

Topološka optimizacija geometrije umjetnog kuka

Grbeša, Marko

Undergraduate thesis / Završni rad

2025

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:696251>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-02**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Marko Grbeša

Zagreb, 2025.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Lana Virag, dipl. ing.

Student:

Marko Grbeša

Zagreb, 2025.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se najviše svojoj obitelji koja je uvijek bila uz mene i podržavala me prilikom studiranja.

Velike zahvale idu Prijatelju i svima onima koji su me podržavali.

Zahvaljujem se i prof. dr. sc. Lani Virag na pruženoj pomoći, uloženom vremenu i korisnim savjetima tijekom izrade ovog rada.

Zahvaljujem se i tvrtki *Instrumentaria* koja je dala resurse za obavljanje ovog rada kao i na susretljivosti i korisnim savjetima tijekom provedbe ispitivanja.

Marko Grbeša



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 25 – 06 / 1	
Ur.broj: 15 – 25 –	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Marko Grbeša** JMBAG: **0035232137**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Topološka optimizacija geometrije umjetnog kuka**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Topology optimization of hip transplant geometry**

Opis zadatka:

Oštećenje kuka kao posljedica artritisa se liječi neoperacijski, ali ukoliko to nije učinkovito, vrši se operacija zamjene kuka, odnosno ugradnja totalne endoproteze kuka. Endoproteza je implantat koji u pacijentu ostaje godinama, a poželjno i doživotno.

Totalna endoproteza kuka (ugradnja „umjetnog kuka“) operativni je zahvat tijekom kojeg specijalist ortopedije uklanja oštećene dijelove zgloba kuka i zamjenjuje ih dijelovima koji su obično izrađeni od metala, keramike i vrlo tvrde plastike.

U okviru zadatka je potrebno:

1. Proučiti literaturu vezanu za topološku optimizaciju.
2. Proučiti dostupnu literaturu vezanu za materijale i geometrije umjetnog kuka, kao i opterećenja na kuk.
3. Provesti topološku optimizaciju krenuvši od geometrije stvarnog kuka i od geometrije slične stvarnoj endoprotezi.
4. Dobivene rezultate usporediti s obzirom na smanjenje mase te maksimalna naprezanja i pomake.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2024.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Lana Virag

Datum predaje rada:

1. rok: 20. i 21. 2. 2025.
2. rok: 10. i 11. 7. 2025.
3. rok: 18. i 19. 9. 2025.

Predviđeni datumi obrane.

1. rok: 24. 2. – 28. 2. 2025.
2. rok: 15. 7. – 18. 7. 2025.
3. rok: 22. 9. – 26. 9. 2025.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

SADRŽAJ

SADRŽAJ	1
POPIS SLIKA	2
POPIS TABLICA.....	3
POPIS OZNAKA	4
SAŽETAK	5
SUMMARY	6
1. UVOD.....	7
2. UMJETNI KUK	8
2.1 Geometrija umjetnog kuka.....	9
2.2 Pregled materijala umjetnog kuka	9
2.2.1 Polimeri	10
2.2.2 Metali	11
2.2.3 Keramika.....	12
3. TOPOLOŠKA OPTIMIZACIJA	13
4. NUMERIČKA ANALIZA UMJETNOG KUKA U ABAQUS-U.....	17
4.1 Vrste konačnih elemenata.....	17
4.2 Numerički model umjetnog kuka <i>Zweimuller</i>	19
4.3 Rezultati numeričke analize	23
5. TOPOLOŠKA OPTIMIZACIJA UMJETNOG KUKA.....	26
5.1 Postavljanje topološke optimizacije.....	26
5.2 Rezultati topološke optimizacije	27
6. USPOREDBA UMJETNOG KUKA I TOPOLOŠKI OPTIMIRANOG UMJETNOG KUKA.....	32
ZAKLJUČAK.....	34
LITERATURA	35

POPIS SLIKA

Slika 1.	Austin Moore model umjetnog kuka [16]	7
Slika 2.	Dijelovi umjetnog kuka [3]	8
Slika 3.	Zweimuller model umjetnog kuka [16]	9
Slika 4.	Prikaz dijagrama topološke optimizacije gdje se pokazuje promjeni energija deformiranja i volumen o ovisnosti o ciklusima[20].....	16
Slika 5.	Vrste konačnih elemenata u programskom paketu Abaqus [2].....	17
Slika 6.	C3D8 konačni element [2]	18
Slika 7.	C3D10 konačni element [2]	18
Slika 8.	Prikaz kuka podijeljenog po dijelovima (eng. cells).....	19
Slika 9.	Prikaz stvorene kinematske veze između točke i površine dodira.....	20
Slika 10.	Prikaz postavljanja uvjeta uklještenja za donji dio stema	20
Slika 11.	Grafički prikaz konvergencije mreže.....	21
Slika 12.	Mreža konačnih elemenata	22
Slika 13.	Prikaz dobivenih naprezanja	23
Slika 14.	Graf zamorne čvrstoće za titanove legure Ti-6Al-4V i Ti-6Al-7Nb	24
Slika 15.	Prikaz ukupnih pomaka	24
Slika 16.	Prikaz pomaka po osi y	25
Slika 17.	Prikaz pomaka po osi x	25
Slika 18.	Prikaz pomaka po osi z.....	25
Slika 19.	Grafički prikaz konvergencije objektivne funkcije energije deformiranja i volumena.....	27
Slika 20.	Grafički prikaz konvergencije objektivne funkcije naprezanja i volumena ...	27
Slika 21.	Prikaz oduzetog materijala pri objektivnoj funkciji energije deformiranja	28
Slika 22.	Prikaz oduzetog materijala pri objektivnoj funkciji naprezanja	28
Slika 23.	Usporedba naprezanja, funkcija naprezanja (lijevo), funkcija energije deformiranja (desno).....	29
Slika 24.	Usporedba ukupnih pomaka, funkcija naprezanja (lijevo), funkcija energija deformiranja (desno).....	29
Slika 25.	Usporedba ukupnih pomaka po osi x, funkcija naprezanja (lijevo), funkcija energije deformiranje (desno)	30
Slika 26.	Usporedba ukupnih pomaka po osi 1, funkcija naprezanja (lijevo), funkcija energije deformiranje (desno)	30
Slika 27.	Usporedba ukupnih pomaka po osi z, funkcija naprezanja (lijevo), funkcija energije deformiranje (desno)	31
Slika 28.	Usporedba topoloških optimizacija (funkcija energije deformiranja).....	32
Slika 29.	Usporedba topoloških optimizacija (funkcija naprezanja).....	32

POPIS TABLICA

Tablica 1. Maksimalna naprezanja za mreže s različitim brojem elemenata 21
Tablica 2. Pregled naprezanja i pomaka svih TO..... 33

POPIS OZNAKA

E	-	modul elastičnosti
E^0	-	Modul elastičnosti potpuno čvrstog materijala
ρ	-	gustoća elementa
ρ_i	-	gustoća i-tog elementa
ρ_0	-	relativna gustoća elementa
ρ_{\min}	-	minimalna relativna gustoća elementa
p	-	faktor kažnjavanja u SIMP metodi
q	-	faktor kažnjavanja u RAMP metodi
K_{SIMP}	-	matrica krutosti u SIMP metodi
K_e	-	matrica krutosti u elementa
N	-	broj elemenata u domeni
S_x	-	pod domena
V_i	-	volumen i-tog elementa
V_i^0	-	originalni volumen i-tog elementa

SAŽETAK

U ovom radu prikazana je numerička analiza i topološka optimizacija umjetnog kuka. Unutar rada istraženi su materijali koji se koriste danas za izradu cijelog umjetnog kuka i metoda topološke optimizacije. Provedena je numerička analiza umjetnog kuka u skladu s normu u ISO 7206, te je utvrđeno kako su zadovoljeni svi uvjeti čvrstoće. Problem nedovoljne osteointegracije umjetnog kuka s bedrenom kosti nije toliko rijedak pa se provela topološka optimizacija kako bi se dobio veći broj kontaktnih površina za osteointegraciju. Topološka optimizacija se provela uz tri različita uvjeta smanjivanja volumena, u prvom 75%, drugom 65% i trećem 55% volumena optimiranog dijela.

Ključne riječi: topološka optimizacija, umjetni kuk, metoda konačnih elemenata.

SUMMARY

This paper presents a numerical analysis and topological optimization of an artificial hip. The study examines the materials currently used in manufacturing and the method of topological optimization. A numerical analysis of the artificial hip was conducted in accordance with the ISO 7206 standard, confirming that all strength requirements were met.

The issue of insufficient osseointegration of the artificial hip with the femoral bone is not uncommon. Therefore, topological optimization was carried out to increase the number of contact surfaces for osseointegration. The optimization was performed under three different volume reduction conditions: 75%, 65%, and 55% of the optimized part's volume.

Keywords: topological optimization, artificial hip, finite element method.

1. UVOD

Kuk je jedan od najvažnijih zglobova ljudskog tijela, ključan za svakodnevne pokrete poput hodanja, trčanja, penjanja i sjedenja. To je kuglasti zglob koji povezuje zdjeličnu kost s glavicom bedrene kosti (lat. *femur*), omogućujući veliku pokretljivost i stabilnost. Kuk preuzima značajan dio težine tijela, zbog čega je jedan od najotpornijih zglobova. Njegova složena struktura uključuje hrskavicu, ligamente, mišiće i zglobnu čahuru, koji zajedno omogućuju glatke pokrete i smanjuju trenje.

Svake godine u svijetu se izvrši preko 800 000 operacija kuka[17]. Operacije kuka, odnosno procedure ugradnje umjetnog kuka (endoproteze), prikazane na Slici 1, je način liječenja, reumatoidnog artritisa i traumatskih događaja, njihov broj raste djelomično i kao posljedica porasta prosječne starosti stanovništva. Također, značajan broj zamjena kuka u mlađi ljudi, koji su općenito aktivniji i stoga imaju češća i intenzivnija opterećenja zglobu nego kod starijih osoba. Nakon zamjene kuka, mogu se pojaviti i komplikacije, kao recimo popuštanje implantata ili nedovoljna osteointegracija implantata. Jedan od načina izbjegavanja spomenutog je postavljanje dovoljnog broja kontaktnih površina s kosti kako bi se implantat i kost što bolje povezali pa je zbog toga topološka optimizacija jedan od najboljih načina za rješavanje tog problema. Jedan od takvih primjera i je i model umjetnog kuka prikazan slikom 1 koji ima poprečne provrte po svojoj duljini.



Slika 1. Austin Moore model umjetnog kuka [16]

2. UMJETNI KUK

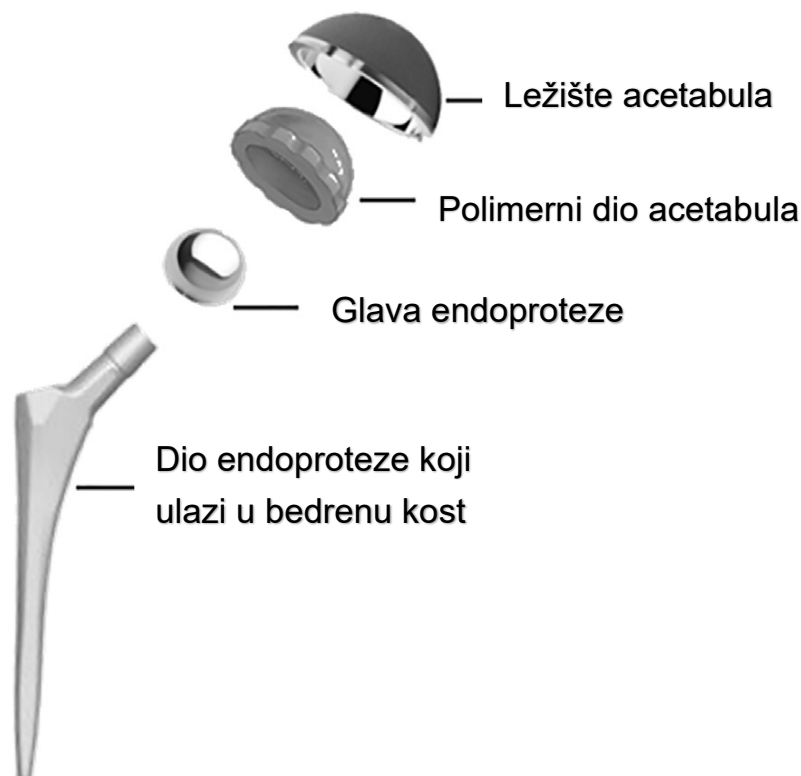
Umjetni kuk se koristi za zamjenu zgloba kuka koji je oštećen ili uništen, u postupku poznatom pod nazivom totalna endoproteza kuka (TEP)[9]. On je skup različitih komponenti prikazanih na slici 2, a mogu se podijeliti u dvije glavne skupine[23]:

Acetabularna komponente

- Ležište acetabula je komponenta koja je u direktnom dodiru s kosti te može biti odmah pričvršćena uz kost.
- Polimerni dio acetabula ponaša se kao unutarnji sloj čašice, znači stavlja se u samu čašicu vrlo često od metala, keramike ili polietilena. Kontakt između njega i glave proteze omogućuje laganu rotaciju bez poteškoća između noge i trupa.

