

Primjena laserskog mjernog uređaja za praćenje kod ispitivanja alatnih strojeva

Pintarić, Erik

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:110950>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-20**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Erik Pintarić

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Tomislav Staroveški, dipl. ing.

Student:

Erik Pintarić

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru dr. sc. Tomislavu Staroveškom na pomoći i savjetima prilikom izrade ovog završnog rada.

Zahvaljujem se i višem stručnom suradniku dr. sc. Karlu Obrovcu na pruženoj pomoći i prenesenom znanju tijekom izrade ovog rada te asistentima i suradnicima s Katedre za alatne strojeve na pomoći prilikom mjerenja.

Posebne zahvale idu mojoj obitelji koja mi je omogućila studiranje i koja mi je bila podrška tijekom trajanja studija.

Erik Pintarić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 24 – 06 / 1	
Ur.broj: 15 – 24 –	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: Erik Pintarić

JMBAG: 0035231327

Naslov rada na hrvatskom jeziku: Primjena laserskog mjernog uređaja za praćenje kod ispitivanja alatnih strojeva

Naslov rada na engleskom jeziku: Application of laser tracking measurement device for machine tool testing

Opis zadatka:

Mjerni uređaji za praćenje laserom (eng. *Laser Tracker*) izvorno su osmišljeni za potrebe mjerenja dimenzija velikih objekata za nivelaciju i preciznu montažu većih strojeva. Međutim, isti uređaji se potencijalno mogu primijeniti i kod provjere geometrijske točnosti i točnosti pozicioniranja alatnih strojeva.

U radu je stoga potrebno:

1. Opisati izvedbe i principe rada *Laser Tracker*-a.
2. Primijeniti dostupni *Laser Tracker* (model Tracker 3, tip LTS-3000, američkog proizvođača API) kod provjere geometrijske točnosti i točnosti pozicioniranja numerički upravljano alata stroja „ADRISS“, koji se nalazi u Laboratoriju za alatne strojeve.
3. Obraditi dobivene podatke i prokomentirati rezultate.
4. Donijeti zaključke rada.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

24. 4. 2024.

Zadatak zadao:

izv. prof. dr. sc. Tomislav Staroveški

Datum predaje rada:

2. rok (izvanredni): 11. 7. 2024.
3. rok: 19. i 20. 9. 2024.

Predviđeni datumi obrane:

2. rok (izvanredni): 15. 7. 2024.
3. rok: 23. 9. – 27. 9. 2024.

Predsjednik Povjerenstva:

prof. dr. sc. Damir Godec

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA	IV
POPIS KRATICA	V
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY	VII
1. UVOD.....	1
1.1. Povijest i razvoj LMUP-A.....	2
1.2. Karakteristike različitih modela LMUP-a	3
2. PRINCIP RADA LMUP-OVA	4
2.1. Interferometar	4
2.2. Mjerač apsolutne udaljenosti.....	5
2.3. Određivanje koordinata mjerenog objekta	6
3. METODOLOGIJA MJERENJA	9
3.1. Ispitivani postav	9
3.2. Opis postupka mjerenja.....	11
3.2.1. Ishodišni položaj za mjerenje.....	11
3.2.2. Postupak mjerenja	13
4. ANALIZA PRIKUPLJENIH PODATAKA.....	16
4.1 Dekompozicija singularnih vrijednosti	16
4.1.1 Izračun svojstvenih vrijednosti sa SVD metodom	16
4.2. Transformacije točaka u prostoru.....	17
4.2.1. Kruta transformacija pomoću SVD metode	17
4.2.2. Relativna transformacija između koordinatnih sustava	19
4.2.3. Transformacija između koordinatnih sustava alatnog stroja i LMUP-a	21
4.3. Udaljenost točke od ravnine	22
4.4. Distribucija grešaka.....	23
4.4.1. Interpolacija točaka na ravnini	23
4.4.2. Interpolacija unutar volumena definiranog s osam točaka.....	24
5. ANALIZA GOM INSPECTOM	27
5.1. Obrada podataka.....	27
5.1.1. Odstupanje točaka od ravnina	28
5.1.2. Udaljenost između točaka	32
6. ZAKLJUČAK.....	34
LITERATURA.....	35

POPIS SLIKA

Slika 1. Jedna od prvih izvedbi LMUP-a [4]	2
Slika 2. Leica Smart 310[5].....	3
Slika 3. SMR i LMUP	4
Slika 4. Michelsonov interferometar [8]	5
Slika 5. LMUP s ugrađenim ADM-om[10]	6
Slika 6. Korekcija putanje laserske zrake[8]	6
Slika 7. Koordinatni sustav LMUP-a [8]	7
Slika 8. Koncept LMUP-a [11]	8
Slika 9. Numerički upravljani alatni stroj „ADRISS“	9
Slika 10. LMUP „API T3 LTS-3000“	10
Slika 11. Temperaturni senzori	10
Slika 12. Šiljci u početnom položaju.....	12
Slika 13. Ishodišni položaj mjerenja	12
Slika 14. Postupak mjerenja u jednoj točki.	13
Slika 15. Idealne i transformirane izmjerene točke	22
Slika 16. Distribucija grešaka – prednja strana radnog prostora.....	25
Slika 17. Distribucija grešaka – stražnja strana radnog prostora	25
Slika 18. Distribucija grešaka na $Y = 140$ mm	26
Slika 19. Distribucija grešaka na $Y = 280$ mm	26
Slika 20. Mreža ravnina u prostoru	28
Slika 21. Odstupanje točaka od ravnina okomitih na X os	29
Slika 22. Odstupanje točaka od ravnina okomitih na Y os	30
Slika 23. Odstupanje točaka od ravnina okomitih na Z-os	31

POPIS TABLICA

Tablica 1. Koordinate nominalnih i izmjerenih točaka	14
Tablica 2. Opis ravnina	27
Tablica 3. Udaljenost između točaka	32

POPIS OZNAKA

OZNAKA	JEDINICA (SI)	OPIS
a		Vektor
$[A]$	-	Matrica
$ A $	-	Determinanta matrice
$[A]^{-1}$	-	<i>Inverz matrice</i>
$[A]^T$	-	<i>Transponirana matrica</i>
R	-	Matrica rotacije
T	-	Matrica transformacije
t	mm	Vektor translacije
d	mm	Iznos odstupanja
φ	-	Fi, kut nagiba
θ	°	Theta, horizontalni kut
\angle	rad	Kut
\times	-	<i>Vektorski produkt vektora</i>
\cdot	-	<i>Skalarni produkt vektora</i>

POPIS KRATICA

Oznaka	Opis
ADM	(engl. <i>Absolute Distance Meter</i>) – Mjerač apsolutne udaljenosti
CAD	(engl. <i>Computer-Aided Design</i>) – Oblikovanje pomoću računala
IDW	(engl. <i>Inverse Distance Weighting</i>) – Inverzno ponderirana udaljenost
LMUP	(engl. <i>Laser Tracker</i>) – Laserski mjerni uređaj za praćenje
NC	(engl. <i>Numerical Control</i>) – Numeričko upravljanje
SMR	(engl. <i>Spherically Mounted Retroreflector</i>) – Sferično umetnuti retro reflektor
SVD	(engl. <i>Singular Value Decomposition</i>) – Dekompozicija singularnih vrijednosti
3D	Trodimenzijski

SAŽETAK

Tema ovog završnog rada je primjena laserskih mjernih uređaja za praćenje kod provjere geometrijske točnosti i točnosti pozicioniranja numerički upravljanih alatnih strojeva. U uvodnom dijelu dan je kratak pregled povijesti razvoja laserskih mjernih uređaja za praćenje te usporedba karakteristika uređaja različitih proizvođača. U danjem radu opisani su osnovni principi rada laserskih mjernih uređaja za praćenje koji se temelje na interferometru i mjeraču apsolutne udaljenosti. Nakon opisa rada laserskih mjernih uređaja za praćenje navedena je mjerna oprema i razmatrani alatni stroj. Oprema koja se koristila u ovom procesu je laserski mjerni uređaj za praćenje „API T3 LTS-3000“, sferično umetnuti retro reflektor i razmatrani alatni stroj „ADRISS“, razvijen na Katedri za alatne strojeve Fakulteta. U središnjem dijelu rada prikazana je obrada dobivenih podataka analitičkom metodom i pomoću računalnog programa GOM Inspect. Zaključno su iznesena opažanja o točnosti pozicioniranja alatnog stroja.

Ključne riječi: laserski mjerni uređaj za praćenje, numerički upravljani alatni stroj, interferometar, apsolutni mjerač udaljenosti, sferično umetnuti retro reflektor, točnost pozicioniranja

SUMMARY

This thesis deals with application of laser trackers on geometric and positioning accuracy of a NC machine tool. In the introduction, a brief overview and historical development of laser trackers is given, as well as a comparison of the characteristics of such devices from different manufacturers. In this paper, the basic principles of the operation of laser trackers based on an interferometer and absolute distance meter are described. The equipment used in this process was the laser tracker “API T3 LTS-3000” and spherically mounted retroreflector, which were used on experimental machine tool “ADRISS”. In the central part of this thesis, the process of the data analysis using the analytical method and the computer software GOM Inspect is presented. In conclusion, observations about the positioning accuracy of the machine tool were made.

Key words: *laser tracker, NC machine tool, interferometer, absolute distance meter, spherically mounted retroreflector, positioning accuracy*

1. UVOD

Prilikom uvođenja novih numerički upravljanih alatnih strojeva u suvremene proizvodne sustave potrebno je izvršiti podešavanje strojeva i nivelaciju te provjeriti geometrijsku točnost i točnost pozicioniranja prema određenim ispitnim protokolima. Za tu svrhu postoje različiti mjerni uređaji. Za umjeravanje alatnih strojeva uz ostale metode se koriste interferometri koji mogu mjeriti pomake i ispod 1 μm . To su prijenosni mjerni uređaji koji imaju mogućnost istodobnog mjerenja samo po jednoj osi, a pripremna vremena potrebna za njihovo postavljanje u odgovarajuće položaje su razmjerno velika. Drugi način za umjeravanje je pomoću laserskih mjernih uređaja za praćenje (engl. *Laser Tracker*, LMUP – laserski mjerni uređaj za praćenje). To su prijenosni mjerni uređaji čija namjena potencijalno može biti i provjera geometrijske točnosti te točnosti pozicioniranja alatnih strojeva. Ovi uređaji mjere s točnošću do oko 10 μm na udaljenostima do 80 m [1]. Njihova pripremna vremena za postavljanje u određeni položaj znatno su kraća u usporedbi s interferometrima, a ujedno mogu istovremeno mjeriti tri ili više stupnjeva slobode gibanja alatnog stroja s iste pozicije. Zbog toga se koriste i za praćenje točnosti pozicioniranja robotskih manipulatora tijekom rada. To je brža i fleksibilnija metoda u odnosu na interferometar [2].

U ovom radu naglasak je stavljen na primjenu LMUP-ova kod provjere točnosti pozicioniranja alatnog stroja „ADRISS“. Na početku je predstavljen osvrt na povijesni razvoj ovih uređaja i usporedba između karakteristika LMUP-ova različitih proizvođača. Dalje su opisani principi na kojima se temelji njihov rad. Za potrebe ovog rada mjerene su proizvoljno odabrane točke unutar radnog prostora alatnog stroja. LMUP-om su određene pozicije točaka u radnom prostoru stroja, a prikupljeni podaci su potom analizirani u cilju utvrđivanja odstupanja izmjerenih točaka od zadanih. Pomoću prikupljenih podataka došlo se do informacija o točnosti pozicioniranja i geometrijskoj točnosti alatnog stroja unutra zadanog radnog prostora te o potrebi za eventualnim korekcijama unutar upravljačkog sustava ili zamjeni dotrajalih dijelova s ciljem dobivanja radnog prostora u kojem moguć rad s određenom točnošću.

1.1. Povijest i razvoj LMUP-A

Razvoj LMUP-ova slijedi iz razvoja lasera 1960.-ih godina i definicija metra koristeći brzinu svjetlosti kao referencu 1983. godine. Prvi prototip laserskog mjernog uređaj za praćenje izumio je 1987. godine dr. Kam Lau u Nacionalnom institutu za standard i tehnologiju s ciljem olakšavanja praćenja pozicije robota [3]. Taj uređaj je bio prvi interferometar koji je omogućavao mjerenje objekata u pokretu, to jest njihove udaljenosti i kuta pod kojim se nalaze [4]. Kasnije je osnovao vlastitu tvrtku pod nazivom „API Metrology“. Jedan od prvih LMUP proizvedenih od strane te tvrtke prikazan je na slici 1.



