

Električni pogon zrakoplova generalne avijacije

Žutić, Ivan

Undergraduate thesis / Završni rad

2025

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:084819>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-26**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Ivan Žutić

Zagreb, 2025.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Završni rad
**Električni pogoni zrakoplova generalne
avijacije**

Mentor:
Prof. dr. sc. Zoran Lulić, dipl. ing.

Student:
Ivan Žutić

Zagreb, 2025.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru, profesoru Zoranu Luliću, na podršci, strpljenju i vrijednim savjetima tijekom izrade ovog rada. Zahvalnost također dugujem i svojim roditeljima, čija su podrška i razumijevanje bili ključni tijekom cijelog mog obrazovanja.

Ivan Žutić



| | |
|--|--------|
| Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje | |
| Datum | Prilog |
| Klasa: 602 – 04 / 25 – 06 / 01 | |
| Ur.broj: 15 – 25 – | |

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Ivan Žutić** JMBAG: **0035230837**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Električni pogon zrakoplova generalne avijacije**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Electric propulsion of general aviation aircraft**

Opis zadatka:

S obzirom na globalne izazove vezane uz klimatske promjene i potrebu za smanjenjem emisije stakleničkih plinova, električni pogon postaje sve relevantnija tema u zrakoplovstvu. U okviru završnog rada treba istražiti trenutačne mogućnosti za primjenu električnog pogona u zrakoplovima generalne avijacije, s naglaskom na tehnološke inovacije, prednosti ali i izazove koje današnji električni pogonski sustavi donose. Posebnu pozornost usmjeriti na pomoćne pogonske sustave za jedrilice.

U okviru rada treba:

- Proučiti dostupnu literaturu (znanstvene članke, tehničke izvještaje te studija slučaja) te istražiti različite vrste električnih pogona koji se koriste u zrakoplovima generalne avijacije.
- Razmotriti ekološke, ekonomske i operativne prednosti korištenja električnog pogona u usporedbi s konvencionalnim sustavima.
- Za odabrani primjer izraditi proračun elemenata električnog pogonskog sustava.
- Rezultate proračuna prikazati odgovarajućim dijagramima.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2024.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Zoran Lulić

Datum predaje rada:

1. rok: 20. i 21. 2. 2025.
2. rok: 10. i 11. 7. 2025.
3. rok: 18. i 19. 9. 2025.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 24. 2. – 28. 2. 2025.
2. rok: 15. 7. – 18. 7. 2025.
3. rok: 22. 9. – 26. 9. 2025.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

SADRŽAJ

| | |
|---|------|
| Sadržaj..... | I |
| Popis slika | III |
| Popis tablica | IV |
| Popis oznaka..... | V |
| Popis kratica | VII |
| Sažetak | VIII |
| Summary | IX |
| 1. Uvod | 1 |
| 2. Vrste avijacija..... | 2 |
| 2.1. Generalna avijacija..... | 2 |
| 2.2. Komercijalna avijacija | 2 |
| 2.3. Generalna avijacija i sportsko letenje | 3 |
| 2.4. Uloga sportskih aviona u razvoju električnih pogona..... | 4 |
| 3. Električni pomoćni pogon za jedrilice..... | 5 |
| 3.1. Osnovna funkcija i primjena | 5 |
| 3.2. Komponente električnog pomoćnog pogona | 6 |
| 3.3. Prednosti i ograničenja električnog pogona | 7 |
| 3.4. Ugradnja električnih pogonskih sustava za jedrilice..... | 7 |
| 4. Usporedba motoriziranih jedrilica s motorom s unutarnjim izgaranjem i električnim pogonom..... | 9 |
| 4.1. Proizvodnja i utjecaj na okoliš | 10 |
| 4.2. Usporedba ekološke prednosti korištenja električnog pogona za jedrilicu sa motorom s unutarnjim izgaranjem | 10 |
| 5. Lange antares 21e | 13 |
| 5.1. Inovacije i prednosti električnog pogona | 13 |
| 5.2. Šira primjena i utjecaj | 14 |
| 6. Tehnički podaci i geometrijske karakteristike jedrilice..... | 15 |
| 6.1. Geometrijske karakteristike | 17 |

| | |
|--|----|
| 6.2. Otpor | 20 |
| 6.3. Nulti otpor | 20 |
| 6.4. Dodatni otpor | 25 |
| 6.5. Ukupni nulti otpor | 25 |
| 6.6. Procjena induciranog aerodinamičkog otpora..... | 26 |
| 7. Analiza performansi jedrilice..... | 27 |
| 7.1. Polijetanje..... | 27 |
| 7.2. Penjanje | 31 |
| 7.3. Horizontalni let..... | 35 |
| 7.4. Ukupan utrošeni rad | 37 |
| 7.5. Usporedba s dostupnim kapacitetom energije..... | 38 |
| 8. Zaključak | 39 |
| 9. Literatura | 40 |

POPIS SLIKA

| | |
|---|----|
| Slika 2.1 Airbus zeroE koncept..... | 3 |
| Slika 2.2 Rolls-Royce ACCEL..... | 3 |
| Slika 2.3 Pipistrel Alpha Electro | 4 |
| Slika 3.1 Jedrilica AS33 | 5 |
| Slika 3.2 Električni pogon za lake letjelice | 6 |
| Slika 3.3 Baterije jedrilice Pipistrel taurus electro | 6 |
| Slika 3.4. DG1001-e neo, prva dvosjedna jedrilica s FES-om..... | 8 |
| Slika 3.5. LAK17C FES, jedrilica FAI klase 15 m i 18 m | 8 |
| Slika 4.1. Lange antares 21E- električni pogon | 9 |
| Slika 4.2. Schempp-Hirth Ventus 2cT - pogon s motorom s unutarnjim izgaranjem | 10 |
| Slika 5.1 Jedrilica Lange Antares 21E sa uključenim pogonom..... | 13 |
| Slika 6.1. Prikaz nacrt, bokocrt i tlocrta jedrilice | 17 |
| Slika 6.2. Aproximirana površina letjelice | 18 |
| Slika 6.3. Ovisnost Reynoldsovog broja, Machovog broja i hrapavosti | 21 |
| Slika 6.4 Polara jedrilice | 26 |
| Slika 7.1. Promatrane faze leta zrakoplova | 27 |
| Slika 7.2. Sile u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini letjelice..... | 27 |
| Slika 7.3 Brzina V_{BRC} u ovisnosti o visini H jedrilice | 32 |
| Slika 7.4 Kut penjanja γ_{BRC} u ovisnosti o visini H..... | 32 |
| Slika 7.5 Vertikalna brzina penjanja u režimu BRC u ovisnosti o visini..... | 33 |
| Slika 7.6 Vrijeme penjanja u ovisnosti o visini H..... | 33 |
| Slika 7.7 Potrebna snaga za penjanje aviona..... | 34 |
| Slika 7.8 Shema sila u horizontalnom letu | 35 |

POPIS TABLICA

| | |
|---|----|
| Tablica 4.1. Životni ciklus emisija plinova CO ₂ | 12 |
| Tablica 6.1. Tehnički podaci jedrilice Lange antares 21E | 15 |
| Tablica 6.2. Geometrijske značajke i karakteristike aeroprofila | 16 |
| Tablica 6.3. Udio pojedinog nultog otpora | 25 |

POPIS OZNAKA

| Oznaka | Jedinica | Opis |
|-----------------|------------------|------------------------------------|
| AR | - | vitkost krila |
| b | m | raspon krila |
| b_w | m | raspon krila bez podtrupnog dijela |
| c_0 | m | središnja tetiva |
| c_r | m | korijenska tetiva |
| c_t | m | vršna tetiva |
| c_a | m | srednja aerodinamička tetiva |
| $(C_D)_i$ | - | koeficijent otpora i-tog dijela |
| $(c_f)_{ploče}$ | - | koeficijent trenja ploče |
| d_{max} | m | maksimalni promjer trupa |
| D | N | aerodinamička sila otpora |
| e | - | Oswaldov koeficijent |
| g | m/s ² | akceleracija sile teže |
| K | - | koeficijent induciranog otpora |
| l_b | m | duljina trupa |
| \bar{l}_t | - | mjesto tranzicije graničnog sloja |
| m | kg | masa |
| P | W | snaga |
| L | N | aerodinamička sila uzgona |
| S_i | m ² | površina i-tog dijela aviona |

| | | |
|----------------|-----------------------|--|
| V | m/s | brzina |
| V_V | m/s | vertikalna brzina |
| V_{BRC} | m/s | maksimalna vertikalna brzina |
| ν | m^2/s | Kinematska viskoznost |
| Λ_{LE} | $^\circ$ | Kut strijele napadnog brida |
| Λ_t | $^\circ$ | Kut strijele maksimalne debljine profila |
| γ | $^\circ$ | Kut penjanja aviona |
| λ | - | Suženje krila |

POPIS KRATICA

| | |
|------|--|
| FES | Front Electric Sustainer |
| MSUI | Motori s unutarnjim izgaranjem |
| EASA | European Authority for Aviation Safety |
| EPA | Environmental Protection Agency |

SAŽETAK

Ovaj rad istražuje mogućnosti električnog progona u generalnoj avijaciji kroz analizu performansi jedrilice s pomoćnim električnim motorom. Fokus je stavljen na energetske zahtjeve tijekom različitih faza leta, uključujući polijetanje, penjanje i održavanje visine. Analiza se temelji na aerodinamičkim karakteristikama letjelice te proračunu potrebne snage i utrošene energije u tim fazama.

U uvodnom dijelu rada razmatra se razvoj električnog pogona u zrakoplovstvu, njegove prednosti u pogledu učinkovitosti i ekološke održivosti, ali i izazovi vezani uz ograničenja baterijskih sustava. Nadalje, obrađuju se ključni aerodinamički parametri letjelice, uključujući uzgon, otpor i njihovu povezanost s performansama električnog motora.

Proračun energetskih zahtjeva obuhvaća analizu sila koje djeluju na letjelicu, procjenu koeficijenta otpora te određivanje potrebne snage motora u različitim režimima leta.

Rezultati rada omogućuju bolji uvid u praktične aspekte korištenja električnog pogona u generalnoj avijaciji te daju osnovu za daljnja istraživanja u području optimizacije električnih letjelica.

SUMMARY

This paper explores the potential of electric propulsion in general aviation by analyzing the performance of a glider equipped with an auxiliary electric motor. The focus is on energy requirements during different flight phases, including takeoff, climb, and maintaining altitude. The analysis is based on the aerodynamic characteristics of the aircraft and the calculation of the required power and energy consumption in these phases.

The introductory section discusses the development of electric propulsion in aviation, highlighting its advantages in terms of efficiency and environmental sustainability, as well as the challenges related to battery system limitations. Furthermore, key aerodynamic parameters of the aircraft are examined, including lift, drag, and their relationship with the performance of the electric motor.

The energy demand calculation includes an analysis of the forces acting on the aircraft, an estimation of the drag coefficient, and a determination of the required motor power in different flight regimes. Special attention is given to power system losses and their impact on overall energy efficiency.

The results provide a deeper insight into the practical aspects of using electric propulsion in general aviation and serve as a basis for further research in the optimization of electric aircraft.

1. UVOD

Razvoj tehnologije električnih pogona u posljednjim desetljećima transformirao je brojna područja transporta te zrakoplovstvo nije iznimka. Električni pogoni, koji se oslanjaju na elektromotore i energiju pohranjenu u baterijama ili drugim izvorima energije, predstavljaju inovativan smjer u zrakoplovstvu s ciljem smanjenja utjecaja na okoliš, smanjenja operativnih troškova te povećanja pouzdanosti i održivosti.

Generalna avijacija, koja uključuje širok spektar manjih civilnih zrakoplova namijenjenih privatnim, sportskim, trenažnim i poslovnim letovima, istaknuto je područje za ugradnju električnih pogona. Zrakoplovi generalne avijacije obično zahtijevaju manje snage pogona u usporedbi s komercijalnim zrakoplovima, što ih čini pogodnima za raniju primjenu elektrifikacije. Nadalje, specifičnosti njihovih operativnih profila, poput kraćih letova i potrebe za nižim brzinama, dodatno idu u prilog razvoju električnih sustava za ovu kategoriju zrakoplova.

Električni pogon u generalnoj avijaciji donosi brojne prednosti, uključujući smanjenje emisija ugljikovog dioksida, smanjenje buke te smanjenje troškova održavanja zbog manje pokretnih dijelova u odnosu na klasične motore s unutarnjim izgaranjem. Međutim, postoje i značajni izazovi, poput ograničenja u gustoći energije baterija, upravljanja toplinom te regulatornih zahtjeva koji moraju biti ispunjeni kako bi električni pogonski sustavi bili sigurno certificirani i operativno prihvatljivi. [\[1\]](#)

Ovaj završni zadatak bavi se analizom mogućnosti primjene električnog pogona u zrakoplovima generalne avijacije. Cilj rada je pružiti pregled aktualnih tehnologija električnih pogona, njihovih prednosti i nedostataka te istražiti potencijalne smjerove razvoja koji bi omogućili širu primjenu ove inovativne tehnologije u zrakoplovstvu. Također, rad će se osvrnuti na aktualne primjere zrakoplova s električnim pogonima te na perspektive budućeg razvoja u ovom području.

