

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Lucija Valinčić

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić,
dipl. ing.

Studentica:
Lucija Valinčić

Zagreb, 2024.

IZJAVA

Ovom izjavom potvrđujem da sam završni rad „Utjecaj intraabdominalnog tlaka na opterećenje kralježnice“ izradila potpuno samostalno uz nadzor prof. dr. sc. Tanje Jurčević Lulić te koristeći se isključivo stečenim znanjem tijekom dosadašnjeg obrazovanja i navedenom literaturom.

Lucija Valinčić

ZAHVALA

Zahvaljujem svim profesorima Fakulteta strojarstva i brodogradnje na višegodišnjem mentoriranju i stečenom znanju, a posebno se zahvaljujem prof. dr. sc. Tanji Jurčević Lulić na pomoći, savjetima i mentorstvu na kraju moga prvostupanjskog obrazovanja.

Također se želim zahvaliti svojoj obitelji što su mi omogućili sve što imam i što jesam te što bezuvjetno vjeruju u mene i podržavaju me. Uz njih tu su i moji prijatelji i kolege bez kojih bi ovaj period života bio puno teži.

Lucija Valinčić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomске ispите
Povjerenstvo za završne i diplomске ispите studija strojarstva za smjerove:
Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum: 0 -09- 2024	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 24 - 06 / 1	
Ur.broj: 15 - 24 - 316	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: Lucija Valinčić

JMBAG: 0035225258

Naslov rada na hrvatskom jeziku: Utjecaj intraabdominalnog tlaka na opterećenje kralježnice

Naslov rada na engleskom jeziku: Effect of intraabdominal pressure on the human spine load

Opis zadatka:

Intraabdominalni tlak (IAT) je tlak u trbušnoj šupljini koji se povećava pri različitim aktivnostima čovjeka, a posebno kod podizanja tereta te savijanja trupa. Istraživanja o povezanosti intraabdominalnog tlaka i opterećenja lumbalne kralježnice pokazuju različite rezultate, često i proturječne.

Cilj rada je objasniti utjecaj intraabdominalnog tlaka na kralježnicu kod savijanja trupa.

U radu je potrebno:

- definirati pojednostavljene analitičke modele sustava kralježnica – trbušna šupljina kao osno simetrične ljuske s različitim oblikom trbušne šupljine
- za predložene modele, odrediti intraabdominalni tlak, sile koje djeluju na trbušnu stijenku i kralježnicu
- raspraviti prednosti i nedostatke predloženih modela.

Potrebne parametre modela dogovoriti s mentorom.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2023.

Datum predaje rada:

1. rok: 22. i 23. 2. 2024.
2. rok (izvanredni): 11. 7. 2024.
3. rok: 19. i 20. 9. 2024.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 26. 2. – 1. 3. 2024.
2. rok (izvanredni): 15. 7. 2024.
3. rok: 23. 9. – 27. 9. 2024.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

SADRŽAJ

POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA.....	IV
SAŽETAK.....	V
SUMMARY	VI
1. UVOD	1
2. INTRAADOMINALNI TLAK	3
3. METODE.....	5
3.1. In vivo metoda.....	5
3.2. Metoda konačnih elemenata	6
3.3. Analitička metoda	6
4. BIOMEHANIČKI MODEL SUSTAVA KRALJEŽNICA – TRBUŠNA ŠUPLJINA	7
4.1. Pretpostavke i analiza modela	7
4.2. Deformacije	11
4.3. Prikaz rezultata.....	13
5. ZAKLJUČAK.....	20
LITERATURA.....	21

POPIS SLIKA

Slika 1. Simbolični prikaz intraabdominalnog tlaka [2]	2
Slika 2. Prikaz trbušnih mišića [5]	3
Slika 3. Poprečni trbušni mišić [7]	4
Slika 4. Prikaz mjerenja IAP-a [8]	5
Slika 5. Diferencijalni dio membrane [8]	7
Slika 6. Trbušna šupljina presječena dvjema paralelnim površinama A_1 i A_2	8
Slika 7. Biomehanički model kralježnica-trbušna šupljina [8]	10
Slika 8. Uspravna i deformirana kralježnica s dijafragmom [10]	11
Slika 9. Intraabdominalna šupljina prije i poslije utjecaja sile [10]	12
Slika 10. Utjecaj intraabdominalnog tlaka na silu na kralježnicu F_{kr} modela 1	14
Slika 11. Utjecaj intraabdominalnog tlaka na membransku silu u uzdužnom smjeru N_L modela 1	14
Slika 12. Utjecaj intraabdominalnog tlaka na membransku silu u poprečnom smjeru N_T modela 1	15
Slika 13. Utjecaj intraabdominalnog tlaka na silu na kralježnicu F_{kr} modela 2	16
Slika 14. Promjena sile N_L s obzirom na različite polumjere zakrivljenosti modela 2 za različite intraabdominalne tlakove	16
Slika 15. Promjena sile N_T s obzirom na različite polumjere zakrivljenosti modela 2 za različite intraabdominalne tlakove	17
Slika 16. Utjecaj intraabdominalnog tlaka na silu na kralježnicu F_{kr} modela 3	18
Slika 17. Promjena sile N_L s obzirom na različite polumjere zakrivljenosti modela 3 za različite intraabdominalne tlakove	18
Slika 18. Promjena sile N_T s obzirom na različite polumjere zakrivljenosti modela 3 za različite intraabdominalne tlakove	19

POPIS TABLICA

Tablica 1. Izračunate vrijednosti za model 1.....	14
Tablica 2. Izračunate vrijednosti za model 2.....	15
Tablica 3. Izračunate vrijednosti za model 3.....	17

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A_1 i A_2	m^2	Površine presjeka biomehaničkog modela trbušne šupljine
A_K	m^2	Površina poprečnog presjeka kralježnice
c_1, c_2	m	Krivulje koje opisuju površine presjeka biomehaničkog modela trbušne šupljine
E_K	N/m^2	Youngov modul elastičnosti kralježnice
E_L	N/m^2	Youngov modul elastičnosti mišićnog sloja u smjeru vlakana mišića
E_T	N/m^2	Youngov modul elastičnosti mišićnog sloja u okomitom smjeru
e_1 i e_2		Jedinični normalni vektori
F_{IAP}	N	Sila uzrokovana intraabdominalnim tlakom na prsni koš
F_{kr}	N	Sila na kralježnicu zbog djelovanja intraabdominalnog tlaka
l	m	Duljina kralježnice
N_L	N/m	Membranska sila u uzdužnom smjeru (meridijalna sila)
N_T	N/m	Membranska sila u poprečnom smjeru (cirkularna sila)
N_1 i N_2	N/m	Normalne komponente sile na osnosimetričnu ljusku
p	Pa	Unutarnji tlak u trbušnoj šupljini
R	m	Polumjer rebara tj. prsnog koša
r_1 i r_2	m	Glavni polumjeri zakrivljenosti membrane osnosimetrične ljuske
V_0	m^3	Početni volumen trbušne šupljine
x	m	Koordinata glavne osi između dijafragme i zdjelice, počinje od dijafragme
α, β	°	Kutevi nagiba u osnosimetričnoj ljusci
β_f	Pa	Modul viskoziteta intraabdominalnog fluida
δ_D	m	Deformacija središta dijafragme
ΔP	Pa	Promjena intraabdominalnog tlaka
ΔV	m^3	Promjena volumena trbušne šupljine
δ_R i δ_U	m	Radijalni i uzdužni pomaci mišićnog sloja
ν_{Lt}		Poissonov faktor mišićnog sloja u smjeru mišićnog vlakna
ν_{tL}		Poissonov faktor mišićnog sloja u okomitom smjeru
ρ	m	Glavni polumjer zakrivljenosti u poprečnom smjeru
σ_L	N/m^2	Naprezanje uzduž mišićnog sloja u aksijalnom smjeru
σ_T	N/m^2	Naprezanje (cilindar)

SAŽETAK

Kroz godine istraživanja, utjecaj intraabdominalnog tlaka na opterećenje kralježnice pokazuje kontradiktorne rezultate. Kada govorimo i o samom intraabdominalnom tlaku, postoje različita istraživanja koja na različite načine objašnjavaju njegov porast, posebno pri leđnoj ekstenziji i podizanju tereta. Naravno da uz razvoj znanosti i napredak u istraživanjima možemo sve točnije promatrati i objasniti kako intraabdominalni tlak uopće nastaje, koji dijelovi tijela sudjeluju u njegovom nastajanju, koje dijelove ljudskog tijela opterećuje tj. na koje utječe, kako utječe i slično. U ovom radu definiran je pojednostavljeni biomehanički model sustava kralježnica - trbušna šupljina. Trbušna šupljina definirana je kao osnosimetrična ljuska, odnosno stijenka je aproksimirana membranom, a kralježnica kao greda koja je aksijalno opterećena. Iz tih aproksimacija analitičkom metodom mogu se izraziti jednadžbe koje opisuju model i na taj se način mogu prikazati promjene intraabdominalnog tlaka, te njegov utjecaj na opterećenja i naprezanja na model, odnosno na sustav kralježnica – trbušna šupljina. Utjecaj intraabdominalnog tlaka pokazan je za različite kutove nagiba trupa, odnosno za različite kutove leđne ekstenzije i fleksije.

