

# **Modelsко предiktivно управљање autonomnim vozilom pri prilazu prometnim semaforima**

---

**Fain, Toni**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:856838>

*Rights / Prava:* [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-09-01**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**DIPLOMSKI RAD**

Toni Fain

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**DIPLOMSKI RAD**

Mentor:

Doc. dr. sc. Branimir Škugor

Student:

Toni Fain

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se profesoru i mentoru doc. dr. sc. Branimiru Škugoru, mag. ing., na iskazanom povjerenju, korisnim savjetima, smjernicama te na potpori tijekom izrade rada.

Najviše se želim zahvaliti svojoj obitelji koja mi je pružila sve da dođem do tu gdje sam sad i na tome sam im neizmjerno zahvalan. Oni su moja najveća motivacija da svaki dan pokušavam biti bolji nego prethodni.

Toni Fain



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite



Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:

Proizvodno inženjerstvo, inženjerstvo materijala, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
mehatronika i robotika, autonomni sustavi i računalna inteligencija

|                                     |        |
|-------------------------------------|--------|
| Sveučilište u Zagrebu               |        |
| Fakultet strojarstva i brodogradnje |        |
| Datum                               | Prilog |
| Klasa: 602 - 04 / 24 - 06 / 1       |        |
| Ur.broj: 15 - 24 -                  |        |

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Toni Fain** JMBAG: 0035220038

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Modelsко предiktивно управљање автономним возилом при прilazu prometnim semaforima**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Model predictive control of autonomous vehicle approaching traffic lights**

Opis zadatka:

Dostupnost informacija o trenutnim i nadolazećim stanjima prometnih semafora kroz V2I (eng. *Vehicle-to-Infrastructure*) komunikaciju u kombinaciji s tehnikama prediktivnog upravljanja otvara mogućnost poboljšanja autonomne vožnje u uvjetima gradske vožnje, u smislu udobnosti i energetske učinkovitosti.

U sklopu diplomskog rada potrebno je:

- 1) provesti pregled literature na temu optimalnog upravljanja autonomnim vozilom pri prilasku prometnim semaforima
- 2) postaviti simulacijsko okruženje koje će uključivati model gibanja električnog autonomnog vozila, pripadni model potrošnje električne energije, te model stanja prometnog semafora
- 3) formulirati optimizacijski problem modelskog prediktivnog upravljanja, koji će voditi vozilo prema referentnoj brzini uz osiguravanje udobnosti vožnje, minimiziranje potrošnje energije, te poštivanje ograničenja s obzirom na stanja semafora
- 4) simulacijski ispitati predloženu upravljačku strategiju za različite scenarije prilaska semaforu s obzirom na preostalo trajanje zatečenog stanja.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

9. svibnja 2024.

Datum predaje rada:

11. srpnja 2024.

Predviđeni datumi obrane:

15. – 19. srpnja 2024.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Branimir Škugor

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Ivica Garašić

**SADRŽAJ**

|   |     |
|---|-----|
| POPIS SLIKA .....   | II  |
| POPIS TABLICA.....  | IV  |
| POPIS OZNAKA .....  | V   |
| SAŽETAK.....  | VI  |
| SUMMARY .....   | VII |
| 1. UVOD.....  | 1   |
| 2. MODELI VOZILA I POTROŠNJE ENERGIJE.....                        | 3   |
| 2.1. Modeliranje vozila.....                                      | 3   |
| 2.2. Modeliranje potrošnje energije.....                          | 4   |
| 3. APROKSIMACIJA MODELA POTROŠNJE ENERGIJE.....                   | 7   |
| 3.1. Metodologija .....   | 7   |
| 3.2. Validacija modela.....                                       | 8   |
| 4. UPRAVLJAČKA STRATEGIJA.....                                    | 14  |
| 4.1. Formulacija optimalnog problema .....                        | 14  |
| 4.2. Strategija za odabiranje konačne upravljačke varijable ..... | 16  |
| 5. SIMULACIJSKI REZULTATI .....                                   | 18  |
| 5.1. Scenarij bez minimizacije potrošnje energije .....           | 18  |
| 5.1.1. Slučaj crveno-zeleno-crveno (CZC).....                     | 18  |
| 5.1.2. Slučaj zeleno-crveno-zeleno (ZCZ).....                     | 20  |
| 5.2. Scenarij s minimizacijom potrošnje energije.....             | 22  |
| 5.2.1. Slučaj crveno-zeleno-crveno (CZC).....                     | 22  |
| 5.2.2. Slučaj zeleno-crveno-zeleno (ZCZ).....                     | 24  |
| 5.3. Analiza dobivenih rezultata.....                             | 26  |
| 6. PRIMJENA NA REALISTIČNOM SCENARIJU.....                        | 28  |
| ZAKLJUČAK .....   | 32  |
| LITERATURA.....   | 33  |
| DODATAK .....   | 36  |

## POPIS SLIKA

|  |    |
|--|----|
| Slika 1. Optimalna vožnja automobila bazirana na V2I komunikaciji s kontrolom brzine vozila [9]. .....   | 2  |
| Slika 2. Ilustracija približavanja AV-a semaforu. ....   | 3  |
| Slika 3. Mapa korisnosti električnog stroja [12]. .....  | 5  |
| Slika 4. Mapa korisnosti električnog stroja: a) stvarna, b) aproksimirana. ....  | 10 |
| Slika 5. Konturni prikaz relativne pogreške aproksimacijske mape korisnosti električnog stroja. ....   | 10 |
| Slika 6. Histogram postotaka pogrešaka. ....   | 11 |
| Slika 7. Profili brzina i akceleracija za koje se radi provjera kvalitete aproksimativnog modela potrošnje energije. ....  | 12 |
| Slika 8. Usporedba mapirane te stvarne učinkovitosti električnog stroja. ....  | 12 |
| Slika 9. Usporedna kumulativna suma: a) učinkovitosti, b) potrošnje energije.....  | 12 |
| Slika 10. Scenariji sekvenci stanja semafora prilikom prilaska AV-a .....  | 16 |
| Slika 11. Blokovski dijagram upravljanja AV-om pri prilazu semaforima s MPC-om kao upravljačkom strategijom. ....  | 17 |
| Slika 12. Prilaz AV-a semaforu bez uključene štednje energije: a) s predikcijskim horizontom $Np = 200$ , b) s predikcijskim horizontom $Np = 50$ .....                | 19 |
| Slika 13. Iznos ciljne funkcije za slučaj CZC bez uključene štednje energije: a) s predikcijskim horizontom $Np = 200$ , b) s predikcijskim horizontom $Np = 50$ ..... | 20 |
| Slika 14. Ilustracija dva profila stanja semafora kod ZCZ slučaja.....   | 20 |
| Slika 15. Prelazak semafora AV-om za vrijeme prvog zelenog svjetla bez uključene štednje energije .....  | 21 |
| Slika 16. Iznosi ciljnih funkcija za slučaj ZCZ (0s-5s-15s-20s) .....  | 21 |
| Slika 17. Prelazak semafora AV-om za vrijeme drugog zelenog svjetla bez uključene štednje energije .....   | 22 |
| Slika 18. Iznosi ciljnih funkcija za slučaj ZCZ (0s-4s-14s-20s) .....  | 22 |
| Slika 19. Prilaz AV-a semaforu s uključenom štednjom energije: a) s predikcijskim horizontom $Np = 200$ b) s predikcijskim horizontom $Np = 50$ .....                  | 23 |
| Slika 20. Iznos ciljne funkcije za slučaj CZC s uključenom štednjom energije: a) s predikcijskim horizontom $Np = 200$ , b) s predikcijskim horizontom $Np = 50$ ..... | 24 |
| Slika 21. Prelazak semafora AV-om s uključenom štednjom energije: a) za vrijeme prvog zelenog svjetla, b) za vrijeme drugog zelenog svjetla.....                       | 25 |

---

|   |    |
|---|----|
| Slika 22. Iznosi ciljnih funkcija za slučaj ZCZ s uključenom štednjom energije: a) slučaj (0s-5s-15s-20s), b) slučaj (0s-4s-14s-20s).....   | 26 |
| Slika 23. Dio Zagrebačke avenije uzet za demonstraciju.....   | 28 |
| Slika 24. Prilazak AV-a raskrižju: a) MPC upravljačka strategija (bijeli dio označava period u kojem vozilo još nije dobilo informaciju o nadolazećim stanjima semafora), b) bazična strategija ..... | 29 |
| Slika 25. Histogram potrošnje energije na 1000 simulacija za a) MPC upravljačku strategiju, b) bazičnu strategiju.....  | 30 |

