

# Razvoj automatizirane ekstrinzične kalibracije za "oko-u-ruci" robotske sustave

---

**Dražić, Tomislav**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:034376>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-13**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Tomislav Dražić

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **Razvoj automatizirane ekstrinzične kalibracije za „oko – u – ruci“ robotske sustave**

Mentor:

Doc. dr. sc. Filip Šuligoj, mag. ing. mech.

Student:

Tomislav Dražić

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc.dr.sc Filipu Šuligoju na ukazanoj pomoći i savjetima tokom izrade rada. Zahvaljujem se roditeljima, bratu te prijateljima na pruženoj podršci tokom trajanja studija.

Tomislav Dražić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:

Proizvodno inženjerstvo, inženjerstvo materijala, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
mehatronika i robotika, autonomni sustavi i računalna inteligencija



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 24 - 06 / 1	
Ur.broj: 15 - 24 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Tomislav Dražić** JMBAG: 0035226234

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Razvoj automatizirane ekstrinzične kalibracije za "oko-u-ruci" robotske sustave**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Development of automated extrinsic calibration for "eye-in-hand" robotic systems**

Opis zadatka:

U kontekstu sveprisutne primjene robotskih sustava u industriji i istraživanju, ovaj rad fokusira se na razvoj i implementaciju automatskog sustava za kalibraciju prostornog odnosa između robotske ruke i 3D vizijskog sustava. Specifičnije, cilj je izračunati matricu transformacije između prirubnice robota i koordinatnog sustava kamere, u postupku ekstrinzične kalibracije u "oko-u-ruci" konfiguraciji.

Specifični zadaci diplomskog rada uključuju:

- Pregled i implementaciju metoda za kalibraciju, uključujući analizu postojećih metoda za ekstrinzičnu kalibraciju i implementaciju odabrane metode.
- Konfiguraciju operativnog sustava i programerskog okruženja za komunikaciju i kontrolu sustava.
- Razvoj i testiranje komunikacijskog protokola između robota, računala i 3D-vizijskog sustava.
- Razvoj rješenja koje automatizira proces kalibracije 3D kamere u kombinaciji s kalibracijskim uzorkom.
- Provođenje eksperimentalnih mjerenja i analiza za utvrđivanje točnosti i robusnosti implementiranog kalibracijskog procesa.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

9. svibnja 2024.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Filip Šuligoj

Datum predaje rada:

11. srpnja 2024.

Predviđeni datumi obrane:

15. – 19. srpnja 2024.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Ivica Garašić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK.....	V
SUMMARY .....	VI
1. UVOD.....	1
2. KALIBRACIJA OKO-U-RUCI .....	5
3. METODE KALIBRACIJE.....	7
3.1. Tsai – Lenz metoda .....	8
3.2. Chou – Kamel metoda.....	9
3.3. Daniilids – Bayro-Corrochano metoda .....	10
3.4. Lou – Chou metoda.....	10
3.5. Li metoda .....	11
3.6. Horaud – Dornaika metoda .....	12
3.7. Park – Martin metoda.....	12
4. KALIBRACIJSKI OBJEKTI .....	14
4.1. Uzorak šahovske ploče.....	14
4.2. ArUco marker .....	15
5. POSTAVKE ZA KALIBRACIJU .....	17
5.1. Postavke za komunikaciju između robota i računala .....	17
5.2. Postavke kamere .....	19
6. POSTUPAK KALIBRACIJE.....	22
6.1. Općeniti postupak .....	22
6.2. Automatska kalibracija .....	25
7. EVALUACIJA METODA KALIBRACIJE .....	26
7.1. Rezultati kalibracije .....	27
7.1.1. Rezultati kalibracije u ovisnosti o broju korištenih položaja.....	27
7.1.2. Rezultati kalibracije u ovisnosti o korištenoj kalibracijskoj ploči .....	29
7.1.3. Rezultati kalibracije u ovisnosti o rasponu rotacija .....	30
7.1.4. Rezultati kalibracije u ovisnosti o rasponu translacija.....	32
8. POSTUPAK VALIDACIJE .....	34
8.1. Validacija rotacije .....	34
8.1.1. Provedba i rezultati .....	36
8.2. Validacija translacije.....	41
8.2.1. Provedba i rezultati .....	45
9. ZAKLJUČAK.....	50
LITERATURA.....	51
PRILOZI.....	53

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Princip stereo vizije [1] .....	1
Slika 2. Princip rada kamere sa strukturiranim svjetlom [2].....	2
Slika 3. Princip „time – of – flight“ kamere [2].....	2
Slika 4. Prijemna vizijskih sustava u robotici [3].....	3
Slika 5. „Oko-ruka“ i „oko-u-ruci“ konfiguracije [4] .....	4
Slika 6. Kalibracija „Oko-u-ruci“ [5] .....	5
Slika 7. Uzorak šahovske ploče [18].....	14
Slika 8. Kalibracija ploča sa uzorkom šahovske ploče i detektiranim rubovima.....	15
Slika 9. ArUco markeri sačinjeni od različitog broja bitova [18] .....	15
Slika 10. Kalibracijska ploča sa ChArUco uzorkom i detektiranim markerima .....	16
Slika 11. Komunikacija između komponenata.....	17
Slika 12. KUKA Sunrise.Workbench .....	17
Slika 13. Logička shema komunikacije između servera i klijenta .....	18
Slika 14. Ensenso N35 kamera.....	19
Slika 15. Ensenso NxView .....	20
Slika 16. Tehnički podaci kamere N35 – 804-16-IR .....	20
Slika 17. Optika N35-804-16-IR.....	21
Slika 18. Preciznost na različitim udaljenostima .....	21
Slika 19. Logički shema procesa skupljanja vrijednosti za kalibraciju.....	22
Slika 20. Različiti položaji manipulatora pri dohvaćanju slika.....	23
Slika 21. Prikaz lijeve i desne kamere.....	23
Slika 22. Dubinski prikaz.....	24
Slika 23. 3D prikaz.....	24
Slika 24. Logička shema automatskog procesa prikupljanja vrijednosti za kalibraciju.....	25
Slika 25. Relativna pogreška rotacije za različite metode kalibracije.....	27
Slika 26. Relativna pogreška translacije za različite metode kalibracije .....	28
Slika 27. Relativna pogreška rotacije za kalibraciju sa šahovnicom i ChArUco uzorkom.....	29
Slika 28. Relativna pogreška translacije za kalibraciju sa šahovnicom i ChArUco uzorkom	30
Slika 29. Relativna pogreška rotacije za različite raspone rotacija .....	31
Slika 30. Relativna pogreška translacije za različite raspone rotacija.....	31
Slika 31. Relativna pogreška rotacije za različite raspone translacija.....	32
Slika 32. Relativna pogreška translacije za različite raspone translacija .....	33
Slika 33. Homogene transformacije validacije rotacije .....	34
Slika 34. Pogreška nastala zbog netočne rotacije.....	35
Slika 35. Logička shema validacije rotacije i ispravaka pogreške .....	36
Slika 36. Ensenso kamera stereo podatak .....	37
Slika 37. Pogreška rotacije prije ispravka .....	37
Slika 38. Pogreška rotacije prije ispravka, numerički prikaz .....	38
Slika 39. Rezultat ispravka pogreške rotacije .....	39
Slika 40. Rezultat ispravka pogreške rotacije, numerički prikaz .....	39
Slika 41. Kretanje pogreške po x i y osi za ispravak rotacije.....	41
Slika 42. Homogene transformacije validacije translacije .....	42
Slika 43. Utjecaj pogreške translacije na rezultate.....	43
Slika 44. Razlika u vrijednosti z osi za par kutova .....	43
Slika 45. Logička shema validacije translacije i ispravaka pogreške .....	44
Slika 46. Kamera u početnoj i rotiranoj poziciji .....	45
Slika 47. Prije ispravka translacije .....	45
Slika 48. Numerički prikaz odstupanja translacija prije ispravka .....	46

---

Slika 49. Pozicija markera u početnoj i rotiranoj poziciji , prije i nakon ispravka greške translacije.....	46
Slika 50. Rezultat nakon ispravka translacije, numerički prikaz .....	47
Slika 51. Kretanje pogreške po x i y osi za ispravak translacije .....	49



**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	-	Homogena transformacija između položaja robota
$B$	-	Homogena transformacija između položaja kamere
$E_{in}$	-	Relativna pogreška kalibracije
$E_R$	-	Relativna pogreška kalibracije rotacije
$E_T$	-	Relativna pogreška kalibracije translacije
$H_{OBJ}^{ROB}$	-	Homogena transformacija između objekta i baze robota
$H_{EE}^{ROB}$	-	Homogena transformacija između prihvatnice i baze robota
$H_{CAM}^{EE}$	-	Homogena transformacija između kamere i prihvatnice
$H_{OBJ}^{CAM}$	-	Homogena transformacija između objekta i kamere
$H_{OBJ}^{ROB}$	-	Homogena transformacija između objekta i baze robota
$n_x$	-	Vektor osi rotacije
$R_A$	-	Matrica rotacija između položaja robota
$R_B$	-	Matrica rotacija između položaja kamere
$t_A$	-	Matrica translacija između položaja robota
$t_B$	-	Matrica translacija između položaja kamere
$t_X$	-	Matrica translacija između robota i kamere
$\theta_x$	-	Nagib od vektora osi rotacije
$X$	-	Matrica transformacija između prihvatnice i kamere

---

**SAŽETAK**

Kalibracija robota i vizijskog sustava je postupak koji uspostavlja prostorni odnos između robotske prihvatnice i vizijskog sustava. Ova kalibracija je neophodna za mnoge primjene koje uključuju robotske sustave. Vizijski sustav snima sliku koja sadržava prikaz željenog objekta. Računalo analizira sliku i određuje položaj objekta. Na temelju rezultata kalibracije, računalo određuje poziciju u koju robotska prihvatnica mora doći kako bi uspješno rukovala objektom.

Tema ovog diplomskog rada je razvoj automatizirane ekstrinzične kalibracije za „oko – u – ruci“ robotske sustave. To su sustavi u kojima je vizijski sustav montiran na robotsku ruku i cilj kalibracije je odrediti transformaciju između prihvatnice i koordinatnog sustava kamere.

U prvom dijelu rada je dan opis komponenta korišten za proces kalibracije, navedena je korištena kamera zajedno sa specifikacijama, robotski kontroler te objekt kalibracije. Nadalje su objašnjenje metode koje rješavaju problem kalibracije. Opisana je komunikacijska logika na razini kamera – računalo te računalo – robotski kontroler kojom je osiguran robustan način dohvaćanja slika sa kamere te pomak u željene pozicije. U nastavku rada je dan prikaz algoritma pomoću kojeg sustav obavlja prikupljanje podataka uz minimalnu ulogu operatera.

Nakon prikupljenog dovoljnog broja slika i pozicija, proveden je postupak kalibracije pomoću neke od prethodno opisanih metoda te je napravljena usporedba metoda u ovisnosti o različitim postavkama kalibracije. Naposljetku je obavljen postupak validacije za dobivene rezultate odabrane metode te implementiran postupak ispravka pogreške ako takve postoje.

Ključne riječi: oko – u – ruci kalibracija, automatizacija, ekstrinzični parametri, matrice transformacija, 3D kamera

---

**SUMMARY**

Calibration of the robot and vision system is a process that establishes the spatial relationship between the robot gripper and the vision system. This calibration is essential for many applications involving robotic systems. The vision system captures an image that contains the desired object. The computer analyzes the image and determines the object's position. Based on the calibration results, the computer determines the position to which the robot gripper must move to successfully handle the object.

The topic of this thesis is the development of automated extrinsic calibration for "eye-in-hand" robotic systems. These are systems where the vision system is mounted on the robot arm, and the goal of calibration is to determine the transformation between the gripper and the camera coordinate system.

The first part of the thesis describes the components used for the calibration process, including the camera specifications, the robotic controller, and the calibration object. Additionally, methods that solve the calibration problem are explained. The communication logic at the camera-computer and computer-robotic controller levels is described, ensuring a robust way of retrieving images from the camera and moving to desired positions. The next section presents the algorithm by which the system collects data with minimal operator involvement.

After collecting a sufficient number of images and positions, the calibration process is performed using one of the previously described methods, and a comparison of methods is made depending on different calibration settings. Finally, the validation process for the obtained results of the selected method is conducted, and a procedure for error correction is implemented if such errors exist.

Key words: eye-in-hand calibration, automation, extrinsic parameters, transformation matrices, 3D camera

## 1. UVOD

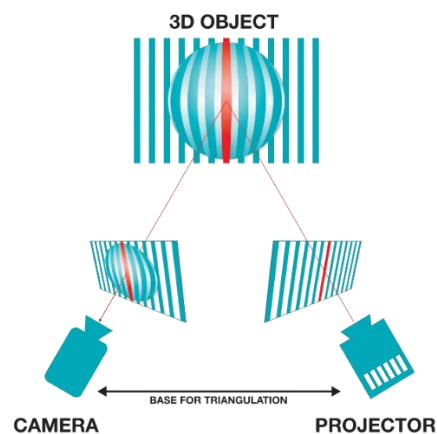
Razvoj industrije, napredak u područjima poput ugrađenih sustava, tehnologiji procesiranja, umjetnoj inteligenciji i strojnom učenju, omogućio je veliki pomak u smjeru automatiziranih strojeva i sustava koji imaju mogućnost snalaženja u prostoru s malo ljudske pomoći. To im omogućuje 3D dubinska senzorska tehnologija. Grane industrije gdje njihova primjena najviše dolazi do izražaja jesu automatizacija, robotika te autonomna vozila. Najvažnije tehnologije za procjenu dubine su stereo vizija, strukturirano svjetlo i „time – of – flight“.

Stereo vizija radi na principu ljudskog vida. Slika se uzima sa dvije kamere koje imaju konstantu udaljenost između njihovih žarišta. Mjerenjem razlike lokacija objekta na slikama obje kamere, moguće je odrediti udaljenost do tog objekta. Što je objekt bliže žarištima kamera, to je veća razlika u pomacima objekta na slikama. Taj pomak se definira kao rasipanje. Pomoću vrijednosti rasipanja može se odrediti dubinska mapa. Stereo kamere se mogu dalje podijeliti na pasivne i aktivne. Aktivne imaju integrirani izvor svjetlosti koji projicira uzorak na scenu i tako dodaje značajke slici. Glavne prednosti stereo kamera su preciznost, domet, mogućnost rada na otvorenom. Nedostatak je visoka cijena.



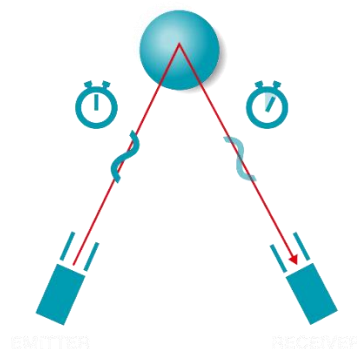
Slika 1. Princip stereo vizije [1]

Kamere sa strukturiranim svjetlom koriste unaprijed poznat uzorak svjetlosti, najčešće pruge, kojeg projiciraju na objekt. Kamera koja je zaokrenuta za poznati kut s obzirom na izvor svjetlosti, prima distorziran uzorak i s obzirom na izraženost distorzija, moguće je odrediti dubinsku mapu. Prednosti ovog pristupa su preciznost na malim udaljenostima te niska cijena. Nedostaci su loši rezultati na većim udaljenostima, osjetljivost na druge izvore svjetlosti i prozirne ili reflektivne površine.



Slika 2. Princip rada kamere sa strukturiranim svjetlom [2]

„Time – of – flight“ (ToF) kamere se sastoje od odašiljača i prijammika signala. Rade na principu mjerenja vremena koje je trebalo svjetlosti da prijeđe određenu udaljenost. Dijele se na direktne ToF kamere koje šalju jedan impuls i mjeri se udaljenost s obzirom na vrijeme dok nije dostigao prijammik. Indirektne ToF kamere odašilju kontinuirani signal i tada se mjeri razlika u fazi između odaslanog i primljenog signala. Prednosti su preciznost i mogućnost rada na površinama s malo strukture. Nedostatak je podložnost interferencijama s drugih svjetlosnih izvora.



Slika 3. Princip „time – of – flight“ kamere [2]

Implementacija vizijskih sustava u robotiku je omogućila robotima da spoznaju svoje okruženje. Omogućila im je rješavanje zadataka poput prepoznavanja objekata, navigacija kroz neprohodne terene te izbjegavanje prepreka. Pomoću povratnih informacija sa kamere, roboti mogu precizno manipulirati i dohvaćati različite objekte i u nesređenoj okolini. Roboti opremljeni kamerom nalaze primjenu u industriji i u zadacima inspekcije kvalitete i detekcije kvarova.



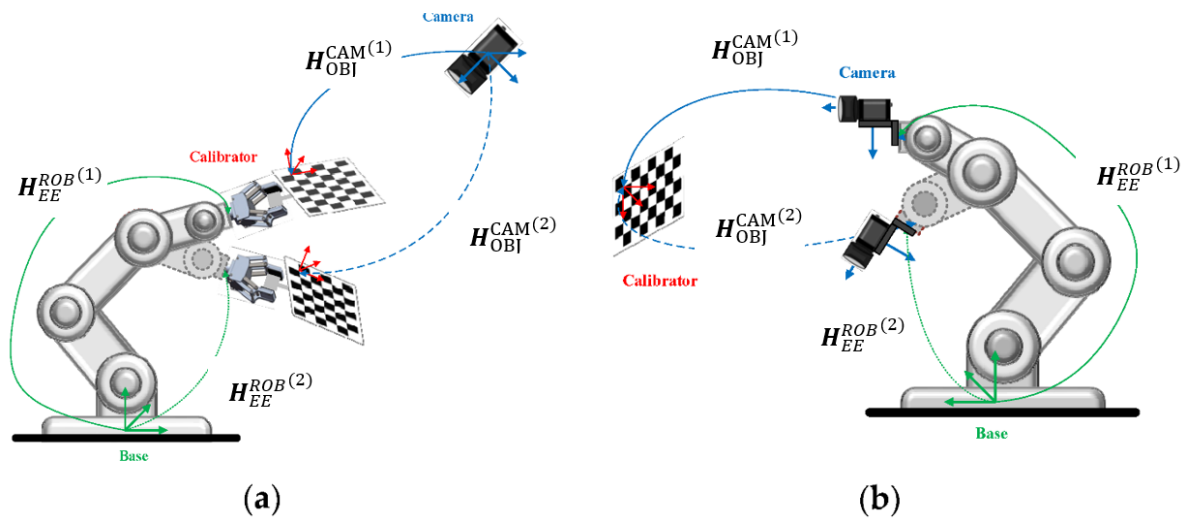
**Slika 4. Prijemna vizijskih sustava u robotici [3]**

Za uspješno obavljanje navedenih zadataka, esencijalno je poznavati odnos robota i kamere. Taj odnos se dobiva kalibracijom. Postoje dvije osnovne podijele, kalibracija za konfiguraciju „oko – u – ruci“ te „oko – ruka“ konfiguracija.

Kalibracija „oko – u – ruci“ je postupak kojim se određuje relativna pozicija te orijentacija između prihvatnice robota te kamere montirane na istog. Proces se sastoji od skupljanja slika kalibracijske ploče ili sličnog objekta poznate geometrije iz različitih pozicija i sa drugačijim orijentacijama.

Kalibracija „oko – ruka“ je postupak kojim se određuje pozicija i orijentacija fiksno pozicionirane kamere s obzirom na koordinatni sustav robota. Tokom procesa se uzimaju slike kalibracijske ploče koja je montirana na prihvatnicu robota.

