vrijednosti  $C_{DA}$  mogu se odrediti ispitivanjima u zračnim tunelima ili koristiti aproksimacije u rasponu od 0.5 do 1.0, s preporučenom vrijednosti od 0.8.

# 3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA

Računalna dinamika fluida predstavlja napredno interdisciplinarno područje koje povezuje teorijska znanja iz mehanike fluida, numeričkih metoda i računalne znanosti kako bi omogućila detaljnu simulaciju složenih procesa strujanja fluida [15]. Ova znanstvena disciplina iz temelja je promijenila način na koji se analiziraju i rješavaju problemi povezani s gibanjem fluida, pružajući alate za istraživanje i razumijevanje fenomena koji su izvan dosega tradicionalnih analitičkih metoda ili eksperimentalnih pristupa. Zahvaljujući sposobnosti simuliranja složenih fenomena, RDF omogućuje detaljno proučavanje strujanja fluida u uvjetima koji bi bili teško izvedivi ili preskupi za istraživanje u stvarnom okruženju. RDF je temeljen na Navier-Stokesovim jednadžbama, koje predstavljaju univerzalni matematički okvir za opisivanje osnovnih zakona očuvanja mase, količine gibanja i energije. Navier-Stokesove jednadžbe su nelinearne parcijalne diferencijalne jednadžbe koje opisuju kompleksno ponašanje fluida u različitim uvjetima. Unatoč svojoj univerzalnosti i sposobnosti da opišu širok raspon fenomena, Navier-Stokesove jednadžbe nemaju opće analitičko rješenje. Turbulencija, koja karakterizira mnoge stvarne probleme, dodaje dodatnu složenost ovim jednadžbama, čineći analitički pristup neprikladnim za većinu praktičnih primjena. S razvojem računalne tehnologije i napretkom numeričkih metoda, RDF je omogućio numeričko rješavanje Navier-Stokesovih jednadžbi. Numerički pristupi, kao što su metode konačnih elemenata (eng. Finite Element Method, FEM), konačnih volumena (eng. Finite Volume Method, FVM) i konačnih razlika (eng. Finite Difference Method, FDM), omogućuju podjelu problema na manje segmente koji se mogu obraditi računalnim algoritmima [16].

Numeričke simulacije se sastoje od tri glavne faze [11]:

- predprocesiranje,
- procesiranje,
- postprocesiranje.

Ove faze prikazane su shematski na slici 3.



Slika 3: Faze numeričkih simulacija [11]

Prva faza, poznata kao predprocesor, uključuje definiranje problema i postavljanje odgovarajućeg matematičkog i numeričkog modela. Ovaj korak zahtijeva precizno definiranje geometrije problema, fizikalnih uvjeta i svojstava fluida. Moderni programski paketi za RDF, poput STAR-CCM+, sadrže unaprijed implementirane matematičke modele koji olakšavaju postavljanje simulacija. Ključan dio predprocesiranja je generiranje geometrijske mreže, što podrazumijeva diskretizaciju prostora na manje volumene ili elemente. Mreža mora biti prilagođena analiziranom problemu, osobito u područjima s velikim gradijentima fizikalnih veličina, poput graničnog sloja u blizini brodskog trupa, gdje je potrebna visoka rezolucija za precizno opisivanje strujanja. Druga faza, procesor, fokusira se na numeričko rješavanje matematičkog modela. Nakon što je prostor diskretiziran, diferencijalne jednadžbe matematičkog modela transformiraju se u sustav algebarskih jednadžbi korištenjem numeričkih metoda, poput metode konačnih volumena, metode konačnih elemenata ili metode konačnih razlika [17]. U ovom radu korištena je metoda konačnih volumena zbog svoje raširenosti i prilagodljivosti u numeričkim simulacijama brodske hidrodinamike. Iterativno rješavanje ovih jednadžbi zahtijeva definiciju rubnih uvjeta i implementaciju modela turbulencije, kao što su RANS jednadžbe ili metoda velikih vrtloga (eng. Large Eddy Simulation, LES) [18]. Proces iteracije traje dok se ne postigne konvergencija prema zadanim kriterijima, čime se osigurava točnost rezultata. Završna faza, postprocesor, usredotočuje se na analizu i vizualizaciju rezultata. Ova faza uključuje prikazivanje polja brzine, tlaka i drugih relevantnih fizikalnih veličina, što omogućuje detaljni uvid u strujanje fluida oko analiziranog objekta. Iako rezultati dobiveni u numeričkim simulacijama ne mogu u potpunosti zamijeniti modelska ispitivanja, njihovom kombinacijom dobiva se sveobuhvatniji uvid u fizikalne fenomene. Numerički alati, poput STAR-CCM+, pružaju fleksibilnost u definiranju rubnih uvjeta i optimizaciji geometrijske mreže za simulaciju otpora broda [19].

#### 3.1. Osnovne jednadžbe dinamike fluida

Dinamika fluida temelji se na matematičkim jednadžbama koje opisuju ponašanje fluida pod utjecajem različitih sila [20]. Za modeliranje strujanja oko trupa broda, problem se obično opisuje kao nestacionaran, viskozan i nestlačiv. Ovakvi uvjeti zahtijevaju primjenu Navier-Stokesovih jednadžbi, koje opisuju očuvanje mase, količine gibanja i energije. Očuvanje mase osigurava da se količina fluida u sustavu ne mijenja tijekom vremena, što je ključno za nestlačive fluide. Očuvanje količine gibanja, s druge strane, razmatra ravnotežu između sila tlaka, viskoznih sila i vanjskih utjecaja. Kod strujanja oko brodskog trupa, ove jednadžbe omogućuju analizu ključnih fenomena poput razvoja graničnog sloja, stvaranja vrtloga i raspodjele tlaka. Proces uključuje diskretizaciju prostora i vremena, čime se diferencijalne jednadžbe svode na sustav algebarskih jednadžbi.

#### 3.2. Zakon očuvanja mase

Zakon očuvanja mase jedan je od temeljnih principa dinamike fluida, koji izražava činjenicu da ukupna masa fluida unutar sustava ostaje konstantna. Za materijalni volumen, koji prati gibanje fluida, ovaj zakon matematički se opisuje kao uvjet da brzina promjene ukupne mase unutar volumena iznosi nula. Gustoća fluida  $\rho$  i materijalni volumen  $V_M$  definiraju ukupnu masu sustava, a zakon očuvanja mase ima sljedeći oblik:

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{Dt}} \int_{V_M} \rho \mathrm{d} \mathbf{V} = 0 \tag{17}$$

Prilikom prijelaza s materijalnog volumena na kontrolni volumen, koji je fiksiran u prostoru, zakon očuvanja mase za nestlačivo strujanje poprima oblik jednadžbe kontinuiteta. Za nestlačivi fluid, gdje se gustoća fluida može smatrati konstantnom, jednadžba kontinuiteta u diferencijalnom obliku glasi:

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \tag{18}$$

U ovom slučaju,  $v_j$  označava komponente vektora brzine, dok  $x_j$  predstavlja koordinatne osi u prostoru.

#### 3.3. Zakon očuvanja količine gibanja

Zakon očuvanja količine gibanja jedan je od temeljnih zakona dinamike fluida, koji proizlazi iz Newtonovog drugog zakona gibanja. On glasi: brzina promjene ukupne količine gibanja unutar materijalnog volumena jednaka je zbroju vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na taj volumen. Matematički, ovaj zakon za materijalni volumen izražava se u sljedećem obliku:

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{Dt}} \int_{V_M} \rho v_i \mathrm{dV} = \int_{V_M} \rho f_i \mathrm{dV} + \int_{S_M} \sigma_i S_M \tag{19}$$

gdje je  $f_i$  masena sila,  $v_i$  vektor brzine,  $\sigma_i$  vektor naprezanja, a  $S_M$  je materijalna površina. Prilikom prijelaza s materijalnog volumena na kontrolni volumen, koji je fiksiran u prostoru, i primjenom teorema o transportu te Newtonovog zakona viskoznosti, zakon očuvanja količine gibanja može se izraziti u obliku diferencijalne jednadžbe kako slijedi:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + v \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_i x_i}$$
(20)

Ovdje p predstavlja tlak, a v kinematički koeficijent viskoznosti.