2. VRSTE AVIJACIJA

Zračni promet dijeli se na generalnu avijaciju, komercijalnu avijaciju i sportsko letenje. Generalna avijacija obuhvaća privatne, poslovne, medicinske i poljoprivredne letove, dok komercijalna avijacija uključuje redovni prijevoz putnika i tereta. Sportsko letenje dio je generalne avijacije i obuhvaća rekreativne aktivnosti poput letenja jedrilicama, balonima i ultralakim zrakoplovima.

2.1. Generalna avijacija

Obuhvaća sve letove koji nisu dio komercijalnog redovnog zračnog prijevoza ili vojnih operacija. To je najširi segment civilnog zrakoplovstva, uključujući privatne letove, sportsko i rekreativno letenje, poslovnu avijaciju, medicinske letove, poljoprivredne operacije te obuku pilota. Zrakoplovi koji se koriste u generalnoj avijaciji često su manjih dimenzija.

Jedna od ključnih karakteristika generalne avijacije je njezina prilagodljivost. Piloti generalne avijacije imaju pristup manjim zračnim lukama koje su izvan mreže velikih komercijalnih ruta, čime se omogućuje bolja povezanost i pristupačnost udaljenim ili slabo urbaniziranim područjima. [\[2\]](#)

2.2. Komercijalna avijacija

Za razliku od generalne, fokusirana je na organizirane letove s ciljem prijevoza putnika i tereta. Komercijalni zračni prijevoz uključuje velike zrakoplove, poput onih koje koriste aviokompanije, a podrazumijeva letove prema unaprijed utvrđenim voznim redovima i rutama. Ova grana avijacije ima značajan utjecaj na globalno gospodarstvo, povezivanje kontinenata i razvoj turizma. Jedan primjer takvog električnog aviona ima Airbus, koncept potpuno električnog putničkog aviona prikazan na slici 2.1.

Dok komercijalna avijacija stavlja naglasak na masovni prijevoz, generalna avijacija omogućuje veću fleksibilnost, individualizirane letove i istraživanje novih tehnologija, uključujući i električne pogone. Upravo je u generalnoj avijaciji lakše implementirati inovacije poput električnih zrakoplova jer manji zrakoplovi zahtijevaju manje energije, a kraće rute omogućuju jednostavnije planiranje infrastrukture za punjenje baterija. [\[3\]](#)



Slika 2.1 Airbus zeroE koncept [4]

2.3. Generalna avijacija i sportsko letenje

Unutar segmenta generalne avijacije, sportsko letenje zauzima važnu ulogu, obuhvaćajući letenje rekreativnim, lakim i ultralakim zrakoplovima. Sportski avioni su manji, jednostavniji za upravljanje i ekonomičniji u odnosu na veće komercijalne zrakoplove. Koriste se prvenstveno za privatne letove, obuku pilota, akrobatsko letenje te letenje iz zadovoljstva ili natjecateljskih aktivnosti.

Sportski avioni često spadaju u kategoriju lakih zrakoplova (engl. *Light Aircraft*), a karakteriziraju ih manja težina, jednostavna konstrukcija i manja potrošnja goriva. Primjeri poznatih sportskih aviona uključuju modele poput Cessne 172, Pipera PA-28 Cherokee, Diamond DA20 ili Rolls Royce ACCEL, prikazan na slici 2.3, koji su popularni među pilotima početnicima i letećim entuzijastima.



Slika 2.2 Rolls-Royce ACCEL[5]

2.4. Uloga sportskih aviona u razvoju električnih pogona

Razvoj električnih pogona u zrakoplovstvu primarno je započeo upravo kroz sportsku i rekreativnu avijaciju. Zbog manje mase i jednostavnijih operativnih zahtjeva sportskih aviona, oni predstavljaju idealne platforme za eksperimentiranje i implementaciju električnih pogona. Električni sportski zrakoplovi imaju potencijal smanjiti emisije štetnih plinova, smanjiti buku i operativne troškove.

Primjer inovacija u ovoj kategoriji je zrakoplov Pipistrel Alpha Electro, jedan od prvih certificiranih električnih sportskih aviona, koji može letjeti do sat vremena s jednim punjenjem baterije. Ovi modeli služe kao dokaz koncepta i otvaraju vrata širem prihvaćanju električnih pogona unutar generalne avijacije.

Kombinacija inovacija, pristupačnosti i rekreativne prirode sportskih aviona omogućuje brži razvoj tehnologija koje će u budućnosti biti prilagođene i većim zrakoplovima komercijalne avijacije. [6]



Slika 2.3 Pipistrel Alpha Electro [7]

3. ELEKTRIČNI POMOĆNI POGON ZA JEDRILICE

Razvoj električnih pogona u zrakoplovstvu posljednjih je godina značajno napredovao, a jedan od najistaknutijih primjera njihove primjene jest pomoćni pogon za jedrilice. Ovi sustavi omogućuju jedrilicama veću autonomiju i sigurnost tijekom leta, osobito u situacijama kada nema dostupnih uzgonskih struja ili kada je potrebno sigurno se vratiti na aerodrom. Jedan od primjera jedrilica sa električnim pomoćnim pogonom prikazana je na slici 3.1.



Slika 3.1 Jedrilica AS33[8]

3.1. Osnovna funkcija i primjena

Jedrilice su zrakoplovi koji koriste prirodne uzgonske struje za održavanje leta. Međutim, u trenucima kada ti uvjeti nisu povoljni, električni pomoćni pogon pruža mogućnost:

- Samostalnog polijetanja – bez potrebe za vučnim avionom ili vitlom.
- Produženja trajanja leta – aktiviranjem pogona u trenucima nedostatka uzgona.
- Sigurnog povratka na aerodrom – čime se smanjuje rizik od prisilnog slijetanja na neprikladan teren.

Ovi sustavi predstavljaju održivu alternativu tradicionalnim pogonima na unutarnje izgaranje zbog svojih ekoloških i tehnoloških prednosti.

3.2. Komponente električnog pomoćnog pogona

Električni pomoćni pogon sastoji se od nekoliko ključnih dijelova, kao što su elektromotor, baterije, propeler koji se u slučaju kao na slici 3.1 može sklopiti i smjestiti u trup prilikom mirovanja te elektronički i upravljački sustav.[\[9\]](#)

3.2.1. Elektromotor

Elektromotor predstavlja glavni dio sustava koji pokreće sklopivi propeler (elisu). Najčešće se koriste elektromotori bez četkica (engl. *brushless*) zbog visoke učinkovitosti, male mase i dugog vijeka trajanja. Elektromotori rade gotovo nečujno, što smanjuje buku tijekom leta i povećava komfor pilota.



Slika 3.2 Električni pogon za lake letjelice[\[10\]](#)

3.2.2. Baterijski sustav

Sustav napajanja čine litij-ionske baterije koje imaju visoku energetska gustoću uz relativno malu masu. Kapacitet baterija određuje trajanje rada pogona, koje se obično kreće od 10 do 20 minuta ovisno o uvjetima leta i snazi motora. Baterije se smještaju unutar trupa jedrilice radi bolje aerodinamičnosti i ravnoteže.



Slika 3.3 Baterije jedrilice Pipistrel taurus electro[\[11\]](#)

3.2.3. Sklopivi propeler (elisa)

Propeler se izvlači iz trupa jedrilice pri aktivaciji elektromotora, a nakon isključenja automatski se sklapa uz trup kako bi se smanjio otpor zraka i omogućilo optimalno jedrenje.

3.2.4. Elektronički i upravljački sustav

Upravljački sustav omogućuje preciznu regulaciju rada elektromotora i baterija te osigurava zaštitu od pregrijavanja ili preopterećenja. Pilot ima jednostavno korisničko sučelje putem kojeg može uključiti ili isključiti pomoćni pogon.

3.3. Prednosti i ograničenja električnog pogona

Električni pomoćni pogoni imaju nekoliko ključnih prednosti u usporedbi s tradicionalnim benzinskim pogonima:

- Ekološka prihvatljivost – Nema emisija štetnih plinova, što smanjuje utjecaj na okoliš.
- Tihi rad – Elektromotori rade gotovo nečujno, čime se smanjuje buka tijekom leta.
- Visoka učinkovitost – Pretvorba električne energije u mehanički rad doseže učinkovitost od preko 90%.
- Brzo uključivanje – Pogon se aktivira jednostavno i brzo, pritiskom na gumb u kabini.

Unatoč brojnim prednostima, električni pomoćni pogoni imaju i određena ograničenja:

- Ograničen domet – Trajanje rada elektromotora ovisi o kapacitetu baterija.
- Vrijeme punjenja – Baterijama je potrebno nekoliko sati za potpuno punjenje.
- Visoki početni troškovi – Cijena baterija i cijelog elektroničkog sustava

3.4. Ugradnja električnih pogonskih sustava za jedrilice

Na tržištu su danas dostupni FES (*Front Electric Sustainer*) kitovi koji omogućuju jednostavnu ugradnju električnog pogonskog sustava u već postojeće jedrilice. Ovi sustavi koriste moderne *Brushless* motore s permanentnim magnetima, poznati po svojoj visokoj učinkovitosti i laganoj konstrukciji. S maksimalnom snagom u rasponu od 22 do 30 kW i masom motora od samo 7,3 kg do 8 kg, FES motori u pravilu osiguravaju značajnu snagu bez velikog povećanja težine jedrilice.

Za svaku jedrilicu, FES sustav prilagođava se specifičnim dimenzijama i obliku spinnera, osiguravajući savršenu aerodinamičku integraciju.

FES sustav radi unutar naponskog raspona od 90 do 133 V, ovisno o konfiguraciji baterija. Baterije se ugrađuju u poseban pretinac u ojačanom dijelu trupa iza krila, gdje njihova masa uravnotežuje prednji dio jedrilice. Ovaj pažljivo osmišljen raspored osigurava da težište jedrilice ostane praktički nepromijenjeno, unatoč dodanim komponentama električnog sustava. [12]

Na slikama (3.4) i (3.5) su prikazane dvije od mnogih letjelica koje su implementirali FES te su obje certificirane od strane EASA-e.



Slika 3.4. DG1001-e neo, prva dvosjedna jedrilica s FES-om [13]



Slika 3.5. LAK17C FES, jedrilica FAI klase 15 m i 18 m [14]

4. USPOREDBA MOTORIZIRANIH JEDRILICA S MOTOROM S UNUTARNJIM IZGARANJEM I ELEKTRIČNIM POGONOM

Električni pogon nudi prednosti poput smanjenja lokalnih emisija i tišeg rada, dok MSUI pružaju veću autonomiju i brže punjenje goriva. Međutim, proizvodnja električne energije i baterija može imati značajan utjecaj na okoliš, ovisno o izvorima energije i tehnologijama proizvodnje. Istraživanja pokazuju da, unatoč većim emisijama tijekom proizvodnje, električna vozila tijekom uporabe mogu smanjiti ukupne emisije stakleničkih plinova u usporedbi s vozilima na fosilna goriva.

Stoga je za cjelovitu ekološku procjenu potrebno razmotriti cijeli životni ciklus jedrilice, uključujući proizvodnju, uporabu i zbrinjavanje.

Ekološka usporedba električnih jedrilica i jedrilica s motorima s unutarnjim izgaranjem (MSUI) ključna je za razumijevanje njihovih prednosti i nedostataka, osobito u kontekstu održivosti i smanjenja emisija stakleničkih plinova. Dok električni pogon privlači pozornost svojom sposobnošću da tijekom rada nema lokalnih emisija štetnih plinova, cjelokupni utjecaj na okoliš ovisi o faktorima poput proizvodnje baterija, mješavine izvora električne energije i životnog vijeka sustava. [\[15\]](#)



Slika 4.1. Lange antares 21E- električni pogon [\[19\]](#)



Slika 4.2. Schempp-Hirth Ventus 2cT - pogon s motorom s unutarnjim izgaranjem [16]

4.1. Proizvodnja i utjecaj na okoliš

Proizvodnja električnih pogonskih sustava, posebice litij-ionskih baterija, ima značajan početni utjecaj na okoliš zbog energetski intenzivnih procesa vađenja i obrade metala poput litija, kobalta i nikla. Istraživanja pokazuju da proizvodnja električnih sustava može proizvesti više emisija nego sustavi s motorima s unutarnjim izgaranjem, no to se smanjuje tijekom korištenja, osobito ako je električna energija proizvedena iz obnovljivih izvora.