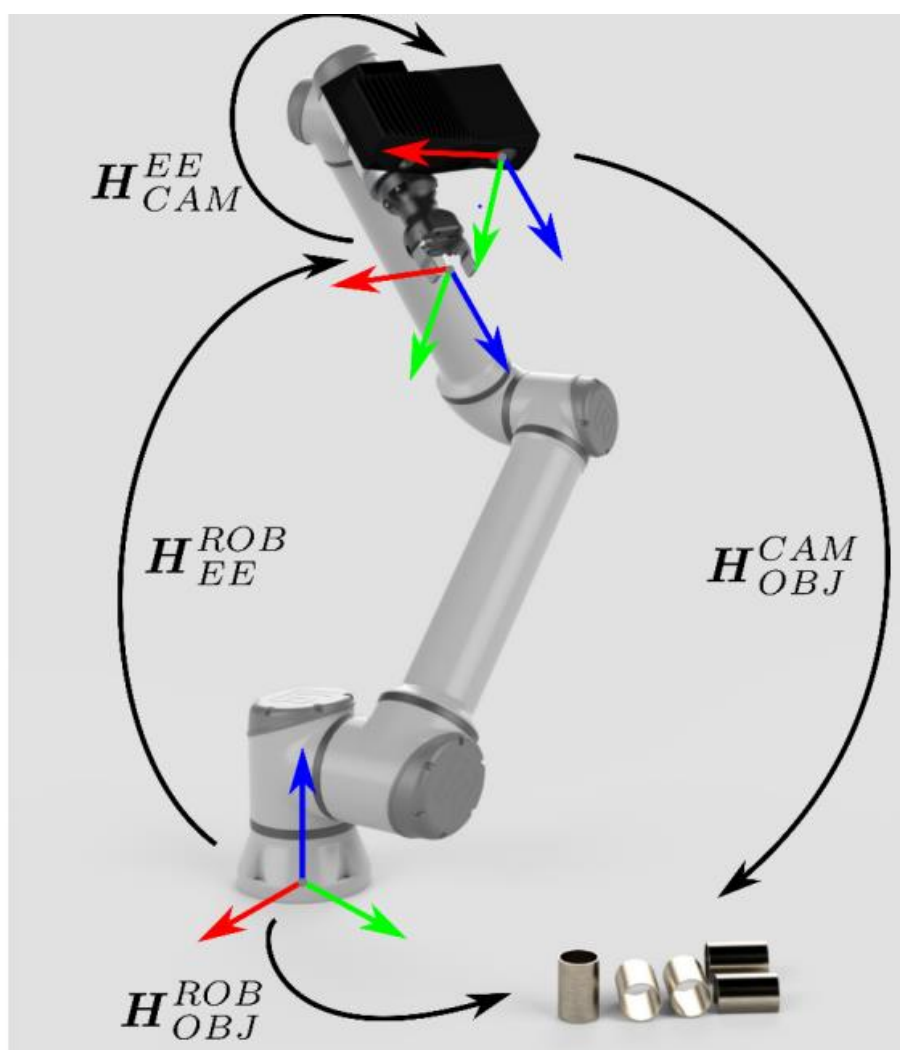
U nastavku će biti detaljnije obrađen postupak kalibracije „Oko – u – ruci“ te će biti dan prikaz postava.



Slika 5. „Oko-ruka“ i „oko-u-ruci“ konfiguracije [4]

## 2. KALIBRACIJA OKO-U-RUCI

Robotski manipulator ima 2 koordinata sustava koja su bitna za ovu temu. To su ishodišni koordinatni sustav robota te koordinatni sustav prihvatnice. Transformacija između njih je dana od strane proizvođača. Da bih robot mogao rukovati nekim predmetom, potrebno je znanje o poziciji te orijentaciji tog predmeta s obzirom na ishodišni sustav robota. Pomoću kamere se dobiva informacija o poziciji i orijentaciji predmeta s obzirom na koordinati sustav kamere. Poveznica između koordinatnog sustava kamere te koordinatnog sustava prihvatnice a time i ishodišnjog sustava robota je rezultat kalibracije „Oko – u – ruci“.



Slika 6. Kalibracija „Oko-u-ruci“ [5]



Slika 6. prikazuje prethodno opisane matrice transformacija te je dan vizualan prikaz njihovih odnosa. Matrica transformacije između ishodišnog sustava robota te prihvatnice je označen sa  $\mathbf{H}_{EE}^{ROB}$ , matrica transformacija između objekta i kamere sa  $\mathbf{H}_{OBJ}^{CAM}$  a transformacija između kamere i prihvatnice sa  $\mathbf{H}_{CAM}^{EE}$ . Rezultanta matrica kalibracije tada se može izraziti kao:

$$\mathbf{H}_{OBJ}^{ROB} = \mathbf{H}_{EE}^{ROB} \mathbf{H}_{CAM}^{EE} \mathbf{H}_{OBJ}^{CAM} \quad (2.1)$$

### 3. METODE KALIBRACIJE

Za rješavanje problema kalibracije, čiji će rezultat biti matrica transformacija iz koordinatnog sustava kamere u koordinatni sustav robota, bit će potrebno odrediti matricu homogenih transformacija iz koordinatnog sustava kamere u koordinatni sustav prihvatnice. Ona je generalno formulirana u obliku jednadžbe (3.1) gdje je predstavljena kao matrica  $\mathbf{X}$ .  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$  su homogene matrice transformacija koje predstavljaju relativne kretanje između dva položaja, matrica  $\mathbf{A}$  za robota i  $\mathbf{B}$  za kameru.

$$\mathbf{A}_N^M \mathbf{X} = \mathbf{X} \mathbf{B}_N^M \quad (3.1)$$

Ista matrica se može definirati kao kompozicija rotacije koordinatnog sustava M s obzirom na N, gdje je  $\mathbf{R}_N^M$  3 x 3 matrica i transformacije  $\mathbf{t}_N^M$  u obliku vektora 3 x 1.

$$\mathbf{P}^M = \mathbf{H}_N^M \mathbf{P}^N \quad (3.2)$$

$$\mathbf{P}^M = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_N^M & \mathbf{t}_N^M \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} \mathbf{P}^N \quad (3.3)$$

Jednadžba (3.1) se može raspisati kao što je dano u nastavku.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{R}_A & \mathbf{t}_A \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_X & \mathbf{t}_X \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_X & \mathbf{t}_X \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_B & \mathbf{t}_B \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{R}_A \mathbf{R}_X = \mathbf{R}_X \mathbf{R}_B \quad (3.5)$$

$$(\mathbf{R}_A - \mathbf{I}) \mathbf{t}_X = \mathbf{R}_X \mathbf{t}_B - \mathbf{t}_A \quad (3.6)$$

Indeksi ispod matrica transformacija i rotacija označavaju kameru, robota ili položaj između prihvatnice i kamere. Pozicija prihvatnice se može dobiti preko direktne kinematike robota dok se pozicije kamere računaju pomoću kalibracijskog objekta pretvarajući njegov 3D skup točaka u pripadajući 2D prikaz na slici korištenjem P-n-P algoritma. Rješavanje problema se svodi na prikupljanje podataka sa robota  $\mathbf{A}_i$  i kamere  $\mathbf{B}_i$  te pronalaska matrice transformacija  $\mathbf{X}$  koja će minimizirati grešku za sve prikupljene parove podataka. Potreban je veći broj mjerenja za točnije i robusnije rješenje.

Da bih se došlo do rješenja prema jednadžbi (3.1) potrebno je uzet u obzir da struktura matrice homogenih transformacija, sačinjena od rotacija i pomaka, mora biti sačuvana.

Postoje različite tehnike rješavanja ovog problema, dijele se na odvojene ili simultane metode. Glavna značajka odvojenih metoda je prvo određivanje rotacije prema jednadžbi (3.5) te zatim računanja pomaka prema jednadžbi (3.6). Nedostatak ovog pristupa je u izravnom prenošenju greške pri izračunu rotacije na grešku u pomacima. Nadalje takvim pristupom se gubi prvotna povezanost između tih parametara. Iz tog razloga su se počele razvijati simultane metode rješavanja problema kalibracije „Oko – u – ruci“. Najpoznatiji algoritmi rješavanja pomoću odvojenih pristupa su Tzai – Lenz [6], Shiu – Ahmad [7], Chou – Kamel [8], Park – Martin [9]. Predstavnici simultane metode su: Zhao – Liu [10], Daniilidis – Byro-Corrochano [11], Li [12], Chen [13]. U nastavku će biti dan pregled navedenih metoda te opis postupka na kojem rade.

### 3.1. Tsai – Lenz metoda

Ova metoda spada u grupu odvojenih i bazira se na računanju rotacije pomoću „Angle-Axis“ reprezentacije, koja se sastoji od kuta rotacije  $\theta_x$  i 3 x 1 vektora  $\mathbf{n}_x$  koji definira os rotacije.

$$\mathbf{R}_X = \text{Rot}(\mathbf{n}_x \theta_x) \quad (3.7)$$

$$[\mathbf{n}_A + \mathbf{n}_B]_X \mathbf{n}'_X = \mathbf{n}_A - \mathbf{n}_B \mathbf{n}_X = \frac{2\mathbf{n}_x}{\sqrt{1 + \|\mathbf{n}'_x\|^2}} \quad (3.8)$$

$$\theta_x = 2 \tan^{-1}(\|\mathbf{n}'_x\|) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{R}_X = \left(1 - \frac{\|\mathbf{n}_X\|^2}{2}\right) \mathbf{I} + 0.5 [\mathbf{n}'_X \cdot \mathbf{n}_X^T + (\sqrt{4 - \|\mathbf{n}_X\|^2}) [\mathbf{n}_X]_x] \quad (3.10)$$

Pomaci se dalje računaju iz jednadžbe (3.6). Oznaka  $[\mathbf{n}_X]_x$  definira „skew“ matricu vektora  $\mathbf{n}_x$  tako da vrijedi:

$$[\mathbf{n}_x]_x = \begin{pmatrix} 0 & -n_{x3} & n_{x2} \\ n_{x3} & 0 & -n_{x1} \\ -n_{x2} & n_{x1} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

### 3.2. Chou – Kamel metoda

Metoda se bazira na računanju rotacije pomoću jediničnih kvaterniona. Kvaternion je definiran prema jednadžbi (3.12).

$$q = w + xi + yj + zk \quad (3.12)$$

Gdje je  $w$  realni dio i predstavlja vrijednost kosinusa polovice vrijednosti kuta rotacije. Parametri  $x$ ,  $y$  i  $z$  predstavljaju os rotacije skaliranu sa sinusom polovice vrijednosti kuta rotacije.

Jedinični kvaternion je tada definiran kao:

$$\|q\| = \sqrt{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} = 1 \quad (3.13)$$

Kalibracija se tada svodi na rješavanje jednadžbe (3.13)

$$\mathbf{q}_A \mathbf{q}_X = \mathbf{q}_X \mathbf{q}_B \quad (3.14)$$

Gdje su  $\mathbf{q}_A(a_0, \mathbf{a})$ ,  $\mathbf{q}_B(b_0, \mathbf{b})$ ,  $\mathbf{q}_X(x_0, \mathbf{x})$  jedinični kvaternioni koji predstavljaju rotacije kamere, robota i transformacije između prihvatnice i kamere. Jednadžba (3.14) se dalje može prikazati kao:

$$(\mathbf{q}_A^+ - \mathbf{q}_B^-) \mathbf{q}_X = 0 \quad (3.15)$$

Indeksi +/- se koriste kao reprezentacija kvaterniona za jednostavnije matrično množenje.

$$\mathbf{Q}^\pm = \begin{pmatrix} q_0 & -\mathbf{q}^T \\ \mathbf{q} & q_0 \mathbf{I} \mp [\mathbf{q}]_x \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{G} \mathbf{q}_X = 0 \quad (3.17)$$

Gdje je  $\mathbf{G}$  :

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} a_0 - b_0 & -(\mathbf{a} - \mathbf{b})^T \\ \mathbf{a} - \mathbf{b} & (a_0 - b_0) \mathbf{I} + [\mathbf{a}]_x + [\mathbf{b}]_x \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Rješenje proizlazi iz jednadžbe (3.17) korištenjem metode dekompozicije singularnih vrijednosti (SVD) za faktorizaciju matrica.

### 3.3. Daniilids – Bayro-Corrochano metoda

Pripada grupi simultanih metoda i koristi reprezentaciju pomoću dualnih kvaterniona temeljenu na „screw motion“ pristupu. Ako jedinični kvaternion  $\mathbf{q}(q_0, \mathbf{q})$  predstavlja rotacijski dio transformacije krutog tijela, tada se pripadajući dualni kvaternion  $\mathbf{q}'(q'_0, \mathbf{q}')$  može izraziti kao:

$$\mathbf{q}' = \frac{1}{2} \mathbf{t} \mathbf{q} \quad (3.19)$$

Gdje je  $\mathbf{t}$  translacijski dio transformacije. Ako se u obzir uzmu samo vektorski dijelovi dualnih kvaterniona, prema jednadžbi (3.1) izraz postaje:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a} - \mathbf{b} & \mathbf{a} + \mathbf{b} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{a}' - \mathbf{b}' & [\mathbf{a}' + \mathbf{b}'] & \mathbf{a} - \mathbf{b} & [\mathbf{a} + \mathbf{b}]_{\mathbf{x}} \mathbf{0}_{3 \times 1} \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}'_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{q}_{\mathbf{x}} \end{pmatrix} = 0 \quad (3.20)$$

Matrica prethodno napisana ima dva jedinična vektora koji tvore jednadžbu:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}'_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{q}_{\mathbf{x}} \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{w}_1 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{w}_2 \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Zajedno sa ograničenjima (3.22) i (3.23) :

$$\mathbf{q}'_{\mathbf{x}}{}^T \mathbf{q}_{\mathbf{x}} = 1 \quad (3.22)$$

$$\mathbf{q}'_{\mathbf{x}}{}^T \mathbf{q}_{\mathbf{x}} = 0 \quad (3.23)$$

Dobivaju se kvadrante jednadžbe pomoću kojih se mogu odrediti dualni i jedinični kvaternion  $\mathbf{q}'_{\mathbf{x}}$  i  $\mathbf{q}_{\mathbf{x}}$ .

### 3.4. Lou – Chou metoda

Lou – Chou [14] metoda također koristi kvaternione za izvod simultanog rješenja. Do rješenja se dolazi preko jednadžbe (3.24).

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{t}'_{\mathbf{x}} \end{pmatrix} = 0 \quad (3.24)$$

Translacija se može izračunati kao:

$$\mathbf{t}'_{\mathbf{x}} = \mathbf{E}^T \mathbf{t} \quad (3.25)$$

Gdje su:

$$\mathbf{E} = (-\mathbf{q}_{\mathbf{x}} q_{0_{\mathbf{x}}} \mathbf{I} + [\mathbf{q}_{\mathbf{x}}]_{\mathbf{x}}) \quad (3.26)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{q}_b^-(\mathbf{t}_b^+ - \mathbf{t}_a) \quad (3.27)$$

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{q}_b^+ - \mathbf{q}_a^-) \quad (3.28)$$

Indeksi  $a$  i  $b$  označavaju koordinate sustave kamere i prihvatnice robota. Jednadžba (3.24) mora poštivati ograničenja dana jednadžbama (3.22) i (3.23).

### 3.5. Li metoda

Za dobivanje kalibracije „Oko – u – ruci“, Li [12] metoda koristi Kronkerov produkt i vektorizaciju matrica za rješavanje jednadžbe (3.5). Kronkerov produkt je umnožak dviju matrica tako da se svaki element matrice pomnoži sa elementom druge matrice. Za matricu  $\mathbf{A}$  veličine  $m \times n$  i matricu  $\mathbf{B}$  dimenzija  $q \times p$ , rezultat Kronkerovog produkta bi bila matrica dimenzije  $mq \times np$ .

Metoda Andreff [15] također koristi Kronkerov produkt za rješavanje problema kalibracije „Oko – u – ruci. Simbol Kronkerovog produkta je  $\otimes$ .

Vektorizacija matrice se tada može prikazati kao:

$$\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{B}) \quad (3.29)$$

Tada jednadžba (3.5) poprima sljedeći oblik:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}_9 - (\mathbf{R}_B \otimes \mathbf{R}_A) & \mathbf{0}_{9 \times 3} \\ \mathbf{t}_B^T \otimes [\mathbf{T}_A]_X & [\mathbf{t}_A]_X (\mathbf{I}_3 - \mathbf{R}_A) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{vec}(\hat{\mathbf{R}}_X) \\ \hat{\mathbf{t}}_X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{9 \times 1} \\ \mathbf{t}_A \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Ovaj sustav je moguće riješiti pomoću metode najmanjih kvadrata. Dobivena rotacija mora zadovoljavati uvjet da je determinanta  $\hat{\mathbf{R}}_X$  jednaka jedan. Konstanta proporcionalnosti  $\omega$  se računa prema jednadžbi (3.31) i pomoću nje se mogu dobiti rotacija i translacija

$$\omega = \text{sign}(\det(\hat{\mathbf{R}}_X)) \det(\hat{\mathbf{R}}_X)^{\frac{1}{3}} \quad (3.31)$$

$$\mathbf{R}_X = \omega \hat{\mathbf{R}}_X \quad (3.32)$$

$$\mathbf{t}_X = \omega \hat{\mathbf{t}}_X \quad (3.33)$$

### 3.6. Horaud – Dornaika metoda

Horaud – Dornaika [16] metoda za izračun rotacije koristi jedinične kvaternione. Koristi svojstvo da se umnožak kvaterniona može zapisati pomoću matrica na sljedeći način:

$$\mathbf{r}q = \mathbf{Q}(\mathbf{r})q = \mathbf{W}(\mathbf{q})\mathbf{r} \quad (3.34)$$

Gdje su  $\mathbf{r}$  i  $q$  kvaternioni a  $\mathbf{Q}$  i  $\mathbf{W}$  pripadajuće matrice:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} r_0 & -r_x & -r_y & -r_z \\ r_x & r_0 & -r_z & r_y \\ r_y & r_z & r_0 & -r_x \\ r_z & -r_y & r_x & r_0 \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

$$\mathbf{W}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} r_0 & -r_x & -r_y & -r_z \\ r_x & r_0 & r_z & -r_y \\ r_y & -r_z & r_0 & r_x \\ r_z & r_y & -r_x & r_0 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Tada pozitivna simetrična matrica  $\mathbf{A}_i$  glasi:

$$\mathbf{A}_i = \left( \mathbf{Q}(\mathbf{v}_i) - \mathbf{W}(\mathbf{v}_i) \right)^T \left( \mathbf{Q}(\mathbf{v}_i) - \mathbf{W}(\mathbf{v}_i) \right) \quad (3.37)$$

Tražena rotacija je tada svojstveni vektor matrice  $\mathbf{A}$  povezan sa najmanjom pozitivnom svojstvenom vrijednošću gdje je  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{A} = \sum_{i=0}^n \mathbf{A}_i \quad (3.38)$$

Traženi svojstveni vektor:

$$\mathbf{A}q = \lambda q \quad (3.39)$$

Nakon određene rotacije, translacija se dobiva prema jednadžbi (3.6) metodom dekompozicije singularnih vrijednosti.

### 3.7. Park – Martin metoda

Park metoda propisuje traženu rotaciju prema jednadžbi:

$$\theta = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1/2} \mathbf{M}^T \quad (3.40)$$

Gdje je matrica  $\mathbf{M}$  definirana kao suma umnoška  $\alpha_i$  i  $\beta_i$  koji su varijable  $\alpha_i = \log(\mathbf{A}_i)$  i

$\beta_i = \log(\mathbf{B}_i)$ .

$$\mathbf{M} = \sum_{i=0}^n \beta_i \alpha_i^T \quad (3.41)$$

Kao i kod Horaud [16] metode, s poznatom rotacijom translacija se računa metodom dekompozicije singularnih vrijednosti za jednažbu (3.6).

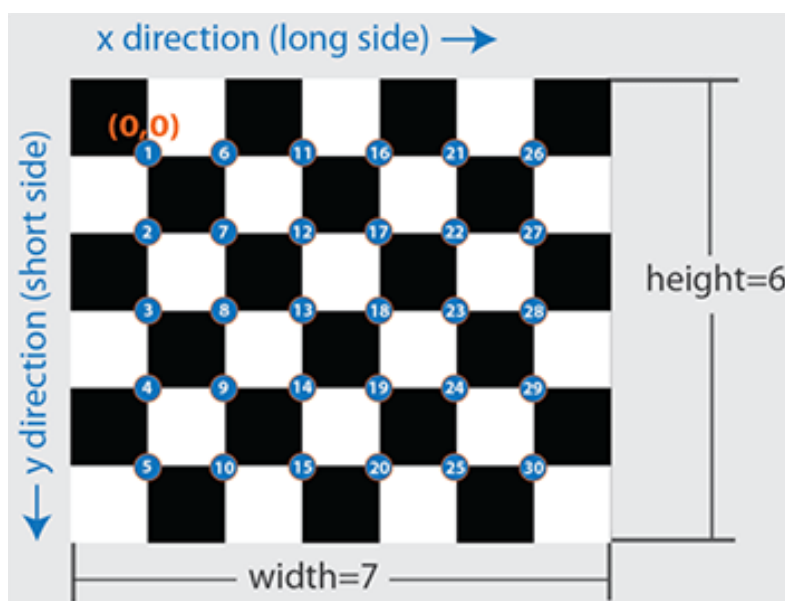


## 4. KALIBRACIJSKI OBJEKTI

Za kalibraciju kamere, određivanje intrinzičnih i ekstrinzičnih parametra kamere, potreban je objekt kalibracije ili kalibracijska ploča. To je objekt koji sadržava kalibracijski uzorak poznate veličine i razmaka, služi za mapiranje točaka 3D svijeta i njihovih odgovarajućih 2D točaka na slici. Postoje različiti kalibracijski uzorci, najčešće se koriste uzorak šahovske ploče, mreža asimetričnih ili simetričnih krugova te uzorak za ArUco markerima. U nastavku poglavlja će biti dan detaljniji opis nekih od njih.