Ključne riječi: intraabdominalni tlak, biomehanički model, leđna ekstenzija i fleksija, sustav kralježnica – trbušna šupljina, osnosimetrična ljuska

SUMMARY

Through years of research, the influence of intra-abdominal pressure on the load of the spine leads to contradictory results. When we talk about intra-abdominal pressure, there are different studies that explain its increase in different ways, especially during back extension and weight lifting. Of course, with the development of science and progress in research, we can observe it more accurately and explain how intra-abdominal pressure is created in the first place, which parts of the body participate in its creation, which parts of the human body it burdens, which parts it affects, how it affects them, etc. In this paper, a simplified biomechanical model of the spine-abdominal cavity system is defined. The abdominal cavity is defined as rotationally symmetric shell, that is, the wall is approximated by a membrane, and the spine as a beam that is axially loaded. From these approximations, the analytical method can be used to express the equations that describe the model, and in this way, it will be possible to show the changes in intra-abdominal pressure, as well as its influence on the loads and stresses on the model, that is the spine-abdominal cavity system. The influence of intra-abdominal pressure was shown for different angles, from the most extended to the most flexed position of the body trunk, or in other words, for different angles of back extension and flexion.

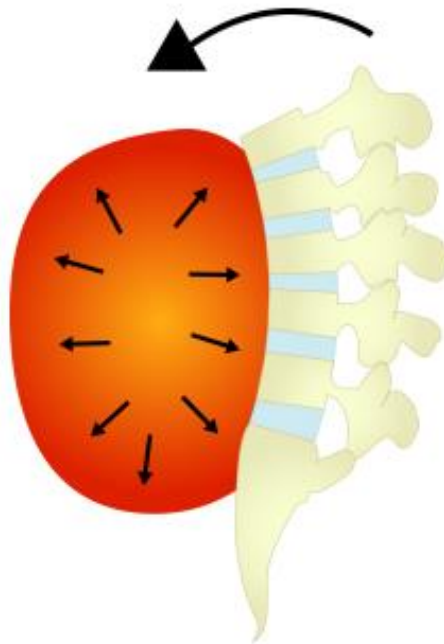
Key words: intra-abdominal pressure, biomechanical model, back extension and flexion, vertebral - abdominal cavity system, rotationally symmetric shell

1. UVOD

Mnogobrojna istraživanja i sve bolja povezanost medicine i strojarstva kao dvije znanosti koje naizgled nemaju puno zajedničkih točaka, rezultiraju boljim shvaćanjem različitih tjelesnih procesa, mehanike pokreta i općenito shvaćanja svih funkcija ljudskog tijela. Time možemo bolje i jasnije objasniti funkciju pojedinih mišića i mišićnih skupina, kako njihova kontrakcija i relaksacija utječu na određeni pokret i obrnuto. Bolje razumijevanje i znanstveno objašnjenje ne podrazumijeva samo poznavanje mišića, već svakog dijela anatomije ljudskog tijela. Također, možemo objasniti utjecaje različitih opterećenja i naprezanja te kako pokreti utječu na već postojeće tlakove unutar tijela ili stvaraju dodatne, nove. S obzirom na rečeno i na značajni pomak znanosti promatran kroz stoljeća, svjedočimo iznimnom poboljšanju operativnih zahvata, medicinskih instrumenata, razvoju implantata, pomagala te poboljšanju medicinske opreme općenito kao i shvaćanju raznih procesa zbog čega je razvoj medicine kao i strojarstva, biomehanike i svih povezanih znanosti značajno napredovao. Spojem ne samo dviju spomenutih znanosti, već njih puno više, nastale su interdisciplinarnе znanosti koje svojim kontinuiranim napretkom čine veliku razliku u znanstvenim istraživanjima i također pomažu boljitku čovjekova tijela i života.

Tema ovog rada je utjecaj intraabdominalnog tlaka na opterećenje kralježnice. Cilj rada je objasniti utjecaj intraabdominalnog tlaka pri savijanju trupa što još nazivamo leđnom ekstenzijom i fleksijom. Opterećenje kralježnice, posebno lumbalnog, odnosno, donjeg dijela leđa postao je vrlo raširen problem za današnju populaciju što potvrđuje i podatak da 80% stanovništva Republike Hrvatske najmanje jednom u životu boluje od bolova u kralježnici. Važno je naglasiti i da polovina osoba koje rade na sjedećim poslovima barem jednom godišnje imaju snažnu bol u leđima [1]. Možemo uočiti učestalost problema, odnosno, ozljede koja također obuhvaća i sve mlađu populaciju. Kroz ovaj rad utjecaj intraabdominalnog tlaka biti će objašnjen na pojednostavljenom analitičkom modelu sustava kralježnica – trbušna šupljina koji prikazuje kralježnicu i trbušnu šupljinu, ali i dijelove ljudskog tijela koji također sudjeluju u preuzimanju, intraabdominalnog tlaka, a to su dijafragma, zdjelica, rebra te mišićni slojevi. Spomenuti sustav je u cijelosti u interakciji prilikom određenih pokreta koji povećavaju, odnosno smanjuju intraabdominalni tlak za vrijeme izvođenja.

Na *Slici 1* prikazan je simbolični i pojednostavljeni prikaz intraabdominalnog tlaka te njegove pozicije odnosno mjesta djelovanja u tijelu. Isto se tako na modelu sa slike može vidjeti konstantno međudjelovanje intraabdominalnog tlaka s kralježnicom. Time već na početku možemo vidjeti utjecaj spomenutog tlaka na kralježnicu koji je uvijek prisutan, ali jačina njegova utjecaja, naravno, ovisi o trenutnom položaju tijela, isto kao i o trenutnim vanjskim opterećenjima poput dodatnog tereta ili slično. Važno je napomenuti da prikaz nema sličnosti s modelom koji će biti prikazan već se radi o uistinu pojednostavljenom prikazu koji je preuzet iz literature.

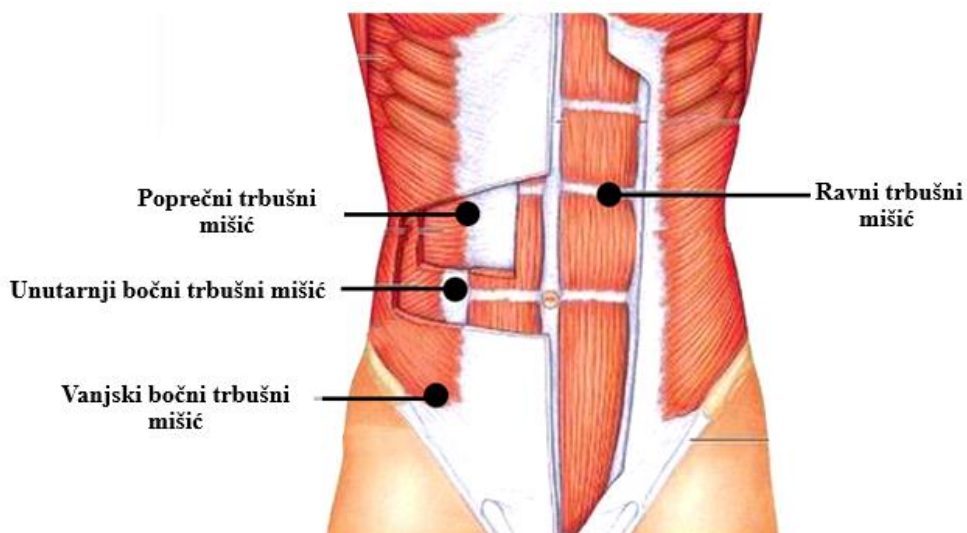


Slika 1. Simbolični prikaz intraabdominalnog tlaka [2]

2. INTRAABDOMINALNI TLAK

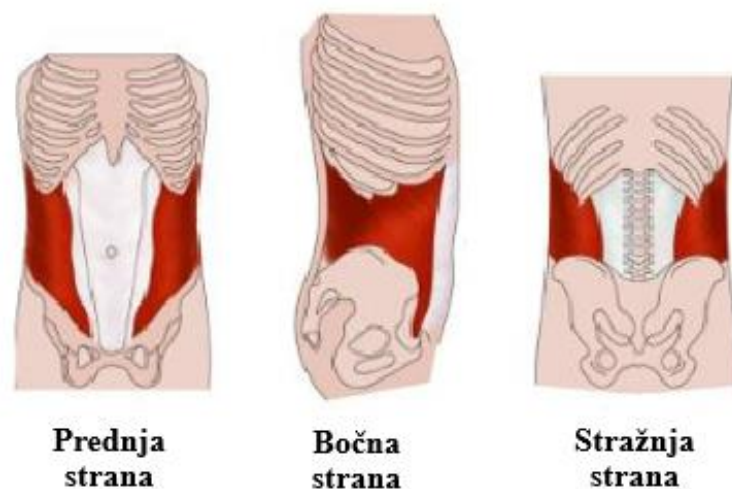
Intraabdominalni tlak (eng. IAP – *intra-abdominal pressure*) je tlak unutar trbušne šupljine koji je rezultat interakcije trbušne stijenke i unutarnjih organa koji se nalaze u području abdomena. Tlak se povećava prilikom različitih aktivnosti poput udisanja, pri savijanju trupa i za vrijeme sličnih pokreta i aktivnosti. Ako savijamo trup podižući i dodatni teret, tada će i tlak biti nešto veći nego kada radimo isti pokret bez tereta.

U različitoj literaturi, na temelju istraživanja različitim metodama povezanosti, utjecaja intraabdominalnog tlaka na opterećenje lumbalnog, odnosno donjeg dijela kralježnice postoje kontradiktorni rezultati. Prema rečenom, neka eksperimentalna ispitivanja dokazuju kako se povećanje intraabdominalnog tlaka događa istovremeno kao i povećanje pritiska intervertebralnih diskova za vrijeme radnji koje aktiviraju trbušne mišiće poput dizanja tereta, puhanja balona, sviranja puhaćih instrumenata i slično [3]. Stoga se moment koji se stvara kontrakcijom trbušnih mišića te posljedično time i povećava IAP prilikom dizanja tereta može izjednačiti ili premašiti moment ekstenzije te tako stvoriti dodatno opterećenje na kralježnicu. U stvaranju momenta kontrakcije sudjeluju svi mišići trbušne šupljine. To su, kao što se na *Slici 2* može vidjeti, poprečni trbušni mišić (lat. *Transversus Abdominis*), unutarnji bočni (lat. *Musculus Obliquus Internus Abdominis*) te vanjski bočni trbušni mišić (lat. *Musculus Obliquus Externus Abdominis*) i ravni trbušni mišić (lat. *Musculus Rectus Abdominis*) [4].