#### 3.4. Vremenski osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe

Navier-Stokesove jednadžbe vremenski se osrednjuju zbog njihove proračunske zahtjevnosti u rješavanju turbulentnih strujanja. U inženjerskoj praksi, gdje su ključne integralne veličine određenih fizikalnih veličina, primjena vremenskog osrednjavanja omogućuje značajno smanjenje vremena proračuna. Na ovaj način, turbulentna strujanja opisuju se osrednjenim veličinama. Vremenski osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe, poznate i kao RANS jednadžbe, imaju sljedeći oblik:

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\rho x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{v'_i v'_j} \right)$$
(21)

gdje je  $\mu$  dinamički koeficijent viskoznosti dok je dodatni član  $\rho v'_i v'_j$  poznat kao tenzor Reynoldsovih naprezanja (eng. *Reynolds Stress Tensor*, RST). Tenzor opisuje interakciju pulsirajućih komponenata brzine i doprinosi transportu količine gibanja u turbulentnom strujanju. Tenzor je simetričan te se sastoji od šest komponenti, što čini sustav jednadžbi nezatvorenim. Kako bi se zatvorio sustav RANS jednadžbi, koriste se modeli turbulencije [4] koji uvode aproksimacije za tenzor Reynoldsovih naprezanja. Cilj modela turbulencije je smanjiti broj nepoznanica na razinu koja odgovara broju dostupnih jednadžbi. Primjena takvih modela temelji se na empirijskim i teorijskim korelacijama te eksperimentalno dobivenim podacima. Primjena RANS jednadžbi i modela turbulencije predstavlja kompromis između računalne složenosti i točnosti simulacija. Zbog svoje praktičnosti i pouzdanosti, ovaj pristup široko se koristi u inženjerskim analizama turbulentnih strujanja.

## 3.5. Modeli turbulencije

Glavni zahtjevi koji se postavljaju pred modele turbulencije su univerzalnost, točnost, ekonomičnost proračuna i jednostavnost primjene. Univerzalnost modela odnosi se na njihovu sposobnost primjene na širok raspon problema, dok točnost podrazumijeva precizno predviđanje fizikalnih veličina od interesa [21]. Modeli turbulencije klasificiraju se prema redu korelacije brzina za koju se rješava transportna jednadžba. Prema ovoj klasifikaciji, razlikujemo modele prvog, drugog i trećeg reda. Najjednostavniji su modeli prvog reda, u kojima se modelira dvojna korelacija brzina, odnosno tenzor Reynoldsovih naprezanja. Ovi modeli temelje se na Boussinesqovoj hipotezi, prema kojoj se Reynoldsova naprezanja povezuju s gradijentima osrednjenih brzina na način analogan Newtonovom zakonu viskoznosti. Prema ovom pristupu, Reynoldsova naprezanja definiraju se izrazom:

$$-\rho \overline{v_i' v_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{v}_l}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij}$$
(22)

gdje je,  $\mu_t$  dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti, k je kinetička energija turbulencije, a  $\delta_{ij}$  Kroneckerov delta simbol. Boussinesqova hipoteza omogućuje zamjenu šest nepoznatih komponenti Reynoldsovih naprezanja jednim nepoznatim poljem, čime se značajno pojednostavljuje sustav jednadžbi [22]. Ovaj pristup čini osnovu modela prvog reda, poput  $k - \omega$  i  $k - \varepsilon$  modela [23]. Iako su jednostavni za implementaciju i računalno učinkoviti, modeli prvog reda mogu biti ograničeni u opisivanju složenih turbulentnih fenomena, poput onih s jakim odvajanjem toka ili velikom zakrivljenošću strujnica [24]. Modeli drugog reda pružaju detaljniji opis turbulencije rješavanjem transportnih jednadžbi za svaku komponentu Reynoldsovih naprezanja. Ovi modeli omogućuju precizniju analizu složenih turbulentnih fenomena, ali su znatno računalno zahtjevniji od modela prvog reda. Modeli trećeg reda dodatno povećavaju razinu detalja rješavanjem jednadžbi za trostruke korelacije brzina, no njihova primjena je rijetka zbog izrazito visokih zahtjeva za računalnim resursima i složenosti implementacije. Time pružaju detaljniji opis turbulencije. Međutim, ovi modeli su računalno zahtjevniji od modela prvog reda na specifične probleme

Fakultet strojarstva i brodogradnje

gdje je detaljna analiza ključna. Izbor modela turbulencije uvelike ovisi o specifičnostima problema i dostupnim računalnim resursima. Modeli prvog reda ostaju dominantni u mnogim primjenama zbog svoje jednostavnosti i praktičnosti, dok se složeniji modeli, poput Reynoldsovog modela naprezanja, koriste u slučajevima gdje je potrebna veća razina preciznosti. U ovom radu korišten je model prvog reda, točnije  $k - \varepsilon$  model turbulencije, koji je široko primjenjivan u inženjerskim simulacijama zbog svoje jednostavnosti, računalne ekonomičnosti i robusnosti.

#### 3.5.1. $k - \varepsilon$ model turbulencije

Standardni  $k - \varepsilon$  model jedan je od najjednostavnijih i najpoznatijih modela turbulencije te se široko koristi u inženjerskim primjenama zbog svoje jednostavnosti, robusnosti i učinkovitosti. U ovom radu korišten je standardni  $k - \varepsilon$  model turbulencije. Ovaj model temelji se na transportnim jednadžbama za kinetičku energiju turbulencije k i brzina disipacije energije  $\varepsilon$ . Transportna jednadžba za k proizlazi iz točne matematičke formulacije, dok je jednadžba za  $\varepsilon$ razvijena na temelju fizičkih pretpostavki i stoga manje povezana s matematički točnim rješenjima [23]. Transportna jednadžba za turbulentnu kinetičku energiju k dana je izrazom:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k$$
(23)

dok se transportna jednadžba za disipaciju energije  $\varepsilon$  definira kao:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon$$
(24)

U navedenim jednadžbama,  $G_k$  predstavlja generaciju kinetičke energije turbulencije zbog gradijenta brzine, dok  $G_b$  opisuje generaciju kinetičke energije zbog uzgona. Parametar  $\mu_t$  označava dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti,  $Y_M$  doprinos fluktuacija stlačivosti, dok su  $S_k$  i  $S_{\varepsilon}$  pomoćni koeficijent kod modela turbulencije. Dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti određuje se pomoću izraza:

$$-\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{25}$$

Konstante koje su korištene u modelu imaju sljedeće vrijednosti:  $C_{1\varepsilon} = 1.44$ ,  $C_{2\varepsilon} = 1.92$ ,  $C_{\mu} = 0.09$ ,  $\sigma_k = 1.0$  i  $\sigma_{\varepsilon} = 1.3$ . Ove konstante dobivene su eksperimentalno, primjenom modela na turbulentno strujanje s homogeno izotropnom turbulencijom, i pokazale su se pouzdanima za širok raspon primjena, uključujući strujanje u blizini zidova.