Slika 1. Jedna od prvih izvedbi LMUP-a [4]

Kako su se prve primjene LMUP-a temeljile na primjeni interferometrije, na osnovu interferencije svjetlosnih valova dobivalo se precizan podatak o mjerenoj udaljenosti. Veliku promjenu u načinu rada te brzini i preciznosti mjerenja uvela je tvrtka „Leica Geosystems“ koja je razvila tehnologiju apsolutnog mjerača udaljenosti (ADM). ADM je omogućio brže mjerenje uvođenjem mjerenja apsolutne udaljenosti između objekta mjerenja i instrumenta mjerenja bez potrebe za inicijalnim kontaktom između izvora laserske zrake i reflektirajuće površine [3]. Ista je tvrtka izradila 1992. godine i prvi komercijalno dostupan laserski mjerni uređaj za praćenje pod nazivom „Leica Smart 310“ [5]. Taj je uređaj prikazan na slici 2.



Slika 2. Leica Smart 310[5]

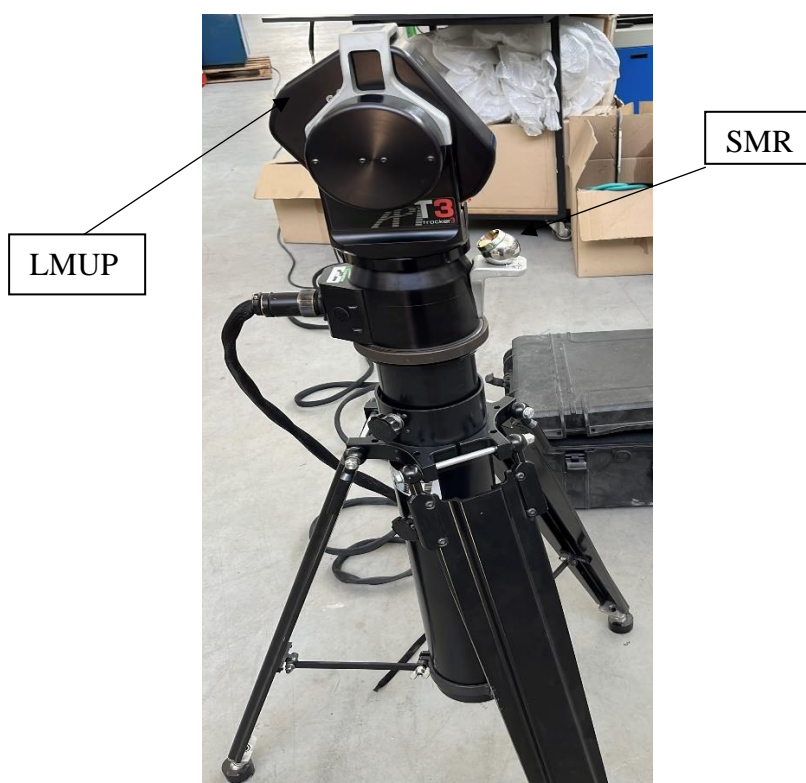
Razvojem LMUP-ova omogućeno je mjerenje trodimenzionalnih objekata velikih razmjera. Ova je tehnologija svoju primjenu na početku pronašla u zrakoplovnoj industriji kod montaže avionskih dijelova s ciljem ubrzanja proizvodnih procesa te je u potpunosti zamijenila tradicionalne mjerne tehnologije. Ubrzo je zbog primjena prerasla na sve industrije poput automobilske, brodograditeljske, robotičke i energetske [4].

1.2. Karakteristike različitih modela LMUP-a

Na tržištu prevladava zastupljenost tri glavna proizvođača LMUP-ova, a to su API, Faro Technologies i Leica Geosystems. Svaki proizvodi uređaje i s interferometrom i ADM-om. API proizvodi najmanje i najlakše uređaje, ali njihovi uređaji zahtijevaju čvrsto postolje zbog osjetljivosti na i najslabije vibracije koje dolaze iz pogonskih motora uređaja. LMUP-ovi koje proizvodi Leica Geosystems su najvećih dimenzija i najteži, ali nisu osjetljivi na slabije vibracije zbog čega mogu slobodno stajati i mogu se lako premještati između pozicija. Farovi LMUP-ovi imaju najfiniju rezoluciju mjerenja, ali i najkraći domet koji iznosi maksimalno 35 metara. LMUP-ovi proizvedeni od strane Leica Geosystems imaju najlošiju rezoluciju od tri navedena proizvođača, a domet do 40 m. Najveći domet ostvaruju API-evi mjerni uređaji koji imaju mogućnost mjerenja na udaljenostima do 60 m [1].

2. PRINCIP RADA LMUP-OVA

Laserski mjerni uređaji za praćenje su prenosivi mjerni sustavi koji mjere koordinate objekta u prostoru. Rade na principu emitiranja laserske zrake prema reflektoru te praćenja povratnog signala s ciljem određivanja pozicije objekta u prostoru. Reflektor koji se koristi naziva se sferno umetnuti retro reflektor (SMR). To je optički uređaj osmišljen za LMUP-ove koji sadrži retro reflektirajuću površinu izvedenu u obliku prizmi i umetnutu u sferu te zbog toga omogućuje laserskoj zraci odbijanje natrag prema izvoru zrake istim putem iz bilo kojeg kuta upada zrake na SMR, to jest orijentacije SMR-a u prostoru [6-7]. SMR i LMUP prikazani su na slici 3.

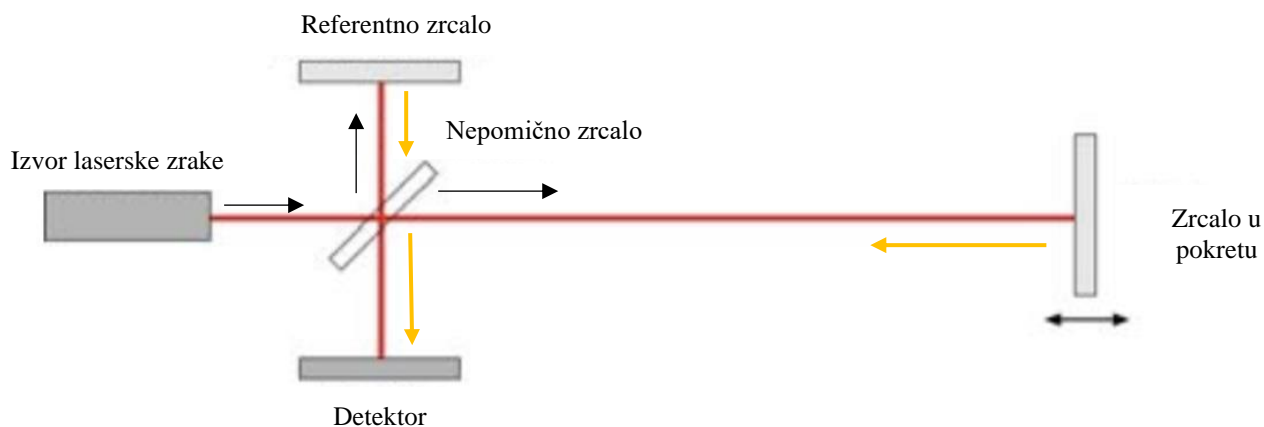


Slika 3. SMR i LMUP

2.1. Interferometar

Princip rada LMUP-a temelji se na nekoliko metoda poput interferometrije i apsolutnog mjerača udaljenosti kojim se utvrđuje udaljenost objekta mjerenja. Metoda na kojoj se temelji LMUP korišten u ovom ispitivanju je interferometrija. Interferometrija je pojava međudjelovanja dva vala koji istodobno prolaze kroz isti prostor. Optički uređaj koji se temelji na interferenciji valova laserske zrake i koji je jedan od sastavnih dijelova LMUP-a je interferometar. Interferometar radi prema principu Michelsonovog interferometra koji je

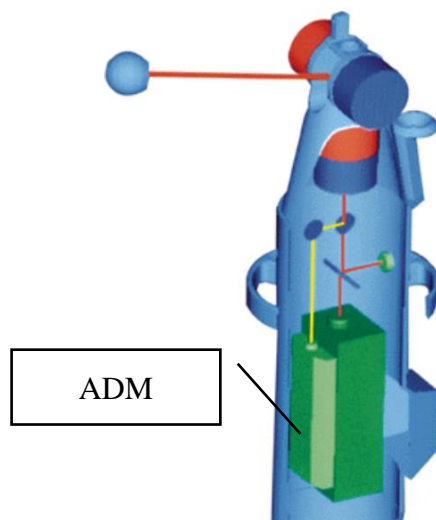
prikazan na slici 4. Koherentan izvor svjetlosti iz lasera putuje prema nepomičnom zrcalu te se dijeli na dvije zrake. Jedna zraka se odbija prema referentnom zrcalu i ima funkciju reference za drugu zraku. Ta druga zraka putuje prema zrcalu koje se nalazi na objektu čija se udaljenost mjeri, odbija se i vraća natrag da bi se potom spojila s referentnom zrakom stvarajući interferenciju koja se mjeri na detektoru. Iz poznatih podataka o valnoj duljini dolazi se do podatka o udaljenosti predmeta od izvora lasera. Na temelju faznog pomaka između zraka dolazi do interferencije valova koja može biti destruktivna i konstruktivna. Na temelju različitih faznih pomaka zraka interferometar preračunava podatak o udaljenosti objekta. LMUP uz mjerenje udaljenosti obavlja i praćenje objekta mjerenja koje je omogućeno s dva rotacijska prigona s enkoderima visoke rezolucije [8].



Slika 4. Michelsonov interferometar [8]

2.2. Mjerač apsolutne udaljenosti

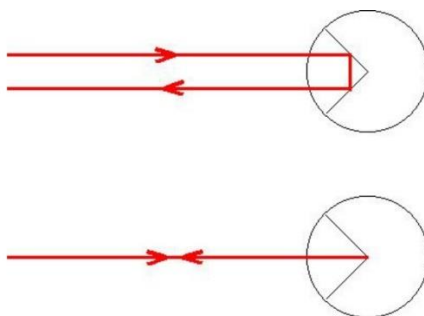
Modernija metoda mjerenja je pomoću ADM-a kojom se eliminira potreba za povratnim signalom i ima mogućnost apsolutnog mjerenja, a ujedno nije potrebno očuvanje neprekinute reflektirane zrake jer se ista može brzo ponovno uspostaviti. Ta tehnologija omogućuje brže mjerenje i uspostavljanje veze između izvora i SMR-a, dok je interferometar precizniji pa se koriste komplementarno jedan s drugim u modernim laserskim mjernim uređajima za praćenje [5,8,12]. ADM je u osnovi zaseban optički uređaj koji se ugrađuje na postojeći interferometar, to jest LMUP, zbog bržeg uspostavljanja veze s reflektorom, a prikazan je na slici 5. Sastoji se od izvora pulsne laserske zrake i ogledala. Kao sustav može funkcionirati i samostalno, ako nije potrebno pratiti kretanje objekta, ali u slučaju potrebe za mjerenjem objekta koji je u pokretu mora biti povezan sa sustavom interferometra. „ADM sustavi uobičajeno određuju udaljenost do cilja moduliranjem amplitude, frekvencije ili polarizacije laserske zrake i razlučivanje udaljenosti do cilja pomoću faznih mjerenja.“ [10].



Slika 5. LMUP s ugrađenim ADM-om[10]

2.3. Određivanje koordinata mjenog objekta

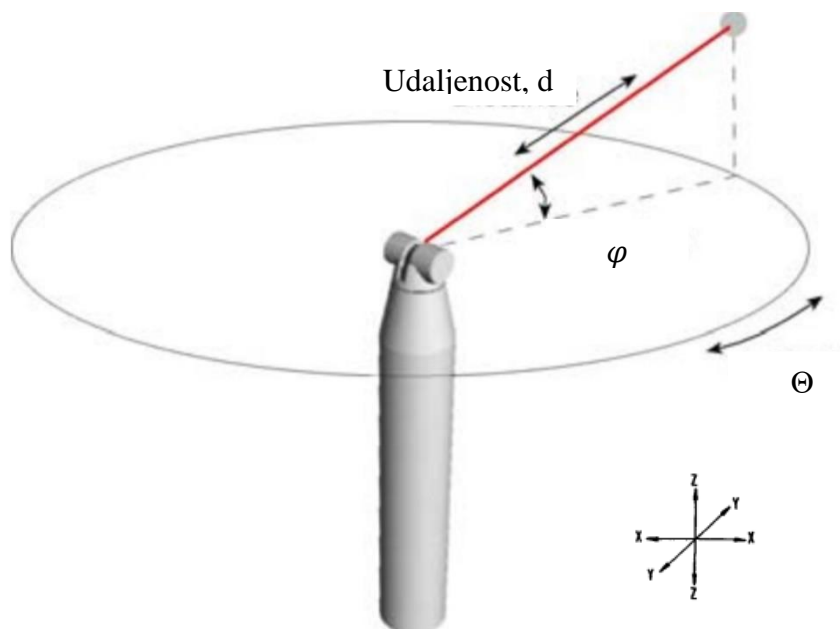
Kod LMUP-a se prati kretanje SMR-a povezanog s objektom mjerenja. Prilikom pokretanja LMUP-a potrebno je uspostaviti neprekinutu reflektiranu zraku između uređaja i SMR-a. Važno je da se upućena zraka reflektira unazad prema izvoru istim putem kojim je bila upućena, a SMR zbog svojih umetnutih reflektirajućih prizmi upravo to osigurava. Kod uspostavljanja prvog kontakta između LMUP-a i SMR-a to se postiže tako da kada laserska zraka pogodi SMR van njegovog centra, unatrag se reflektira paralelno naspram upućene zrake, ali s pomakom. Senzori u uređaju mjere pomak i omogućuje mjernom uređaju da namjesti izvor zrake i pošalje ju u središte SMR-a koji zraku potom istim putem vraća natrag i daje podatke o udaljenosti predmeta u prostoru. Korekcija izvora zrake prikazana je na slici 6 [8].