### 4.1. Uzorak šahovske ploče

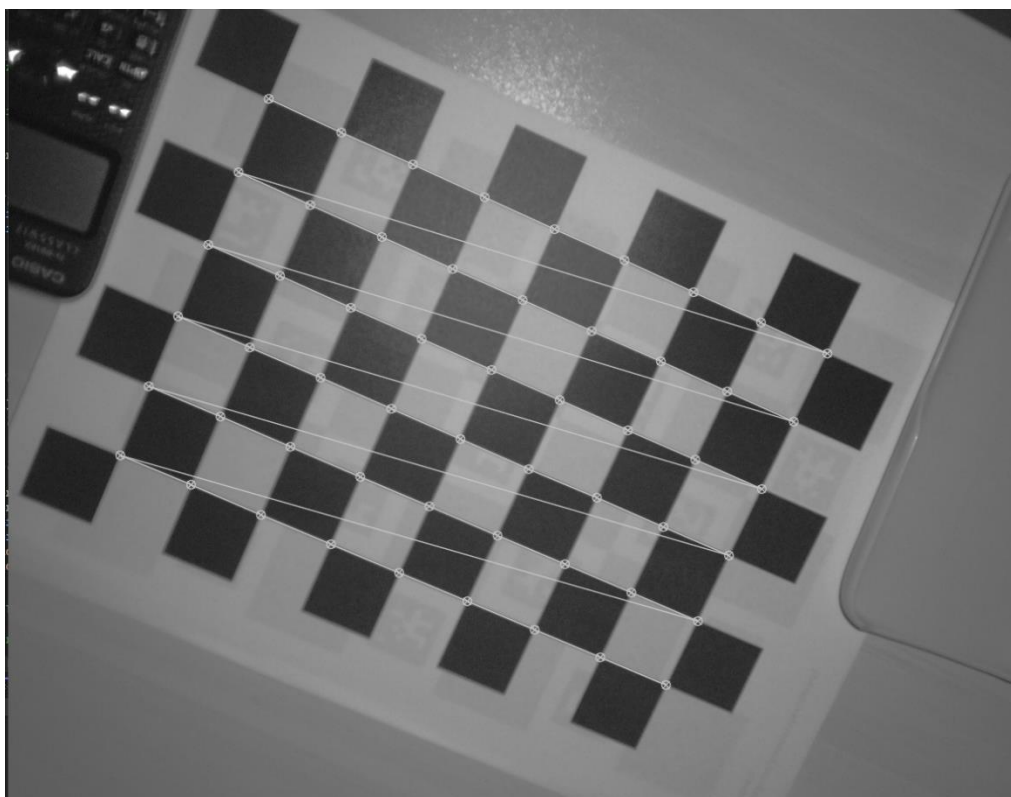
Uzorak šahovske ploče je najčešće korišten uzorak za kalibraciju kamere. Sastoji se od naizmjeničnih bijelih i crnih kvadrata iste duljine. Rubovi kvadrata na unutarjem dijelu uzorka su kontrolne točke koje je moguće detektirati odgovarajućim algoritmom za prepoznavanje rubova. Zbog vrlo malih dimenzija rubova, distorzija leće te perspektiva ne unosi značajne promjene. Definiirajući jedan rub kao ishodište, moguće je odrediti položaj točaka u trodimenzionalnom prostoru.



Slika 7. Uzorak šahovske ploče [18]

Pri definiranju uzorka, potrebno je paziti da ukupna duljina i visina uzorka nije jednaka. U slučaju da jesu, kalibracijski uzorak bih bio identičan nakon što bih na njega bila primijenjena rotacija u iznosu od  $180^\circ$ . Uzorak šahovske ploče bit će korišten u nastavku rada pri kalibraciji „Oko – u – ruci“ matrice. Za prepoznavanje rubova će biti korištena knjižnica OpenCV i njezina pripadajuća funkcija „cv.findChessboardCorners“.

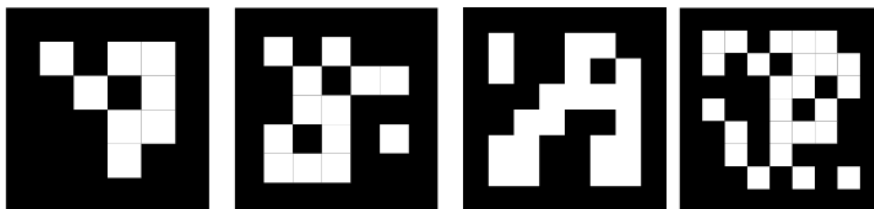
Po zadanim postavkama unutar knjižnice, ishodište koordinatnog sustava će biti u gornjem lijevom rubu uzorka. Smjer osi  $x$  će biti uzduž dulje stranice uzorka.



Slika 8. Kalibracija ploča sa uzorkom šahovske ploče i detektiranim rubovima

#### 4.2. ArUco marker

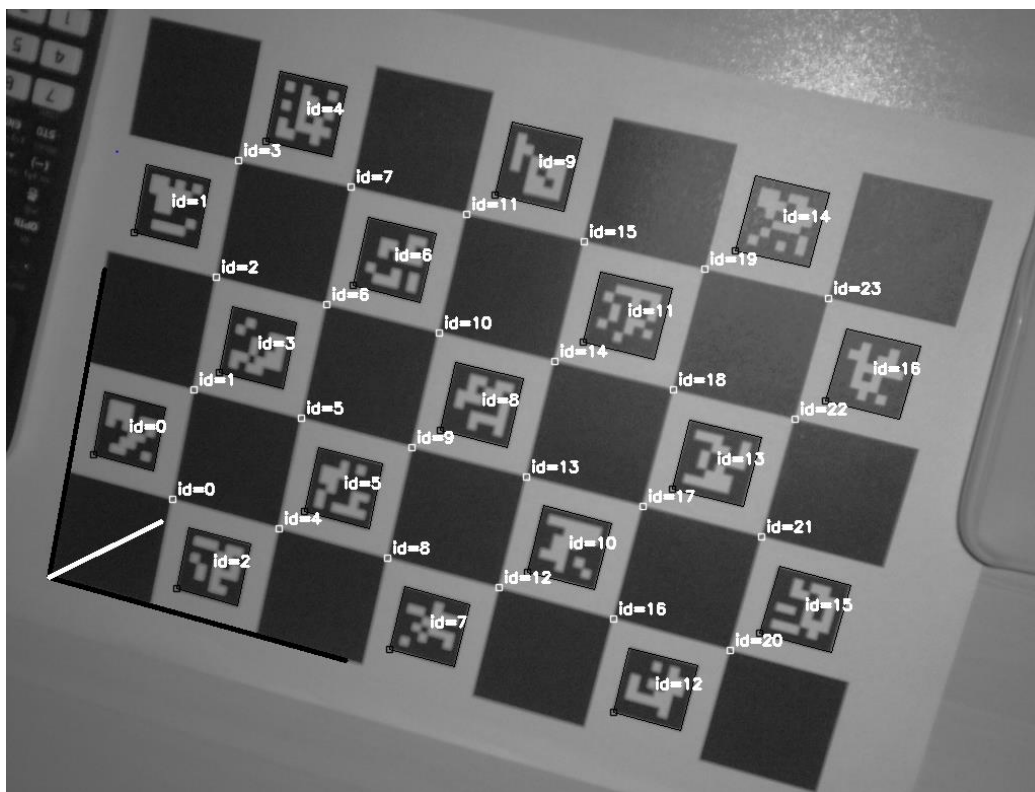
ArUco markeri su 2D barkodovi. Sačinjeni su od crnih i bijelih piksela i svaki ArUco marker ima jedinstveni uzorak što ih čini lako prepoznatljivim. Unutarnja binarna matrica određuje identifikator markera, napravljani su da budu otporni na različite rotacije, perspektive, osvjetljenja. Knjižnica OpenCV omogućuje jednostavno korištenje ArUco markera, nudi više rječnika koji sadržavaju različit broj markera i markere sačinjenih od različitog broja bit-ova.



Slika 9. ArUco markeri sačinjeni od različitog broja bitova [18]

ChArUco uzorak je kombinacija kalibracijske ploče i ArUcoMarkera. Ova kombinacija nudi dodatne pogodnosti jer uklanja problem slabije preciznosti detekcije rubova ArUco markera.

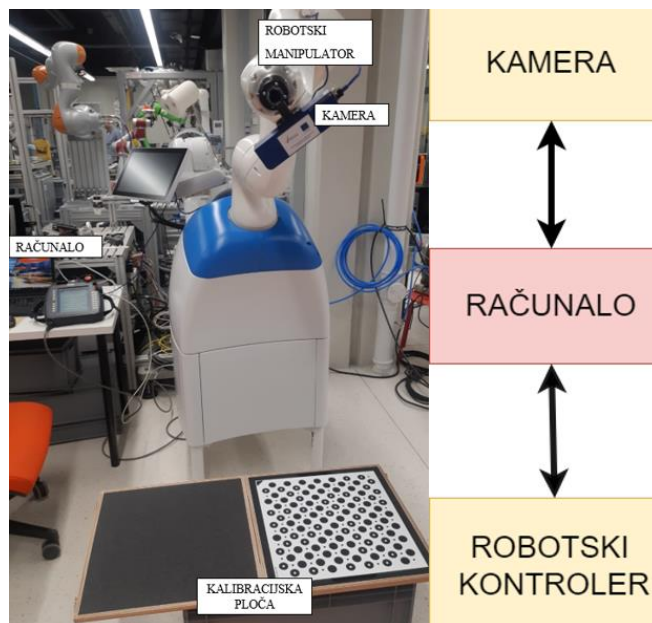
S druge strane ArUco markeri na ploči omogućuju interpolaciju rubova ploče kada ona nije u potpunosti vidljiva ili postoji preklapanje. Iz tih razloga ChArUco uzorci se nameću kao najbolje rješenje kada je potrebna visoka preciznost.



**Slika 10. Kalibracijska ploča sa ChArUco uzorkom i detektiranim markerima**

## 5. POSTAVKE ZA KALIBRACIJU

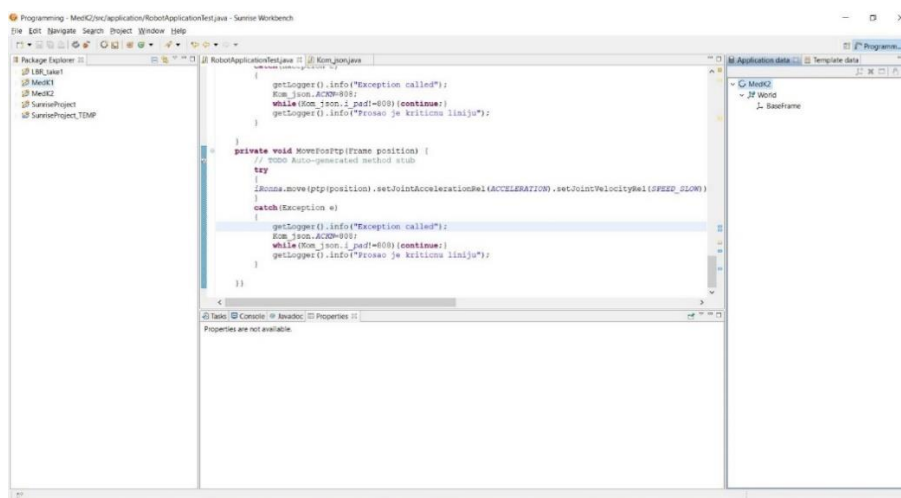
Na početku je potrebno definirati tok komunikacije između komponenata. Komunikacija se provodi na razini robotski kontroler – računalo i računalo – kamera.



Slika 11. Komunikacija između komponenata

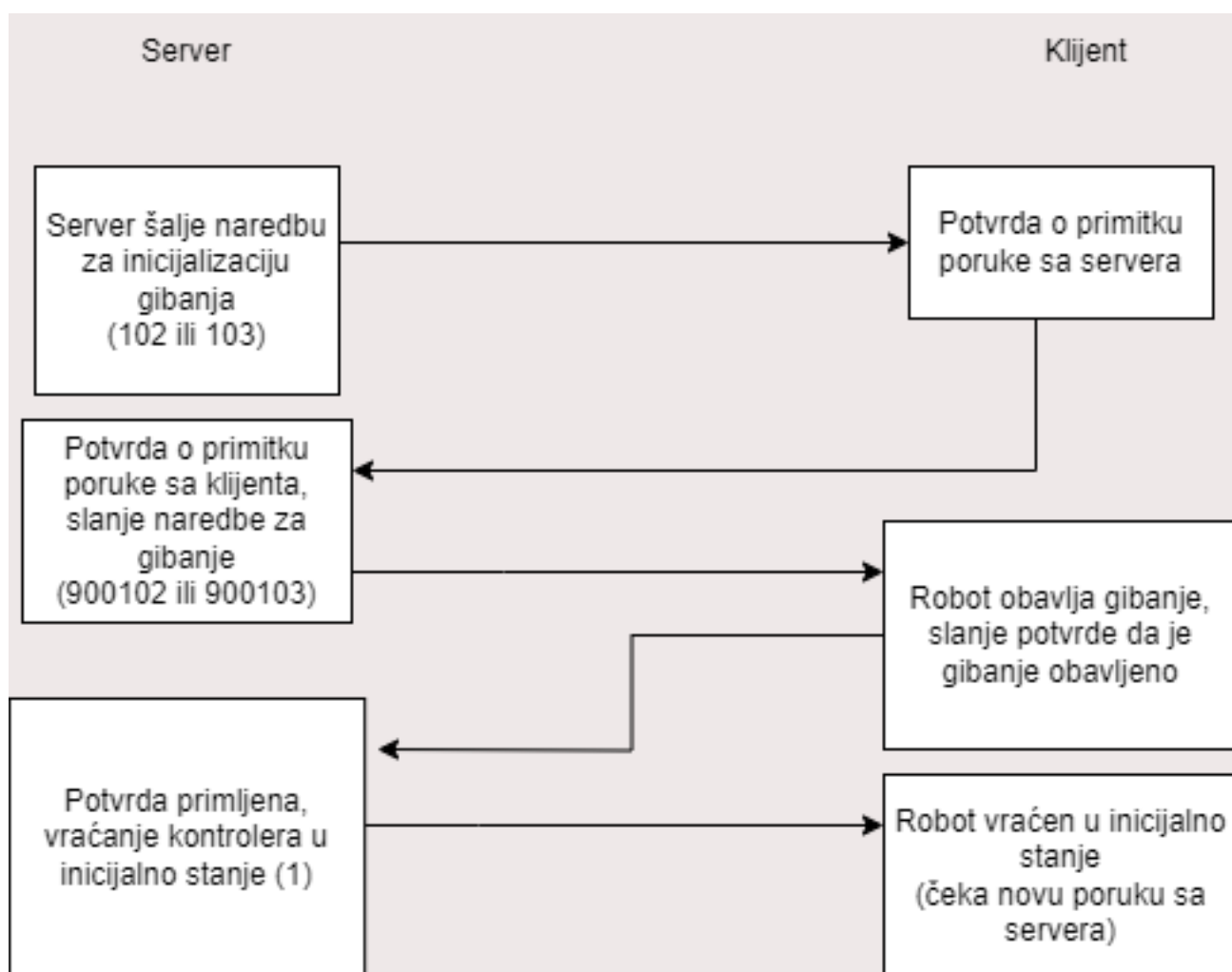
### 5.1. Postavke za komunikaciju između robota i računala

Prvo što je potrebno uspostaviti je komunikacija između računala i robotskog kontrolera. Robot koji će biti korišten prvi provedbi kalibracije je KUKA LBR\_iiwa\_R820\_1. To je kolaborativni robot specijaliziran za osjetljive zadatke gdje dijeli radni prostor s ljudima. Programski kod robota bit će implementiran unutar softvera KUKA Sunrise.Workbench u programskom jeziku Java.



Slika 12. KUKA Sunrise.Workbench

Komunikacija između dva sustava će biti postignuta pomoću TCP/IP protokola. Sustavi moraju komunicirati na istoj IP adresi. Za takav tip komunikacije potreban je server i klijent. U ovom slučaju server će biti računalo a klijent robotski kontroler. Server kreira kanal, „socket“ koji je u suštini memorijski spremnik. Za komunikaciju u oba smjera potrebno je definirati „socket“ za slanje i primanje podataka. Prema dokumentaciji za KUKA kontroler slobodni brojevi kanala za komunikaciju sa vanjskim uređajima su od 30 000 do 30 010. Na strani računala, server će biti uspostavljen u programskom jeziku C++ pomoću knjižnice Winsock. Kreiran je poseban „thread“ koji se izvršava u petlji paralelno sa glavnim kodom. Logika primanja i slanja poruka na robotskom kontroleru je napravljena pomoću pozadinske aplikacije u KUKA Sunrise softveru.

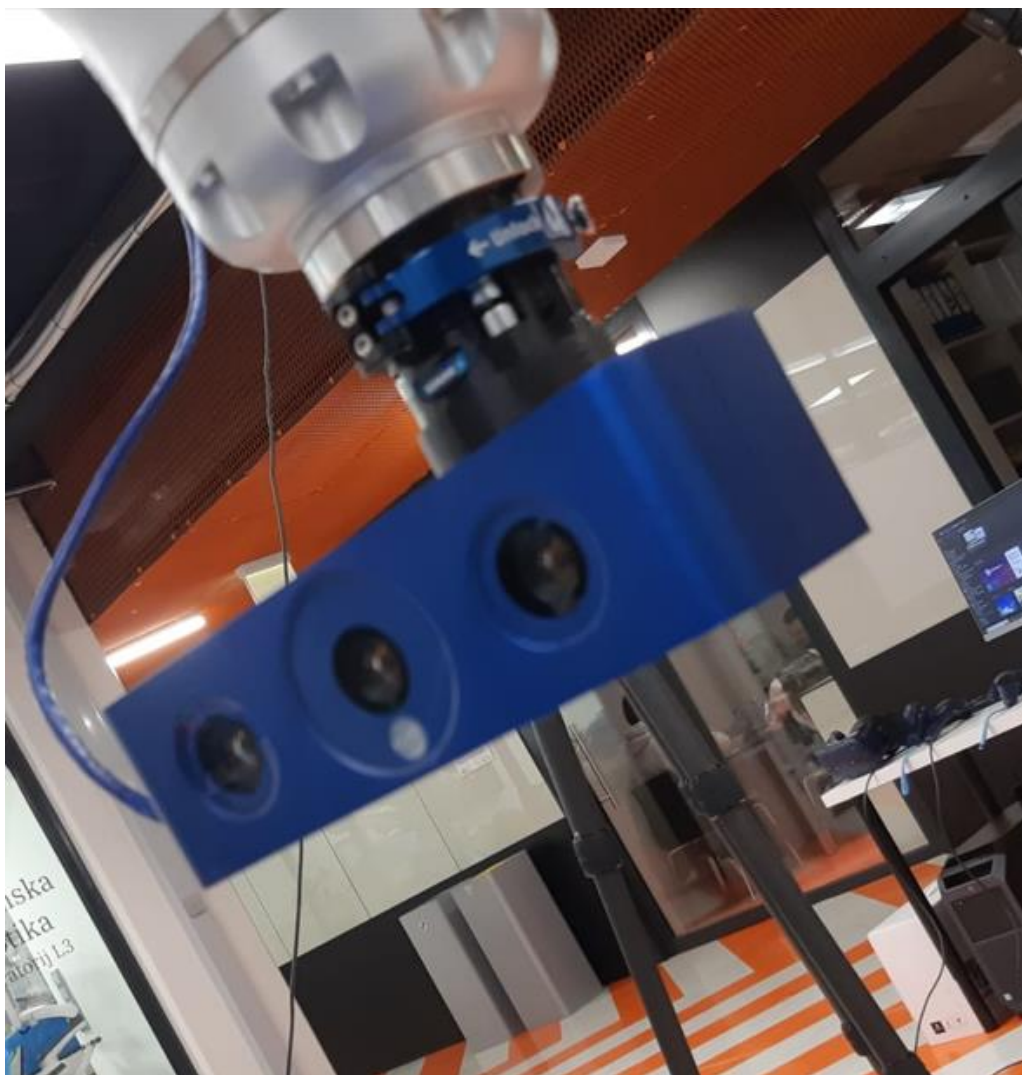


Slika 13. Logička shema komunikacije između servera i klijenta

Sa Slika 13. je vidljiv slijed poslanih poruka između servera i klijenta. Pozadinska aplikacija na kontroleru robota čeka informaciju sa servera. Kada računalo pošalje zahtjev za gibanjem, kontroler daje povratnu informaciju da je primio zahtjev, povratna informacija na računalu inicijalizira slanje naredbe za gibanjem. Robotski manipulator obavlja gibanje te po završetku šalje potvrdu nazad na server, server po primitku vraća robotski kod u incialno stanje gdje čeka novi zahtjev za gibanje.