#### 3.6. Zidne funkcije

Primjena zidnih funkcija predstavlja ključni pristup u numeričkom modeliranju turbulentnih strujanja kako bi se precizno modelirali uvjeti blizu površine. Ove funkcije omogućuju opisivanje prijelaza između viskoznog podsloja blizu stijenke, gdje dominiraju viskozni efekti, i vanjske područja u kojoj turbulencija postaje potpuno razvijena [25]. Primjena zidnih funkcija temelji se na empirijskim zakonima koji omogućuju očuvanje ključnih karakteristika strujanja u graničnom sloju. Umjesto iznimno detaljne diskretizacije blizu stijenke, ovaj pristup koristi matematičke aproksimacije koje osiguravaju konzistentnost s fundamentalnim zakonima dinamike fluida. Time se postiže znatno smanjenje potrebnih računalnih resursa, što je od posebne važnosti u simulacijama koje uključuju složene geometrije ili visok Reynoldsov broj [26]. U turbulentnim strujanjima granični sloj karakteriziraju tri osnovna područja: linearni podsloj, prijelazni podsloj i logaritamski podsloj [27]. Ova podjela prikazana je na slici 4, gdje je profil bezdimenzijske brzine u + prikazan kao funkcija bezdimenzijske udaljenosti od stijenke y +.





$$y^{+} = \frac{yu_{\tau}}{y} \tag{26}$$

gdje je y udaljenost od stijenke u smjeru normale, a  $u_{\tau}$  brzina trenja definirana izrazom:

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{27}$$

Bezdimenzijska brzina u + definira se kao:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \tag{28}$$

Linearni podsloj, najbliži stijenci, opisuje se izrazom:

$$u^+ = y^+ \tag{29}$$

logaritamski podsloj, koji se proteže izvan prijelaznog područja ( $y^+ > 30$ ), prati logaritamski zakon definiran izrazom:

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln (y^{+}) + B \tag{30}$$

Von Karmanova konstanta  $\kappa$ , koja je određena eksperimentalno i jednaka je vrijednosti 0,41, predstavlja ključni parametar u opisu logaritamskog zakona brzine unutar turbulentnih strujanja [28]. Konstanta *B* je jednaka 5,2 te označava integracijsku konstantu koja se pojavljuje u logaritamskom zakonu brzine. Prijelazni podsloj nije u potpunosti opisan ni linearnim ni logaritamskim zakonima. U numeričkim simulacijama ključno je pravilno pozicionirati prvu ćeliju blizu stijenke kako bi vrijednost  $y^+$  bila unutar intervala od 30 do 300. Ovo osigurava konzistentnost s logaritamskim zakonom brzine.

#### 3.7. Metoda konačnih volumena

Metoda konačnih volumena jedna je od najčešće korištenih numeričkih metoda za rješavanje problema u području RDF-a. Ova metoda posebno je pogodna za rješavanje RANS jednadžbi, koje su temelj za modeliranje turbulentnog strujanja. Glavna prednost metode konačnih volumena leži u njenoj konzervativnoj prirodi, što znači da se fizikalna svojstva, poput mase, količine gibanja ili energije, osiguravaju unutar cijele proračunske domene [29]. Osnovni princip metode temelji se na podjeli proračunske domene na konačne volumene ili kontrolne volumene. Svaki volumen definiran je svojim granicama (površinama) i središnjim čvorom koji predstavlja referentnu točku za izračun fizikalnih veličina unutar tog volumena. Transportne jednadžbe u konzervativnom obliku integriraju se unutar svakog kontrolnog volumena, što rezultira sljedećim izrazom:

Fakultet strojarstva i brodogradnje

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \int_{\Delta V} \rho \varphi \mathrm{dV} = -\int_{\Sigma S} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j \mathrm{dS} + \int_{\Delta V} S_{\varphi} \mathrm{dV}$$
(31)

Član na lijevoj strani predstavlja vremensku promjenu sadržaja razmatranog fizikalnog svojstva  $\varphi$  unutar volumena  $\Delta V$ . Prvi član na desnoj strani opisuje tok fizikalnog svojstva kroz granice volumena  $\Sigma S$ , koji uključuje konvekcijski tok, definiran kao  $\rho v_j \varphi$ , te difuzijski tok, opisan članom  $-\Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}$ . Drugi član na desnoj strani predstavlja izvore ili ponore razmatranog svojstva unutar volumena  $\Delta V$ , Na slici 5 prikazan je diskretizirani dio proračunske domene.



Slika 5: Dio diskretiziranog područja proračunske domene [14]

Proračunska domena podijeljena je na manja područja - konačne volumene, od kojih svaki ima definirane površine  $\Delta S$  i središnji čvor *C*. Susjedni volumeni povezani su preko zajedničkih površinskih granica, pri čemu se interakcije između glavnog volumena i susjednih volumena *N* odvijaju preko tih granica. Vektor normale  $n_i$  usmjeren je prema van iz volumena, što omogućuje dosljedno definiranje smjera protoka fizikalnih svojstava. Svaki konačni volumen predstavlja fizičku jedinicu u kojoj se bilanciraju protoci mase, energije ili momenta koji ulazi ili izlazi iz tog volumena i procese koji nastaju unutar volumena. Površine volumena  $\Delta S$  koriste se za računanje protoka fizikalnih veličina, dok središnji čvorovi *C* služe za izračun vrijednosti unutar volumena. Susjedni čvorovi *N* omogućuju međusobnu interakciju volumena, čime se osigurava prijenos informacija kroz cijelu proračunsku domenu. Prednost metode konačnih volumena je njena fleksibilnost u primjeni na složene geometrije. Podjela domene na nepravilne volumene omogućuje prilagodbu mreže geometriji problema, što je često neophodno u inženjerskim primjenama.

#### Marko Hunić

#### 3.8. Postupak verifikacije

Postupak verifikacije provodi se s ciljem određivanja numeričke nesigurnosti, koja je ključna za osiguranje točnosti i pouzdanosti numeričkih rezultata [30, 31]. Jedan od pristupa za procjenu ove nesigurnosti temelji se na Richardsonovoj ekstrapolaciji RE - indeks konvergencije mreže (eng. *Grid Convergence Index*, *GCI*) [32]. U ovoj metodi, potrebno je izraditi tri mreže različitih razina profinjenja. Faktor profinjenja mreže r trebao bi biti veći od 1,3 kako bi se osigurala dovoljna razlika između mreža. Karakteristična veličina mreže h za trodimenzionalne mreže definira se izrazom:

$$h = \sqrt[3]{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} V_i}$$
(32)

gdje je  $V_i$  volumen pojedine ćelije, a N ukupan broj ćelija u mreži. Prividni red metode p računa se prema izrazu:

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \ln\left(\frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{21}} \cdot \frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s}\right)$$
(33)

gdje su razlike u rezultatima dobivenim s finom i srednjom mrežom  $\epsilon_{21} = \phi_2 - \phi_1$  te srednjom i grubom mrežom  $\epsilon_{32} = \phi_3 - \phi_2$ , a  $\phi_k$  predstavlja rješenje na *k*-toj mreži. Ekstrapolirana vrijednost fizikalne veličine  $\phi_{ext}$  računa se pomoću:

$$\phi_{ext} = \frac{\phi_1 r_{21}^p - \phi_2}{r_{21}^p - 1} \tag{34}$$

Relativna aproksimativna pogreška  $e_a$  izražava se kao:

$$e_{a} = \frac{|\phi_{1} - \phi_{2}|}{\phi_{1}}$$
(35)

Relativna pogreška ekstrapolacije  $e_{ext}$  računa se prema:

$$e_{ext} = \frac{|\phi_{ext} - \phi_1|}{\phi_{ext}} \tag{36}$$

Indeks konvergencije mreže za finu mrežu GCI<sub>fine</sub> definiran je izrazom:

$$GCI_{fine} = \frac{1.25 \, e_a}{r_{21}^p - 1} \tag{37}$$

#### 3.9. Validacija rezultata

Cilj validacije je procjena sposobnosti numeričkih modela za točno predviđanje stvarnog ponašanja analiziranog sustava. Bez odgovarajućeg postupka validacije, rezultati numeričkih simulacija mogli bi dovesti do pogrešnih zaključaka, što u inženjerskoj praksi može imati

ozbiljne posljedice. Jedan od najčešće korištenih pristupa u validaciji je usporedba numeričkih rezultata s referentnim eksperimentalnim podacima. Eksperimentalni podaci smatraju se najpouzdanijim izvorom jer predstavljaju stvarno ponašanje sustava u kontroliranim uvjetima. Međutim, sama kvaliteta eksperimentalnih podataka može biti pod utjecajem različitih čimbenika, poput preciznosti mjernih uređaja, eksperimentalnih uvjeta i ljudske pogreške. Stoga se validacija mora provoditi s oprezom, uzimajući u obzir potencijalne izvore nesigurnosti u oba pristupa. U kvantificiranju razlika između numeričkih i eksperimentalnih podataka koristi se niz statističkih i analitičkih alata. Relativna devijacija *RD* jedna je od najjednostavnijih i najpraktičnijih načina za izražavanje odstupanja numeričkih rezultata od eksperimentalnih podataka. Relativna devijacija računa se prema sljedećoj formuli:

$$RD = \frac{R_{T,RDF} - R_{T,EXP}}{R_{T,EXP}} \cdot 100 \%$$
(38)

Pri tome  $R_{T,RDF}$  označava ukupni otpor modela broda dobiven numeričkom simulacijom, dok  $R_{T,EXP}$  predstavlja ukupni otpor modela broda dobiven eksperimentalnim mjerenjem.