Femuralne komponente

- Glava endoproteze koja omogućuje rotaciju i ona naliježe na umetak i pričvršćena je na *stem*, najčešće napravljena od metala.
- Dio endoproteze koji ulazi u bedrenu kost (eng. *stem*) je dio umjetnog kuka se ugrađuje direktno u bedrenu kost



Slika 2. Dijelovi umjetnog kuka [3]

2.1 Geometrija umjetnog kuka

Geometrija umjetnog kuka je vrlo zahtjevna pa zbog toga nije moguće pronaći adekvatni radionički crteža na internetu ili u literaturi na temelju kojeg se može modelirati umjetni kuk. Zbog toga se bilo potrebno obratiti tvrtki *Instrumentaria* koja je ponudila sve svoje modele umjetnog kuka.

Odabran je model „Zweimuller“ zbog relativno jednostavne geometrije s pretežno ravnim plohama na kojoj će provođenje analize metodom konačnih elemenata biti najmanje kompleksno. Drugi modeli imaju na svojim plohama razne brazde, udubljena ili izbočine koje jako mogu komplicirati numeričku analizu i stvaranje kvalitetne i pouzdane mreže konačnih elemenata. Još jedna od prednosti ovog elementa je to što je napravljen od legure Ti-6Al-7Nb što ga čini vrlo pogodnim za osteointegraciju.



Slika 3. Zweimuller model umjetnog kuka [16]

2.2 Pregled materijala umjetnog kuka

Kroz povijest su se koristili različiti materijali pri operaciji kuka. Marion Smith-Peterson je 1923. prvi koristio sintetičke materijale tijekom procedure TEP-a gdje je stavio stakleni kalup između femoralne glave i djela za primanje kuka. Otac moderne artroplastike je Sir John Carlin koji je prvi uveo koncept artroplastike s malenim trenjem (kombinacija metal -polimer). Taj koncept počiva na tri temeljne inovacije. Prva ideja je minimizacija trenja, druga je učvršćenje

komponente za kost s akrilnim cementom i treća je korištenje polietilena visoke gustoće kao ležajno mjesto [14].

Ne postoji međunarodni konsenzus kada je u pitanju koji je optimalni materijal za umjetni kuk, međutim klinička ispitivanja pokazuju kako je najbolje kliničke ishode ima kombinacija metal na HXPPE (eng. *highly cross-linked polyethylene*), odnosno metal na polimer.

Vrste materijala koji se koriste:

2.2.1 Polimeri

Koriste se u polimernom dijelu acetabula i unutar ležišta acetabula. Vrsta polimera utječe i na njegova mehanička svojstva pa je njihova upotreba različita. Neki od njih su:

- Polietilen ultravisoke molekularne težine (UHMWPE) je inženjerski polimer koji se počeo primjenjivati u TEP sredinom 1960-ih kao zamjena za neuspješni PTFE (eng. *Polytetrafluoroethylene*). Postao je najčešće korišten materijal za ležajeve s keramičkim ili metalnim protu površinama za TEP. Oslobođanje polietilenskih čestica može rezultirati periimplantatnom osteolizom i aseptičnim labavljenjem. Trošenje UHMWPE-a jedan je od najozbiljnijih problema, a razvoj UHMWPE ključan je za produljenje vremena trajanja nakon THA. Danas je primarni problem oksidacije UHMWPE značajno smanjen zamjenom zraka plinom ili uvjetima niske razine kisika tijekom zračenja.[14]
- Visoko umreženi polietilen (HXLPE) razvijen je 1990-ih kako bi se smanjilo trošenje UHMWPE-a. Kasnije je predložena kombinacija umrežavanja i toplinske obrade, što je dovelo do smanjenja slobodnih radikala i povećanja otpornosti na oksidaciju i trošenje. Slobodni radikali reagiraju s kisikom, uzrokujući cijepanje polimernih lanaca i rezultiraju oslobođanje karboksilnih kiselina i ketona, koji smanjuju učinkovitost polietilena. Kako bi se povećala svojstva niskog trenja povećanjem propusnosti, površina proteza je cijepljena derivatima fosforilkolina. Do sada je najčešće korištena kombinacija glave femura od kobalta i kroma koja artikulira s HXLPE oblogom, budući da pokazuje produljenu izdržljivost i smanjena trošenja. [14]
- Polieteter-eter-eton [PEEK] je biokompatibilni polimer koji obećava mnogo manje otpuštanje čestica trošenja kada se koristi kao površina ležaja. PEEK ima modul elastičnosti bliži modulu kosti. Prednosti PEEK su sljedeće: visoka toplinska stabilnost, žilavost, krutost, otpornost na puzanje, jednostavnost obrade, samopodmazivanje i

visoka otpornost na abraziju. Međutim, usprkos teoretskim prednostima, za ovaj materijal trenutno ne postoji dovoljno kliničkih studija koji bi ih potvrdili.

2.2.2 Metali

Metali se koriste kod fiksiranih komponenti (*stem* i ležište acetabula), ali i kod glave endoproteze. Metal na metal TEP se više ne koristi zbog toga što metalni ostaci mogu povećati razine metalnih iona u serumu i mogu stvoriti reakcije preosjetljivosti u mekim tkivima, sa štetnim sustavnim posljedicama kao što je stvaranje pseudotumora i nekroze mekog tkiva i kostiju; zbog toga su MnM (metal na metal) implantati sve više zamijenjeni TEP implantatima od metala s polimerom (MoP) [14]. Najvažniji metalni materijali koji su se koristili ili se i dalje koriste za izradu umjetnog kuka su:

- Nehrđajući čelik je legura željeza i ugljika koja sadrži Cr, Ni, Mo, Mn i C. To je metal s visokom otpornošću na oksidaciju, ali se rijetko koristi u TEP zbog abrazivnog trošenja
- Kobalt krom molibden legure (CoCrMo) sastoje se od 60-70% Co, 25-30% Cr i 5-7% Mo i često se koriste u komponenti protetske glave. Najveći rizik predstavlja citotoksičnost i karcinogeneza uzrokovana česticama koje se oslobađaju u zglobu u bolesnika s momentom trenja MoM. [14]
- Legure titana (Ti-6Al-4V) koriste se posebno u bedrenim stablima i zglobnim čašicama zbog njihove biokompatibilnosti i mehaničkih svojstava. Nedostatak im je zbog niske otpornost na trošenje zbog čega se ne koriste za protetičku glavu. Ti-6Al-7Nb još je jedna legura titana često korištena u implantatima. Vrlo je slična Ti-6Al-4V međutim glavna je razlika u boljoj biokompatibilnosti u odnosu na Ti-6Al-7Nb-a i boljom zamornom čvrstoćom nakon odgovarajuće površinske obrade pokazuje boljom zamornu čvrstoću, u suprotnom Ti-6Al-4V pokazuje bolje rezultate. [14]
- Legura cirkonija (Zr-2.5Nb) nova je legura koja se koristi u izradi glave endoproteze. Implantati od oksidiranog cirkonija s nižim trošenjem mogu poboljšati dugovječnost implantata kuka. [14]

2.2.3 Keramika

U cilju je smanjenje trošenja acetabularnog umetka i periimplantatne osteolize. Mogu se koristiti keramički materijali za izradu mobilnih komponenti, glave endoproteze i acetabularne obloge, što rezultira kombinacijom keramike na keramiku (CoC) ili keramike na polietilen. Neki od materijala u upotrebi su:

- Aluminijev oksid keramika visoke biokompatibilnosti. Komercijalni proizvod je Biolox, s visokim modulom elastičnosti (40 GPa) koji premašuje modul kortikalne kosti (30 GPa); također ima niske vrijednosti maksimalne deformacije[14]. Prednosti ove keramike su visoke vrijednosti tvrdoće, nizak koeficijent trenja i visoka otpornost na trošenje; stopa trošenja je 4000 puta manja u usporedbi s MoP . Slaba točka je njegova mehanička krhkost i mogućnost loma, a ako se koristi u CoC paru, proizvodi buku. Za kombinaciju keramike na bazi aluminijske i keramike pokazan je životni vijek implantata od najmanje 20 godina i minimalne komplikacije nakon TEP
- *Zirconia-toughened alumina* (ZTA) kombinacija je dvaju materijala: cirkonij je ugrađenog u aluminijsku matricu za povećanje tvrdoće. Također nazvan Biolox delta, kombinira snagu i tvrdoću cirkonijevog oksida s otpornošću na habanje.[14]
- Silicij-nitrid, silicij-karbid i dijamantu sličan ugljik kao neoksidna keramika smatraju se novom generacijom materijala koji se koriste u protetici kuka, posebice u proizvodnji acetabularnih ležišta, zbog svoje izvrsne biokompatibilnosti, osteointegracije te triboloških i mehaničkih svojstava. [14]

3. TOPOLOŠKA OPTIMIZACIJA

U strukturalnoj optimizaciji moguće je identificirati tri vrste problema a to su: topološka optimizacija, optimizacija veličine i optimizacija oblika. Od ove tri, topološka optimizacija je ona koja se najčešće koristi za konstruiranje dijelova.

Topološka optimizacija je metoda koja se koristi u inženjerskom dizajnu i računalnoj analizi za optimizaciju raspodjele materijala unutar zadanih granica kako bi se postigla najbolja moguća svojstva konstrukcije ili sustava, odnosno kako bi se našla najpovoljnija distribucija materijala unutar samog dizajna. Ovakvoj metodi je cilj smanjiti težinu, potrošnju materijala ili volumen, a istovremeno zadržati ili poboljšati performanse strukture. Ovaj proces integrira više područja znanosti i industrije, uključujući mehaniku, matematiku, računalnu znanost, proizvodne tehnologije, a koristi se u zrakoplovnoj, automobilskoj, bio-kemijskoj industriji ili u građevini, što ga čini ključnim za razvoj inovativnih i učinkovitih proizvoda. U topološkoj optimizaciji se koristi matematički model koji simulira opterećenje i deformaciju konstrukcije te se iterativno u ciklusima uklanjaju dijelovi materijala koji nisu ključni za njezinu čvrstoću.

Neki osnovni koncepti na kojima se temelji topološka optimizacija provedena metodom konačnih elemenata su:

- Materijalna raspodjela: Cilj je rasporediti materijal unutar zadanog volumena ili oblika tako da se zadovolje funkcionalni zahtjevi (npr. čvrstoća, krutost) s minimalnim korištenjem računalnih resursa (memorija procesora i grafička kartica).
- Najčešće ciljne funkcije topološke optimizacije su: smanjenje težine, minimiziranje troškova, povećanje čvrstoće i krutosti ili poboljšanje drugih mehaničkih svojstava.
- Rubni uvjeti: Uvode se različita ograničenja, kao što je vrsta oslonca odnosno u kojim točkama ili površinama imao spriječene pomake ili rotacije. Pod rubne uvjete spadaju i načini opterećenja.
- Iterativni algoritmi: Topološka optimizacija koristi iterativne postupke (cikluse) kako bi pronašla najbolju konfiguraciju materijala pod zadanim opterećenjem. Kroz više iteracija uklanjaju se manje važni dijelovi materijala, dok se kritični dijelovi ostavljaju (ojačavaju).

Svaki problem optimizacije zahtijeva prisutnost barem jednog cilja koji se moraju ostvariti i jednu ili više varijabli s kojima će se doći do tog cilja. Pa recimo, za nekakav strukturalni problem cilj je najčešće težina, a mogu biti i progibi, naprezanja...

Primjena bilo kakve optimizacijske metode na nekoj strukturi uključuje primjenu objektivne funkcije i ograničenja određena na statusima varijabla analiziranih struktura. Procjena stanja varijabli je u najčešćem slučaju provodi metoda konačnih elemenata.