S druge strane, MSUI koriste fosilna goriva, čija proizvodnja, transport i izgaranje kontinuirano doprinose emisijama stakleničkih plinova i onečišćenju zraka. U maloj zrakoplovnoj industriji, emisije ovih sustava proporcionalno su značajne, iako često zanemarene zbog relativno malog udjela u ukupnom zračnom prometu. [15]

4.2. Usporedba ekološke prednosti korištenja električnog pogona za jedrilicu sa motorom s unutarnjim izgaranjem

Analiza se temelji na usporedbi dvocilindarskog dvotaktnog motora Rotax 582, pogonjenog benzinom, koji se obično ugrađuje na ultra-lake zrakoplove uključujući i jedrilice te jedrilice pogonjene električnim motorom sličnih performansi. [17]

4.2.1. Izračun emisije CO₂ motora Rotax 582

Specifična potrošnja goriva normira masu goriva koju motor potroši za proizvodnju određene količine rada, a najčešće se izražava u g/kWh.

Specifična potrošnja goriva (engl. *Brake Specific Fuel Consumption, BSFC*) glasi:

$$BSFC = \frac{\dot{m}}{P} \quad (3.1)$$

Gdje je:

\dot{m} - protočna masa goriva, kg/s

P – efektivna snaga motora (snaga na radilici koja se predaje propeleru), W

Za zadani motor Rotax 582 iz literature [16] (stranica 8-2) može se očitati da specifična potrošnja goriva iznosi:

$$BSFC = 425 \frac{\text{g}}{\text{kWh}} \quad (3.2)$$

Snaga motora:

$$P = 48 \text{ kW} \quad (3.3)$$

Protočnu masu goriva može se izračunati iz formule (3.1):

$$\dot{m}_{max} = P \cdot BSFC = 48 \cdot 0,425 = 20,4 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \quad (3.4)$$

Ovaj iznos protočne mase goriva odgovara za slučaj kada bi motor radio u punoj snazi, međutim uzet će se podatak iz priručnika za ROTAX 582 motor [17] za rad motora na 75 % snage:

$$\dot{m}_{75\%} = 15,17 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \quad (3.5)$$

Benzin ima odgovarajući faktor emisije CO₂, koji označava količinu CO₂ proizvedenu izgaranjem određene količine goriva. Prema podacima Agencije za zaštitu okoliša SAD-a (EPA), izgaranjem 1 litre benzina emitira se približno 2,31 kg CO₂: [18]

$$E_{CO_2} = 2,31 \frac{\text{kg CO}_2}{\text{l}} \quad (3.6)$$

Gustoća benzina je oko 0,74 kg/l, 1 kg benzina emitira:

$$E_{CO_2} = \frac{E_{CO_2}}{\rho} = 3,12 \frac{\text{kg CO}_2}{\text{kg}} \quad (3.7)$$

Emisija CO₂ po satu rada motora je:

$$\frac{E_{CO_2}}{\text{h}} = \dot{m} \cdot E_{CO_2} = 15,17 \cdot 3,12 = 47,33 \text{ kg} \frac{\text{CO}_2}{\text{h}} \quad (3.8)$$

4.2.2. Usporedba emisija u slučaju pogona zrakoplova električnim motorom sličnih performansi

Životni ciklus emisija su ukupna količina stakleničkih plinova nastale prilikom cijelog postojanja nekog proizvoda, uključujući njegovu proizvodnju, korištenje i odlaganje.

Sljedeća tablica prikazuje masu emisija električnih i vozila s unutarnjim izgaranjem iz 2021. godine u svakoj fazi njihovog životnog ciklusa.

Tablica 4.1. Životni ciklus emisija plinova CO₂ [15]

| | | Električni motor | Motor s unutarnjim izgaranjem |
|--|---------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| Emisije CO₂ tijekom proizvodnje (tCO₂e) | Proizvodnja baterije | 5 | 0 |
| | Proizvodnja vozila | 9 | 10 |
| Korištenje | Proizvodnja goriva/struje | 26 | 13 |
| | Emisije iz ispušne cijevi | 0 | 32 |
| | Održavanje | 1 | 2 |
| Na kraju životnog vijeka proizvoda | Kraj života | -2 | -1 |
| Ukupno | | 39 tCO₂e | 55 tCO₂e |

Iz prikazane tablice jasno je da proizvodnja električne energije potrebne za napajanje električnih vozila, uključujući električne pogonske sustave za jedrilice, rezultira značajnim emisijama CO₂. Ipak, ukupna količina emisija tijekom životnog ciklusa, uključujući faze proizvodnje, korištenja i zbrinjavanja, i dalje je veća kod vozila i sustava s motorima s unutarnjim izgaranjem.

5. LANGE ANTARES 21E

Lange Antares 21E je napredna jedrilica s integriranim električnim pomoćnim pogonom, razvijena od strane njemačke tvrtke Lange Aviation. Ovaj zrakoplov spaja tradicionalne performanse jedrilica s modernim tehnološkim rješenjima.

Kao motorizirana jedrilica, Antares 21E omogućuje samostalno polijetanje i produženje leta, pružajući veću autonomiju pilotima i sigurnost u uvjetima kada prirodni uzgoni nisu dostupni. Integracija električnog pogona ne samo da smanjuje oslanjanje na vanjsku pomoć pri polijetanju, već istovremeno značajno doprinosi smanjenju emisija i očuvanju okoliša, čineći ovaj zrakoplov simbolom održivog razvoja u zrakoplovstvu.

Ono što Lange Antares 21E čini posebnim je njegova sposobnost da poveže visoke aerodinamičke performanse s tehnologijom električnog pogona. Dizajn jedrilice optimiziran je za maksimalnu učinkovitost, a električni pogon dodatno pridonosi smanjenju buke, čime se poboljšava iskustvo letenja za pilote, ali i smanjuje utjecaj na okoliš. [19]



Slika 5.1 Jedrilica Lange Antares 21E sa uključenim pogonom[19]

5.1. Inovacije i prednosti električnog pogona

Električni pogon Lange Antares 21E omogućuje pilotima znatno veću fleksibilnost u letu. Umjesto oslanjanja na vučne avione ili vitlo za polijetanje, ovaj zrakoplov nudi mogućnost samostalnog uzlijetanja te pruža dodatnu sigurnost u slučaju da prirodni uzgoni nisu dovoljni za povratak na aerodrom. Takva autonomija posebno je korisna u situacijama kada su vremenski uvjeti nepredvidivi, a aerodromi udaljeni.

Električni pogon također predstavlja značajan korak naprijed u smanjenju operativnih troškova, budući da je održavanje elektromotora i baterija jednostavnije i jeftinije u usporedbi

s tradicionalnim benzinskim motorima. Istovremeno, tihi rad elektromotora značajno smanjuje razinu buke

5.2. Šira primjena i utjecaj

Lange Antares 21E nije samo tehnološki napredna jedrilica, već i primjer kako suvremena rješenja mogu unaprijediti zrakoplovstvo generalne avijacije. Elektrifikacija jedrilica poput ove otvara vrata prema održivijem zrakoplovstvu i smanjenju ugljičnog otiska zrakoplovnih operacija.

Osim što služi za rekreativno jedriličarstvo, ovaj zrakoplov je često korišten i u natjecateljskom jedriličarstvu, gdje kombinacija aerodinamičkih performansi i pouzdanog pomoćnog pogona donosi značajnu prednost. Lange Antares 21E također služi kao platforma za istraživanje i testiranje novih tehnologija u području električnih pogona, što doprinosi daljnjem razvoju inovativnih rješenja u zrakoplovstvu.

6. TEHNIČKI PODACI I GEOMETRIJSKE KARAKTERISTIKE JEDRILICE

U ovom poglavlju analizirat će se tehnički podaci i geometrijske karakteristike jedrilice Lange Antares 21E, s naglaskom na njezina aerodinamička svojstva. Bit će prikazane ključne dimenzije, uključujući raspon krila, površinu krila i duljinu karakterističnih aerodinamičkih tetiva. Također će biti obrađeni parametri poput aerodinamičkog otpora i uzgona, koji igraju ključnu ulogu u performansama i letnim osobinama jedrilice.

Tablica 6.1. Tehnički podaci jedrilice Lange antares 21E [19]

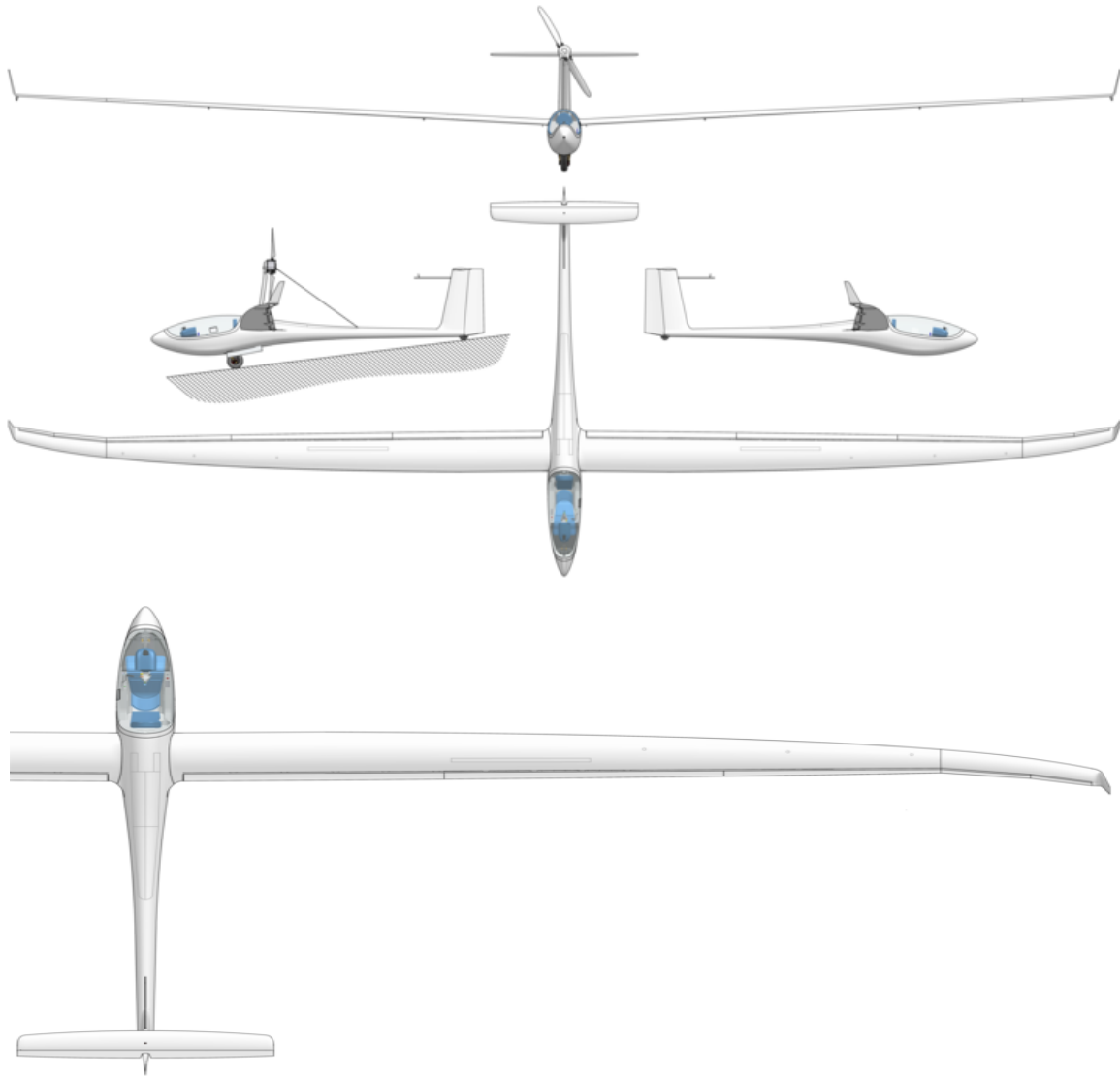
| | SI | USC ¹ |
|---------------------------------------|----------------------------|-------------------------|
| Raspon krila | 21.5 m | 70.5 ft |
| Površina krila | 12.9 m ² | 139 ft ² |
| Vitkost krila | 35.8 | |
| Duljina trupa | 7.4 m | 24.3 ft |
| Visina trupa | 1.64 m | 5.5 ft |
| Maksimalni promjer trupa | 0.865 m | 2.84 ft |
| <i>Nosivost</i> | | |
| Bez tereta | 490 kg | 1080 lb |
| Maksimalna nosivost | 710 kg | 1565 lb |
| Balast voda | 126 l | 33.3 gal |
| Minimalno opterećenje krila | 43.4 kg/m ² | 8.9 lb/ft ² |
| Maksimalno opterećenje krila | 55 kg/m ² | 11.3 lb/ft ² |
| <i>Performanse jedrenja</i> | | |
| Najbolji omjer jedrenja | 58 | |
| Min brzina propadanja (560 kg) | 0.45 m/s | 89 ft/min |
| Brzina sloma uzgona (560 kg) | 73 km/h | 39 čv |
| <i>Pogon</i> | | |
| Motor | DC/DC bez četkica | |
| Snaga | 42 kW | 57 KS |
| Maksimalna kutna brzina | 1700 min ⁻¹ | |
| <i>Performanse penjanja</i> | <i>Standardna baterija</i> | <i>Velika baterija</i> |
| Maksimalna brzina penjanja | 4.4 m/s (866 ft/min) | 4.4 m/s (866 ft/min) |
| Maksimalna visina leta | 4200 m (13780 ft) | 5600 m (18370 ft) |

¹ USC - United States Customary units

Sljedeća tablica prikazuje karakteristike i geometrijske značajke aeroprofila krila, horizontalnog i vertikalnog stabilizatora.

