

# Primjena Šest sigma metoda u određivanju tolerancija

---

**Mažar, Miroslav**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2011**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:480056>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-13**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Miroslav Mažar

Zagreb, 2011.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Biserka Runje, dipl. ing.

Student:

Miroslav Mažar

Zagreb, 2011.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se na stručnoj pomoći prilikom izrade ovog rada prof. dr.sc. Biserki Runje.

Miroslav Mažar



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne  
simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student:

Mat. br.:

Naslov:

Opis zadatka:

Zadatak zadan:

Rok predaje rada:

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Mladen Andrassy



## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA .....	IIIV
SAŽETAK .....	V
1. UVOD .....	1
2. SIX SIGMA .....	1
2.1. Značenje termina Six Sigma .....	3
2.2. Sposobnost procesa .....	5
3. STATISTIČKA ANALIZA TOLERANCIJA .....	7
3.1. Svrha korištenja statističke analize tolerancija .....	9
3.2. Osnovni principi – Općeniti principi .....	10
3.3. Procjena gustoće funkcije .....	12
4. METODE „WORST CASE ANALISYS“ I „ROOT SUM OF SQUARES“ .....	13
4.1. Worst Case Analisys (Metoda najgorih slučajeva) .....	14
4.2. Root Sum of Squares (Korijen sume kvadrata) .....	17
5. SIX SIGMA ANALIZA TOLERANCIJA .....	22
5.1. Različiti stupnjevi varijacije .....	23
5.2. Identifikacija najprikladnije raspodjele pomoću Minitab software-a .....	23
5.3. Monte Carlo simulacija .....	25
5.3.1 Primjer – Strujni krug .....	28
5.3.2 Primjer – Remenica – Varijable u ovisnosti .....	34
5.3.3 Primjer – Geometrijske tolerancije .....	39
5.3.4 Primjer – Ventil – Pomicanje srednjih vrijednosti .....	42
5.3.5 Primjer – Umjeravanje etalona .....	49
5.3.6 Primjer – Optimizacija pumpe .....	52
6. ZAKLJUČAK .....	55
LITERATURA.....	56

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Raspon od $6\sigma$ .....	3
Slika 2.	Six sigma process (pomak od $1,5\sigma$ ) .....	4
Slika 3.	Sposobnost procesa .....	5
Slika 4.	Algoritam Monte Carlo metode .....	8
Slika 5.	Shema sklopa .....	13
Slika 6.	Dužine dijela i kućišta sa odstupanjima.....	15
Slika 7.	Razmak između kućišta i prvog dijela.....	15
Slika 8.	Najmanji mogući razmak .....	16
Slika 11.	Standardna odstupanja dijelova i sklopa.....	19
Slika 12.	Granice tolerancija .....	20
Slika 14.	Aproksimacije raspodjela podataka (Minitab).....	24
Slika 15.	Weibull raspodjela za sloj 1 .....	25
Slika 16.	Normalne raspodjele za dijelove .....	25
Slika 18.	Shema kruga .....	28
Slika 19.	Postavke za analizu (Crystall Ball) .....	29
Slika 20.	Definiranje parametara analize (Crystall Ball) .....	30
Slika 21.	Tablica sa parametrima za varijablu $V_{\text{trip-up}}$ nakon izvršene analize.....	31
Slika 22.	Interaktivni prozor pokazuje napredak simulacije.....	31
Slika 23.	Graf funkcije raspodjele podataka za $V_{\text{trip-up}}$ .....	32
Slika 24.	Shema strojnog dijela .....	34
Slika 25.	Određivanje koeficijenta korelacije (Crystal Ball) .....	36
Slika 26.	Postavke simulacije (Crystall Ball) .....	36
Slika 27.	Graf raspodjele podataka za varijablu $Y$ .....	37
Slika 28.	Dijagram raspodjele podataka za neovisne varijable .....	38
Slika 29.	Geometrijske tolerancije vratila.....	38
Slika 30.	Presjek vratila i provrta .....	39
Slika 31.	Postavke za analizu (Crystal Ball) .....	42
Slika 32.	Dijagram raspodjele podataka .....	41
Slika 33.	Shematski prikaz sklopa.....	41
Slika 34.	Varijable na opruzi .....	41
Slika 35.	Graf raspodjele podataka izlazne varijable sa početnim srednjim vrijednostima	43
Slika 36.	Dijagram raspodjele podataka izlazne varijable nakon mijenjanja srednjih .....	45
Slika 37.	Dijagram osjetljivosti procesa .....	47
Slika 38.	Dijagram raspodjele podataka izlazne varijable u MathCad-u.....	47
Slika 39.	Dijagram raspodjele podataka izlazne varijable u MathCad-u nakon mijenjanja srednjih vrijednosti.....	48
Slika 40.	Sposobnost procesa .....	50
Slika 41.	Funkcija gustoće vjerojatnosti $g(L_e)$ za etalon nazivne duljine .....	50
Slika 42.	Sposobnost procesa kroz duži period .....	51
Slika 43.	Polaris PLP 30 .....	52
Slika 44.	Matematički model optimizacije pumpe.....	53
Slika 45.	Dijagram postotka otpada u odnosu na vrijeme .....	53



**POPIS TABLICA**

Tabela 1.	DPMO - broj nesukladnosti na milijun mogućnosti .....	4
Tabela 2.	Veličine sklopa .....	16
Tabela 3.	Novi raspon tolerancija za razmak .....	19
Tabela 4.	Uvjeti izračuna cijene .....	26
Tabela 5.	Ulazni podaci definirani za simulaciju u MathCad-u .....	32
Tabela 6.	Srednje vrijednosti i odstupanja ulaznih podataka.....	34
Tabela 7.	Ulazni podaci definirani za Mathcad .....	37
Tabela 8.	Granice tolerancija ulaznih vrijednosti.....	42
Tabela 9.	Početni srednje vrijednosti sa granicama i ograničenjima .....	43
Tabela 10.	Promijenjene srednje vrijednosti ulaznih varijabli.....	44
Tabela 11.	Ulazne varijable za matematički model (24) za etalon srednje vrijednosti dužine $L = 100$ mm .....	49
Tabela 12.	Ulazne veličine i funkcije gustoće vjerojatnosti u postupku.....	52

**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Opis</b>
$C_p$	Demonstrirana sposobnost
$C_{pk}$	Demonstrirana izvrsnost
$T$	Tolerancijsko polje
$U$	Gornja granica tolerancijskog polja
$L$	Donja granica tolerancijskog polja
$P_p$	Preliminarna sposobnost
$P_{pk}$	Preliminarna izvrsnost
$k$	Faktor korekcije necentriranosti

## **SAŽETAK**

Šest Sigma znači 99,99966% uspješnosti. Ova razina uspješnosti (savršenstva) je ekvivalentna pojavi 3,4 greške na milijun mogućnosti (DPMO - defects per million opportunities). U ovom radu su objašnjene osnove Six Sigma metodologije te procjenjivanja sposobnosti procesa.

Statistička analiza tolerancija je proces analiziranja varijacija tolerancija komponenti u cilju procjene ukupne varijacije proizvoda koji treba zadovoljiti zahtjeve kupca. Prezentirane su osnove te je razjašnjena svrha statističke analize tolerancija.

Metode Worst Case (metoda najgorih slučajeva), Root sum of squares (Korijen sume kvadrata) te Monte Carlo simulacije (MCS) su korištene za analizu modela jednostavnih i složenih tolerancija. Razjašnjeno je kakve prednosti i nedostatke imaju navedene metode te koja od navedenih metoda je pogodna za određene tipove problema.

## 1. UVOD

Tolerancija predstavlja dopušteno odstupanje od određene vrijednosti ili standard. Tolerancije imaju različita značenja u različitim stadijima procesa. Određivanje statističkih tolerancija je process analiziranja varijacija tolerancija komponenti u svrhu procjene sveukupne razine varijacije završnog proizvoda tj. sklopa koji mora ispuniti zahtjeve klijenata. Model analize tolerancija može biti vrlo složen čime su tolerancije izlazne vrijednosti funkcijski povezane sa ulaznim vrijednostima matematičkog modela.

Simulacijsko modeliranje u svrhu određivanja statističkih tolerancija dobiva sve više pažnje od strane inženjera, stručnjaka za kvalitetu, te ostalih stručnjaka diljem svijeta. Statističko određivanje tolerancija je viša razina određivanja tolerancija pri kojoj se određuju statističke karakteristike varijable  $Y$  koje su određene varijacijom varijable  $X$ . Većina inženjera primjenjuje neki od načina određivanja tolerancija. Najosnovniji oblik je Metoda najgorih slučajeva (Worst Case Analysis – WCA) koja garantira da će vrijednosti varijable  $Y$  biti unutar njenih granica tolerancija ako su sve varijable  $X$  koje ulaze u process unutar svojih granica tolerancija. Klijenti očekuju barem takvu razinu kvalitete koja osigurava da će se dijelovi moći sklopiti te da će sklop izvršavati svoju funkciju tj. biti ispravan. Statistička analiza tolerancija je viša razina određivanja tolerancija. Postoje dva načina (“alata”) za statističko određivanje tolerancija; Suma kvadrata korijena (Root Sum of Squares – RSS) te Monte Carlo Analiza (MCA ili MCS). Da bi se smanjila varijacija procesa u Six Sigma metodologiji se također koriste Monte Carlo simulacije za analizu tolerancija složenih modela. Ova metoda je poznata kao Six Sigma analiza tolerancija. Six Sigma cilja virtualno na poslovanje bez greški. Sigma  $\sigma$  je slovo grčkog alfabeta koje statističari koriste da bi mjerili odstupanje određenog procesa. Učinak određene tvrtke se mjeri sigma razinom njezinih poslovnih procesa. Six Sigma standard od 3,4 problema na milijun pokušaja je odgovor na povećane zahtjeve klijenata te sve složenije proizvode i procese. Statistički gledano, Six Sigma kvaliteta znači da će za bilo koji proizvod ili proces biti ne više od 3,4 neispravna na milijun proizvedenih. (uz pretpostavljenu normalnu distribuciju podataka).

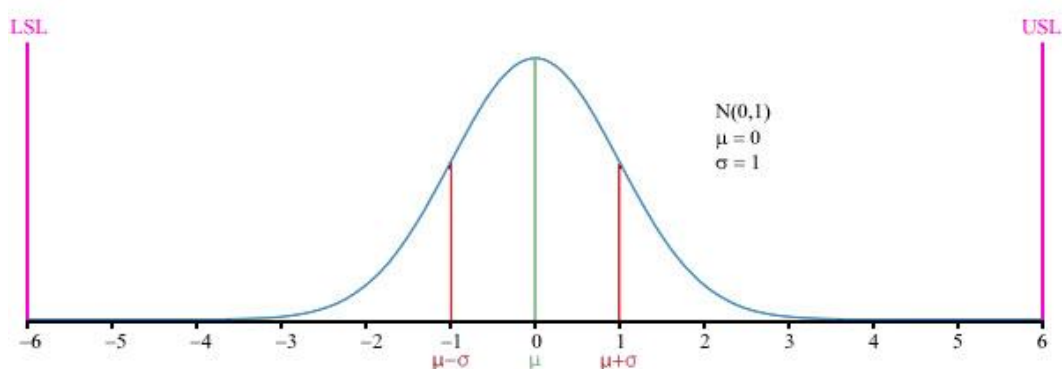
Sljedeći bitan pojam koji određuje odstupanje procesa jest sposobnost procesa (Process capability). Sposobnost procesa se procjenjuje izračunom tzv. indeksa sposobnosti procesa. Proces se smatra sposobnim ako je raspon zahtjeva  $T$  jednak ili veći od raspona procesa  $6\sigma$ .

## 2. SIX SIGMA METODOLOGIJA

Six Sigma je strategija poslovnog menadžmenta originalno razvijena u tvrtki Motorola u Sjedinjenim Američkim Državama. Danas se koristi u mnogim sektorima industrije u mnogim tvrtkama svijeta. Six Sigma teži poboljšanju kvalitete proizvoda procesa pomoću identifikacije i otklanjanja uzročnika nepravilnosti (grešaka) i minimalizacijom varijabilnosti u proizvodnji i poslovnim procesima. Ova strategija se koristi nizom metoda upravljanja kvalitetom, uključujući statističke metode, te stvara specifičnu infrastrukturu ljudi unutar organizacije (crni pojas, zeleni pojas itd.) koji su eksperti u toj metodi. Svaki Six sigma projekt koji se provodi u nekoj organizaciji prati definirani niz koraka te ima kvantificirane financijske ciljeve (smanjenje cijene ili povećanje profita).

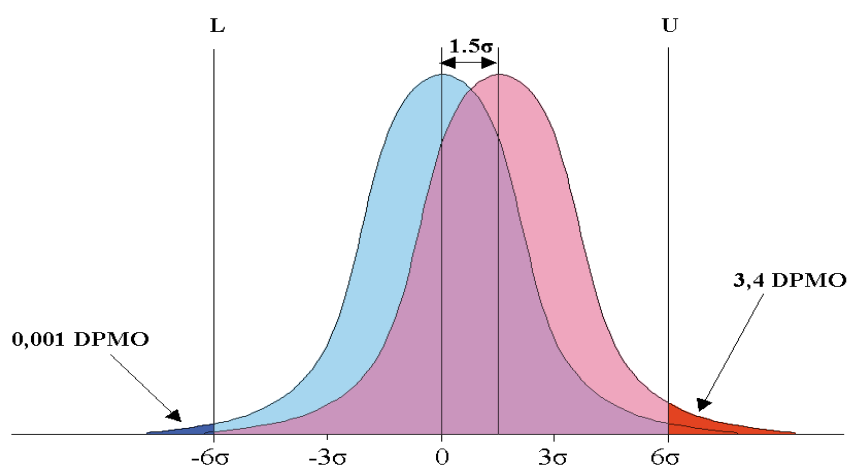
Izraz Six Sigma je nastao iz terminologije povezane sa proizvodnjom, pogotovo izrazima povezanim sa statističim modeliranjem proizvodnih procesa. Zrelost proizvodnog procesa se može opisati pomoću sigma razreda koji pokazuje njegovu uspješnost, ili postotak proizvoda bez nesukladnih jedinica. Six Sigma je proces kod kojeg je 99,99966 % proizvoda ispravno (3,4 neispravna u milijun proizvedenih).

### 2.1 Značenje termina Six Sigma proces



Slika 1. Raspon od  $6\sigma$

Six sigma izraz dolazi od zapažanja da ako postoji šest standardnih devijacija između srednje vrijednosti procesa te najbliže granice specifikacija svi dijelovi će udovoljiti zahtjevima. Iskustvo je pokazalo da procesi uobičajeno ne daju dobre rezultate dugoročno kao što to daju kratkoročno. Kao rezultat toga, broj sigmi koji će stati između srednje vrijednosti procesa te najbliže granice specifikacija će pasti s vremenom, što se neće dogoditi sa istim procesom kroz kraće vrijeme. Da bi se nadoknadilo ovo povećanje varijacije u praksi kroz duže vrijeme, u izračun je uračunato odstupanje od  $1,5\sigma$  [Slika 2]. Tablica [Tabela 1] prikazuje broj nesukladnosti na milijun mogućnosti.



Slika 2. Six sigma process (pomak od  $1,5\sigma$ )

Tabela 1. DPMO - broj nesukladnosti na milijun mogućnosti

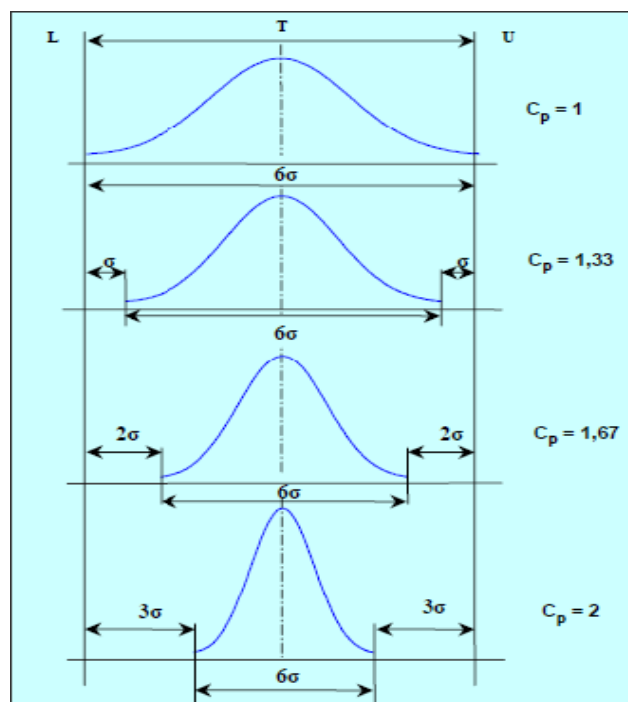
Širina zahtjeva U - L	Vjerojatnost %	DPMO	Pomak od $1,5\sigma$	
			Vjerojatnost, %	DPMO
$\pm 1\sigma$	68,27	317 300	30,23	697 700
$\pm 2\sigma$	95,45	45 500	69,13	308 700
$\pm 3\sigma$	99,73	2 700	93,32	66 810
$\pm 4\sigma$	99,9937	63	99,3790	6 210
$\pm 5\sigma$	99,999 943	0,57	99,976 70	233
$\pm 6\sigma$	99,999 999 8	0,002	99,999 660	3.4

## 2.2 Sposobnost procesa

Sposobnost se procjenjuje računanjem tzv. Indeksa sposobnosti procesa  $C_p$ ,  $C_{PK}$ ,  $P_p$  i  $P_{PK}$ . Indeksi oznaka  $C_p$  i  $C_{PK}$  se koriste za praćenje procesa kontrolnim kartama u dužem vremenskom periodu. Indeksi oznaka  $P_p$  i  $P_{PK}$  se koriste na početku odvijanja procesa. Indeksi se računaju sukladno izrazu (1).

$$P_p = C_p = \frac{T}{6\sigma} \quad (1)$$

Iznos indeksa  $C_p$  neposredno pokazuje je li proces može biti sposoban. Što je iznos indeksa veći to je rasipanje procesa manje. U razvijenim zemljama danas se zahtjeva da najmanja vrijednost indeksa  $C_p$  iznosi 1,33. Taj zahtjev neke kompanije podižu na 1,67 odnosno na  $C_p \geq 2$ . Kod Six Sigma metodologije zahtjeva se  $C_p = 2$  [Slika 3].