Postoje tri vrsta metoda ovisno o informacijama koje su im potrebne kako bi radile to je: *Zero order methods*, *First order methods* i *Second order methods*. *Zero order methods* su najlakše jer one daju mogućnost da sukobe s ne konveksnim i ne kontinuiranim funkcijama i diskretnim varijablama njihov nedostatak je taj da moraju procijeniti ciljeve funkcija jako veliki broj puta. *First order methods* moraju znati točnu vrijednost cilja funkcije i vrijednost svih njenih produkata kako bi istražila optimalan put. Najveća mana ove metode je skupo izračunavanje točnih produkata funkcija. Kod *Second order methods* on se rijetko koriste jer izračun je jako visok ona je zahtijevaju točno vrijednost cilj i funkcija njihove 1 i druge derivacije odnosno izvedenice.

Kad govorimo o konstrukcijama *first order methods* su učinkovitije od zero jer traže potpunu procjenu točnih vrijednosti cilja, funkcija ograničenja te naposljetku i njihovih derivacija uspoređene s optimizacijskim varijablama.

Najraširenija metoda u topološko optimizacije SIMP (eng. *Solid Isotropic Material with Penalization*). Tradicionalni pristup topološkoj optimizaciji je diskretizirati domenu (dio koji na mrežu konačnih elemenata.

Svaki element je inicijalno popunjen s materijalom a uklanjanje materijala se definira funkcijom gustoćom distribucije materijala. Gustoća distribucije materijala je diskretna varijabla koja poprima vrijednost 1 u elementima u kojima je materijal potreban, odnosno 0 u elementima u kojima se materijal se uklanja.

Za svaki element gustoća može varirati od 1 do minimalne vrijednosti, dajući među gustoće za određeni element. Nova matematička formula koja izražava to je prikazana jednadžbom (1) gdje je E^0 model elastičnosti potpuno čvrstog materijala, ρ_e gustoća elementa, a p je faktor kažnjavanja u SIMP metodi.[18]

$$E(\rho_e) = \rho_e^p E^0 \quad (1)$$

Ovo je jednadžba dobro opisuje modul elastičnosti jer se on mijenja s gustoćom a faktor p je eksperimentalno potvrđen kao 3.

Sa SIMP metodom, smanjenje modula elastičnosti dovodi do smanjenja krutosti elementa pa sljedeću formulu (2), gdje je K_{SIMP} matrica krutosti u SIMP metodi, K_e matrica krutosti elementa, ρ_{\min} je minimalna relativna gustoća, ρ_0 je relativna gustoća i N je broj elemenata u domeni.[19]

$$K_{\text{SIMP}(\rho)} = \sum_{e=1}^N [\rho_{\min} + (1 - \rho_{\min})\rho_e^p] K_e \quad (2)$$

Relativna gustoća u nekoj točki x računa se tako da se interpolira čvornim gustoćama u nekoj domeni. Jednadžba (3) prikazuje funkciju relativne gustoće $\rho(x)$ gdje je S_x pod domena u cjelokupnoj domeni na optimiranom dijelu, a ρ_i je gustoća i -tog čvora.[18]

$$\rho(x) = \begin{cases} \sum_{i \in S_x} N_i(x) \rho_i & (x \neq x_i) \\ \rho_i & (x = x_i) \end{cases} \quad (3)$$

Iako, primjena na probleme optimizacije svojstvene vrijednosti može dovesti do pojave “umjetnih modusa”, za SIMP sheme ovo se događa kada generalizirana gustoća ide u nulu. Područja niske gustoće dakle potiču niske vlastite frekvencije. Kako bi se to riješilo, potrebno je koristiti interpolaciju shema koja osigurava da je omjer mase i krutosti uvijek konačan jer generalizirana gustoća nestaje. To je prikazano jednadžbom (4) gdje je Ova metoda se naziva RAMP (eng. *Rational Approximation of Material Properties*).[18]

$$f(\rho(x)) = \frac{\rho(x)}{1+q[1-\rho(x)]} \quad (4)$$

Ova metoda je vrlo slična SIMP metodi, budući da je ovdje faktor kažnjavanja definiran ako q . Definicija $q=5$ u RAMP-u je analogna $p=3$ u SIMP-u. Zato je $q=5$ postavljeno da se srednja gustoća približi ili 1 (postoji materijal) ili 0 (nema materijala). Odnos između modula elastičnosti E i gustoće materijala u određenoj točki x dan je jednadžbom (5), gdje je E^0 modul elastičnosti potpuno čvrstog materijala.[18]

$$E(x) = f(\rho^x) E^0 \quad (5)$$

Funkcija (ρ_x) ima sljedeća svojstva:

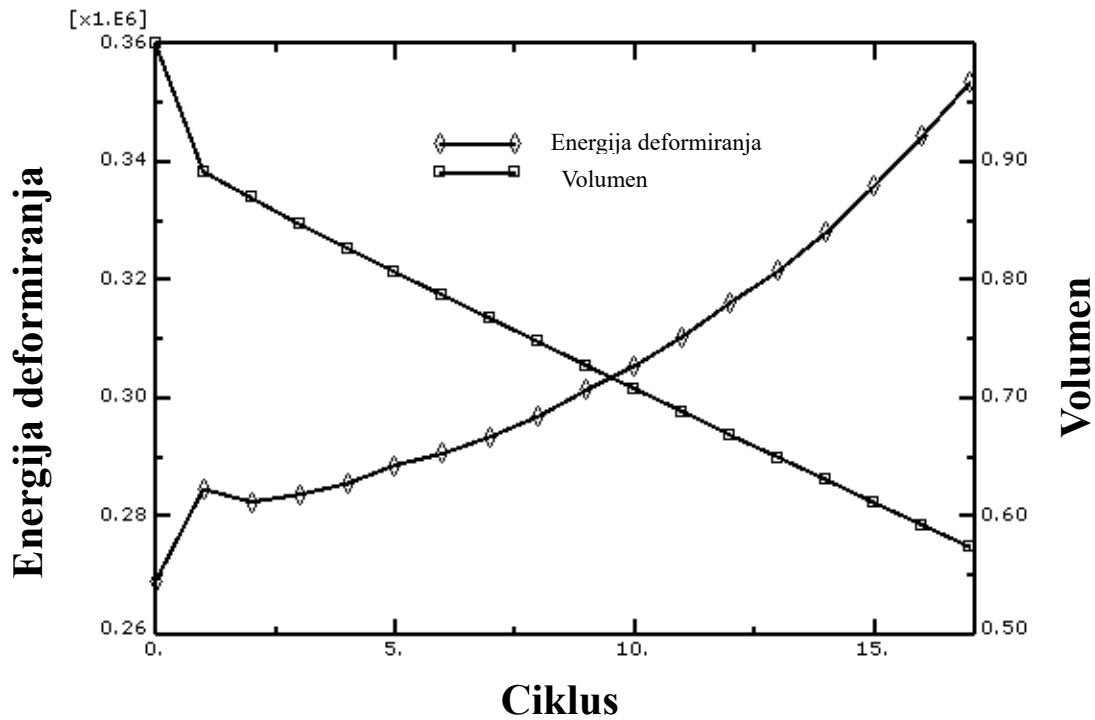
$$f(\rho(x)) = 0 \quad \text{kada } \rho(x) \rightarrow 0_+ \quad (6)$$

$$df\left(\frac{\rho(x)}{d\rho(x)}\right) = \frac{1}{1+q} \neq 0 \quad \text{kada } \rho(x) \rightarrow 0_+ \quad (7)$$

Volumen elemenata dan je jednadžbom (8), gdje je V_i volumen i-tog elementa, V_i^0 je originalni volumen i-tog elementa.[18]

$$V_i = \int_0^{V_i^0} \rho(x) dV \quad (8)$$

Grafički prikaz topološke optimizacije (slika 7) u kojem se mijenjaju 2 parametra(energija deformiranja i volumen) po svakom ciklusu vrlo je važan i predstavlja samu srž cijelog procesa.



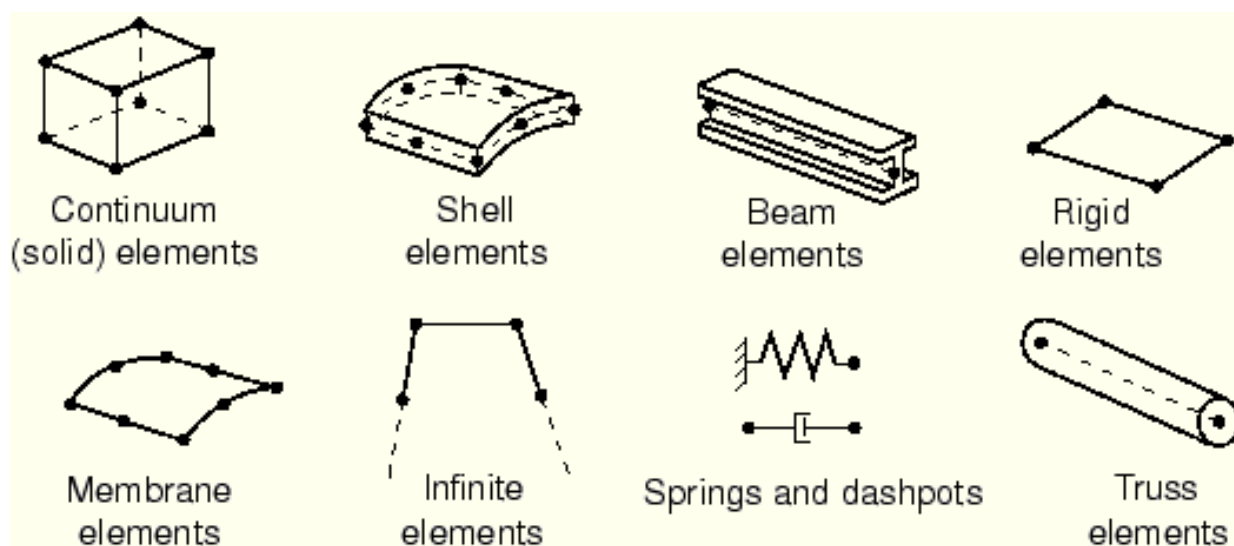
Slika 4. Prikaz dijagrama topološke optimizacije gdje se pokazuje promjeni energija deformiranja i volumen o ovisnosti o ciklusima[20]

4. NUMERIČKA ANALIZA UMJETNOG KUKA U ABAQUS-U

Ovu numeričku analizu ću provesti u programskom paketu Abaqus. Abaqus je numerički software za proračun konstrukcija metodom konačnih elemenata. Software je podijeljen na nekoliko modula kroz koje unosimo željene podatke i odabiremo vrstu proračuna, module možemo smatrati i koracima tokom proračuna konstrukcije.

4.1 Vrste konačnih elemenata

Treba biti oprezan kako i kada koje elemente koristiti jer se u programskom paketu Abaqus nudi puno vrsta simulacija i za koja su potrebna različite vrste konačnih elementa, prikazani slikom 5 (gredni, ljuskasti, membranski, šapni, beskonačni ..itd), stoga je važno odabrati pravi jer inače nećemo dobiti točne rezultate. Na slici 8 su prikazani konačni elementi u paketu Abaqus.

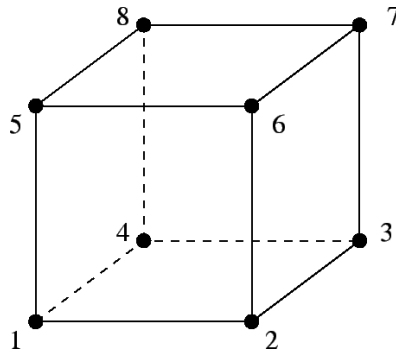


Slika 5. Vrste konačnih elemenata u programskom paketu Abaqus [2]

Zbog specifičnosti ove simulacije nije moguće primijeniti bilo koje gore navedene nego ćemo morati koristiti obične 3D elemente (eng. *Continuum elements*). Također i tu treba oprezan koji koristi jer ako element ima više nepoznanica ili čvorova (u prijevodu to znači i složenija interpolacijska funkcija) na sebi bit će teže i duže će trajati simulacija. Vrste 3D elemenata koje će se koristiti u ovoj simulaciju su:

- C3D8

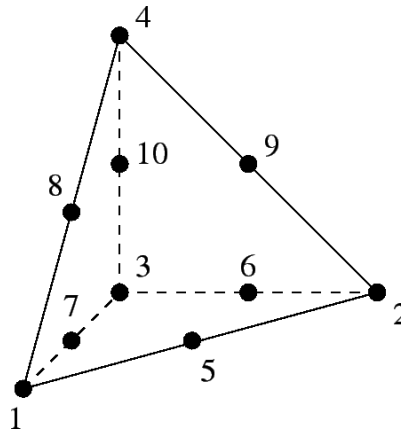
Konačni element oblika pravilnog paralelopipeda (prikazan slikom 6) koje se naziva heksaedrom. Koristi se najčešće u linearno-elastičnoj deformaciji gdje je odnos pomaka i naprezanja linearan. Ima 8 čvorova u kojem su 3 stupnja slobode stoga je ovdje 24 stupnja slobode.