Tablica 6.2. Geometrijske značajke i karakteristike aeroprofila

| <i>Krilo</i> | |
|---|---|
| Aeroprofil Eppler 420 [20] | $\bar{x}t = 0.228$ $\bar{t} = 0.143$ |
| Raspon dva polukrila | $b_w = 20.7$ m |
| Korijenska tetiva | $c_r = 0.934$ m |
| Vršna tetiva | $c_t = 0.312$ m |
| Kut strijele napadnog brida | $A_{LE} = 4^\circ = 0.07$ rad |
| <i>Horizontalni stabilizator</i> | |
| Aeroprofil Eppler 420 | $\bar{x}t = 0.228$ $\bar{t} = 0.143$ |
| Raspon horizontalnog stabilizatora | $b_h = 3.779$ m |
| Korijenska tetiva | $c_r = 0.63$ m |
| Vršna tetiva | $c_t = 0.47$ m |
| <i>Vertikalni stabilizator</i> | |
| Aeroprofil Eppler EA6 [21] | $\bar{x}t = 0.3$ $\bar{t} = 0.09$ |
| Raspon vertikalnog repa | $b_v / 2 = 1.36$ m |
| Korijenska tetiva | $c_{rv} = 1.044$ m |
| Vršna tetiva | $c_{tv} = 0.726$ m |



Slika 6.1. Prikaz nacрта, bokocrta i tlocrta jedrilice [19]

6.1. Geometrijske karakteristike

U ovom poglavlju analiziraju se geometrijske karakteristike pojedinog dijela aviona za daljnje potrebe izračuna koeficijenta aerodinamičkog otpora i aerodinamičkog uzgona letjelice. [22]

6.1.1. Krilo

Iako su podaci za površinu i vitkost krila već izračunati od strane proizvođača i nalaze se u tablici za potrebe proračuna i provjere podataka u nastavku se ponavlja proračun.

Za promatranu površinu krila jedrilice uzima se u obzir površina oba polukrila bez površine donjeg trupa letjelice:

$$S_w = \frac{b_w(c_r + c_t)}{2} = \frac{20.7(0.934 + 0.312)}{2} = 12.9 \text{ m}^2 \quad (6.1)$$

Gdje je:

b_w – raspon krila bez podtrupnog dijela, m

c_r – duljina korijenske tetive, m

c_t – duljina vršne tetive, m

ν – kinematička viskoznost (u ovom slučaju je konstantna i iznosi $\nu = 1,46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$)

Vitkost krila:

$$AR = \frac{b_w^2}{S_w} = \frac{20.7^2}{12.9} = 35.8 \quad (6.2)$$

Suženje krila:

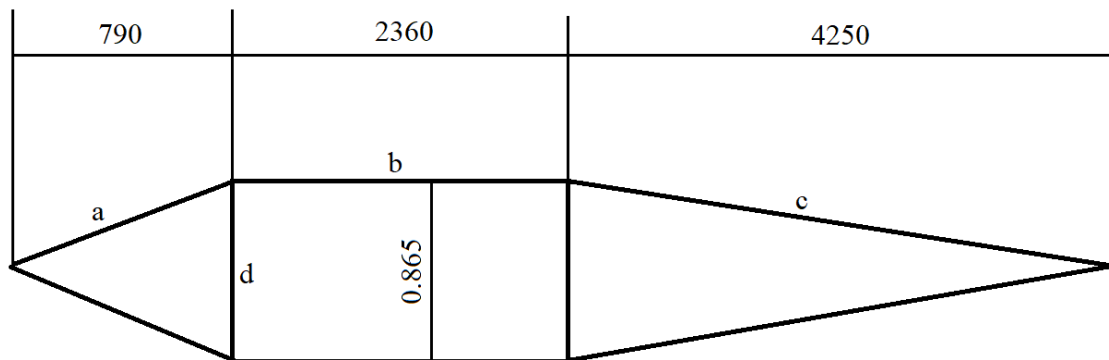
$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} = \frac{0.312}{0.934} = 0.334 \quad (6.3)$$

Aerodinamička tetiva krila će onda iznositi:

$$c_A = \frac{4 S_w}{3 b_w} \left[1 - \frac{\lambda}{(\lambda+1)^2} \right] = \frac{4 \cdot 12.9}{3 \cdot 20.7} \left[1 - \frac{0.334}{(0.334+1)^2} \right] = 0.663 \text{ m} \quad (6.4)$$

6.1.2. Trup

Zbog pojednostavljenog računanja opstrujavane površine, cijela površina trupa jedrilice će se aproksimirati u tri površine, prvi i zadnji dio će se zamijeniti stošcem, dok će u sredini biti valjak.



Slika 6.2. Aproksimirana površina letjelice

Procijenjena površina opstrujavanog trupa je:

$$S_B = \frac{d}{2} \pi a + d \pi b + \frac{d}{2} \pi c = \frac{0.865}{2} \pi \cdot 790 + 0.865 \cdot \pi \cdot 2.36 + \frac{0.865}{2} \cdot \pi \cdot 4.25 \quad (6.5)$$

$$S_B = 13.26 \text{ m}^2$$

6.1.3. Horizontalni stabilizator

Prije izračunavanja aerodinamičke tetive horizontalnog repa uzet ćemo veličine pojedinih geometrijskih karakteristika iz službenih podataka za jedrilicu Lange Antares 21E

Korisna površina repa:

$$S_h = (c_{rh} + c_{th}) \frac{b_h}{2} = (0.63 + 0.47) \frac{3.78}{2} = 2.078 \text{ m}^2 \quad (6.6)$$

Suženje horizontalnog repa:

$$\lambda = \frac{c_{th}}{c_{rh}} = \frac{0.47}{0.63} = 0.746 \quad (6.7)$$

Strijela napadnog brida repa:

$$\Lambda_{LEh} = \arctan\left(\frac{c_{rh} - c_{th}}{\frac{1}{2}b_h}\right) = \arctan\left(\frac{0.63 - 0.47}{1.89}\right) = 0.084 \text{ rad} \quad (6.8)$$

Strijela najveće debljine profila:

$$\Lambda_{th} = \arctan\left(\tan\Lambda_{LEh} - x^{-t} \frac{c_{rh} - c_{th}}{\frac{1}{2}b_h}\right) = \left(\tan 0.084 - 0.228 \frac{0.63 - 0.47}{1.89}\right) \quad (6.9)$$

$$\Lambda_{th} = 0.065 \text{ rad}$$

Naposljetku aerodinamička tetiva horizontalnog repa glasi:

$$c_{Ah} = \frac{4}{3} \frac{S_h}{b_h} \left[1 - \frac{\lambda_h}{(\lambda_h + 1)^2}\right] = \frac{4}{3} \frac{2.08}{3.8} \left[1 - \frac{0.746}{(0.746 + 1)^2}\right] = 0.554 \text{ m} \quad (6.10)$$

6.1.4. Vertikalni stabilizator

Isto kao i kod prethodnog potpoglavlja koristit ćemo se sa geometrijskim karakteristikama jedrilice Lange Antares 21E za vertikalni stabilizator:

Izložena površina vertikalnog repa iznosi:

$$S_v = \frac{c_{rv} + c_{tv}}{2} \frac{b_v}{2} = \frac{1.044 + 0.726}{2} 1.36 = 1.204 \text{ m}^2 \quad (6.11)$$

Suženje vertikalnog repa:

$$\lambda_v = \frac{c_{tv}}{c_{rv}} = \frac{0.726}{1.044} = 0.695 \quad (6.12)$$

Strijela napadnog brida:

$$\Lambda_{LEv} = \arctan\left(\frac{c_{rv} - c_{tv}}{\frac{1}{2}b_v}\right) = \arctan\left(\frac{1.044 - 0.726}{1.36}\right) = 0.229 \text{ rad} \quad (6.13)$$

Strijela najveće debljine profila

$$\Lambda_{tv} = \arctan\left(\tan\Lambda_{LEv} - x^{-t} \frac{c_{rv} - c_{tv}}{\frac{1}{2}b_v}\right) = \arctan\left(\tan 0.229 - 0.3 \frac{1.044 - 0.726}{1.36}\right) \quad (6.14)$$

$$\Lambda_{tv} = 0.161 \text{ rad}$$

Naposljetku aerodinamička tetiva vertikalnog repa glasi:

$$c_{Av} = \frac{2}{3} c_{rv} \left(1 + \frac{\lambda_b^2}{1 + \lambda_v} \right) = \frac{2}{3} \cdot 1.044 \left(1 + \frac{0.161^2}{1 + 0.161} \right) = 0.7115 \text{ m} \quad (6.15)$$

6.1.5. Zrakoplov

Za potrebe izračunavanja otpora čitavog zrakoplova treba izračunati tetivu koja se nalazi na uzdužnoj osi tromosti zrakoplova:

$$c_0 = c_t + \frac{1}{2} b \cdot \tan \Lambda_{LE} = 0.312 + \frac{1}{2} \cdot 21.5 \cdot \tan(0.07) = 1.07 \text{ m je:} \quad (6.16)$$

$$\Lambda_{LE} = 4^\circ = 0.07 \text{ rad} - \text{kut strijele napadnog brida}$$

Referentna površina:

$$S_{ref} = \frac{1}{2} (c_0 + c_t) b = \frac{1}{2} (1.07 + 0.312) \cdot 21.5 = 14.86 \text{ m}^2 \quad (6.17)$$

6.2. Otpor

Otpor zrakoplova može se podijeliti na dva glavna dijela. Prvi je nulti otpor C_{D0} , koji se javlja i kada zrakoplov ne stvara uzgon. Drugi je inducirani otpor C_{Di} , koji nastaje kao posljedica stvaranja uzgona.

Nulti otpor letjelice proizlazi iz zbroja otpora različitih dijelova, uključujući krila, trup, horizontalni i vertikalni stabilizator. Osim toga, tijekom polijetanja i slijetanja mogu se pojaviti dodatni otpori uzrokovani izvučenim podvozjem i otklonjenim zakrilcima.

Ukupni nulti otpor rezultat je zbroja svih ovih komponenti, a njegov točan iznos ovisi o obliku, površini i aerodinamičkim karakteristikama letjelice.

$$C_D = C_{D0} + C_{Di} = C_{Df} + C_{Dw} + C_{Db} \quad (6.18)$$

Gdje C_{Df} označava koeficijent otpora trenja, C_{Dw} koeficijent valnog otpora i C_{Db} koeficijent otpora dna. U subsonici se mogu zanemariti valni otpor i otpor dna.

6.3. Nulti otpor

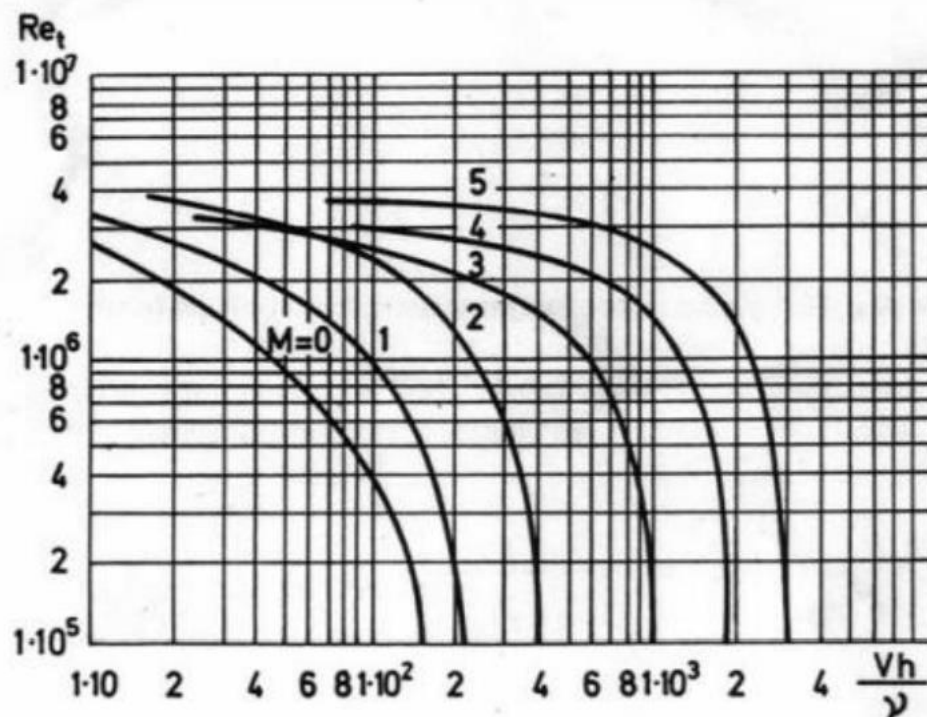
Ukupni nulti ili parazitski otpor jedrilice određuje se zbrajanjem nultog otpora svih njezinih pojedinačnih dijelova. Svaki segment, poput krila, trupa, horizontalnog i vertikalnog stabilizatora, pridonosi ukupnom otporu, a njihov zbroj daje konačnu vrijednost nultog otpora jedrilice. Za određivanje nultog otpora koristit će se brzina sloma uzgona (*tablica 5.1*) koja je uzeta iz podataka proizvođača o jedrilici Lange Antares 21E, a iznosi $V_{stall} = 20.28 \text{ m/s}$. Kinematička viskoznost zraka će biti $\nu = 1.46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

6.3.1. Krilo

Koeficijent trenja na ploči ovisi o mjestu tranzicije laminarnog u turbulentni granični sloj i o Reynoldsovom broju:

$$Re = \frac{V_{stall} c_A}{\nu} = \frac{24.33 \cdot 0.663}{1.46 \cdot 10^{-5}} = 9.209 \cdot 10^5 \quad (6.19)$$

S obzirom da je dobiveni Reynoldsov broj u prijelaznom području, $Re < 10^6$, pretpostavit će se da je prijelaz iz laminarnog u granični sloj u jednoj točki, koja se nalazi na duljini \bar{l}_t od napadnog ruba te tada prelazi u turbulentno strujanje. Mjesto prijelaza se određuje iz slike 5.3 na temelju Machovog broja i hrapavosti, gdje se određuje prijelazni Reynoldsov broj, Re_t . Koji iščitan iz dijagrama iznosi približno, $Re_t = 3.5 \cdot 10^5$.