Slika 6. Korekcija putanje laserske zrake[8]

LMUP prati tri koordinate u sfernom koordinatnom sustavu. Dva kuta zakreta dobivaju se pomoću enkodera smještenih na rotacijskim prigonima, a udaljenost sustavom temeljenom na interferometriji ili ADM-u. Sukladno tome podaci se dobivaju LMUP-om prikazani su u

sfernom koordinatnom sustavu. Naknadno se, koristeći računalne programe dobivene koordinate, mogu prikazati i u Kartezijevom koordinatnom sustavu zbog daljnjih analiza podataka [8-9]. Koordinate sfernog sustava su prikazane slikom 7.



Slika 7. Koordinatni sustav LMUP-a [8]

Udaljenost SMR-a od LMUP-a se mjeri interferometrom ili mjerачem apsolutne udaljenosti (ADM), a kutovi u sfernim koordinatama dobivaju se pomoću kutnih pretvornika pomaka. Transformacija koordinata iz Kartezijevog koordinatnog sustava u sferni dana je jednadžbama od (1) do (3).

$$d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1)$$

$$\varphi = \sin^{-1} \frac{z}{d} \quad (2)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad (3)$$

Transformacija koordinata iz sfernog koordinatnog sustava u Kartezijev dana je jednadžbama od (4) do (6).

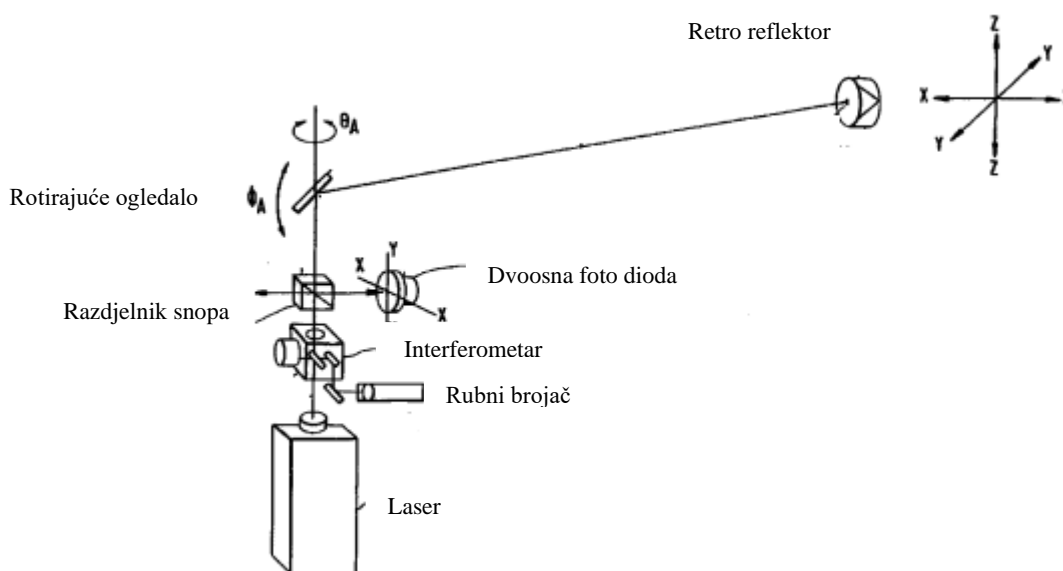
$$x = d \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta \quad (4)$$

$$y = d \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta \quad (5)$$

$$z = d \cdot \sin \varphi \quad (6)$$

Točnost mjerenja duljine interferometrom uvelike ovisi o točnosti kojom se valna duljina svjetlosti može odrediti u okruženju mjerenja [10]. Male promjene u valnoj duljini, koje nastaju primjerice uslijed zagrijavanja izvora, ne mogu se precizno odrediti, ali značajno utječu na

rezultat mjerenja. Sukladno tome važno je uzeti u obzir da se koriste oni izvori kod kojih su ove varijacije razmjerno male. Mjerni uređaj također posjeduje senzore za okolišnu temperaturu, temperaturu materijala razmatranog objekta i okolišni tlak pa se kod preračunavanja podataka iz sfernih koordinata u Kartezijeve koriste i te informacije za dobivanje što točnijih transformacija. Interferometrom se može precizno izmjeriti udaljenost do sfernog retro reflektora, ali zahtijeva povratni signal i nije u stanju mjeriti apsolutnu udaljenost. Za ispravno mjerenje interferometrom, važno je osigurati neprekinutu reflektiranu zraku između interferometra i SMR-a tokom cijelog vremena mjerenja. U suprotnom je potrebno ponovo uspostaviti vezu i započeti mjerenje. Koncept osnovnog principa rada LMUP-a prikazan u patentu mjernog uređaja dan je slikom 8 na kojoj je vidljiv laser kao izvor laserske zrake, sustav interferometra, retro reflektirajuće ogledalo i rotirajuće ogledalo za praćenje kuta reflektirajuće mete [11].



Slika 8. Koncept LMUP-a [11]

3. METODOLOGIJA MJERENJA

Cilj provođenja mjerenja bio je utvrditi može li se laserski mjerni uređaj za praćenje koristiti u svrhu provjere točnosti pozicioniranja i geometrijske točnosti alatnog stroja. Također, cilj je na temelju rezultata mjerenja odrediti s kojom točnošću, u zadanom radnom području, može raditi alatni stroj ili u kojem dijelu zadanog radnog područja alatni stroj može raditi unutar nekog određenog tolerancijskog polja jer su karakteristike alatnog stroja određene s postojećim odstupanjima između stvarnog i zadanog položaja mjerenih točke [13]. Ispitivanje je izvršeno u Laboratoriju za alatne strojeve Fakulteta strojarstva i brodogradnje.

3.1. Ispitivani postav

Postav za provedbu ovog mjerenja sastojao se od alatnog stroja i LMUP. Alatni stroj koji je bio predmet mjerenja je numerički upravljana 3-osna glodalica „ADRISS“ prikazan slikom 9. Stroj je projektiran i izrađen u Laboratoriju za alatne strojeve Fakulteta strojarstva i brodogradnje.



Slika 9. Numerički upravljani alatni stroj „ADRISS“

Korišteni mjerni uređaj bio je LMUP proizvođača „API Metrology“, model T3, tip LTS-3000 s pripadajućim SMR-om. Ovaj model LMUP-a radi na principu interferometra. Sam uređaj se sastoji od laserskog mjernog dijela i rotacijskih prigona za praćenje SMR-a koji mu daju dva stupnja slobode gibanja. LMUP stoji na tronožnom stalku koji utječe na ishodište koordinatnog sustava. Samo ishodište je određeno konstrukcijom uređaja i njegovim upravljačkim sustavom. Nakon što je mjerni sustav postavljen za određeno mjerenje, nije se smio pomicati tijekom cijelog postupka ispitivanja. Sam mjerni uređaj radi s preciznošću većom od one potrebne za

rad alatnog stroja, što osigurava da će prikupljeni podaci biti točni i prikladni za daljnje analize, koje će omogućiti realan prikaz stanja alatnog stroja. Laserski mjerni uređaj za praćenje dan je slikom 10.



Slika 10. LMUP „API T3 LTS-3000“

Mjerni uređaj je povezan kablom s pripadajućim upravljačkim sustavom. Na tu jedinicu se povezuju i senzor za temperaturu okolišnog zraka i senzor temperature koji se postavlja na alatni stroj, a prikazani su slikom 11. Slovom A označen je senzor za temperaturu zraka, a slovom B senzor temperature razmatranog objekta.



Slika 11. Temperaturni senzori

3.2. Opis postupka mjerenja

Postupak mjerenja proveo se u unaprijed zadanom mjernom području. Radni prostor u kojem je mjerenje provedeno uzeto je prema području rada alatnog stroja. Radni prostor stroja definiran je dimenzijama duž X, Y i Z osi. Odabrano mjerno područje iznosi:

- 675 mm u smjeru osi X,
- 420 mm u smjeru osi Y i
- 270 mm u smjeru osi Z.

Svaka od udaljenosti podijeljena je na 4 jednaka dijela te su se tako dobili pomaci od po:

- 225 mm u smjeru osi X,
- 140 mm u smjeru osi Y i
- 90 mm u smjeru osi Z.

Mjerenjem u tako određenom mjernom području dobile su se 64 točke, to jest koordinate, u kojima se vršilo mjerenje točnosti pozicioniranja alatnog stroja. Nominalne točke bile su zadane na način da se postavljaju na pravcima koji su paralelni s osima koordinatnog sustava stroja te koje su međusobno ortogonalne. Obzirom da se radi o numeričkom stroju s trivijalnom kinematikom, zadane pozicije bi u stvarnosti trebale odgovarati postignutima. Prilikom mjerenja u Laboratoriju za alatne strojeve temperatura zraka koju je mjerio senzor iznosila je 31 °C, temperatura materijala 30,17 °C, a tlak zraka iznosio je 0,999 bar. Ambijentalno osvjetljenje mjerne opreme je bilo intenzivno. Tijekom mjerenja u Laboratoriju nisu radili ostali alatni strojevi koji bi, da su radili, potencijalno vibracijama mogli utjecati na rezultate mjerenja jer je LMUP izrazito osjetljiv i na najmanje vibracije i promjene položaja.

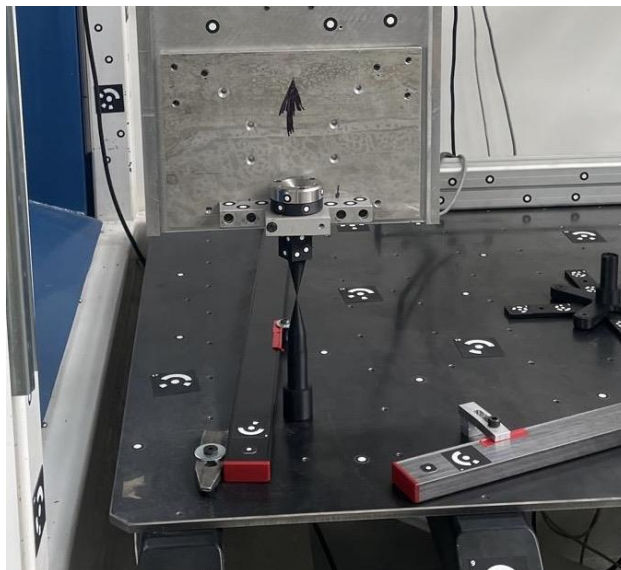
3.2.1. Ishodišni položaj za mjerenje

Za ishodište mjerenja uzeta je rubna točka zadanog mjernog prostora i opisana je koordinatama:

- $X = 0$,
- $Y = 0$ te
- $Z = 0$.

Ishodište je definirano pomoću dva šiljka. Šiljci su izrađeni aditivnom proizvodnjom za potrebe ovog mjerenja i predstavljaju orijentir za polazišnu točku. Šiljci u početnom položaju za mjerenje su prikazani slikom 12. Jedan je šiljak bio smješten na stol alatnog stroja, a drugi u nastavku SMR-a, to jest na kraju gnijezda za SMR. Pozicija na kojem se ta dva šiljka dodiruju u istoj točki uzeto je za ishodište sustava. Ishodišni položaj mjerenja prikazan je slikom 13. Na

slici je vidljiv LMUP i SMR smješten u svoje gnijezdo koje se pak nalazi na prigonu alatnog stroja.



Slika 12. Šiljci u početnom položaju



Slika 13. Ishodišni položaj mjerenja

Nakon definiranja referentnih točaka na alatnom stroju uspostavljena je veza između laserskog mjernog uređaja za praćenje i SMR-a za koju je važno da ostane neprekinuta tijekom cijelog procesa mjerenja.

3.2.2. Postupak mjerenja

Mjerenje se izvodilo na način da se preko NC programa na upravljačkom računalu stroja označenom slovom A na slici 14 alatni stroj pomakne u zahtijevani položaj, LMUP označen slovom B odredi koordinate SMR-a označenog slovom C, koji je postavljen na posmični prigon Z osi alatnog stroja. Kada se postignuo zadani položaj SMR-a u prostoru LMUP-om se, nakon nekoliko sekundi zbog smanjenja grešaka koje nastaju radi vibracije, izmjeri položaj točke. Prijenosno računalo označeno slovom D zabilježi podatke o koordinatama točaka, a time se postigne tražena veza između zadatih i izmjerenih pozicija stroja. Potom slijedi pozicioniranje u iduću točku zadanu NC programom.