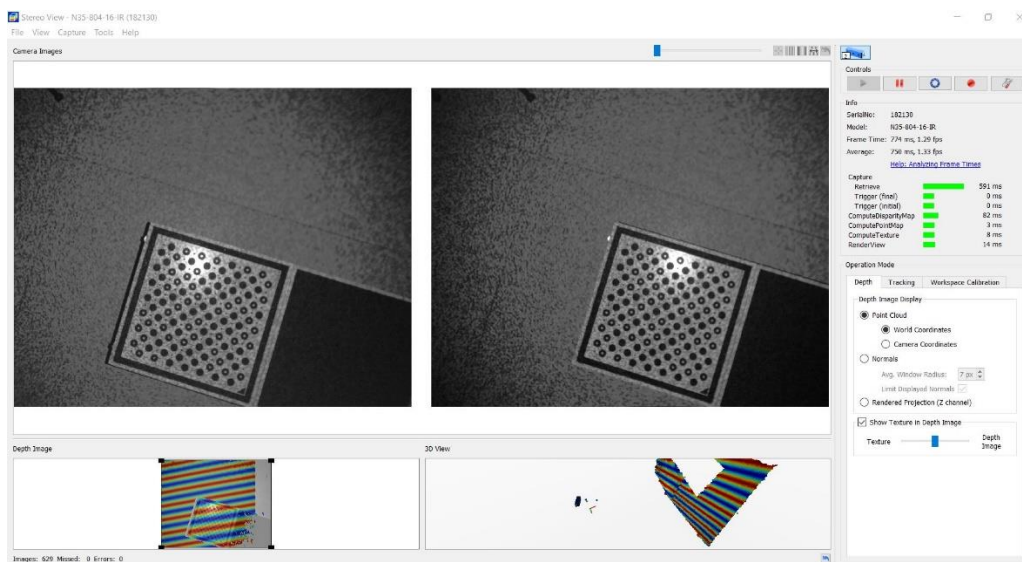
## 5.2. Postavke kamere

Za potrebe kalibracije bit će korištena Ensensio 3D stereo kamera, model N35. Kamera odgovara radnim zahtjevima zbog svoje mogućnosti detekcije objekata u kretnji ili u mirovanju. Prigodna je za montažu na robotski manipulator te je moguće upravljati kamerom preko pripadajućeg Ensensio softvera.



Slika 14. Ensensio N35 kamera

Enseno softver omogućuje podešavanje parametara kamere, različite tipove kalibracije, prikaz te dohvaćanje 3D podataka sa slika. Kamera je također opremljena sa projektorom nasumičnih uzoraka koji poboljšava rezultat algoritma podudaranja tako što dovodi do izražaja i sitnije detalje na slici.



**Slika 15. Enseno NxView**

Slika 15. prikazuje NxView, program unutar Enseno korisničkog sučelja. Primarno je zadužen za prikaz slike sa lijeve i desne kamere te 3D prikaz snimljenih objekata i dubinske slike. Vrlo korisna funkcionalnost koju ovaj program nudi je mogućnost prikaza pozicija i orijentacije objekata na slici s obzirom na ishodište koordinatnog sustava kamere. NxView također automatski rješava komunikaciju između kamere i računala spojenog kabelom.

U ovom radu će biti korištena Enseno N35-804-16-IR kamera. Njezine specifikacije su navedene u nastavku.

Dimensions	175 x 50 x 52 mm
Weight	650 g
Resolution	1280 x 1024 (1.3 MP)
Frames per Second	10 (1.3 MP), 30 (2x Binning)
Interface	Gigabit Ethernet
Inputs	1 x Trigger
Outputs	1 x Flash/GPIO
Input Voltage	12 V - 24 V DC / PoE
Projector	Aluminium, IP65/67
Sensors	
Temperature - Operation	0 - 40 °C
Temperature - Storage	0 - 50 °C
Vibration Resistance	30 - 500 Hz 10 g (sine)
Shock Resistance	80 g, 1.9 ms / 25 g, 6 ms (half sine)

**Slika 16. Tehnički podatci kamere N35 – 804-16-IR**

Lenses - Focal Length	8 mm
Lenses - f-number	1.6
Vergence Angle	4°
Baseline (Pupillary Distance)	100 mm
Focus Distance	650 mm
Operating Distance	470-1100 mm
Calibration Plate - Dimensions	390 x 390 x 3 mm
Calibration Plate - Grid Dots / Spacing	15 x 15 / 48 mm

Slika 17. Optika N35-804-16-IR

Distance to working volume [mm]	Z-Accuracy [mm]	Pixel Size [mm]	View Field X [mm]	View Field Y [mm]	Optics Blur [px]
470	0.187	0.318	386.86	325.31	2.463
500	0.211	0.338	417.93	346.08	1.971
600	0.304	0.406	516.92	415.29	0.679
700	0.414	0.473	586.41	484.51	0.574
800	0.541	0.541	655.89	553.72	1.229
900	0.685	0.608	725.38	622.94	1.740
1000	0.846	0.676	794.87	692.16	2.150
1100	1.023	0.744	864.35	761.37	2.485

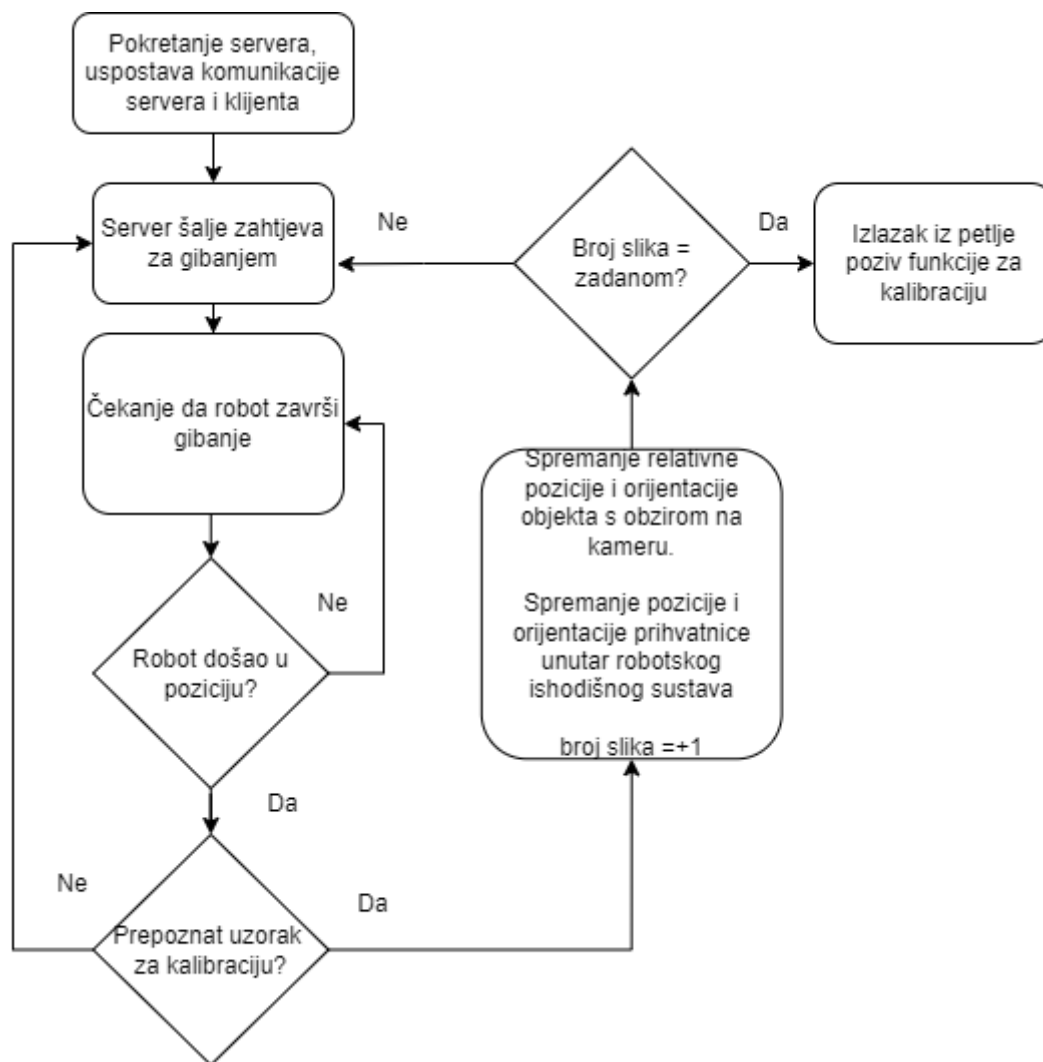
Slika 18. Preciznost na različitim udaljenostima



## 6. POSTUPAK KALIBRACIJE

### 6.1. Općeniti postupak

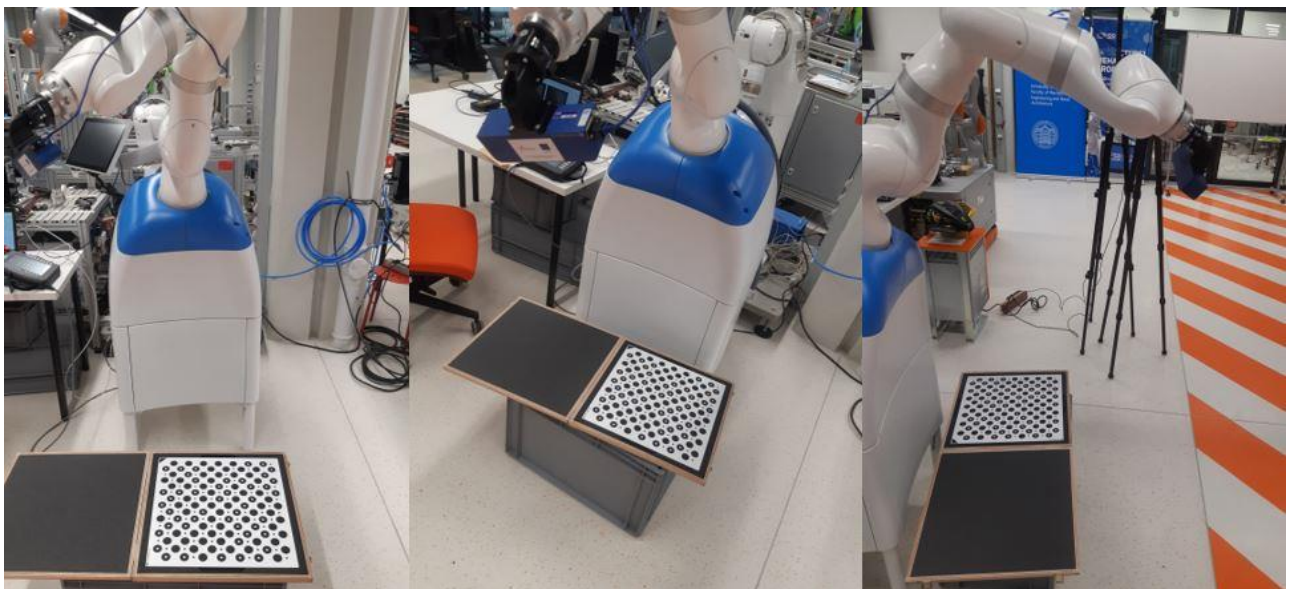
Nakon uspostave komunikacije između robota, računala i kamere, slijedi provođenje postupka kalibracije „Oko-u-ruci“.



Slika 19. Logički shema procesa skupljanja vrijednosti za kalibraciju

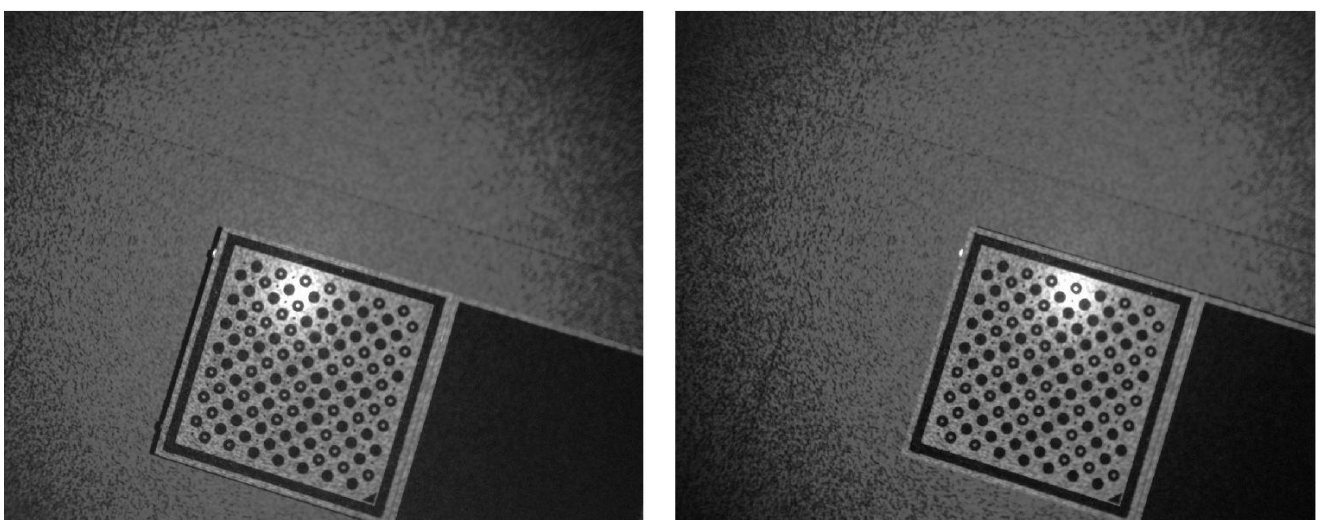
Na Slika 19. je logička shema prema kojoj se obavlja proces dohvaćanja svih potrebnih podataka da bi se mogla provesti kalibracija. Kada se pokrene server, robotski kontroler se spaja na njega kao klijent pomoću pozadinske aplikacije opisane u prethodnom poglavlju, također se šalje naredba za paljenje kamere. Nakon uspješnog povezivanja, robot prima poruku s parametrima i vrsti gibanja. Glavna programska petlja se ne izvršava dok se robotski manipulator ne stacionira. Pri dolasku u željen položaj, poziva se funkcija koja provjerava jeli slika sadržava odgovarajuću kalibracijsku ploču.

Ako funkcija vrati pozitivan rezultat, slika se sprema u memoriju zajedno sa odgovarajućom pozicijom manipulatora. Petlja se izvršava sve dok broj slika koje sadržavaju kalibracijsku ploču ne dosegne zadani iznos. Nakon dovoljnog broja slika i položaja, poziva se funkcija za kalibraciju definirana unutar Ensenso programskog sučelja.

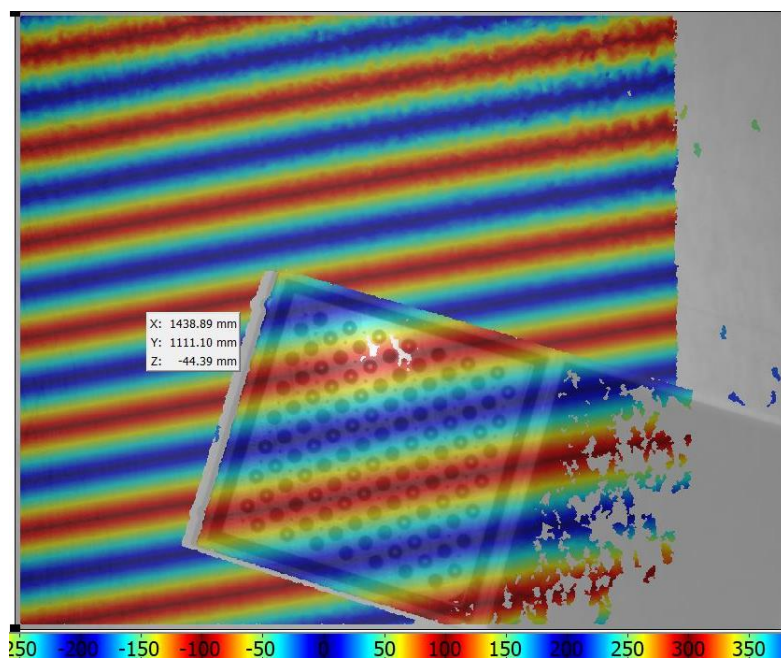


**Slika 20. Različiti položaji manipulatora pri dohvatanju slika**

Za dobre rezultate kalibracije, potrebno je snimiti slike sa različitim udaljenostima pod različitim kutovima. Nužno je na slici uhvatiti cijelu kalibracijsku ploču.

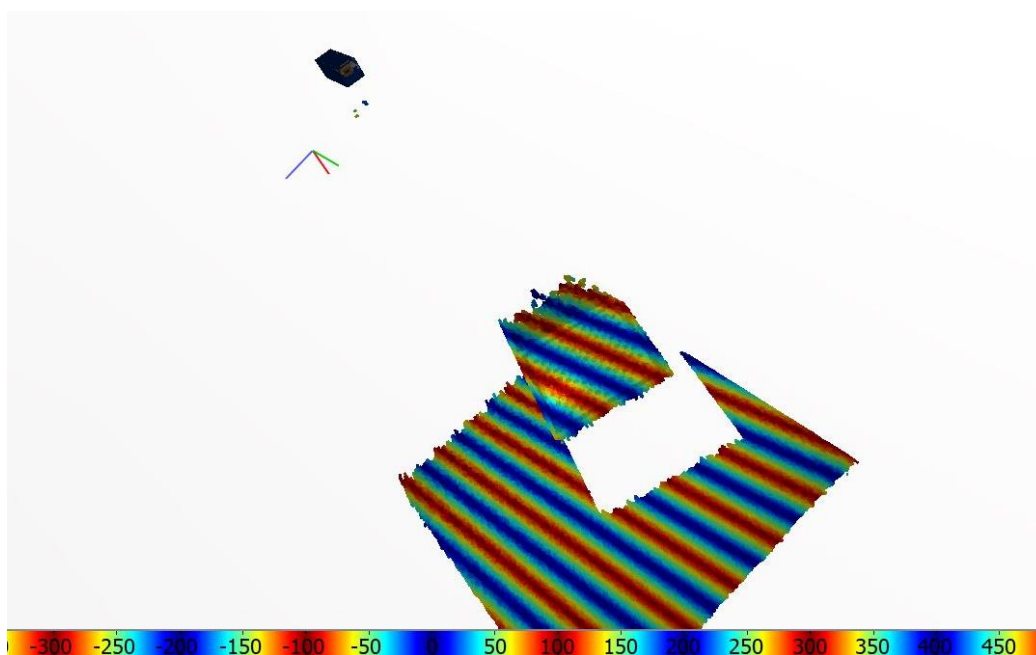


**Slika 21. Prikaz lijeve i desne kamere**



**Slika 22. Dubinski prikaz**

Sa Slika 22. je vidljiv dubinski prikaz generiran pomoću Ensenso NxView programa za jedan od položaja robota tokom kalibracije.

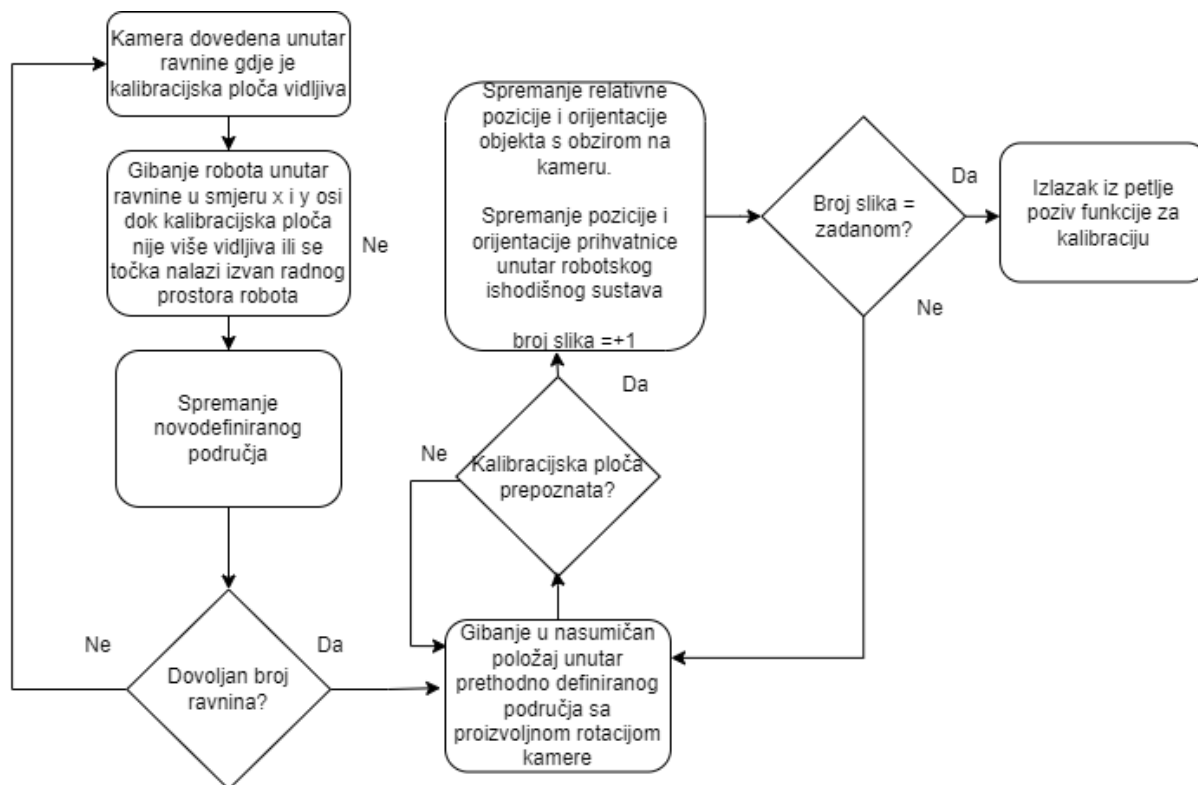


**Slika 23. 3D prikaz**

Na temelju 3D prikaza Slika 23. jasnije je prikazan prostorni odnos između slikane površine i kamere.