# 4. PRIPREMA NUMERIČKIH SIMULACIJA

U okviru ovog završnog rada provedeno je numeričko određivanje ukupnog otpora, trima i urona kontejnerskog broda 6750 TEU u naravi korištenjem RDF alata. Numerička simulacija viskoznog strujanja oko kontejnerskog broda 6750 TEU provedena je korištenjem komercijalnog programskog paketa STAR-CCM+, jednog od vodećih alata za računalnu dinamiku fluida.

# 4.1.1. Glavne značajke kontejnerskog broda 6750-TEU

Geometrijske značajke kontejnerskog broda 6750 TEU prikazane su u tablici 1, dok je na slici 6 prikazan 3D model s definiranim koordinatnim sustavom.

Geometrijske značajke	Oznaka	Vrijednost	Jedinica
Duljina preko svega	L <sub>OA</sub>	300,891	m
Duljina između okomica	$L_{PP}$	286,6	m
Širina	В	40	m
Gaz	Т	11,98	m
Istisnina	$\nabla$	85,556	m³
Uzdužni položaj težišta istisnine (od pramčane okomice)	L <sub>CB</sub>	138,171	m
Vertikalni položaj težišta istisnine (od vodne linije)	Z <sub>CB</sub>	6,62	m
Vertikalni položaj težišta mase (od kobilice)	KG	16,562	m
Oplakana površina	$S_W$	13,325	m²
Polumjer inercije mase oko glavne osi x	$k_{xx}$	14,6	m
Polumjer inercije mase oko glavne osi y	$k_{yy}$	70,144	m
Polumjer inercije mase oko glavne osi z	k <sub>zz</sub>	70,144	m

#### Tablica 1: Glavne značajke modela kontejnerskog broda 6750 TEU



Slika 6: 3D model kontejnerskog broda 6750 TEU

Ishodište koordinatnog sustava postavljeno je na presjecištu konstrukcijske vodne linije i krmene okomice. Smjer osi u koordinatnom sustavu definiran je prema standardima brodograđevne struke. Pozitivan smjer osi x proteže se od krme prema pramcu broda, os y

prema lijevom boku, odnosno lijevoj strani (eng. *port side*), dok os z ima pozitivan smjer okomit na konstrukcijsku vodnu liniju prema gore.

# 4.1.2. Proračunska domena

Proračunska domena definirana je u obliku kvadra, čime se omogućuje jednostavna implementacija različitih rubnih uvjeta na pojedinim plohama. Kako bi se optimiziralo vrijeme izvođenja numeričkih proračuna, iskorištena je simetrija trupa broda, što je omogućilo provođenje numeričkih simulacija s jednom polovicom domene. Ovaj pristup značajno smanjuje računalnu složenost, dok istovremeno zadržava visoku razinu točnosti numeričkih rezultata. Dimenzije proračunske domene prikazane su na slici 7.



Slika 7: Dimenzije proračunske domene

Granice proračunske domene postavljene su na dovoljnu udaljenost od modela broda, čime je osigurana pravilna propagacija valova i eliminacija refleksija.

# 4.1.3. Rubni uvjeti

Za numeričku simulaciju strujanja oko kontejnerskog broda definirani su odgovarajući rubni uvjeti kako bi se precizno opisali uvjeti strujanja fluida te interakcija između fluida i trupa broda. Na površini trupa broda primijenjen je rubni uvjet zida (eng. *no-slip wall*), pri čemu je brzina fluida u dodiru s površinom trupa jednaka nuli. Ovaj uvjet odgovara fizikalnoj pretpostavci nepromočive čvrste stijenke, čime se modelira trenje između fluida i površine broda. Na ulaznu, donju i gornju granicu proračunske domene primijenjen je rubni uvjet brzine na ulazu (eng. *velocity inlet*), koji definira konstantnu brzinu fluida pri ulasku u domenu. Izlazna granica domene definirana je pomoću graničnog uvjeta nultog gradijenta tlaka na izlazu (eng. *pressure outlet*. Bočne granice opisane su rubnim uvjetom simetrije (eng. *symmetry plane*). U

Fakultet strojarstva i brodogradnje

#### Marko Hunić

provedenoj numeričkoj simulaciji pokusa otpora broda u naravi omogućena su dva stupnja slobode gibanja:

- Rotacijsko gibanje oko osi y trim (eng. pitch),
- Translacijsko gibanje u smjeru osi z uron (eng. *heave*).

Na početku simulacije, u trenutku t = 0, brod se nalazi u mirovanju. Vizualni prikaz postavljenih rubnih uvjeta dan je na slici 8.



#### 4.1.4. Diskretizacija proračunske domene

Proračunska domena je diskretizirana heksaedarskim ćelijama koje čine numeričku mrežu, a svaka ćelija predstavlja kontrolni volumen unutar kojeg se rješavaju jednadžbe očuvanja mase, količine gibanja i energije. Generiranje mreže provedeno je pomoću alata za automatsko generiranje mreže (eng. Automated Mesh), koji omogućuje brzo i precizno kreiranje osnovne mreže. Uz to, korišteni su dodatni alati za poboljšanje kvalitete mreže, uključujući alat za rediskretizaciju površina (eng. Surface Remesher), koji osigurava uniformnost mreže na složenim geometrijskim površinama, i alat za automatski popravak površine (eng. Automatic Surface Repair), koji ispravlja eventualne nepravilnosti. Za generiranje mreže korišten je alat (eng. Trimmed Cell Mesher), dok je u graničnom sloju korišten alat za generiranje slojeva prizmatičnih ćelija (eng. Prism Layer Mesher). Kako bi se osigurala točnost rezultata, generirana mreža dodatno je profinjena u područjima u kojima se očekuju veliki gradijenti fizikalnih veličina. Posebna pažnja posvećena je graničnom sloju, gdje je precizno modeliranje viskoznih sila od ključne važnosti za realističan prikaz trenja između fluida i površine broda. Slobodna površina, gdje dolazi do interakcije zraka i vode, također je detaljno diskretizirana kako bi se osiguralo točno modeliranje površinskih valova. Područje Kelvinovog kuta zahtijevalo je dodatnu profinjenost mreže radi pravilne rekonstrukcije slike valova. Dodatno, područja pramca i krme diskretizirana su s povećanom gustoćom mreže zbog izraženih Fakultet strojarstva i brodogradnje 22

gradijenata tlaka i brzine na tim dijelovima trupa. Prilagodba diskretizacije specifičnim zahtjevima simulacije omogućila je postizanje ravnoteže između računalnih resursa i točnosti rezultata. Osiguravanjem visoke gustoće mreže na ključnim područjima i zadržavanjem umjerene gustoće u manje kritičnim regijama smanjena je računalna složenost, dok su rezultati ostali pouzdani i precizni.

# 4.1.5. Granični sloj

Za diskretizaciju područja graničnog sloja korištene su prizmatične ćelije koje su orijentirane u smjeru normale trupa broda. Parametri diskretizacije graničnog sloja prikazani su u Tablici 2.

Орсіја	Vrijednost	Mjerna jedinica
Debljina graničnog sloja	0,9244	m
Debljina prizmatičnog sloja uz stijenku	0,0007	m
Broj ćelija u graničnom sloju	16	/

Tablica 2: Postavke diskretizacije graničnog sloja

Diskretizacija je izvedena tako da osigura postupan prijelaz između posljednje ćelije graničnog sloja i prve ćelije okolne mreže. Postizanje takvog prijelaza ključno je za izbjegavanje numeričke difuzije koja može nastati zbog naglih promjena veličine ćelija. Na slici 9 je dan prikaz dobre i loše izvedbe diskretizacije graničnog sloja.



Slika 9: Primjer dobrog i lošeg diskretiziranja graničnog sloja

Na slici 10 prikazan je rezultat provedene diskretizacije graničnog sloja. Vidljivo je da je postignut postepeni prijelaz između ćelija graničnog sloja i okolne mreže.