**POPIS TABLICA**

|   |    |
|---|----|
| Tablica 1. Metrike izvedbe modela .....   | 9  |
| Tablica 2. Parametri izvedbe za slučaj CZC (crveno-zeleno-crveno).....  | 24 |
| Tablica 3. Metrike izvedbe MPC upravljačke strategije bez minimizacije energetske potrošnje<br>.....  | 26 |
| Tablica 4. Metrike izvedbe MPC upravljačke strategije s minimizacijom energetske potrošnje<br>(usporedbe u smislu postotaka dane su u odnosu na tablicu 3)..... | 27 |
| Tablica 5. Metrike izvedbe realnog scenarija pametne (MPC) i bazične upravljačke strategije<br>(metrike su izračunate samo za uspjele simulacije) .....         | 31 |

## POPIS OZNAKA

| Oznaka          | Opis  | Jedinica          |
|-----------------|---|-------------------|
| $s$             | Pozicija vozila                             | m                 |
| $v$             | Brzina vozila                               | m/s               |
| $a$             | Akceleracija vozila                         | m/s <sup>2</sup>  |
| $d$             | Udaljenost između semafora                  | m                 |
| $L_0$           | Udaljenost do semafora                      | m                 |
| $S$             | Stanje semafora                             | -                 |
| $T$             | Vrijeme uzorkovanja                         | s                 |
| $m_v$           | Masa vozila                                 | kg                |
| $g$             | Ubrzanje sile teže                          | m/s <sup>2</sup>  |
| $\alpha$        | Nagib ceste                                 | °                 |
| $R_o$           | Koeficijent otpora kotrljanja               | -                 |
| $\rho_{air}$    | Gustoća zraka                               | kg/m <sup>3</sup> |
| $C_d$           | Koeficijent aerodinamičkog otpora vozila    | -                 |
| $A_f$           | Napadna površina vozila                     | m <sup>2</sup>    |
| $r$             | Efektivni polumjer kotača                   | m                 |
| $\tau_w$        | Moment kotača                               | Nm                |
| $\tau_m$        | Moment motora                               | Nm                |
| $h$             | Prijenosni omjer reduktora                  | -                 |
| $\omega_w$      | Brzina vrtnje kotača                        | rad/s             |
| $\omega_m$      | Brzina vrtnje motora                        | rad/s             |
| $\eta_m$        | Korisnost motora                            | -                 |
| $P_{el}$        | Snaga električnog motora                    | W                 |
| $P_{batt}$      | Snaga baterije                              | W                 |
| $E_{dc}$        | Energija baterije                           | J                 |
| $\beta$         | Vektor parametara regresijskog modela       | -                 |
| $\lambda$       | Regularizacijski termin                     | -                 |
| $y$             | Stvarna vrijednost ciljane varijable        | -                 |
| $\hat{y}$       | Aproksimirana vrijednost                    | -                 |
| $\bar{y}$       | Srednja vrijednost                          | -                 |
| $q_v, q_a, q_e$ | Težinski faktori                            | -                 |
| $N_p$           | Predikcijski horizont                       | -                 |
| $N_c$           | Upravljački horizont                        | -                 |
| $t$             | Vrijeme rješavanja optimizacijskog problema | s                 |

## SAŽETAK

Kako tehnologija autonomne vožnje napreduje, optimizacija potrošnje energije postaje ključna, posebno pri prilasku semaforima gdje zaustavljanje i pokretanje mogu značajno utjecati na ukupnu energetsku učinkovitost. Ovaj rad fokusira se na optimiranje trajektorije brzine vozila pri prilasku semaforu s ciljem postizanja udobne vožnje uz minimalnu potrošnju energije. Korišteno je optimiranje brzine vozila na pomicnom horizontu, poznatije i kao modelsko prediktivno upravljanje (eng. Model Predictive Control, MPC). Problem maksimiziranja energetske učinkovitosti može se formulirati kao optimizacijski problem, pod uvjetom da je dostupna predikcija uvjeta vožnje duž rute. Prediktivne sposobnosti MPC-a čine ga idealnim za uključivanje predviđanja stanja semafora te prilagođavanje brzine i ubrzanja vozila u skladu s optimizacijom potrošnje energije. Pretpostavka je da su trenuci budućih promjena stanja semafora poznati. Simulirani su razni scenariji kako bi se analiziralo ponašanje vozila pri prilasku semaforima u različitim uvjetima. Ti scenariji uključuju varijacije u trajanju semaforskih faza i njihovim početnim stanjima kako bi se procijenila učinkovitost predložene MPC upravljačke strategije.

**Ključne riječi:** autonomna vožnja, modeliranje, optimiranje potrošnje energije, modelsko prediktivno upravljanje (MPC), semafori, udobnost vožnje, simulacija

## SUMMARY

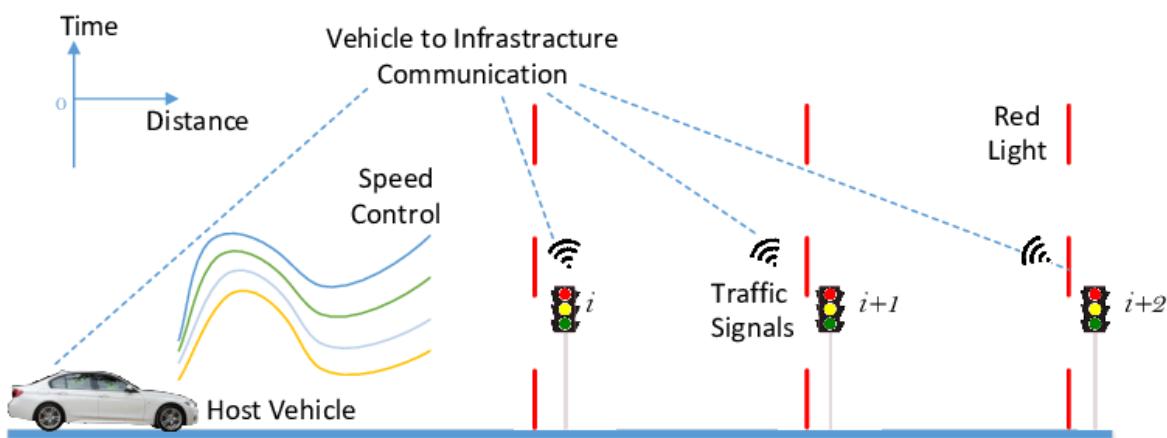
As autonomous driving technology advances, energy consumption optimization becomes crucial, especially when approaching traffic lights, where stopping and starting can significantly affect overall energy efficiency. This thesis focuses on optimizing the vehicle speed trajectory when approaching a traffic light to achieve a comfortable ride with minimal energy consumption. Vehicle speed profile optimization over a receding horizon, also known as Model Predictive Control (MPC), is utilized. The problem of maximizing energy efficiency can be formulated as an optimization problem, provided that a prediction of driving conditions along the route is available. The predictive capabilities of MPC make it ideal for anticipating changes at traffic lights and adjusting the vehicle's speed and acceleration in line with energy consumption optimization. The assumption is that the timing of future traffic light state changes is known in advance. Various scenarios are simulated to analyze the vehicle's behavior when approaching traffic lights under different conditions. These scenarios include variations in traffic light phase durations and their initial states to assess the effectiveness of the MPC strategy.

**Keywords:** autonomous driving, modeling, energy consumption optimization, model predictive control (MPC), traffic light, comfortable ride, simulation