## 6.2. Automatska kalibracija

U ovom poglavlju će biti opisan postupak automatske kalibracije „Oko-u-ruci“ konfiguracije.



Slika 24. Logička shema automatskog procesa prikupljanja vrijednosti za kalibraciju

Pri postupku automatske kalibracije, potrebno je da početna pozicija bude tako definirana da svi rubovi kalibracijske ploče upadaju unutar okvira slike, po mogućnosti da je početna pozicija manipulatora što bliže središtu ploče. Nadalje manipulator se giba u istoj ravnini u negativnom i pozitivnom smjeru x osi te y osi, uzimajući slike nakon svakog fiksno određenog koraka kao provjeru da je ploča i dalje vidljiva. Postupak je moguće ponoviti više puta za različite ravnine ovisno o željenom konačnom broju uzoraka. Nakon što su područja definirana, nasumično se odabiru točke unutar njih te se dodaje rotacija čiji predznak će ovisiti u kojem kvadrantu kalibracijske ploče se točka nalazi. Na kraju se sa spremljenim vrijednostima pokreće funkcija za kalibraciju.

## 7. EVALUACIJA METODA KALIBRACIJE

U ovom poglavlju će biti dana usporedba performansi metoda kalibracije prethodno opisanih. Podatci za kalibraciju su prikupljeni na pravom postavu te iz tog razloga ne postoji referentni apsolutno točni rezultat kalibracije s kojim se mogu usporediti dobivena rješenja. Metode će biti evaluirane na temelju odstupanja lijeve strane jednadžbe (7.1) od desne strane.

$$E_m = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N \|A_i X - X B_i\|^2} \quad (7.1)$$

Gdje matrica  $\mathbf{A}$  predstavlja relativnu transformaciju između pozicija prihvatnice s obzirom na bazu robota a matrica  $\mathbf{B}$  relativnu transformaciju kamere s obzirom na objekt kalibracije. Nadalje se može posebno evaluirati rotacija te translacija:

$$E_R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{kut}[(\mathbf{R}_X \mathbf{R}_{B_i})^T (\mathbf{R}_{A_i} \mathbf{R}_X)] \quad (7.2)$$

Greška rotacije  $E_R$  se računa kao srednja vrijednost sume kutova između umnoška rotacija. Kut između matrica će biti izračunat pomoću traga matrice, koji je definiran kao zbroj dijagonalnih elemenata kvadratne matrice.

$$\text{Tr } \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n A_{ii} \quad (7.3)$$

Za matrice rotacije sada se kut može izračunati prema jednadžbi:

$$\theta = \arccos\left(\frac{\text{trace}(\mathbf{R}) - 1}{2}\right) \quad (7.4)$$

Gdje je  $\mathbf{R}$  matrični umnožak:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{R}_X \mathbf{R}_{B_i})^T (\mathbf{R}_{A_i} \mathbf{R}_X) \quad (7.5)$$

Relativna greška translacije se može procijeniti prema jednadžbi (3.6).

$$E_T = \frac{1}{N} \|(\mathbf{R}_{A_i} \mathbf{t}_X) - \mathbf{t}_X - (\mathbf{R}_X \mathbf{t}_{B_i}) + \mathbf{t}_{A_i}\| \quad (7.6)$$

Da bih se greška translacije  $E_T$  dobila kao skalarna vrijednost, potrebno je izračunati Euklidsku normu za izraz (7.6). Euklidska norma je definirana prema izrazu (7.7).

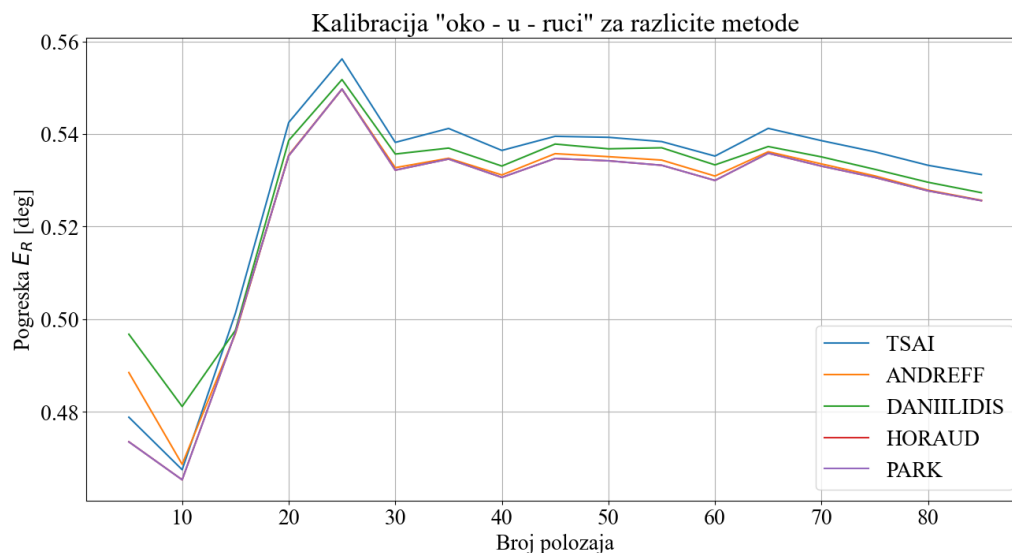
$$\left\| \sum_{i=1}^n a_i e_i \right\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2} \quad (7.7)$$

Gdje  $e_i$  predstavlja standardnu bazu za sve  $a_i \in \mathbb{R}$ . U nastavku će biti dani prikazi rezultata kalibracije za različite metode pri različitim količinama gibanja prema jednadžbama ovdje navedenim.

## 7.1. Rezultati kalibracije

### 7.1.1. Rezultati kalibracije u ovisnosti o broju korištenih položaja

Pomoću programskog jezika „Python“, generirani su grafovi koji pokazuju ovisnost promjene relativne pogreške rotacije  $E_R$  za različite metode o brojevima položaja korištenim za kalibraciju. Razmatrane su Tsai [6] metoda i Park [9] kao predstavnici odvojenog pristupa te Daniilidis [11], Horaud [16] i Andreff [15] kao predstavnici simultanog pristupa. Početna udaljenost kamere od ploče u smjeru  $z$  osi je bila 600 mm. Podatci su prikupljeni u jednom ciklusu za raspone rotacija od  $-15$  do  $15$  stupnjeva, i raspone translacija od  $-150$  do  $150$  mm. Kalibracijska ploča nije mijenjala položaj tokom postupka.

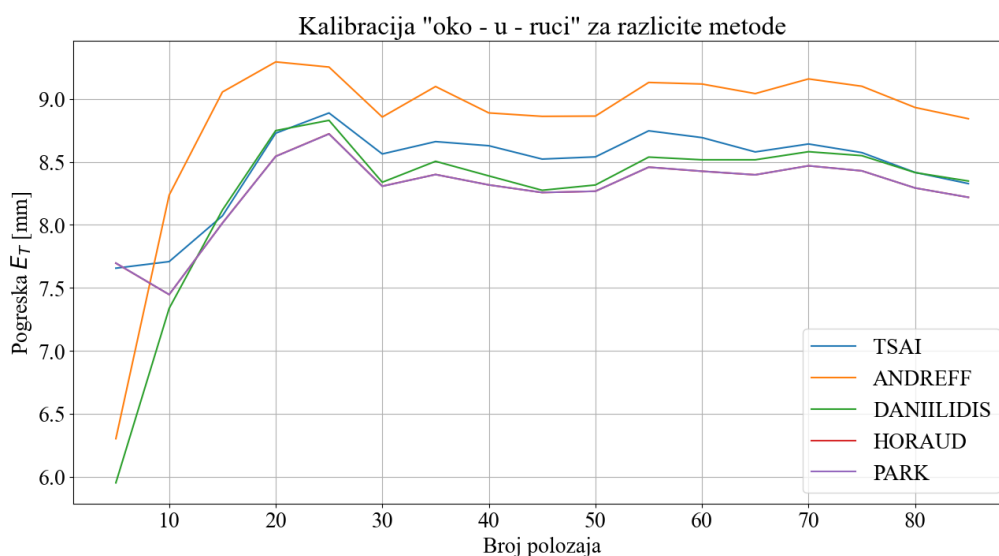


**Slika 25. Relativna pogreška rotacije za različite metode kalibracije**

Sa Slika 25. je moguće primijetiti da pogreška rotacije vrlo brzo konvergira, već pri 10 različitim pozicija relativna greška je manja od 0,5 stupnja. S povećanjem broja gibanja, relativna pogreška bilježi strmovit rast do vrijednosti od 0,55 stupnja pri 25 gibanja.

Nadalje počinje blago padati do vrijednosti u rasponu od oko 0.53 do 0.54 stupnjeva koji poprima na 65 i više gibanja i od tu linearno opada. Najveću pogrešku pri stacionarnom stanju bilježi metoda Tsai [6]. Sljedeća metoda koja generira najveće odstupanje je Daniilidis [11]. Ostale metode se ne izdvajaju te se njihove vrijednosti poklapaju po gotovo po cijelom promatranom rasponu.

Prema jednadžbi (7.6) bit će provedena procjena relativne pogreške translacije  $E_T$  za iste metode na istom rasponu broja pozicija.

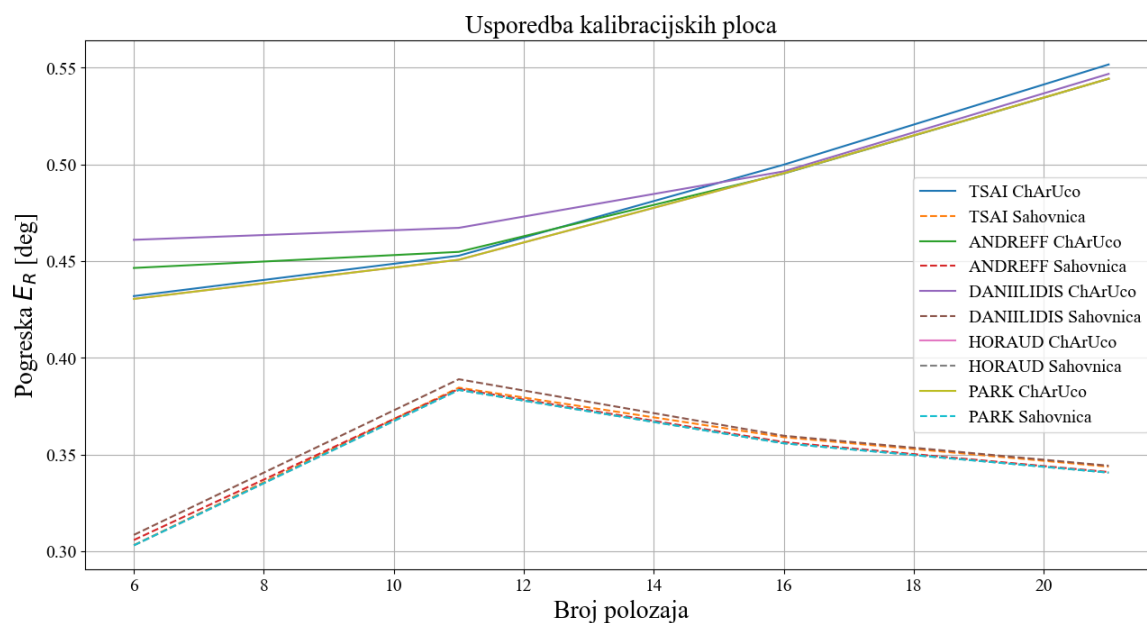


**Slika 26. Relativna pogreška translacije za različite metode kalibracije**

Relativna pogreška translacije kako je vidljivo sa Slika 26. također brzo konvergira. Povećanjem broja gibanja do 25 pogreška raste i većina metoda za 25 gibanja dostiže maksimalnu pogrešku u iznosu od 8,8 mm. S daljnjim povećanjem broja položaja korištenih za kalibraciju ne dolazi do značajnijeg smanjenja relativne pogreške. Promatranjem rezultata dobivenih korištenjem različitih metoda, primjetno je da metoda Andreff [15] bilježi značajnije odstupanje od ostalih metoda na cijelom rasponu gibanja. Sa slike je vidljivo da su oscilacije vrijednosti također veće za metodu Andreff [15]. Pri broju gibanja 80, razlika između nje i ostalih metoda iznosi oko 0,7 mm. Najniže vrijednosti po cijelom spektru gibanja bilježi Park [9] metoda.

### 7.1.2. Rezultati kalibracije u ovisnosti o korištenoj kalibracijskoj ploči

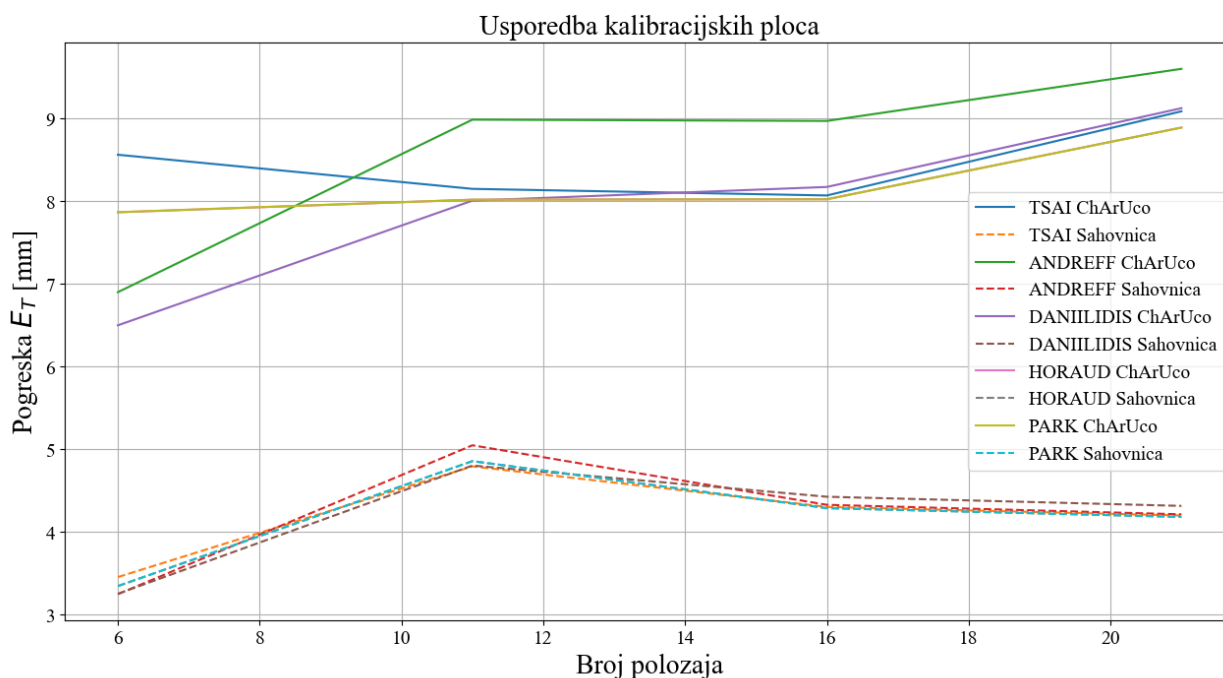
U ovom poglavlju će naglasak biti na rezultate kalibracija u ovisnosti o korištenom objektu kalibracije. Točnije u obzir će se uzeti kalibracija dobivena korištenjem ChArUco ploče te ploče sa teksturom šahovnice. Za obje ploče udaljenost kamere od ploče u početnoj poziciji je iznosila 600 mm, prikupljeno je 20 gibanja za svaku ploču za raspon translacija od -150 do 150 mm i raspon rotacija od -15 do 15 stupnjeva. Obje ploče su veličine 7 x 5 gdje je svaki kvadrat veličine oko 2,5 mm.



**Slika 27. Relativna pogreška rotacije za kalibraciju sa šahovnicom i ChArUco uzorkom**

Sa Slika 27. je moguće očitati relativnu pogrešku rotacije korištenih metoda za ChArUco uzorak i uzorak šahovnice. Rezultati dobiveni sa ChArUco uzorkom su naznačeni sa punom crtom a sa uzorkom šahovnice isprekidanom. Najveća razlika u rezultatima je na početku raspona pri 6 pozicija te na 20 pozicija, oko 10 pozicija rezultati bilježe najmanje odstupanje. Na 15 i više pozicije, rezultati dobiveni ChArUco uzorkom imaju pozitivan prirast pogreške dok pogreška rotacije za uzorak šahovnice opada.





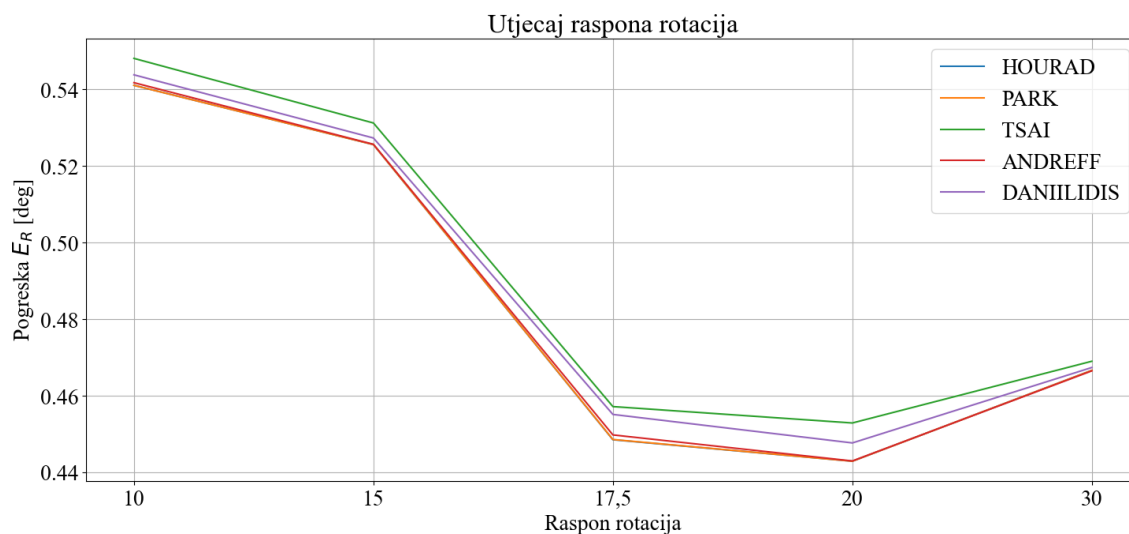
**Slika 28. Relativna pogreška translacije za kalibraciju sa šahovnicom i ChArUco uzorkom**

Krivulje koje povezuju relativne pogreške translacije za uzorke imaju sličan oblik kao i krivulje kod relativne pogreške rotacije. Ponovno je uzorak šahovnice rezultirao manjom pogreškom i sa tendencijom opadanja pogreške. Glavna prednost ChArUco ploče, mogućnost određivanja pozicije kad je ploča djelomično vidljiva, ovdje ne dolazi do izražaja jer su sve pozicije snimljene za potpuno vidljive ploče na slici.