## 4.1.6. Slobodna površina

Tijekom plovidbe broda slobodnom površinom dolazi do formiranja valova, što zahtijeva precizno definiranje proračunske domene u tom području. U svrhu osiguravanja dovoljne rezolucije za preciznu analizu valova, procijenjena je maksimalna visina valova te je prema vertikalnoj osi z definiran volumen koji obuhvaća navedenu visinu. U ovom volumenu primijenjen je odgovarajući stupanj profinjenja osnovnih numeričkih ćelija, uz poštivanje preporuka smjernica ITTC-a, koje predlažu minimalno 20 ćelija po valnoj visini. Na slici 11 prikazana je diskretizirana proračunska domena, gdje se jasno vidi dodatno profinjenje u području slobodne površine.



Slika 11: Diskretizacija slobodne površine

## 4.1.7. Kelvinov kut

Početkom 20. stoljeća britanski fizičar i matematičar Lord Kelvin bavio se istraživanjem otpora valova koji nastaju zbog točke tlaka na površini vode, koja se giba konstantnom brzinom. Tijekom svojih istraživanja Kelvin je uočio karakterističan uzorak valova iza točke tlaka, koji je postao poznat kao Kelvinov valni uzorak. Ovaj sustav valova sastoji se od dviju glavnih komponenti: poprečnih valova, koji se protežu okomito na smjer gibanja, i dijagonalnih (razilaznih) valova, koji se šire pod određenim kutom u odnosu na smjer kretanja objekta. Geometrijski, sustav valova smješten je unutar dvaju pravaca koji zatvaraju kut od približno 19° 28' u odnosu na smjer gibanja, što se naziva Kelvinov kut. Značajna karakteristika ovog kuta je njegova konstantnost u uvjetima duboke vode, neovisno o brzini gibanja broda. Unutar ovog sustava, poprečni valovi formiraju niz valnih brjegova i dolova okomitih na smjer kretanja, pri čemu se razmak između vrhova mijenja s brzinom gibanja. Dijagonalni valovi šire se pod kutovima uz smjer gibanja broda, stvarajući složen interferencijski uzorak. Na pramcu objekta dolazi do stvaranja područja visokog tlaka, što rezultira formiranjem pramčanog vala. Istodobno, na krmi dolazi do poremećaja valnog uzorka zbog međudjelovanja s valovima koji se šire uz bok broda. Budući da sustav valova putuje zajedno s objektom, geometrijski raspored valnih brjegova i dolova ostaje nepromijenjen, iako se veličina i položaj brjegova prilagođavaju promjenama u brzini kretanja.

Mreža je profinjena na području Kelvinovog kuta pomoću tri pravokutnika različitih dimenzija, zakrenutih za iznos Kelvinovog kuta. Na slici 12 prikazano je profinjenje u ravnini slobodne površine, što omogućuje dobivanje realnog prikaza sustava valova iza kontejnerskog broda.



Slika 12: Fina mreža u numeričkim simulacijama

# 4.1.8. Fizikalni model numeričke simulacije

Numerička simulacija u ovom radu provedena je primjenom višefaznog modela poznatog kao *Euler Multiphase model*, kojim su precizno definirana svojstva dvaju međusobno različitih fluida – zraka i vode. Ključni aspekt ovog modela jest mogućnost preciznog opisivanja složenih

interakcija na granici između fluida, što je ostvareno uporabom metode udjela fluida u volumenu. Ova metoda omogućuje praćenje i lociranje slobodne površine, koja predstavlja dinamičku granicu između zraka i vode. Za definiranje ulaznih valova u domeni, korišteni su ravni VOF valovi (eng. flat VOF waves), pri čemu su u numerički model uneseni relevantni parametri poput brzine strujanja vode i zraka, gustoće fluida i dinamički koeficijent viskoznosti. Za modeliranje djelovanja fluida na brod korišten je model poznat kao dinamička interakcija fluida i tijela (eng. Dynamic Fluid Body Interaction, DFBI). DFBI omogućuje detaljno određivanje sila kojima fluid djeluje na brod te gibanja broda. U postavkama modela uneseni su parametri poput mase broda, položaja težišta i momenata tromosti, koji su ključni za pravilnu analizu dinamike sustava. Vrijeme početka gibanja tijela (eng. Release Time) definirano je kao trenutak u kojem tijelo započinje svoje kretanje, a vrijeme prilagodbe (eng. Ramp Time), koje označava trajanje postupnog dopuštanja gibanja tijela, postavljeno je na vrijednost koja je deset puta dulja od vremena početka gibanja. Ova konfiguracija omogućuje postupno i kontrolirano uspostavljanje dinamičkog ponašanja broda, čime se smanjuje rizik od numeričke nestabilnosti. Nadalje, refleksije valova, koje se mogu pojaviti uslijed odbijanja valova od rubova domene ili zbog naglih promjena u gustoći mreže, spriječene su primjenom tehnike prigušenja VOF valova (eng. VOF wave damping). Prikaz fizikalnog modela razvijenog u programskom paketu STAR-CCM+, zajedno s ključnim značajkama simulacije, dan je na slici 13.



Slika 13: Odabrani fizikalni model numeričke simulacije

#### 4.1.9. Zadavanje numeričkog rješavača

Za potrebe numeričke simulacije korišten je implicitni vremenski rješavač (eng. *Implicit Unsteady solver*), koji je odabran zbog sposobnosti rješavanja nelinearnih problema povezanih s interakcijom fluida i tijela. Fini vremenski korak proračuna definiran je prema sljedećem izrazu:

$$\Delta t = 0,00125 \cdot \frac{L_{pp}}{v} \tag{39}$$

Osim finog vremenskog koraka  $\Delta t$ , uvedeni su i srednji te grubi vremenski koraci, koji su dobiveni množenjem finog vremenskog koraka s 2 za srednji vremenski korak, odnosno s 4 za grubi vremenski korak.

Maksimalan broj iteracija po vremenskom koraku postavljen je na 5, dok je ukupno trajanje simulacije definirano na 1500 s. U početnim fazama numeričke simulacije brod je bio fiksiran te je nakon 1,5 brodu omogućeno slobodno gibanje s definiranim stupnjevima slobode, što uključuje uron i trim.

# 5. ANALIZA REZULTATA

U ovom poglavlju prikazani su rezultati analize viskoznog strujanja oko modela kontejnerskog broda kapaciteta 6750 TEU. Proveden je postupak verifikacije kako bi se odredila numerička nesigurnost. Također, numerički rezultati validirani su usporedbom s dostupnim eksperimentalnim podacima.

# 5.1. Verifikacija numeričkih simulacija

Proveden je postupak verifikacije na temelju različitih gustoća mreža i vremenskih koraka u numeričkim simulacijama pokusa otpora za kontejnerski brod 6750 TEU. U simulacijama su korištene tri mreže – fina, srednja i gruba – kako bi se omogućila procjena utjecaja broja ćelija i kvalitete mreže na konvergenciju i preciznost rezultata. Tablica 3 prikazuje svojstva korištenih mreža, što uključuje ukupan broj ćelija u svakoj mreži te vrijednosti karakteristične veličine mreže h, koja se izračunava na temelju prosječnog volumena ćelija unutar mreže. Parametri  $h_1$ ,  $h_2$  i  $h_3$  odnose se na finu, srednju i grubu mrežu, dok omjeri gustoće mreže  $r_{21}$  i  $r_{32}$  prikazuju odnose karakterističnih veličina mreže između uzastopnih mreža.

Tablica 3: Svojstva numeričkih mreža

N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	$N_3$	$h_1$	$h_2$	$h_3$	<i>r</i> <sub>21</sub>	$r_{32}$
4 475 093	2 024 353	1 039 109	6,165	8,031	10,031	1,302	1,249

Fina mreža omogućuje najdetaljnije modeliranje strujanja oko trupa broda, dok srednja i gruba mreža omogućuju bržu izvedbu simulacija, ali uz veću numeričku nesigurnost.