## 1. UVOD

V2I (eng. Vehicle-to-infrastructure) je komunikacija između vozila i infrastrukture, kao što su semafori. V2I informacije korištene u ovom radu su pozicija semafora i vremensko trajanje pojedinog svjetla semafora. Trenutno vozač može dobiti informacije o cestama samo putem vizualnih prometnih znakova, što ne samo da povećava opterećenje vožnje, već također uzrokuje prometne nesreće jer vozač mora djelovati u kratkom vremenu kada najde na potencijalnu opasnost. Vozilo s V2I koristi bežičnu komunikacijsku tehnologiju lokalne mreže (eng. Local Area Network, LAN) i na taj način se ograničenja brzine na cestama i semafori mogu prenijeti do upravljačkog sustava vozila i centra za promet prema slici 1. Upravljačka strategija vozila može asistirati vozaču (eng. Advanced Driver Assist Systems, ADAS sustavi). To ne samo da može poboljšati sigurnost vožnje, već i kroz planiranje puta može smanjiti potrošnju energije, poboljšati operativnu učinkovitost te povećati ugodu vožnje [1]. S primjenom informacija o prometu na sustav optimalnog upravljanja vozilom, vozilo može planirati putanju putem prometnih informacija kombiniranih s odlukama o dinamičkoj i ekonomskoj izvedbi vozila [2]. Uz pomoć prometnih znakova, signala i informacija o protoku prometa može se optimizirati putanja vozila u gradskoj vožnji. Rezultati su u [3] pokazali da su informacije o cesti i prometu značajno utjecale na putanju vozila. Kombinacijom modela predviđanja prometnih uvjeta i jednostavne metode upravljanja u stvarnom vremenu dobiveni simulacijski i eksperimentalni rezultati pokazuju da se ekonomičnost potrošnje goriva može poboljšati za 10% i da se odgovarajuće emisije NO<sub>x</sub> i čestica mogu smanjiti [3]. U [4] je predložena optimizacija vožnje temeljena na tri aspekta: (1) optimizacija vožnje vozila bez uzimanja u obzir informacija o cestovnom prometu, (2) optimizacija vožnje vozila uzimajući u obzir informacije o cestovnom prometu i (3) optimizacija vožnje na temelju komunikacija V2I [4]. Proučavana je metoda eko-vožnje konvencionalnih vozila. Kombiniranjem adaptivnog tempomata te informacija o nadolazećim stanjima semafora moguće je smanjiti vrijeme praznog hoda i samim time i potrošnju goriva [5]. U radu [6] predstavljen je ekološki, prilagodljivi tempomat (eng. Adaptive Cruise Control, ACC) koji koristi radar i komunikaciju semafora s vozilom za predviđanje buduće putanje i koristi te informacije za eko-vožnju. U literaturi se definira okvir za poboljšanje učinkovitosti potrošnje goriva vozila pri prilasku signaliziranom raskrižju putem informacija o fazama i vremenu semafora koje su dostupne kroz komunikaciju vozila s infrastrukturom. Sustav planiranja putanje vozila za približavanje semaforu (eng. Green-Light Optimal Speed Advisory, GLOSA) može pomoći vozilima da stabilno održavaju željenu brzinu vožnje kako bi smanjili dodatno ubrzanje [6]. U [7] opisana

je metoda eko-vožnje za izračun optimalne brzine u gradskim prometnim uvjetima korištenjem V2I informacija o vremenima semafora [7]. Izbjegavanjem zaustavljanja i praznog hoda na semaforima pronašao se optimalni profil brzine vozila. Općenito, kada se razmatra vozilo koje se približava signaliziranom raskrižju, cilj je osigurati energetski učinkovit i pravovremen dolazak na zeleno svjetlo uz minimalno kočenje, održati sigurnu udaljenost između vozila i se kretati na ili blizu zadane brzine. To se može postići korištenjem različitih pristupa, kao što su dinamičko programiranje (eng. Dynamic Programming, DP), modelsko prediktivno upravljanje (MPC), sekvensijska konveksna optimizacija (eng. Sequential Convex Programming, SCP) ili pojačano učenje (eng. Reinforced Learning, RL). Ovi pristupi često uključuju modele potrošnje goriva i/ili električne energije kako bi se dobole energetski učinkovite putanje brzine vozila, što povećava dimenzionalnost problema optimizacije i složenost računanja. Problem kontrole autonomnih vozila pri prilasku signaliziranom raskrižju prvo se rješava predlaganjem linearne MPC strategije, s ciljem održavanja referentne brzine uz poštivanje semafora te ograničenja brzine i ubrzanja vozila. Ograničenje semafora ovisno o položaju vozila transformira se u vremenski ovisno ograničenje primjenom linearno vremenski promjenjivog (eng. Linear Time Varying, LTV) pristupa. U ovom pristupu, formulacija ograničenja temelji se na ishodu optimizacije iz prethodnog uzorkovanja, čime se osigurava zaustavljanje na crvenom svjetlu. Razmatraju se različiti načini smanjenja dimenzionalnosti problema optimalnog upravljanja, kao što su kraći upravljački horizont i shema blokiranja kretanja [8].



Slika 1. Optimalna vožnja automobila bazirana na V2I komunikaciji s kontrolom brzine vozila [9].

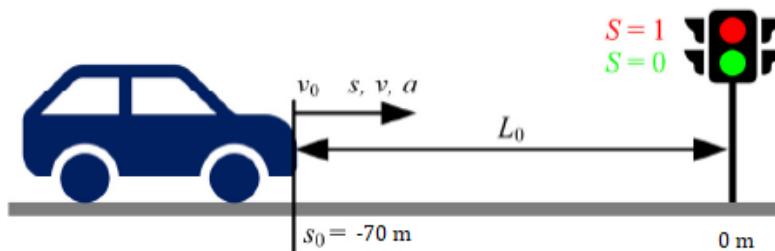
## 2. MODELI VOZILA I POTROŠNJE ENERGIJE

Za modeliranje vozila odabran je model točkaste mase koji pretpostavlja da je masa vozila koncentrirana u beskonačno maloj točki na vrhu prednje strane vozila, što ne samo da pojednostavljuje model, već i smanjuje količinu potrebnog računanja [10]. Model potrošnje energije dobiven je razmatrajući električno vozilo s četiri električna motora, s po jednim na svakom kotaču. Svaki motor je korišten za propulziju i regenerativno kočenje [11]. Potrebna snaga motora za pokretanje vozila dobivena je iz mapa performansi vozila Chevrolet Volt koja je preuzeta iz literature [12].

Učinkovita metoda za postizanje poboljšanja energetske učinkovitosti u vozilima je implementacija ekološke vožnje. Ciklus vožnje za istu rutu i obično se postiže eliminacijom broja zaustavljanja, održavanjem konstantne brzine, ograničavanjem ubrzanja i izglađivanjem profila brzine [13]. Implementacija energetski učinkovitog ponašanja vozača smanjuje energiju propulzije vozila potrebnu za vožnju ciklusa, iako to obično rezultira duljim vremenom putovanja i povijesno ga manje prihvaćaju korisnici. Ljudski otpor vozača može se smanjiti u kombinaciji s automatizacijom vožnje [14]. Novija istraživanja su pokazala da pri implementaciji heurističkih skupova ciljeva kao što su uklanjanje zaustavljanja, putovanje brzinom visoke energetske učinkovitosti (općenito, to može biti veća ili manja ukupna brzina) i ograničenje ubrzanja i usporavanja, moguće je postići uštedu goriva od približno 10% za moderna vozila i 30% za potpuno autonomna [15]. Također, kada se eko-vožnja primjenjuje na elektrificirana vozila rezultat je sporija degradacija i stoga dulji životni vijek baterije [15].

### 2.1. Modeliranje vozila

Razmatra se scenarij u kojem autonomno vozilo (AV) kreće s pozicije  $s_0 = -70$  m, s početnom brzinom  $v_0$ . Zbog lakše interpretacije, semafor je postavljen u ishodište lokalnog koordinatnog sustava vozila, što znači da se vozilo nalazi prije semafora ako je pripadna pozicija vozila negativna, odnosno nakon, ako je pozitivna prema slici 2.



Slika 2. Ilustracija približavanja AV-a semaforu.

Cilj upravljačke strategije je podešavati brzinu kojom se vozilo približava semaforu te je držati blizu unaprijed definirane reference  $v_r$ , održavati relativno nisku akceleraciju  $a$  te u isto vrijeme osigurati minimalnu potrošnju energije  $\Delta E$ . Trenuci promjene stanja semafora te pozicija semafora smatraju se unaprijed poznatima te dobivenima od V2I sustava.

Vozilo je predstavljeno sljedećim kinematskim modelom u prostoru stanja

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} a, \quad (1)$$

gdje su  $s$  i  $v$ , pozicija te brzina vozila, varijable stanja, dok je akceleracija vozila  $a$  upravljačka varijabla. Pretpostavlja se da nelinearni otpori kotrljanja i aerodinamični otpor su kompenzirani kroz unaprijednu vezu ili unutarnju petlju upravljanja ubrzanja vozila. Također pretpostavka je da se ulaz za upravljanje ubrzanjem ostvaruje putem pogonskog sklopa brze dinamike [8]. Budući da većina regulatora radi s digitalnim vrijednostima, potrebno je transformirati sustav iz vremenski kontinuirane u vremenski diskretnu domenu.

Prema tome model vozila u vremenski diskretnom obliku, s vremenom uzorkovanja  $T$ , zapisuje se:

$$\begin{bmatrix} s(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} T^2 \\ T \end{bmatrix} a(k). \quad (2)$$

## 2.2. Modeliranje potrošnje energije

Razmatra se električno vozilo s četiri motora, s po jednim motorom na svakom kotaču. Između svakog motora i kotača nalazi se reduktor prijenosnog omjera  $h$  [11].