Slika 14. Postupak mjerenja u jednoj točki.

Istovjetni postupak je bilo potrebno ponoviti za sve 64 zadane točke. Podaci se prikupljaju pomoću računalnog programa „TrackerCal“ koji je sastavni dio sustava za mjerenje dobiven od strane proizvođača. Računalni sustav omogućava prikupljanje velikog broj podataka poput koordinata u sfernom sustavu ili različitih kutova odstupanja, a za ovo mjerenje bilo je potrebno

prikupiti podatke o položaju točaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu i temperaturi. Dobivene su vrijednosti dane u dokumentu formata *.csv* (eng. *Comma-separated values* – vrijednosti razdvojene zarezom). Vrijednosti nominalnih točaka vezanih uz koordinatni sustav alatnog stroja, čije se pozicije ispituju i njima korespondentnih točaka izmjerenih naspram koordinatnog sustava LMUP-a dane su u tablici 1. Na temelju tih podataka provodi se danja analiza.

Tablica 1. Koordinate nominalnih i izmjerenih točaka

Pozicija	X _N	Y _N	Z _N	X _M	Y _M	Z _M
1	0	0	0	-620,19	1772,71	-262,93
2	225	0	0	-395,91	1793,95	-264,19
3	450	0	0	-171,82	1815,23	-265,41
4	675	0	0	52,1162	1836,48	-266,63
5	0	140	0	-633,5	1912,22	-262,58
6	225	140	0	-409,27	1933,5	-263,66
7	450	140	0	-185,12	1954,7	-264,97
8	675	140	0	38,8306	1975,95	-266,17
9	0	280	0	-646,81	2051,86	-262,25
10	225	280	0	-422,51	2073,07	-263,42
11	450	280	0	-198,42	2094,31	-264,53
12	675	280	0	25,5422	2115,54	-265,72
13	0	420	0	-660,12	2191,27	-261,74
14	225	420	0	-435,82	2212,48	-262,9
15	450	420	0	-211,74	2233,73	-264,02
16	675	420	0	12,225	2254,96	-265,14
17	0	0	90	-619,93	1772,32	-172,91
18	225	0	90	-395,67	1793,54	-174,15
19	450	0	90	-171,59	1814,81	-175,37
20	675	0	90	52,4028	1836,05	-176,58
21	0	140	90	-633,23	1911,8	-172,57
22	225	140	90	-408,96	1933	-173,76
23	450	140	90	-184,87	1954,24	-174,93
24	675	140	90	39,1145	1975,47	-176,12
25	0	280	90	-646,55	2051,37	-172,21
26	225	280	90	-422,27	2072,58	-173,37
27	450	280	90	-198,18	2093,82	-174,52
28	675	280	90	25,8205	2115,03	-175,67
29	0	420	90	-659,87	2190,78	-171,73
30	225	420	90	-435,6	2211,97	-172,87
31	450	420	90	-211,52	2233,2	-174,01
32	675	420	90	12,5009	2254,42	-175,13
33	0	0	180	-619,62	1771,92	-82,887
34	225	0	180	-395,37	1793,13	-84,139

35	450	0	180	-171,31	1814,37	-85,356
36	675	0	180	52,7219	1835,6	-86,563
37	0	140	180	-632,89	1911,36	-82,518
38	225	140	180	-408,65	1932,57	-83,739
39	450	140	180	-184,6	1953,79	-84,933
40	675	140	180	39,4364	1975,02	-86,11
41	0	280	180	-646,21	2050,94	-82,176
42	225	280	180	-421,98	2072,11	-83,355
43	450	280	180	-197,89	2093,35	-84,512
44	675	280	180	26,1154	2114,56	-85,667
45	0	420	180	-659,54	2190,3	-81,666
46	225	420	180	-435,31	2211,49	-82,835
47	450	420	180	-211,24	2232,72	-83,963
48	675	420	180	12,7755	2253,95	-85,109
49	0	0	270	-619,27	1771,5	7,12426
50	225	0	270	-395,06	1792,68	5,87745
51	450	0	270	-171,01	1813,91	4,66863
52	675	0	270	53,0337	1835,14	3,46004
53	0	140	270	-632,57	1910,92	7,50104
54	225	140	270	-408,38	1932,1	6,25919
55	450	140	270	-184,32	1953,31	5,09811
56	675	140	270	39,741	1974,53	3,93521
57	0	280	270	-645,89	2050,45	7,83782
58	225	280	270	-421,67	2071,63	6,6449
59	450	280	270	-197,63	2092,83	5,51795
60	675	280	270	26,4191	2114,04	4,36357
61	0	420	270	-659,25	2189,84	8,31832
62	225	420	270	-435,02	2210,99	7,17507
63	450	420	270	-210,95	2232,2	6,06793
64	675	420	270	13,1046	2253,41	4,9291

4. ANALIZA PRIKUPLJENIH PODATAKA

Rezultati mjerenja, koji su dobiveni ovim istraživanjem, prikazuju koordinatne točaka, to jest položaj mjerenih točaka u prostoru naspram ishodišta koordinatnog sustava koji je vezan uz LMUP. Za analizu podataka i donošenja zaključka potrebno je provesti nekoliko koraka. Prvi korak zahtijeva pronaći transformaciju između koordinatnog sustava nominalnih i izmjerenih točaka, a potom definirati metodu za utvrđivanje odstupanja. Podaci koji se žele dobiti nakon analize su podaci o odstupanju pojedinih izmjerenih točaka od nominalne ravnine, pojedinih izmjerenih točaka od nominalnih točaka te prikaz distribucije grešaka u radnom prostoru. „Ovakva odstupanja kombinacija su učinaka koji proizlaze iz različitih utjecaja, poput toplinskih deformacija, sila, ograničenja u kontroli kretanja ili degradacije komponenti tijekom vremena.“[14]. Nastala su i zbog grešaka prilikom izrade pojedinih pozicija alatnog stroja, kod montaže dijelova i postavljanja stroja.

4.1 Dekompozicija singularnih vrijednosti

Pojedini od načina analize dobivenih podataka temelje se na numeričkoj metodi dekompozicije singularnih vrijednosti (SVD). Ta metoda omogućava izračunavanje svojstvenih vektora i svojstvenih vrijednosti te je korisna kod analize podataka i rješavanja problema kao što je pronalaženje ravnine kroz skup 3D točaka. SVD razlaže matricu u ortogonalne komponente te omogućuje pristup singularnim vrijednostima, koje su slične vrijednostima u smislu mjerenja varijacije. SVD metoda razlaže $m \times n$, $n \times m$ ili $m \times m$ matricu \mathbf{A} na tri matrice prema jednadžbi (7).

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (7)$$

Gdje su:

\mathbf{U} - ortogonalna matrica (svojstveni vektori matrice $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$),

$\mathbf{\Sigma}$ - dijagonalna matrica $m \times n$ koja sadrži singularne vrijednosti matrice \mathbf{A} na dijagonali,

\mathbf{V}^T - ortogonalna matrica (svojstveni vektori matrice $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$).

4.1.1 Izračun svojstvenih vrijednosti sa SVD metodom

Izračun SVD na matrici podataka \mathbf{X} omogućuje pronalazak glavnih komponenti, a time i svojstvenih vektora i svojstvenih vrijednosti kovarijantnu matrice :

1. Kovarijantna matrica \mathbf{C} se definira kao jednačba (8).

$$\mathbf{C} = \frac{1}{n-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X} \quad (8)$$

Kada je \mathbf{X} je matrica podataka.

2. SVD matrice \mathbf{X} daje faktorizaciju jednačbom (9).

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (9)$$

3. Singularne vrijednosti $\mathbf{\Sigma}$ su kvadratni korijeni svojstvenih vrijednosti kovarijantne matrice.

Ako se SVD primijeni nad matricom podataka \mathbf{X} , singularne vrijednosti matrice $\mathbf{\Sigma}$ daju skalirane svojstvene vrijednosti kovarijantne matrice \mathbf{C} .

4. Svojstveni vektori kovarijantne matrice \mathbf{C} su stupci matrice \mathbf{V} iz SVD-a.

Prednosti numeričke SVD metode su u tome što je izuzetno stabilna te je pogodna za izračun svojstvenih vektora i vrijednosti čak i za matrice koje su slabo uvjetovane. Dobivaju se vrlo precizni rezultati pa se često koristi u slučajevima kada se traži točnost u problemima s višedimenzionalnim podacima.

4.2. Transformacije točaka u prostoru

Transformacija točaka između dva koordinatna sustava vrši se pomoću krute transformacije koja u 3D prostoru podrazumijeva translaciju i rotaciju skupa točaka bez promjene međusobne udaljenosti između tih točaka. Kada postoje dva skupa korespondentnih točaka cilj je pronaći takvu krutu transformaciju kod koje će najbolje poravnati prvi skup s drugim. U tu svrhu se uz druge, mogu koristiti SVD metoda ili metoda relativne transformacije.

4.2.1. Kruta transformacija pomoću SVD metode

Ova metoda odražava međusobne udaljenosti između točaka i poravnava jedan skup s drugim. U sustavu u kojem postoje dva skupa točaka cilj je pronaći krutu deformaciju koja povezuje ta dva skupa. Prvi skup se može prikazati kao $\mathbf{P} = \{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3\}$ gdje su $\mathbf{P}_i = (x_i, y_i, z_i)$ koordinate točaka u prvom skupu. Drugi skup se može prikazati kao $\mathbf{Q} = \{\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_3\}$, gdje su $\mathbf{Q}_i = (x'_i, y'_i, z'_i)$ koordinate točaka u drugom skupu, a traži se kruta transformacija koja pretvara točke iz skupa točaka \mathbf{P} u točke skupa \mathbf{Q} . U 3D prostoru kruta se deformacija sastoji od rotacije koja je prikazana 3x3 matricom rotacije \mathbf{R} i translacije koja je prikazana vektorom translacije \mathbf{t} 3x1. Na temelju tih matrica se transformira svaka točka \mathbf{P}_i prema jednačbi (10).

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{R} \mathbf{P}_i + \mathbf{t} \quad (10)$$

Gdje su:

- \mathbf{R} – matrica rotacije 3×3 ,
- \mathbf{t} – vektor translacije 3×1 ,
- \mathbf{P}_i – točke iz prvog skupa,
- \mathbf{Q}_i – točke iz drugog skupa.

Kruta transformacija se potom izračunava u nekoliko koraka:

1. Izračun središta mase oba skupa koji je dan jednadžbama (11) i (12).

$$\mathbf{C}_P = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_i, \quad \mathbf{P}_i = \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}, \frac{z_1+z_2+z_3}{3} \right) \quad (11)$$

$$\mathbf{C}_Q = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \mathbf{Q}_i, \quad \mathbf{Q}_i = \left(\frac{x'_1+x'_2+x'_3}{3}, \frac{y'_1+y'_2+y'_3}{3}, \frac{z'_1+z'_2+z'_3}{3} \right) \quad (12)$$

2. Prebacivanje točaka u lokalne koordinate prikazanim jednadžbama (13) i (14) pomoću jednadžba (11) i (12).

$$\mathbf{P}'_i = \mathbf{P}_i - \mathbf{C}_P \quad (13)$$

$$\mathbf{Q}'_i = \mathbf{Q}_i - \mathbf{C}_Q \quad (14)$$

3. Izračun rotacije

Za pronalaženje matrice rotacije \mathbf{R} potrebno je prvo na temelju SVD dekompozicije izračunati kovarijantnu matricu \mathbf{H} koja je prikazuje jednadžbom (15).

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}'_i \mathbf{Q}'_i{}^T \quad (15)$$

Prikazana kovarijantna matrica pokazuje kako su orijentirana dva skupa vektora \mathbf{P}'_i i \mathbf{Q}'_i . Kada se SVD dekompozicija primijeni na matricu \mathbf{H} dobije se jednadžba (16)

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (16)$$

U prikazanoj jednadžbi članovi \mathbf{U} i \mathbf{V} su ortogonalne matrice, a $\mathbf{\Sigma}$ je dijagonalna matrica singularnih vrijednosti. Na temelju tih matrica dobiva se matrica rotacije \mathbf{R} kao u jednadžbi (17).

$$\mathbf{R} = \mathbf{V} \mathbf{U}^T \quad (17)$$

Ako je $\det(\mathbf{R}) = -1$, tada je refleksiju potrebno ukloniti inverzijom jedne od kolona matrice \mathbf{V} .

4. Izračun translacije

Vektor translacije \mathbf{t} prikazan jednadžbom (18) može se izračunati pomoću matrice rotacije \mathbf{R} .

$$\mathbf{t} = \mathbf{C}_Q - \mathbf{R}\mathbf{C}_P \quad (18)$$

Kada se dobiju matrice rotacije i translacije može se izračunati konačna kruta transformacija. Sada se svaka točka \mathbf{P}_i iz prvog skupa može transformirati u korespondentnu točku u skupu \mathbf{Q}_i , a relacija je dana jednadžbom (19).