Za brzinu od 23 čvora i primjenu fine mreže, provedena je analiza utjecaja vremenskih koraka na numeričke rezultate. U tu svrhu korištena su tri različita vremenska koraka – fini, srednji i grubi. U tablici 4 su prikazani ispitani vremenski koraci i omjeri profinjenja. Dobivene su ključne veličine vremenskog koraka  $\Delta t$  te omjera vremenskih koraka  $r_{21}$  i  $r_{32}$  koji opisuju odnose između finog, srednjeg i grubog vremenskog koraka.

Tablica 4: Vremenski koraci i omjeri profinjenja

$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	$\Delta t_3$	$r_{21}$	$r_{32}$
0,03028	0,06056	0,1211	2	2

Fini vremenski korak omogućuje precizniju analizu vremenski osjetljivih pojava, ali uz povećanu računalnu složenost. Srednji i grubi vremenski koraci smanjuju računalno opterećenje, ali mogu dovesti do povećane numeričke nesigurnosti. Omjeri između korištenih vremenskih koraka  $r_{21}$  i  $r_{32}$  su konstantni i jednaki su 2. U analizi su razmatrana tri ključna parametra: ukupni otpor broda, trim i uron. Rezultati postupka verifikacije prikazani su u tablici 5.

Parametar	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\epsilon_{21}$	$\varepsilon_{32}$	р	R	<b>GCI</b> <sub>fine</sub>
$R_T$	928,080	940,050	965,910	11,963	25,864	39,349	0,4625	0.8802
τ	0,05788	0,05809	0,05927	0,0002	0,00118	80,601	0,1763	0,0605
σ	-0,3140	-0,3153	-0,3174	-0,0014	-0,0021	24,805	0,6538	0,5842

Tablica 5: Rezultati postupka verifikacije za nesigurnost mreže

Tablica 6: Rezultati postupka verifikacije za nesigurnost vremenskog koraka.

Parametar	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\varepsilon_{21}$	<i>ε</i> <sub>32</sub>	р	R	<b>GCI</b> <sub>fine</sub>
$R_T$	928,080	929,250	931,360	1 162,8	2 114,5	0,8627	0,5499	0,1914
τ	0,05788	0,05794	0,05819	0,0001	0,0003	22,508	0,2101	0,0311
σ	-0,3140	-0,3133	-0,3177	0,0007	-0,0044	26,754	-0,1565	0,0509

Dobiveni rezultati pokazuju kako većina analiza rezultira monotonom konvergencijom, pri čemu se rezultati postupno približavaju konačnoj vrijednosti s povećanjem gustoće mreže ili smanjenjem vremenskog koraka. Međutim, u slučaju analize numeričke nesigurnosti vremenskog koraka za uron dobivena je oscilatorna konvergencija. Takva pojava ukazuje na fluktuacije u numeričkim rezultatima između različitih vremenskih koraka. Oscilacije su prihvatljive jer amplituda oscilacija opada s povećanjem broja iteracija, što znači da rezultati konvergiraju prema konačnoj vrijednosti. Dobivene numeričke nesigurnosti mreže i vremenskog koraka su manje od 1 %. Numerička nesigurnost vremenskog koraka je manjeg iznosa od numeričke nesigurnosti mreže za sve promatrane parametre. Ovime je potvrđeno da su fina mreža i fini vremenski korak, unatoč oscilacijama, prikladni za ostale numeričke simulacije.

# 5.2. Validacija rezultata

U ovom poglavlju prikazana je validacija rezultata dobivenih iz računalne dinamike fluida, koja je provedena usporedbom s eksperimentalnim podacima. Usporedba između numeričkih rezultata i ekstrapoliranih podataka omogućila je procjenu točnosti i vjerodostojnosti simulacija.

Izmjerene vrijednosti ukupnog otpora, trima i urona u modelskim ispitivanjima potrebno je ekstrapolirati kako bi se dobili rezultati za brod u naravi. U ovom radu ekstrapolacija je provedena korištenjem ITTC-1978 metode, pri čemu je ključno poznavati faktor forme broda. Faktor forme određen je primjenom Prohaskine metode, čiji je postupak prikazan na slici 14. Na *x*-osi grafičkog prikaza nalazi se omjer Froudeovog broja i koeficijenta otpora trenja modela  $\left(\frac{F_r^4}{C_{EM}}\right)$ , dok je na *y*-osi prikazan omjer koeficijenta ukupnog otpora modela i koeficijenta otpora

 $\left(\frac{1}{C_{FM}}\right)$ , dok je na y -osi prikazan omjer koeficijenta ukupnog otpora modela i koeficijenta ukupnog otpora uk



Slika 14: Određivanje faktora forme Prohaskinom metodom

Za određivanje faktora forme koristi se član b = 1,1501 iz jednadžbe pravca. Faktor forme računa se oduzimanjem 1 od člana b:

$$k = b - 1 = 1,1501 - 1 = 0,1501 \tag{40}$$

Dobivena vrijednost faktora forme iznosi k = 0,1501, što je ključni parametar za daljnje izračune u postupku ekstrapolaciji.

U tablici 7 prikazan je koeficijent ukupnog otpora broda i njegove komponente. U ovom radu koeficijent otpora zraka  $C_{AAS}$  nije uključen u izračun, jer je fokus bio na otporu vode, koja dominira u ukupnom otporu broda zbog svoje veće gustoće.

$C_{FS}$	$C_W$	$\Delta C_F$	$\mathcal{C}_A$	$C_{TS}$	
0,001440	0,000010	0,000105	0,0001502270	0,001817	
0,001416	0,000074	0,000122	0,0001129380	0,001815	
0,001395	0,000119	0,000136	0,0000803234	0,001803	
0,001377	0,000184	0,000149	0,0000513406	0,001819	
0,001361	0,000169	0,000160	0,0000252612	0,001759	
0,001346	0,000279	0,000169	0,0000015560	0,001829	

Tablica 7: Koeficijent ukupnog otpora broda i njegove komponente

Bitno je napomenuti da kut trima nije potrebno ekstrapolirati, jer se njegove vrijednosti mogu neposredno usporediti. S druge strane, uron je ekstrapoliran tako što je pomnožen s mjerilom modela, čime se omogućuje usporedba numeričkih rezultata s eksperimentalnim rezultatima.

Tablica 8 prikazuje usporedbu numerički dobivenih ukupnih otpora, kutova trima i urona s ekstrapoliranim eksperimentalnim podacima.

V, čvor	<i>R<sub>T,RDF</sub>,</i> N	$R_{T,\mathrm{EXP}}$ , N	<i>RD</i> , %	$\hat{\boldsymbol{\tau}_{RDF}}$	$\tau^{\circ}_{EXP}$	$\sigma_{ m RDF}$ , m	$\sigma_{\mathrm{EXP}}$ , m
13	553383,375	562654,274	-1,65	0,0227	0,011	-0,0781	-0,0598
15	740049,410	748598,631	-1,14	0,0282	0,015	-0,1114	-0,0844
17	953086,429	955007,536	-0,20	0,0347	0,02	-0,1516	-0,1091
19	1198355,532	1203259,085	-0,41	0,0420	0,027	-0,1978	-0,1478
21	1478479,682	1421970,430	3,97	0,0508	0,039	-0,2529	-0,2076
23	1856167,206	1773373,675	4,67	0,0579	0,051	-0,3139	-0,2603

Tablica 8: Usporedba ukupnog otpora, kuta trima i urona broda

Pokazana je visoka razina podudaranja između rezultata dobivenih u numeričkim simulacijama i ekstrapoliranih podataka, pri čemu je relativna devijacija za ukupni otpor manja od 5 %. Pri nižim brzinama numerički rezultati pokazuju manja odstupanja od eksperimentalnih. Za V = 13 čvora, *RD* iznosi -1,65 %, što ukazuje na neznatno podcjenjivanje ukupnog otpora. Slično, za V = 15 čvora, *RD* je smanjena na -1,14 %. Pri višim brzinama, relativne devijacije pokazuju veća odstupanja. Za V = 21 čvora, *RD* iznosi 3,97 %, dok je za V = 23 čvora, *RD* jednak 4,67 %. Ova odstupanja su očekivana zbog povećanja nelinearnosti otpora pri većim brzinama, no svejedno ostaju unutar prihvatljivih granica. Zaključno, rezultati ukupnog otpora ukazuju na iznimnu preciznost RDF-a, jer odstupanja ne prelaze 5 %, što je standard prihvaćen u hidrodinamičkim istraživanjima. Veća odstupanja su dobivena za kut trima u odnosu na ukupni otpor, ali je potrebno naglasiti da su dobivene vrijednosti urona su prilično visoka, no kao i u slučaju kuta trima, uron poprima male apsolutne vrijednosti.