Slika 3. Sposobnost procesa



Korigirana vrijednost indeksa  $C_p$  zbog necentriranosti iznosi (2) :

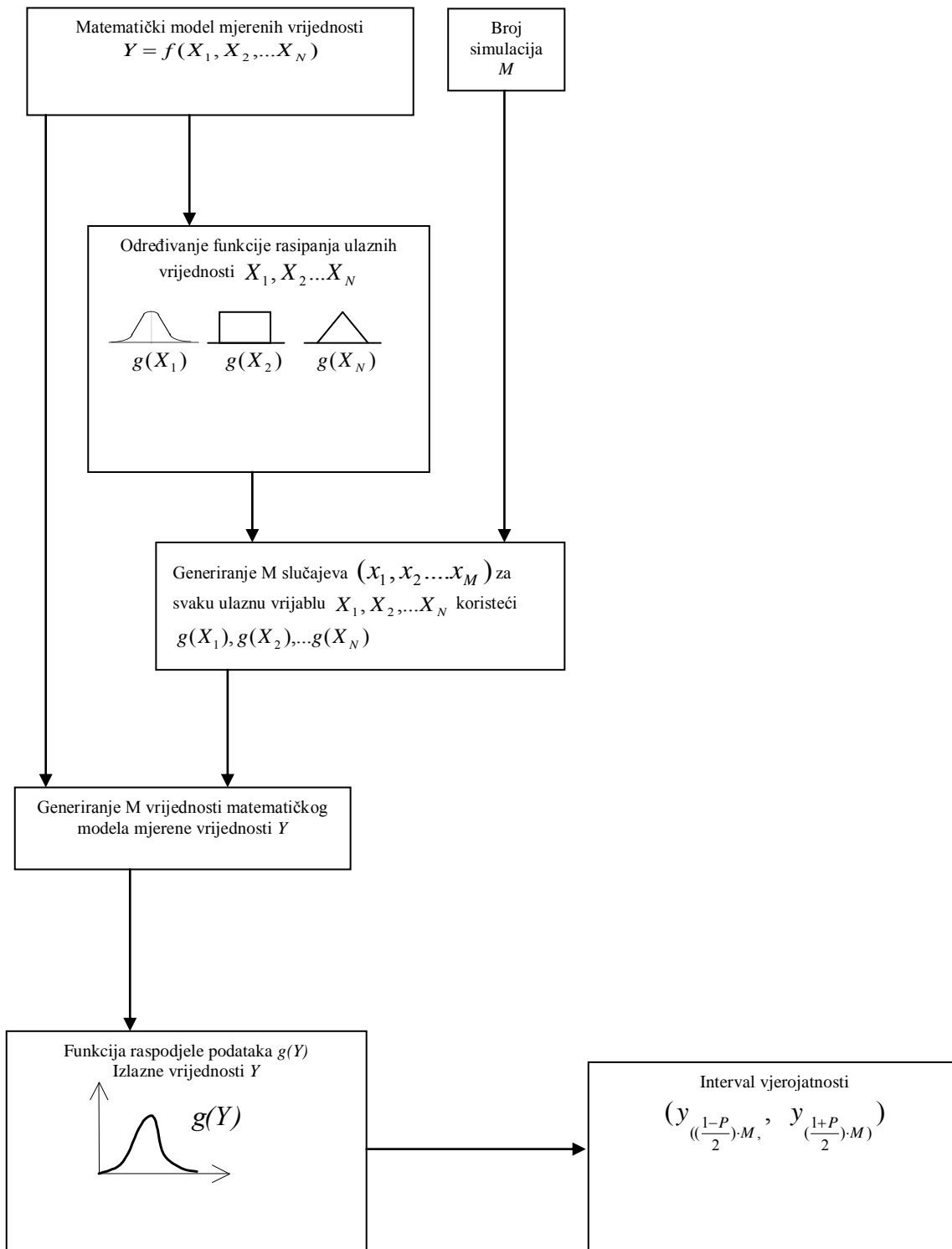
$$C_{pk} = (1-k) \cdot C_p \quad (2)$$

Ako je proces idealno centriran tada je  $k$  jednak nuli i  $C_{PK} = C_p$ . Pomicanjem procesa od ciljne vrijednosti (sredine područja tolerancija)  $k$  se povećava a  $C_{PK}$  postaje manji od  $C_p$ .

### 3. STATISTIČKA ANALIZA TOLERANCIJA

Tolerancija predstavlja dopušteno odstupanje od točno određene vrijednosti ili standarda. Tolerancije imaju različita značenja u različitim fazama procesa. Nedavno, Monte Carlo [Slika 4] simulacija je prepoznata kao pristup koji uključuje osnove moderne tehnologije te prevladava nedostatke statističke analize tolerancija. Monte Carlo simulacija je statistička simulacija temeljena na slučajnim događajima. Svaki generirani slučajni događaj predstavlja jedan eksperimentalno namješteni ishod. Korištenjem odgovarajuće krivulje rasipanja podataka te generatora slučajnih vrijednosti dobiva se realna distribucija podataka izlazne varijable. Formalno, za vektor ulazne varijable  $X$  pomoću prije napisanog algoritma formulira se izlazni vektor varijable  $Y$ . Postupak se ponavlja dovoljan broj puta npr.  $M$  puta pomoću kojeg dobivamo  $M$  vrijednosti izlazne varijable  $Y$  koje se koriste da bi se odredila funkcija rasipanja izlaznih podataka. Iz eksperimentalne krivulje procjenjuje se očekivana vrijednost izlazne varijable  $Y$ , standardna devijacija tj. Odstupanje te interval  $(Y_{(1-P) M/2}, Y_{(1+P) M/2})$  za danu razinu vjerojatnosti  $P$ .

Ova tehnika se koristi kada želimo opisati mjerenje čija vrijednost ovisi o nekoliko faktora ili varijabli, a kada je poznat odnos između tih varijabli i mjerenja te kada su varijable nasumični podaci. Jednostavan primjer bi se odnosio na proizvodnju gdje se osovina sastavlja od 3 dijela. Od posebnog interesa nam je izmjera dužine osovine  $w$  budući da znamo da je  $w = x + y + z$  gdje su  $x$ ,  $y$  i  $z$  slučajne varijable koje predstavljaju duljine svakog dijela osovine. Dužina svakog dijela je različita zbog nepreciznosti proizvodnje, a s time varira i duljina sastavljenih osovine. Prema tome, nas zanimaju svojstva distribucije vjerojatnosti parametra  $w$ . Na primjer, inženjer koji provodi analizu želi znati srednju vrijednost dužine osovine, standardnu devijaciju tj. odstupanje dužine osovine te postotak osovine čije će se dimenzije nalaziti unutar željenih granica.



Slika 4. Algoritam Monte Carlo metode

Ova tehnika se često koristi kada možemo aproksimirati fizički odnos između izlaznih podataka te ulaznih varijabli. U ovom slučaju varijabilnost predstavlja manjak znanja o stvarnim vrijednostima ulaznih varijabli tj. tolerancija dijela. Tako na primjer, pri konstruiranju novog motora, razvijeni okretni moment može biti funkcijski povezan sa određenim brojem varijabli koje predstavljaju dimenzije, a distribucija okretnog momenta se može odrediti iz poznavanja tolerancija svake dimenzije. Bitni pojmovi koje moramo znati u proučavanju ove metode su:

- a) izlazni podatak – izmjera koja nas zanima tj. rezultat koji želimo dobiti, a u ovisnosti je o ulaznim podacima
- b) ulazni podaci – varijable koje određuju izlazni podatak. Često kod većine ne znamo njihov točan iznos već se uzimaju slučajne vrijednosti.
- c) funkcijska jednadžba – odnos, veza između ulaznih i izlaznih podataka

Pretpostavlja se da su statistička svojstva slučajnih varijabli poznata ili se određuju zasebno koristeći poznate podatke. U procesu proizvodnje tolerancije obrade i pretpostavka o normalnoj raspodjeli podataka se često uzimaju u obzir. Kod drugih primjena, podaci mjerenja uzeti na sličnim proizvodima mogu se iskoristiti da bi se našao odgovarajući statistički model. Tehnike kao što su *iscrtavanje vjerojatnosti* se koriste kako bi se saznalo dali je određeni model prihvatljiv. Da bi koristili statističku analizu tolerancija moramo znati ili način raspodjele podataka (normalna, eksponencijalna...) ili moramo znati više matematičke momente. Jednadžba funkcije je također neophodna.

### 3.1 Svrha korištenja statističke analize tolerancija

Analiza tolerancija se koristi kada želimo dobiti informaciju o statističkim svojstvima izlaznih podataka. Analiza će nam dati odgovore na sljedeća pitanja:

- 1) koja je srednja vrijednost izlaznih podataka?
- 2) koliko je standardno odstupanje izlaznih podataka?

- 3) koliki je postotak izlaznih podataka koji se nalaze unutar zadanih granica?
- 4) kakva je raspodjela izlaznih podataka?
- 5) koja od ulaznih varijabli ima najveći utjecaj na promjenjivost (varijabilnost) izlaznih podataka? Isto tako i što treba promijeniti da bi se smanjila varijabilnost izlaznih podataka?
- 6) Koje od ulaznih varijabli moraju zadovoljavati zadane uvjete. (nije nužno da su sve varijable unutar zadanih granica ako krajnji rezultat zadovoljava)?
- 7) Kako se kontrola kvalitete testira na proizvodu

### 3.2. Osnovni principi – Općeniti pristup

Osnovni koncept u statističkoj analizi tolerancija je linearizacija jednadžbe tj. funkcije koristeći Taylorove redove. Momenti izlazne varijable su jednaki momentima Taylorovog reda. Momenti Taylorovog reda mogu se dobiti direktno iz momenata ulaznih varijabli. Nadalje distribucija izlazne varijable se može aproksimirati iz njezina prva četiri momenta koristeći Pearsonove distribucije ili neku drugu distribuciju sa ista prva četiri momenta.

Početni korak u statističkoj analizi tolerancija je razviti funkciju koja povezuje ulazne i izlazne podatke u Taylorov red oko srednje vrijednosti ulaznih varijabli (3). Prema tome,  $R$  nam predstavlja izlaznu varijablu, a  $h(x_1, x_2, \dots, x_n)$  predstavlja funkcijsku jednadžbu gdje su  $x_1, x_2, \dots, x_n$  izlazne varijable. Taylorov red onda glasi:

$$R = R_0 + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial h}{\partial x_i} \right)_0 (x_i - x_{i0}) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x_i^2} \right)_0 (x_i - x_{i0})^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x_i \partial x_j} \right)_0 (x_i - x_{i0})(x_j - x_{j0})$$

+ izrazi 3. i višeg reda (3)

gdje su parcijalne derivacije izjednačene oko srednjih vrijednosti ulaznih varijabli kao što su  $x_{i0}$  te  $x_{j0}$ , a  $R_0$  je vrijednost funkcije oko srednje vrijednosti svake od slučajnih varijabli. Razvijanje u Taylorov red je uobičajen način linearizacije nelinearnih funkcija. Primjenjiv je pri većini računalnih postupaka koji opisuju fizičke pojave, te, u pravilu, razvijanje u Taylorov

red daje točne rezultate kada izrazi višeg reda teže u beskonačno. U analizi tolerancija, Taylorovi redovi su ograničeni ili na redove prvog (linearna analiza) ili drugog reda (4).

$$R \approx R_0 + \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\partial h}{\partial x_i} \right)_0 (x_i - x_{i0}) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x_i^2} \right)_0 (x_i - x_{i0})^2 \right] + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x_i \partial x_j} \right)_0 (x_i - x_{i0})(x_j - x_{j0}) \quad (4)$$

Izrazi koji sadrže prvu parcijalnu derivaciju te  $R_0$  tvori aproksimaciju prvog reda, a cijeli izraz je aproksimacija drugog reda. Ovo je aproksimacija za  $R$  koja je važeća za mnogo različitih problema. Nelinearne funkcije viših redova zahtijevati će uključivanje izraza višeg reda (5).

Ako aproksimacija ne daje dobre rezultate možda je moguće  $R$  zamijeniti sa  $\log R$  ili sa  $(R)^{\frac{1}{2}}$ .

Ukoliko ni to nije moguće, potrebno je koristiti neku drugu metodu kao što je Monte Carlo simulacija.

$$R \approx R_0 + \sum_{i=1}^n \left[ d_i (x_i - x_{i0}) + d_{ii} (x_i - x_{i0})^2 \right] + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n d_{ij} (x_i - x_{i0})(x_j - x_{j0}). \quad (5)$$

gdje je

$$d_i = \left( \frac{\partial h}{\partial X_i} \right)_0, \quad d_{ii} = \left( \frac{\partial^2 h}{\partial X_i^2} \right)_0, \quad d_{ij} = \left( \frac{\partial^2 h}{\partial X_i \partial X_j} \right)_0 \quad (6)$$

Zbog jednostavnosti, nadalje ćemo standardizirati ulazne varijable tako da im je srednja vrijednost nula, a standardno odstupanje jedan. Prema tome:

$$X_i = (x_i - x_{i0}) / \sigma_i \quad (7)$$

gdje je  $\sigma_i$  standardno odstupanje  $i$ -te ulazne varijable. Za ovu transformaciju redefinirati ćemo koeficijente kao:

$$b_i = d_i \sigma_i, \quad b_{ii} = d_{ii} \sigma_i^2, \quad b_{ij} = d_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (8)$$

Sada možemo prikazati  $R$  kao:

$$R \approx R_0 + \sum_i [b_i X_i + b_{ii} X_i^2] + \sum_{i=1}^{j-1} \sum_{j>1}^n b_{ij} X_i X_j \quad (9)$$

gdje je  $R_0$  povratna informacija kada su sve ulazne varijable na svojim srednjim vrijednostima,  $x_{i0}$  („nominal response“). Sada možemo primjetiti da svi faktori  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , imaju srednju vrijednost nula te varijancu ( $\mu_{i2}$ ) jedan.

### 3.3 Procjena gustoće funkcije

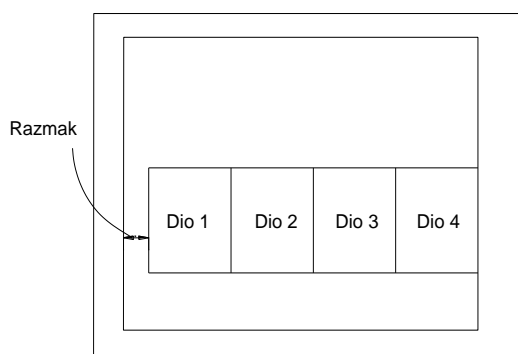
Da bi odredili postotak izlaznih podataka koji se nalaze unutar zadanih granica ili izvan njih, nužno je napraviti procjenu gustoće funkcije. U analizi tolerancija pretpostavlja se normalna funkcija gustoće kao gustoća funkcije izlaznih podataka. Pretpostavka o normalnoj funkciji gustoće temelji se na Centralnom Granični Teorem. Ako su na raspolaganju podaci, moguće je prilagoditi podatke različitim vrstama raspodjela. U slučaju nenormalno distribuiranih podataka koristi se statističke metode prilagođene za tu vrstu podataka.

#### 4. METODE „WORST CASE ANALYSIS“ , „ ROOT SUM OF SQUARES“

Kao što samo rekli, tijekom procesa komercijalizacije često moramo odrediti utjecaj višestrukih uzroka varijacija rezultata konačnog proizvoda. Kako razvijamo reprezentativne modele za pojedinačne komponente proizvoda koristimo te informacije da bi procijenili sveukupni stupanj odstupanja koji očekujemo kod konačnog proizvoda.

Proces analiziranja varijacije komponenata proizvoda te dizajniranja krajnjeg proizvoda koji zadovoljava uvjete postavljene od strane klijenata je poznat kao statističko toleriranje. Pretpostavimo figurativno da radimo proizvod koji se sastoji od nekoliko dijelova koji se postavljaju u jedno kućište [Slika 5]. Pretpostavimo da smo izabrali kućište te moramo odrediti broj dijelova koji će se nalaziti unutar tog kućišta. Inicijalno, prema slici možemo pretpostaviti da u kućište stanu samo četiri dijela, međutim, isto tako možemo uočiti da kada se ti dijelovi postave jedan do drugoga postoji određeni razmak između zadnjeg dijela i jedne strane kućišta. Jeli taj razmak važan? Kako procjenjujemo veličinu razmaka? Da bi odgovorili na ta pitanja koristit ćemo tri metode:

- Worst Case analiza (WCA – najgori slučaj)
- Root Sum of Squares (RSS – korijen sume kvadrata)
- Six Sigma analiza



Slika 5. Shema sklopa

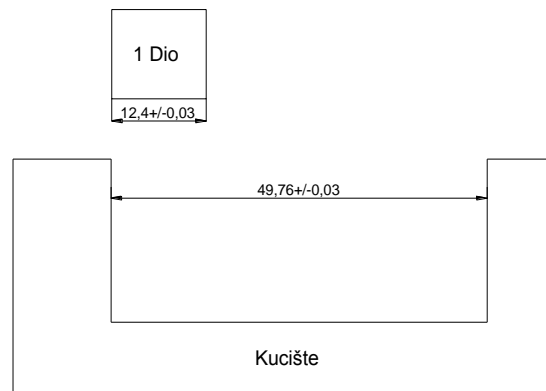


#### 4.1 Worst Case Analysis (Metoda najgorih slučajeva)

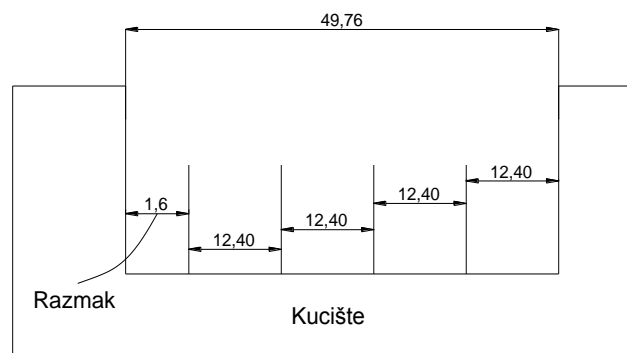
Kod Worst Case metode tolerancije (tolerancije u najnepovoljnijem slučaju) su specificirane u obliku  $(1,00 \pm 0,003)$  mm. Veličina  $0,003$  mm predstavlja maksimalni iznos za koji „dobra“ jedinica može odstupati od srednje vrijednosti. Ovaj interval se također može zapisati u obliku  $(0,97, 1,03)$  mm. Dio koji svojim dimenzijama ne pada u ovo područje ne zadovoljava tražene tolerancije smatra se nefunkcionalnim tj. defektnim. Kod ove metode dimenzije dijelova se mogu nalaziti bilo gdje unutar ovog intervala. Dimenzije svih dijelova mogu biti na  $0,97$  mm ili na  $1,03$  mm te isto tako mogu biti bilo gdje između. Ova metoda je prikazana pomoću primjera sklopa kućišta i četiri dijela koja ulaze u to kućište. [slika 6].