### 7.1.3. Rezultati kalibracije u ovisnosti o rasponu rotacija

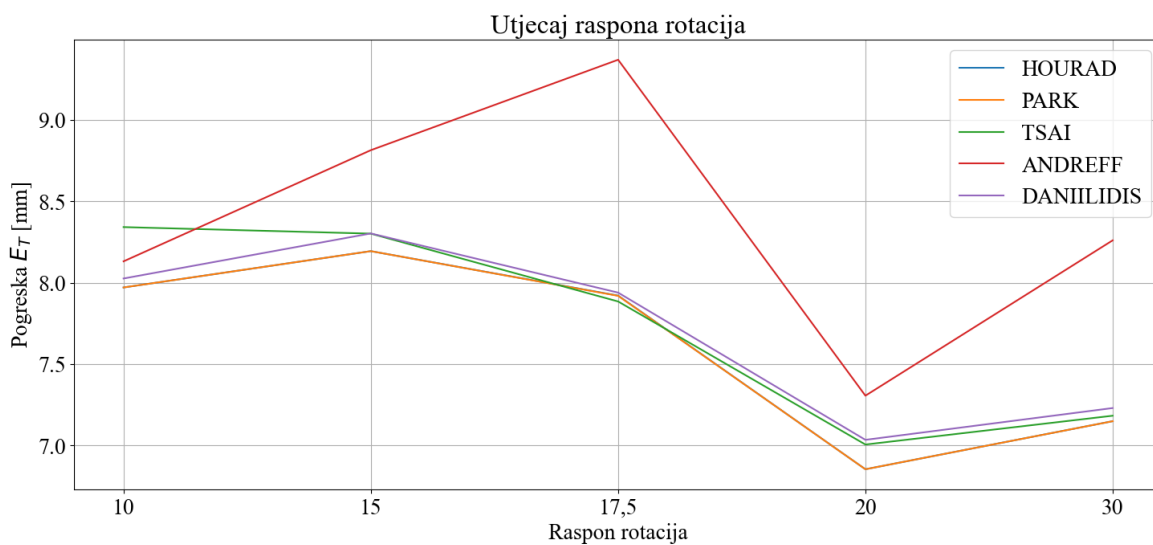
U ovom dijelu će biti dan pregled utjecaja raspona rotacija pri uzimanju slika sa kamere.

Početna pozicija kamere je bila na udaljenosti od 600 mm od ploče. Raspon translacija se kreće od -150 do 150 mm. Napravljena je kalibracija za 5 raspona, od -10 do 10 stupnjeva, -15 do 15, -17,5 do 17,5, -20 do 20 i -30 do 30 stupnjeva. Korišteni uzorak je ChArUco ploča.



**Slika 29. Relativna pogreška rotacije za različite raspone rotacija**

Rezultati sa Slika 29. pokazuju opadanje relativne pogreške rotacije sa povećanjem raspona rotacija do raspona – 20 do 20 stupnjeva. Pri tom rasponu je zabilježena najmanja vrijednost pogreške, 0,45 stupnjeva. Najmanju pogrešku za taj raspon daje Andreff [15] metoda. Daljnjim povećanjem raspona, pogreška raste.

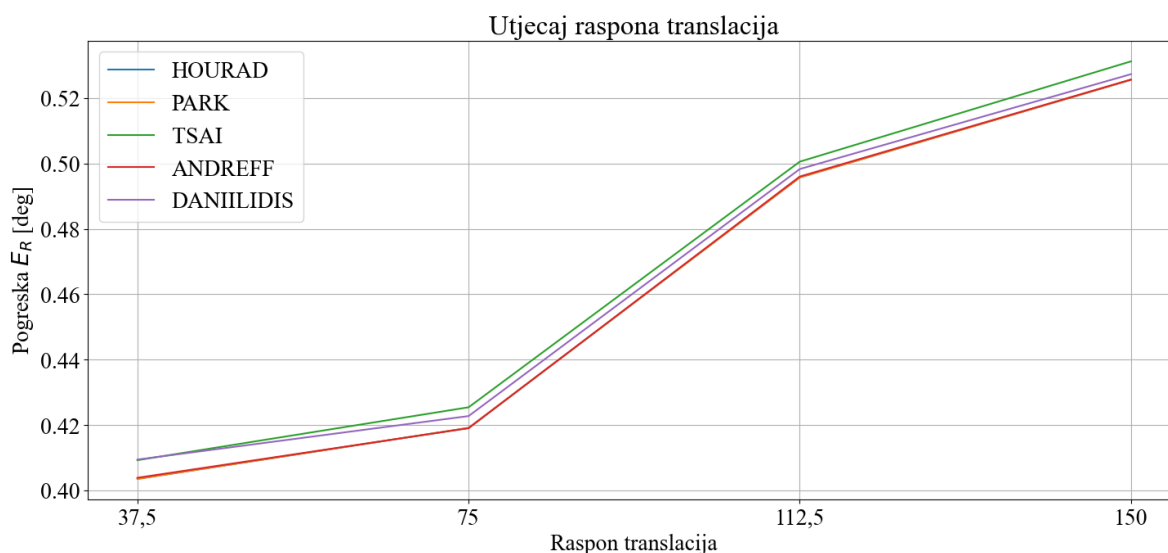


**Slika 30. Relativna pogreška translacije za različite raspone rotacija**

Većina metoda prati sličan trend za relativnu pogrešku translacije kao i kod relativne pogreške rotacije kada se uzima u obzir raspon rotacija, bilježe opadanje do raspona od -20 do 20 stupnjeva te zatim blagi rast. Izdvaja se Andreff [15] koja netom prije silazne putanje prema rasponu od -20 do 20 stupnjeva, postiže maksimalnu pogrešku u iznosu od 9,4 mm pri rasponu od -17,5 do 17,5 stupnjeva. Također ima najbrži rast nakon dostizanja minimuma.

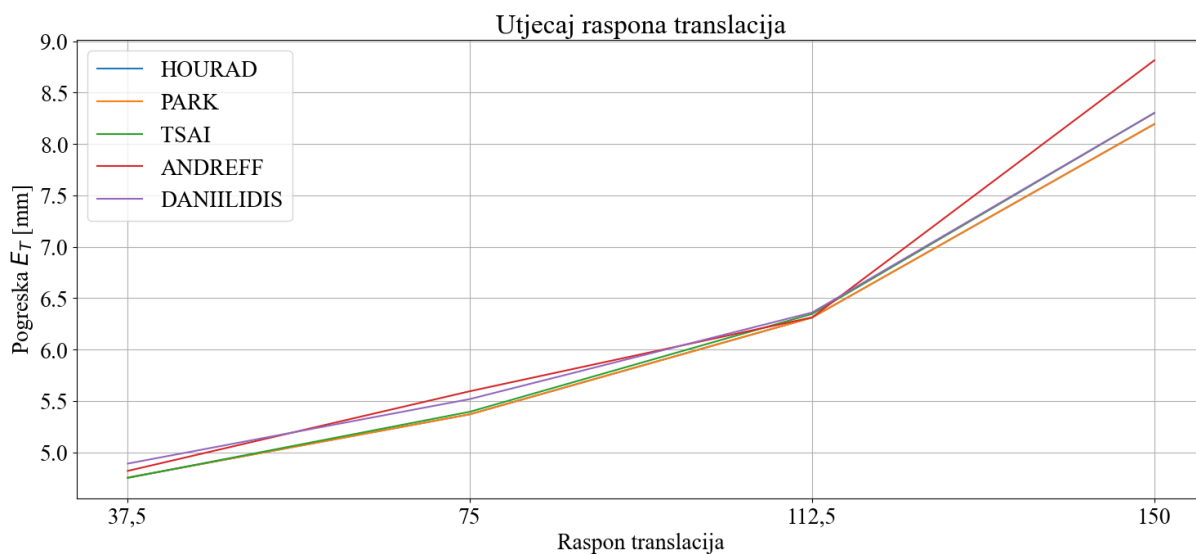
#### 7.1.4. Rezultati kalibracije u ovisnosti o rasponu translacija

Ovo poglavlje se bavi rezultatima kalibracije za različite raspone translacija. Rasponi translacija koji će biti razmatrani su od -37,5 do 37,5 mm, -75 do 75 mm, -112,5 do 112,5 mm te -150 do 150 mm. Raspon rotacije će sada biti konstantan i varirat će između -15 i 15 stupnjeva. Korišteni uzorak je ChArUco ploča.



**Slika 31. Relativna pogreška rotacije za različite raspone translacija**

Relativna pogreška rotacija za različite raspone translacija ima pozitivan rast proporcionalan rastu raspona translacije. Najmanja pogreška je zabilježena za raspon od -37,5 do 37,5 mm i ima iznos od 0,4 do 0,41 stupanj ovisno o metodi. Najveća je zabilježena za raspon od -150 do 150 mm i pogreška dostiže vrijednosti veće od 0,52 stupnja. Razlike među metodama nisu velike, vidljivo je da Tsai [6] metoda po cijelom rasponu ima najveću relativnu pogrešku dok najmanju na cijelom rasponu ima metoda Andreff [15].



**Slika 32. Relativna pogreška translacije za različite raspone translacija**

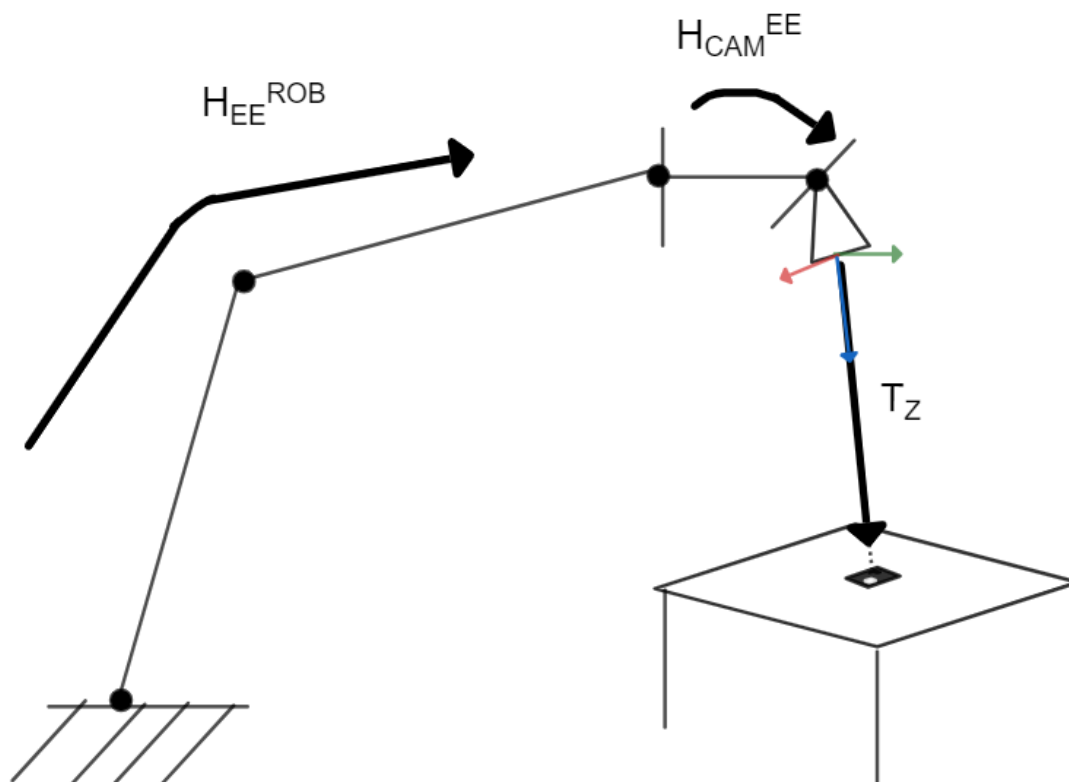
Prema Slika 32. veći rasponi translacija pridonose većoj pogrešci translacije. Razlike među metodama su slabije vidljive na prvom dijelu raspona, pri vrijednosti raspona od -112,5 do 112,5 mm dolazi skoro do potpunog preklapanja vrijednosti pogreške metoda. Na desnom kraju promatranog raspona, Andreff [15] metoda se izdvaja kao ona s najvećom relativnom pogreškom. Kao i kod promjenjivog raspona rotacija, metoda Andreff [15] daje najveću relativnu pogrešku translacije a najmanju relativnu pogrešku rotacije.

## 8. POSTUPAK VALIDACIJE

Nakon što je dobiven inicijalna matrica transformacije između prihvatnice robota i kamere, potrebno je provesti validaciju da bih se provjerila točnost te u slučaju izmjerenih odstupanja, ukloniti ista. Validacija se provodi za translaciju te rotaciju zasebno.

### 8.1. Validacija rotacije

Postupak validacije rotacije se provodi tako da se robot dovodi u početnu poziciju u kojoj je vidljiva meta, u ovom slučaju marker na ChArUco ploči, te se pomoću odabranog algoritma za rješavanje PnP („Perspective – n – Point“) problema određuje translacija i orijentacija markera s obzirom na koordinatni sustav kamere. Nadalje se generira nova položaj robotske prihvatnice tako da rezultat bude pomak po z osi koordinatnog sustava kamere. Novi položaj se određuje kao umnožak matrica homogenih transformacija trenutnog položaja prihvatnice robota  $H_{EE}^{ROB}$ , izračunate matrice transformacija između prihvatnice i kamere  $H_{CAM}^{EE}$  te matrice translacije u smjeru z osi  $T_Z$ .

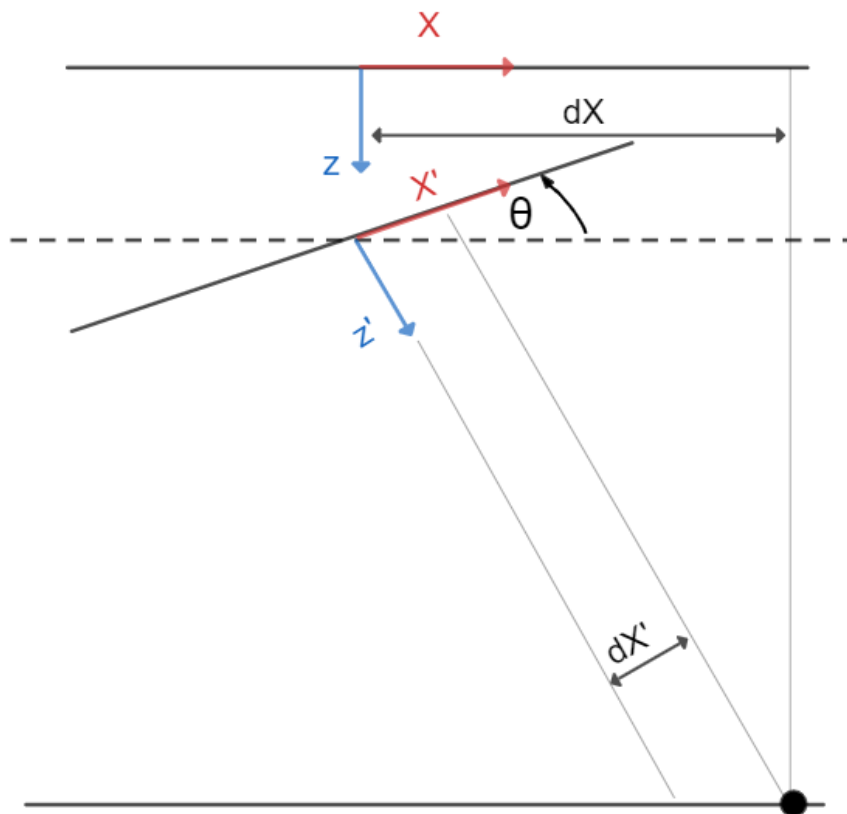


Slika 33. Homogene transformacije validacije rotacije

Novi položaj robotske prihvatnice  $\mathbf{H}_{EE}^{\text{ROB}}$  je tada prema jednadžbi (8.1) jednak:

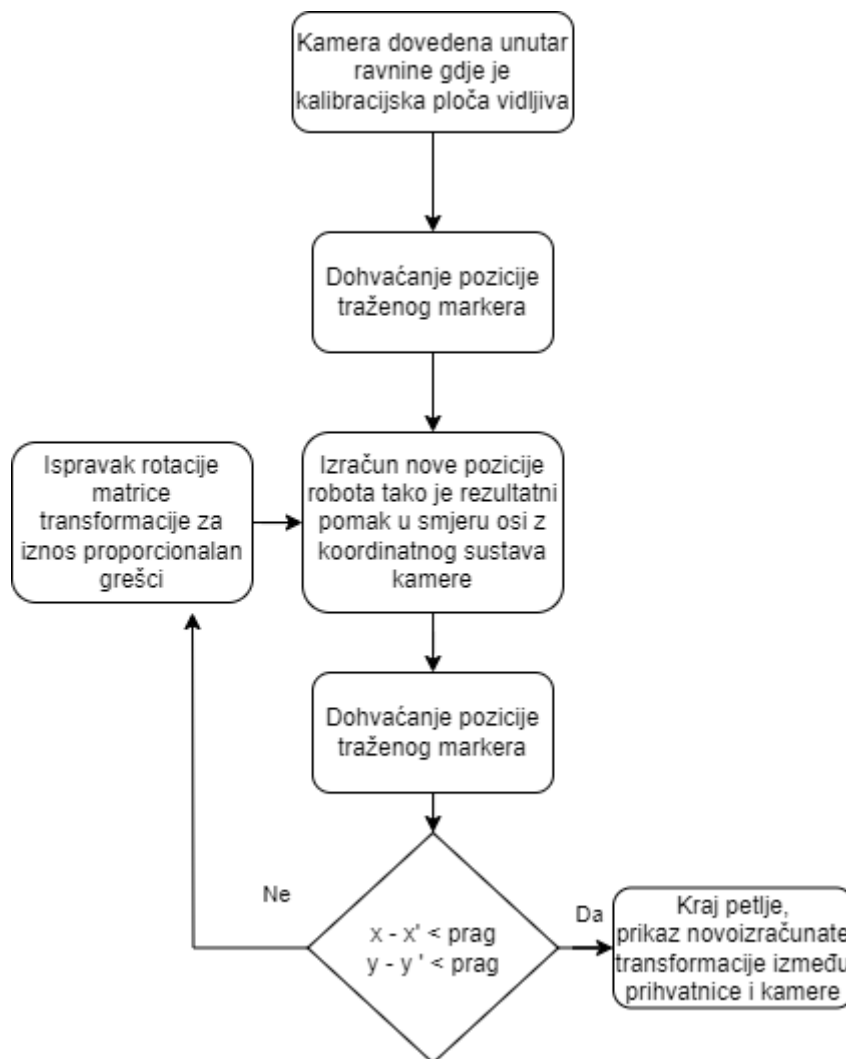
$$\mathbf{H}_{EE}^{\text{ROB}} = \mathbf{H}_{EE}^{\text{ROB}} \mathbf{H}_{\text{CAM}}^{\text{EE}} \mathbf{T}_Z \mathbf{H}_{\text{CAM}}^{\text{EE}}^{-1} \quad (8.1)$$

Nakon što se robot pomakne u novi položaj, ponovno se određuje translacija i orijentacija istog markera s obzirom na koordinatni sustav kamere. Ako je rotacija matrice transformacije između prihvatnice i kamere idealno izračunata, pomak po  $z$  osi će rezultirati sa nepromijenjenim vrijednostima pomaka u smjeru  $x$  i  $y$  osi.



**Slika 34. Pogreška nastala zbog netočne rotacije**

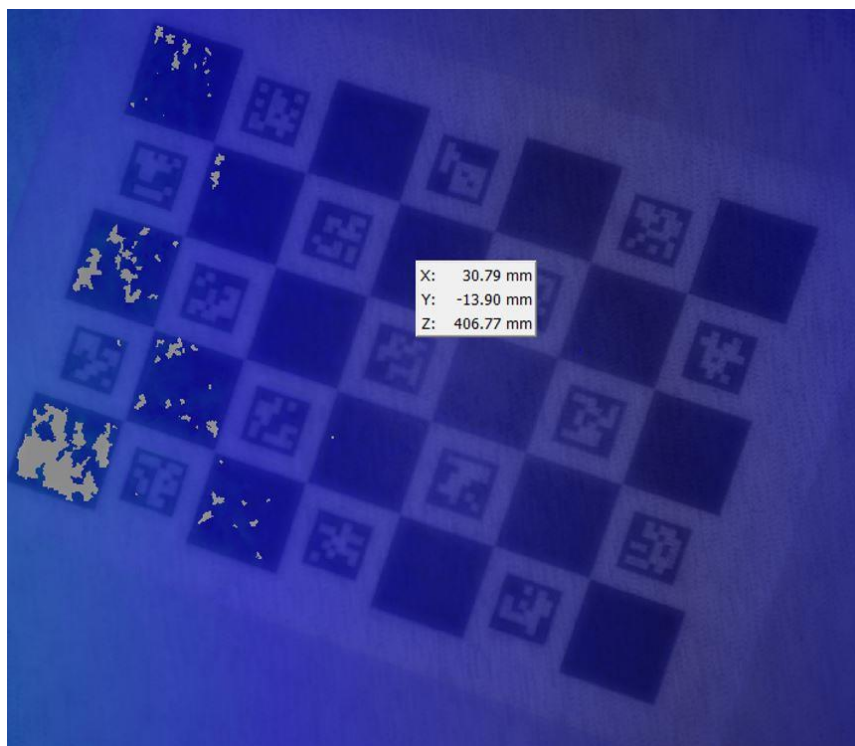
Slika 34. prikazuje pogrešku koja je nastala zbog nedovoljno dobro procijenjene rotacije matrice transformacije. Oznaka  $dX$  predstavlja udaljenost markera u početnoj poziciji robota. Zbog greške rotacije, pomak ne prati egzaktno  $z$  os kamere te kamera dolazi u novi položaj rotirana oko osi  $y$  sa iznos kuta  $\theta$ . Iz tog razloga izmjerena udaljenost markera po osi  $x$  tada iznosi  $dX'$ . Postupak ispravka se svodi na iterativno ispravljanje greške tako da se računa razlika između  $dX$  i  $dX'$  i proporcionalno njome rotira oko osi  $y$ . Postupak se ponavlja dok se razlika ne svede na željenu vrijednost. Na slici je prikazana pogreška rotacije oko osi  $y$ , ista logika se može primijeniti za ispravak rotacije oko osi  $x$ .