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{R}\mathbf{P}_i + \mathbf{t} \quad (19)$$

4.2.2. Relativna transformacija između koordinatnih sustava

Kod metode relativne transformacije pretpostavlja se da su prisutna dva koordinatna sustava u 3D prostoru, a za cilj ima pronaći takvu krutu transformaciju, koja će povezati te sustave pomoću njihovih korespondentnih točaka. Ova metoda koristi odgovarajuće točke iz dva koordinatna sustava za izračunavanje matrice transformacije. Jednostavna je, intuitivna i pogodna za situacije gdje su poznate korespondencije između točaka u različitim koordinatnim sustavima. Za analizu podataka dobivenih ovim mjerenjem koristile su se tri točke. Skup točaka vezanih na jedan koordinatni sustav prikazan je oznakama \mathbf{P}_1 , \mathbf{P}_2 i \mathbf{P}_3 . Skup točaka vezan za drugi koordinatni sustav prikaza je oznakama \mathbf{Q}_1 , \mathbf{Q}_2 i \mathbf{Q}_3 i korespondentne su s točkama iz prvog sustava. Kruta transformacija se zatim izračunava u nekoliko koraka:

1. Izgradnja lokalnog koordinatnog sustava

Za izgradnju lokalnog koordinatnog sustav potrebno je odrediti ishodišta pojedinog sustava. Uzima se da je \mathbf{P}_1 ishodište prvog koordinatnog sustava, a \mathbf{Q}_1 drugog. Zatim je potrebno je definirati jedinične vektore. Vektor \mathbf{X}_P definira se kao jedinični vektor u smjeru od \mathbf{P}_1 do \mathbf{P}_2 i dan je jednadžbom (20). Analogno se definira i vektor \mathbf{X}_Q dan jednadžbom (21).

$$\mathbf{X}_P = \frac{\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1}{|\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1|} \quad (20)$$

$$\mathbf{X}_Q = \frac{\mathbf{Q}_2 - \mathbf{Q}_1}{|\mathbf{Q}_2 - \mathbf{Q}_1|} \quad (21)$$

Sljedeći vektor, \mathbf{Y}_P , konstruira se kao jedinični vektor okomit na vektor \mathbf{X}_P i koji leži u ravnini definiranom točkama $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ i \mathbf{P}_3 . Za dobivanje ovog vektora koristi se vektorski produkt prikazan jednadžbom (22), a za drugi koordinatni sustav prikazan jednadžbom (23).

$$\mathbf{Y}_P = \frac{(\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_1) \times \mathbf{X}_P}{|(\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_1) \times \mathbf{X}_P|} \quad (22)$$

$$\mathbf{Y}_Q = \frac{(\mathbf{Q}_3 - \mathbf{Q}_1) \times \mathbf{X}_Q}{|(\mathbf{Q}_3 - \mathbf{Q}_1) \times \mathbf{X}_Q|} \quad (23)$$

Na temelju izračunatih vektora \mathbf{X}_P i \mathbf{Y}_P definira se jedinični vektor \mathbf{Z}_P koji se dobiva vektorskim produktom prethodna i sukladno tome okomit je na ta dva vektora, a prikazan jednadžbom (24). Analogno tomu dobiva se i jedinični vektor \mathbf{Z}_Q dan jednadžbom (25).

$$\mathbf{Z}_P = \mathbf{X}_P \times \mathbf{Y}_P \quad (24)$$

$$\mathbf{Z}_Q = \mathbf{X}_Q \times \mathbf{Y}_Q \quad (25)$$

Sada su ostvarena dva ortonormirana koordinatna sustava definirana pomoću baza $(\mathbf{X}_P, \mathbf{Y}_P, \mathbf{Z}_P)$ i $(\mathbf{X}_Q, \mathbf{Y}_Q, \mathbf{Z}_Q)$.

2. Izračun relativne matrice rotacije

Matrica rotacije \mathbf{R} koja transformira prvi koordinatni sustav u drugi može se dobiti izravno tako da se usporede jedinični vektori (osnovni vektori) ta dva sustava. Matrica rotacije \mathbf{R} je definirana kao u jednadžbi (26).

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_Q \cdot \mathbf{X}_P & \mathbf{X}_Q \cdot \mathbf{Y}_P & \mathbf{X}_Q \cdot \mathbf{Z}_P \\ \mathbf{Y}_Q \cdot \mathbf{X}_P & \mathbf{Y}_Q \cdot \mathbf{Y}_P & \mathbf{Y}_Q \cdot \mathbf{Z}_P \\ \mathbf{Z}_Q \cdot \mathbf{X}_P & \mathbf{Z}_Q \cdot \mathbf{Y}_P & \mathbf{Z}_Q \cdot \mathbf{Z}_P \end{bmatrix} \quad (26)$$

Gdje se " \cdot " odnosi na skalarni produkt između odgovarajućih vektora, a $\mathbf{X}_Q, \mathbf{Y}_Q, \mathbf{Z}_Q$ te $\mathbf{X}_P, \mathbf{Y}_P, \mathbf{Z}_P$ predstavljaju stupce \mathbf{Q} i \mathbf{P} matrica rotacija.

3. Izračun translacije

Translacija se izražava preko vektora translacije \mathbf{t} koji je izračunava kao razlika između ishodišta dvaju koordinatnih sustava nakon što se oni zarotiraju pomoću matrice rotacije \mathbf{R} , a prikazan je jednadžbom (27).

$$\mathbf{t} = \mathbf{Q}_1 - \mathbf{R}\mathbf{P}_1 \quad (27)$$

4. Konačna kruta transformacija

Ona povezuje dva koordinatna sustava pomoću matrice rotacije \mathbf{R} i vektora translacije \mathbf{t} . Transformacijskom jednadžbom (28) može se svaka točka iz sustava \mathbf{P}_i prvog koordinatnog sustava transformirati u korespondentnu točku \mathbf{Q}_i drugog koordinatnog sustava.

$$Q_i = RP_i + t \quad (28)$$

4.2.3. Transformacija između koordinatnih sustava alatnog stroja i LMUP-a

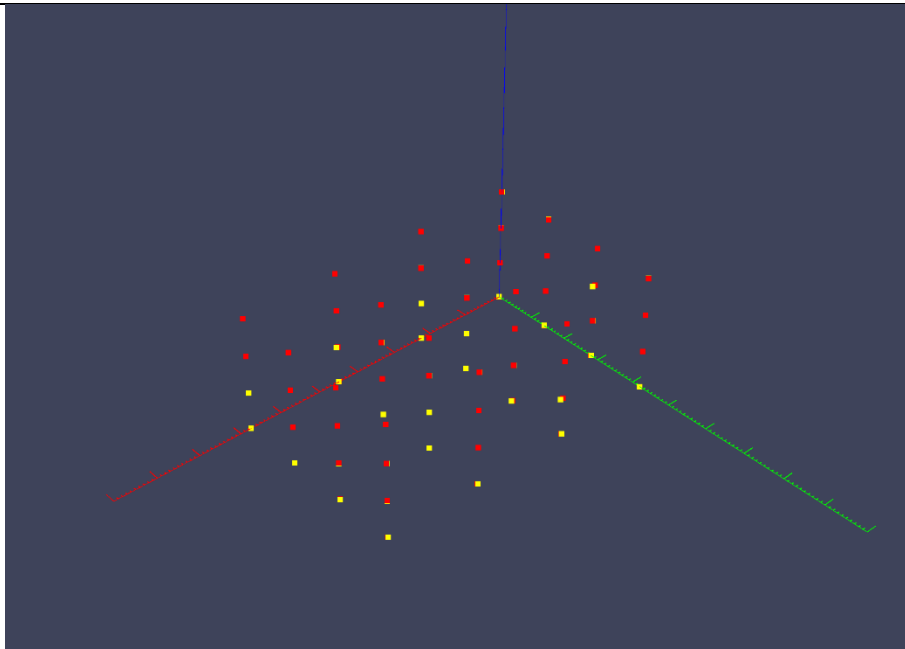
Na temelju metode relativne transformacije vrši se transformacija između koordinatnog sustava alatnog stroja i LMUP-a. Uzimaju se po tri korespondentne točke iz svakog koordinatnog sustava. Iz podataka dobivenih mjerenjem izračunava se matrica rotacije i translacije te se provodi kruta transformacija točaka. Rezultat ovog postupka dobiva se u obliku matrice transformacije \mathbf{T} dane jednadžbom (29).

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Inverznim oblikom ove matrice transformacije prikazanim jednadžbom (30) skup izmjerenih točaka poveže se s nominalnima.

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T & -\mathbf{R}^T \mathbf{t} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Množenjem nominalnih koordinatnih točaka u homogenoj formi $(x, y, z, 1)^T$ s dobivenom matricom transformacije \mathbf{T}^{-1} dobivaju se nove pozicije istih izmjerenih točaka vezanih na nominalne točke. Prikaz izvršene transformacije koordinatnog sustava LMUP-a u koordinatni sustav alatnog stroja dan je slikom 15. Grafički prikaz transformacije dobiven je na temelju opisanog postupka pomoću računalnog programa CogniVision. Na slici su crvenom bojom prikazane idealne točke vezane uz zadani koordinatni sustav alatnog stroja, a žutom bojom su prikazane izmjerene točke koje su transformirane u isti koordinatni sustav. Vidljivo je da se izmjerene točke ne preklapaju u potpunosti s nominalnima, što znači da su prisutna odstupanja i greške u pozicioniranju alatnog stroja.



Slika 15. Idealne i transformirane izmjerene točke

4.3. Udaljenost točke od ravnine

Jedna od metoda koja se primjenjuje u obradi podataka razmatra informacije o udaljenosti, to jest odstupanju pojedine točke od idealne ravnine. U 3D prostoru udaljenost točke od ravnine je najkraća udaljenost između neke točke i ravnine, odnosno duljina okomice koja se spušta s točke na ravninu. Ravnina je u 3D prostoru opisana jednačinom (31).

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (31)$$

U toj jednačini A , B , C i D su koeficijenti ravnine, a x , y , i z su koordinate točaka na ravnini. Vektor (A, B, C) je vektor normale ravnine, to jest okomit na nju, a D je konstanta koja određuje položaj ravnine. Na temelju jednačine ravnine (31) i neke proizvoljne točke za koju se može uzeti da su joj koordinate (x_l, y_l, z_l) može se izračunati udaljenost točke, d , od ravnine pomoću formule dane jednačinom (32).

$$d = \frac{|Ax_l + By_l + Cz_l + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (32)$$

U ovoj formuli brojnik je apsolutnu vrijednost izraza koji predstavlja udaljenost točke od ravnine. Taj izraz može biti i pozitivan i negativan ovisno o tome na kojoj se strani ravnine nalazi točka, no apsolutna vrijednost uzima u obzir samo veličinu udaljenosti. Izraz u nazivniku je duljina vektora normale (A, B, C) kojim je definirana njena orijentacija u prostoru. Ova je formula standardna formula za izračun udaljenosti između točke i ravnine u prostoru.

4.4. Distribucija grešaka

Nakon provedene transformacije koordinatnih sustava, s dobivenim se podacima mogu vršiti potrebne analize i prikazi. Iz poznatih podataka o udaljenostima između točaka ostvaruju se točni podaci o odstupanjima, ali u samo određenim točkama koje su se mjerile. Primjenom metoda interpolacije moguće je aproksimirati distribuciju grešaka na definiranoj ravnini ili unutar definiranog volumena, to jest u bilo kojoj točki sadržanoj u zadanom radnom prostoru koji nužno nije bio izmjerena LMUP-om.

4.4.1. Interpolacija točaka na ravnini

Rezultati se mogu prikazati na više načina, a jedan od načina je interpolacija točaka na ravnini u 3D prostoru. Ovaj postupak interpolacije koristi proizvoljno definirane točke na ravnini prema kojoj se mjere odstupanja koje nemaju jednake z . Cilj interpolacije je prikaz odstupanja svih točaka na određenom području odbrane ravnina primjenom samo četiri točke, kako bi se pojednostavila i ubrzala obrada podataka. Za interpolaciju se koristi općenitiji oblik jednadžbe ravnine koji omogućava proizvoljan pomak ravnine u prostoru. Jednadžba ravnine je dana prema jednadžbi (33). U toj formuli su A , B i C komponente vektora normale ravnine, (x_0, y_0, z_0) koordinate neke točke na ravnini i D je konstanta koja opisuje pomak ravnine.