Slika 6. C3D8 konačni element [2]

- C3D10

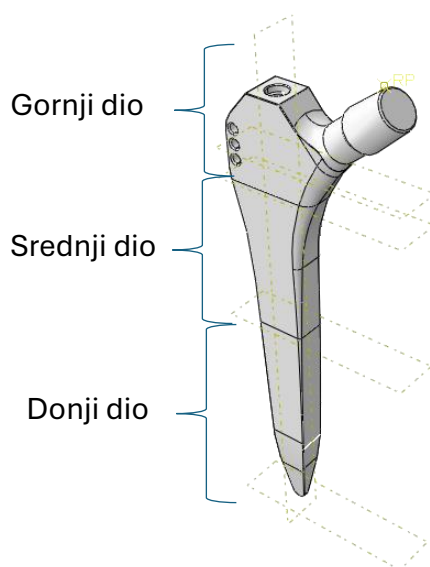
Konačni element oblika četverostrane piramide koje se naziva tetraedrom (prikazan slikom 7). Koristi se najčešće u linearno-elastičnoj deformaciji iako može i u nelinearnim simulacijama. Ima 10 čvorova u kojem su 3 stupnja slobode stoga je ovdje 30 stupnja slobode.



Slika 7. C3D10 konačni element [2]

4.2 Numerički model umjetnog kuka *Zweimuller*

Napravljen je rez od kojeg će nadalje biti *stem* uklješten. Zatim je napravljen još jedan rez koji će dijeliti onda *stem* na ukupno 3 dijela. To je napravljeno jer dio na koji direktno djeluje sila, na koji se stavlja kuglica te koji ima uvrt za vijak koji služi za pozicioniranje kuka tijekom operacije nije pogodno i ne bi se trebao topološki optimirati (gornji dio). Zbog toga jedino što se topološki optimira jest srednji dio koji ima poprilično jednoličan poprečni presjek te na kojem nije izravno primijenjena nikakva aktivna ni reaktivna sila. Rezovi koji su spomenuti ustvari dijele kuk na 3 dijela te se svaki ponaša neovisno jedno o drugome. Podijeljeni kuk je prikazan slikom 8.



Slika 8. Prikaz kuka podijeljenog po dijelovima (eng. *cells*)

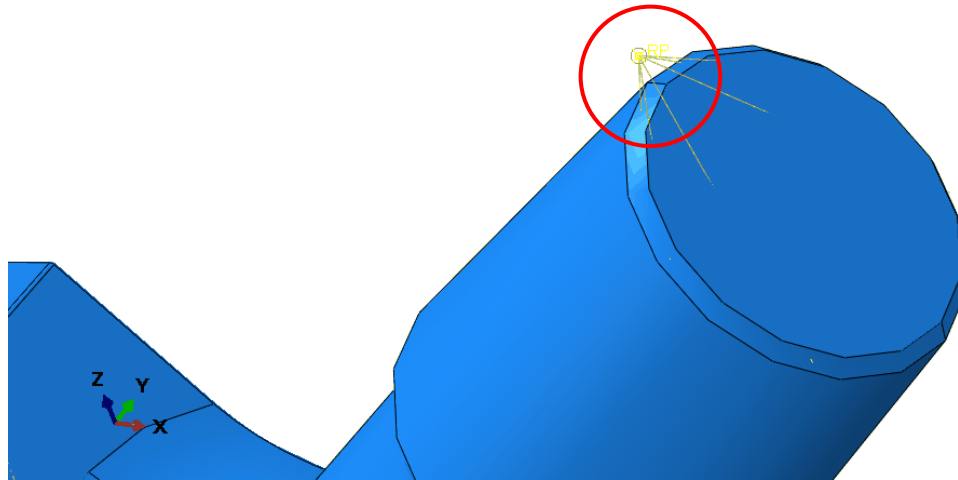
Materijalna svojstva titanove legure $Ti-6Al-7Nb$ su postavljena kao modul elastičnosti u iznosu od 105GPa i Poissonov koeficijent koje iznosi 0,34.[21]

U numeričkoj analizi postavljaju se rubni uvjeti koji podrazumijevaju razne oslonce, pomične i nepomične, uklještenja i slično, a podrazumijevaju se i opterećenje odnosno način na koji je umjetni kuk opterećen. Takav način opterećenja je propisan normom „ISO-7206-4“.[10]

Zadana je sila od 2300 N, također za tu duljinu *stem*-a treba izdržati 5 000 000 ciklusa bez ikakva loma. Međutim će se provesti statička analiza te ćemo rezultate usporedit s S-N dijagrama za $Ti-6Al-4V$.

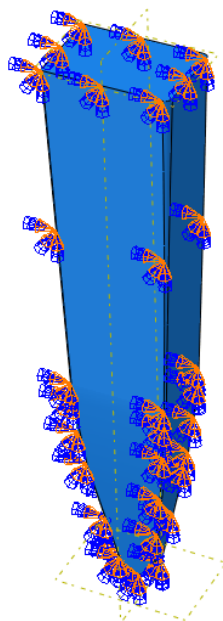
Nije bilo moguće postaviti silu direktno na vrat endoproteze jer nije moguće staviti silu u jednu točku na kuku jer ćemo dobiti silu na beskonačno malu površinu (točku) koje daje pogrešku i

nije moguće dalje provesti simulaciju. Zbog je napravljena točka 2 mm iznad te točke (slika 14) u koju bi se inače stavila sila. Ta udaljenost nije važna jer hvatište sile svejedno leži na istome pravcu na kojem bi sila imala hvatište i bez dodatne točke. Bilo je potrebno ograničiti sve moguće stupnjeve slobode (pomake i zakrete po svim osima) između dodane točke i površine dodira.



Slika 9. Prikaz stvorene kinematske veze između točke i površine dodira

Primjerice, *stem* umjetnog kuka bit će ograničen u svim smjerovima na svim licima dalje od drugog reza [10]. Ograničavanje *stem*-a na ovaj način osigurava da se prekomjerno ne stvaraju značajna pogrešna naprezanja u području interesa zbog utjecaja krute fiksacije. Za *stem*-ove duljine 120 do 190 mm (misli se na duljinu od centra glave do najudaljenije točke) taj drugi rez se radi 80mm od centra glave kuka. [10]

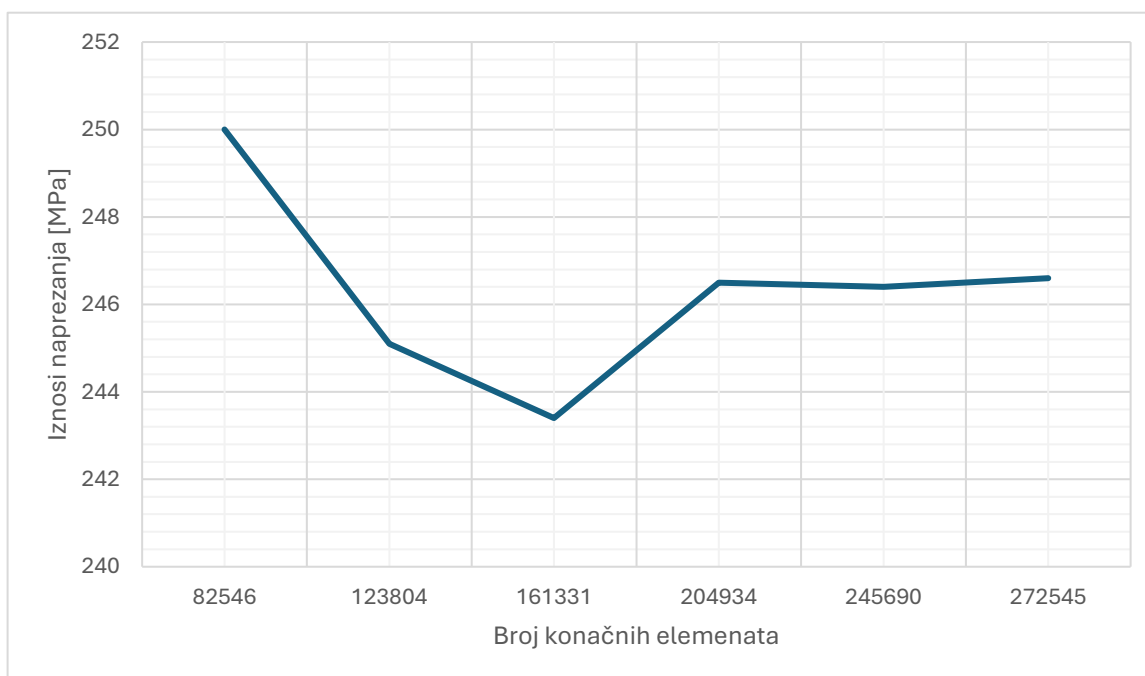


Slika 10. Prikaz postavljanja uvjeta uklještenja za donji dio stema

Mreža (eng. *Mesh*) je mreža konačnih elemenata koja se proračunava prilikom simulacije. U pravilu vrijedi što sitnija mreža to je bolja simulacija međutim za sitnije mrežu je potrebno puno više vremena za provođenje simulacije, zbog toga je bilo potrebno provesti konvergenciju broja konačnih elemenata kako bi se odabrala ona najpogodnija za simulaciju (prikazano slikom 11). Tablica 1 prikazuje brojeve konačnih elemenata te maksimalna naprezanja koja se javljaju pri tom broju konačnih elemenata.

Tablica 1. Maksimalna naprezanja za mreže s različitim brojem elemenata

Broj elemenata	Maksimalna naprezanja
82546	250 MPa
123804	245,1 MPa
161331	243,4 MPa
204934	246,5 MPa
245690	246,4 MPa
272545	246,8 MPa

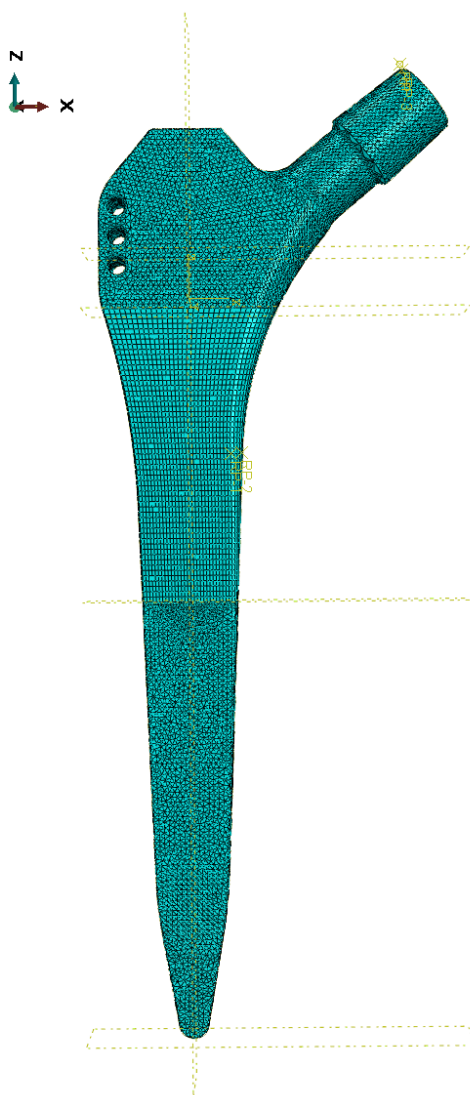


Slika 11. Grafički prikaz konvergencije mreže

Gornji i donji dio bit će prožeti tetraedarskim konačnim elementima (C3D10) zbog toga što nije poprečni presjek svuda isti i takva se mreža upravo stavlja na takve elemente. Mana takvih elemenata je to što sporije konvergiraju.

Srednji dio zbog svoje jednoličnijeg poprečnog presjeka bit će se diskretizirati primarno heksaedarskim elementima (C3D8).