# 5.3. Parametar $y^+$

Parametar  $y^+$ predstavlja bezdimenzionalni broj koji se koristi za procjenu kvalitete mreže u graničnom sloju prilikom numeričkog modeliranja turbulentnog strujanja. Ovaj parametar definira relativnu udaljenost prve ćelije mreže od površine trupa broda u odnosu na viskozni podsloj, uzimajući u obzir brzinu smicanja i kinematički koeficijent viskoznost. Vrijednost  $y^+$ je ključna za pravilno modeliranje turbulentnog graničnog sloja jer osigurava točnost numeričke simulacije. Na slici 29 prikazana je raspodjela vrijednosti  $y^+$  duž trupa broda za različite brzine gibanja broda.





Jasno je vidljivo da s povećanjem brzine dolazi do povećanja vrijednosti  $y^+$ , posebno na prednjem dijelu trupa, gdje je brzina fluida i gradijent brzine najveći. Smanjenjem brzine broda, vrijednosti  $y^+$  postaju niže, osobito u srednjem dijelu trupa, gdje su gradijenti brzine i brzine fluida manje izraženi. Ove promjene su u skladu s teorijskim očekivanjima, jer smanjenje brzine fluida rezultira slabijim gradijentima brzine u graničnom sloju i manjim trenjem između fluida i površine trupa. Vrijednosti  $y^+$  na slikama ostaju unutar željenog raspona od  $30 < y^+ < 300$ , što ukazuje na pravilnu diskretizaciju graničnog sloja za sve brzine.

# 5.4. Slike valova

Na slikama 16-21 prikazane su slike valova za brzine u rasponu od 13 do 23 čvora. Brzina broda značajno utječe na intenzitet, oblik i širenje pramčanih i krmenih valova, kao i na njihovu međusobnu interferenciju. Pri višim brzinama broda pramčani valovi imaju veće amplitude, s jasno definiranim zonama širenja prema bokovima broda. Interferencija između pramčanih i krmnih valova stvara složene slike valova, gdje se intenzitet bočnih valova povećava s povećanjem brzine, a njihovo preklapanje uzrokuje veće turbulencije iza broda. Slike pokazuju kako valni sustavi pri nižim brzinama su pravilniji i energetski slabiji.











Slika 18: Slika valova za brzinu 17 čvorova



Slika 19: Slika valova za brzinu 19 čvorova



Slika 20: Slika valova za brzinu 21 čvor



Slika 21: Slika valova za brzinu 23 čvora

# 5.5. Slobodne površine

Na slici 22 su prikazane slobodne površine na trupu broda pri razmatranim brzinama. Na pramcu i krmi broda dolazi do izraženijeg podizanja razine vode zbog povećanog tlaka

uzrokovanog gibanjem broda. S druge strane, duž srednjeg dijela trupa, gdje je tlak niži, dolazi do spuštanja razine vode, što dodatno pridonosi složenosti valnih sustava.



Slika 22: Slike slobodnih površina za brzine od 13 do 23 čvora

Crvena boja označava ćelije s potpunom zastupljenošću zraka (volumen udjela zraka od 1), dok tamnoplava boja označava ćelije ispunjene isključivo vodom. Između ovih ekstremnih vrijednosti nalazi se prijelazni sloj slobodne površine, koji je karakteriziran mješavinom zraka i vode. Ovaj sloj predstavlja fizikalno stanje raspršenih kapljica vode, mjehurića zraka i pjene, što se često javlja na brjegovima valova i u zonama intenzivne interakcije broda s okolinom. Na brjegovima valova, zbog visokog tlaka i intenzivnog gibanja vode, dolazi do stvaranja pjene i prijelaznog sloja koji jasno ilustrira dinamiku interakcije između vode i zraka. U dolovima valova, gdje je tlak niži, prijelazni sloj je tanji, a slobodna površina mirnija. Ove promjene značajno ovise o brzini broda, što je vidljivo na slikama gdje se povećanjem brzine povećava amplituda valova i debljina prijelaznog sloja. Pri većim brzinama, slobodna površina pokazuje intenzivniju deformaciju, s izraženijim brjegovima i dolovima. Ovi efekti su posljedica povećanog dinamičkog trima, pri čemu se pramac broda uranja, dok se krma uzdiže.

## 5.6. Hidrodinamički tlak

Hidrodinamički tlak igra ključnu ulogu u brodskoj hidrodinamici jer određuje raspodjelu sila koje djeluju na trup broda tijekom gibanja kroz vodu. Ovaj tlak povezan je s brzinom gibanja broda, gustoćom fluida i geometrijom trupa, što se opisuje jednadžbom  $p_d = \frac{1}{2}\rho v^2$ . Razlika između ukupnog i hidrostatskog tlaka definira vrijednost hidrodinamičkog tlaka. Na slikama 23-28 prikazane su raspodjele hidrodinamičkog tlaka po trupu kontejnerskog broda pri razmatranim brzinama. Najveće vrijednosti tlaka javljaju se na pramcu broda, gdje je brzina strujanja fluida najviša. U tim područjima nastaje pretlak koji uzrokuje uranjanje pramca. Suprotno tome, na krmi broda, gdje brzina opada, nastaje podtlak. S povećanjem brzine broda, hidrodinamički tlak proporcionalno raste, uzrokujući dodatne sile na trup broda.



Slika 23: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 13 čvorova



Slika 24: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 15 čvorova



## Slika 25: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 17 čvorova



Slika 26: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 19 čvorova





Slika 28: Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu broda za brzinu od 23 čvora

## 5.7. Tangencijalna naprezanja

Na slikama od 29 do 34 prikazane su raspodjele tangencijalnog naprezanja po trupu kontejnerskog broda pri brzinama od 13 do 23 čvora. Tangencijalno naprezanje određeno je dinamičkim koeficijentom viskoznosti  $\mu$  i gradijentom brzine na površini trupa. Jedan od značajnih parametara povezanih s tangencijalnim naprezanjem je Reynoldsov broj. Povećanjem Reynoldsovog broja dolazi do povećanja gradijenta brzine uz površinu trupa, što posljedično povećava tangencijalno naprezanje. To je osobito izraženo u prednjem dijelu trupa broda, gdje fluid ulazi u interakciju s trupom broda i gdje su gradijenti brzine najizraženiji. Raspodjela tangencijalnog naprezanja duž trupa broda direktno je povezana s formiranjem i razvojem graničnog sloja. Na pramcu granični sloj je najtanji, a gradijent brzine najveći, što rezultira najvišim vrijednostima tangencijalnog naprezanja. Kako se granični sloj razvija duž duljine trupa prema krmi, njegova se debljina povećava, dok gradijent brzine opada. Ova promjena dovodi do smanjenja intenziteta tangencijalnog naprezanja i ravnomjernije raspodjele duž površine trupa.



Slika 29: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 13 čvorova



Slika 30: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 15 čvorova



Slika 31: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 17 čvorova



Slika 32: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 19 čvorova



Slika 33: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 21 čvor



Slika 34: Raspodjela tangencijalnih naprezanja po trupu broda za brzinu od 23 čvora

# 6. ZAKLJUČAK

U ovom radu su provedene numeričke simulacije temeljene na RANS jednadžbama za određivanje ukupnog otpora kontejnerskog broda pri različitim brzinama plovidbe. Za zatvaranje sustava jednadžbi korišten je  $k - \varepsilon$  model turbulencije. Za određivanje položaja i praćenje slobodne površine korištena je metoda udjela fluida u volumenu. U radu je određena numerička nesigurnost pomoću GCI metode. Postupak verifikacije proveden je za ukupni otpor, uron i trim te je određena numerička nesigurnost mreže i vremenskog koraka. Rezultati postupka verifikacije pokazali su da su fina mreža i fini vremenski korak zadovoljavajući za provođenje numeričkih simulacija.