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0) = -D \quad (33)$$

Ovaj oblik jednadžbe je općenitiji i omogućuje ravnini da ima proizvoljan pomak u prostoru što će se koristiti u konačnoj provjeri i interpolaciji. Postupak kojim se došlo do tog izraza temelji se na definiranju ravnine korištenjem koordinata tri proizvoljne točke (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) i (x_3, y_3, z_3) za koje se vektor normale ravnine $\mathbf{N}=(A, B, C)$ računa prema izrazima datima u jednadžbama od (34) do (36).

$$A = (y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_1)(y_3 - y_1) \quad (34)$$

$$B = (z_2 - z_1)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_1)(z_3 - z_1) \quad (35)$$

$$C = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) \quad (36)$$

Nakon toga se može izračunati D prema jednadžbi (37) koristeći točku (x_0, y_0, z_0) koja se nalazi na ravnini.

$$D = -(A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C \cdot z_0) \quad (37)$$

Nakon uvrštavanja i izračunavanja ovih vrijednosti dobiva se jednadžba (33). Potom se provodi interpolacija vrijednosti na točkama u definiranoj dijelu ravnine od interesa pomoću metode inverzno ponderirane udaljenosti (IDW), gdje ponderi ovise o udaljenosti tih točaka od pripadajuće ravnine te se te interpolirane vrijednosti prikazuju.

4.4.2. Interpolacija unutar volumena definiranog s osam točaka

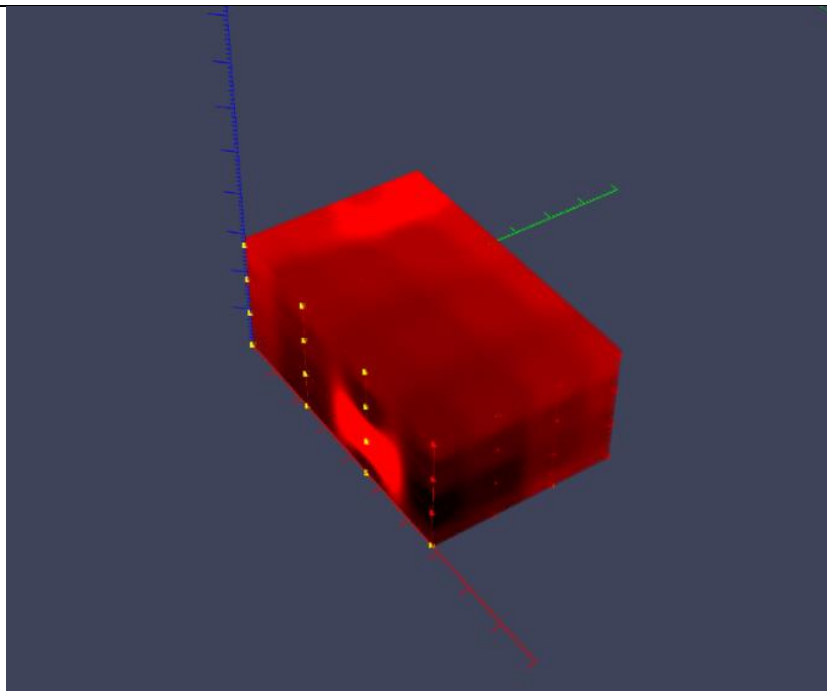
Distribucija greške u radnom prostoru također se može prikazati interpolacijom koristeći 3D inverzno ponderiranu udaljenost (IDW). Interpolacija se provodi unutar proizvoljno odabranog konveksnog volumena definiranog sa 8 ugaonih točaka (vrhova). U općem obliku za konveksni volumen se razmatra skup od n točaka $\mathbf{P}_i = (x_i, y_i, z_i)$, koje opisuju vrhove konveksnog poliedra. Svakoj od tih točaka pridružena je skalarna vrijednost f_i koja je iznos odstupanja točke od nominalne vrijednosti, određene po pojedinom kriteriju. Cilj je interpolirati vrijednosti u točkama unutar datog volumena koristeći IDW interpolaciju. Nakon definiranja konveksnog poliedra provodi se interpolacija unutar zadanog volumena primjenom IDW metode. Vrijednost funkcije interpolacije $f(x, y, z)$ u unutarnjoj točki definirana je izrazom (38).

$$f(x, y, z) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{d_i^p}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^p}} \quad (38)$$

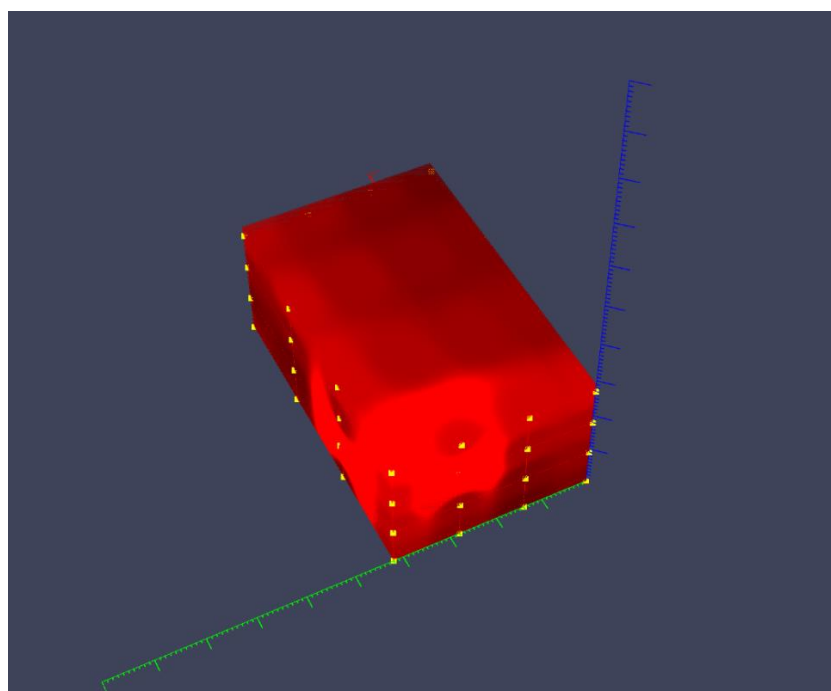
U tome izrazu je p eksponent koji kontrolira koliko udaljenost utječe na težinu i obično iznosi 2, a vrijednost d_i prikazuje udaljenost između interpolirane točke (x, y, z) i točke (x_i, y_i, z_i) , a zadana je izrazom (39).

$$d_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \quad (39)$$

Prije obrade podataka izmjerenih u istraživanju od dostupnih 64 točke koje su dobivene mjerenjem formirala se mreža pravokutnih paralepipeda. Tako je radni prostor podijeljen na 27 ćelija čije su pozicije u X, Y i Z smjeru definirane s osam točaka smještenih u vrhove pravokutnih paralepipeda. Za koordinate pojedinih vrhova uzimaju se cjelobrojne vrijednosti zbog pojednostavljenja analize. Kao ishodište točaka odabrano je ishodište radnog prostora koji se mjerio s koordinatama $(0, 0, 0)$. Nadalje se provjerava da li su točke koje su proizvoljno odabrane unutar zadanog volumena. Samo za te se za točke se primjenjuje se IDW interpolacija, a dobivene vrijednosti prikazuju se grafički kao očekivana distribucija grešaka u prostoru. Na slikama od 16 do 19 grafički se prikazuje distribucije grešaka u prostoru i po presjecima. Područja koja su istaknuta svjetlijim nijansama crvene boje su područja u kojima su se pojavila velika odstupanja od nominalnih vrijednosti, a dok su tamnije regije one u kojima alatni stroj radi s manjim odstupanjima.

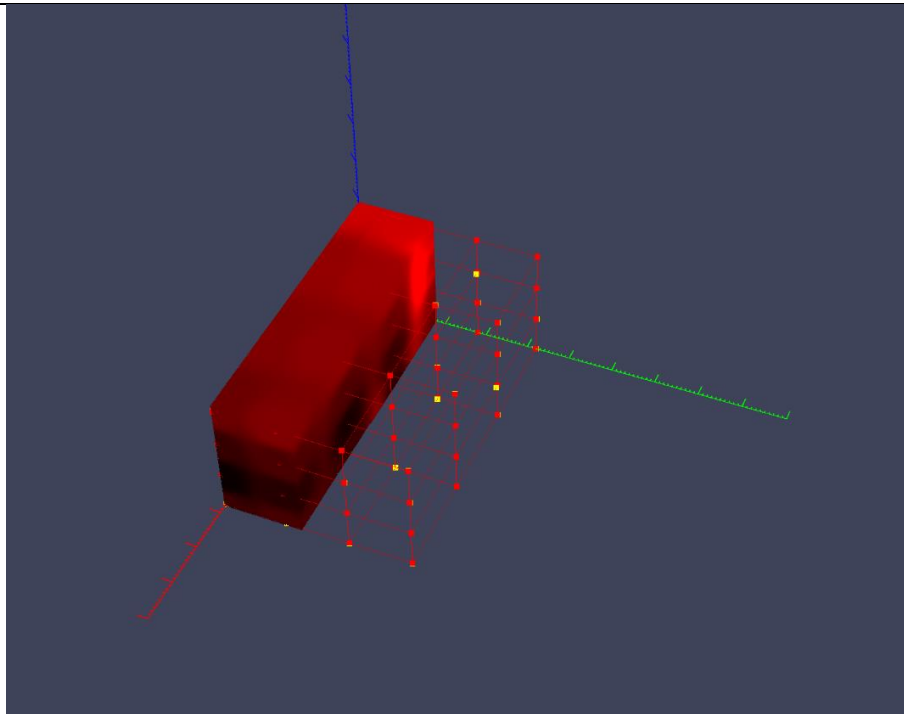


Slika 16. Distribucija grešaka – prednja strana radnog prostora

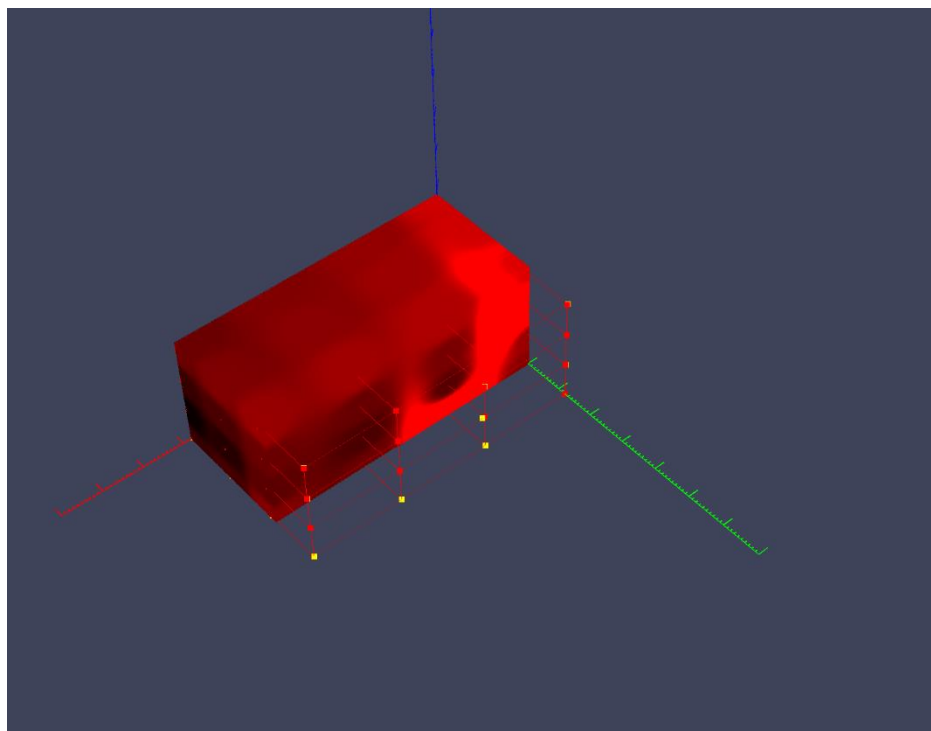


Slika 17. Distribucija grešaka – stražnja strana radnog prostora

Distribucija grešaka na dijelu radnog prostora alatnog stroja gdje je vrijednost $Y = 140$ mm dana je slikom 18, a distribucija grešaka u prostoru gdje je vrijednost $Y = 280$ mm prikazan je slikom 19.