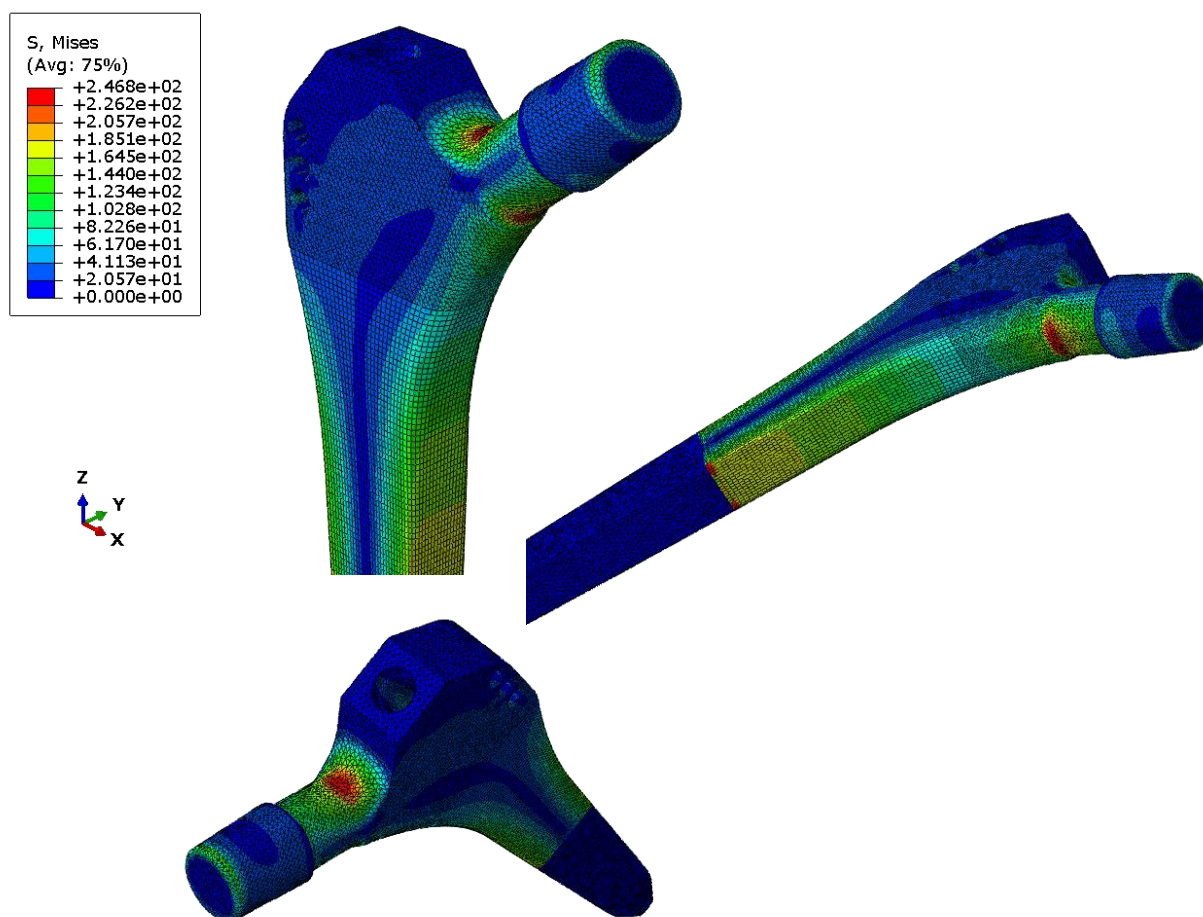
Korištena je mreža s 272545. Iako je konvergencija postignuta i s manje elemenata, odabrana je ova mreža kako bi se olakšala topološka optimizacija, odnosno micanje materijala. Slika 17. prikazuje raspodjelu konačnih elemenata po cijelom *stem-u*.



Slika 12. Mreža konačnih elemenata

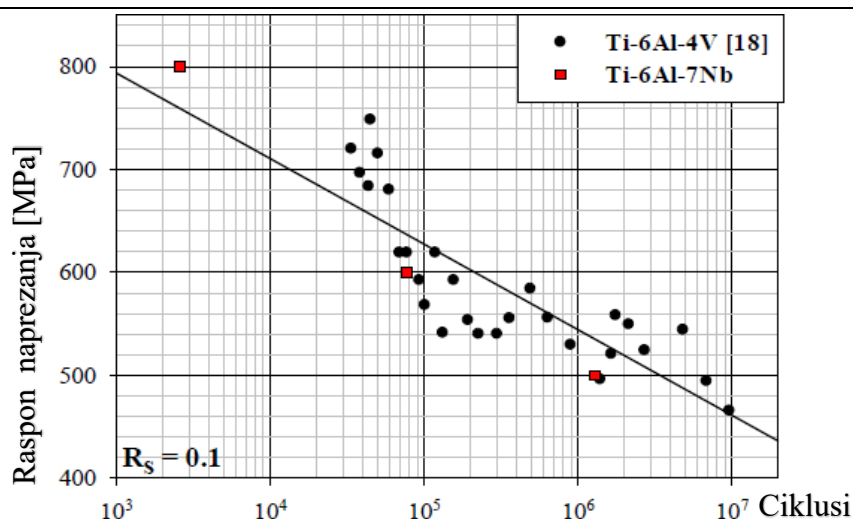
4.3 Rezultati numeričke analize

Najvažniji trenutačno rezultat jest onaj o naprezanjima. Iz slike 18. jasno je vidljivo kako je najveće naprezanje na prijelazu glave na tijelo *stem*-a. To se može prepisati nagloj promjeni poprečnog presjeka koja ima svoj zarezni faktor djelovanja. Drugo mjesto s velikim naprezanjem je kod granice s uklještenjem.



Slika 13. Prikaz dobivenih naprezanja

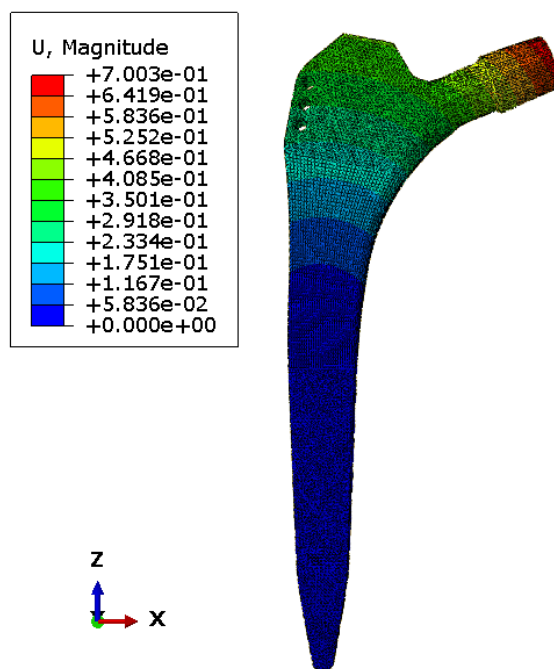
Ovdje se jasno mogu vidjeti koja su kritična mjesta i koliko iznose najveća naprezanja po HMH teoriji. Objasnjeno je već kako norma zahtjeva izdržljivost od 5 000 000 ciklusa stoga ova najveća naprezanja treba usporediti s podatkom očitanim iz S-N dijagramom za Ti-6Al-4V. Preuzeti s dostupni podaci za leguru Ti-6Al-4V. Iako se ne radi o odabranom materijali, očekuje su da je mehaničko ponašanje ove dvije legure slično [22]. Razlika ove dvije legure jest u mikrostrukturi i načinu dobivanja i njihove obrade. Iako je Ti-8Al-4V čvršća legura, na duge cikluse one pokazuju gotovo jednaku izdržljivost. Slika 14 prikazuje S-N dijagram titanovih legura.



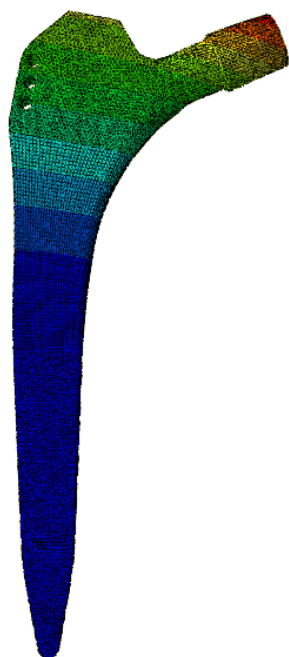
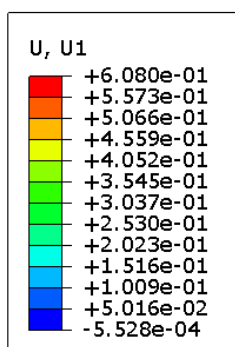
Slika 14. Graf zamorne čvrstoće za titanove legure Ti-6Al-4V i Ti-6Al-7Nb

Nakon što pogledamo naprezanja na kritičnim mjestima na *stem*-u (246,8 MPa) i usporedimo taj iznos s odgovarajućim ciklusom po normi ISO 7206, u našem slučaju to je $5 \cdot 10^6$, zaključujemo kako zamorna čvrstoća od 510 MPa znatno veća od najvećeg iznosa naprezanja na *stem*-u i možemo zaključiti da ovaj *stem* zadovoljava uvjete čvrstoće.

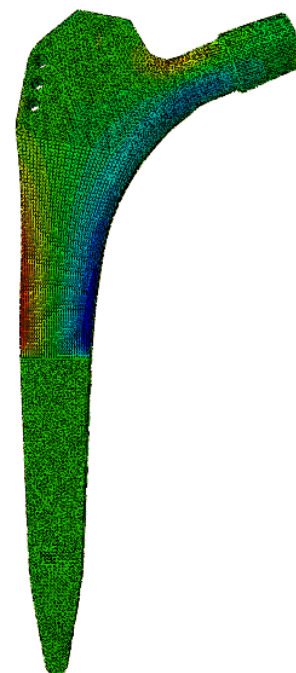
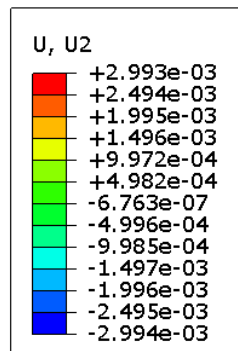
Za ukupne pomake je vidljivo kako je najveći ukupni pomak u iznosu od 0.7 mm te da se nalazi na mjestu djelovanja sile. Postupno od tog mjesta se iznos pomaka smanjuje. Slike 15 - 18 ispod pokazuju ukupni pomak te pojedinačno pomake po svim osima.



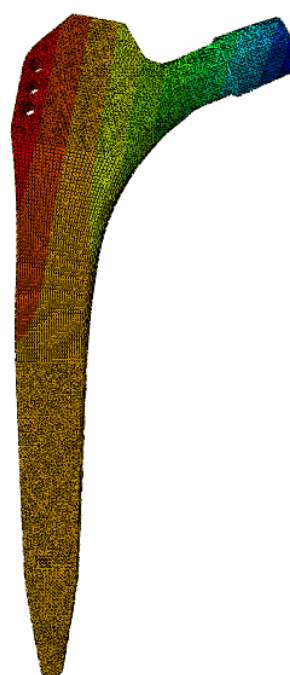
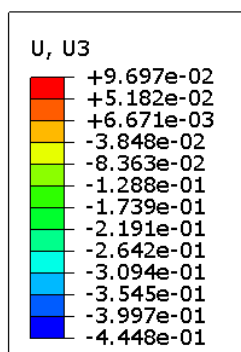
Slika 15. Prikaz ukupnih pomaka



Slika 17. Prikaz pomaka po osi x



Slika 16. Prikaz pomaka po osi y



Slika 18. Prikaz pomaka po osi z

5. TOPOLOŠKA OPTIMIZACIJA UMJETNOG KUKA

Najčešći cilj topološke optimizacije (TO) jest zadržavanje krutosti i smanjenja volumena, što će biti i slučaj ovdje međutim moguće su i druge objektivne funkcije. Za detaljan opis ove topološke optimizacije odabran je slučaj gdje se ostavlja manje ili jednako od 65% volumena srednja dijela *stem*-a. Topološka optimizacija se zadaje potrebnim parametrima u različitim koracima.

5.1 Postavljanje topološke optimizacije

Zadaju se osnovni uvjeti poput zamrzavanja dijelova gdje djeluje opterećenje, rubnih uvjeta, faktor kažnjavanja u SIMP metodi (3) i maksimalni oduzimanje materijala u svakom koraku optimizacije.