Slika 2. Prikaz trbušnih mišića [5]

Istraživanja koja objašnjavaju zašto intraabdominalni tlak djeluje upravo suprotno, odnosno da IAP rasterećuje kralježnicu, proces opisuju povećanjem IAP-a kontrakcijom samo poprečnog trbušnog mišića. Poprečni trbušni mišić, prikazan na *Slici 3*, se nalazi najdublje u trbušnoj šupljini i načinjen je uglavnom od poprečnih mišićnih vlakana koji upravo zbog svoje građe ne opterećuju donji dio kralježnice [6]. Prije spomenuta istraživanja i njihovi zaključci opovrgavaju ovu teoriju zbog složenosti mišićnog sustava i dovode u pitanje koji mišići trbušne šupljine su uistinu potrebni za aktivaciju, tj. za leđnu ekstenziju. Tako kontradiktorna mišljenja i zaključci doneseni kroz povijest istraživanja su zbog ograničenosti u izradi biomehaničkih modela koji bi trebali objediniti sva svojstva i opisati funkciju složenog mišićnog sustava, kralježnice te trbušne šupljine koji sudjeluju tijekom aktivnosti poput podizanja tereta. Čak i razne metode kojima su istraživanja provedena kroz povijest daju različite rezultate, a što je najvažnije i manje ili više točne rezultate.



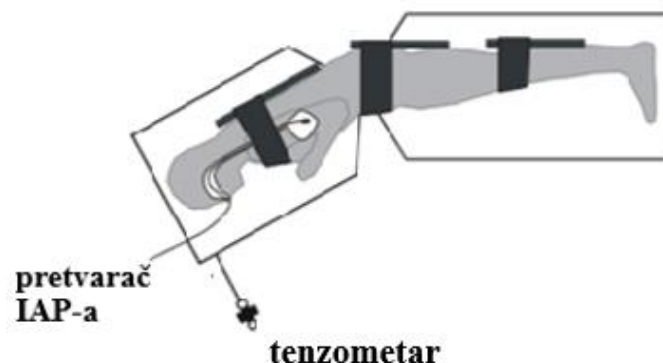
Slika 3. Poprečni trbušni mišić [7]

3. METODE

Kao što je već spomenuto, postoji više metoda kojima se dokazuje povezanost i utjecaj intraabdominalnog tlaka na opterećenje kralježnice. Svaka metoda, naravno, ima svoje prednosti i nedostatke te daje više ili manje točna rješenja. Kao kod svakog istraživanja, treba uzeti u obzir potrebne parametre za svaku metodu te prema tome odrediti koja je najrelevantnija ili napraviti usporedbu više metoda te tako doći do zaključka. Treba naglasiti kako su sve metode približne te tako nikada nećemo dobiti potpuno točno rješenje već manje ili veće odstupanje od stvarnog stanja. Neke od metoda bit će ukratko objašnjene, a metoda koja će se koristiti u ovom radu je isključivo analitička.

3.1. In vivo metoda

Jedna od metoda je *In vivo* metoda koja podrazumijeva zadavanje parametara poput tjelesne mase, visine i dobi ispitanika. Također je važno uzeti u obzir i njihovu tjelesnu kondiciju. Za samo ispitivanje zadaje se težina tereta koji će se podizati te maksimalni i minimalni kut fleksije. Kako bi se moglo očitati naprezanje, na svaki lumbalni kralježak ispitanika postavljaju se markeri koji emitiraju infracrveno svjetlo i očitavaju njihovu rotaciju. Na leđne mišiće se postavljaju elektrode za praćenje njihove kontrakcije. Također je potrebno pratiti i točan položaj tereta u svakom trenutku ispitivanja kako bi se mogla dobiti povezanost njegova položaja s ukupnim opterećenjem na kralježnicu [3]. Drugo ispitivanje istom metodom bilježilo je izmjere IAP-a u trbušnoj šupljini pretvaračem tlaka koji je kroz nos postavljen ispitaniku. Potrebno je bilo bočno pognuti osobu te pojasevima postavljanim na abdomen i ispod donjeg dijela rebara kako bi ograničili pomicanje abdomena i osigurali pravilno povećanje IAP-a čime se osigurava bolja točnost mjerenja. Ovakav način mjerenja prikazan je na *Slici 4*. Iz navedenog, može se zaključiti kako je ova metoda ovisna o puno parametara koji zbog različitih uvjeta mogu dati vrlo različite rezultate te tako nije sasvim točna te pouzdana za dobivanje što točnijeg rezultata.



Slika 4. Prikaz mjerenja IAP-a [8]

3.2. Metoda konačnih elemenata

Problemi kontinuiranih sustava se temelje na rješavanju diferencijalnih jednadžbi pomoću kojih možemo dobiti točna analitička rješenja samo za jednostavnije sustave. Za kompleksnije sustave teže se može dobiti rješenje koje će u cijelom području promatranog modela zadovoljiti diferencijalnu jednadžbu. Iz tog razloga se koristi približna numerička metoda koja se naziva *Metoda konačnih elemenata*. Ovom metodom se kontinuirani sustav diskretizira, a diferencijalne jednadžbe se zamjenjuju sustavom algebarskih jednadžbi. Razmatrani sustav s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata koji se nazivaju konačni elementi i imaju ograničen broj stupnjeva slobode [9]. Ovom metodom zbog pojednostavljenja izgleda modela unosi se greška u konačan rezultat. Dakako, pretpostavilo bi se da je trbušna šupljina cilindrična, rebra i kralježnica bile bi grede, a dijafragma bi se promatrala kao ploča. Trbušni mišići zadani su kao membrane, a trbušna šupljina trebala bi biti ispunjena gotovo nestlačivim fluidom što bi predstavljalo intraabdominalni tlak [10]. Ova metoda neće biti detaljnije obrađena i analizirana unutar ovog rada, kao ni prethodno spomenuta.

3.3. Analitička metoda

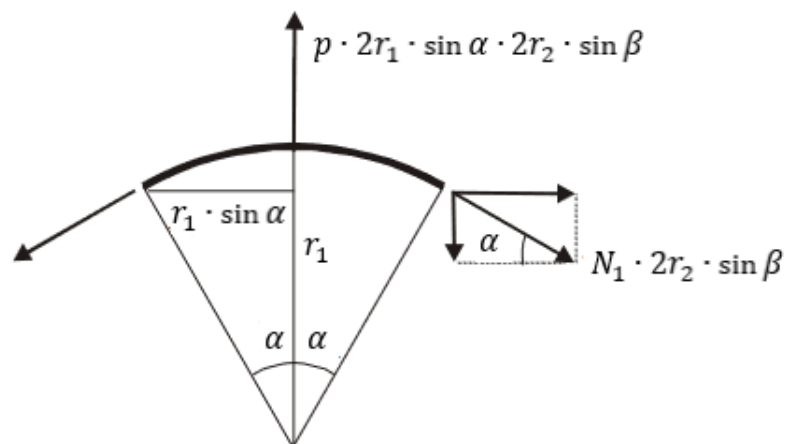
Analitička metoda je proces tj. metoda istraživanja koja rastavljanjem promatrane cjeline na više elemenata utvrđuje uzrok i posljedice istih [11]. Za dobivanje što točnijih rezultata važno je dobro poznavati predmet proučavanja i sve njegove parametre i karakteristike kako bi što bolje mogli uspostaviti analogiju s analitičkim modelom i stvarnim sustavom kojeg promatramo i analiziramo. Stoga niti ova metoda neće biti potpuno točna, ali što boljim razumijevanjem i obradom dobivenih rješenja možemo doći do zadovoljavajućeg odgovora, tj. rezultata. U ovom radu će se analitičkom metodom te zadavanjem i analizom pojednostavljenog analitičkog modela doći do zaključka o utjecaju intraabdominalnog tlaka na opterećenje kralježnice pri savijanju trupa. U sljedećem poglavlju će prvo biti predstavljen pojednostavljeni analitički model sa svim svojim karakteristikama i svojstvima. Nakon toga bit će uvršteni zadani parametri u dobivene jednadžbe te će tako biti moguće doći do određenih zaključaka.

4. BIOMEHANIČKI MODEL SUSTAVA KRALJEŽNICA – TRBUŠNA ŠUPLJINA

Analitički model sustava kralježnica – trbušna šupljina bit će prikazan, odnosno definiran, kao osnosimetrična ljuska. Takav model zapravo nazivamo biomehaničkim modelom te pomoću njega možemo izvesti izraze potrebne za računanje membranskih sila i sile na kralježnicu.

4.1. Pretpostavke i analiza modela

S obzirom na to da je model samo približna pretpostavka stvarnog stanja, u tijelu čovjeka moramo odrediti određene pretpostavke kako bi na što jednostavniji način mogli doći do što točnijih rješenja. S time treba naglasiti da određene pretpostavke odstupaju od stvarne anatomije, ali su pretpostavljene tako da što bliže i točnije opisuju određene dijelove, a da ih je istovremeno što lakše geometrijski opisati i tako dobiti rezultate koji što bliže opisuju stvarna opterećenja i naprezanja koja se javljaju. Stijenke koje okružuju trbušnu šupljinu se sastoje od vezivnog tkiva i mišića te zbog upravo takve građe ne mogu podnijeti velike momente savijanja. Zbog navedenog, stijenke trbušne šupljine preuzimaju smična opterećenja i vlačna opterećenja. Ako promatramo diferencijalni element stijenke trbušne šupljine, što je u slučaju modela pretpostavljeno kao membrana, možemo izvesti jednadžbu ravnoteže u smjeru normale na površinu unutarnjeg tlaka, odnosno membrane. Na *Slici 5* prikazan je diferencijalni dio membrane koji je presječen okomito na glavnu os zakrivljenosti (os simetričnosti ljuske) te gledan iz smjera druge glavne osi.