Slika 6.3. Ovisnost Reynoldsovog broja, Machovog broja i hrapavosti [22]

Točka prijelaza laminarnog u turbulentno opstrujavanje:

$$l_t = \frac{\nu Re_t}{V_{stall}} = \frac{1.46 \cdot 10^{-5} \cdot 3.5 \cdot 10^5}{24.33} = 0.21598 \text{ m} \quad (6.20)$$

Bez obzira na to odakle se mjeri udaljenost, uvijek ih izražavamo u multiplima aerodinamičke tetive krila c_A :

$$\bar{l}_t = \frac{l_t}{c_{Aw}} = \frac{0.22}{0.663} = 0.3258 \quad (6.21)$$

Prema Schlichtingovoj formuli izračunavamo koeficijent trenja ploče: [22]

$$\begin{aligned} (c_f)_{ploče} &= \frac{1.3}{\sqrt{Re}} \sqrt{\bar{l}_t} + \frac{3.91}{(\ln Re)^{0.258}} (1 - \bar{l}_t^{0.8}) = \\ &= \frac{1.3}{\sqrt{9.209 \cdot 10^5}} \sqrt{0.33} + \frac{3.91}{(\ln 9.209 \cdot 10^5)^{0.258}} (1 - 0.33^{0.8}) = \\ &= 0.0054 \end{aligned} \quad (6.22)$$

Korekcija zbog relativne debljine F_F :

$$F_F = 1 + \frac{0.6\bar{t}}{\bar{x}_t} + 100\bar{t}^4 = 1 + \frac{0.6 \cdot 0.33}{0.22} + 100 \cdot 0.33^4 = 1.182 \quad (6.23)$$

Brzina jedrilice se kreće u niskom Machovom broju te neće biti utjecaja stlačivosti, stoga korekcija za stlačivost može biti jednaka, $F_{Ma}=1$.

Ukupni koeficijent otpora profila:

$$c_d = F_F F_{Ma}^2 (c_f)_{ploče} = 1.182 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 0.0054 = 0.01275 \quad (6.24)$$

Odnos koeficijenta otpora krila prema koeficijentu otpora profila:

$$F_S = (\cos \Lambda_t)^{0.28} = (\cos 0.00074)^{0.28} = 1 \quad (6.25)$$

Koeficijent otpora krila:

$$(C_{D0})_w = \frac{S_w}{S_{ref}} c_d F_S = \frac{12.9}{14.86} 0.01275 \cdot 1 = 0.0111 \quad (6.26)$$

6.3.2. Trup

Reynoldsov broj trupa jedrilice iznosi:

$$Re = \frac{V_{stall} l_b}{\nu} = \frac{24.33 \cdot 7.4}{1.46 \cdot 10^{-5}} = 10.28 \cdot 10^6 \quad (6.27)$$

Iz kojeg možemo zaključiti da se opstrujavanje trupa odvija u potpuno turbulentnom području i tada koeficijent trenja iznosi:

$$(c_f)_{ploče} = \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} = \frac{3.91}{(\ln 10.28 \cdot 10^6)^{2.58}} = 0.002988 \quad (6.28)$$

Vitkost trupa, koja je definirana kao omjer duljine trupa i najvećeg promjera trupa:

$$f = \frac{7.4}{0.865} = 8.31 \quad (6.29)$$

Faktor korekcije oblika tijela zrakoplova:

$$F'_F = 1 + \frac{60}{f^3} + \frac{f}{400} = 1 + \frac{60}{8.31^3} + \frac{8.31}{400} = 1.125 \quad (6.30)$$

Presjek jedrilice nije kružni te iz tog razloga se uveća za 30%:

$$F_F = F'_F \cdot 1.3 = 1.125 \cdot 1.3 = 1.463 \quad (6.31)$$

Koeficijent korekcije stlačivosti iznosi, $F_{Ma}=1$, slijedi da je otpor trupa:

$$(C_{Df})_B = \frac{S_B}{S_{ref}} (c_f)_{ploče} F_F F_{Ma} = \frac{13.26}{14.86} \cdot 0.003 \cdot 1.463 = 0.0039 \quad (6.32)$$

Kako smo na početku napomenuli da je otpor baze, $(C_{Db})_B$, zanemariv, nulti otpor trupa letjelice je jednak:

$$(C_{D0})_B = (C_{Df})_B = 0.0039 \quad (6.33)$$

6.3.3. Horizontalni stabilizator

Reynoldsov broj horizontalnog stabilizatora jednak je:

$$Re = \frac{V_{stall} c_{Ah}}{v} = \frac{24.33 \cdot 0.554}{1.46 \cdot 10^{-5}} = 7.6953 \cdot 10^5 \quad (6.34)$$

Reynoldsov broj horizontalnog stabilizatora, kao i kod krila se nalazi u prijelaznom području te je prema slici 5.3, $Re_t = 3.5 \cdot 10^5$.

Točka prijelaza laminarnog u turbulentno područje se nalazi na duljini:

$$l_t = \frac{v Re_t}{V_{stall}} = \frac{1.46 \cdot 10^{-5} \cdot 7.6953 \cdot 10^5}{24.33} = 0.252 \text{ m} \quad (6.35)$$

Izražen u multiplima aerodinamičke tetive horizontalnog stabilizatora:

$$\bar{l}_t = \frac{l_t}{c_{Ah}} = \frac{0.252}{0.554} = 0.455 \quad (6.36)$$

Prema Schlichtingovoj formuli izračunavamo koeficijent trenja ploče:

$$\begin{aligned} (c_f)_{ploče} &= \frac{1.3}{\sqrt{Re}} \sqrt{\bar{l}_t} + \frac{3.91}{(\ln Re)^{0.258}} (1 - \bar{l}_t^{0.8}) = \\ &= \frac{1.3}{\sqrt{7.6953 \cdot 10^5}} \sqrt{0.455} + \frac{3.91}{(\ln 7.6953 \cdot 10^5)^{0.258}} (1 - 0.455^{0.8}) = \\ &= 0.00319 \end{aligned} \quad (6.37)$$

Korekcija zbog relativne debljine F_F :

$$F_F = 1 + \frac{0.6 \bar{t}}{\bar{x}_t} + 100 \bar{t}^4 = 1 + \frac{0.6 \cdot 0.143}{0.228} + 100 \cdot 0.143^4 = 1.418 \quad (6.38)$$

Koeficijent korekcije stlačivosti iznosi, $F_{Ma}=1$, slijedi da je otpor horizontalnog stabilizatora:

$$c_d = F_F F_{Ma}^2 (c_f)_{ploče} = 1.418 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 0.00319 = 0.0905 \quad (6.39)$$

Odnos koeficijenta otpora horizontalnog stabilizatora prema koeficijentu otpora profila:

$$F_S = (\cos \Lambda_t)^{0.28} = 1 \quad (6.40)$$

Koeficijent otpora horizontalnog stabilizatora:

$$(C_{D0})_h = \frac{S_h}{S_{ref}} c_d F_s = \frac{2.078}{14.86} \cdot 0.0905 \cdot 1 = 0.00127 \quad (6.41)$$

6.3.4. Vertikalni stabilizator

Kao i kod krila i kod horizontalnog stabilizatora, na isti način odredit će se koeficijent aerodinamičkog otpora vertikalnog stabilizatora:

$$Re = \frac{V_{stall} c_{Av}}{\nu} = \frac{24.33 \cdot 0.71}{1.46 \cdot 10^{-5}} = 9.89 \cdot 10^5 \quad (6.42)$$

Ponovno dobivamo slučaj da se Reynoldsov broj opstrujavanja vertikalnog stabilizatora nalazi u prijelaznom graničnom sloju te isto tako vrijedi iščitano iz slike 5.3, $Re_t = 3.5 \cdot 10^5$.

Slijedi da je točka prijelaza na udaljenosti:

$$l_t = \frac{\nu Re_t}{V_{stall}} = \frac{1.46 \cdot 10^{-5} \cdot 9.89 \cdot 10^5}{24.33} = 0.252 \text{ m} \quad (6.43)$$

Izražen u multiplima aerodinamičke tetive horizontalnog stabilizatora:

$$\bar{l}_t = \frac{l_t}{c_{Av}} = \frac{0.252}{0.7115} = 0.354 \quad (6.44)$$

Prema Schlichtingovoj formuli izračunavamo koeficijent trenja ploče:

$$(c_f)_{ploče} = \frac{1.3}{\sqrt{Re}} \sqrt{\bar{l}_t} + \frac{3.91}{(\ln Re)^{0.258}} (1 - \bar{l}_t^{0.8}) \quad (6.45)$$

$$\frac{1.3}{\sqrt{9.89 \cdot 10^5}} \sqrt{0.354} + \frac{3.91}{(\ln 9.89 \cdot 10^5)^{0.258}} (1 - 0.354^{0.8}) =$$

$$= 0.0303$$

Korekcija zbog relativne debljine F_F :

$$F_F = 1 + \frac{0.6\bar{t}}{\bar{x}_t} + 100\bar{t}^4 = 1 + \frac{0.6 \cdot 0.09}{0.3} + 100 \cdot 0.09^4 = 1.187 \quad (6.46)$$

Koeficijent korekcije stlačivosti iznosi, $F_{Ma}=1$, slijedi da je otpor vertikalnog stabilizatora:

$$c_d = F_F F_{Ma} 2(c_f)_{ploče} = 1.187 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 0.0303 = 0.003595 \quad (6.47)$$

Odnos koeficijenta otpora vertikalnog stabilizatora prema koeficijentu otpora profila:

$$F_S = (\cos \Lambda_t)^{0.28} = 1 \quad (6.48)$$

Koeficijent otpora vertikalnog stabilizatora:

$$(C_{D0})_v = \frac{S_v}{S_{ref}} c_d F_s = \frac{1.204}{14.86} \cdot 0.003595 \cdot 1 = 0.000291 \quad (6.49)$$

6.4. Dodatni otpor

Neki dijelovi zrakoplova nismo obuhvatili gornjom metodom, kao npr kućište motora, kabinu, izbačeni kotači. djelomično izbačena zakrilca...

Kako bismo uzeli u obzir sve dodatne elemente na trupu, manjih nepravilnosti trupa i sličnih čimbenika, te osigurali sigurnosnu rezervu u proračunu, ukupni otpor možemo povećati za 5%.