U ovoj metodi moramo imati dodatne informacije o dimenzijama pojedinačnih dijelova i kućišta koje smo izabrali. Svaki dio ima nominalnu dužinu  $12,40$  mm [Slika 7], dok kućište ima očekivanu dužinu od  $49,76$  mm. Koristeći ovu informaciju možemo odrediti broj pojedinačnih komada koji će stati u kućište. Možemo također pretpostaviti moguću dužinu razmaka kao što se vidi na [Slika 8]. Očekujemo, dakle, da ćemo uspjeti staviti četiri dijela u svaki red kućišta s obzirom na odabranu dužinu kućišta. Pri tome očekujemo da će srednja vrijednost dužine razmaka biti  $0,16$  mm. Ali je li problem stvarno tako jednostavan? I pojedinačni dijelovi i kućište imaju odstupanje srednje vrijednosti dužine od  $\pm 0,03$  mm [Slika 8]. Koristeći srednje vrijednosti dužine i odstupanja pojedinačnih dijelova i kućišta moguće je odrediti srednje vrijednosti i najnepovoljnije vrijednosti dužine razmaka. Minimalna procjena dužine razmaka je dobivena oduzimanjem najvećih procijenjenih vrijednosti dužina pojedinačnih dijelova od najmanje procijenjene vrijednosti dužine kućišta [

Tabela 2]. Koristeći ove vrijednosti određujemo da je najmanja moguća dužina razmaka  $0,01$  mm [Slika 8]. Slično tome, maksimalna dužina razmaka određuje se oduzimanjem najmanje moguće dužine pojedinačnih dijelova te najveće moguće dužine kućišta. Iz te relacije dobivamo da je najveća moguća dužina razmaka  $0,31$  mm. [Slika 9]



Slika 6. Dužine dijela i kućišta sa odstupanjima

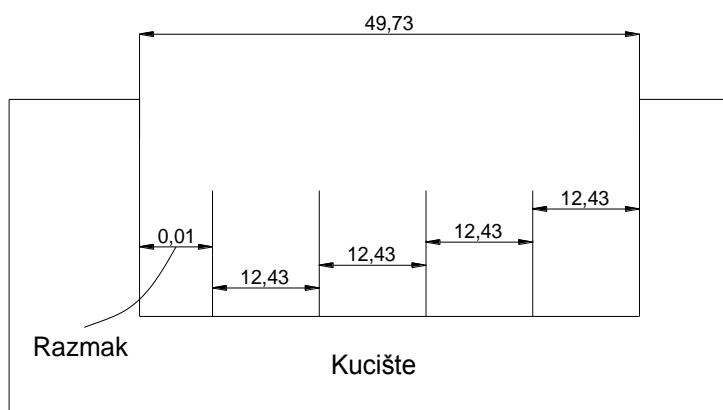


Slika 7. Razmak između kućišta i prvog dijela

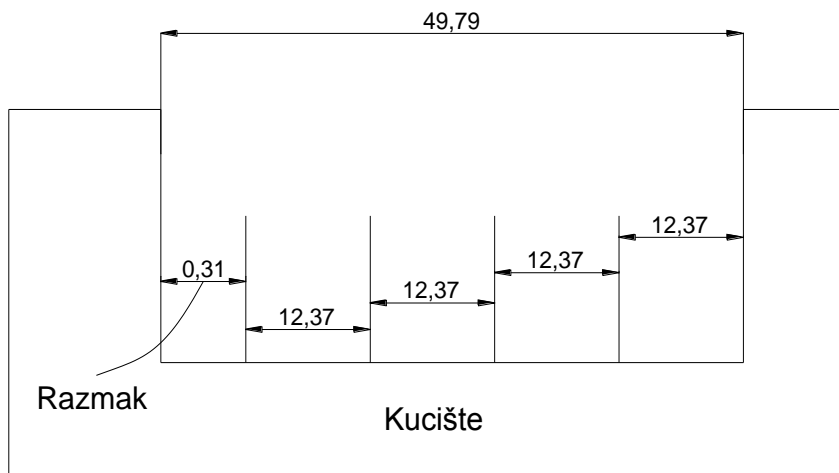
Sada razumijemo da je očekivani razmak između zadnjeg dijela u redu i stranice kućišta 0,16 mm, ali isto tako znamo da on može varirati od 0,01 mm do 0,31 mm. Ako smo u procesu komercijalizacije proizvoda bismo li trebali pristupiti proizvodnji na temelju ovih procjena? Koji su izgledi da ćemo stvarno imati najnepovoljniji mogući slučaj kod stvarnog proizvoda.

Tabela 2. Veličine sklopa

	Srednja vrijednost	Srednja vrijednost pojedinačnih dijelova	Min. duljina	Max. Duljine pojedinačnih dijelova	Max. duljine	Min. Duljine pojedinačnih dijelova
<b>Kućište</b>	49,76		49,73		49,79	
<b>Dio 1</b>		-12,4		-12,43		-12,37
<b>Dio 2</b>		-12,4		-12,43		-12,37
<b>Dio 3</b>		-12,4		-12,43		-12,37
<b>Dio 4</b>		-12,4		-12,43		-12,37
<b>Zbroj dijelova</b>	-49,60		-49,72		-49,48	
<b>Razmak</b>	0,16		0,01		0,31	



Slika 8. Najmanji mogući razmak

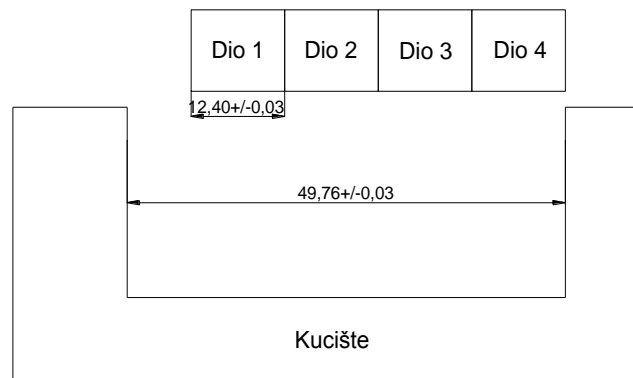


Slika 9. Najveći mogući razmak

#### 4.2 Root Sum of Squares (Suma korijena kvadrata)

Kao što smo vidjeli prethodna metoda je zanimljiva ali izgledi da će se pojaviti najgori mogući scenarij kod proizvodnje su vrlo mali. Da bi razvili realističniju analizu tolerancija okrećemo se Root Sum of Square (RSS) tehnici. Da bi demonstrirali ovu metodu osvrnut ćemo se opet na shemu proizvoda [Slika 10]. Kao što smo naveli ranije, najgori mogući scenarij tj. najnepovoljnije vrijednosti dimenzija dobivamo kada svaki od dijelova u sklopu ima najveće moguće dimenzije, tj kad je vrijednost odstupanja dimenzije svakog dijela maksimalna u odnosu na nominalnu. Za ovaj proizvod najgori mogući ishod se računa prema izrazu:

$$\begin{aligned}
 \text{Varijacija najnepovoljnijeg slučaja} &= \text{Dio1} + \text{Dio2} + \text{Dio3} + \text{Dio4} + \text{Kucište} \\
 &= 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 \\
 &= 0,15 \text{ mm}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$



Slika 10. Shema sklopa

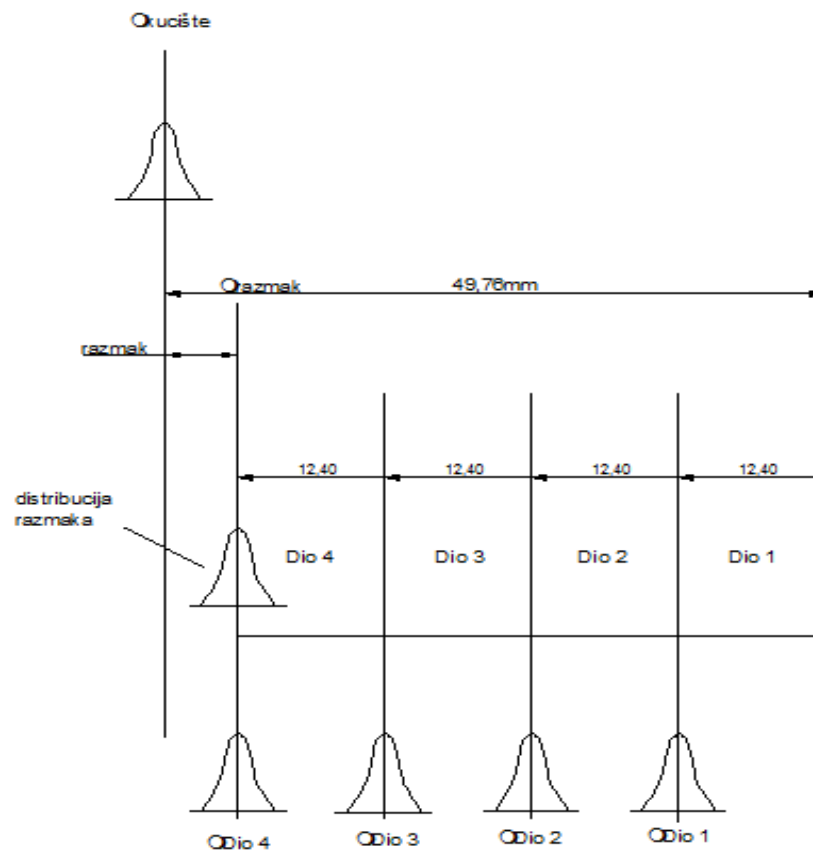
Do realističnije procjene odstupanja se dolazi kada se uzme u obzir da se odstupanja mogu zbrajati. Pretpostavimo sada da  $\pm 0,03$  mm predstavlja  $\pm$  standardnu devijaciju za svaki dio u kućištu. U ovom slučaju, standardna devijacija svake komponente iznosi 0,01 mm. Korištenjem svojstava zbrajanja varijanci, sada možemo odrediti standardnu devijaciju razmaka u sklopu [Slika 11].

$$\sigma = \sqrt{(0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2} = 0,022 \text{ mm} \quad (11)$$

Ako je tolerancija razmaka plus ili minus 3 standardne devijacije, može se izračunati kao

$$3\sigma = \sqrt{(0,03)^2 + (0,03)^2 + (0,03)^2 + (0,03)^2 + (0,03)^2} = 0,067 \text{ mm} \quad (12)$$

Korišteći novu vrijednost koju smo dobili za toleranciju korijena zbroja kvadarta možemo dobiti novi očekivani raspon tolerancija za razmak [Tabela 3].



Slika 11. Standardna odstupanja dijelova i sklopa

Srednja vrijednost razmaka je još uvijek 0,16 mm kao što smo izračunali za worst case analizu. Vrijednost tolerancija korijena sume kvadrata od 0,067 mm se sada koristi da bi se izračunala procjena minimalnog razmaka od 0,093 mm te procjena maksimalnog razmaka od 0,227 mm.

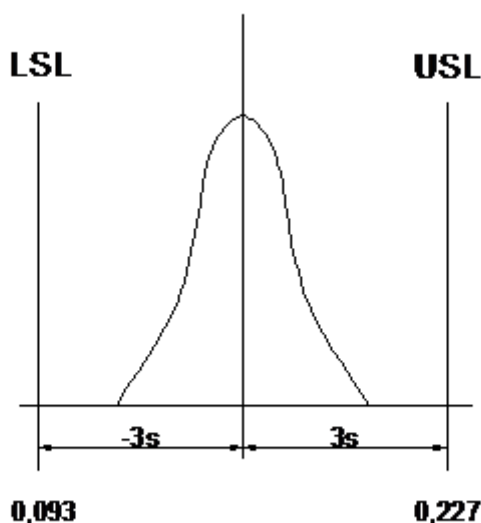
Tabela 3. Novi raspon tolerancija za razmak

Srednja vrijednost kućišta	49,76	tolerancija	$0,03^2$
Sr.vrij. dijela 1	-12,40	tolerancija	$0,03^2$
Sr.vrij. dijela 2	-12,40	tolerancija	$0,03^2$
Sr.vrij. dijela 3	-12,40	tolerancija	$0,03^2$

Sr.vrij. dijela 4	<u>-12,40</u>	tolerancija	<u>0,03<sup>2</sup></u>
Srednja vrijednost razmaka	0,16		$\sqrt{0,00045}$
Min razmak	0,093	Ukupna tolerancija	+/-0,087
Max razmak	0,227		

Vidi se da bi zbog toga što se ti rasponi „tolerancija“ namještaju na +/- 3 standardnih devijacija, očekivali bi da razmak prijeđe nove minimume i maksimume procjena razmaka u 0,27% slučajeva [Slika 12]. Procjena raspona korijena zbroja kvadrata je puno uža nego ona izračunata pomoću analize najgoreg slučaja (worst case). Prema tome, vidi se da je vjerojatnost prelaženja minimalnih ili maksimalnih vrijednosti razmaka mnogo realističnija.

Međutim, da li je potrebno namjestiti raspon tolerancija temeljen na trenutnim ostvarenim performansama našeg proizvoda? Raspon tolerancija bi zapravo trebao biti određen razlikom između gornje i donje granice specifikacija traženih od strane klijenata. Ako se ti zahtjevi ne mogu konstantno ispunjavati, možda ćemo morati proširiti taj raspon. U ovom slučaju, korijen zbroja kvadrata nam daje usmjerenja kako prilagoditi taj raspon ,tj. područje zadovoljavajućih rezultata.



Slika 12. Granice tolerancija

$$\begin{aligned}\sigma(\text{razmaka}) &= \sqrt{\sigma_{\text{kućište}}^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2} = \\ &= \sqrt{(0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2 + (0,01)^2} = 0,022 \\ \% \text{ "otpada"} &= 27\% \end{aligned} \tag{13}$$

Međutim, cilj u konstruiranju je stvarati Six Sigma proizvode i procese. U najboljem slučaju, trenutni proizvod analiziran korijenom zbroja kvadrata je proizvod 3 sigma razine osim ako se ograničenja specifikacija ne namjestite tako da raspon bude širi. Sljedeći zadatak je provjeriti kako iskoristiti dobivene informacije da bi se postigao Six Sigma proizvod.



## 5. SIX SIGMA ANALIZA TOLERANCIJA

Da bi se razvio Six Sigma proizvod bez mijenjanja specifikacija proizvoda, mora se smanjiti varijacija proizvoda. Demonstrirati ćemo kako se metoda korijena zbroja kvadrata može iskoristiti u dizajniranju proizvoda Six Sigma kvalitete. Također ćemo upoznati sa Monte Carlo simulacijom i njezinim korištenjem pri razvijanju proizvoda Six Sigma kvalitete. Također ćemo pokazati kako se Monte Carlo simulacija koristi pri konstruiranju složenijih problema u području statističkih tolerancija.

Moguće je izračunati standardnu devijaciju razmaka potrebnu da se ovaj primjer učinimo Six Sigma proizvodom. Kao što se vidi na slici [slika 8], računa se potrebna standardna devijacija razmaka jednostavno oduzimanjem donje granice specifikacija od gornje granice specifikacija te dijeljenjem dobivenog sa 12. Rezultirajuća standardna devijacija razmaka potrebna za Six Sigma proizvod iznosi 0,011 mm. Također je moguće pretpostaviti standardnu devijaciju potrebnu za svaki pojedinačni dio i za kućište posebno koristeći metodu korijena zbroja kvadrata. Ako su standardne devijacije svih komponenti jednake, korijen zbroja kvadrata pokazuje da je standardna devijacija za svaki dio i kutiju mora biti 0,005 mm. Ukratko, ovaj Six Sigma proces će dati proizvod izvan zadanih granica samo 0,001 u milijun proizvedenih. Znači, ako pretpostavimo pomicanje standardne devijacije procesa od 1,5 proces će dati 3,4 proizvoda izvan opsega tolerancija u milijun proizvedenih.

### Six Sigma standardna devijacija

$$\sigma_{\text{Razmaka}} = (USL - LSL) / 12$$

$$\sigma_{\text{Razmaka}} = (0,227 - 0,093) / 12$$

$$\sigma_{\text{Razmaka}} = 0,01117$$

### Korijen zbroja kvadrata (Root-Sum-Squares)

$$\sigma_{\text{Razmaka}} = 0,01117 = \sqrt{\sigma_{\text{kućišta}}^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2}$$

$$0,01117 = \sqrt{5 \cdot (\sigma_t^2)}$$

$$\sigma_t = 0,005 \text{ mm}$$

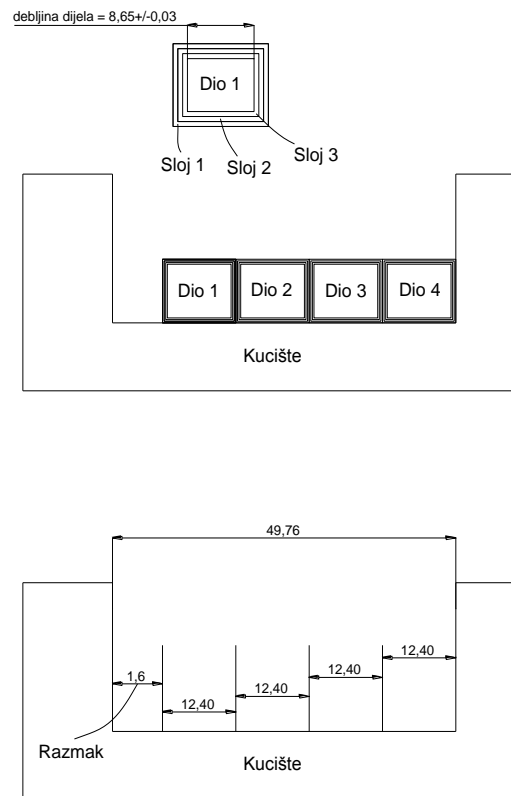
## 5.1 Primjer složenih varijacija

Dok je računanje potrebne standardne devijacije korištenjem metode korijena zbroja kvadarata poprilično jednostavno, standardne devijacije za pojedinačne komponente uobičajeno nisu jednake. U slučajevima u kojima imamo komponente sa različitim varijacijama, analiza tolerancija postaje složenija. Uzima se u obzir prethodni primjer s malom modifikacijom. Kod ovog primjera postoji varijacija na svakom od dijelova, na kućištu te na zaštitnim slojevima dijelova. Tijekom razvoja proizvoda, razvojni tim je odlučio da će se zaštitna površina sastojati od tri različita sloja. Na površini su tri sloja koji imaju različite karakteristike varijacija [Slika 13].