Formiranje mape snage koja se povlači iz baterije električnog vozila  $P_{batt}$  odrađuje se za razne kombinacije brzine vozila  $v$  i akceleracije  $a$  ( $v \in \{0, 1, 2, \dots, 25\}$  m/s te  $a \in \{-4, -3.9, \dots, 0, \dots, 3.9, 4\}$  m/s<sup>2</sup>). Za svaku kombinaciju brzine vozila  $v_v$  i akceleracije  $a_v$  prvo se izračunava ukupni traženi moment na svim kotačima prema sljedećoj jednadžbi longitudinalne dinamike vozila:

$$\tau_{w,t} = \sum_{i=1}^4 \tau_{w,i} = (m_v a + m_v g \sin \alpha + R_o m_v g \cos \alpha + 0.5 \rho_{air} C_d A_f v^2) r, \quad (3)$$

u kojoj  $m_v$  predstavlja masu vozila,  $g$  ubrzanje Zemljine sile teže,  $\alpha$  nagib ceste (uz pretpostavku vožnje na ravnoj cesti,  $\alpha = 0^\circ$ ),  $R_o$  koeficijent otpora kotrljanja,  $\rho_{air}$  gustoću zraka,  $C_d$  koeficijent aerodinamičkog otpora vozila,  $A_f$  napadnu površinu vozila, te  $r$  efektivni polumjer kotača.

Potom se iz ukupnog momenta kotača  $\tau_{w,t}$  može izračunati moment na pojedinačnim kotačima uz pretpostavku jednolike raspodjele momenta (na svakom kotaču jednak moment):

$$\tau_{w,i} = \tau_{w,t}/4, i \in \{1,2,3,4\}. \quad (4)$$

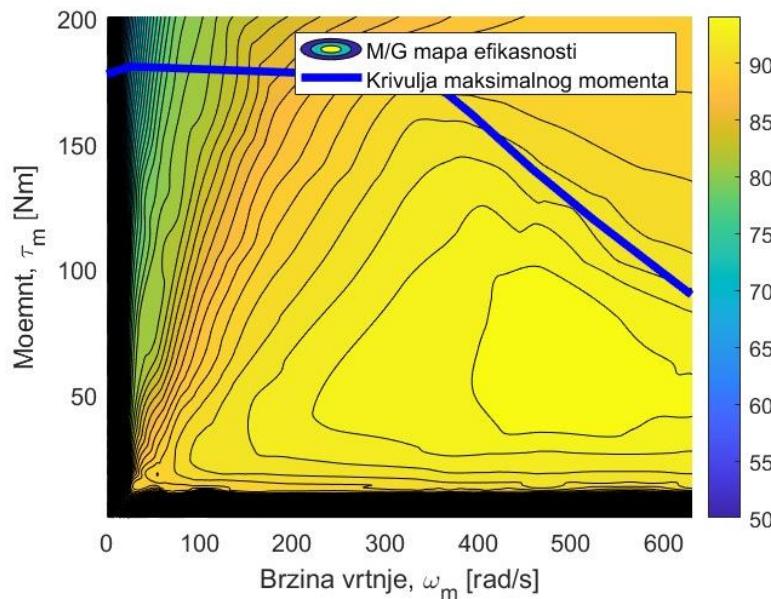
Moment koji svaki motor mora isporučiti prema kotaču računa se:

$$\tau_{m,i} = \frac{\tau_{w,i}}{h}, i \in \{1,2,3,4\}. \quad (5)$$

Brzina vrtnje svakog pojedinog motora može se odrediti iz razmatrane brzine vozila  $v_v$ , poznatog prijenosnog omjera reduktora i polumjera kotača kako slijedi ( $\omega_{w,i}$  je brzina vrtnje i-tog kotača, a klizanje gume je zanemareno):

$$\omega_{m,i} = h\omega_{w,i} = h \frac{v_v}{r}. \quad (6)$$

Iz izračunatog momenta motora  $\tau_{m,i}$  i brzine vrtnje motora  $\omega_{m,i}$  može se temeljem pripadne 2D mape, prikazane na slici 3, dobiti korisnost motora ( $\eta_{m,i}$ ) u danoj radnoj točki (korisnost je funkcija momenta i brzine vrtnje motora). Odgovarajuća krivulja maksimalnog momenta modelirana je pomoću 1D mape kako je prikazano na slici 3.



Slika 3. Mapa korisnosti električnog stroja [12].

Snaga koju pojedini motor povlači iz baterije računa se kako slijedi:

$$P_{el,i} = \eta_{m,i}^v(|\omega_{m,i}|, |\tau_{m,i}|) \tau_{m,i} \omega_{m,i}, \quad (7)$$

gdje je

$$\nu = \begin{cases} -1, & \text{za } \tau_{m,i} \geq 0 \text{ (motorski način rada)} \\ 1, & \text{za } \tau_{m,i} < 0 \text{ (regenerativno kočenje).} \end{cases} \quad (8)$$

Potom se ukupna snaga koja se povlači iz baterije dobiva jednostavnim sumiranjem pojedinačnih snaga motora:

$$P_{batt} = \sum_{i=1}^4 P_{el,i}. \quad (9)$$

Snaga baterije koja je funkcija brzine i akceleracije vozila:  $P_{batt}(\nu_v, a_v)$ , uključuje se u ciljnu funkciju MPC-a na način da se pomnoži s vremenom diskretizacije  $T$ , tako da se preračuna u potrošenu energiju baterije u svakom diskretnom vremenskom koraku [16]:

$$E_{dc} = \sum_{i=1}^{N_p} P_{batt,i}(\nu_{v,i}, a_{v,i}) \cdot T, \quad (10)$$

gdje je  $N_p$  duljina predikcijskog horizonta.

### 3. APROKSIMACIJA MODELAA POTROŠNJE ENERGIJE

U svrhu uključivanja modela potrošnje energije u optimizacijski problem provedeno je modeliranje potrošnje energije, predstavljene mapom, jednostavnim analitičkim funkcijama.

#### 3.1. Metodologija

U postavu se koristi linearna regresija kubičnim polinomom za aproksimaciju. Izbor kubičnog polinoma za aproksimaciju je utemeljen na želji za održavanjem ravnoteže između točnosti, računalne učinkovitosti te sprječavanja preučavanja modela.

Formula koristi regresijske koeficijente  $\beta$  kako bi izračunala učinkovitost motora  $\eta_m$ . To se čini tako da se zbrajaju konstantni termin  $\beta_1$ , umnošci regresijskih koeficijenata i nezavisnih varijabli  $\beta_2 \cdot \tau_m + \beta_3 \cdot \omega_m$ , kvadrati i kubovi tih varijabli, te interakcijski članovi [17]

$$\begin{aligned} \eta_m(\tau_m, \omega_m) = & \beta_1 + \beta_2 \cdot \tau_m + \beta_3 \cdot \omega_m + \beta_4 \cdot \tau_m^2 + \beta_5 \cdot \omega_m^2 + \beta_6 \cdot \tau_m \cdot \omega_m \\ & + \beta_7 \cdot \tau_m^3 + \beta_8 \cdot \omega_m^3 + \beta_9 \cdot \tau_m^2 \cdot \omega_m + \beta_{10} \cdot \tau_m \cdot \omega_m^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Parametri modela  $\beta$  dobivaju se metodom najmanjih kvadrata s regularizacijom koja se naziva Ridge regresija, također poznatom kao Tikhonov regularizacija [18]. Radi se o proširenju linearne regresije koja uvodi regularizacijski termin  $\lambda = 10^{-7}$  u funkciju gubitka kako bi se spriječilo pretreniranje (eng. overfitting) i poboljšala generalizacija modela tako da se sprječava učenje šuma u podacima. Prema jednadžbi [19]:

$$\beta = (\mathbf{X}_{all}^T \cdot \mathbf{X}_{all} + \lambda \cdot \mathbf{I}(n))^{-1} \cdot \mathbf{X}_{all}^T \cdot \mathbf{\eta}_{m1eff\_data}, \quad (12)$$

gdje  $\beta$  sadržava koeficijente regresije u formatu 1x9, a  $\mathbf{\eta}_{m1eff\_data}$  je vektor stupac sa svim dostupnim vrijednostima učinkovitosti električnog stroja. U ovom slučaju  $\lambda \cdot \mathbf{I}(n)$  je regularizacijski termin koji se dodaje kako bi se stabilizirala inverzija matrice  $\mathbf{X}_{all}^T \cdot \mathbf{X}_{all}$  i penalizirala velike iznose koeficijenata. Na ovaj način se osigurava da matrica ne bude singularna što čini inverziju stabilnom i robusnom [19].