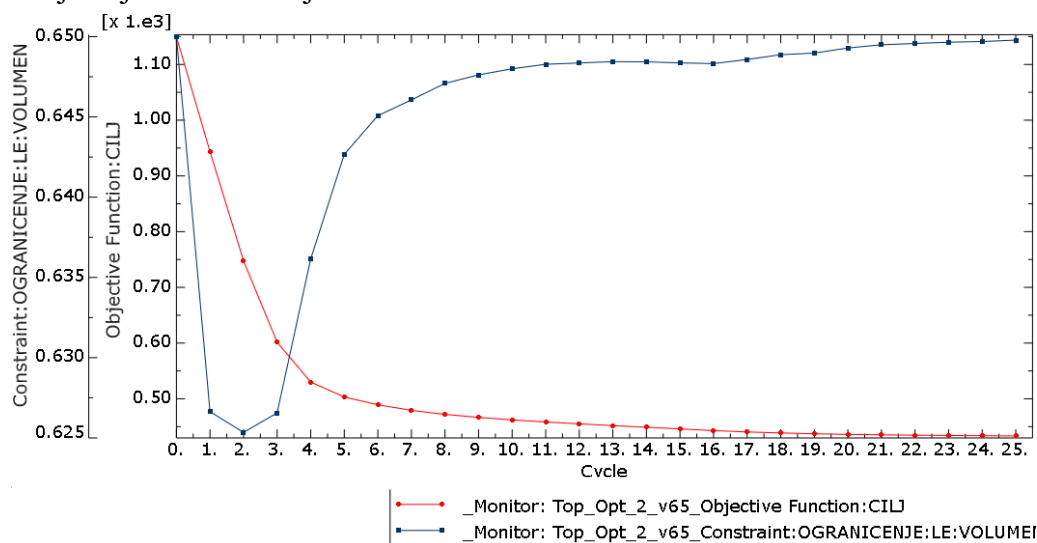
Sljedeće što se određuje su 2 funkcije koje su temelj svake topološke optimizacije. Za ovu optimizaciju koristit će se *Stress* i *Strain*. *Strain* (odnosno ovdje se misli energija deformiranja) je funkcija koja je obrnuto proporcionalna krutosti i ona se odabire za cijeli model jer je ovdje cilj smanjiti energiju deformiranja za cijeli dio. *Stress* (ovdje se misli naprezanje) je funkcija naprezanja na kuku i nju kao i *strain* funkciju nam je cilj smanjit maksimalne vrijednosti. *Volume* se misli na volumen u općem smislu riječi i on se odabire isključivo za srednji dio jer je on jedini pogodan za optimiranje.

Ograničenje koje je stavljeno određivano je pomoću volumena i stavljeno je za volumen da bude manji ili jednak od 65%

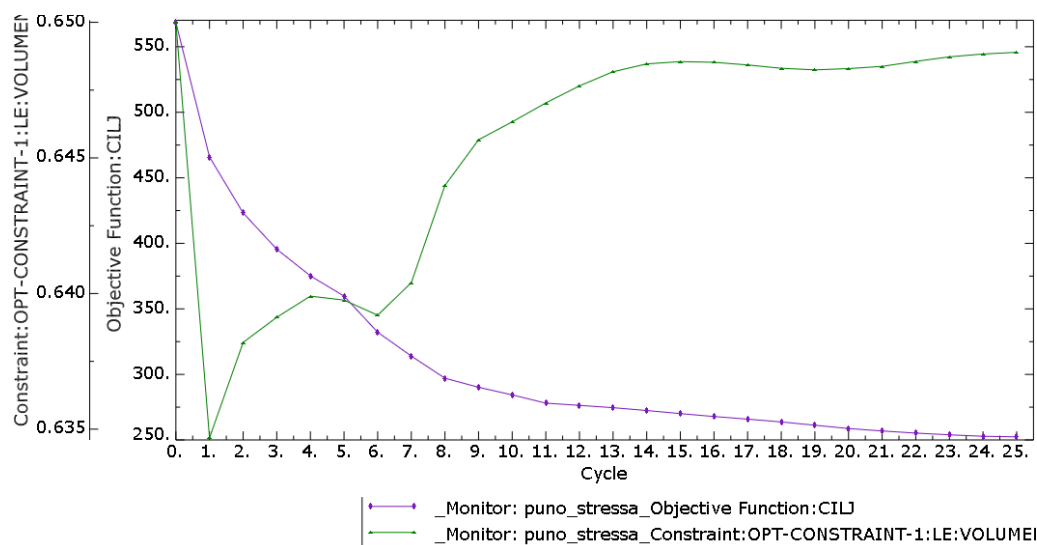
Neobavezan korak, ali je iskorišten radi estetike, moguće proizvodnosti i vizualizacije oduzetog materijala jest geometrijsko ograničenje. Ovdje će se koristiti opcija *Demold*. Ta je opcija uzeta jer se stvarju provrti po uzdužnom dijelu *stem*-a (primjer toga je slika 1) kako bi se što bolje provela osteointegracija. *Demold* opcija u sebi ima puno opcija od kojih ću spomenuti samo onu koju je bila potrebna, a to je *Stamping* jer ta opcija omogućava oduzimanje materijala po cijeloj duljini vektora (u ovom slučaju po duljini vektora y i odabrana je samo za srednji dio kuka.

5.2 Rezultati topološke optimizacije

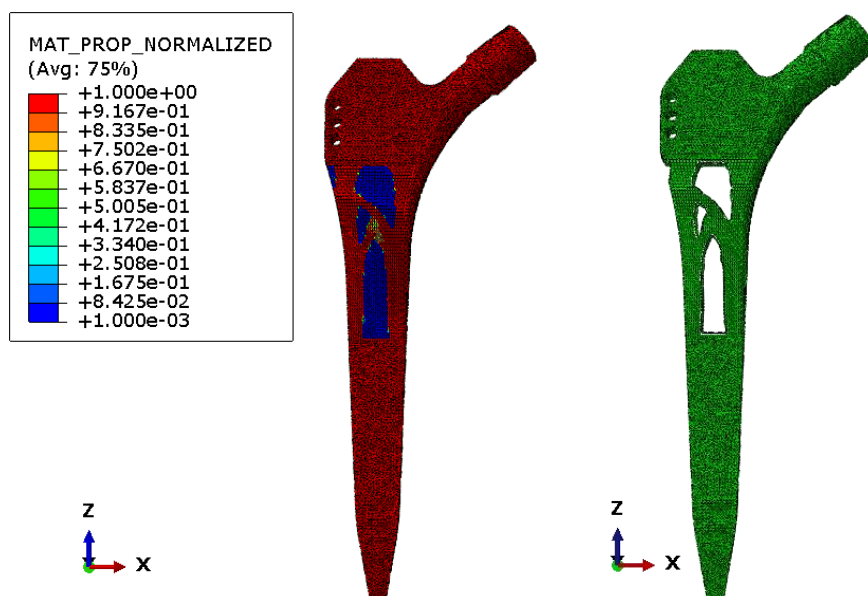
Kao i u metodi konačnih elemenata i u tu se mogu vidjeti rezultati poput maksimalnog naprežanja, ukupnog pomaka ili nekih drugih željenih rezultata. Grafovima je vidljiva jako lijepa konvergencija obje objektivne funkcije pri zadanoj vrijednosti od 65% početnog volumena (slika 19 i 20). Jasno je uočljivo kako oba grafa nalikuju onom grafu opisanom u teorijskom dijelu i to potvrđuje kako je optimizacija napravljena kako spada. Također je slikom 21 i 22 prikazano vizualno oduzimanje materijala gdje je plavom bojom označen onaj materijal s gustoćom 0.001 (odnosno to je nepostojeći materijal), a tamo gdje ga je gustoća 1 materijal je ostao i obojeno je crvenom bojom.



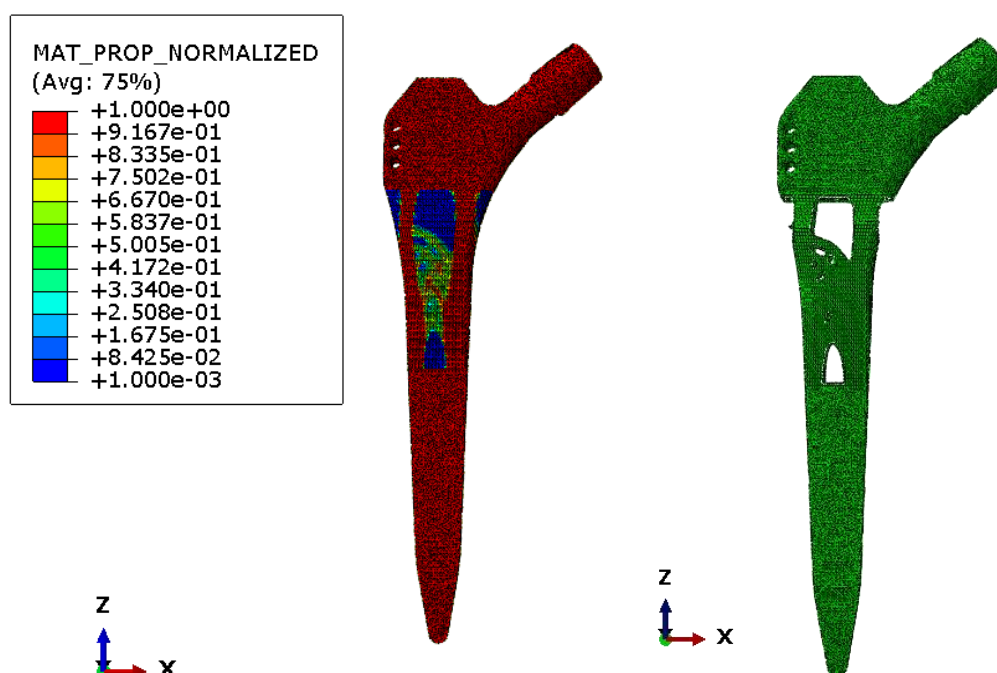
Slika 19. Grafički prikaz konvergencije objektivne funkcije energije deformiranja i volumena



Slika 20. Grafički prikaz konvergencije objektivne funkcije naprežanja i volumena



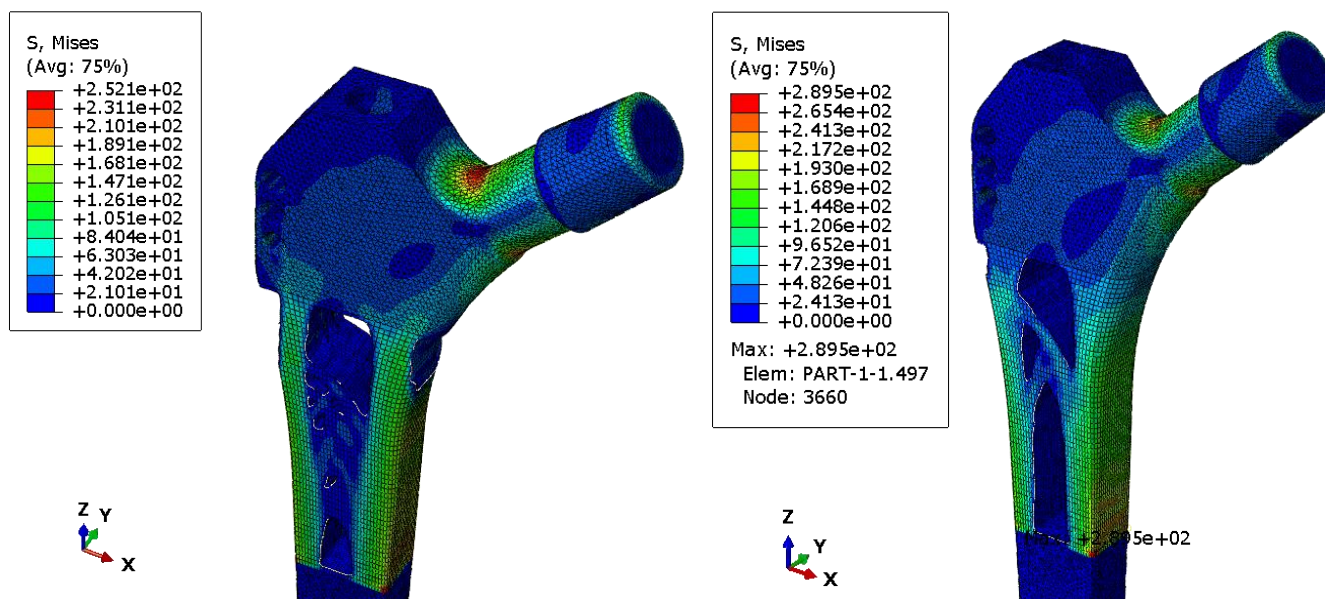
Slika 21. Prikaz oduzetog materijala pri objektivnoj funkciji energije deformiranja