Slika 5. Diferencijalni dio membrane [8]

Iz slike proizlazi jednadžba ravnoteže (1) u kojoj p predstavlja unutarnji tlak, r_1 i r_2 su polumjeri zakrivljenosti membrane te normalne komponente sile N_1 i N_2 .

$$p \cdot 2r_1 \cdot \sin \alpha \cdot 2r_2 \cdot \sin \beta = 2 \cdot N_1 \cdot r_2 \cdot 2 \cdot \beta \cdot \sin \alpha + 2 \cdot N_2 \cdot r_1 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \sin \beta \quad (1)$$

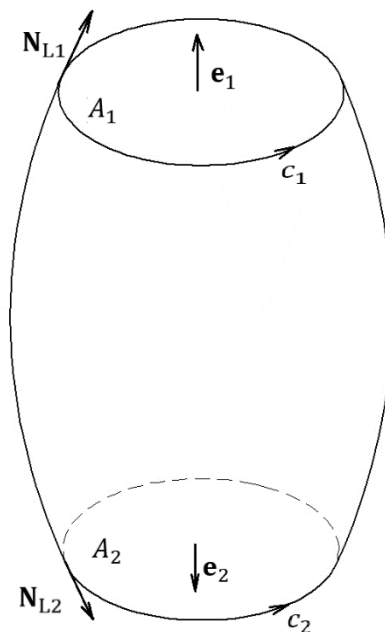
Uzmemo li u obzir izraz (2) te tako pojednostavimo izraz (1) možemo dobiti izraz (3) koji je vidno pojednostavniji izraz odnosa normalnih komponenti sila i unutarnjeg tlaka. Pošto model trbušne šupljine koju promatramo kao membranu presijecamo okomito na glavne osi jer je prethodno spomenuto kako možemo zanemariti moment savijanja oko tih osi, dobivamo izraz koji je puno jednostavniji jer smično naprezanje neće imati komponentu u normalnom smjeru.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{N_1}{r_1} + \frac{N_2}{r_2} = p \quad (3)$$

Iz ravnoteže sila u drugim smjerovima, možemo dobiti još dvije jednadžbe ravnoteže sila kao parcijalne diferencijalne jednadžbe. Iz jednadžbe ravnoteže momenta oko osi okomite na membranu, mogu se odrediti dvije jednake poprečne komponente. Kako je spomenuto, ako membranu presijecemo dvjema površinama okomitima na glavnu os biomehaničkog modela, integriranjem sila u uzdužnom smjeru dijela trbušne šupljine između te dvije površine dobivamo jednadžbu ravnoteže u uzdužnom smjeru N_L . U jednadžbi (4) ds predstavlja diferencijalnu duljinu luka krivulja c_1 i c_2 koje okružuju površine presjeka A_1 i A_2 . Takav model prikazan je na Slici 6 na kojoj e_1 i e_2 predstavljaju jedinične normalne vektore.

$$\oint_{C_1} \mathbf{N}_{L1} \cdot \mathbf{e}_1 \cdot ds - \oint_{C_2} \mathbf{N}_{L2} \cdot \mathbf{e}_2 \cdot ds = p \cdot (A_1 - A_2) \quad (4)$$



Slika 6. Trbušna šupljina presječena dvjema paralelnim površinama A_1 i A_2

Budući da su jednadžbe ravnoteže diferencijalnog dijela membrane diferencijalne jednadžbe, potrebno je odrediti rubne vrijednosti membranskih sila na trbušnu šupljinu kako bi se odredila raspodjela sila, odnosno naprežanja. Za određivanje rubnih vrijednosti potrebno je unesti nekoliko pretpostavki za biomehanički model. Ako trbušnu šupljinu promatramo kao osnosimetričnu ljusku te stijenku aproksimiramo membranom, svako opterećenje će biti simetrično u odnosu na uzdužnu, tj. glavnu os. Iz osne simetrije proizlaze konstantna poprečna i uzdužna opterećenja na određenoj uzdužnoj razini te nema posmičnih opterećenja. Gornju površinu trbušne šupljine promatramo kao kruti prsten koji predstavlja rebra, a povezan je s također krutom membranom koja predstavlja dijafragmu. Donja površina modela predstavlja zdjelicu s mišićima zdjelice. U stvarnosti se zdjelica sastoji od triju kosti, dvije zdjelične i trtične kosti, ali u ovom biomehaničkom modelu ona je pojednostavljena na čvrsti koštani obroč, što u tijelu uistinu i je [12]. Kao što je prikazano *Slikom 7*, na biomehaničkom modelu, dijafragma i zdjelica povezane su štapom koji predstavlja kralježnicu. Zbog intraabdominalnog tlaka sila F_{kr} djeluje kroz trbušnu šupljinu preko prsnog koša na kralježnicu. Jednadžba ravnoteže sila u trbušnoj šupljini na mjestu prstena, odnosno diskretiziranog prsnog koša ($x=0$) je prikazana jednadžbom (5).

$$\oint_{x=0} \mathbf{N}_L \cdot \mathbf{e} \cdot ds = p \cdot \pi \cdot r^2(0) - F_{kr} \quad (5)$$

Sila F_{kr} je izražena kao umnožak tlaka i površine prsnog koša (6) gdje je R polumjer rebara. U jednadžbi (7) definirana je i sila F_{IAP} koja je direktno uzrokovana intraabdominalnim tlakom na prsni koš te djeluje uzdužno na biomehaničkom modelu trbušne šupljine.

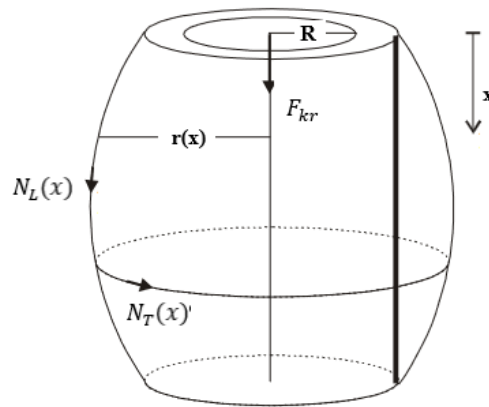
$$F_{kr} = p \cdot \pi \cdot R^2 \quad (6)$$

$$F_{IAP} = p \cdot \pi \cdot r^2(0) \quad (7)$$

Na kraju, iz jednadžbi (4) i (5) možemo izvesti jednadžbu za uzdužno naprežanje (8): U jednadžbi r predstavlja radijus trbušne stijenke oko glavne osi, a varijabla x je koordinata glavne osi između dijafragme i zdjelice i počinje od dijafragme za koju je $x = 0$.

$$p \cdot \pi \cdot r^2(0) - p \cdot \pi \cdot R^2 - \frac{N_L(x)}{\sqrt{\left(\frac{dr}{dx}(x)\right)^2 + 1}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r(x) = p \cdot (\pi \cdot r^2(0) - \pi \cdot r^2(x))$$

$$\Rightarrow N_L(x) = \frac{p(r^2(x) - R^2)}{2r(x)} \cdot \sqrt{\left(\frac{dr}{dx}(x)\right)^2 + 1} \quad (8)$$



Slika 7. Biomehanički model kralježnica-trbušna šupljina [8]

Vidljivo je iz jednadžbe (8), ali i sa *Slike 7* da N_L i N_T predstavljaju uzdužnu i poprečnu silu po membrani, odnosno napetost stijenke osnosimetrične ljuske.

Jednadžba (9) prikazuje skalarni umnožak vektora uzdužne napetosti i jediničnog vektora normale koji daje veličinu uzdužne sile (napetosti) koja je projicirana u okomitom smjeru.

$$\mathbf{N}_L \cdot \mathbf{e} = N_L \cdot \frac{dx}{\sqrt{dr^2 + dx^2}} = \frac{N_L}{\sqrt{\left(\frac{dr}{dx}\right)^2 + 1}} \quad (9)$$

Kako je prije spomenuto, zbog osnosimetrične geometrije, uzdužni i poprečni smjer se podudaraju s glavnim osima zakrivljenosti. Zato jednadžbu (3) još možemo pisati:

$$\frac{N_T(x)}{r(x)\sqrt{\left(\frac{dr}{dx}(x)\right)^2 + 1}} + \frac{N_L(x)}{\rho(x)} = p \quad (10)$$

U jednadžbi (10) koristi se izraz (11) za glavni polumjer zakrivljenosti u poprečnom smjeru. Važno je naglasiti da je predznak negativan kako bi odgovarao izrazu (3) za uzdužni smjer.

$$\rho = -\left(\left(\frac{dr}{dx}\right)^2 + 1\right)^{\frac{3}{2}} / \frac{d^2r}{dx^2} \quad (11)$$

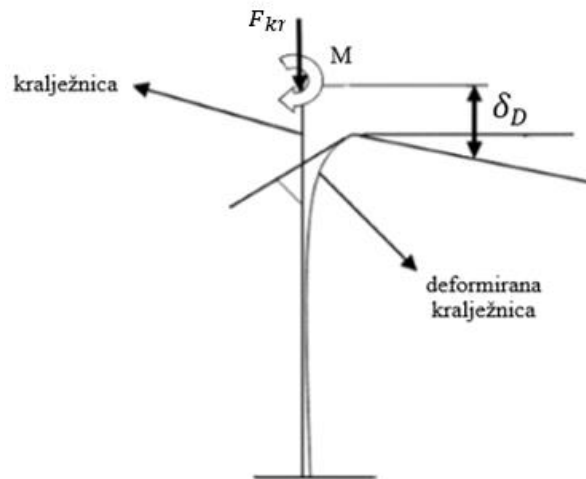
Konačno, iz izraza (8) i (10) proizlazi izraz za poprečno naprezanje za definirani oblik modela i definiranu silu na kralježnicu kao i ukupnu silu uslijed intraabdominalnog tlaka na dijafragmu odnosno prsni koš.

$$N_T(x) = p \cdot r(x) \sqrt{\left(\frac{dr}{dx}(x)\right)^2 + 1} \cdot \left[1 - \frac{(r(x)^2 - R^2) \cdot \sqrt{\left(\frac{dr}{dx}(x)\right)^2 + 1}}{\rho(x) 2r^2(x)} \right] \quad (12)$$

Za zadani oblik modela trbušne šupljine i zadani IAP, odnosno intraabdominalni tlak iz jednadžbi (8) i (12) možemo dobiti vrijednosti membranskih sila. Uz to da oblik i intraabdominalni tlak također imaju utjecaj i na silu na kralježnicu.