6.5. Ukupni nulti otpor

Ukupni nulti otpor dobije se zbrajanjem svih nultih otpora pojedinih dijelova letjelice:

$$C_{D0} = 1.05 \cdot [(C_{D0})_w + (C_{D0})_B + (C_{D0})_h + (C_{D0})_v] = 0.0174 \quad (6.50)$$

Rezultate koje smo dobili za pojedini dio aviona možemo prikazati u tablici:

Tablica 6.3. Udio pojedinog nultog otpora

| Promatrani dijelovi | Nulti (parazitski) otpor | Postotak otpora pojedinog dijela jedrilice $\frac{(C_{D0})_i}{C_{D0}} \cdot 100\%$ |
|----------------------------------|--------------------------|---|
| Krilo | $(C_{D0})_w = 0.0111$ | 63.7 |
| Trup | $(C_{D0})_B = 0.0039$ | 22.4 |
| Horizontalni stabilizator | $(C_{D0})_h = 0.00127$ | 7.3 |
| Vertikalni stabilizator | $(C_{D0})_v = 0.000291$ | 1.7 |
| Dodatni otpor | $C_{d0} = 1.05$ | 5 |

6.6. Procjena induciranog aerodinamičkog otpora

Ukupni aerodinamički otpor koji djeluje na jedrilicu ima oblik:

$$C_D = C_{D0} + C_{Di} \quad (6.51)$$

Inducirani otpor C_{Di} možemo prikazati kao umnožak koeficijenta induciranog otpora i aerodinamičkog koeficijenta uzgona:

$$C_{Di} = KC_L^2 \quad (6.52)$$

Gdje je K jednak:

$$K = \frac{1}{\pi \cdot AR \cdot e} \quad (6.53)$$

Gdje je:

AR – vitkost jedrilice

e - Oswaldov faktor efikasnosti

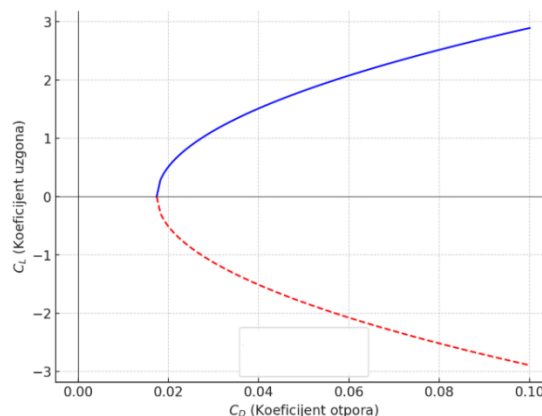
Oswaldov faktor učinkovitosti je korekcijski faktor koji predstavlja promjenu otpora s uzgonom kod trodimenzionalnog krila ili zrakoplova, u usporedbi s idealnim krilom koje ima isti omjer izduženosti i eliptičnu raspodjelu uzgona.

Za jedrilicu Lange Antares 21E prema literaturi [24] možemo procijeniti, $e=0.9$.

Tako će konačna funkcija ukupnog aerodinamičkog otpora glasiti:

$$C_D = 0.0174 + KC_L^2 = C_D = 0.0174 + \frac{C_L^2}{\pi \cdot AR \cdot e} \quad (6.54)$$

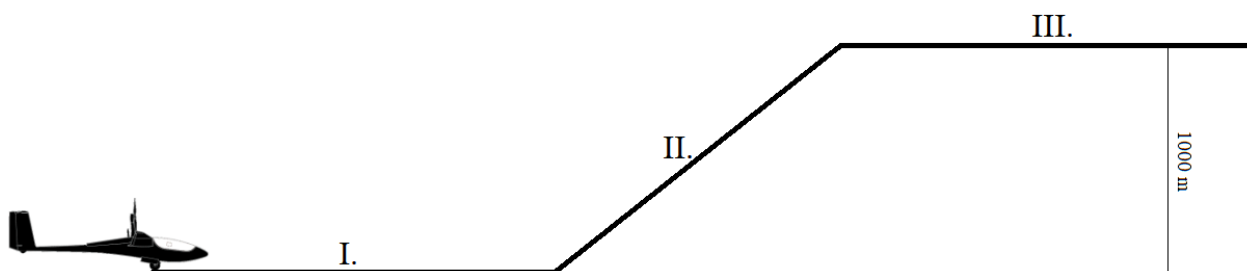
$$C_D = 0.0174 + 0.00988C_L^2$$



Slika 6.4 Polara jedrilice

7. ANALIZA PERFORMANSI JEDRILICE

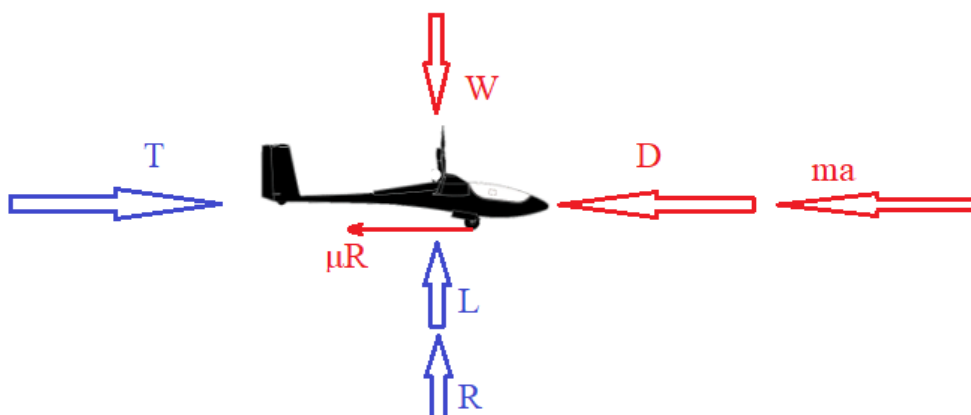
U ovom proračunu izračunat će se ukupna energija (odnosno obavljeni rad) koju jedrilica mora savladati tijekom procesa polijetanja, penjanja i održavanja visine kako je prikazano na slici 7.1. Prvo ćemo odrediti energiju potrebnu za polijetanje, uzimajući u obzir početne uvjete kao što su potrebna brzina za uzlijetanje i energija potrebna za podizanje zrakoplova. Zatim ćemo izračunati energiju potrebnu za penjanje do visine od 1000 metara, analizirajući vertikalnu brzinu penjanja, snagu motora, te aerodinamičke otporne sile. Na kraju, proračunat ćemo energiju potrebnu za održavanje visine od 1000 metara tijekom trajanja od 10 minuta. Kroz ove proračune, ciljati ćemo na sveobuhvatan izračun ukupne energije potrebne za uspješan let na visini od 1000 metara.



Slika 7.1. Promatrane faze leta zrakoplova

7.1. Polijetanje

U ovom potpoglavlju prema literaturi [23] razmotrit će se sile koje djeluju na jedrilicu tijekom polijetanja, uključujući otpor pri kotrljanju i aerodinamički otpor zraka. Izračunat ćemo vrijeme potrebno za polijetanje, prijeđeni put tijekom zaleta te na kraju obavljeni rad. Na slici 7.2 smo postavili sile koje djeluju na promatranu jedrilicu.



Slika 7.2. Sile u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini letjelice

Gdje su:

T – sila potiska

R – normalna sila poda

W – težina jedrilice

D – aerodinamička sila otpora zraka

L – aerodinamička sila uzgona

μR – sila otpora kotrljanja

ma – sila inercije

7.1.1. Vrijeme potrebno za polijetanje

Suma vertikalnih sila:

$$L + R - W = 0$$

Gdje slijedi:

$$R = W - L \quad (7.1)$$

Suma horizontalnih sila:

$$T - D - \mu R = m \frac{dV}{dt} \quad (7.2)$$

Uvrštavanjem (7.1) u (7.2):

$$T - D - \mu(W - L) = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt} \quad (7.3)$$

Uvrštavanjem formule uzgona i otpora i sređivanjem izraza dobijemo:

$$g \left(\frac{T}{W} - \mu \right) - \frac{g}{W} \frac{1}{2} \rho S V^2 (C_D - \mu C_L) = \frac{dV}{dt} \quad (7.4)$$

Zbog jednostavnosti daljnjeg proračuna će se prvi i drugi član zamijeniti sa A i B:

$$A - BV^2 = \frac{dV}{dt} \quad (7.5)$$

Gdje je:

$$A = g \left(\frac{T}{W} - \mu \right)$$

$$B = \frac{g}{W} \frac{1}{2} \rho S (C_D - \mu C_L)$$

Jednadžbu (7.5) možemo preoblikovati kako bismo dobili vrijeme trajanja zaleta:

$$dt = \frac{dV}{A - BV^2} \quad (7.6)$$

Integriranjem jednadžbe (7.6) dobivamo izraz za vrijeme zaljetavanja:

$$t_2 - t_1 = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{A - BV^2} \quad (7.7)$$

7.1.2. Prijedeni put polijetanja

Isto tako vrlo jednostavno se može odrediti i udaljenost koju zrakoplov prijeđe tijekom zaleta prije polijetanja.

Jednadžbu (7.5) možemo preoblikovati kako bismo dobili vrijeme trajanja zaleta:

$$\frac{\frac{dV}{dt}}{\frac{dS}{dt}} = \frac{dV}{dS} = \frac{A - BV^2}{V} \quad (7.8)$$

Sređivanjem se dobije:

$$dS = \frac{VdV}{A - BV^2} \quad (7.9)$$

Nakon integracije na isti način kao i kod (6.6) dolazimo do izraza za prijedeni put polijetanja:

$$S_{TO} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{VdV}{A - BV^2} \quad (7.10)$$

7.1.3. Minimalna udaljenost zaleta

Kao i kod većine drugih performansi, traže se uvjeti leta koji će minimizirati udaljenost polijetanja. Budući da je ubrzanje određeno izrazom (7.5), jasno je da je cilj maksimalno povećanje akceleracije (što bi trebalo maksimalno smanjiti udaljenost zaleta). Ključni čimbenici u A su omjer potiska i težine te koeficijent trenja podloge. Dakle, želimo povećati potisak (i smanjiti težinu) te poletjeti s površine koja ima nizak koeficijent trenja kotrljanja (npr. asfalt umjesto trave). U parametru B jedini čimbenici na koje se mogu utjecati su C_L i C_D .

Tako da je cilj smanjiti izraz (6.11):

$$C_D - \mu C_L = C_{D0} + KC_L^2 - \mu C_L \quad (7.11)$$

Jedini parametar nad kojim zaista imamo kontrolu je koeficijent uzgona na tlu. Možemo ga prilagoditi mijenjanjem kuta, odnosno napadnog kuta pri kotrljanju zrakoplova po pisti. To se postiže podešavanjem duljine stajnih trapova. Bez obzira na način, najbolja vrijednost može se odrediti izvodom jednadžbe (7.11) s obzirom na ovaj parametar i postavljanjem rezultata na nulu.

$$\frac{d}{dC_L}(C_{D0} + KC_L^2 - \mu C_L) = 2KC_L - \mu = 0 \quad (7.11)$$

Iz kojeg slijedi:

$$C_L = \frac{\mu}{2K} \quad (7.12)$$

7.1.4. Proračun duljine zaleta i utrošenog rada

U daljnjem proračunu će se izračunati konkretne vrijednosti duljine zaleta, vrijeme zaleta i utrošeni rad, koristeći tehničke podatke za jedrilicu Lange Antares 21E i dobiveni izraz za aerodinamički koeficijent otpora.

Potrebni podaci za izračun proračuna:

$$W = mg = 5492 \text{ N}$$

$$S = 12.9 \text{ m}^2$$

$$V_{stall} = 20.28 \text{ m/s}$$

$$V_{TO} = 1.2 V_{stall} = 24.33 \text{ m/s}$$

$$C_D = 0.0174 + 0.00988 C_L^2$$

$$\mu = 0.2 \text{ [25]}$$

$$\eta_P = 0.95$$

$$P_M = 42 \text{ kW}$$

Određivanje potiska propelera:

$$T = \frac{\eta_P P_M}{V_{TO}} = \frac{0.95 \cdot 42000}{24.33} = 1640 \text{ N} \quad (7.13)$$

Koeficijent uzgona najkraćeg mogućeg zaleta:

$$C_L = \frac{\mu}{2K} = \frac{0.02}{2 \cdot 0.00988} = 1.01 \quad (7.14)$$

Koeficijent aerodinamičkog otpora:

$$C_D = 0.0174 + 0.00988 C_L^2 = 0.0174 + 0.00988 \cdot 1.01^2 = 0.027 \quad (7.15)$$

Sada se mogu i odrediti parametri A i B:

$$A = g \left(\frac{T}{W} - \mu \right) = 9.80665 \cdot \left(\frac{1640}{5492} - 0.02 \right)$$

$$A = 2.73$$

(7.16)

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{g}{W} \frac{1}{2} \rho S V^2 (C_D - \mu C_L) = \\
 &= \frac{9.80665}{5492} \frac{1}{2} \cdot 1.22 \cdot 12.9 \cdot (0.027 - 0.02 \cdot 1.01) \\
 \mathbf{B} &= \mathbf{9.56 \cdot 10^{-5}}
 \end{aligned}$$

Tada se može izračunati potrebno vrijeme polijetanja:

$$t_{TO} = \int_0^{V_{TO}} \frac{dV}{A - BV^2} = 9 \text{ s} \quad (7.17)$$

Što je vrlo kratko vrijeme, ali uzimajući u obzir da su uvjeti idealni te da se jedrilica zalijeće na asfaltnoj pisti. Za usporedbu kada bi se jedrilica zalijetala na travi ($\mu=0.2$) tada bi joj vrijeme bilo dosta duže, približno 23 sekunde.