Slika 22. Prikaz oduzetog materijala pri objektivnoj funkciji napreznja

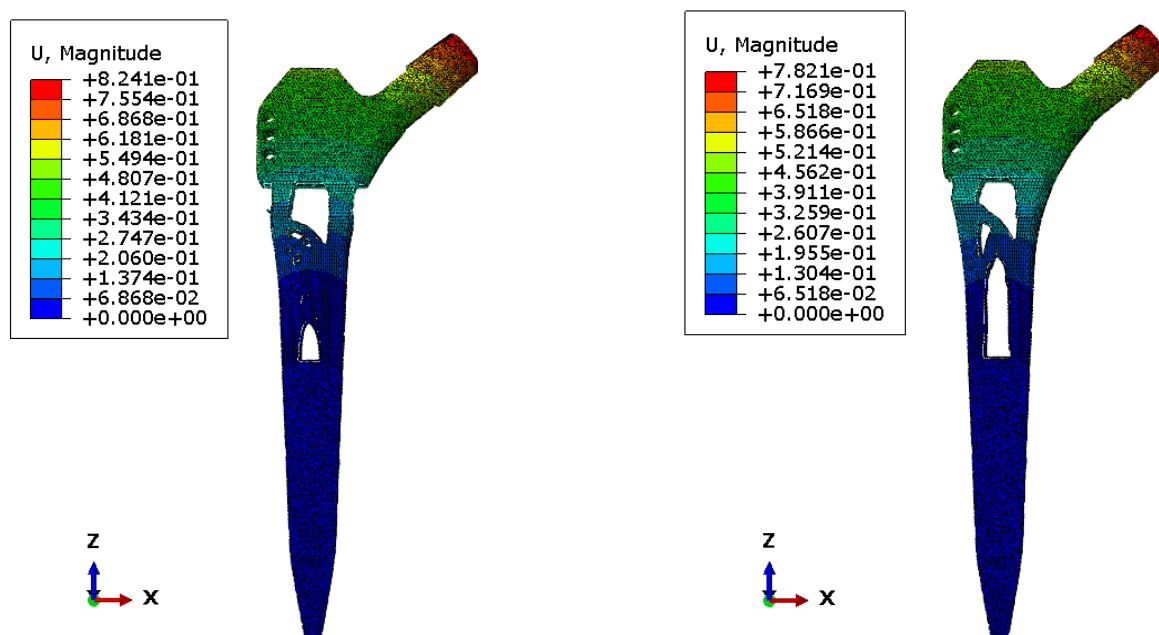
Usporedbom iznosa napreznja i pomaka sigurno vidimo kako je opcija u kojoj je glavna funkcija napreznje bolja od opcije energija deformiranja kad su u pitanju napreznja jer su se povećala minimalno. Kad su u pitanju pomaci tu je ipak bolja funkcija energije deformiranja. Najveće napreznje kod glavne objektivne funkcije energije deformiranja se povećalo za 42,7 MPa, a kod objektivne funkcije napreznja se povećalo tek za 5,3 MPa. Sada kritično mjesto nalazi odmah kod uklještenja, za razliku od prije, ali iznos napreznja na prijelazu s glave na

tijelo nije promijenilo. Slika 24 prikazuje usporedbu dobivenih napreznja opcijom napreznja (lijevo) i energije deformiranja (desno).

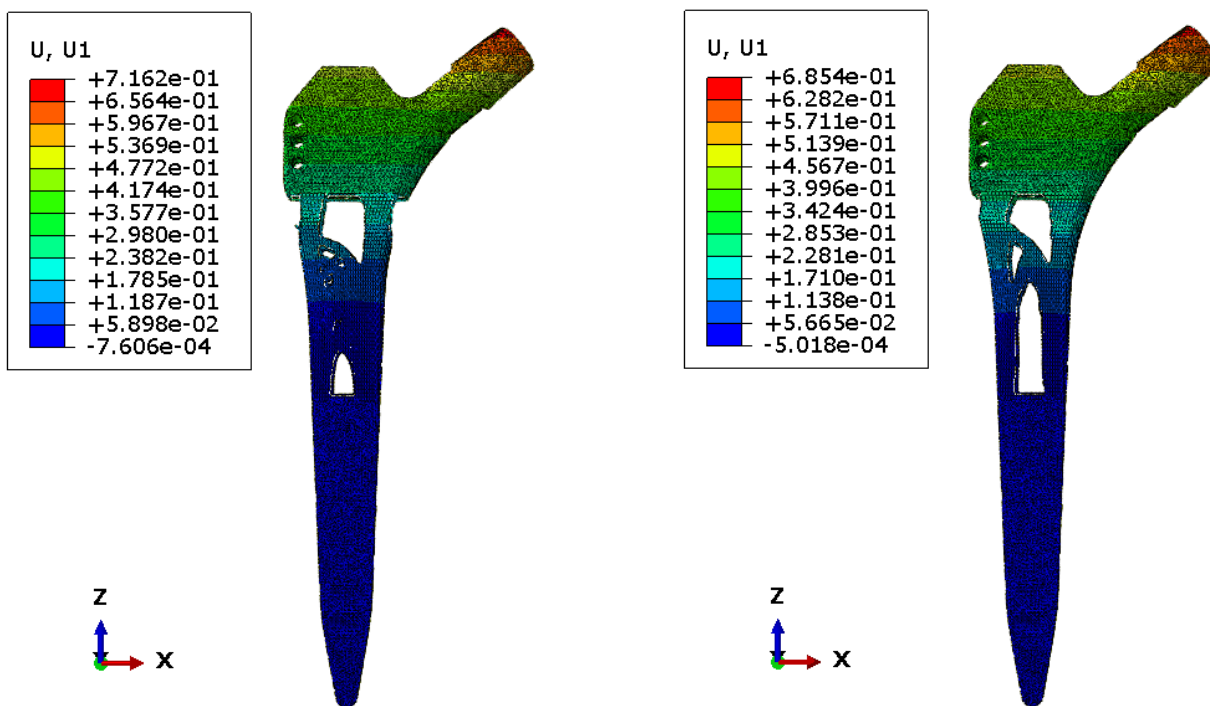


Slika 23. Usporedba napreznja, funkcija napreznja (lijevo), funkcija energije deformiranja (desno)

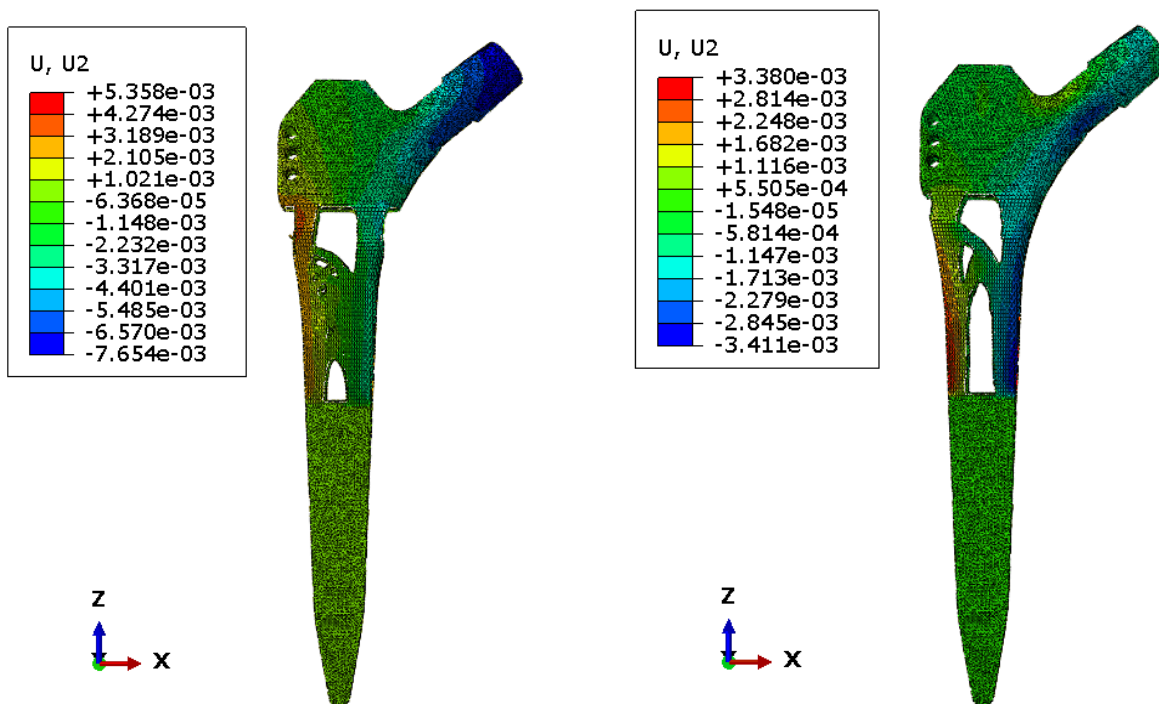
Vidljivo kako je najveći pomak u TO u kojoj je glavna objektivna funkcija bila napreznje i on iznosi 0,8241 mm dok u TO u kojoj je glavna bila energija deformiranja najveći pomak iznosi 0,7821 mm te je to povećanje od 0,0818 mm. Slike (24-27) prikazuju pomake dobivene opcijom napreznja (lijevo) i opcijom energije deformiranja (desno).



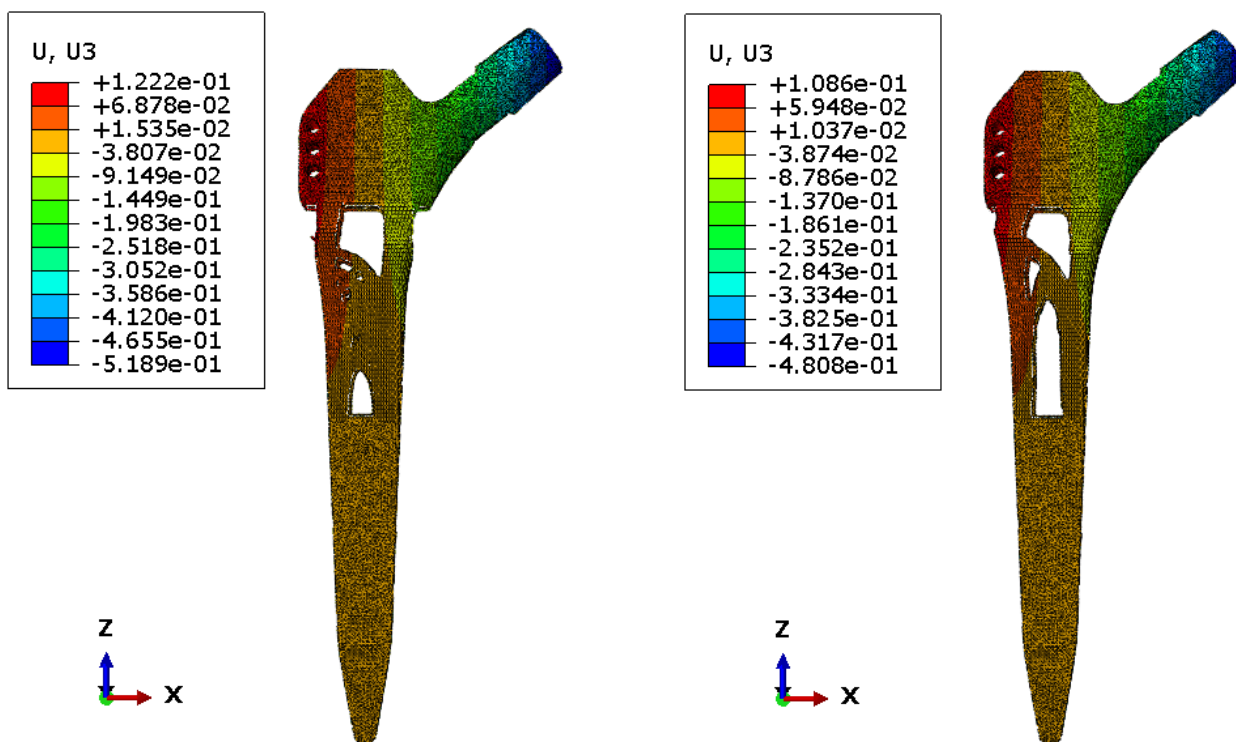
Slika 24. Usporedba ukupnih pomaka, funkcija napreznja (lijevo), funkcija energija deformiranja (desno)