Slika 18. Distribucija grešaka na $Y = 140$ mm



Slika 19. Distribucija grešaka na $Y = 280$ mm

5. ANALIZA GOM INSPECTOM

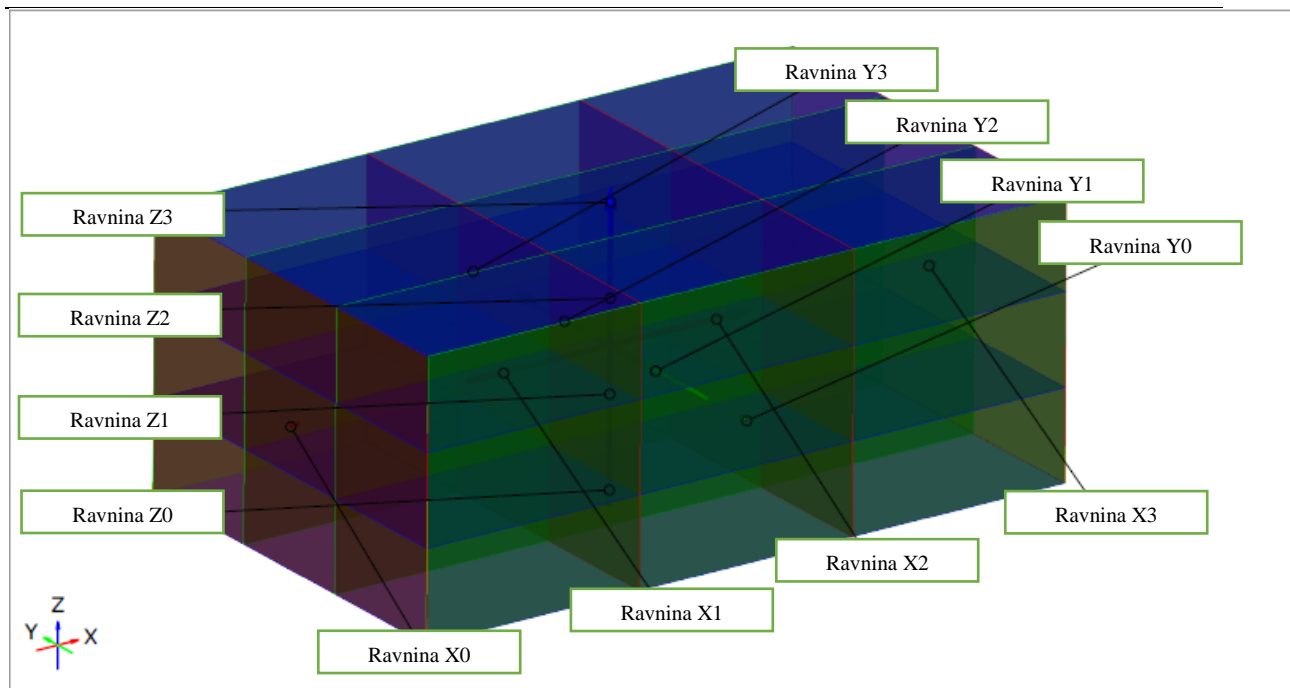
Analiza podataka može se provesti i pomoću suvremenih sustava za obradu mjernih podataka poput GOM Inspecta koji je sastavni dio GOM Softvera. To je računalni program za 3D analizu razvijen od strane tvrtke Zeiss Metrology. Koristi se za analizu dimenzija i tolerancija u različitim industrijama. Također omogućuje usporedbu izmjerenih podataka s CAD modelima s ciljem utvrđivanja razlika između stvarnog objekta i modela. Podaci koji se analiziraju mogu biti prikazani u obliku oblaka točaka ili poligonskih mreža koje predstavljaju površinu objekta [15]. Obrada podataka koju vrši program temelji se na transformacijama i analitičkim metodama za otkrivanje pogrešaka.

5.1. Obrada podataka

Da bi se podaci prikupljeni mjerenjem mogli analizirati prvo je u sustav potrebno učitati vrijednosti nominalnih i izmjerenih točaka. Podaci se učitavaju kao oblaci točaka od nominalnih vrijednosti i izmjerenih vrijednosti. Navedene je oblake točaka potrebno međusobno povezati i poravnati da bi se postigla transformacija u isti koordinatni sustav. Dobiveni podaci, usklađeni unutar zajedničkog koordinatnog sustava, pogodni su za daljnju analizu. Na temelju dobivenih točaka konstruiraju se po četiri ravnine okomite na smjer svake od osi. Postupak se prvo provodi za ravnine nominalnih točaka, a zatim za ravnine izmjerenih točaka. Nakon toga, te se ravnine uspoređuju i dovode u međusobni odnos. Prikaz mreže dobivenih ravnina u prostoru dan je slikom 20. Opis prikazanih ravnina dan je tablicom 2. Potom se provode potrebne analize, a to su u ovom slučaju ispitivanje paralelnosti između ravnina, to jest odstupanja mjerenih ravnina od idealnih te udaljenosti između pojedinih točaka.

Tablica 2. Opis ravnina

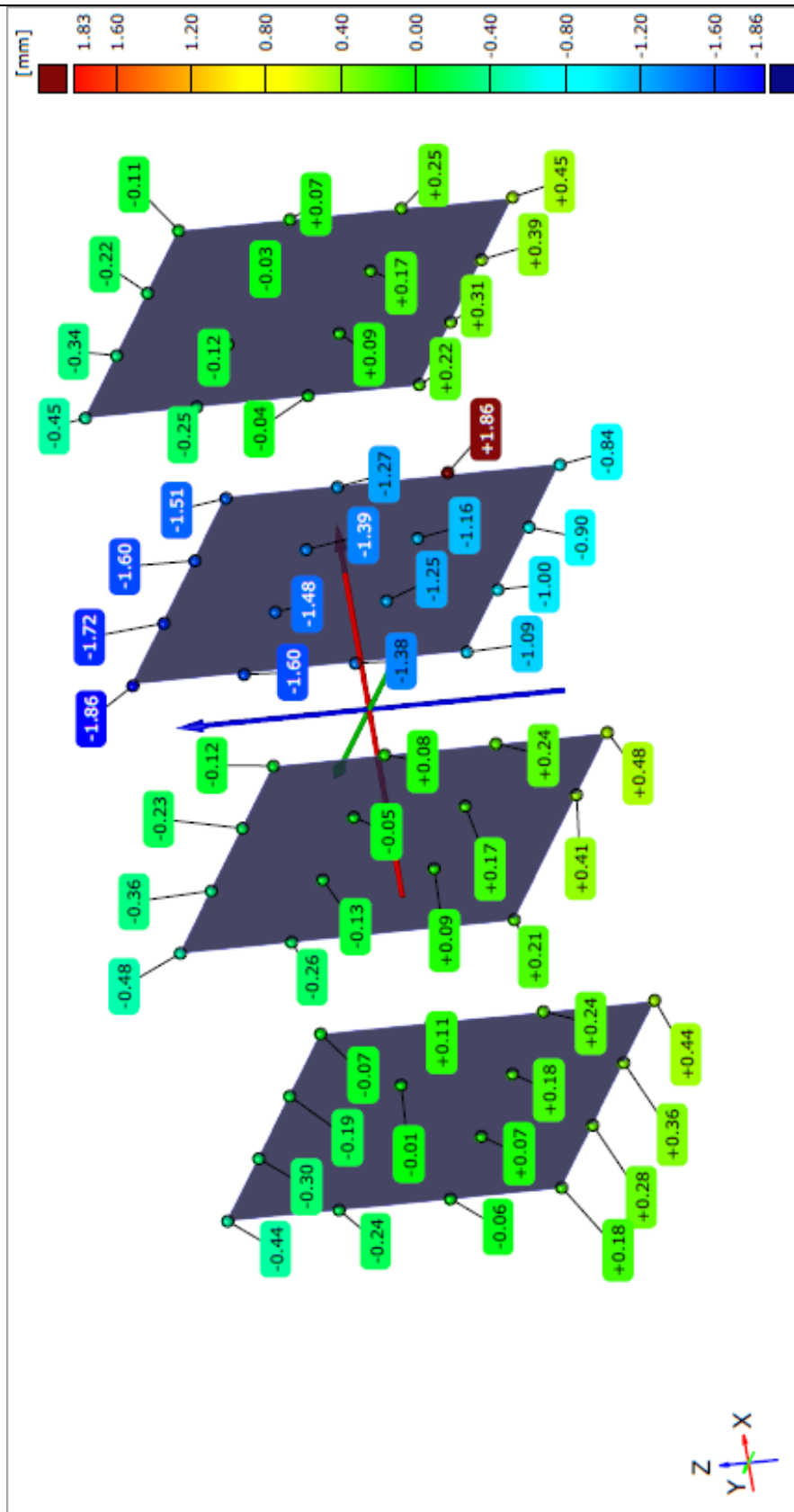
Naziv ravnine	Položaj u koordinatom sustavu
Ravnina X	U ravnini YZ
Ravnina Y	U ravnini XZ
Ravnina Z	U ravnini XY