Isto tako se može i izračunati prijeđeni put polijetanja:

$$S_{TO} = \int_0^{V_{TO}} \frac{V dV}{A - BV^2} = 109.5 \text{ m} \quad (7.18)$$

Konačno može se dobiti utrošeni rad polijetanja:

$$W_1 = T dS = 1640 \cdot 109.5 = 179.58 \text{ kJ} \quad (7.19)$$

Ili izraženo u kWh:

$$W_1 = 0.0525 \text{ kWh}$$

7.2. Penjanje

Analizom jednadžbi ravnotežnog gibanja središta mase zrakoplova, uz zanemarivanje utjecaja kutne brzine χ i kuta valjanja φ u vertikalnoj ravnini, dolazimo do izraza za kut penjanja γ i brzinu penjanja V_V . Pri tome se pretpostavlja pravocrtno gibanje ($\gamma=konst$) i stacionarna brzina penjanja ($V=const$).[\[26\]](#)

$$\sin \gamma = \frac{T - D}{W} \quad (7.20)$$

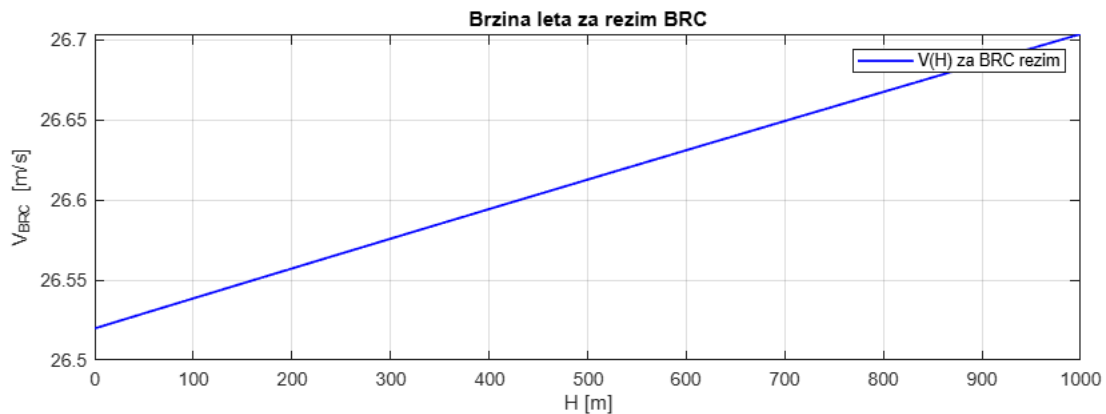
I vertikalna brzina:

$$V_V = V \sin \gamma = V \frac{T - D}{W} \quad (7.21)$$

7.2.1. Najveća brzina penjanja (najmanje vrijeme penjanja)

Brzina penjanja u zrakoplovstvu označava se sa RC (engl. *Rate of climb*), a najveću brzinu označavamo sa BRC (engl. *Best rate of climb*). Do vrijednosti utrošenog rada u ovoj fazi leta ćemo doći grafičkom metodom gdje će se vidjeti na koji način se mijenja vertikalna brzina leta V_V , brzina leta jedrilice V_{BRC} te će se dobiti kut penjanja jedrilice γ_{BRC} .

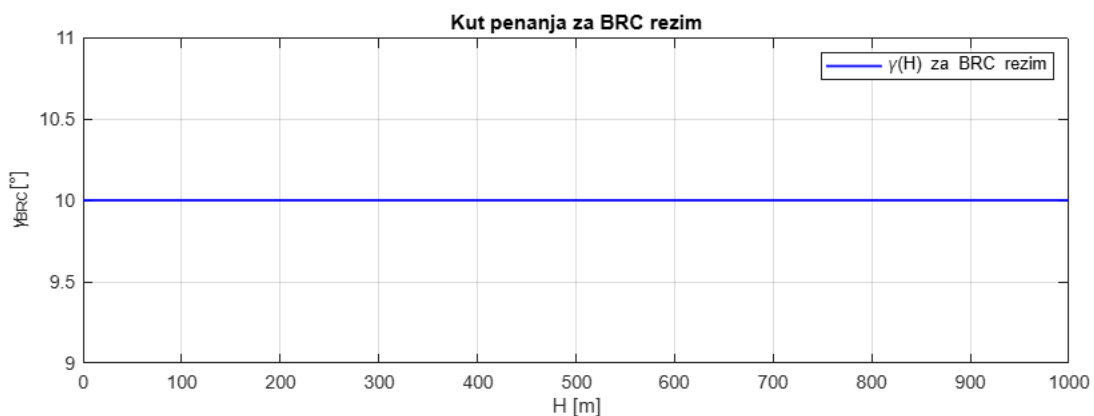
Prvi dijagram (slika 7.3) prikazuje ovisnost brzine leta o visini na kojoj se jedrilica nalazi.



Slika 7.3 Brzina V_{BRC} u ovisnosti o visini H jedrilice

Iz dijagrama se vidi kako brzina se mijenja pravocrtno o visini jedrilice te je njena maksimalna vrijednost $V_{BRC}=26.75$ m/s.

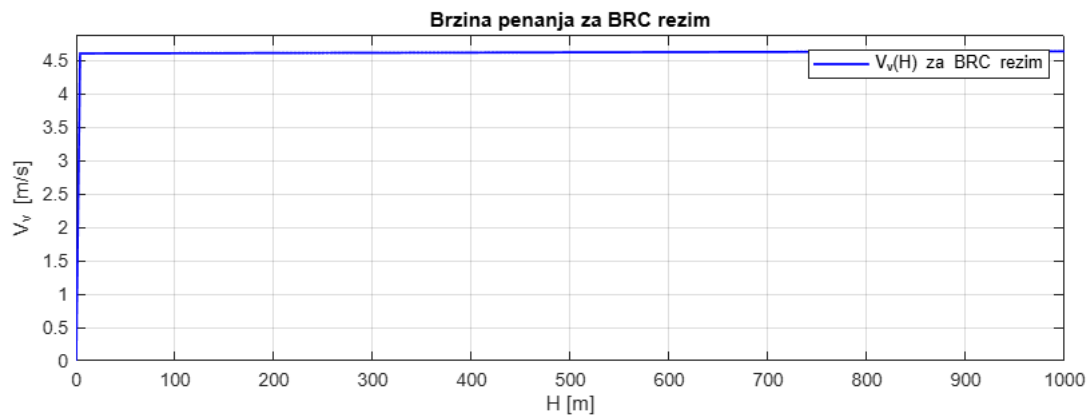
Sljedeći slika prikazuje dijagram kuta γ_{BRC} u ovisnosti o visini leta na kojoj se jedrilica trenutno nalazi.



Slika 7.4 Kut penjanja γ_{BRC} u ovisnosti o visini H

Kut penjanja jedrilice je konstantan i on iznosi, $\gamma_{BRC} = 10^\circ$

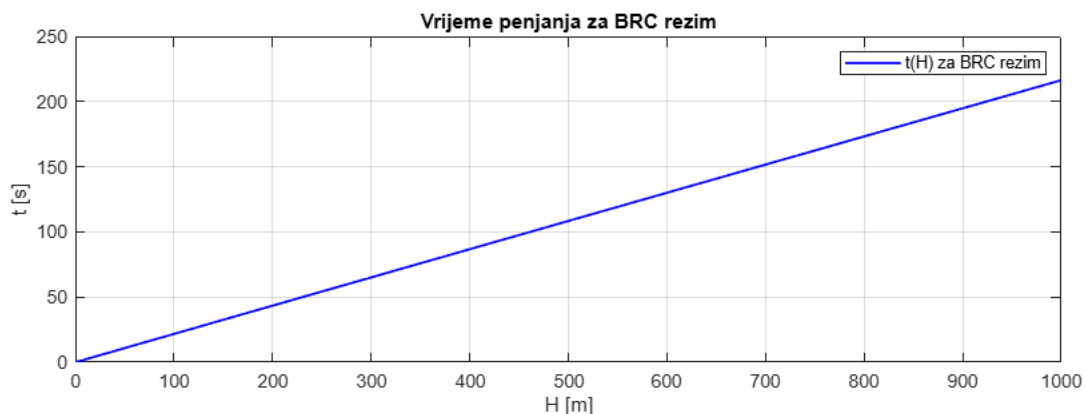
Sljedeći dijagram (slika 7.5) pokazuje vertikalnu brzinu penjanja.



Slika 7.5 Vertikalna brzina penjanja u režimu BRC u ovisnosti o visini

Vertikalna brzina penjanja je konstantna i ona iznosi $V_v = 4.6$ m/s što i približno odgovara u tehničkim podacima proizvođača (tablica 6.1)

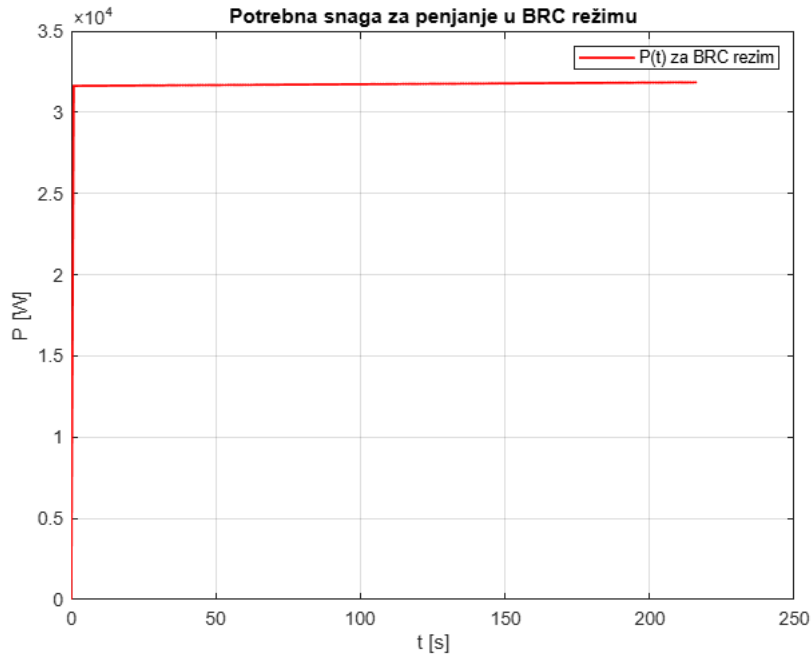
Dijagram na slici 7.6 prikazuje vrijeme leta u ovisnosti o visini jedrilice.



Slika 7.6 Vrijeme penjanja u ovisnosti o visini H

Vrijeme potrebno jedrilici za podizanje na visinu od 1000 metara je 216 sekundi. Iz dijagrama se da zaključiti kako je penjanje jedrilice stacionarno, odnosno da jednoliko mijenja visinu leta.

U sljedećem dijagramu na slici 7.7 nam pokazuje potrebnu snagu za penjanje letjelice u vremenu za penjanje na traženu visinu.



Slika 7.7 Potrebna snaga za penjanje aviona

Na dijagramu se snaga u vremenu ne mijenja, odnosno vrlo slabo uočljivo na dijagramu, mijenja se zbog promijene visine, odnosno smanjenja gustoće zraka.

Snaga potrebna za penjanje iznosi $P_{POTREBNO} = 31.843 \text{ kW}$.

Iz grafički dobivene snage vrlo se lako može izračunati utrošeni rad za penjanje na visinu od 1000 metara:

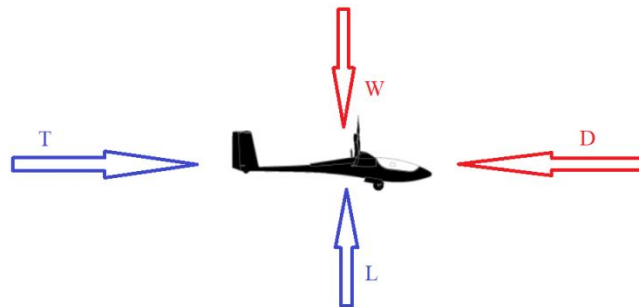
$$W_2 = P_{POTREBNO} \cdot t = 6,88 \text{ MJ} \quad (7.22)$$

Ili izraženo u kWh:

$$W_2 = 1,91 \text{ kWh}$$

7.3. Horizontalni let

U sljedećoj fazi računati će se horizontalni let jedrilice, za koju ćemo pretpostaviti da se nalazi u atmosferi bez vjetra, da se kreće pravocrtno te da je cijeli proces stacionaran, tj. da je brzina leta konstantna te iz čega dobivamo i sljedeći uvjet, a to je da je pogonska sila jednaka otporu. Iz zadanih uvjeta možemo i napraviti skicu (slika 6.8) te vidjeti koje sve sile djeluju na jedrilicu. [27]



Slika 7.8 Shema sila u horizontalnom letu

7.3.1. Režim leta

Za potrebe izračunavanja utrošenog rada u ovoj fazi leta u proračun će se krenuti od jednadžbi gibanja [27]:

$$\begin{aligned}
 m \frac{dv}{dt} &= T - D - W \sin \gamma \\
 mV \frac{d\gamma}{dt} &= L \cos \Phi - W \sin \gamma \\
 mV \cos \gamma \frac{d\chi}{dt} &= L \sin \Phi
 \end{aligned}
 \tag{7.23}$$

Slijedi da mora biti:

$$\begin{aligned}
 L \sin \Phi &= 0 \\
 L \cos \Phi &= 0
 \end{aligned}
 \tag{7.24}$$