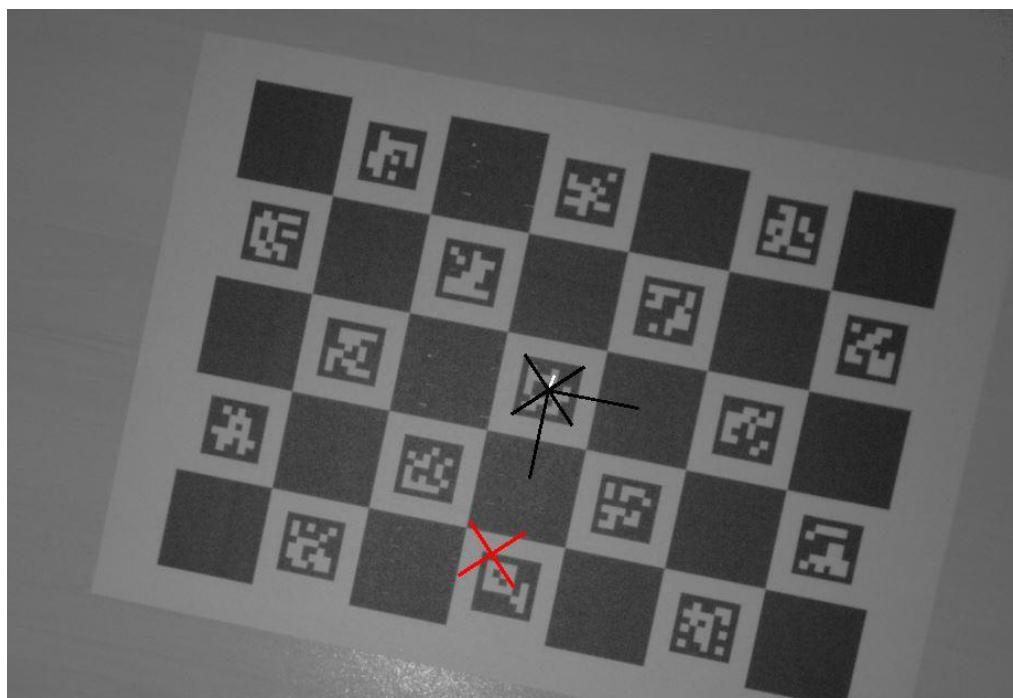
Slika 35. Logička shema validacije rotacije i ispravaka pogreške

### 8.1.1. Provedba i rezultati

Pokretanjem skripte programskog jezika C++ računa uzima se položaj traženog markera iz trenutne pozicije. Pomoću OpenCV knjižnice se određuje lokacija markera tako da odgovarajuća funkcija vraća vrijednosti piksela središta markera. Nakon što su pikseli od interesa određeni, poziva se funkcija Ensenso kamere koja za iste očitava stereo vrijednost  $x, y$  i  $z$  koordinata. Nadalje se određuje nova pozicija prihvatnice ovisno o prethodno dobivenoj matrici transformacije između prihvatnice i kamere. Računalo šalje zahtjev na robotski kontroler kojim se inicijalizira linearna kretanja robota za zadani odmak u smjeru  $z$  osi. Ako u novoj poziciji nije vidljiv traženi marker, odmak se smanjuje i ponavlja se pretraga. Kad je robot došao u zadovoljavajuću poziciju ponavlja se postupak uzimanja položaja markera.



Slika 36. Ensenso kamera stereo podatak



Slika 37. Pogreška rotacije prije ispravka

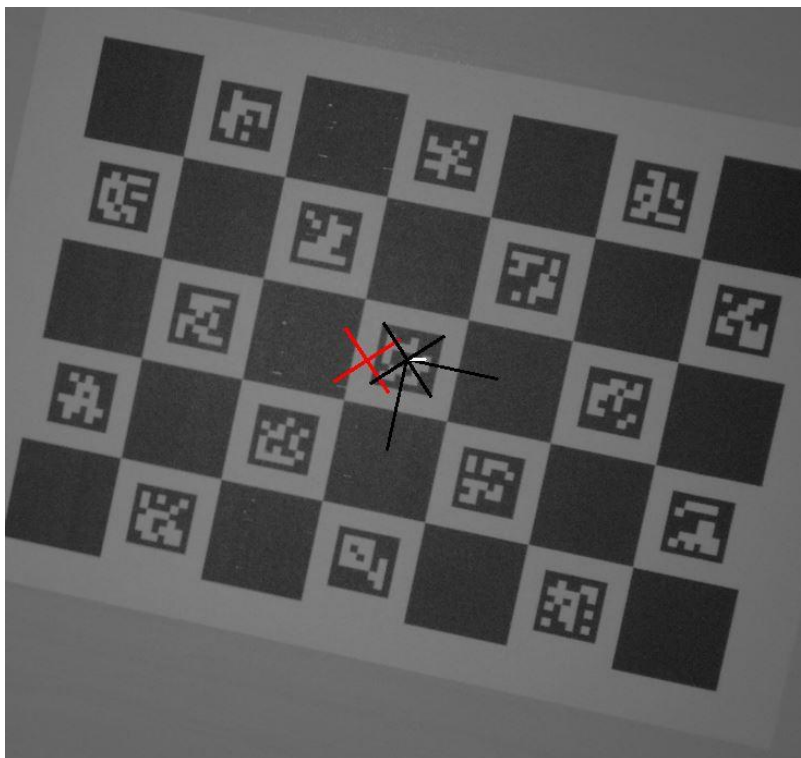


Na Slika 37. su vidljiva dva križića gdje jedan označava trenutno središte markera (crni) a drugi gdje je bilo središte markera u inicijalnoj poziciji (crveni). Početna vrijednost rotacije matrice transformacije je prenaplašena radi bolje provjere rezultata.

```
Full program (0), Calibratin only (1), Validation(2) :
2
Server started. Waiting for a connection...
Temporary dir createdC:/Users/crta/Desktop/Tomislav\Tem525A.tmp\
Open camera 182130
Client connected
Robot finished movement
Center pixels: (608, 466)
startPos: [30.29640984351673;
-14.10729042343324;
448.8116633092341]
Robot finished movement
Robot finished movement
Robot finished movement
Robot finished movement
Robot finished movement
Robot finished movement
Center pixels: (636, 360)
tempPos: [36.46188335900299;
-43.68676169672584;
420.9750135712894]
greska_x: -6.16547 mm
greska_y: 29.5795 mm
euler:[-29.3755, 0.758368, -121.157] deg
```

### Slika 38. Pogreška rotacije prije ispravka, numerički prikaz

Sa Slika 38. moguće je pročitati na kojim pozicija piksela se nalazi središte markera u oba položaja. Varijable „startPos“ i „tempPos“ sadržavaju koordinate markera. Varijable „greska\_x“ i „greska\_y“ sadržavaju razliku između koordinata osi. Varijabla „euler“ ima vrijednost trenutne rotacije matrice transformacija između prihvatnice i kamere u stupnjevima. Prethodno opisanim postupkom se mijenja izračunata rotacija matrice transformacija. Petlja se izvršava dok greške ne promjene predznak 5 puta. Sa svakim prelaskom preko nule, vrijednost koja se sumira grešci se smanjuje za duplo.



Slika 39. Rezultat ispravka pogreške rotacije

```
Robot finished movement
Center pixels: (619, 461)
tempPos: [30.50205443436523;
-14.16917671141489;
 406.6351516663062]
greska_x: -0.205645 mm
greska_y: 0.0618863 mm
euler:[-39.7082, -1.19576, -90.2205] deg
Robot finished movement
Center pixels: (618, 462)
tempPos: [30.24006693438484;
-13.89879686249442;
 406.8441201959641]
greska_x: 0.0563429 mm
greska_y: -0.208494 mm
euler:[-39.7003, -1.19572, -90.2353] deg
Robot finished movement
Center pixels: (619, 462)
tempPos: [30.47597405480847;
-13.87979614996584;
 406.2874859209439]
greska_x: -0.179564 mm
greska_y: -0.227494 mm
euler:[-39.7129, -1.19579, -90.2511] deg
Robot finished movement
Center pixels: (619, 461)
tempPos: [30.47075906717635;
-14.15465829124969;
 406.2179847957241]
greska_x: -0.174349 mm
greska_y: 0.0473679 mm
euler:[-39.7251, -1.19586, -90.2491] deg
```

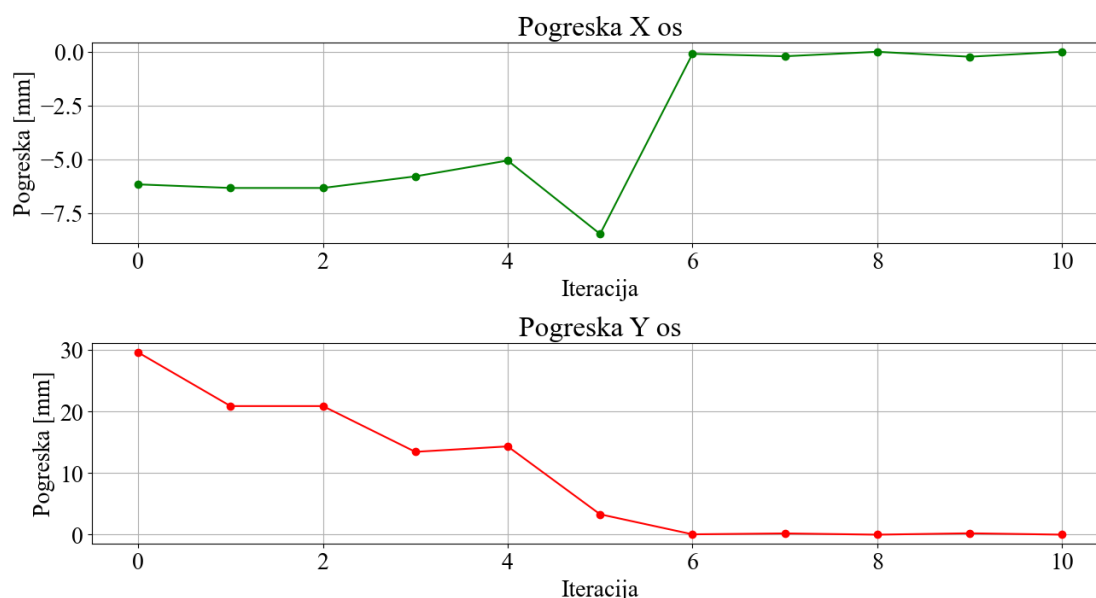
Slika 40. Rezultat ispravka pogreške rotacije, numerički prikaz

Tablica 1. Ispravak pogreške rotacije

Piksel traženog markera	Pozicija markera u koordinatnom sustavu kamere [mm]	Pogreška u smjeru x osi [mm]	Pogreška u smjeru y osi [mm]	Rotacija matrice transformacije [deg]
(608, 466)	[30,2964; -14,1072; 448,8117]	-	-	-
(636, 360)	[36,4619; -43,6867; 420,9750]	-6,1655	29,5795	[-29,3750; 0,7584; -121,1570]
(639, 388)	[36,6293; -34,9789; 413,1413]	-6,3329	20,8717	[-30,8543; -0,1015; -109,5070]
(638, 414)	[36,0900; -27,4522; 410,2163]	-6,3329	20,8717	[-30,8543; -0,1015; -109,5070]
(636, 431)	[35,3530; -30,2691; 408,1723]	-5,7936	13,4449	[-32,3566; -0,6151; -102,0200]
(633, 443)	[33,7717; -0,8975; -97,2385]	-5,0566	14,3284	[-33,7717; -0,8975; -97,2385]
(620, 461)	[30,7605; -14,1643; 406,4960]	-8,4725	3,3073	[-33,7717; -0,8975; -97,2385]

(619, 461)	[30,5021; -14,1692; 406,6352]	-0,0952	0,0571	[-39,5180; -1,1947; -90,2414]
(619, 462)	[30,2007; -13,8980; 406,2785]	-0,2057	0,2057	[-39,7082; -1,1958; -90,2205]
(619, 462)	[30,4580; -13,8980; 406,2785]	0,0019	0,0019	[-39,7003; -1,1957; -90,2353]

Tablica 1. Daje uvid u rezultate dobivene iterativnim ispravljanjem. Prvi redak tablice predstavlja početnu poziciju.



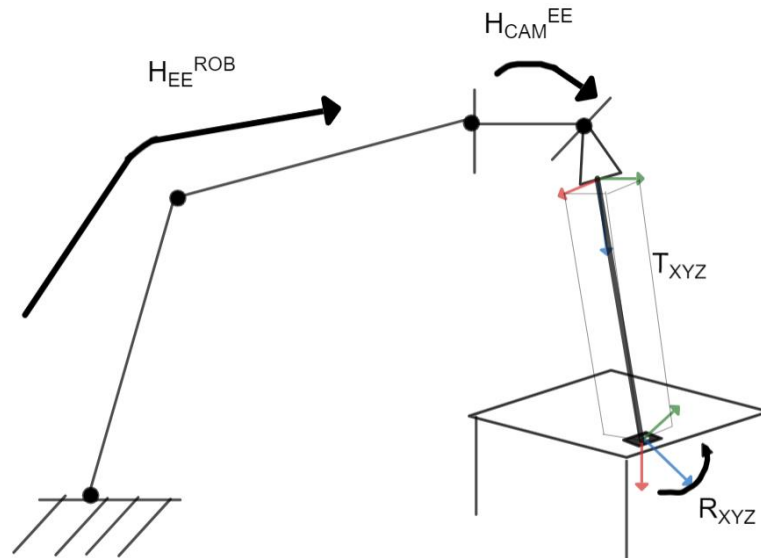
**Slika 41. Kretanje pogreške po x i y osi za ispravak rotacije**

Rezultati sa slike ukazuju da vrijednosti relativno brzo konvergiraju prema željenoj vrijednosti.

## 8.2. Validacija translacije

Validacija translacije se provodi tako da se iz početnog položaja kamere iz koje je vidljiv traženi marker odredi nova pozicija robotske prihvatnice tako da je rezultat tog gibanja rotacija koordiantog sustava kamere oko markera. U slučaju optimalno izračunatih translacija unutar matrice transformacija između prihvatnice i kamere, udaljenosti markera u smjeru  $x$  y i  $z$  osi će biti jednaki u novom položaju kao i u početnom.

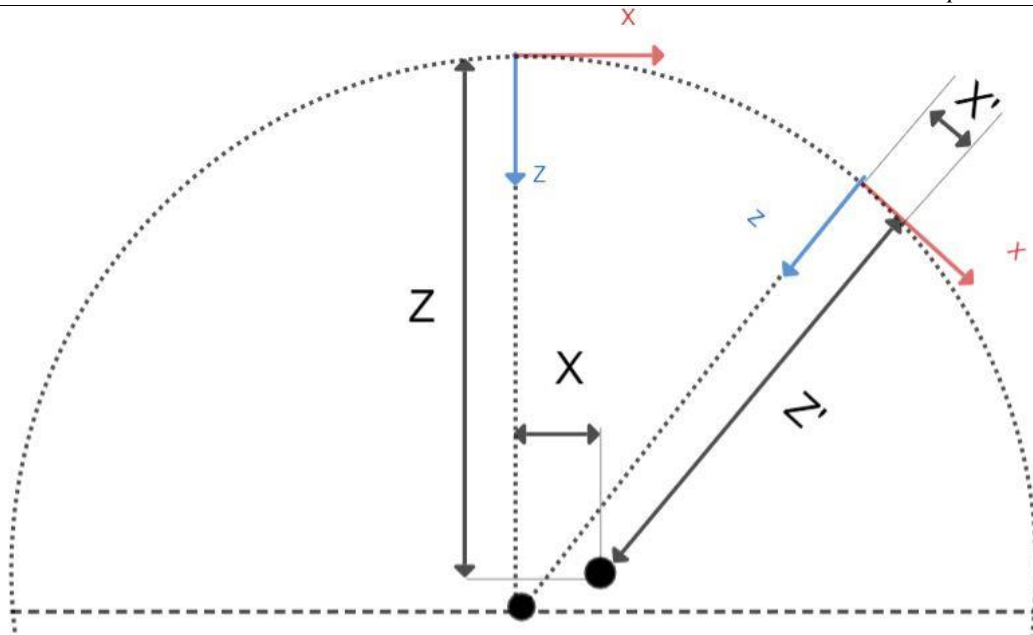
Nova pozicija robotske prihvatnice će biti rezultat homogenih transformacija trenutnog položaja prihvatnice,  $\mathbf{H}_{EE}^{ROB}$ , izračunate matrice transformacija između prihvatnice i kamere  $\mathbf{H}_{CAM}^{EE}$ , matrice translacije u smjeru  $x$ ,  $y$  i  $z$  osi  $\mathbf{T}_{XYZ}$  te matrice rotacije oko markera  $\mathbf{R}_{XYZ}$ .



Slika 42. Homogene transformacije validacije translacije

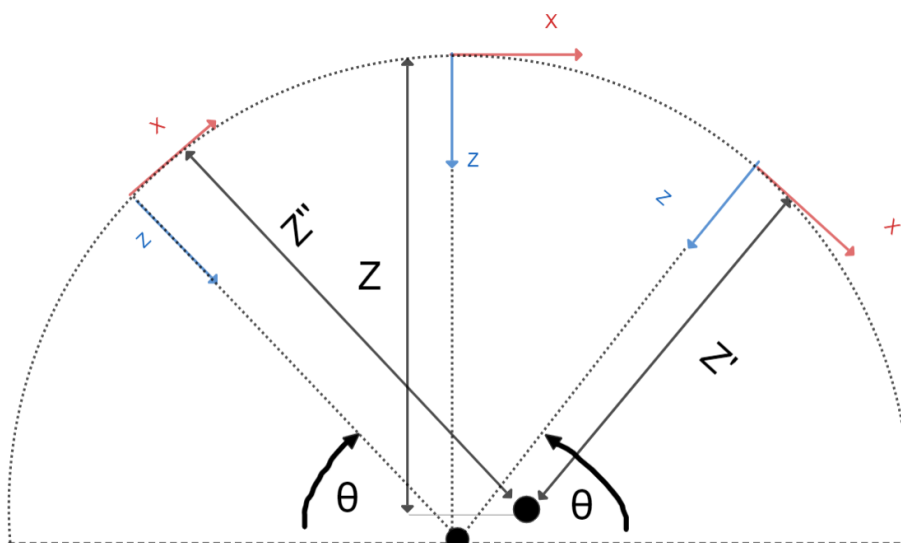
Nova pozicija robotske prihvatnice se tada računa prema izrazu:

$$\mathbf{H}_{EE}^{ROB} = \mathbf{H}_{EE}^{ROB} \mathbf{H}_{CAM}^{EE} \mathbf{T}_{XYZ} \mathbf{R}_{XYZ} \mathbf{T}_{XYZ}^{-1} \mathbf{H}_{CAM}^{EE^{-1}} \quad (8.2)$$

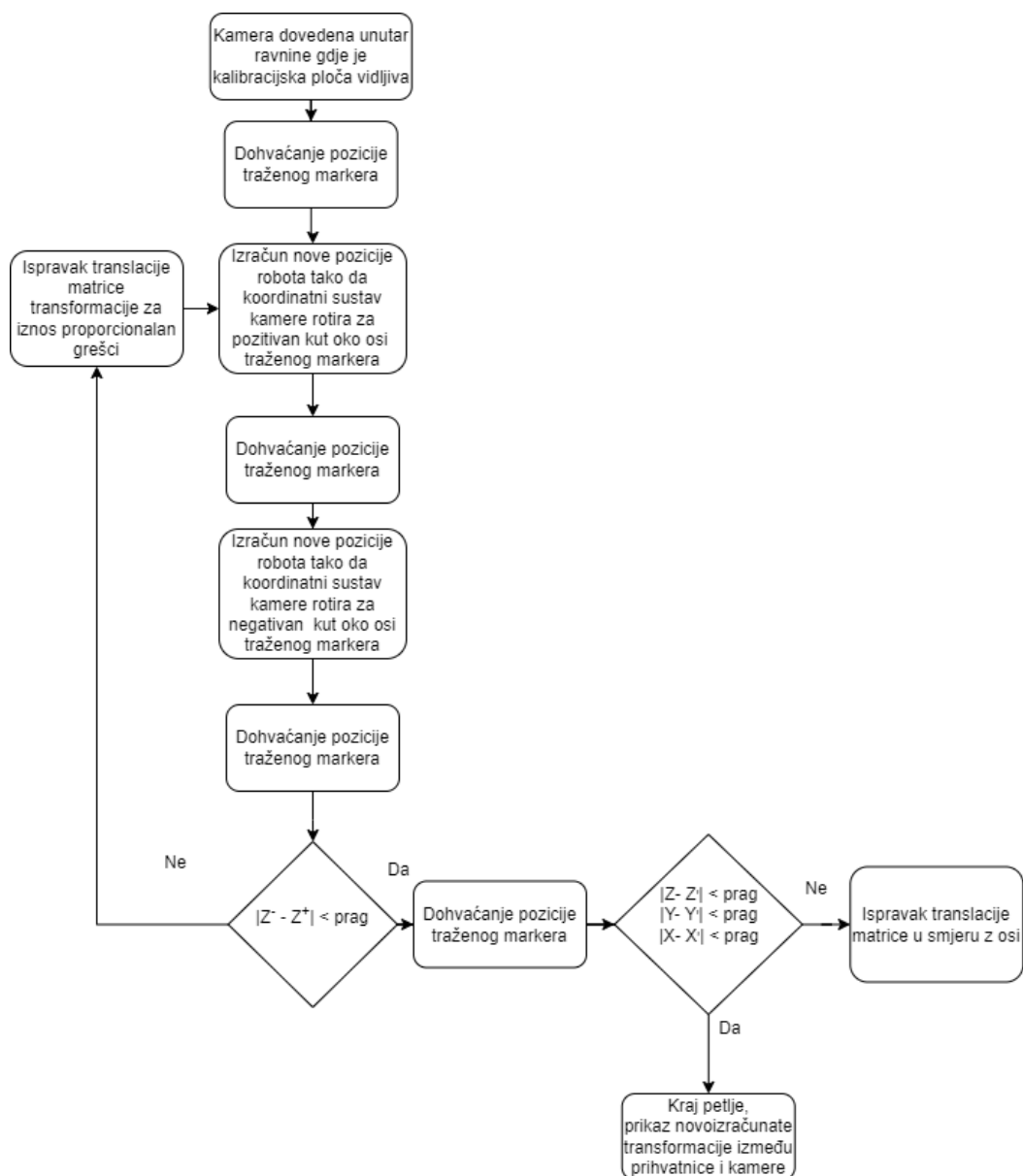


**Slika 43. Utjecaj pogreške translacije na rezultate**

Nakon dohvaćanja pozicije markera u početnoj poziciji, kamera se rotira za proizvoljni kut oko osi  $y$ , dohvaća se pozicija markera u toj točki te se zatim rotira za negativan iznos istog kuta iz početne točke oko osi  $y$ . Uzima se razlika po  $z$  osi za obje točke pod kutom te se ispravlja translacija matrice transformacije između prihvatnice i kamere po  $x$  osi za vrijednost pogreške. Postupak se ponavlja dok razlika udaljenosti po osi  $z$  ne padne ispod zadovoljavajuće vrijednosti. Isti proces se tada radi za rotaciju oko osi  $x$  da bih se smanjila pogreška translacije u  $y$  smjeru. U konačnici se radi iteracija  $z$  translacije dok sve tri vrijednosti ne padnu ispod zadanog praga.