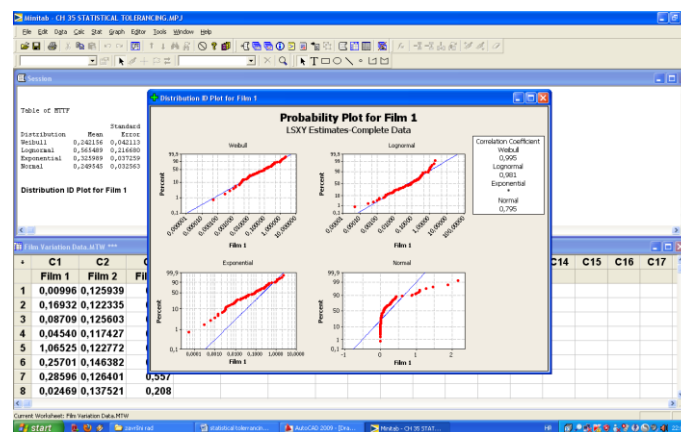
## 5.2 Identificiranje najprikladnije raspodjele pomoću Minitab-a

Da bi se odredio razmak između kućišta i zadnjeg dijela u redu sklopa sa novim zaštitnim slojem, moramo najprije odrediti najpovoljniju raspodjelu za ulazne podatke. Za naš slučaj poslužiti ćemo se Minitab software-om (probnom verzijom), te ćemo iskoristiti njegovu alatku za identifikaciju najpovoljnije raspodjele podataka.

Analiziramo podatke za prvi zaštitni sloj koristeći Weibull, Lognormal, eksponencijalnu i normalnu distribuciju. Minitab nudi mogućnost korištenja i drugih raspodjela ako je to potrebno. Na slici [Slika 14] vidimo izlazne podatke analize raspodjele podataka. Najbolja podudaranost podataka se određuje uspoređivanjem analitičkih i grafičkih podataka. Iz grafova koje nam daje Minitab vidimo da Weibull raspodjela podataka najbolje opisuje izlazne podatke. Analitički, Weibull distribucija također ima najveću vrijednost koeficijenta podudaranja podataka po čemu vidimo da je Weibull raspodjela najprikladnija za ulazne podatke prvog zaštitnog sloja na pojedinačnim dijelovima u sklopu. Kada su određeni tipovi distribucija moguće je započeti simulaciju.



Slika 13. Slučaj sa različitim slojevima

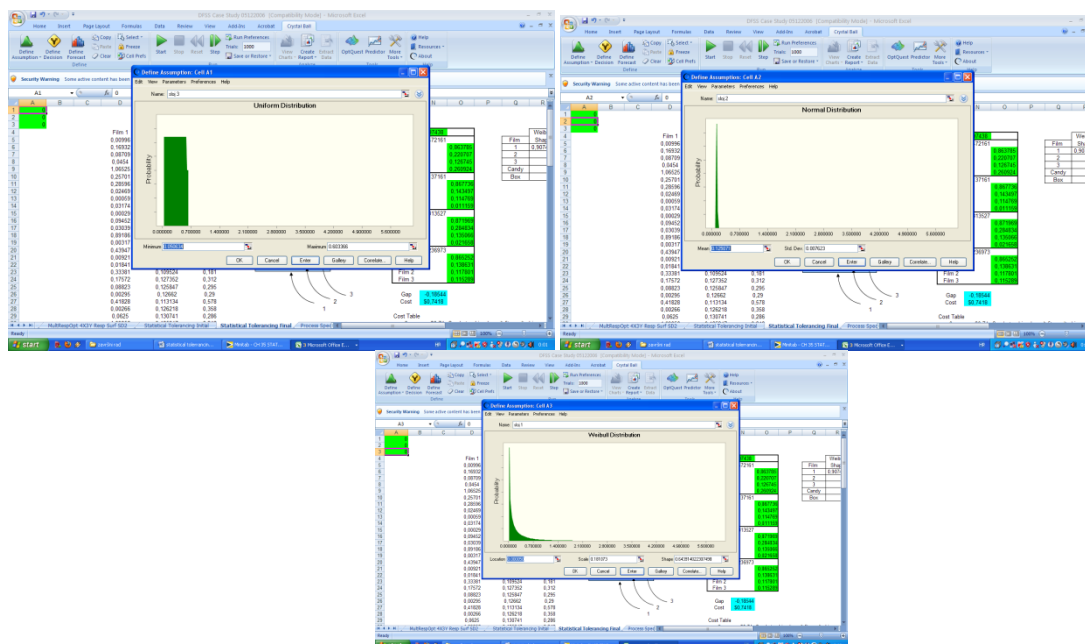


Slika 14 Aproximacije raspodjela podataka (Minitab)

### 5.3 Monte Carlo simulacija

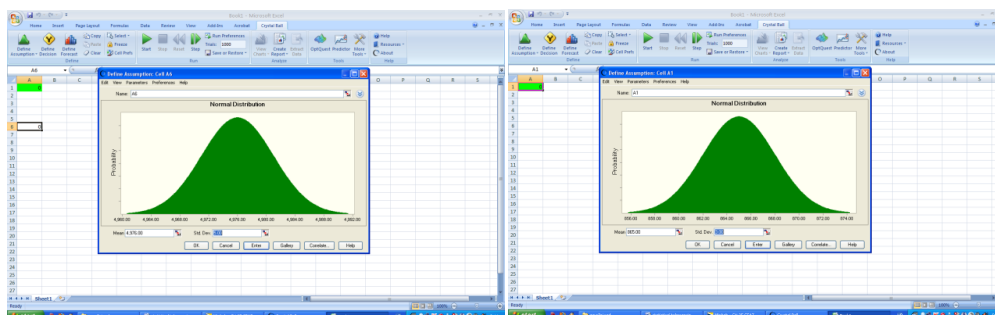
Na osnovi ovih podataka provedena je Monte Carlo simulacija. Počinje sa postavljanjem pretpostavki za simulaciju u Crystal Ball-u. Na slici [Slika 15] vidimo da su

definirani podaci za sloj 1 po Weibull raspodjeli sa koeficijentom oblika 0,58878 te koeficijentom veličine 1,56633; podaci za sloj 2 po normalnoj raspodjeli sa srednjom vrijednosti od 1,25071 mm te standardnom devijacijom od 0,07623 mm ; podaci za sloj 3 po uniformnoj raspodjeli sa minimalnom vrijednosti od 0,50525 te maksimalnom vrijednosti od 6,03475 mm.



Slika 15. Weibull raspodjela za sloj 1

Također je potrebno na sličan način odrediti raspodjele podataka za dijelove u sklopu te za kućište. Vidi se da su dužine dijelova u sklopu definirane normalnom raspodjelom sa srednjom vrijednosti od 8,65 mm te standardnom devijacijom od 0,03 mm [Slika 16]. Podaci za duljinu kućišta su također raspoređeni po normalnoj raspodjeli sa srednjom vrijednosti od 49,76 mm te standardnom devijacijom od 0,05 mm.

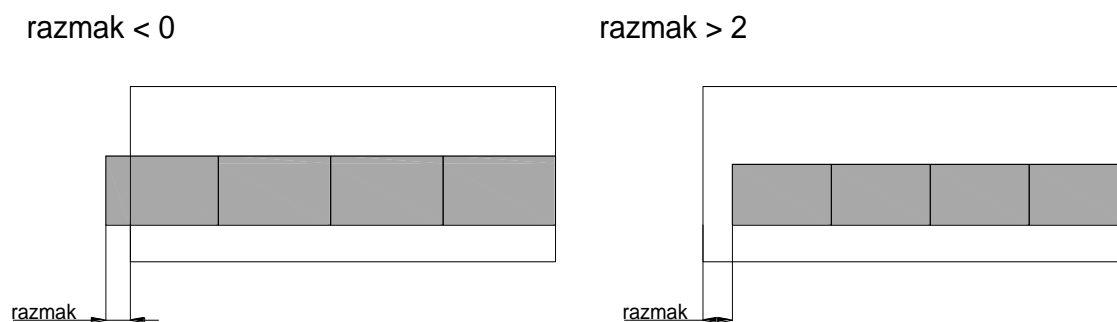


Slika 16. Normalne raspodjele za dijelove

Kao što je ranije razjašnjeno kućište je dovoljno dugo da obuhvati četiri dijela u sklop. Početne vrijednosti u modelu nisu toliko bitne jer će se one mijenjati prema definiranim pretpostavkama simulacije. Kao općenito pravilo, početne vrijednosti bi trebale predstavljati razuman skup uvjeta određenih znanjem o parametrima koje modeliramo. Model je složen prema fizikalnoj postavi sklopa. Imamo jedno kućište, četiri dijela u kućištu te tri zaštitna sloja na svakom dijelu. Model je napravljen tako da zbroji duljine dijelova i zaštitnih slojeva i onda tu vrijednost oduzme od duljine kućišta. Dobivena vrijednost je razmak koji se analizira. Negativna vrijednost znači da je kombinacija dijelova i slojeva prevelika (predugačka) za dužinu kućišta te da neće stati u kućište ako se ponovno ne obrade. Pozitivna vrijednost znači da je kombinacija dijelova i slojeva kraća od duljine kućišta. Prevelika pozitivna vrijednost znači preveliki razmak te bi se dijelovi zbog slobode kretanja mogli oštetiti u kućištu. I negativna i pozitivna vrijednost razmaka imaju potencijalnu cijenu vezanu za sebe. U tablici [Tabela 4] se vide odnosi vrijednosti razmaka i cijene pri početnoj Monte Carlo simulacije vrijednosti razmaka i cijene. Prema Crystall Ball softwareu imamo visoke cijene i široko rasprostranjene vrijednosti duljina razmaka. Duljina varira između -25 mm te + 5 mm. Srednja vrijednost cijene iznosi 1,325 € po sklopu. S obzirom na ograničenja trenutnog dizajna koristi se ovaj model da bi se odredilo možemo li postići Six Sigma kvalitetu na proizvodu. Također se određuje koliko se može sniziti cijena novog proizvoda sa Six Sigma kvalitetom tolerancija.

Tabela 4. Uvjeti izračuna cijene

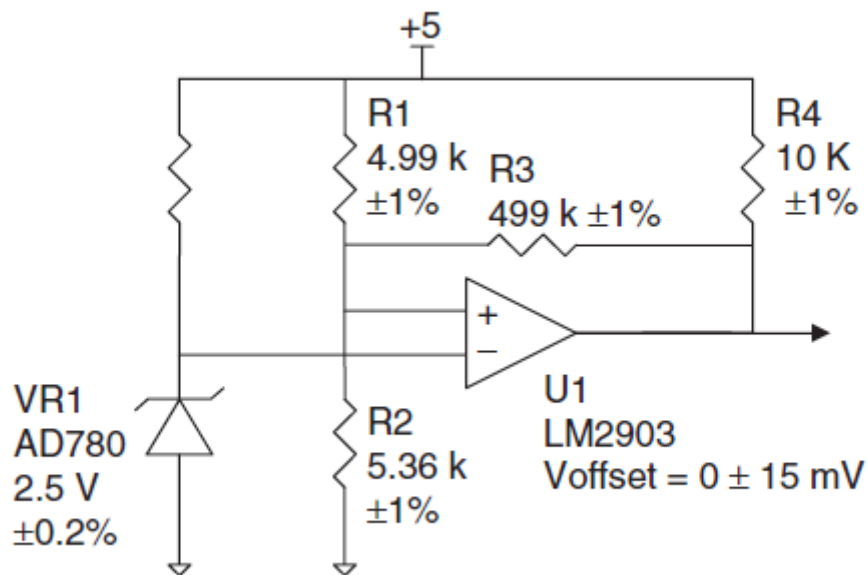
razmak, mm	Jednadžba cijene	razlog
<0	4 x razmak	Dijelovi su preveliki, treba ih obraditi
0 do 2	0	
>2	0,0666+2,666 x razmak	Dijelovi su premali, mogu se oštetiti pri uporabi, povrat proizvoda



Slika 17. Dvije mogućnosti lošeg proizvoda

### 5.3.1 Primjer – Strujni krug

Potrebno je konstruirati napajanje od 5 V, koje uključuje krug za reguliranje ispravnosti funkcije sustava. Ako iznos izlaza napajanja od 5 V padne prenisko, detektor prisiljava mikroprocesor da prijeđe u sigurno stanje (safe shutdown state). Kada se uključi napajanje, iznos izlaza polako raste. Detektor mora držati mikroprocesor u sigurnom stanju dok iznos voltaže bude ponovno prihvatljiv. Sustav, tj. Krug ima dva ključna parametra,  $V_{\text{Trip-Up}}$  te  $V_{\text{Trip-Down}}$ .  $V_{\text{Trip-Up}}$  je voltaža kada detektor mijenja stanje dok voltaža raste. Slično,  $V_{\text{Trip-Down}}$  je voltaža kada detektor mijenja stanje kada voltaža pada. Napajanje bi trebalo regulirati svoj izlaz na  $5V \pm 2\%$ , što bi iznosilo  $4.90 - 5.10$  V. Mikroprocesor zahtjeva  $5V \pm 5\%$  što bi iznosilo  $4.75 - 5.25$  V. Da bi krug normalno funkcionirao mora vrijediti:  $V_{\text{Trip-Up}} > V_{\text{Trip-Down}}$ . S time izbjegavamo nestabilne signale. Gornja granica tolerancija  $V_{\text{Trip-Up}}$  je na 4.90, a donja granica tolerancija  $V_{\text{Trip-Down}}$  je na 4.75.



Slika 18 Shema kruga

Krug uključuje VR1, referentnu diodu, te U1 komparator. Otpornici R1 i R2 namještaju voltaže promjene stanja dok otpornik R3 daje pozitivnu povratnu informaciju da bi se utvrdilo dali vrijedi:  $V_{\text{Trip-Up}} > V_{\text{Trip-Down}}$ .

Nakon analize kruga stvaramo jednađbe koje povezuju voltaže promjene stanja sa svim varijablama u krugu:

$$V_{\text{Trip-Up}} = (V_{\text{VR1}} + V_{\text{Offset}}) \left[ 1 + \frac{R1(R2 + R3)}{R2R3} \right] \quad (14)$$

$$V_{\text{Trip-Down}} = (V_{\text{R1}} + V_{\text{Offset}}) \left[ 1 + \frac{R1(R3 + R4)}{R2(R1 + R3 + R4)} \right] \quad (15)$$

Da bi se izvela analiza tolerancija na ovom problemu, postavlja se radni list u Excelu [Slika 19]. Potrebno je izračunati granice tolerancija pa započeti sa dva stupca koja sadrže srednje vrijednosti i tolerancije za svaku komponentu.

komponenta	Srednja vr.	±Tolerancija	Donja granica	Gornja granica	Slučajna vrijednost
R1	4990	1%	4940,1	5039,9	4990
R2	5360	1%	5306,4	5413,6	5360
R3	499000	1%	494010	503990	499000
R4	10000	1%	9900	10100	10000
VR1	2,5	0,20%	2,495	2,505	2,5
Odstupanje Volt.	0	0,015	-0,015	0,015	0
				VR1+ Odst. Volt	2,5
				Vtrip-up	4,852425373
				Vtrip-down	4,80482989

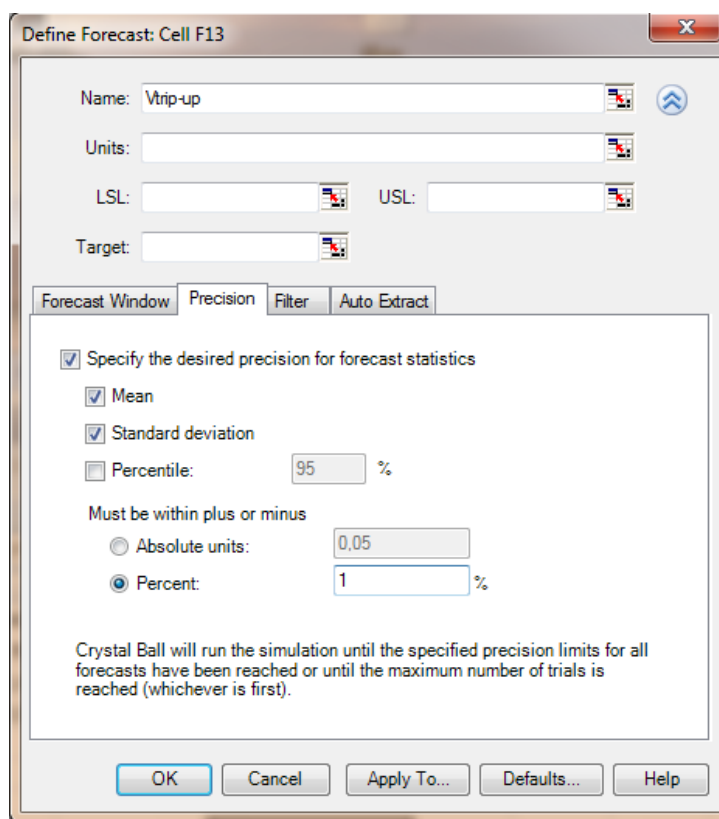
Slika 19. Postavke za analizu (Crystall Ball)

Sljedeća dva stupca sadrže formule koje računaju granice. Na primjer, polje D4 sadrži formulu  $=B4*(1-C4)$ , a E5 sadrži formulu  $=B4*(1+C4)$ .