Može se zaključiti kut valjanja Φ , horizontalnog pravocrtnog leta mora biti nula te normalno opterećenje (engl. *load factor*) mora biti jedan:

$$\begin{aligned}
 \Phi &= 0 \\
 n &= 1
 \end{aligned}
 \tag{7.25}$$

Prema rasporedu sila prikazanih na slici 7.8 vrijedi:

$$L = W = \frac{\rho V^2}{2} SC_L
 \tag{7.26}$$

Slijedi:

$$V^2 C_L = \frac{2W}{\rho S} \quad (7.27)$$

Brzina leta u horizontalnom režimu letenja će za odabrani koeficijent uzgona C_L biti jednaka:

$$V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}} \quad (7.28)$$

Aerodinamički koeficijent uzgona:

$$C_L = \frac{2W}{\rho S V^2} \quad (7.29)$$

7.3.2. Potrebna snaga

Kako je već ranije ustanovljeno u uvjetima i kako je vidljivo iz sheme na slici 7.8, pogonska sila T će biti jednaka aerodinamičkom otporu zraka D .

$$T = D \quad (7.7)$$

Pogonsku silu koju još nazivamo i potrebna sila, označavamo sa T_r (engl. *thrust required*). Potrebna sila pomnožena sa brzinom daje potrebnu snagu.

$$T_r = D = \frac{\rho V^2}{2} S (C_{D0} + K C_L^2) \quad (7.30)$$

7.3.3. Proračun utrošenog rada horizontalnog leta

U horizontalnom letu s konstantnom brzinom od 30 m/s i zadanim vremenom u trajanju od 10 minuta, ukupni utrošeni rad određuje se analizom aerodinamičkih zahtjeva zrakoplova. Ključni parametri uključuju koeficijent otpora, masu jedrilice te efikasnost pogonskog sustava. Budući da u stacionarnom letu sila uzgona mora biti jednaka težini zrakoplova, a sila potiska jednaka aerodinamičkom otporu, snaga potrebna za održavanje leta može se izračunati pomoću otpora i brzine. Cilj ovog proračuna je odrediti ukupni rad potreban za održavanje konstantne brzine u horizontalnom letu tijekom zadanog vremenskog intervala.

Potrebni podaci:

$$W = mg = 5492 \text{ N}$$

$$S = 12.9 \text{ m}^2$$

$$C_D = 0.0174 + 0.00988 C_L^2$$

$$\eta_P = 0.95$$

$$P_M = 42 \text{ kW}$$

$$V = 30 \text{ m/s}$$

$$t = 10 \cdot 60 = 600 \text{ s}$$

$$\rho = 1.11 \text{ kg/m}^3 \text{ [28]}$$

Iz izraza (7.6) možemo dobiti koeficijent uzgona:

$$C_L = \frac{2W}{\rho S V^2} = \frac{2 \cdot 5492}{1.11 \cdot 12.9 \cdot 30^2} = 0.852 \quad (7.31)$$

Uvrštavanjem u izraz za potrebnu silu dobije se:

$$T_r = D = \frac{\rho V^2}{2} S (C_{D0} + K C_L^2) = \frac{1.11 \cdot 30^2}{2} 12.9 (0.0174 + 0.0099 \cdot 0.852^2) \quad (7.32)$$

$$T_r = 158.33 \text{ N}$$

Potrebna snaga će tada biti jednaka:

$$P_r = \frac{T_r \cdot V}{\eta_P} = \frac{158.33 \cdot 30}{0.95} = 5 \text{ kW} \quad (7.33)$$

Konačno, utrošeni rad je jednak:

$$W_3 = P \cdot t = 5000 \cdot 600 = 3 \text{ MJ} \quad (7.34)$$

Ili izraženo u kWh:

$$W_3 = 0,833 \text{ kWh}$$

7.4. Ukupan utrošeni rad

Ukupni utrošeni rad tijekom leta zrakoplova može se prikazati kao zbroj triju glavnih komponenti: rada utrošenog na polijetanje, rada potrebnog za penjanje te rada uložnog u održavanje leta na visini od 1000 metara.

Prva komponenta obuhvaća rad potreban za polijetanje, odnosno energiju potrebnu za ubrzanje zrakoplova do brzine uzlijetanja i savladavanje aerodinamičkog otpora tijekom faze uzlijetanja. Nakon polijetanja, zrakoplov ulazi u fazu penjanja, gdje je potrebno uložiti dodatni rad kako bi se savladala gravitacija i postigla visina od 1000 metara. Ova faza zahtijeva značajnu količinu energije jer, osim održavanja potrebne aerodinamičke sile uzgona, zrakoplov mora pobijediti otpor zraka te ostvariti vertikalni pomak.

Kada zrakoplov dosegne visinu od 1000 metara, rad više nije potreban za povećanje potencijalne energije, ali se i dalje troši energija za održavanje konstantne brzine i ravnomjernog horizontalnog leta. Ovaj rad ovisi o aerodinamičkim karakteristikama zrakoplova, snazi pogona te ukupnom aerodinamičkom otporu pri određenoj brzini leta.

Ukupni rad potreban za cijeli let dobiva se kao zbroj ovih triju komponenata:

$$W_{uk} = W_1 + W_2 + W_3 = 0.18 + 6.88 + 3 = 10.06 \text{ MJ} \quad (7.35)$$

Ili u kWh:

$$W_{uk} = 2.8 \text{ kWh}$$

7.5. Usporedba s dostupnim kapacitetom energije

Kako u podacima proizvođača, jedrilice Lange Antares 21E, ne stoji podatak o kapacitetu baterija ili kapaciteta pojedine ćelije, niti koliko ćelija je spojeno u seriji ili paraleli, uzet će se podaci slične jedrilice AS33. Ova jedrilica ima kapacitet energije od 8,6 kWh.[\[28\]](#)

Ukupna energija potrebna za polijetanje, penjanje i horizontalni let iznosi 10,06 MJ (2.8 kWh), dok baterije jedrilice raspolažu s kapacitetom od 8,6 kWh, odnosno približno 31 MJ. To znači da dostupna energija u baterijama znatno premašuje zahtjeve ovakvog proračunatog leta, osiguravajući dovoljno rezervi za izvođenje svih faza leta.

Važno je napomenuti da jedrilica ne zahtijeva kontinuiranu upotrebu električnog pogona za održavanje visine. Nakon početne utrošene energije za polijetanje i eventualno penjanje, prelazi se u režim letenja koji se oslanja na termalne uzgonske struje i povoljne aerodinamičke karakteristike. Na taj način se može održavati ili povećati visinu bez dodatne potrošnje energije, što omogućuje dugotrajan i efikasan let uz minimalnu potrebu za dodatnim napajanjem motora.

8. ZAKLJUČAK

Razvoj električnih pogona u zrakoplovstvu generalne avijacije predstavlja značajan tehnološki napredak koji donosi ekološke i ekonomske prednosti u odnosu na konvencionalne sustave s motorima s unutarnjim izgaranjem. Ovaj rad analizirao je mogućnosti primjene električnog pogona u jedrilicama, pri čemu su detaljno obrađeni tehnički parametri, aerodinamičke karakteristike i energetske zahtjevi različitih faza leta.

U okviru analize provedeni su proračuni ključnih parametara leta, uključujući određivanje aerodinamičkih sila koje djeluju na jedrilicu te izračun ukupnog potrošenog rada za faze polijetanja, penjanja i horizontalnog leta. Također određen je aerodinamički koeficijent otpora koji je ključan za izračunavanje potrebne snage i ukupne utrošene energije.

Ukupna energija potrebna za izvođenje navedenih faza leta iznosi 10,06 MJ. Ovaj rezultat uključuje energiju potrebnu za ubrzanje do brzine uzlijetanja, savladavanje gravitacijske sile tijekom penjanja te održavanje konstantne brzine u horizontalnom letu. Usporedba s raspoloživim kapacitetom baterije, koji iznosi 8,6 kWh (odnosno približno 30,96 MJ), pokazuje da baterijski sustav jedrilice osigurava značajnu rezervu energije, čime se omogućuje siguran i učinkovit let

Prednosti električnog pogona uključuju ekološku prihvatljivost, smanjenu razinu buke, niže troškove održavanja te veću učinkovitost u usporedbi s motorima s unutarnjim izgaranjem. S druge strane, najveći izazov ostaje ograničen domet uzrokovan kapacitetom baterije i duljim vremenom punjenja u odnosu na klasične sustave s fosilnim gorivima. Unatoč tim izazovima, elektrifikacija zrakoplovstva pokazuje smjer prema sve većoj primjeni električnih sustava, uz kontinuirano poboljšanje u tehnologiji baterije.

Zaključno, analiza provedena u ovom radu potvrđuje da električni pogon može osigurati siguran i učinkovit let jedrilice uz minimalan utjecaj na okoliš. Provedeni proračuni pokazali su da je dostupna energija u baterijama više nego dovoljna za sve faze leta, uz mogućnost dodatnog iskorištavanja aerodinamičkih karakteristika za produljenje trajanja leta. Daljnji razvoj baterijskih tehnologija, povećanje energetske gustoće i poboljšanje infrastrukture za punjenje doprinijet će još široj primjeni električnih letjelica u generalnoj avijaciji, otvarajući put prema održivosti i ekološki prihvatljivijem zrakoplovstvu.

9. LITERATURA

- [1] <https://sky4us.net/generalna-avijacija/> Prosinac 2024.
- [2] <https://skybrary.aero/articles/general-aviation-ga> Prosinac 2024.
- [3] <https://sky4us.net/komercijalna-avijacija/> Siječanj 2025.
- [4] <https://www.airbus.com/en/newsroom/stories/2020-09-these-new-airbus-concept-aircraft-have-one-thing-in-common> Siječanj 2025.
- [5] <https://www.bbc.com/news/uk-england-derbyshire-59359263> Siječanj 2025.
- [6] <https://tangosix.rs/2021/08/06/danska-ce-prva-u-svetu-koristiti-elektricne-avione-za-obuku-vojnih-pilota-izbor-je-pipistrelov-velis-electro/> Siječanj 2025.
- [7] <https://www.emobility-engineering.com/pipistrel-alpha-electro/> Veljača 2025.
- [8] <https://www.alexander-schleicher.de/en/the-as-33-will-become-an-electric-self-launcher/> Siječanj 2025.
- [9] <https://szdallstar.com/en/products/allstar-e-motion/> Siječanj 2025.
- [10] <https://www.aeroexpo.online/prod/mgm-compro/product-171210-63389.html> Siječanj 2025.
- [11] <https://www.a4aviation.com/pipistrel/gliding/taurus-electro-g25#> Siječanj 2025.
- [12] <https://front-electric-sustainer.com/fes/what-is-fes/> Siječanj 2025.
- [13] <https://www.dg-aviation.de/en/dg-1001eneo> Siječanj 2025.
- [14] <https://www.lak.lt/models/lak17c-fes/> Siječanj 2025.
- [15] <https://www.visualcapitalist.com/life-cycle-emissions-evs-vs-combustion-engine-vehicles/> Siječanj 2025.
- [16] <https://www.schempp-hirth.com/en/sailplanes/ventusNASA> Siječanj 2025.
- [17] ROTAX – priručnik za rukovanje - <https://www.aircraftspruce.com/cps/pdf/d04495.pdf>
- [18] https://naturalresources.canada.ca/sites/www.nrcan.gc.ca/files/oe/pdf/transportation/fuel-efficient-technologies/autosmart_factsheet_2_e.pdf Veljača 2025.
- [19] <https://www.lange-aviation.com/> Siječanj 2025.
- [20] <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=e420-il> Siječanj 2025.
- [21] <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=ea61009-il> Siječanj 2025.
- [22] Janković, S.: Mehanika leta zrakoplova, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2002.

- [23] Virginia Tech. 2023. „Takeoff and landing“, [Online]. Dostupno na <https://archive.aoe.vt.edu/lutze/AOE3104/takeoff&landing.pdf>
- [24] <https://eaglepubs.erau.edu/introductiontoaerospaceflightvehicles/chapter/gliders-sailplanes/> Veljača 2025.
- [25] Fakultet strojarstva i brodogradnje, „Polijetanje i slijetanje“, Sveučilište u Zagrebu 2025. [Online]. Dostupno na: https://aero.fsb.hr/images/books/09_Poletanje.pdf
- [26] Fakultet strojarstva i brodogradnje, „Penjanje i spuštanje“, Sveučilište u Zagrebu 2025. [Online]
https://eucenje.fsb.hr/pluginfile.php/3751/mod_page/content/10/tekst/8_Penjanje%20i%20spustanje%20zrakoplova.pdf
- [27] Fakultet strojarstva i brodogradnje, „Horizontalni let“, Sveučilište u Zagrebu 2025. [Online]
https://eucenje.fsb.hr/pluginfile.php/3751/mod_page/content/10/tekst/7_Horizontalni%20let.pdf
- [28] https://www.eoas.ubc.ca/courses/atsc113/flying/met_concepts/02-met_concepts/02a-std_atmos-P/index.html, Veljača 2025.
- [29] <https://www.alexander-schleicher.de/en/the-as-33-will-become-an-electric-self-launcher/>, Veljača 2025.