Posljednja stavka je stvaranje matrice sustava  $\mathbf{X}_{all}$  koja se sastoji od 10 stupaca. Prvi vektor stupac sadržava sve jedinice što predstavlja konstantni termin u modelu. To omogućuje uključivanje konstante u regresijski model. Sljedeća dva vektora stupca predstavljaju originalne nezavisne varijable, moment motora  $\tau_{m\_data}$  i brzinu vrtnje  $\omega_{m\_data}$ , a kreću se od 0 do  $\max(\tau_m)$  i od 0 do  $\max(\omega_m)$ . Razlog tomu je pretpostavka da je korisnost ista bez obzira na predznak pa se uzimaju absolutne vrijednosti momenta i brzine vrtnje. Naredna dva stupca su

kvadrati originalnih varijabli:  $\tau_{m\_data}^2$ ,  $\omega_{m\_data}^2$ . Nakon njih slijedi termin koji predstavlja interakciju između dvije nezavisne varijable  $\tau_{m\_data} \odot \omega_{m\_data}$  (simbol  $\odot$  odnosi se na množenje po elementima vektora). Sljedeća dva stupca predstavljaju kubove originalnih varijabli, a dvije nakon toga interakciju kvadrata i originalne varijable, prema jednadžbi:

$$\mathbf{X}_{all}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \tau_{m\_data} \\ \omega_{m\_data} \\ \tau_{m\_data}^2 \\ \omega_{m\_data}^2 \\ \tau_{m\_data} \odot \omega_{m\_data} \\ \tau_{m\_data}^3 \\ \omega_{m\_data}^3 \\ \tau_{m\_data}^2 \odot \omega_{m\_data} \\ \tau_{m\_data} \odot \omega_{m\_data}^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Ovim dizajnom matrice, model može uhvatiti složene, nelinearne odnose između nezavisnih te ciljane varijable [20].

### 3.2. Validacija modela

Prilikom validacije modela, ključno je procijeniti njegovu izvedbu koristeći različite metrike poput  $R^2$ , srednje kvadratne pogreške (eng. Mean Squared Error, MSE) i srednje apsolutne pogreške (eng. Mean Absolute Error, MAE). Ove metrike daju uvid u to koliko dobro model odgovara podacima i koliko je precizan u predikcijama.

Vrijednost  $R^2$  mjeri koliko varijance u zavisnoj varijabli objašnjavaju nezavisne varijable u modelu te se kreće u rasponu od 0 do 1, gdje 1 označava da nezavisne varijable savršeno objašnjavaju varijance zavisne varijable. Formula za izračun je:

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}} \quad (14)$$

gdje su  $SS_{res}$  ostaci sume kvadrata:

$$SS_{res} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$y_i$  – stvarna vrijednost u i-tom opažanju,

$\hat{y}_i$  – aproksimirana vrijednost u i-tom opažanju,

a  $SS_{tot}$  je ukupna suma kvadrata [21]:

$$SS_{tot} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$\bar{y}$  – srednja vrijednost stvarnih ciljnih vrijednosti.

Srednja kvadratna pogreška mjeri prosječnu kvadratnu razliku između stvarnih i predviđenih vrijednosti. Formula za MSE je:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (15)$$

gdje je  $n$  ukupan broj instanci podataka.

Srednja absolutna greška mjeri prosječnu absolutnu razliku između stvarnih i predviđenih vrijednosti. Formula za MAE je [21]:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|. \quad (16)$$

Kubični regresijski model pokazuje daleko najbolju izvedbu među tri modela. Vrijednost  $R^2$  je 0.754, objašnjavajući 75.4% varijance u podacima. MSE i MAE vrijednosti su također najniže, na 14.023% i 2.397%, što ukazuje na najvišu razinu točnosti i preciznosti u predikcijama prema tablici 1.

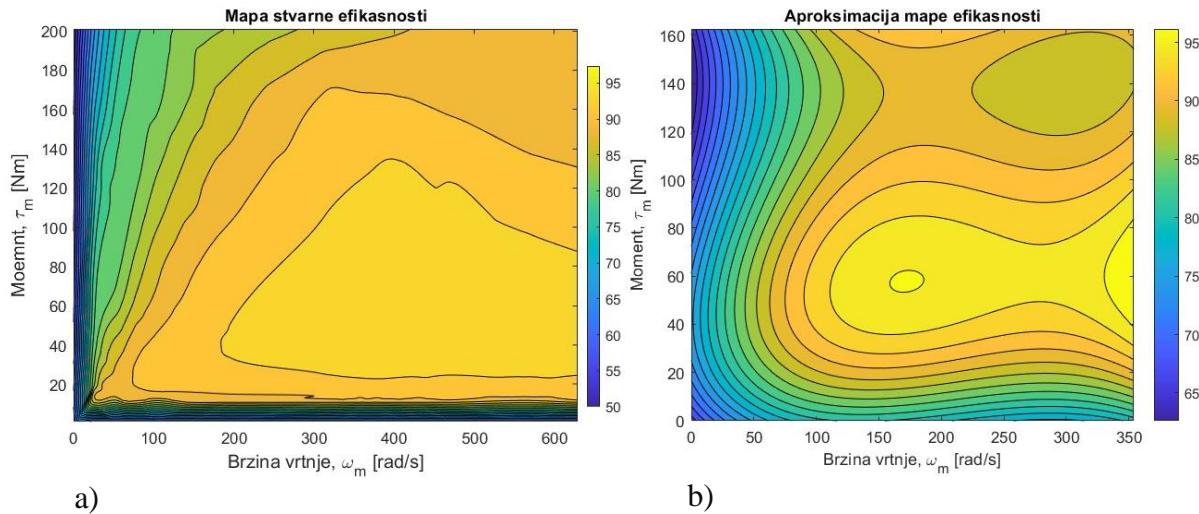
Tablica 1. Metrike izvedbe modela.

|                     | $R^2 (-)$ | MSE (%) | MAE (%) |
|---------------------|-----------|---------|---------|
| Linearna regresija  | 0.280     | 41.048  | 4.190   |
| Kvadratna regresija | 0.597     | 22.959  | 2.907   |
| Kubična regresija   | 0.754     | 14.023  | 2.397   |

Viši stupnjevi polinomske regresije bi dali bolje rezultate, međutim povećana kompleksnost i lošija računalna učinkovitost bi doveli do sporijeg izvođenja optimizacijskog algoritma koji u svojoj formulaciji uključuje ovaj model. Simulacijska vremena se produžuju što algoritam može izbaciti iz vremenskog okvira u kojem bi se trebao provesti.

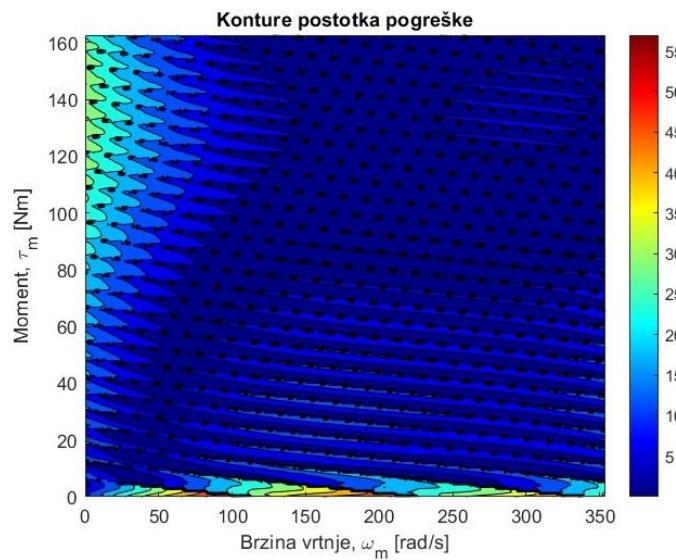
Vrijednosti učinkovitosti koje će upravljačka strategija povlačiti za račun potrošnje energije mogu se vizualizirati na slici 4 b). Vidna je razlika u izgledu krivulja s obzirom na stvarnu mapu (slika 4 a)), ali budući da polinomska aproksimacija proizvodi glatku i kontinuiranu krivulju te nema iznenadnih promjena i šumova u stvarnim podacima, olakšava se hvatanje osnovnih

obrazaca. Rubne vrijednosti momenta  $\tau_m$  i brzine vrtnje  $\omega_m$  prilagođene su onima koje se postižu u simulaciji te iznose  $\tau_{max} = 162.629 \text{ Nm}$  i  $\omega_{max} = 353.809 \text{ rad/s}$ .