Zadnji red tablice je iznimka, zato jer tolerancije odstupanja voltaže nisu postoci nominalne vrijednosti. Prema tome polje D9 sadrži formulu  $=B9-C9$ , a polje E9 sadrži formulu  $=B9+C9$ . S obzirom da se u Excelu izračunavaju granice tolerancija za svaku komponentu, lakše je isprobati kasnije različite vrijednosti i tolerancije komponenata, ako početni dizajn ne zadovoljava. U stupcu F se kopiraju srednje vrijednosti. Polja od F4 do F9 će sadržavati slučajne vrijednosti generirane u Crystal Ball-u. Ispod toga se unose formule za računanje volataža promjena stanja.

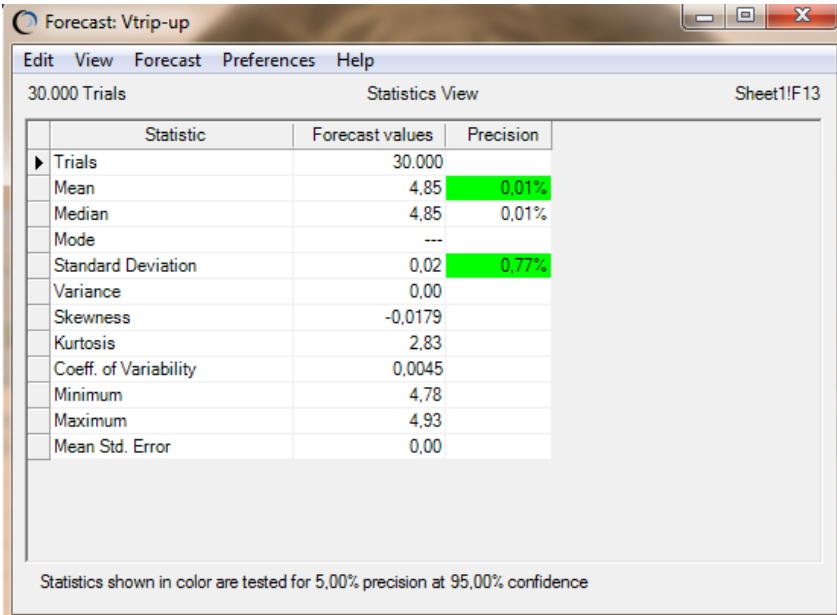
Sljedeći korak je definirati pretpostavke o varijablama. Pretpostavlja se za sve podatke u stupcu F da su raspodijeljeni po uniformnoj distribuciji.





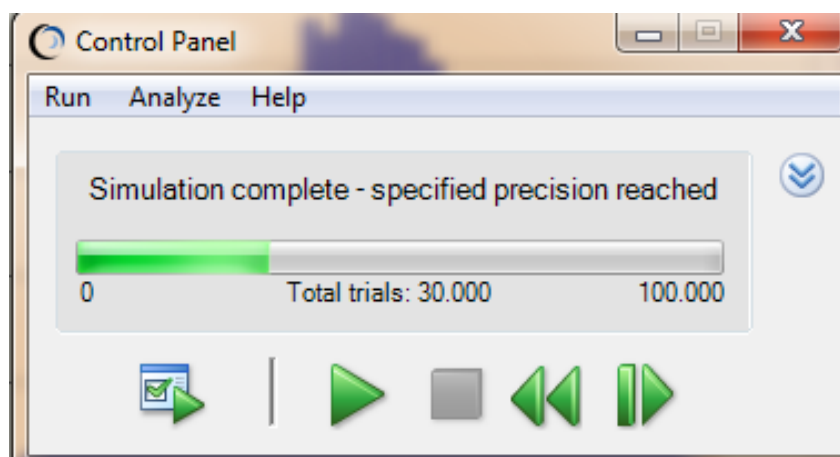
Slika 20. Definiranje parametara analize (Crystall Ball)

Zatim je potrebno definirati ograničenja analize. Izabiremo polje F13 u kojem se nalaze formule za dva glavna parametra i pomoću „Define Forecast“ [Slika 20] opcije. Određuje se do koje preciznosti će se proces odvijati. Kao referentne veličine izabiru se srednja vrijednost i odstupanje te točnost od 1%. Nakon polja F13 isti postupak se ponavlja i za polje F14. Kao posljednji kriterij ograničavanja količine podataka izabire se broj ponavljanja. Proces će završiti ako se zadovolje kriteriji točnosti ili dok program ne odradi 100000 ponavljanja. Koristeći ove podatke pokreće se Monte Carlo simulacija. Program izvršava 20000 računanja i staje jer su kriteriji zadovoljeni. Nakon simulacije otvaraju se „forecast“ dijagrami da se vidi kako se rasipaju podaci za promatrane veličine. Stavljaju se zadane granice od 4,75 V i 4,90 V. Nakon što su granice namještene vidi se postotak proizvoda koji ne zadovoljava zadane uvjete. Postotak dobrih dijelova u odnosu na  $V_{\text{Trip-Up}}$  iznosi 98,891 % što znači da otprilike 1,2 % proizvoda ne zadovoljava. Standardna devijacija iznosi za ovu veličinu 0,0077 V. Graf i standardna devijacija za za  $V_{\text{Trip-Down}}$  su slični.



Statistic	Forecast values	Precision
Trials	30.000	
Mean	4,85	0,01%
Median	4,85	0,01%
Mode	---	
Standard Deviation	0,02	0,77%
Variance	0,00	
Skewness	-0,0179	
Kurtosis	2,83	
Coeff. of Variability	0,0045	
Minimum	4,78	
Maximum	4,93	
Mean Std. Error	0,00	

Statistics shown in color are tested for 5,00% precision at 95,00% confidence

Slika 21. Tablica sa parametrima za varijablu  $V_{\text{trip-up}}$  nakon izvršene analize

Slika 22. Interaktivni prozor pokazuje napredak simulacije

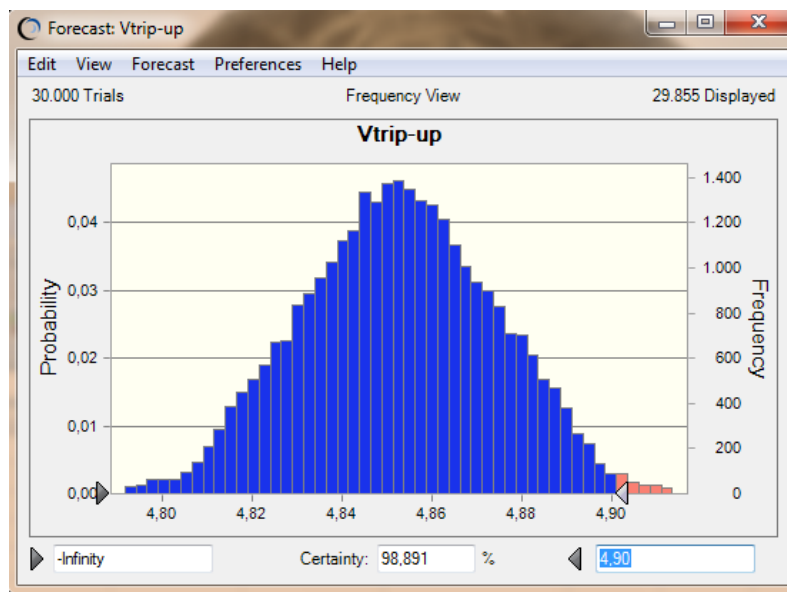
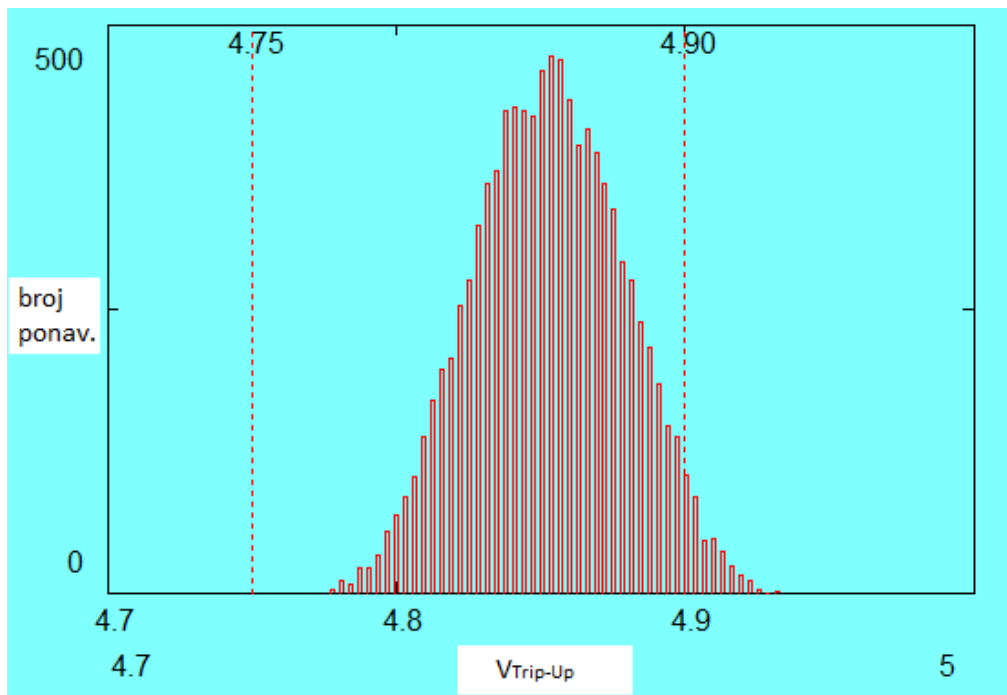
Slika 23. Graf funkcije raspodjele podataka za  $V_{\text{trip-up}}$ 

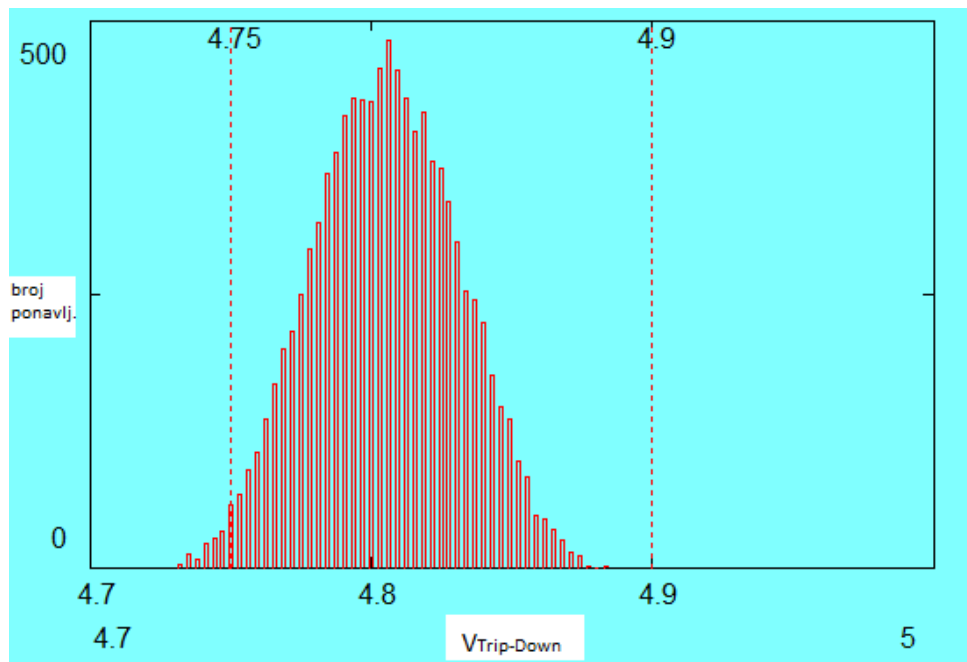
Tabela 5. Ulazni podaci definirani za simulaciju u MathCad-u

Ulazna vrijednost		Tip raspodjele $g(x_i)$
Naziv	Oznaka $x_i$	
Otpor na otporniku 1	$R_1$	Uniformna raspodjela (4940,1; 5039,9) $\Omega$
Otpor na otporniku 2	$R_2$	Uniformna raspodjela (5306,4; 5413,6) $\Omega$
Otpor na otporniku 3	$R_3$	Uniformna raspodjela (494010; 503990) $\Omega$
Otpor na otporniku 4	$R_4$	Uniformna raspodjela (9900; 10100) $\Omega$
Dioda	$VR_1$	Uniformna raspodjela (2,495; 2,505) V
Odstupanje	$V_{\text{Offset}}$	Uniformna raspodjela (- 0,015; 0,015) V



Slika 7. Dijagram funkcije rasipanja za  $V_{\text{trip-up}}$  generirana u Mathcad-u

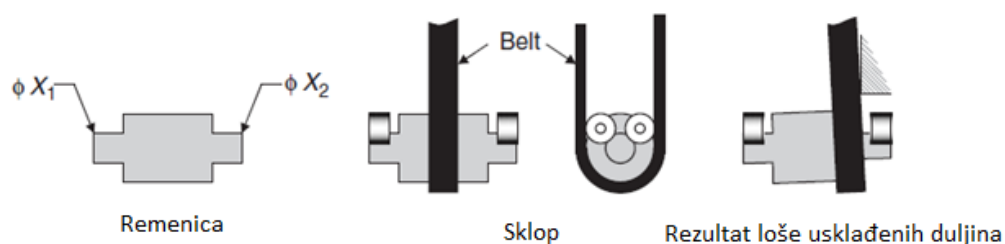
Oznaka M predstavlja broj ponavljanja, i označava pojedinačne korake, R1 – R4 su otpori na pojedinačnim otpornicima, VR1 je voltaža na ulazu, VOffset je odstupanje struje na komparatoru.



Slika 8. Dijagram funkcije rasipanja za  $V_{\text{trip-down}}$  generirana u Mathcad-u

### 5.3.2 Primjer - Remenica – varijable u ovisnosti

Potrebno je konstruirati sustav u kojem se prenosi snaga preko remena i remenice [Slika 25]. Ako remenica nije poravnata remen klizi prema rubu te dodiruje drugi dio stroja. Kritična karakteristika kod ovog sustava je razlika između promjera  $X_1$  i  $X_2$ . Svaki promjer ima individualnu toleranciju  $5,0 \pm 0,5$  mm. Dodjeljujemo dodatno toleranciju cilindričnosti koja ima ograničenje  $|X_2 - X_1| \leq 0,1$



Slika 24. Shema strojnog dijela

Tabela 6. Srednje vrijednosti i odstupanja ulaznih podataka

	promjer $X_1$	promjer $X_2$
Srednja vrijednost uzorka	5,01531	4,98576
St. Dev uzorka	0,05408	0,05509

Da bi se predvidjela standardna devijacija  $X_2 - X_1$  potrebno je proučiti uzorak mjerenja od 90 remenica proizvedenih kroz nekoliko tjedana. Tablica prikazuje srednje vrijednosti i standardna odstupanja ovog uzorka. S obzirom da je tolerancija obje karakteristike tj. Promjera  $5,0 \pm 0,5$  mm, sposobnost procesa je poprilično dobra. Ako ovaj uzorak predstavlja dugoročnu varijaciju  $P_{PK}$  je približno 3,0 za obje karakteristike.

Potrebno je analizirati  $Y = X_2 - X_1$  iz ovih podataka. Srednja vrijednost od  $Y$  kada se oduzmu srednje vrijednosti varijabli iz uzorka  $\bar{X}_2 - \bar{X}_1 = -0,02955$  mm. Ova formula za određivanje srednje vrijednosti od  $Y$  je valjana bez obzira dali  $X$ -ovi ovise jedan o drugome.

Ako su  $X_1$  i  $X_2$  neovisni, procijenjena standardna devijacija od  $Y$  je  $\sqrt{s_1^2 + s_2^2} = 0,07720$  mm. Prema toleranciji cilindričnosti,  $X_2 - X_1$  mora biti između  $-0,1$  mm i  $+0,1$  mm. Prema tome,  $P_{PK}$  iznosi  $0,304$  što je očito neprihvatljivo. Međutim, ova analiza je netočna.

$X$ -evi nisu nezavisni. Graf sa podacima iz 90 mjerenja pokazuje da su veličine  $X_1$  i  $X_2$  u velikoj mjeri ovisne. Zapravo, koeficijent korelacije uzorka iznosi  $0,9667$ . S obzirom da su više vrijednosti  $X_1$  povezane sa višim vrijednostima  $X_2$  trebali bi očekivati da  $X_2 - X_1$  imaju manju varijaciju podataka nego za slučaj kada su  $X_1$  i  $X_2$  neovisni. Koristeći RSS metodu dobivamo formulu (18).

$$\sigma_Y = \left| \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2} \right| \quad (16)$$

Korištenjem procjena standardne devijacije te koeficijentom korelacije podataka iz uzorka dobivamo standardnu devijaciju za  $Y$  koja iznosi

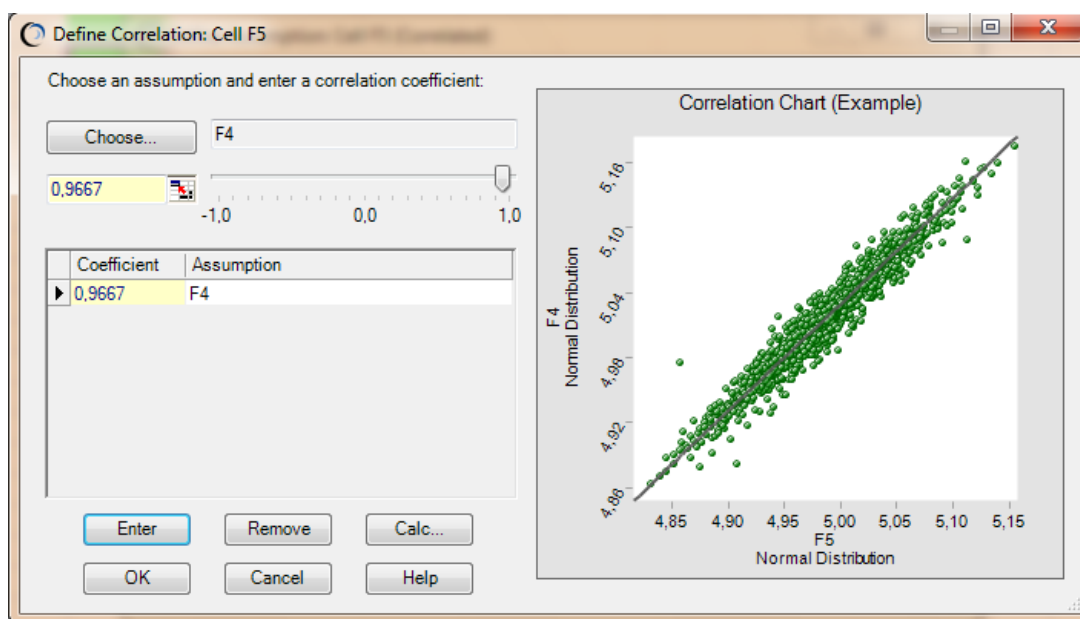
$$\sqrt{0,5408^2 + 0,05509^2 - 2 \cdot 0,9667 \cdot 0,5408 \cdot 0,05509} = 0,01412 \text{ mm} \quad (17)$$

Na temelju toga preliminarna izvrsnost iznosi (20):

$$P_{PK} = \frac{-0,02955 - 0,1}{3 \cdot 0,01412} = 1,66 \quad (18)$$

Što je poprilično dobro.