4.2. Deformacije

Promatrajući samo kralježnicu, točnije lumbalni dio u modelu, promatramo ju kao gredu koja ima mogućnost deformacije u aksijalnom smjeru i koja je također opterećena na smik. Dijafragma je definirana kao kruto tijelo pa prilikom savijanja trupa, odnosno prilikom leđne ekstenzije, u modelu se pojavljuje progib i aksijalno skraćenje kralježnice. Na *Slici 8* prikazana je kralježnica u uspravnom položaju s dijafragmom i deformirana kralježnica u položaju ekstenzije, te je prikazana deformacija uslijed navedenih pretpostavki.



Slika 8. Uspravna i deformirana kralježnica s dijafragmom [10]

Stoga izraz koji opisuje tu deformaciju glasi:

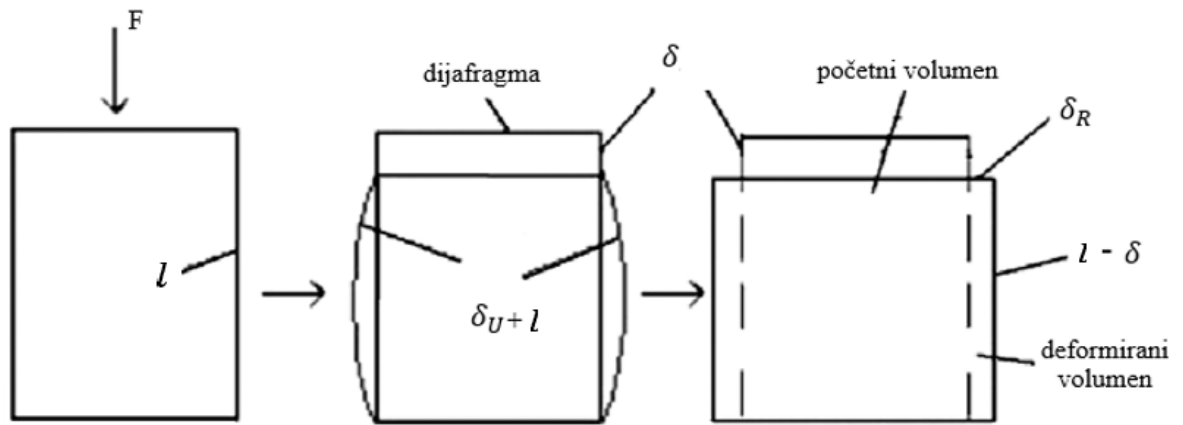
$$\delta_D = \frac{F_{kr} \cdot l}{A_K \cdot E_K} + \frac{F_{kr} \cdot R^2 \cdot l}{E_k \cdot I}. \quad (13)$$

U jednadžbi (13) l je duljina kralježnice, A_K je poprečna površina kralježnice, E_K je modul elastičnosti kralježnice te moment tromosti poprečnog presjeka kralježnice I . Svi ti geometrijski parametri opisuju deformaciju središta dijafragme δ_D za koju je vidljivo da djeluje prema dolje. Za promatranje, tj. definiranje deformacija, možemo model pojednostaviti dodatno i promatrati ga kao cilindar. Tako za deformacije cilindra što ga opisuje mišićni sloj kao tanku ljusku, jednadžbe glase:

$$\delta_R = \frac{R}{E_L} \cdot (\sigma_L - \nu_{Lt} \cdot \sigma_T) \quad (14)$$

$$\delta_U = \frac{l}{E_T} \cdot (\sigma_T - \nu_{tL} \cdot \sigma_L). \quad (15)$$

δ_R i δ_U su radijalni i uzdužni pomaci mišićnog sloja, Youngov modul ili modul elastičnosti mišićnog sloja E_L u smjeru vlakana mišića i E_T u okomitom smjeru, zatim Poissonov faktor mišićnog sloja ν_{Lt} u smjeru vlakana mišića i ν_{tL} u okomitom smjeru. σ_L predstavlja naprezanje po cilindru, a σ_T naprezanje uzduž mišićnog sloja.



Slika 9. Intraabdominalna šupljina prije i poslije utjecaja sile [10]

Slika 9 prikazuje pojednostavljeni model intraabdominalne šupljine prije i poslije utjecaja sile. Središnja slika pokazuje kako intraabdominalna šupljina izgleda nakon narivanja sile, a krajnje desna slika prikazuje pojednostavljeni prikaz intraabdominalne šupljine iz čega možemo utvrditi sljedeći odnos:

$$2 \cdot \delta_R + l - \delta_D = l + \delta_U, \quad (16)$$

odnosno:

$$2 \cdot \delta_R - \delta_D = \delta_U. \quad (17)$$

Također možemo napisati odnos početnog volumena te promjenu volumena deformacije:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{(R + \delta_R)^2 \cdot (l - \delta_D) - R^2 \cdot l}{R^2 \cdot l}. \quad (18)$$

Ako ΔP predstavlja promjenu intraabdominalnog tlaka, a β_f modul viskoziteta abdominalnog fluida, odnos tih veličina glasi:

$$\Delta P = \beta_f \cdot \frac{\Delta V}{V_0} = \beta_f \cdot \frac{2 \cdot \delta_R \cdot l - R \cdot \delta_D}{R \cdot l}. \quad (19)$$

Kako bi mogli pokazati utjecaj intraabdominalnog tlaka na cijeli sustav, silu na kralježnicu F_{kr} i deformaciju središta dijafragme δ_D promatramo kao funkciju geometrijskih parametara i parametara materijala cijelog sustava. Mišićna aktivacija, tj. povećanje mišićne napetosti se može pokazati i povećanjem E_L kako je vidljivo iz jednadžbe (14). Jednadžbe mišićne aktivacije mogu se dobiti deriviranjem intraabdominalnog tlaka P , sile na kralježnicu F_{kr} i deformacije δ_D po E_L uz E_T kao konstantu [10].

4.3. Prikaz rezultata

Nakon izvođenja svih potrebnih formula i izraza za opis biomehaničkog modela kao osnosimetrične ljuske, za tri različita modela, tj. modela različitih geometrija, izračunat će se vrijednosti membranskih sila u uzdužnom i poprečnom smjeru te sile koja opterećuje kralježnicu. Za pokazivanje utjecaja intraabdominalnog tlaka na opterećenje kralježnice neće biti potrebno računati vrijednosti deformacija. Iz jednadžbe (3) je vidljivo da kako bi bilo moguće da trbušna šupljina izdrži tlak, membrana treba imati zakrivljenost različitu od nule i membransku silu različitu od nule u barem jednom smjeru, pa je prema tome zakrivljenost usmjerena prema unutra, na stranu membrane pod pritiskom. Osim membrane, dijafragma i zdjelica također moraju izdržati isti tlak. Još jedna važna pretpostavka je da trbuh smatramo nestlačivim, odnosno, možemo ga promatrati kao konstantni volumen. Ako promatramo trbušnu šupljinu više nalik cilindru, dijafragma će imati veći kapacitet stvaranja IAP-a nego više ispupčena trbušna šupljina jer će mišićna vlakna biti izduženija. Stoga možemo jednadžbe (8) i (12) pisati kao jednadžbe (20) i (21) za cilindar, polumjera r .