Slika 4. Mapa korisnosti električnog stroja: a) stvarna, b) aproksimirana.

Prema slici 5, može se zaključiti da kubični model dobro predviđa područja visoke brzine vrtnje te visokog momenta. Kritična područja su rubna u kojima, na nekim mjestima, greška prelazi 55%. Ukoliko vozilo bude trebalo niski iznos momenta za održavanje brzine, vjerojatnost krive ekstrapolacije potrošnje energije bit će visoka. Obrisi aproksimacijske mape su primjetni, a najbolje se mogu zamijetiti dva bazena. Upravo u tim područjima greška varira između 5 i 10%.

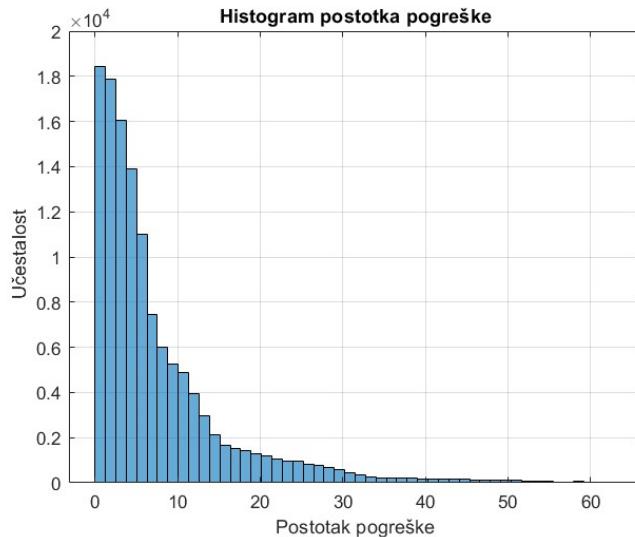


Slika 5. Konturni prikaz relativne pogreške aproksimacijske mape korisnosti električnog stroja.

Histogrami su korisni za vizualizaciju promjena između stvarnih i aproksimiranih vrijednosti jer pružaju uvid u distribuciju i veličinu tih promjena u širem rasponu podataka. Sa slike 6 može se zaključiti da većina pogrešaka koju će napraviti povlačenje podataka s aproksimacijske mape

korisnosti električnog stroja će se nalaziti u području do 10% te da će aproksimirane vrijednosti većinu vremena odgovarati stvarnim s minimalnom varijacijom.

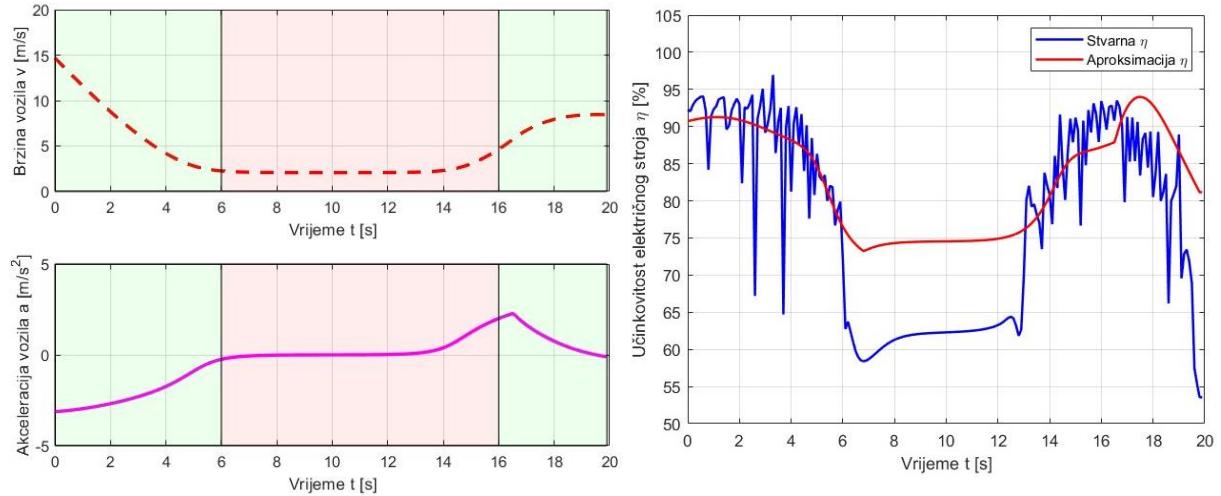
Za provjeru prethodne tvrdnje, obradjen je slučaj u kojem semafor mijenja stanja u 6. i 16.



Slika 6. Histogram postotaka pogrešaka.

sekundi, a vozilo prolazi kroz raskrižje za vrijeme sljedećeg zelenog svjetla (nakon 16. sekunde). U prvoj vremenskoj instanci simulacije, algoritam daje 200 vrijednosti brzina i akceleracija preko cijelog predikcijskog horizonta ( $N_p = 200$ ), koje će se koristiti za ispitivanje valjanosti kubične polinomske regresije, prema slici 7.

Slika 8 prikazuje kako kubični polinom pokušava aproksimirati izrazito nelinearno ponašanje učinkovitosti električnog stroja. Može se zaključiti da aproksimacija daje dobre rezultate kada je akceleracija postojana (greška se kreće između 0-3%). U područjima od 6. do 13. sekunde te od 19. nadalje može se vidjeti već opisani fenomen sa slike 6. U slučaju kada je akceleracija  $\sim 0$ , moment električnog motora  $\tau_m$ , potreban da drži brzinu konstantnom, uvelike se smanji i aproksimacija moraći u rubne dijelove mape koje kubični polinom aproksimira s velikom greškom. U ovom slučaju odstupanja od 6. do 13. sekunde kreću se između 12-15%, dok u posljednjoj sekundi rastu i do 25%. Srednja absolutna greška, MAE, iznosi 5.66% što znači da model dobro predviđa učinkovitost električnog stroja, izuzev rubnih područja.



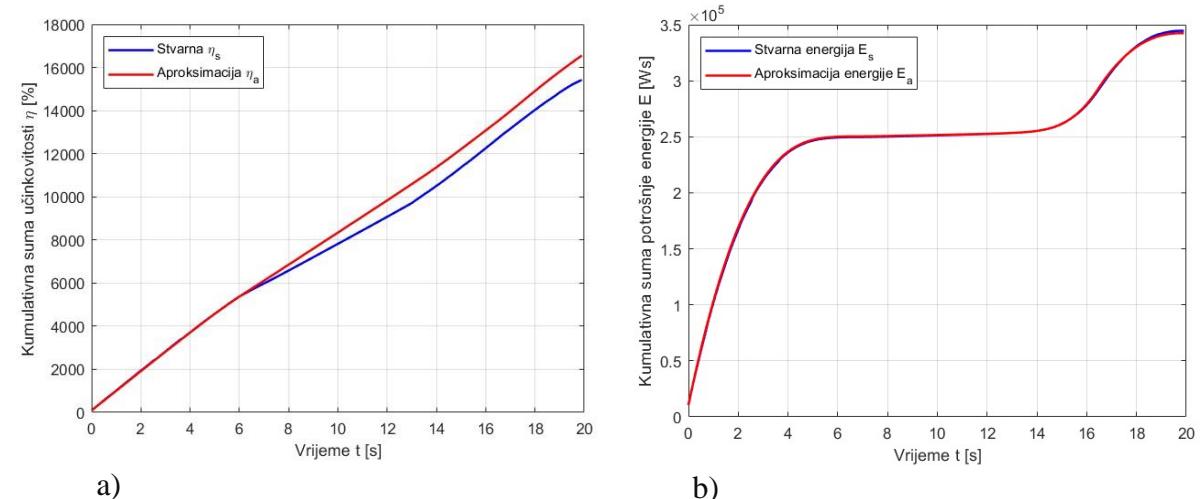
Slika 7. Profili brzina i akceleracija za koje se radi provjera kvalitete aproksimativnog modela potrošnje energije.

Slika 8. Usporedba mapirane te stvarne učinkovitosti električnog stroja.

Za bolje razumijevanje posljedica odstupanja, potrebno ih je staviti u kontekst. Koristi se kumulativna suma kroz period od 20 sekundi. Budući da se u svakom koraku  $i$  osim učinkovitosti  $\eta$ , računa i potrošena energija prema jednadžbi:

$$\Delta E_{dc,i} = P_{batt,i} \cdot T, \quad (17)$$

gdje su  $\Delta E_{dc,i}$  i  $P_{batt,i}$ , vrijednosti potrošene energije i snage električnog stroja u svakoj vremenskoj instanci  $T$ . Učinkovitost  $\eta$  i potrošena energija  $\Delta E_{dc,i}$  kumulativno se sumiraju te se dobiju dva grafa prema slici 9.