Najbolja opcija je međutim napraviti Monte Carlo analizu. Potrebno je postaviti analizu u excelu kao na slici. S obzirom da imamo podatke iz uzorka koji kako graf pokazuje imaju normalnu raspodjelu kao pretpostavke za obje varijable biramo normalnu raspodjelu.

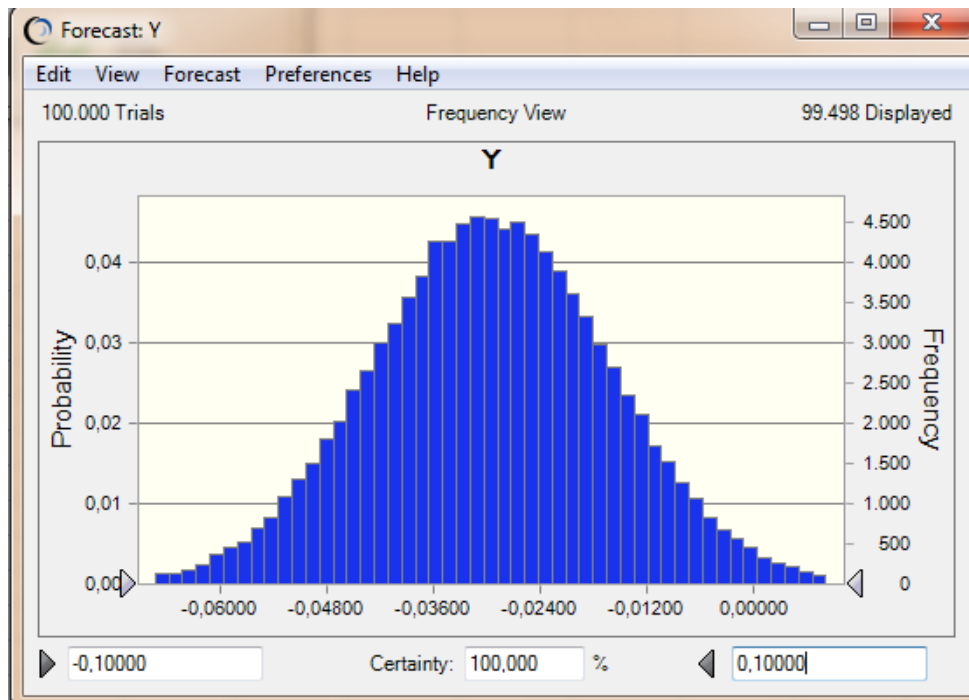


Slika 25. Određivanje koeficijenta korelacije (Crystal Ball)

Definiramo  $Y=X_2-X_1$  kao funkciju te pokrećemo simulaciju sa 10 000 ponavljanja. Slika pokazuje histogram [slika 27] veličine  $Y$  sa granicama -0,1 te + 0,1. Nakon simulacije program pokazuje da srednja vrijednost veličine  $Y$  iznosi -0,0294 te standardna devijacija iznosi 0,0135 mm tako da je  $P_{PK} = 1,74$  što je približno jednako onom iz metode RSS te čak i malo bolje.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Idler Roller MCA						
2							
3		Srednja vrijednost	St.Dev.	koef. Korelacije			
4	X1	5,01531	0,05408	0,96670		5,00000	
5	X2	4,98576	0,05509			5,00000	
6							
7							
8						0,00000	
9							
10							
11							

Slika 26. Postavke simulacije (Crystall Ball)



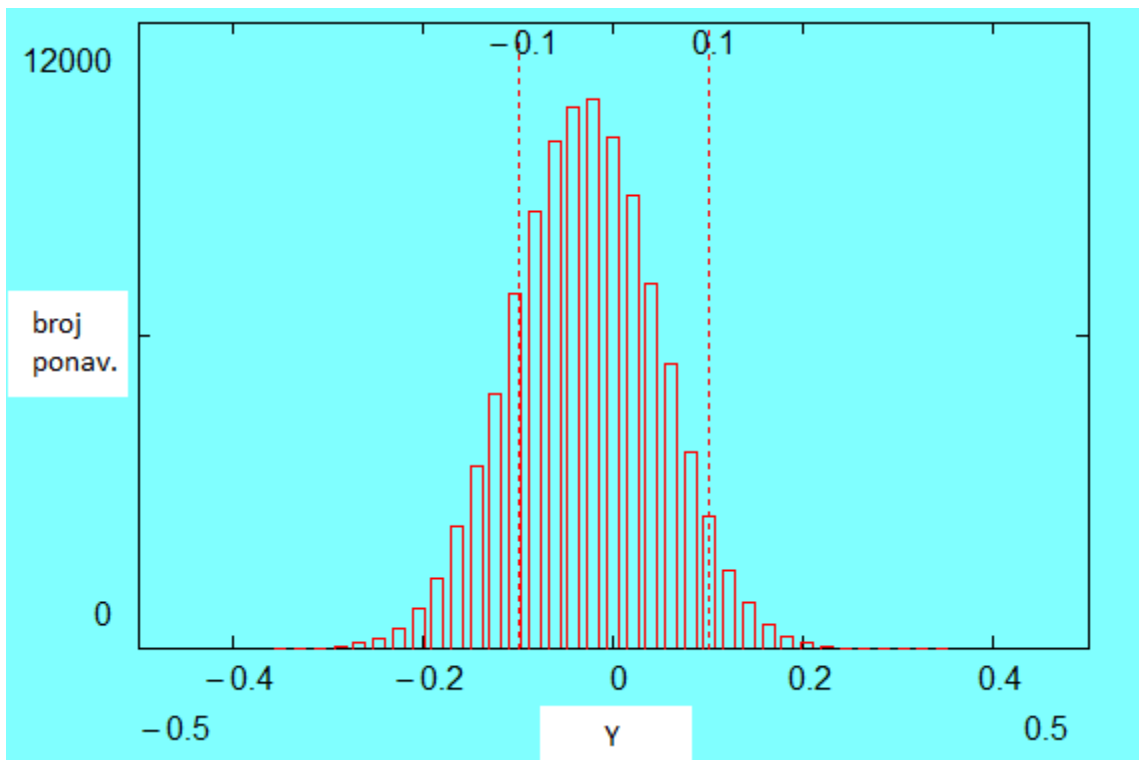
Slika 27. Graf raspodjele podataka za varijablu Y

Isti zadatak je riješen u Mathcad-u, međutim varijable su promatrane kao neovisne tj. nije uzet u obzir koeficijent korelacije. Iz dijagrama se vidi da rezultati nisu ni približno isti te da u ovom slučaju previše vrijednosti izlazi izvan dopuštenih granica.

Tabela 7. Ulazni podaci definirani za Mathcad

Ulazna vrijednost		Tip raspodjele $g(x_i)$
Naziv	Oznaka $x_i$	
Duljina lijevog dijela	$X_1$	Normalna raspodjela (5,01531; 0,05408)
Duljina desnog dijela	$X_2$	Normalna raspodjela (4,98576; 0,05509)

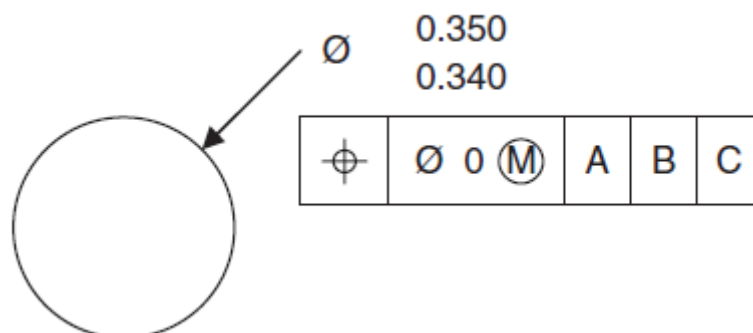




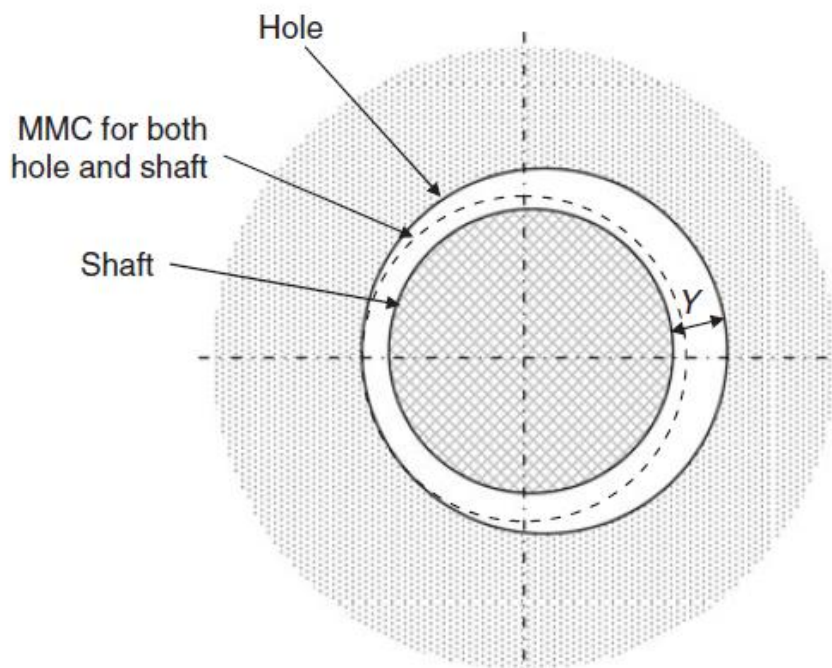
Slika 28. Dijagram raspodjele podataka za neovisne varijable

### 5.3.3 Primjer – Geometrijske tolerancije

Vratilo mora proći kroz provrt kako je to prikazano na slici [Slika 30].



Slika 29. Geometrijske tolerancije vratila



Slika 30. Presjek vratila i provrta

Promjer vratila može varirati između 0,340 mm i 0,350 mm, a tolerancija polja pozicije sredine vratila je razlika između 0,350 mm te stvarne vrijednosti vratila [Slika 29]. Slika pokazuje presjek vratila u provrtu. Iscrtkana linija predstavlja graničnu vrijednost za oba dijela. Površina vratila mora biti potpuno unutar toga kruga, a površina provrta mora biti u potpunosti izvan.

Potrebno je izračunati maksimalan razmak između provrta i vratila koji označavamo sa  $Y$ . Funkcijska jednadžba za  $Y$  koja povezuje promjere vratila i provrta te poziciju vratila dana je izrazom (19).

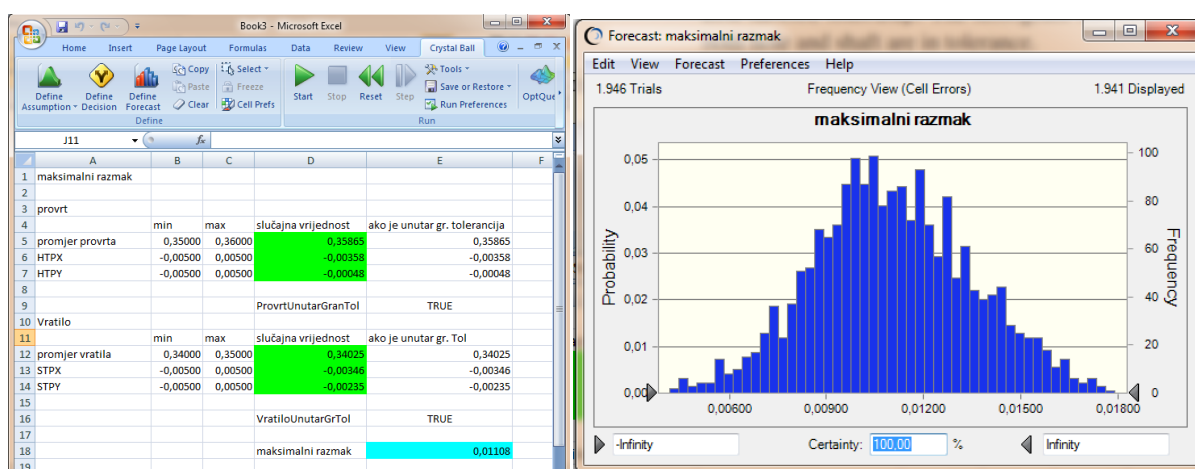
$$Y = \frac{\phi_{\text{provrt}} - \phi_{\text{vratilo}}}{2} + \sqrt{(HTPX - STPX)^2 + (HTPY - STPY)^2} \quad (19)$$

Za MC analizu potrebno je:

- Definirati maksimalne tolerancija za svaku pretpostavku što iznosi  $(0 \pm 0,005)$  mm za sve valjane pozicije vratila.

- Svaka od 6 pretpostavki je definirana sa uniformnom raspodjelom podataka.
- U Excel datoteci definirano je polje koje vraća vrijednost TRUE samo ako je provrt unutra geometrijskih tolerancija tj. ako je  $\sqrt{HTPX^2 + HTPY^2} \leq \frac{\phi_{provrt} - 0,350}{2}$ .
- Unesena je i formula za izračunavanje  $Y$ , temeljena na formulama u stupcu E.

Postavke za analizu u Excelu i rezultati analize prikazani su na slikama [Slika 31][Slika 32].



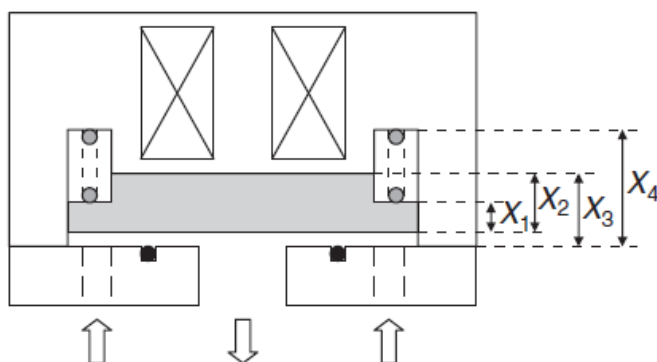
Slika 31. Postavke za analizu (Crystal Ball)

Slika 32. Dijagram raspodjele podataka

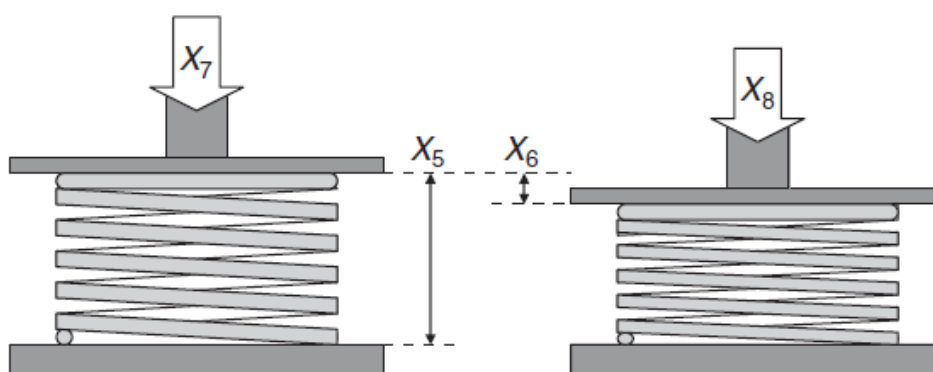
### 5.3.4 Primjer – ventil – pomicanje srednjih vrijednosti

Potrebno je konstruirati ventil pogonjen pomoću elektromagnetskog motora [Slika 29]. Ventil omogućava protok goriva u motor. Motor drži ventil otvorenim dok ga električna struja napaja. Kada struja stane opruga zatvara ventil. Na slici se vidi presjek glavnih dijelova ventila. Osjenčani dio je ploča koju u otvorenom položaju drži motor. Opruga je smještena oko vanjskog ruba ploče od kuda može gurnuti ploču prema dolje i prekinuti dovod goriva.

Sila u oprugama je veličina ključna za kvalitetu proizvoda [Slika 30]. Ako je sila prejaka, motor možda neće biti u stanju primaknuti ploču i time ostvariti dovod goriva. Ako je sila premala, pritisak goriva na ventil bi mogao pomaknuti ploču u neželjenom trenutku. Pomoću analitičkog proračuna dobivena je idealna veličina sile u iznosu od  $22 \pm 3$  N kada je ventil otvoren.