$$N_L = \frac{p \cdot (r^2 - R^2)}{2 \cdot r} \quad (20)$$

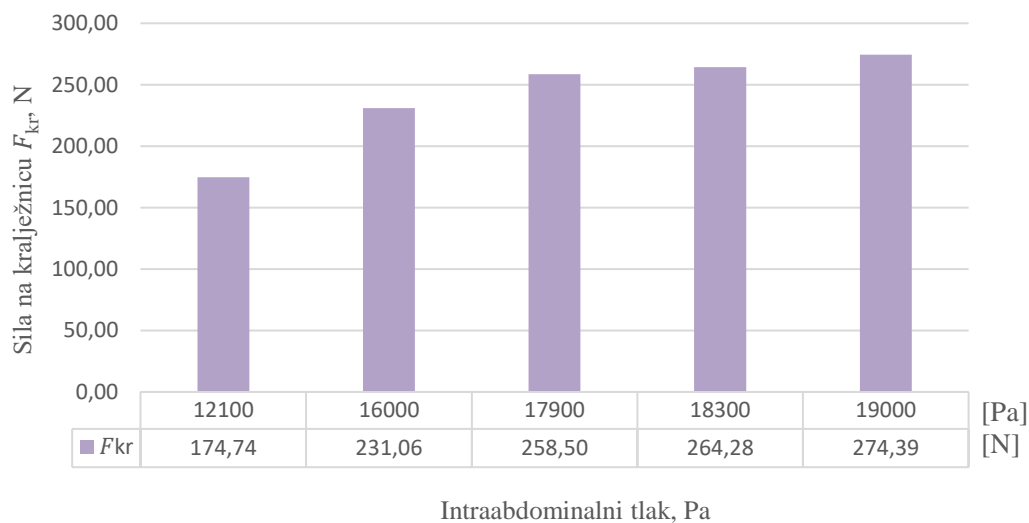
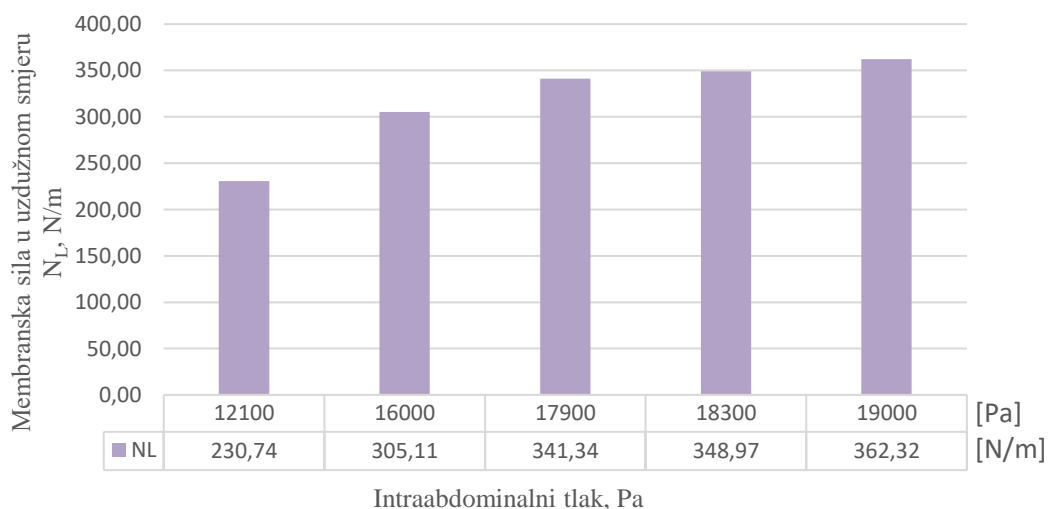
$$N_T = p \cdot r \quad (21)$$

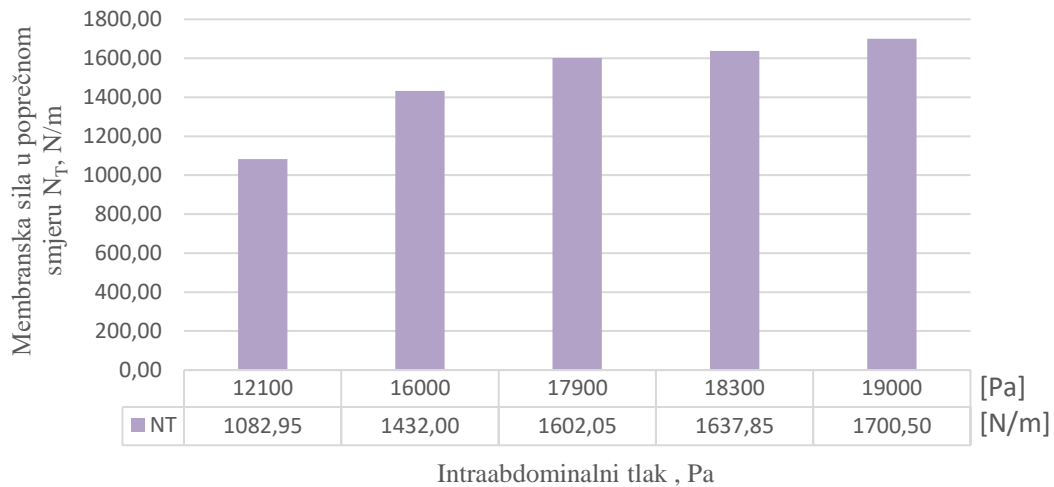
Promatranje biomehaničkog modela kao cilindra pojednostavljuje shvaćanje rasterećenja kralježnice intraabdominalnim tlakom, ali u stvarnosti tako ni ne izgleda čovjekov trup već je više nalik polucilindru u kojem su kralježnica i mišići leđa kruta stražnja ploča. Međutim, to bitno ne mijenja način na koji su opterećenja i naprezanja opisana i način na koji se ona prenose. U *Tablici 1*, *Tablici 2* i *Tablici 3* prikazani su rezultati za tri različita modela, različite geometrije. Vrijednosti intraabdominalnih tlakova preuzete su iz literature prema mjerenju IAP-a pod različitim kutevima nagiba trupa. Intraabdominalni tlak najmanje vrijednosti je kada je trup u najuspravnijem položaju, a najveća vrijednost intraabdominalnog tlaka je ona za najveći kut fleksije trupa [8]. Definirane su vrijednosti koje se odnose na geometriju modela i time čine razliku između tri modela. Vrijednosti veličine za polumjer r su određeni uz pomoć literature i vlastitog mjerenja. Geometrija modela 1 definirana je s $R = 0,0678$ m [10] i $r = 0,0895$ m. Sila na kralježnicu te uzdužne i poprečne membranske sile izračunat će se pomoću izraza (6), (20) i (21).

Tablica 1. Izračunate vrijednosti za model 1

Kut nagiba trupa [°]	Intraabdominalni tlak (IAP), [Pa]	Sila na kralježnicu, F_{kr} [N]	Uzdužna membranska sila, N_L [N/m]	Poprečna membranska sila, N_T [N/m]
20	12100	174,74	230,74	1082,95
10	16000	231,06	305,11	1432,00
-20	17900	258,50	341,34	1602,05
-30	18300	264,28	348,97	1637,85
-45	19000	274,39	362,32	1700,50

U nastavku na *Slici 10*, *Slici 11* i *Slici 12* grafički je prikazana ovisnost triju sila o intraabdominalnom tlaku.

**Slika 10. Utjecaj intraabdominalnog tlaka na silu na kralježnicu F_{kr} modela 1****Slika 11. Utjecaj intraabdominalnog tlaka na membransku silu u uzdužnom smjeru N_L modela 1**

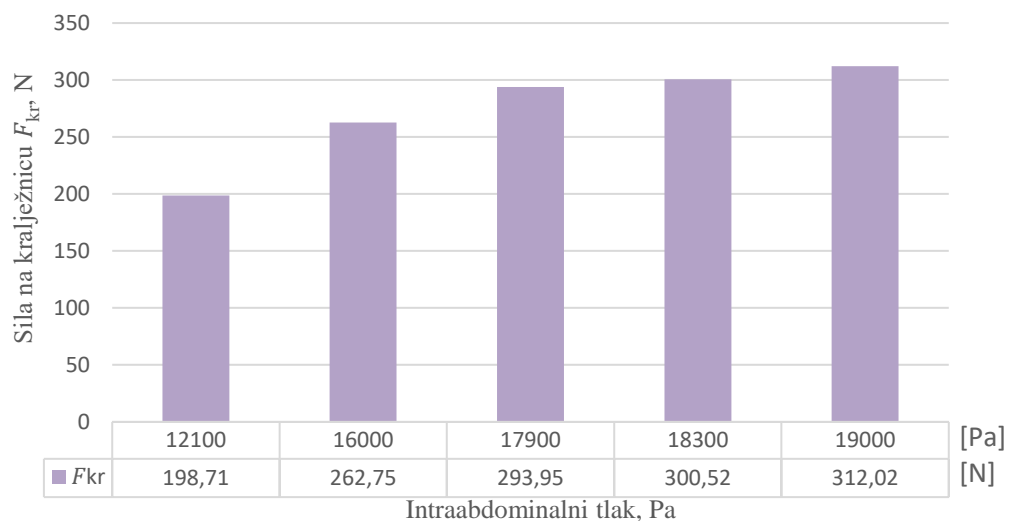


Slika 12. Utjecaj intraabdominalnog tlaka na membransku silu u poprečnom smjeru N_T modela 1

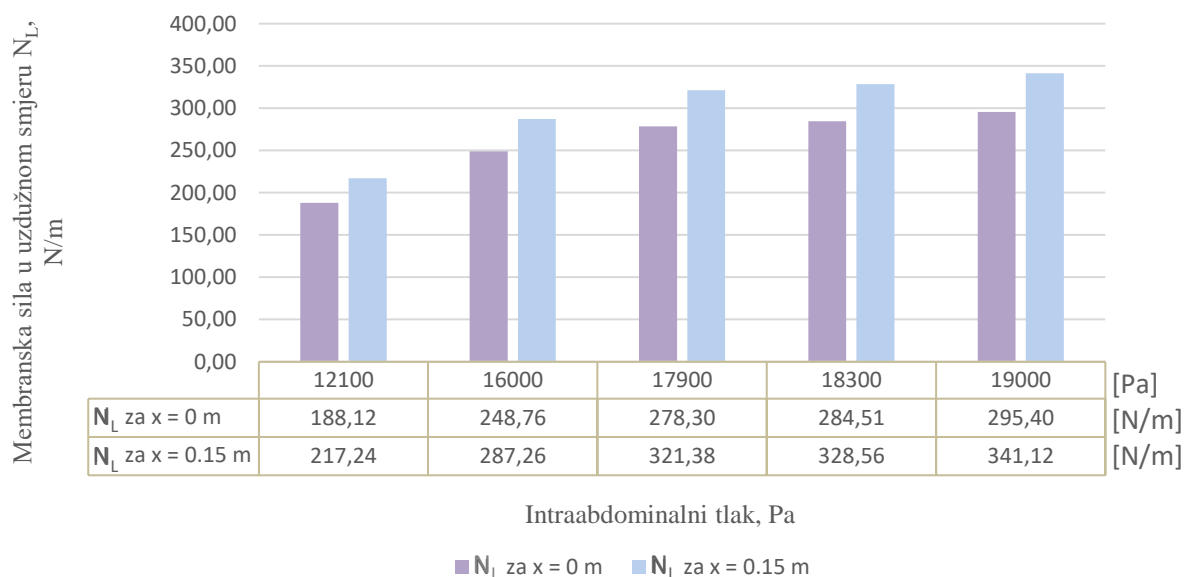
U *Tablici 2* prikazane su izračunate vrijednosti za model 2 čija je geometrija definirana sljedećim vrijednostima: $R = 0,0723$ m te funkcijom ovisnosti polumjera (r) osnosimetrične ljuske o duljini (x) promatranog modela, gdje je x koordinata glavne osi između dijafragme i zdjelice i počinje od dijafragme ($x = 0$) do maksimalne vrijednosti $x_{\max} = l$. Duljina kralježnice modela 2 iznosi $l = 0,300$ m. Važno je napomenuti da će maksimalni iznos polumjera biti na $x = l/2$ te će se na tom mjestu računati sile jer se radi o osnosimetričnoj ljusci koju je onda dovoljno opisati s najmanjom i najvećom vrijednosti sila zbog simetrije. Iz tog razloga prikazani su rezultati za $r(x = 0 \text{ m}) = 0,0895$ m te $r(x = 0,15 \text{ m}) = 0,0915$ m. Odmah nakon *Tablice 2* s izračunatim vrijednostima prema izrazima (6), (8) i (12) grafički je prikazan utjecaj IAP-a na tri navedene sile na *Slici 13*, *Slici 14* i *Slici 15*.