Slika 9. Usporedna kumulativna suma: a) učinkovitosti, b) potrošnje energije.

Ukupna stvarna energija koju je vozilo potrošilo je  $E_{real} = 3.4457 \cdot 10^5$  Ws, a aproksimirana energija iznosi  $E_{app} = 3.4242 \cdot 10^5$  Ws, što predstavlja razliku od  $-0.63\%$ . Kao što je već spomenuto, vidi se da na slici 9 a) u 6. sekundi, kada se ekstrapoliraju vrijednosti rubnih područja, počinje odstupanje aproksimirane učinkovitosti  $\eta$  od stvarne, međutim na slici 9 b) primjetno je da su posljedice tih odstupanja minimalne jer potrošnje energije, u tim uvjetima, gotovo da i nema čime se može zaključiti da aproksimirana mapa, neovisno o rubnim područjima, daje dobre rezultate u aproksimaciji potrošnje energije električnog stroja.

## 4. UPRAVLJAČKA STRATEGIJA

Odabrana upravljačka strategija zasnovana je na MPC-u. Formulacija optimalnog problema je moguće ako je dostupno predviđanje uvjeta vožnje duž rute. Kao što je već spomenuto, pretpostavljeno je da se te informacije dobivaju se od senzora vozila te V2I sustava (udaljenost od semafora te budući vremenski profil semafora). U okruženju u kojem se AV približava raskrižju sa semaforima, ključne stavke upravljačke strategije su: predikcija, optimalno upravljanje i ograničenja. S dovoljno velikom duljinom predikcijskog horizonta  $N_p$ , AV može glatko prilagoditi svoju brzinu i položaj s obzirom na predviđanje nadolazeće promjene svjetla semafora [22]. Nadalje, MPC nastoji minimizirati ciljnu funkciju preko predikcijskog horizonta, a ona može uključivati ciljeve poput maksimizacije udobnosti, minimizacije vremena putovanja, potrošnje goriva, emisija štetnih plinova i sl. Također, MPC formulacija omogućava uključivanje ograničenja poput ograničenja brzine, akceleracije, sigurne udaljenosti između vozila i operativnih granica ceste. U ovom radu implementacija MPC-a izvršena je koristeći CasADI unutar MATLAB okruženja, iskorištavajući njegove sposobnosti u numeričkoj optimizaciji i automatskoj diferencijaciji [23]. Za početak, CasADI nudi svestran i moćan optimizacijski okvir kreiran posebno za nelinearne dinamičke sisteme. Istraživanje [24] je pokazalo da usporedba performansi MPC-a koje nude MATLAB i CasADI pokazuje da CasADI nudi brža rješenja za isti optimizacijski problem. Drugi čimbenik je predana korisnička i razvojna zajednica koja podržava CasADI i radi na njegovom stalnom ažuriranju i poboljšanju [24].

### 4.1. Formulacija optimalnog problema

U razmatranom scenariju, optimizacijski problem je dizajniran s ciljem minimiziranja kvadratne pogreške slijedenja preddefinirane referentne brzine vozila, kvadratne pogreške akceleracije kao indeksa udobnosti te minimizacije potrošnje energije iz baterije. Proces optimizacije se izvodi u svakom koraku uzorkovanja po MPC principu što rezultira sljedećom ciljnom funkcijom:

$$\min_{a(h|k)} J_{MPC} = \sum_{h=0}^{N_p-1} q_v(v(h|k) - v_R)^2 + \sum_{h=0}^{N_c-1} q_a a^2(h|k) + \sum_{h=0}^{N_p-1} q_E \Delta E^2(a(h|k), v(h|k)), \quad (18)$$

gdje  $v_R$  predstavlja referentnu brzinu vozila, a  $q_v$ ,  $q_a$  i  $q_E$  su težinski koeficijenti. MPC minimizira ciljnu funkciju u svakom vremenskom koraku  $k$  preko cijelog predikcijskog horizonta  $h = 0, \dots N_p - 1$  optimirajući upravljačku varijablu  $u(h|k)$ . Nakon svakog

optimiranja u koraku  $k$  MPC vraća optimalne vrijednosti upravljačke varijable preko cijelog predikcijskog horizonta. Predikcijski horizont je budući interval vremena tijekom kojeg MPC algoritam radi predikcije o ponašanju modeliranog sustava te pokušava minimizirati ciljnu funkciju. Cilj je predvidjeti kako će sustav odgovoriti na upravljačke akcije tijekom vremena. Upravljački horizont  $N_c$  je budući interval vremena tijekom kojeg upravljačka strategija optimira upravljačku varijablu te je u ovom radu, jednak predikcijskom horizontu ( $N_p = N_c$ ). Upravljačka strategija izračunava niz upravljačkih sekvenci na ovom horizontu kako bi se minimizirala funkcija cilja, ali se na sustav primjenjuje samo prvi element optimalne upravljačke sekvence  $u(0|k)$ . Nakon što se primijeni prvi element dobivenog optimalnog upravljačkog vektora, horizont se pomiče prema naprijed i proces se ponavlja u sljedećem koraku uzorkovanja  $k$  [25].

U ovom radu uzeta vrijednost predikcijskog horizonta je fiksna i iznosi  $t_p = 20$  sekundi čime je uvijek zadovoljen kriterij da bi horizont trebao uključivati nadolazeću promjenu stanja semafora. Kao vrijeme uzorkovanja odabранo je  $T = 0.1$  s, a predikcijski horizont  $N_p$  jednak je upravljačkom horizontu  $N_c$ :

$$N = N_p = N_c = 200. \quad (19)$$

Ciljna funkcija (18) je podložna ograničenjima koja dolaze od modela sustava (2) te glase:

$$\begin{bmatrix} s(h+1|k) \\ v(h+1|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(h|k) \\ v(h|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 \\ T \end{bmatrix} a(h|k). \quad (20)$$

Postavljena su i gornja i donja ograničenja na brzinu i akceleraciju vozila kako slijedi:

$$\begin{aligned} v_{min}(h|k) &\leq v(h|k) \leq v_{max}(h|k), \\ a_{min}(h|k) &\leq a(h|k) \leq a_{max}(h|k), \end{aligned} \quad (21)$$

gdje su  $v_{min} = 0$ ,  $v_{max} = 25$  m/s, a  $a_{max} = -a_{min} = 4$  m/s<sup>2</sup>. Obje nejednakosti su implementirane u simulacijskom modelu. Ograničenja pozicije vozila definirana su u ovisnosti o stanju svjetla na semaforu. Svjetla su dana profilom stanja i vremena u kojem semafor u koraku  $k$  može poprimiti vrijednosti 0 ili 1 ( $S(k) \in \{0,1\}$ ), gdje  $S(k) = 0$  označava zeleno svjetlo semafora, a  $S(k) = 1$  crveno svjetlo. Zahtjev ne prolaska kroz crveno izražava se preko sljedećeg ograničenja na poziciju vozila prema jednadžbama:

$$s(h|k) \leq \begin{cases} 0, & \text{za } S(h|k) = 1 \text{ i } s(h-1|k) \leq 0 \\ \infty, & \text{za ostale slučajeve} \end{cases}, \quad (22)$$

gdje je 0 m pozicija semafora, a vozilo mora biti pozicionirano prije semafora dok god je svjetlo crveno. Isto tako, vozilo neće proći kroz raskrižje onog trenutka čim se upali zeleno svjetlo, već postoji margina od 1.5 sekunde.