Rezultati numeričkih simulacija uspoređeni su s ekstrapoliranim vrijednostima koje su dobivene po metodi ekstrapolacije ITTC-1978 na temelju dostupnih mjerenja u bazenu. Relativne devijacije između dobivenih numeričkih rezultata i ekstrapoliranih eksperimentalnih podataka za različite brzine su manje od 5 % što potvrđuje da su numerički rezultati dovoljno točni za određivanje ukupnog otpora kontejnerskog broda. Utvrđeno je da su odstupanja pri nižim brzinama manja, dok pri višim brzinama dolazi do nešto većih razlika.

U radu su prikazane dobivene raspodjele bezdimenzijske udaljenosti od stijenke  $y^+$  na trupu broda te je pokazano da su njegove vrijednosti veće od 30 pri svim brzinama što opravdava korištenje zidnih funkcija za rješavanje strujanja u graničnom sloju. Rezultati uključuju detaljnu analizu slobodne površine, raspodjelu hidrodinamičkog tlaka te tangencijalnih naprezanja po trupu broda. Također su prikazane slike valova za brzine od 13 do 23 čvora. Numeričke simulacije omogućuju detaljni uvid u fizikalne pojave prilikom strujanja fluida oko trupa broda. Prikaz slobodne površine pokazuje kako numerički model adekvatno rekonstruira i valne sustave, uključujući pramčani i krmeni val, koji izravno utječu na ukupni otpor broda. Rezultati ovog rada potvrđuju da standardni  $k - \varepsilon$  model turbulencije u kombinaciji s RANS jednadžbama pružaju zadovoljavajuću razinu točnosti za određivanje ukupnog otpora, urona i trima kontejnerskog broda u naravi.

Ovim radom pokazano je kako se RDF može uspješno primijeniti za određivanje ukupnog otpora te opisivanje strujanja oko trupa kontejnerskog broda u naravi pri različitim brzinama plovidbe. Provedeno istraživanje pokazuje pouzdanost numeričkih simulacija u procjeni ukupnog otpora te dinamičkog trima i urona. Uzimajući u obzir sve veću važnost energetske učinkovitosti i ekološke prihvatljivosti plovila, takav način istraživanja sve se više nameće kao glavni put pri razvoju novih, inovativnih koncepata u brodogradnji. Budući da se računalna

snaga neprestano povećava, a programski alati postaju sve dostupniji, očekuje se da će primjena RDF-a u brodskoj hidrodinamici biti još i šira.

#### LITERATURA

- [1] White, F. M. (2006) Viscous fluid flow (3rd ed.). *McGraw-Hill*.
- [2] Deng, R., Sun, H., Zhou, G., & Huang, D. (2013) Investigation on Some Factors Effecting Ship Resistance Calculation with CFD Code FLUENT. *Chuanbo Lixue*.
- [3] Lee, Y., Ha, Y., Lee, S., & Kim, S. H. (2017) A study on the estimation method of the form factor for a full-scale ship. *Brodogradnja*, *69*(1), 71–87.
- [4] Terziev, M., Tezdogan, T., & Incecik, A. (2022) Scale effects and full-scale ship hydrodynamics: A review. *Ocean Engineering*, 245, 110496.
- [5] Grlj, C. G., Degiuli, N., & Martić, I. (2023) The impact of numerical parameters on the resistance characteristics of a container ship at the model and full scale. *Journal of Marine Science and Engineering*, 11(9), 1672.
- [6] Farkas, A., Degiuli, N., & Martić, I. (2017) Numerical simulation of viscous flow around a tanker model. *Brodogradnja*, 68(2), 109-125.
- [7] Farkas, A., Degiuli, N., & Martić, I. (2018) Assessment of hydrodynamic characteristics of a full-scale ship at different draughts. *Ocean Engineering*, 156, 135-152.
- [8] Degiuli, N., Martić, I., Farkas, A., Buča, M. P., Dejhalla, R., & Grlj, C. G. (2023) Experimental assessment of the hydrodynamic characteristics of a bulk carrier in conditions different from initial design assumptions. *Ocean Engineering*, 280, 114936.
- [9] Degiuli, N., Martić, I., Buča, M. P., & Grlj, C. G. (2025) Benchmark study on resistance and propulsion characteristics of a 6750-TEU container ship. *Ocean Engineering*, 319, 120300.
- [10] Larsson, L., Raven, H.C. (2010) The Principles of Naval Architecture Series: Ship Resistance and Flow. The Society of Naval Architects and Marine Engineers.
- [11] Werner, A., Degiuli, N. *Mehanika fluida IIB*, podloge za nastavu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb.
- [12] Degiuli, N. *Otpor i propulzija broda*, podloge za predavanja, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb.
- [13] Molland, A. F., Turnock, S. R., & Hudson, D. A. (2017) Ship resistance and propulsion.
- [14] Džijan, I. (2010). *Računalna dinamika fluida*, podloge za nastavu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb.
- [15] Tu, J., Yeoh, G. H., Liu, C., & Tao, Y. (2023) Computational fluid dynamics: a practical approach. *Elsevier*.
- [16] Ferziger, J. H. & Perić, M. (2019) Computational methods for fluid dynamics. Springer.

- [17] Mattiussi, C. (2000) The finite volume, finite element, and finite difference methods as numerical methods for physical field problems. In Advances in Imaging and electron physics, 113, 1-146.
- [18] Heinz, S. (2019) The large eddy simulation capability of Reynolds-averaged Navier-Stokes equations: Analytical results. *Physics of Fluids*, 31(2).
- [19] Martić, I., Degiuli, N., Grlj, C. G., Borčić, K., Andrišić, J., & Lalović, I. (2024) Impact of the Longitudinal Center of Buoyancy on the Total Resistance of a Passenger Ship. *Journal of marine science and engineering*, 12(10), 1749.
- [20] Anderson, J. D. (1992) Governing equations of fluid dynamics. *Computational fluid dynamics: an introduction*, 15-51.
- [21] Pena, B., & Huang, L. (2021) A review on the turbulence modelling strategy for ship hydrodynamic simulations. *Ocean Engineering*, 241, 110082.
- [22] Boussinesq, J. (1877) Essai sur la théorie des eaux courantes. Imprimerie nationale.
- [23] Ahsan, M. (2014) Numerical analysis of friction factor for a fully developed turbulent flow using k-ε turbulence model with enhanced wall treatment. *Beni-Suef University journal of basic and applied sciences*, 3(4), 269-277.
- [24] Nazif, H. R., & Tabrizi, H. B. (2014) Applying a non-equilibrium wall function in k-ε turbulent modelling of hydrodynamic circulating flow. *Applied Mathematical Modelling*, 38(2), 588-598.
- [25] Moukalled, F., Mangani, L., Darwish, M. (2016) The finite volume method in Computational Fluid Dynamics. Springer.
- [26] Duraisamy, K. (2021) Perspectives on machine learning-augmented Reynolds-averaged and large eddy simulation models of turbulence. *Physical Review Fluids*, 6(5).
- [27] Schlichting, H., & Gersten, K. (2016) Boundary-Layer Theory. Springer.
- [28] Marusic, I., Mathis, R., & Hutchins, N. (2010) The logarithmic region of wall turbulence: Universality, structure and interactions. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43, 245–268.
- [29] Jeong, W., & Seong, J. (2014) Comparison of effects on technical variances of computational fluid dynamics (CFD) software based on finite element and finite volume methods. *International Journal of Mechanical Sciences*, 78, 19-26.
- [30] Oberkampf, W. L., & Trucano, T. G. (2002) Verification and validation in computational fluid dynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, 38(3), 209–272.
- [31] Roache, P.J. (1998) Verification and Validation in Computational Science and Engineering. *Hermosa Publishers*.

- [32] Celik, I. B., Ghia, U., Roache, P. J., & Freitas, C. J. (2008) Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications. *Journal of fluids Engineering-Transactions of the ASME*, 130(7).
- [33] ITTC (2017.) Recommended Procedures and Guidelines, 1978 ITTC Performance Prediction Method, 7.5–02–03–01.4
- [34] ITTC (2011.) Recommended Procedures and Guidelines, Resistance Test, 7.5–02–02–01.