Tablica 2. Izračunate vrijednosti za model 2

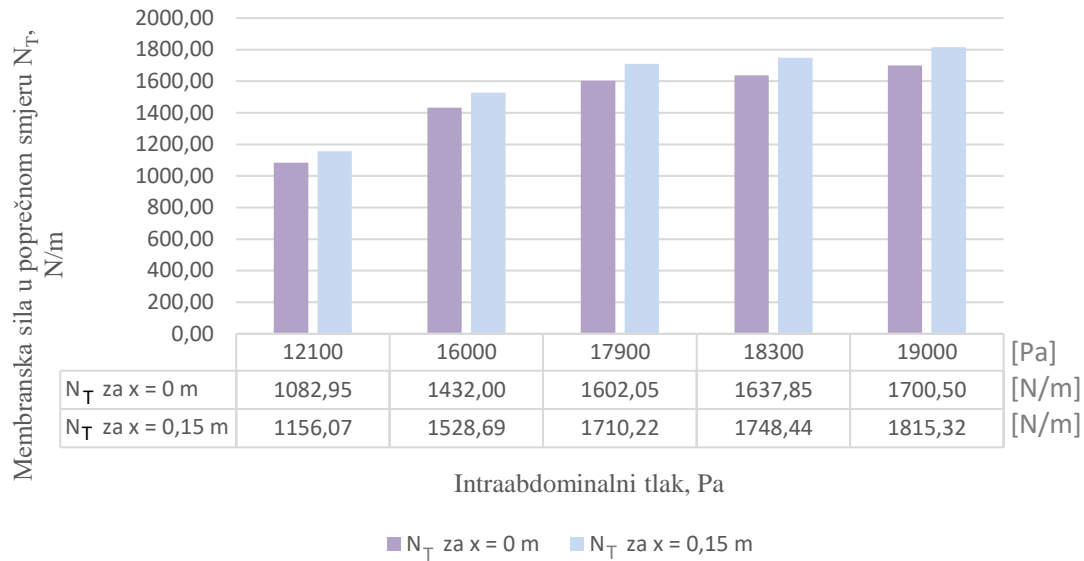
Kut nagiba trupa [°]	Intra-abdominalni tlak (IAP), [Pa]	Sila na kralježnicu, F_{kr} [N]	Uzdužna membranska sila za $x=0$, N_L [N/m]	Uzdužna membranska sila za $x=0,15$, N_L [N/m]	Poprečna membranska sila za $x=0$, N_T [N/m]	Poprečna membranska sila za $x=0,15$, N_T [N/m]
20	12100	198,71	188,12	217,24	1082,95	1156,07
10	16000	262,75	248,76	287,62	1432,00	1528,70
-20	17900	293,95	278,30	321,38	1602,05	1710,22
-30	18300	300,52	284,51	328,56	1637,85	1748,44
-45	19000	312,02	295,40	341,12	1700,50	1815,32



Slika 13. Utjecaj intraabdominalnog tlaka na silu na kralježnicu F_{kr} modela 2



Slika 14. Promjena sile N_L s obzirom na različite polumjere zakrivljenosti modela 2 za različite intraabdominalne tlakove

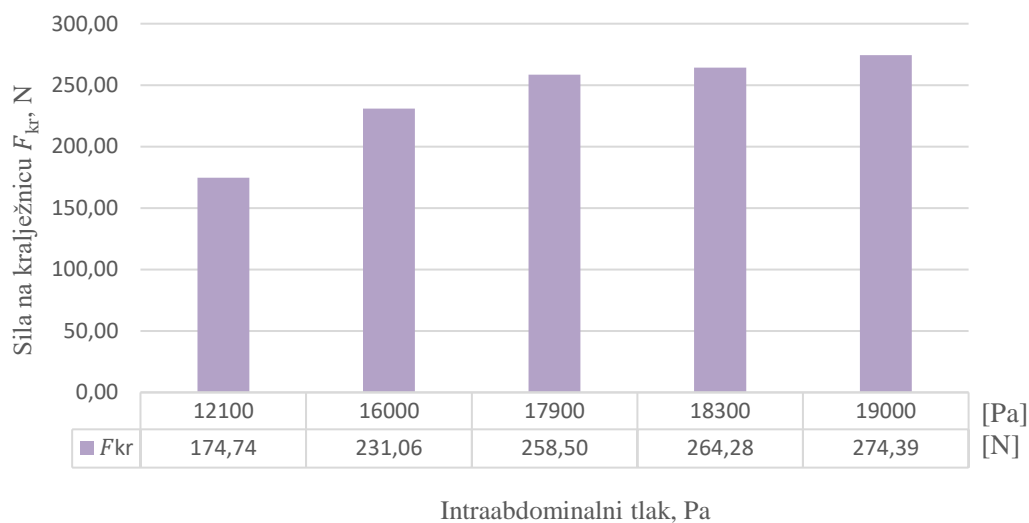


Slika 15. Promjena sile N_T s obzirom na različite polumjere zakrivljenosti modela 2 za različite intraabdominalne tlakove

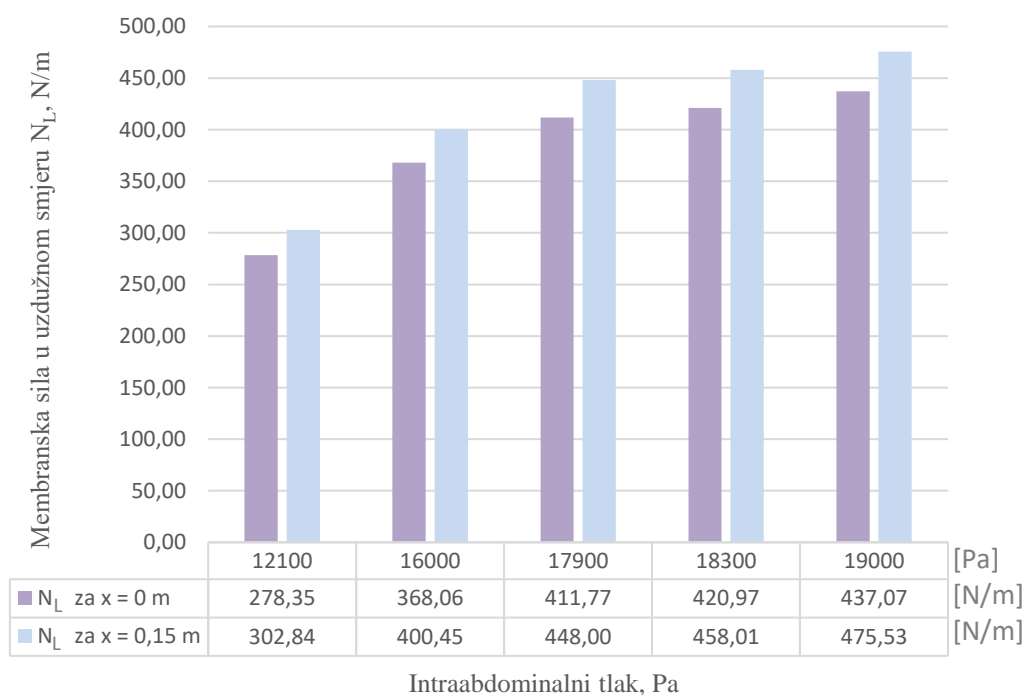
Za model 3 definirana je geometrija sa vrijednostima: $R = 0,0678$ m kao i u prvom modelu te polumjerima zakrivljenosti osnosimetrične ljuske r za najmanji i najveći promjer osnosimetrične membrane za $x = 0$ m te za $x = 0,15$ m. Za varijablu x je kao i za model 2, $x_{\max} = l$, a $l = 0,300$ m. Zbog simetrije membrane polumjer zakrivljenosti je računat za spomenute iznose jer će na $x = l/2$ polumjer zakrivljenosti biti najveći, a to su $r(x = 0 \text{ m}) = 0,0946$ m te $r(x = 0,15 \text{ m}) = 0,0973$ m. U *Tablici 3* prikazane su izračunate vrijednosti prema izrazima (6), (8) i (12) za model 3. *Slika 16* prikazuje utjecaj intraabdominalnog tlaka na silu na kralježnicu koji je isti kao i za model 1 jer je odabran isti R . *Slika 17* i *Slika 18* prikazuju promjenu membranskih sila s obzirom na različite polumjere zakrivljenosti osnosimetrične ljuske za različite intraabdominalne tlakove.