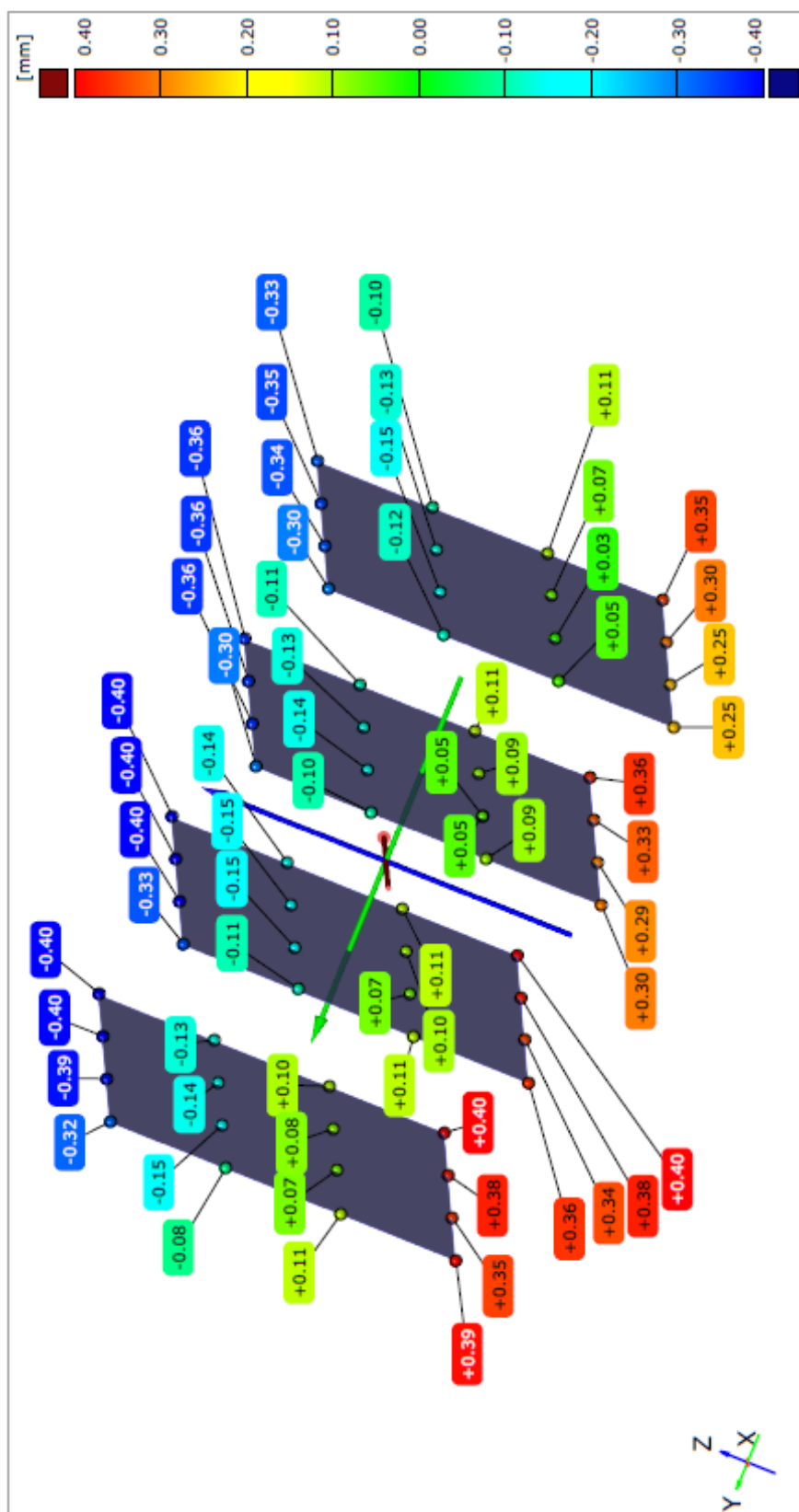
Slika 20. Mreža ravnina u prostoru

5.1.1. Odstupanje točka od ravnina

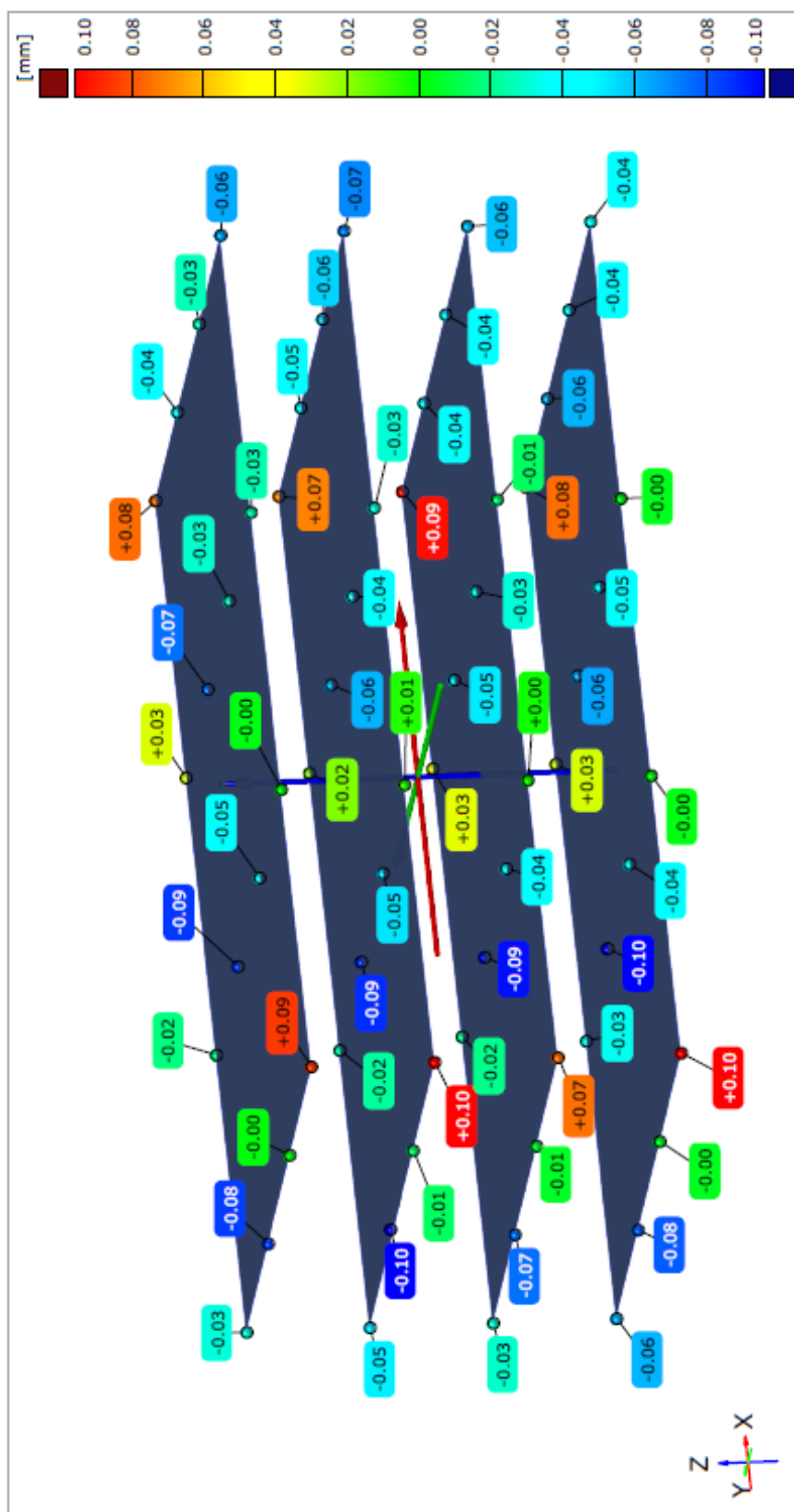
Nakon provedenih analiza računalni program daje mogućnost izrade izvješća. Izvješća o odstupanju točaka od pojedine ravnine vidljiva su na slikama od 21 do 23. Slika 21. prikazuje odstupanje izmjerenih točaka od idealnih ravnina okomitih na os X, slika 22. prikazuje odstupanje od ravnina okomitih na os Y, dok slika 23. prikazuje odstupanje od ravnina okomitih na os Z.



Slika 21. Odstupanje točaka od ravnina okomitih na X os



Slika 22. Odstupanje točaka od ravnina okomitih na Y os



Slika 23. Odstupanje točaka od ravnina okomitih na Z-os

5.1.2. Udaljenost između točaka

Svođenjem točaka na isti koordinatni sustav omogućen je izračun udaljenosti između točaka, to jest dobivanje odstupanja svake izmjerene točke od povezane joj nominalne točke. Također iz tih podataka izračunata je vrijednost udaljenosti pojedine izmjerene točke od zadanih. Analiza tih podataka prikazana je u obliku izvješća iz sustava GOM Inspect, a podaci su također prikazani i u tablici 3.

Tablica 3. Udaljenost između točaka

Element	X[mm]	Y[mm]	Z[mm]	dXYZ[mm]
N1	-0.00	+0.00	+0.11	+0.11
N2	+0.29	-0.14	+0.01	+0.33
N3	+0.41	-0.22	+0.01	+0.47
N4	+0.38	-0.32	-0.03	+0.49
N5	-0.00	+0.12	+0.02	+0.13
N6	+0.31	-0.03	-0.02	+0.31
N7	+0.44	-0.13	-0.03	+0.46
N8	+0.40	-0.24	-0.02	+0.46
N9	+0.01	+0.36	-0.05	+0.36
N10	+3.71	+0.20	-0.07	+3.71
N11	+0.42	+0.10	-0.04	+0.44
N12	+0.40	-0.02	-0.04	+0.40
N13	-0.01	+0.40	-0.03	+0.41
N14	+0.29	+0.22	+0.00	+0.36
N15	+0.42	+0.11	+0.06	+0.44
N16	+0.40	-0.01	+0.11	+0.42
N17	-0.20	-0.21	+0.09	+0.30
N18	+0.06	-0.36	+0.02	+0.37
N19	+3.12	-0.47	-0.00	+3.15
N20	+0.17	-0.56	-0.05	+0.59
N21	-0.18	-0.09	+0.02	+0.20
N22	+0.08	-0.27	-0.02	+0.28
N23	+0.18	-0.37	-0.01	+0.41
N24	+0.18	-0.49	-0.02	+0.52
N25	-0.20	+0.10	-0.05	+0.23
N26	+0.08	-0.08	-0.07	+0.13
N27	+0.18	-0.19	-0.02	+0.26
N28	+0.19	-0.31	-0.01	+0.37
N29	-0.25	+0.12	+0.01	+0.28
N30	+7.42	-0.06	+0.02	+7.42
N31	+0.13	-0.19	+0.07	+0.24
N32	+0.14	-0.31	+0.13	+0.36
N33	-0.34	-0.37	+0.11	+0.52
N34	-0.10	-0.54	+0.02	+0.55

N35	-0.02	-0.66	-0.02	+0.66
N36	-0.01	-0.77	-0.06	+0.77
N37	-0.37	-0.29	+0.01	+0.47
N38	-0.15	-0.46	-0.03	+0.49
N39	-0.05	-0.60	-0.02	+0.60
N40	-0.02	-0.71	-0.04	+0.72
N41	+7.60	-0.12	-0.07	+7.60
N42	-0.14	-0.30	-0.06	+0.34
N43	-0.05	-0.44	-0.04	+0.45
N44	-0.02	-0.57	-0.02	+0.57
N45	-0.42	-0.08	-0.01	+0.43
N46	-0.18	-0.28	+0.01	+0.34
N47	-0.08	-0.41	+0.05	+0.43
N48	-0.06	-0.54	+0.10	+0.56
N49	-0.52	-0.56	+0.09	+0.77
N50	-0.30	-0.74	+0.00	+0.79
N51	-0.25	-0.89	-0.02	+0.92
N52	-0.19	-1.01	-0.06	+1.02
N53	-0.54	-0.49	+0.01	+0.73
N54	-0.33	-0.69	-0.04	+0.76
N55	-0.26	-0.83	-0.02	+0.87
N56	-0.21	-0.97	-0.02	+0.99
N57	-0.57	-0.35	-0.06	+0.67
N58	-0.37	-0.55	-0.07	+0.67
N59	-0.30	-0.69	-0.06	+0.76
N60	-0.25	-0.83	-0.02	+0.87
N61	-0.63	-0.32	-0.00	+0.70
N62	-0.40	-0.53	+0.01	+0.66
N63	-0.35	-0.68	+0.06	+0.76
N64	-0.27	-0.82	+0.10	+0.87

6. ZAKLJUČAK

Svrha ovog završnog rada bila je provjeriti točnost pozicioniranja i geometrijsku točnost alatnog stroja koristeći laserski mjerni uređaj za praćenje. U početnom dijelu rada dan je osvrt na povijest razvoja i usporedba karakteristika LMUP-ova različitih proizvođača. Opisani su principi i tehnologije na kojima se temelji rad LMUP-ova. U eksperimentalnom dijelu vršila se provedba ispitivanja numerički upravljano 3-osnog alatnog stroja „ADRISS“ pomoću LMUP-a API T3 LTS-3000. Provjeravalo se koliko stvarna pozicija alatnog stroja u pojedinoj točki odudara od nominalne vrijednost. Nakon provedenih ispitivanja vršila se analiza podataka analitičkim putem i računalnog programa GOM Inspect.

Nakon analize podataka dobivene su informacije o geometrijskoj točnosti i točnosti pozicioniranja zadanog alatnog stroja. U priloženim izvješćima nalazi se da izmjerene pozicije odstupaju od onih nominalnih, to jest da alatni stroj ne radi sa očekivanom točnošću pozicioniranja. Iz provedene analize odstupanja točaka od ravnina vidljivo je koliko pojedina izmjerena točka odstupa od idealne ravnine, a iz izvješća o udaljenosti između točaka vidljivo je koliko točno svaka izmjerena točka odstupa od idealne vrijednosti. Ta odstupanja nisu ista za svaku točku i ravninu. U nekim dijelovima ravnine su preciznije, odnosno paralelnije u odnosu na idealne, dok su u drugim dijelovima manje točne. Ovi podaci pokazuju da stroj ne radi s istom greškom u svakom dijelu svog ispitivanog radnog prostora, već da se greška mijenja. Greška je najmanja u ravninama okomitim na os Z. Na određenim je područjima greška u pozicioniranju dovoljno malena da se na tom alatnom stroju mogu izrađivati određeni predmeti za koje se ne zahtjeva prevelika točnost. To su središnji dijelovi ispitivanog radnog volumena kod kojih greške odstupanja u ravninama X i Y ne prelaze desetinku milimetra, a u većini tog područja su na razini stotinke milimetra. Ali isto tako određene je dijelove radnog prostora potrebno izbjeći jer u njima stroj radi s velikim odstupanjem. Najveće greške javljaju se na vanjskim dijelovima ispitivanog radnog prostora, gdje odstupanja prelaze 0,5 mm. Zbog tako velikih odstupanja, stroj nije pogodan za upotrebu u slučajevima gdje su potrebne manje tolerancije pri izradi dijelova.

U daljnjim se koracima predlaže parametriranje upravljačkog softvera stroja s ciljem smanjenja grešaka. Nakon toga je ponovno potrebno provesti mjerenja i utvrditi novo stanje alatnog stroja. Ukoliko bi se i nakon izmjene parametara u upravljačkom kodu javljale greške, uputno je provjeriti konstrukcijske elemente alatnog stroja i izvršiti zamjenu i popravak dotrajalih ili oštećenih dijelova.

LITERATURA

- [1] Burge, J. H., Peng Su, Chunyu Zhao, Zobrist, T.: *Use of a commercial laser tracker for optical alignment*, College of Optical Sciences, University of Arizona, Tucson, AZ 85721
- [2] Montavona, B., P. Dahlema, P., Schmitta, R. H.: *Fast Machine Tool Calibration using a single Laser Tracker*, Laser Metrology and Machine Performance XIII, 2019.
- [3] Hughes, B., Forbes, A., Lewis, A., Sun, W., Veal, D., Nasr, K.: *Laser tracker error determination using a network measurement*, National Physical Laboratory, Hampton Road, Teddington
- [4] <https://www.nist.gov/history/nists-role-laser-measurements-and-applications/1980s>, Pristupljeno: 30.8.2024.
- [5] <https://www.200swissgeo.ch/de/submenu/geschichte> , Pristupljeno: 30.8.2024.
- [6] <https://apimetrology.com/smr/> , Pristupljeno: 30.8.2024.
- [7] Yan, Y., Wang, Z., Junjie, H., Mingjun, Z.: *Geometric Error Analysis for Spherical Mounted Retroreflector in Laser Tracker*, International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, 2010.
- [8] OMC Technical Brief: *Laser Tracker*, 2001.
- [9] <https://apimetrology.com/how-do-laser-trackers-work/> , Pristupljeno: 12. 9. 2024.
- [10] Muralikrishnan, B., Phillips, S., Sawyer, D.: *Laser Trackers for Large Scale Dimensional Metrology: A Review*, Engineering Physics Division, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg MD 20899
- [11] Lau, K. C., Hocken, R. J.: *Three and five axis laser tracking systems*, United States Patent 4714339, 1987.
- [12] Kyle, S., Loser, R., Warren, D.: *Automated part positioning with the laser tracker*, Leica
- [13] International Organization for Standardization, 2017. ISO 230-1:2012: *Test code for machine tools — Part 1: Geometric accuracy of machines operating under no-load or quasi-static conditions*, 3rd ed.
- [14] Schwenke, H., Knapp, W., Haitjema, H., Weckenmann, A., Schmitt, R., Delbressine, F.: *Geometric error measurement and compensation of machines—An update*. CIRP Annals - Manufacturing Technology 57 (2), 660–675, 2008.
- [15] <https://www.zeiss.com/metrology/en/software/zeiss-inspect.html> , Pristupljeno: 12.9.2024.