Slika 33. Shematski prikaz sklopa



Slika 34. Varijable na opruzi

Specifikacije opruge su prikazane na slici [slika 30]. Sila u opruzi mora iznositi  $X_7$  N kada je komprimirana na duljinu  $X_5$  mm. Sila u opruzi mora iznositi  $X_8$  N kada je komprimirana na duljinu  $X_5 - X_6$  mm. U tablici su prikazane karakteristike komponenti koje određuju veličinu sile u sustavu. Granice tolerancija izabrane su prema iskustvenim podacima. Sila u opruzi je određena jednadžbama:

$$Y = X_7 + R \cdot (X_5 - L) \quad (20)$$

$$R = \frac{X_8 - X_7}{X_6} \quad (21)$$

$$L = -X_1 + X_2 - X_3 + X_4 \quad (22)$$

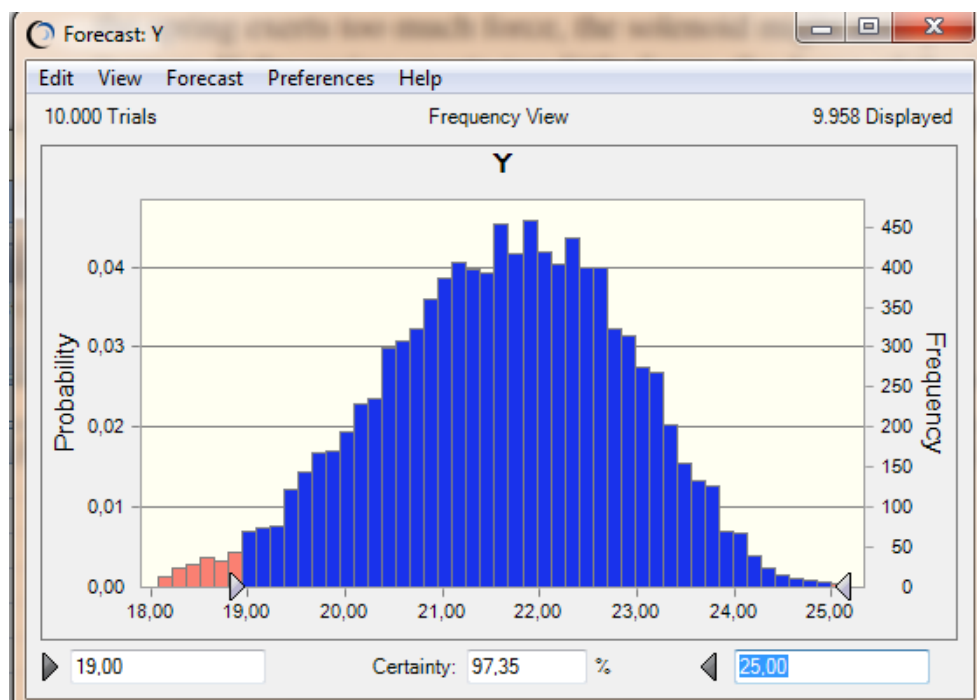
Tabela 8. Granice tolerancija ulaznih vrijednosti

Oznaka	Dio	Naziv	Donja granica tol	Gornja granica tol	Jedinice
$X_1$	Ploča	Debljina ruba	2,90	3,10	mm
$X_2$	Ploča	Debljina ploče	4,90	5,10	mm
$X_3$	Stator	Debljina ploče + duljina hoda ploče	6,00	6,20	mm
$X_4$	Stator	Duljina prostora za oprugu	10,25	10,75	mm
$X_5$	Opruga	Duljina opruge pri manjem opt	5,70	6,70	mm
$X_6$	Opruga	Duljina opruge pri punom opt	0,18	0,22	mm
$X_7$	Opruga	Početna sila u opruzi	22,1	22,5	N
$X_8$	Opruga	Sila u opruzi kod zatvaranja	22,8	23,2	N

$L$  označava duljinu opruge dok je motor pod naponom. Potrebno je provesti Monte Carlo simulaciju za ovaj sustav. Pretpostavlja se da sve varijable od  $X_1$  do  $X_8$  imaju uniformnu razdiobu između svojih granica tolerancija. Za simulaciju se koristi kontrola preciznosti takva da će proces stati kada se izvrte 10000 slučajeva ili kada sila u opruzi bude poznata sa preciznosti unutar 0,05 N sa 95% pouzdanosti. Slika pokazuje histogram sile u opruzi nakon prve simulacije. Program nam predviđa da će sa ovim postavkama tek 97,35% sklopova imati silu opruge unutar granica tolerancija. Srednja vrijednost sile iznosi 21,598 N, a standardna devijacija 1,233 N. Iz ovih statističkih podataka dobiven je  $P_{PK} = 0,70$ .

U ovom stadiju javlja se pitanje hoće li mijenjanje srednjih vrijednosti doprinijeti kvalitetnijem proizvodu. Korištenjem Crystal Ball-ovog OptiQuesta tražene su srednje

vrijednosti varijabli od  $X_1$  do  $X_8$  koje će približiti srednju vrijednost sile idealnoj od 22 N te smanjiti varijaciju podataka.



Slika 35. Graf raspodjele podataka izlazne varijable sa početnim srednjim vrijednostima

Za svaku srednju vrijednost, definirano je područje mogućih podataka koje treba istražiti. Na tablici su prikazane gornje i donje granice za svaku srednju vrijednost.

Tabela 9. Početne srednje vrijednosti sa granicama i ograničenjima

Oznaka	Poč. Srednja vrijednost	Donja granica	Gornja granica	Jedinice	Ograničenja
$X_1$	3,0	2,0	5,0	mm	
$X_2$	5,0	4,0	7,0	mm	$X_2 - X_1 \geq 0,2$
$X_3$	6,1	5,0	7,0	mm	
$X_4$	10,5	8,0	20,0	mm	$X_4 - X_3 \geq 0,2$
$X_5$	6,2	5,0	15,0	mm	
$X_6$	0,2	0,1	3,0	mm	

$X_7$	22,3	15,0	35,0	N	
$X_8$	23,0	15,0	35,0	N	$X_8 - X_7 \geq 0,5$

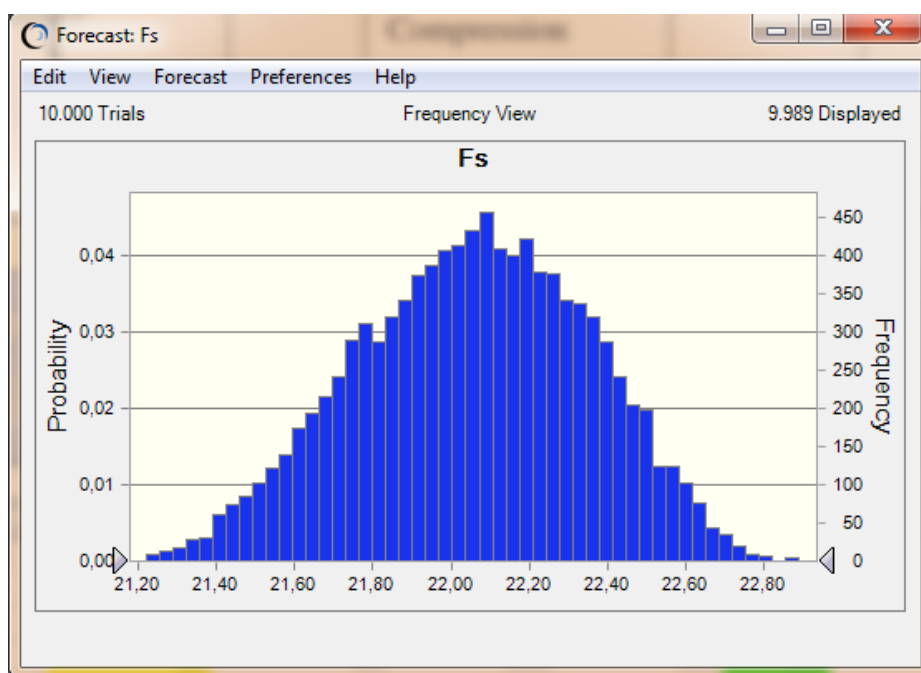
U tablicu [Tabela 9] su sada uključena i ograničenja koja komponente moraju zadovoljavati da bi dobili kvalitetan dizajn. Prvo ograničenje  $X_2 - X_1 \geq 0,2$  osigurava da opruga stane na rub ploče. Sljedeće ograničenje  $X_4 - X_3 \geq 0,2$  osigurava da stator ima obilježje koje omogućava zadržavanje opruge. Treće ograničenje  $X_8 - X_7 \geq 0,5$  se odnosi na razliku sila u opruzi koja je razumna i omogućava laku proizvodnju opruge.

Nakon optimizacije pri kojoj je napravljeno preko 500 simulacija zaključeno je da je nepotrebno mijenjati debljinu ploče, ali je smanjena debljina ruba na kojem leži opruga. Duljina  $X_3$  je smanjena dok je duljina  $X_4$  povećana što omogućuje više rastezanja opruge. Sama opruga sada ima veću početnu duljinu, sa većom kompresijom pri opterećenju. Ove promjene smanjuju efekte nepreciznosti koje su dio procesa proizvodnje i mjerenja. Sila u opruzi ostaje gotovo nepromijenjena. Sada je potrebno s novim podacima napraviti još jednu Monte Carlo analizu. Graf pokazuje rasipanje podataka za silu u opruzi sa novim srednjim vrijednostima. Srednja vrijednost za silu je u ovom slučaju 22,056 N sa standardnom devijacijom od 0,295 N. Na temelju ovih podataka dobiven je  $P_{PK} = 3,33$  za silu u opruzi što je ogroman napredak u odnosu na 0,7 s obzirom da niti jedno polje tolerancija nije suženo već su samo promijenjene srednje vrijednosti. Dijagram osjetljivosti procesa prikazan na slici pokazuje da  $X_6$  te  $X_8$  gotovo uopće ne pridonose varijaciji iznosa sile u opruzi. S obzirom da su obje karakteristike povezane sa oprugom moguće je dalje proširenjem polja tolerancije smanjiti cijenu sklopa upravo na tim karakteristikama.

Tabela 10. Promijenjene srednje vrijednosti ulaznih varijabli

Oznaka	Početna sr. Vrij.	Optimalna sr. Vrij.	jedinice
$X_1$	3,0	2,03	mm
$X_2$	5,0	4,93	mm
$X_3$	6,1	5,23	mm
$X_4$	10,5	14,38	mm

$X_5$	6,2	12,12	mm
$X_6$	0,2	1,85	mm
$X_7$	22,3	22,0	N
$X_8$	23,0	23,5	N



Slika 36. Dijagram raspodjele podataka izlazne varijable nakon mijenjanja srednjih vrijednosti



Primjer programskog koda u MathCad-u:

a) za početne srednje vrijednosti

$$M := 1000$$

$$i := 0..M - 1$$

$$X1 := \text{runif}(M, 2.9, 3.10)$$

$$X5 := \text{runif}(M, 5.7, 6.7)$$

$$X2 := \text{runif}(M, 4.9, 5.1)$$

$$X6 := \text{runif}(M, 0.18, 0.22)$$

$$X3 := \text{runif}(M, 6, 6.2)$$

$$X7 := \text{runif}(M, 22.1, 22.5)$$

$$X4 := \text{runif}(M, 10.25, 10.75)$$

$$X8 := \text{runif}(M, 22.8, 23.2)$$

$$\text{Sila}_i := X7_i + \left[ \frac{(X8_i - X7_i)}{X6_i} \right] \cdot (X5_i + X1_i - X2_i + X3_i - X4_i)$$

$$\text{mean}(\text{Sila}) = 21.607 \quad \text{stdev}(\text{Sila}) = 1.257$$

$$\text{max}(\text{Sila}) = 25.294 \quad \text{min}(\text{Sila}) = 16.381$$

$$\text{Broj\_koraka} := 35$$

$$k := 0.. \text{Broj\_koraka} - 1$$

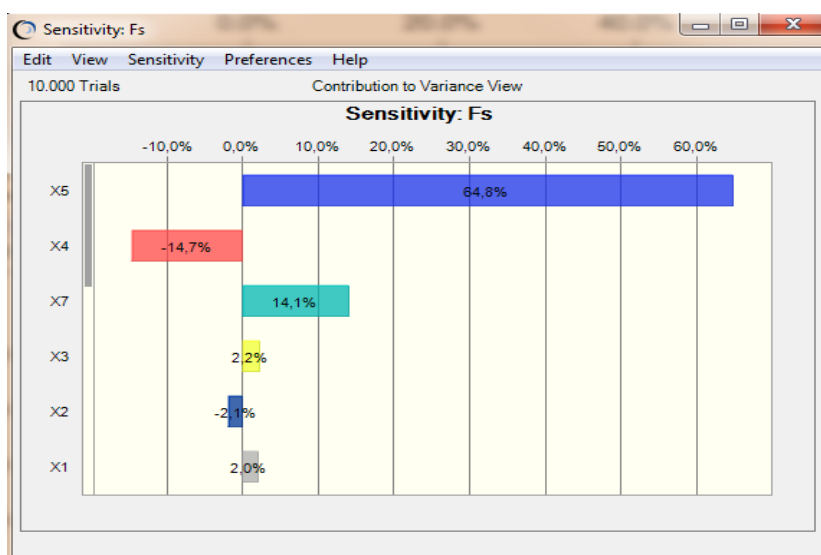
$$j := 0.. \text{Broj\_koraka}$$

$$\text{Sirina\_koraka} := \frac{(\text{max}(\text{Sila}) - \text{min}(\text{Sila}))}{\text{Broj\_koraka}}$$

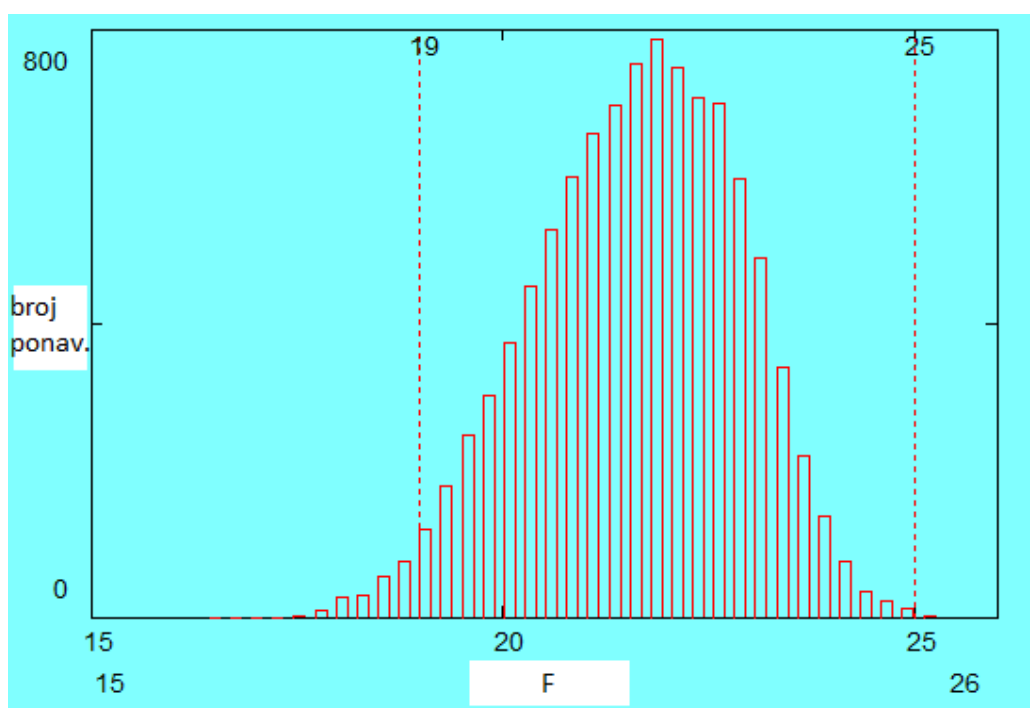
$$c_j := \text{min}(\text{Sila}) + j \cdot \text{Sirina\_koraka}$$

$$d_k := c_k + \frac{\text{Sirina\_koraka}}{2}$$

$$b := \text{hist}(c, \text{Sila})$$

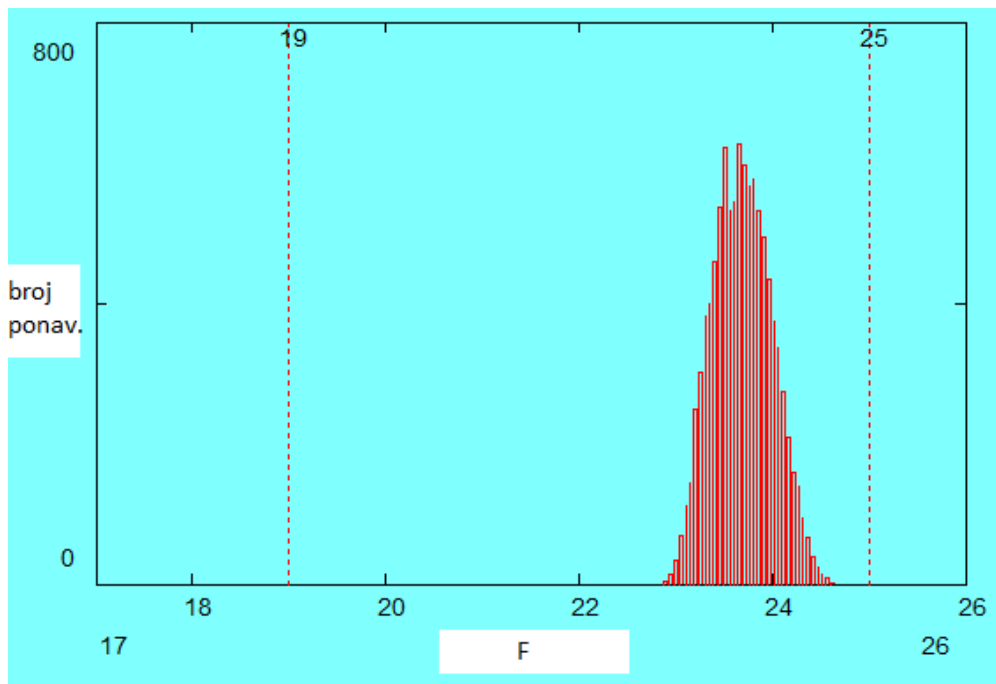


Slika 37. Dijagram osjetljivosti procesa



Slika 38. Dijagram raspodjele podataka izlazne varijable u MathCad-u

b) za prilagođene srednje vrijednost



Slika 39. Dijagram raspodjele podataka izlazne varijable u MathCad-u nakon mijenjanja srednjih vrijednosti

### 5.3.5 Primjer – Umjeravanje etalona

U ovom primjeru prikazuje se korištenje Monte Carlo metode za analizu tolerancija pri umjeravanju etalona dužine 100 mm. Polje tolerancije mjernog etalona ima srednju vrijednost 100 mm te odstupanje od  $\pm 0,3 \mu\text{m}$ . Duljina mjernog etalona sa srednjom vrijednosti od 100 mm se određuje uspoređivanjem sa etalonima poznatih dimenzija sa istom srednjom vrijednosti. Matematički model je dan jednadžbom (24).