Tablica 3. Izračunate vrijednosti za model 3

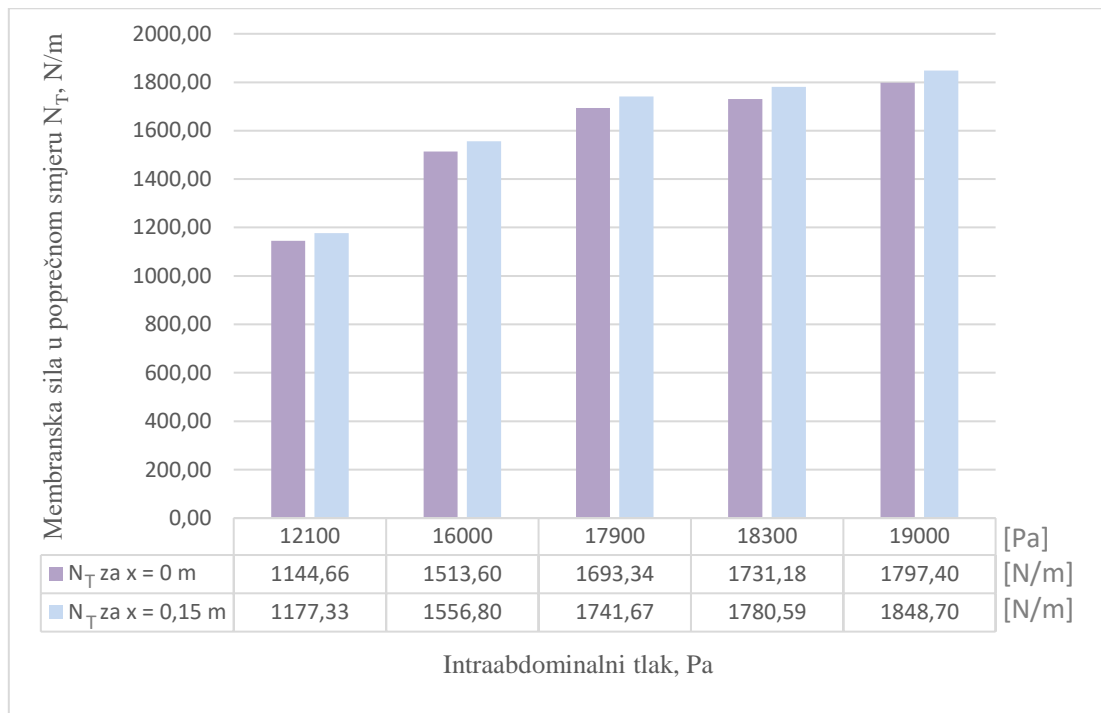
Kut nagiba trupa [°]	Intra-abdominalni tlak (IAP), [Pa]	Sila na kralježnicu, F_{kr} [N]	Uzdužna membranska sila za $x=0$, N_L [N/m]	Uzdužna membranska sila za $x=0,15$, N_L [N/m]	Poprečna membranska sila za $x=0$, N_T [N/m]	Poprečna membranska sila za $x=0,15$, N_T [N/m]
20	12100	174,74	278,35	302,84	1144,66	1177,33
10	16000	231,06	368,06	400,45	1513,60	1556,80
-20	17900	258,50	411,77	448,00	1693,34	1741,67
-30	18300	264,28	420,97	458,01	1731,18	1780,59
-45	19000	274,39	437,07	475,53	1797,40	1848,70



Slika 16. Utjecaj intraabdominalnog tlaka na silu na kralježnicu F_{kr} modela 3



Slika 17. Promjena sile N_L s obzirom na različite polumjere zakrivljenosti modela 3 za različite intraabdominalne tlakove



Slika 18. Promjena sile N_T s obzirom na različite polumjere zakrivljenosti modela 3 za različite intraabdominalne tlakove

5. ZAKLJUČAK

Analizom modela i analizom dobivenih rezultata možemo uočiti povećanje vrijednosti intraabdominalnog tlaka za vrijeme leđne fleksije. Povećanjem intraabdominalnog tlaka pri savijanju leđa (nagib tijela prema naprijed) intraabdominalni tlak djeluje tako da „razdvaja“ dijafragmu i rebra od zdjelice i tako direktno rasterećuje lumbalni dio kralježnice jer dolazi do povećanja pritiska na prsni koš koji tako sudjeluje u rasterećenju kralježnice. Možemo to objasniti i na sličan način, a to je da približavanjem prsnog koša zdjelici, odnosno savijanjem tijela prema naprijed smanjujemo efektivnu površinu na koju djeluje tlak i tako ga povećavamo što znači da je pritisak na kralježnicu manji. Iz rezultata vidimo kako porastom intraabdominalnog tlaka rastu membranske sile isto kao i sila na kralježnicu što je bilo i za očekivati prema svim izrazima, ali i prema poznavanju biomehanike pokreta leđne ekstenzije i fleksije. Iz tri različita modela vidljivo je da kod fleksije -20° do -45° , odnosno nakon što vrijednosti intraabdominalnog tlaka prijeđu oko 18 kPa, s porastom intraabdominalnog tlaka ne dolazi do značajnijeg porasta sile na kralježnicu, sila na kralježnicu je približno konstantna, iako intraabdominalni tlak raste. Sila na kralježnicu ovisi samo o intraabdominalnom tlaku te polumjeru rebara R , što je vidljivo usporedbom modela 1 i 3 kojima je polumjer rebara jednak te su tako i sile na kralježnicu jednake. Uvrštavanjem istih tih vrijednosti u izraz (7) uočili bismo da je sila koja nastaje pod utjecajem IAP-a uvijek veća nego ona na kralježnicu što je samo još jedan od pokazatelja pozitivnog utjecaja odnosno rasterećenja lumbalnog dijela kralježnice prilikom leđne ekstenzije jer djeluje u suprotnom smjeru od sile na kralježnicu. Izračunate vrijednosti za dvije različite osnosimetrične ljuske pokazuju da se s porastom polumjera osnosimetrične ljuske smanjuje razlika između maksimalnih i minimalnih vrijednosti membranskih sila te one također nakon što vrijednost intraabdominalnog tlaka prijeđe 18 kPa postaju približno konstantne iako intraabdominalni tlak raste. Kako je na početku spomenuto, kroz godine istraživanja zaključci o utjecaju intraabdominalnog tlaka bili su podijeljeni i vrlo kontradiktorni. Iz ovih podataka možemo zaključiti da uzimajući u obzir određenu grešku zbog pretpostavki koje ne utječu bitno na rezultate, intraabdominalni tlak rasterećuje donji dio kralježnice pri savijanju trupa. Sve to, naravno, vrijedi za zdravog čovjeka koji nema iz medicinskih razloga već na početku promatranja povećan intraabdominalni tlak.

LITERATURA

- [1] Rekreativa Medical: World Spine Day. Rekreativa Medical, Zagreb, 2020. Dostupno na: <https://www.rekreativa-medical.com/svjetski-dan-kraljeznice-hrvatska.html>, datum pristupa 8.6.2023.
- [2] Hans Lindgren, DC: Intra-Abdominal Pressure, Hans Lindgren DC – DNS Practitioner, 2012 Jan 6. Dostupno na: <https://www.hanslindgren.com/blog/intra-abdominal-pressure/>, datum pristupa 8.6.2023.
- [3] Arjmand N, Shirazi - Adl A.: Role of Intra – abdominal Pressure in the Unloading and Stabilization of the Human Spine during Static Lifting Tasks, Eur Spine J. 2006 Aug, 15 (8), 1265-1275, doi: 10.1007/s00586-005-0012-9
- [4] Jalšovec D.: Sustavna i topografska anatomija čovjeka, Školska knjiga, Zagreb, 2005.
- [5] Fitness.com.hr. 10 vježbi za oblikovanje i jačanje [Internet]. Zagreb: Fitness.com.hr; c 2010. [pristupljeno 25.8.2024.] Dostupno na: <https://www.fitness.com.hr/vjezbe/vjezbe/Deset-vjezbi-za-kose-misice-trbuha.aspx>
- [6] Struna: Poprečni trbušni mišić. Institut za hrvatski jezik i jezikoslovlje, Zagreb, 2011, Dostupno na: <http://struna.ihjj.hr/naziv/poprecni-trbusni-misic/28131/>, datum pristupa 28.8.2024.
- [7] Neck Solutions, The transverse abdominis muscle helps support the back and stabilize posture, Neck Solutions, Philadelphia, 2001. Dostupno na: <https://www.necksolutions.com/transverse-abdominis-muscle/>, datum pristupa 25.8.2024.
- [8] Daggfeldt, K., Thorstensson.: Biomechanics of Back Extensions Torque Production about the Lumbar Spine, J. Biomech, 2003 Jun; 36(6):815-25, doi: 10.1016/s0021-9290(03)00015-0
- [9] Sorić, J. :Metoda konačnih elemenata: Linearna i nelinearna analiza konstrukcija. Golden Marketing – Tehnička knjiga, Zagreb, 2021.

[10] Mokhtarzadeh, H., Farahmand, F., Shirazi – Adl, A., Arjmand, N., Malekipour, F., Parnianpour, M.: The Effects of Intra-abdominal Pressure of the Stability and Unloading of the Spine, *J. Mech. Med. Biol.*, 2011 May 8, Vol. 12, No. 1 (2012), 1250014 doi: 10.1142/S0219519412004508

[11] Recursos de Autoayuda, Šta je analitička metoda? Karakteristike, pravila, klasifikacija i još mnogo toga, California, Recursos de Autoayuda; 2024. Dostupno na: <https://www.recursosdeautoayuda.com/bs/analiti%C4%8Dka-metoda/>, datum pristupa 31.8.2024.

[12] Hrvatska enciklopedija, Zdjelica. Leksikografski zavod, Zagreb, 2013. Dostupno na: <https://www.enciklopedija.hr/clanak/zdjelica>, datum pristupa 31.8.2024.