Slika 25. Usporedba ukupnih pomaka po osi x, funkcija napreznja (lijevo), funkcija energije deformiranje (desno)



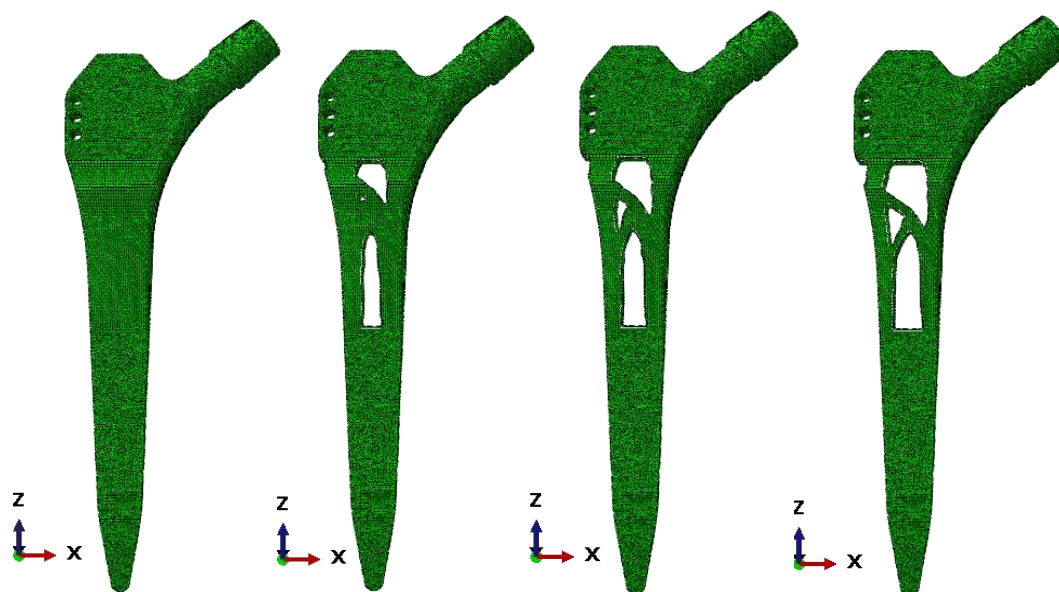
Slika 26. Usporedba ukupnih pomaka po osi 1, funkcija napreznja (lijevo), funkcija energije deformiranje (desno)



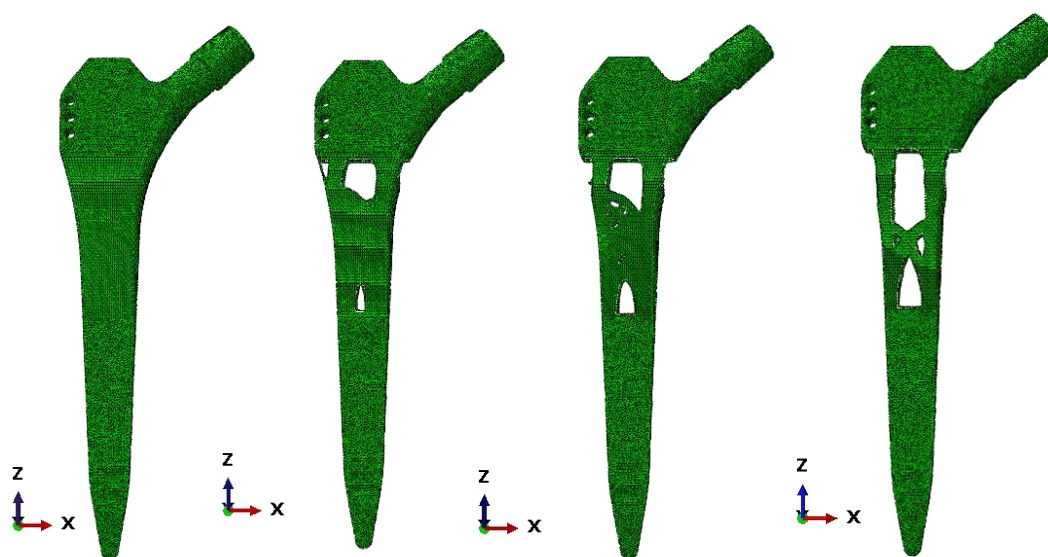
Slika 27. Usporedba ukupnih pomaka po osi z, funkcija naprezanja (lijevo), funkcija energije deformiranja (desno)

6. USPOREDBA UMJETNOG KUKA I TOPOLOŠKI OPTIMIRANOG UMJETNOG KUKA

Iz prijašnjih slika zaključujemo da objektivna funkcija naprezanja u svoj prvi plan stavlja reduciranja najvećih naprezanja dok pomake ostavlja kao sekundarni cilj. Tablica 2 daje pregled svih TO i najvećih njihovih pomaka (po apsolutnoj vrijednosti) i naprezanja. Prikaz kuka u x-z ravnini gdje se vidi rezultati svih topoloških optimizacija zajedno i bez optimizacije (s lijeva na desno: bez TO, 75%, 65% i 55%), prikazani su slikom 28 (funkcija energije deformiranja) i 29 (funkcija naprezanja). Tablica 2 daje pregled svih TO i njihovih pomaka i naprezanja.



Slika 28. Usporedba topoloških optimizacija (funkcija energije deformiranja)



Slika 29. Usporedba topoloških optimizacija (funkcija naprezanja)

Tablica 2. Pregled naprezanja i pomaka svih TO

[vrsta objektivne funkcije]-postotak oduzetog materijala	Maksimalna naprezanja [MPa]	Ukupni pomaci [mm]	Pomaci po osi x [mm]	Pomaci po osi y [mm]	Pomaci po osi z [mm]
Bez TO	246,8	0,7003	0,6080	0,002994	0,0448
Energija deformiranja-75%	274,9	0,7477	0,6537	0,003278	0,4641
Naprezanja-75%	246,9	0,7705	0,6688	0,003455	0,4881
Energija deformiranja -65%	289,5	0,7821	0,6854	0,003411	0,4808
Naprezanja -65%	252,1	0,8241	0,7162	0,007654	0,5189
Energija deformiranja -55%	309,6	0,841	0,7403	0,003597	0,508
Naprezanja -55%	264,5	0,8086	0,7645	0,005947	0,5889

ZAKLJUČAK

U prošlosti čovjek nije imao mogućnosti poboljšati svoj život uslijed nekakvog loma ili bolesti koja bi zahvaćala njegove zglobove. Danas s velikim napretkom medicine, strojarstva te znanosti o materijalima i velikom popularizaciji zdravog života čovjek bez problema može raditi na prevenciji od ozljeda, a ako dođe do ozljede, njegova fizička aktivnost ne staje i neće ostati prikovan za krevet.

Vidimo kako je topološka optimizacija umjetnog kuka itekako moguća i izvediva te kako ima svoju stvarnu primjenu. Stalno poboljšavanje dosadašnjih medicinskih proizvoda i tehnika operiranja može dovesti i do manje učestalih operativnih zahvata.

U prvom je dijelu rada bilo govora o općenitim pojmovima kao što su umjetni kuk i od čega se sastoji, materijalima umjetnog kuka u primjeni te naposljetku o topološkoj optimizaciji i teoriji koja stoji iza nje. Nakon toga je provedena statička analiza prema uputama iz norme ISO 7206. Utvrđeno je kako odabrani model kuka zadovoljava uvjete čvrstoće te se krenulo na proces topološke optimizacije. Uneseni su određeni parametri kako se ne bi narušila stabilnost samoga dijela, ali kako bi se smanjio volumen do željene mjere. I nakon toga vidjelo se kako su zadovoljeni uvjeti čvrstoće. Međusobno su uspoređeni i druge topološke optimizacije, ali nije donesen konačni zaključak o tome koji bi topološki optimiran kuk bio optimalan za uporabu jer za to preostaje napraviti klinička ispitivanja i utvrditi koji od navedenih bi imao najbolju osteointegraciju.

LITERATURA

- [1] Mario Ceddia , Bartolomeo Trentadue , Giuseppe De Giosa and Giuseppe Solarino: Topology Optimization of a Femoral Stem in Titanium and Carbon to Reduce Stress Shielding with the FEM Method, 2023.
- [2]<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/gsx/default.htm?startat=ch04s01.html> , veljača 2025.
- [3]https://www.researchgate.net/publication/347772849_Titanium_for_Orthopedic_Applications_An_Overview_of_Surface_Modification_to_Improve_Biocompatibility_and_Prevent_Bacterial_Biofilm_Formation, veljača 2025.
- [4] <https://www.intechopen.com/chapters/70489> rujan 2024.
- [5]<https://www.additivemanufacturing.media/articles/how-topology-optimization-could-be-the-key-to-longer-lasting-hip-implants> veljača 2025.
- [6] Chethan K.N, Mohammad Zuber, Shyamasunder Bhat, Satish Shenoy, Chandrakant R. Kini: Static structural analysis of different stem designs used in total hip arthroplasty using finite element method, 2019.
- [7] Ikhsana, Aditya Rio Prabowob, Jung Min Sohnc, Joko Triyonob, :Finite Element Analysis of Different Artificial Hip Stem Designs Based on Fenestration under Static Loading, 2020.
- [8] Ikhsan, Joko Triyono, Aditya Rio Prabowo, and Jung Min Sohn: Investigation of Meshing Strategy on Investigation of Meshing Strategy on Mechanical Behaviour of Hip Stem Implant Design Using FEA, 2020.
- [9] <https://reha.hr/cms/totalna-endoproteza-kuka-tep/>, veljača 2025.
- [10] ISO 7206-4 Implants for surgery — Partial and total hip joint prostheses — Part 4: Determination of endurance properties and performance of stemmed femoral components
- [11] A. Zafer Senalp, Oguz Kayabasi, Hasan Kurtaran: Static, dynamic and fatigue behavior of newly designed stem shapes for hip prosthesis using finite element analysis, 2007.
- [12] John Valerian Corda, Chethan, Satish Shenoy, Sawan Shetty, Shyamasunder Bhat, Mohammad Zuber: FATIGUE LIFE EVALUATION OF DIFFERENT HIP IMPLANT DESIGNS USING FINITE ELEMENT ANALYSIS, 2023.

[13] Liliana Savin, Tudor Pinteala, Dana Nicoleta Mihai, Dan Mihailescu, Smaranda Stefana Miu, Mihnea Theodor Sirbu, Bogdan Veliceasa, Dragos Cristian Popescu, Paul Dan Sirbu and Norin Forna, Updates on Biomaterials Used in Total Hip Arthroplasty (THA), 2023.

[14] Dario Milone, Giacomo Risitano, Alessandro Pistone, Davide Crisafulli and Fabio Alberti: A New Approach for the Tribological and Mechanical Characterization of a Hip Prosthesis Through a Numerical Model Based on Artificial Intelligence Algorithms and Humanoid Multibody Model, 2022.

[15] Alessia Toscano: Topology Optimization and Design for Additive Manufacturing: the case study of a hydraulic module for automotive application, Master Thesis. 2018.-2019.

[16] <http://www.instrumentaria.hr/en/>, siječanj 2025.

[17] M. Fraldi, L. Esposito, G. Perrella, A. Cutolo, S. C. Cowin: Topological optimization in hip prosthesis design, 2009.

[18] Y. Jijun, Z. Tao, R. Jianhua and L. Yanmei: A topology optimization method based on element independent nodal density, Springer, 2014.

[19] https://help.solidworks.com/2021/italian/SolidWorks/cworks/c_simp_method_topology.htm, veljača 2025.

[20] <https://ceae-server.colorado.edu/v2016/books/usi/graphics/opz-designandconstraint-nls.png>, veljača 2025.

[21] TITAN Grade Nb TiAl6Nb7

[22] Sviatoslav Motrunich, Volodymyr Berezos, Valeriy Kostin, Illia Klochkov, Dmytro Akhonin, Fatigue behavior and fracture of medical Ti-6Al-7Nb titanium alloy produced by electron beam cold hearth melting, 2023

[23] Utjecaj tehnologije izrade i vrste materijala na dinamičko ponašanje endoproteze zgloba kuka – Diplomski rad, Zvonimir Tomičević, 2008.