$$L_e = L_{\text{ref}} + \delta L_D + \delta L + \delta L_C - L_{\text{ref}} (\theta_e \delta \alpha + \alpha_{\text{ref}} \delta \theta) - \delta L_V \quad (23)$$

Pri čemu je:

pri čemu je:

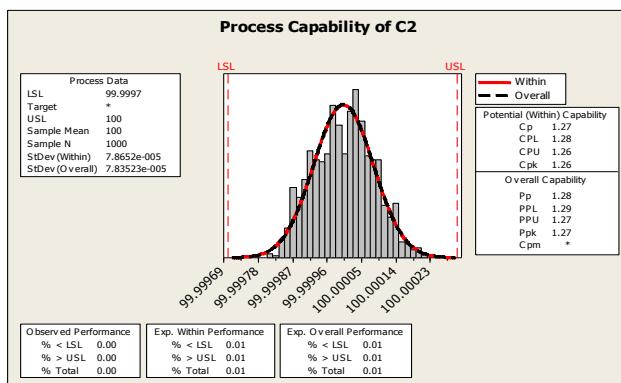
$$\begin{aligned} \delta \theta &= \theta_e - \theta_{\text{ref}} \\ \delta \alpha &= \alpha_e - \alpha_{\text{ref}} \end{aligned} \quad (24)$$

Tabela 11. Ulazne varijable za matematički model (24) za etalon srednje vrijednosti dužine  $L = 100$  mm

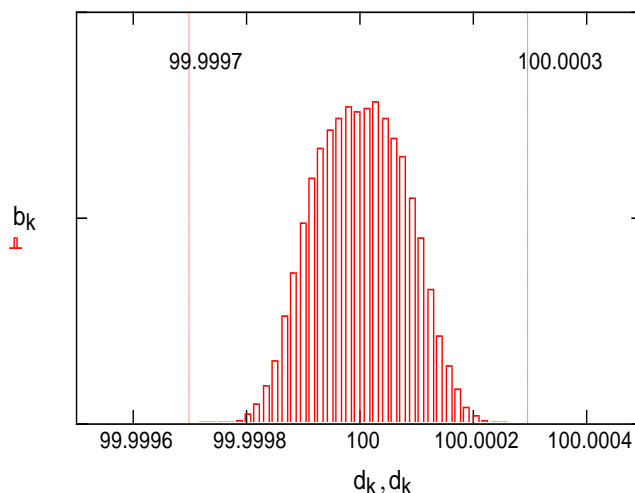
Ulazna veličina $x_i$		Funkcija gustoće vjerojatnosti $g(x_i)$
Duljina referentnog etalona	$L_{ref}$	Normalna razdioba (M; 100 mm; 25 nm)
Utjecaj vremenskog starenja materijala	$\delta L_D$	Normalna razdioba (M; 0 mm; 18,2 nm)
Izmjerena razlika duljine umjeravanog i referentnog etalona	$\delta L$	Normalna razdioba (M; 0 mm; 2,5 nm)
Utjecaj nelinearnosti komparatora	$\delta L_c$	Pravokutna razdioba (M; -32nm; 32 nm)
Odstupanje temperature etalona od 20 °C	$\theta_e$	Pravokutna razdioba (M; -0,5 °C; 0,3 °C)
Koeficijent temperaturnog rastezanja umjeravanog etalona	$\alpha_e$	Pravokutna razdioba (M; $10,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ; $12,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ )
Koeficijent temperaturnog rastezanja referentnog etalona	$\alpha_{ref}$	Pravokutna razdioba (M; $10,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ; $12,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ )
Razlika temperatura referentnog i umjeravanog etalona	$\delta \theta$	Pravokutna razdioba (M; -0,1 °C; 0,1 °C)
Utjecaj središnje točke etalona	$\delta L_v$	Pravokutna razdioba (M; -6,7nm; 6,7 nm)

Funkcija gustoće vjerojatnosti je izračunata na temelju izraza (24) te je prikazana na slici [Slika 36]. Po funkciji se vidi da su podaci izlazne varijable raspodijeljeni po normalnoj raspodjeli. Procijenjeno standardno odstupanje izlazne vrijednosti  $L_e$  za mjerni etalon duljine 100 mm iznosi 79 nm. Da bi odredili kvalitetu mjernog sustava potrebno je identificirati i kvantificirati izvore varijabilnosti te odrediti sposobnost mjernog sustava. Mjerni sustav mora biti analiziran na temelju identifikacije komponenti za računanje varijacija mjernog procesa te procjene prihvatljivosti za kontrolu procesa proizvodnje. U slučaju kada su varijacije mjernog sustava značajne u odnosu na varijacije dijela koji je izmjeran u procesu proizvodnje sustav možda neće dati valjane informacije o kontroli procesa. Zahtjevi za određivanje kvalitete mjernih sustava proizlaze iz jednostavne činjenice da mjerenja nisu savršena. Varijacije u mjernom sustavu su rezultat nasumičnih i sistemskih utjecaja. Analiza sposobnosti procesa je izvršena pomoću Minitab software-a. Indeks sposobnosti procesa  $C_{PK}$

iznosi 1,26. Iz ovoga se može zaključiti da je mjerni sustav sposoban osigurati pouzdane rezultate unutar granica tolerancija [slika 36].

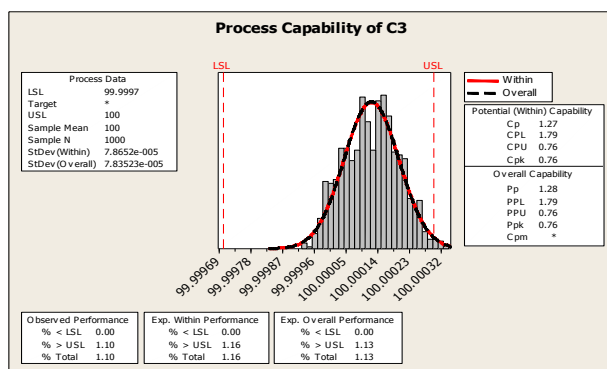


Slika 40. Sposobnost procesa



Slika 41. Funkcija gustoće vjerojatnosti  $g(L_e)$  za etalon nazivne duljine  $L = 100$  mm (usporedbena metoda)

Kada bi se sposobnost procesa promatrala u odnosu na Six Sigma metodologiju sa pomakom od 1,5 sigma očekivani postotak loših rezultata iznositi će 1,13% [slika 38]. Da bi se smanjila varijacija mjernog procesa, tj. drugim riječima da bi se smanjila nesigurnost mjerenja potrebno je analizirati varijable koje utječu na mjerni proces. Monte Carlo simulacija je potvrdila da temperatura ima najveći utjecaj na varijabilnost mjernog sustava. Monte Carlo simulacija je pokazala da temperatura uzrokuje 88% varijacije.



Slika 42. Sposobnost procesa kroz duži period

Pridonos varijabilnosti zbog utjecaja temperature je izračunat pomoću formule (26):

$$\theta_e (\alpha_{ref} - \alpha_e) + \alpha_{ref} \cdot \delta\theta \quad (25)$$

Vrijednosti su opisane u tablici [tabela 12]. Mjerenjem u kontroliranim uvjetima i pri 20°C utjecaj temperature se može značajno smanjiti.

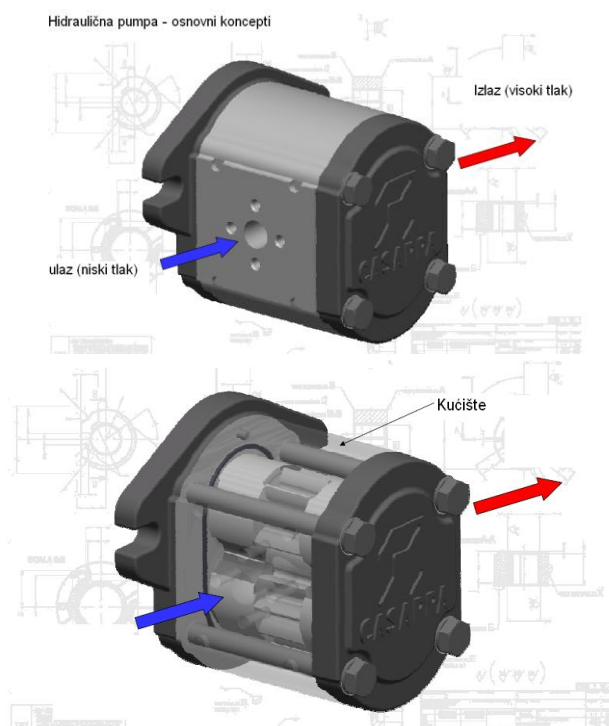
### 5.3.6 Six Sigma na višoj razini

Sljedeći je primjer optimizacije parametara pumpe koji je nastao kao suradnja talijanskih tvrtki SixSigmaIn Team koja se bavi kontrolom kvalitete te Casappa S.p.A koja proizvodi pumpe te ostale sustave vezane uz fluide. Dvoje zaposlenika navedenih tvrtki Maria Pia D'Ambrossio i Marco Manara su pokrenuli projekt restrukturiranja već poznatog proizvoda, hidraulične pumpe Polaris PLP30. Promjena u lancu nabave te također promjena tehnologije izrade zahtijeva redizajniranje geometrijskih karakteristika unutarnjih pokretnih dijelova te nekih dimenzija kućišta pumpe.

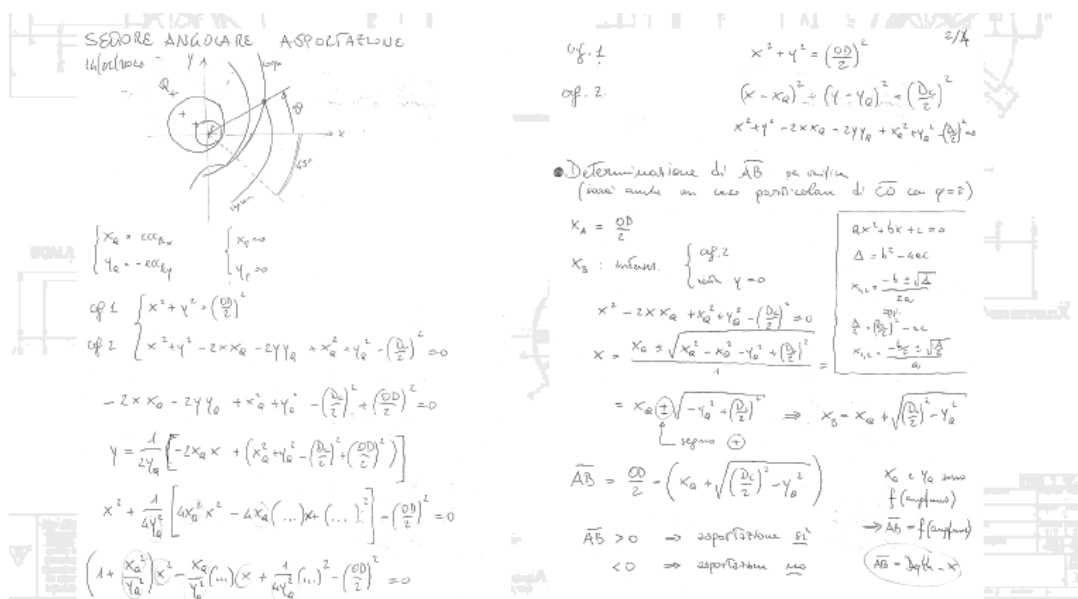
Matematički model obuhvaća 19 varijabli od kojih neke zbog ekonomskih razloga ili ograničenja procesa nije moguće mijenjati. Bez obzira na to, mora ih se uzeti u obzir pri simulaciji. S obzirom da se u kućištu nalaze dva pokretna dijela koja tjeraju fluid, svaki od parametara pokretnih dijelova se mora uzeti u obzir dva puta. Prema tome sveukupno postoji 29 parametara. Matematički model je poprilično složen kao što se vidi na slici.

Tabela 12. Ulazne veličine i funkcije gustoće vjerojatnosti u postupku simulacije veličine  $L_{ref} (\theta_e \cdot (\alpha_{ref} - \alpha_e) + \alpha_{ref} \cdot \delta\theta)$

Ulazna veličina $x_i$		Funkcija gustoće vjerojatnosti $g(x_i)$
Odstupanje temperature etalona od 20 °C	$\theta_e$	Pravokutna razdioba (M; -0,5 °C; 0,3 °C)
Koeficijent temperaturnog rastezanja referentnog etalona	$\alpha_{ref}$	Pravokutna razdioba (M; 10,5 K <sup>-1</sup> ; 12,5 K <sup>-1</sup> )
Koeficijent temperaturnog rastezanja umjeravanog etalona	$\alpha_e$	Pravokutna razdioba (M; 10,5 K <sup>-1</sup> ; 12,5 K <sup>-1</sup> )
Razlika temperatura referentnog i umjeravanog etalona	$\delta\theta$	Pravokutna razdioba (M; -0,1 °C; 0,1 °C)

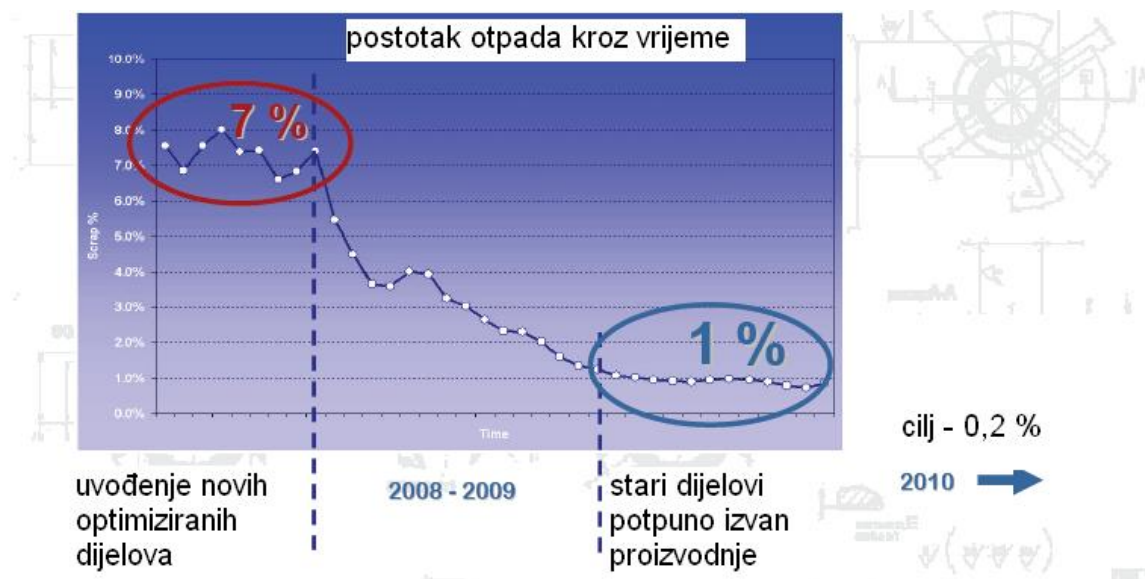


Slika 43. Polaris PLP 30



Slika 44. Matematički model optimizacije pumpe

Kao rezultat optimizacije ovog proizvoda, od kada su uvedeni novi, optimizirani proizvodi, pa sve do danas, postotak lošeg proizvoda je smanjen sa 7% na 1%. Ovi rezultati pokazuju važnost korištenja simulacija u kontroli kvalitete. Međutim, tu nije kraj. Teži se stvaranju procesa koji će na kraju dati rezultate sa samo 0,2% lošeg proizvoda.



Slika 45. Dijagram postotka otpada u odnosu na vrijeme



## 6. ZAKLJUČAK

Prezentirani primjeri pokazuju prednosti Monte Carlo simulacije pri složenim modelima statističkih tolerancija u odnosu na druge jednostavnije metode kao što su Worst Case analysis i Root Sum of Squares. Monte Carlo analiza daje odgovore vezane uz srednju vrijednost i standardna odstupanja izlazne varijable matematičkog modela; govori nam po kojoj je raspodjeli podataka izlazne varijable, koje od ulaznih varijabli imaju najviše utjecaja na varijabilnost izlaznih podataka i što je potrebno mijenjati da bi se smanjila ta varijabilnost. Grafički prikaz funkcije gustoće nam omogućava da lakše percipiramo rezultate simulacije. U masovnoj proizvodnji, ova metoda bi mogla uvelike olakšati proizvodnju te doprinijeti štednji financijskih sredstava.

Iako su metoda najgorih slučajeva i korijen sume kvadrata poprilično jednostavne metode za korištenje, pogodne su samo kod jednostavnijih slučajeva dok Monte Carlo analiza omogućava rješavanje složenijih problema sa većim brojem ulaznih varijabli te složenijim matematičkim modelima kao što se uspostavilo u radu. MC analiza također ima prednost zbog dobre preglednosti rezultata. Uz srednju vrijednost i standardno odstupanje otkriva nam i postotak proizvoda unutar zadanih granica, raspodjelu izlaznih podataka te što je jako bitno, koje od ulaznih varijabli imaju najveći utjecaj na varijabilnost izlaznih podataka te što se da učiniti sa tim varijablama da bi se ta varijabilnost smanjila. Otkriveno je također da ne moraju sve ulazne varijable zadovoljavati početne uvjete da bi krajnji proizvod bio kvalitetan po Six Sigma standardu.

Analiza tolerancija primjenom Monte Carlo metode provedena je u primjeru određivanja tolerancija napona, u postupku određivanja geometrijskih tolerancija te na primjeru procjene kvalitete mjernog sustava. Na kraju je prikazan slučaj optimizacije pumpe i profit tvrtke Casappa kroz nekoliko godina korištenjem MC metode.

**LITERATURA**

- [1] Cox, Neil D. : How to perform statistical tolerance analysis, Milwaukee, Wis.: American Society for Quality Control, Statistics Division, 1986.
- [2] Perry, Randy C.; Bacon, David W. : Statistical Tolerancing in Design for Six Sigma, Prentice Hall, 2007.
- [3] Runje B. : Study of measurement uncertainty in the gauge blocks calibration procedures, doktorska disertacija, FSB, Zagreb 2002.
- [4] Runje B., Mažar M., Baršić G. : Statistical Tolerancing using Monte Carlo simulation, CIM Biograd, 2011.
- [5] Sleeper A. : Design for Six Sigma Statistics, McGraw Hill, 2006.