**Slika 44. Razlika u vrijednosti z osi za par kutova**



**Slika 45. Logička shema validacije translacije i ispravaka pogreške**

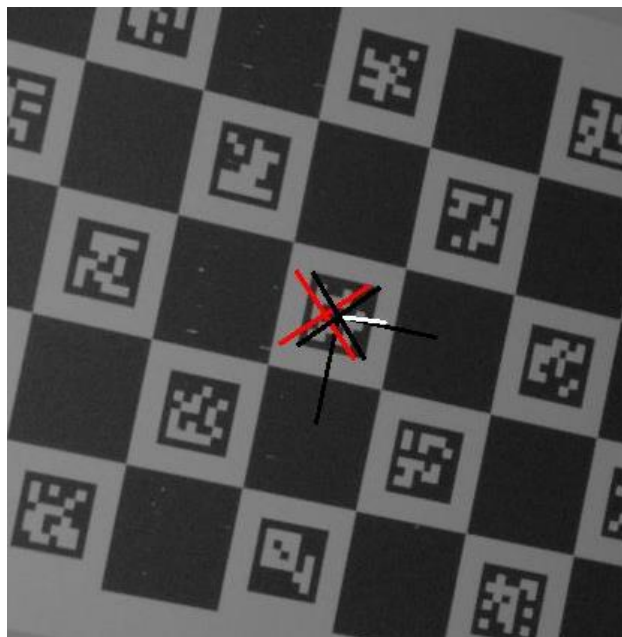
Slika 45. Daje prikaz logičke sheme po kojoj se obavlja proces ispravka greške. Oznake  $Z^+$  i  $Z^-$  predstavljaju udaljenosti u smjeru  $z$  osi za isti apsolutni iznos rotacije i različiti predznak. Oznake  $X, Y, Z, X', Y', Z'$ , označavaju translacije u ishodišnoj poziciji i poziciji kada je aplicirana rotacija.

### 8.2.1. Provedba i rezultati



**Slika 46. Kamera u početnoj i rotiranoj poziciji**

Lijevi dio sa Slika 46. pokazuje robota u početnoj poziciji a desni dio položaj robota nakon rotacije za proizvoljni kut. U obje pozicije je preuzeta slika sa kamere te određen položaj promatranog markera. Kao i kod ispravka rotacije, točna pozicija markera će biti određena pomoću vrijednosti sa stereo kamere. Poziciji markera na slici je označena sa križićem te su nakon uzimanja druge slike oba križića prikazana na istoj slici da se može lakše vizualno usporediti pomak markera između dva položaja.



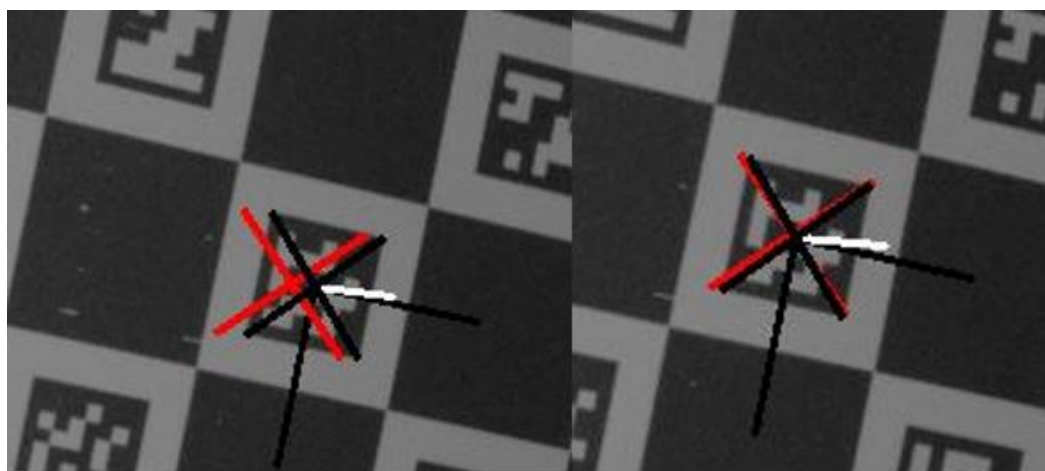
**Slika 47. Prije ispravka translacije**



Sa Slika 47. je primjetno da postoje odstupanja između križića koji označavaju poziciju markera. Slika 48. daje uvid u numeričke vrijednosti položaja markera u prvoj poziciji, drugoj poziciji te njihovoj razlici po sve 3 osi. Sve vrijednosti su izražene u metrima. Za ispravak pogreške, kao i kod validacije rotacije, bit će primijenjena iterativna metoda kojom će se a temelju pogrešaka pokušati kompenzirati translacije da se iste minimiziraju.

```
Full program (0), Calibratin only (1), Validation(2) :  
2  
Server started. Waiting for a connection...  
Temporary dir createdC:/Users/crta/Desktop/Tomislav\Tem15CC.tmp\  
Open camera 182130  
Client connected  
Robot finished movement  
Center pixels: (736, 505)  
startPos: [0.09991269414643071;  
-0.003107174187138213;  
0.6451781597609425]  
Robot finished movement  
Center pixels: (746, 505)  
greskaX: -3.86771 mm  
greskaY: -0.0159676 mm  
greskaZ: 3.31205 mm  
Robot finished movement  
Center pixels: (730, 507)  
greska između dvije rotacije: -5.95117 mm  
new_x: 0.034592  
Robot finished movement  
Center pixels: (743, 506)  
greskaX: -2.58114 mm  
greskaY: -0.453295 mm  
greskaZ: 3.13859 mm  
Robot finished movement  
Center pixels: (732, 507)  
greska između dvije rotacije: -5.24814 mm  
new_x: 0.031968  
Robot finished movement
```

Slika 48. Numerički prikaz odstupanja translacija prije ispravka



Slika 49. Pozicija markera u početnoj i rotiranoj poziciji, prije i nakon ispravka greške translacije

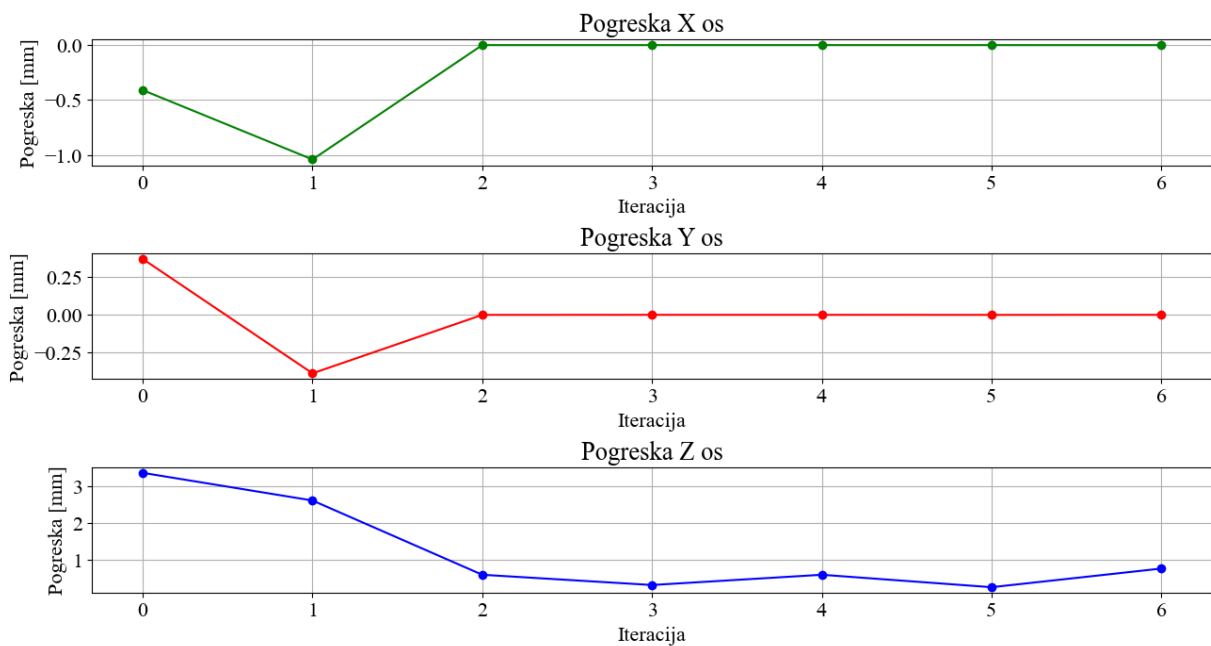
Nakon obavljene validacije i ispravka grešaka, Slika 49. pruža vizualnu usporedbu rezultata iterativnog ispravka.

```
Robot finished movement
Center pixels: (737, 507)
cx: 737
cy: 507
greskaX: -0.304252 mm
greskaY: -0.883672 mm
greskaZ: 0.874875 mm
cam2gripper_x: 0.0255014
cam2gripper_x: 0.095648
cam2gripper_x: 0.107559
Robot finished movement
Center pixels: (737, 507)
cx: 737
cy: 507
greskaX: -0.331426 mm
greskaY: -0.883065 mm
greskaZ: 0.70008 mm
cam2gripper_x: 0.0255014
cam2gripper_x: 0.095648
cam2gripper_x: 0.108259
Robot finished movement
Center pixels: (737, 507)
cx: 737
cy: 507
greskaX: -0.331426 mm
greskaY: -0.883065 mm
greskaZ: 0.70008 mm
cam2gripper_x: 0.0255014
cam2gripper_x: 0.095648
cam2gripper_x: 0.108959
Robot finished movement
Center pixels: (737, 506)
```

**Slika 50. Rezultat nakon ispravka translacije, numerički prikaz**

Tablica 2. Ispravak pogreške translacije

Piksel traženog markera	Pozicija markera u koordinatnom sustavu kamere [mm]	Pogreška u smjeru x osi [mm]	Pogreška u smjeru y osi [mm]	Pogreška u smjeru z osi [mm]
(609, 466)	[28,5911; -14,1126; 448,9813]	-	-	-
(617, 467)	[30,2043; -13,7439; 452,3500]	-0,40999	0,36877	3,3687
(613, 467)	[29,5741; -14,4995; 451,5965]	-1,04018	0,38683	2,6152
(612, 468)	[30,6134; -14,7433; 449,5745]	-0,00088	-0,00063	0,5932
(612, 468)	[30,6144; -14,4477; 449,2956]	-0,00085	-0,00034	0,3143
(612, 467)	[30,6134; -14,4373; 449,5745]	-0,00088	-0,00032	0,5932
(612, 467)	[30,6134; -14,7331; 449,2357]	-0,0009	-0,00062	0,2544
(613, 467)	[30,6131, -14,4425, 449,7437]	-0,00117	-0,00033	0,7624



**Slika 51. Kretanje pogreške po x i y osi za ispravak translacije**

Rezultati iz Tablica 2. i sa Slika 51. pokazuju kretanje pogreške po svake od 3 osi. Pogreška po x i y osi se već nakon par iteracija spusti na vrijednost manju od pola milimetra. To je dijelom zbog precizno dobivene translacije inicijalne matrice transformacija u smjeru tih osi. Pogreška po osi z se ne stacionira u potpunosti, nakon početne konvergencije, nadalje se njezina vrijednost nalazi unutar raspona od 0,5 od 1 mm. Kod proračuna točnosti pogreške potrebno je uzeti u obzir specifikacije kamere navedene u poglavlju 5, točnije Slika 18.

---

## 9. ZAKLJUČAK

Kalibracija vizijskog sustava i robotske prihvatnice je esencijalan korak pri razvoju robotskog sustava sa kamerom. Automatizacija tog postupka nudi mnoge prednosti i uštede. Postupak automatizacije opisan u ovom radu započinje razvojem komunikacije između robota, kamere i upravljačkog računala. Zatim se naglasak seli na strategiju automatskog prikupljanja podataka potrebnih za kalibraciju, to jest položaja prihvatnice i položaja kamere. Predloženi algoritam omogućuje da se uz minimalan angažman operatera prikupe traženi podaci na robustan i relativno brz način uz raznolikost gibanja robotskog manipulatora radi što boljih rezultata kalibracije. Provođenjem kalibracijskog postupka za različite metode pri različitim uvjetima dobiva se prikaz kako se koja metoda ponaša te se odabire najpovoljnija. Rezultat kalibracije se eksperimentalno provjerava provedbom validacije. U slučaju dijagnosticiranog prevelikog odstupanja vrijednosti, provodi se automatski postupak ispravljanja pogrešaka te ponovna provjera.

Postupak opisan u ovom radu bi se mogao dodatno unaprijediti implementiranjem „on -line“ kalibracije, stalnim praćenjem rada te korekcijom uočenih odstupanja. Usporedbom rezultata sa više različitih vizijskih sustava, optimizacijom kalibracije u simulacijskom okruženju.

**LITERATURA**

- [1] <https://www.e-consystems.com/blog/camera/technology/what-are-depth-sensing-cameras-how-do-they-work/>
- [2] <https://www.framos.com/en/products-solutions/3d-depth-sensing/depth-sensing-technologies>
- [3] <https://www.kuka.com/en-se/products/process-technologies/bin-picking>
- [4] <https://www.technexion.com/resources/vision-guided-robotics-how-cameras-are-transforming-robotics/>
- [5] <https://blog.zivid.com/importance-of-3d-hand-eye-calibration>
- [6] R. Y. Tsai i R. K. Lenz, »A new technique for fully autonomous and efficient 3D robotics hand/eye calibration,« IEEE Transactions on Robotics and Automation, svez. 5, br. 3, pp. 345-358, 1989. Dostupno: <https://ieeexplore.ieee.org/document/34770> [20.05.2024]
- [7] Y. C. S. a. S. Ahmad, »Calibration of wrist-mounted robotic sensors by solving homogeneous transform equations of the form  $AX=XB$ ,« IEEE Transactions on Robotics and Automation, svez. 5, br. 1, pp. 16-29, 1989. Dostupno: <https://ieeexplore.ieee.org/document/88014> [26.06.2024]
- [8] Chou JCK, Kamel M. Finding the Position and Orientation of a Sensor on a Robot Manipulator Using Quaternions. The International Journal of Robotics Research. 1991;10(3):240-254. doi:10.1177/027836499101000305
- [9] F. C. P. a. B. J. Martin, »Robot sensor calibration: solving  $AX=XB$  on the Euclidean group,« IEEE Transactions on Robotics and Automation, svez. 10, br. 5, pp. 717-721, 1994. Dostupno: <https://ieeexplore.ieee.org/document/326576> [26.06.2024]
- [10] Zhao Z, Liu Y. A hand–eye calibration algorithm based on screw motions. *Robotica*. 2009;27(2):217-223. doi:10.1017/S0263574708004608
- [11] K. D. a. E. Bayro-Corrochano, »The dual quaternion approach to hand-eye calibration,« Proceedings of 13th International Conference on Pattern Recognition, svez. 1, pp. 318-322, 1996. Dostupno: <https://ieeexplore.ieee.org/document/546041> [26.06.2024]
- [12] Li W, Dong M, Lu N, Lou X, Sun P. Simultaneous Robot–World and Hand–Eye Calibration without a Calibration Object. *Sensors*. 2018; 18(11):3949. <https://doi.org/10.3390/s18113949> [01.07.2024]

- [13] Chen, »A screw motion approach to uniqueness analysis of head-eye geometry,« Proceedings of the 1991 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 145-151, 1991. Dostupno: <https://ieeexplore.ieee.org/document/139677> [08.07.2024]
- [14] Y.-C. L. a. J. C. K. Chou, »Eight-space quaternion approach for robotic hand-eye calibration,« 1995 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics Intelligent Systems for the 21st Century, svez. 4, pp. 3316-3321, 1995.
- [15] R. H. a. B. E. N. Andreff, »Robot Hand-Eye Calibration Using Structure-from-Motion,« International Journal of Robotics Research, svez. 20, pp. 228-248, 2001. Dostupno: <https://arxiv.org/abs/2311.11808> [08.07.2024]
- [16] R. H. a. F. Dornaika, »Hand-Eye Calibration,« The International Journal of Robotics Research, svez. 14, br. 3, pp. 195-210, 1995. Dostupno: <https://inria.hal.science/inria-00590039> [26.06.2024]
- [17] Daniilidis K. Hand-Eye Calibration Using Dual Quaternions. The International Journal of Robotics Research. 1999;18(3):286-298. doi:10.1177/02783649922066213
- [18] <https://www.mathworks.com/help/vision/ug/calibration-patterns.html>
- [19] I. Enebuse, M. Foo, B. S. K. K. Ibrahim, H. Ahmed, and F. Supmak, "A Comparative Review of Hand-Eye Calibration Techniques for Vision Guided Robots," 2021 Dostupno: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9512030> [20.5.2024]
- [20] F. Šuligoj, 'Prostorne transformacije i konfiguracije vizijskih sustava u robotici', Kolegij: Vizijski sustavi, Fakultet Strojarsstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2023 [06.07.2024]
- [21] Ensenso, "Ensenso Manual," Verzija 3.6. [Online]. Dostupno: <https://www.ensenso.com/manual/3.6/about/index.html> [25.04.2024].
- [22] M. Antonello, A. Gobbi, S. Michieletto, S. Ghidoni and E. Menegatti, "A fully automatic hand-eye calibration system," 2017 European Conference on Mobile Robots (ECMR), Paris, France, 2017
- [23] [https://www.researchgate.net/figure/ArUco-markers-with-different-matrix-sizes-4x4-5x5-6x6-7x7-matrices\\_fig1\\_350334976](https://www.researchgate.net/figure/ArUco-markers-with-different-matrix-sizes-4x4-5x5-6x6-7x7-matrices_fig1_350334976)

---

## **PRILOZI**

- I. Programski kod C++ : <https://github.com/TomislavDrazic/HandEyeAuto.git>
- II. Programski kod Python : <https://github.com/TomislavDrazic/PythonPlots.git>