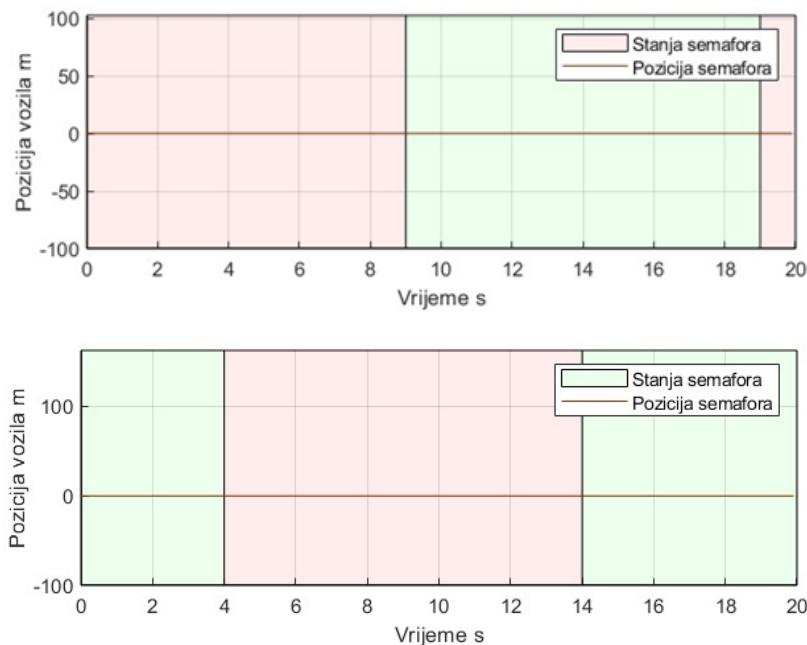
#### 4.2.Strategija za odabiranje konačne upravljačke varijable

Nakon formulacije optimizacijskog problema, ovisno o trenutnom stanju semafora, upravljačka logika se dijeli na dva različita slučaja. Prvi sljedeći korak u oba slučaja je definiranje ograničenja tipa jednakosti i nejednakosti. U prvom slučaju, vozilo prilazi semaforu na kojem je crveno (slučaj crveno-zeleno-crveno, CZC) prema slici 10 (gornja pod-slika). Rješava se jedan optimizacijski problem koji određuje dinamiku zaustavljanja vozila, budući da je jedina opcija AV-a čekanje sljedećeg zelenog svjetla. Pozicija vozila mora biti  $s > 0$  m u trenutku prije nego li se upali crveno svjetlo na semaforu u  $h + x$ -tom trenutku. gdje  $x$  označava puno trajanje faze zelenog svjetla, stoga jednadžba koja definira ograničenja pozicije je:

$$s(h+1|k) \geq \begin{cases} 0 \text{ m}, & \text{za } S(h+1|k) = 0 \\ -\infty, & \text{za ostale slučajeve,} \end{cases} \quad (23)$$

U slučaju kada se vozilo približava križanju s početnim zelenim svjetлом (slučaj zeleno-crveno-zeleno, ZCZ) prema slici 10 (donja pod-slika), u svakom koraku uzorkovanja rješavaju se dva optimizacijska problema koji su vezani uz sljedeće scenarije:

1. ubrzati te proći kroz raskrižje prije pojave crvenog svjetla
2. usporiti i sačekati sljedeće zeleno svjetlo.



Slika 10. Scenariji sekvenci stanja semafora prilikom prilaska AV-a

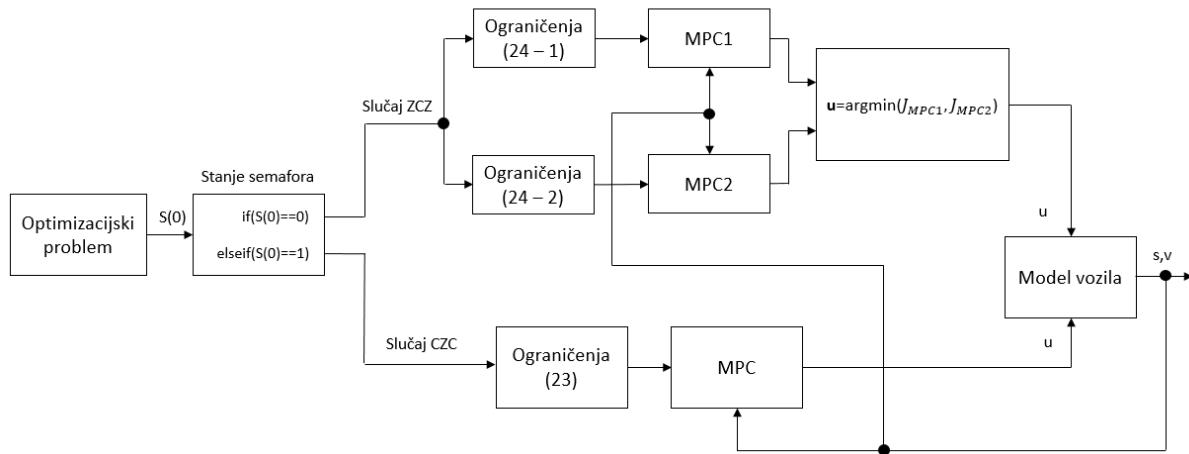
Upravo u tim uvjetima u svakom koraku  $k$  simulacije, rješavaju se oba optimizacijska problema pojedinačno te se njihovi iznosi ciljnih funkcija ( $J_{MPC1}, J_{MPC2}$ ) uspoređuju. Definiranje ciljne funkcije je u oba pod-slučaja isto, budući da rješavaju istu ciljnu funkciju. Razlika se pojavljuje u zadavanju ograničenja pozicije vozila. Ukoliko semafor mijenja stanje iz zelenog svjetla ( $S(h-1|k) = 0$ ) u crveno u  $h$ -tom trenutku ( $S(h|k) = 1$ ), tada će u prvom pod-slučaju ograničenje pozicije prisiljavati vozilo da prijeđe poziciju semafora  $L_0 = 0$  m prije  $h$ -tog trenutka, odnosno prije nastupanja crvenog svjetla. U drugom pod-slučaju pozicija vozila mora biti  $s > 0$  m nakon pojave drugog zelenog svjetla semafora u  $h+x$ -tom trenutku, gdje  $x$  označava puno trajanje faze crvenog svjetla prema jednadžbama (24):

$$\begin{aligned} 1. \text{ pod-slučaj} \quad s(h|k) &\geq \begin{cases} 0 \text{ m,} & \text{za } S(h|k) = 0 \\ -\infty, & \text{za ostale slučajeve} \end{cases} \\ 2. \text{ pod-slučaj} \quad s(h+x+1|k) &\geq \begin{cases} 0 \text{ m,} & \text{za } S(h+x+1|k) = 0 \\ -\infty, & \text{za ostale slučajeve} \end{cases} \end{aligned} \quad (24)$$

Usporednim rješavanjem oba problema, te usporedbom dobivenih iznosa ciljnih funkcija, uzima se ona manjeg iznosa te njena upravljačka varijabla  $u$  se primjenjuje na vozilo prema blokovskom dijagramu na slici 11. Dodatan uvjet jest da to dobiveno rješenje ciljne funkcije mora biti fizički izvedivo, tj. da zadovoljava zadana ograničenja.

$$\mathbf{u} = \arg\min\{J_{MPC1}, J_{MPC2}\} \quad (25)$$

Rješavanje oba optimizacijska problema usporedno odvija se do pojave crvenog svjetla. U tom trenutku nastavlja se rješavati samo jedan problem za scenarij CZC.



Slika 11. Blokovski dijagram upravljanja AV-om pri prilazu semaforima s MPC-om kao upravljačkom strategijom.

## 5. SIMULACIJSKI REZULTATI

U ovom poglavlju provest će se simulacijska analiza za predložene slučajeve prilaska AV-a raskrižju sa semaforima. Osim toga, dat će se uvid u potrošnju energije za iste slučajeve kada je ona uključena u ciljnu funkciju i kada nije. Referentna brzina kojoj vozilo teži postavljena je u  $v_R = 10$  m/s. Granične vrijednosti akceleracije koje vozilo mora poštovati su  $a_{max} = -a_{min} = 4$  m/s<sup>2</sup>, a granične brzine nalaze se u rasponu od  $v_{min} = 0$  m/s do  $v_{max} = 25$  m/s. Semafor je pozicioniran na 0 m, a početna pozicija vozila u ovim simulacijama je  $s_0 = -70$  m. Vremenski period razmatranja stanja semafora je 20 sekundi s kombinacijama crveno-zeleno-crveno (CZC) i zeleno-crveno-zeleno (ZCZ). Postavljeno je da vozilo mora prijeći semafor 1.5s prije prestanka zelenog svjetla ili 1.5s nakon uključivanja zelenog svjetla. Svrha te margine je emuliranje žutog svjetla na realnim semaforima. Vrijeme uzorkovanja iznosi  $T = 0.1$  s, a predikcijski horizont  $N_p = 200$  koraka, što znači da vozilo ima potpuni pregled stanja semafora u početnom trenutku simulacije. Ekstremne vrijednosti momenta i brzine vrtnje električnog stroja za koje je stvorena mapa korisnosti su  $\tau_{min} = 0$  Nm,  $\tau_{max} = 162.6$  Nm te  $\omega_{min} = 0$  rad/s,  $\omega_{max} = 353.8$  rad/s. Do tih graničnih vrijednosti dolazi se uvrštavanjem ekstremnih vrijednosti brzine i akceleracije u jednadžbe (7) i (8). Odabrane težine ciljne funkcije (18) su  $q_v = 5$ ,  $q_a = 0.5$ ,  $q_E = 0.05$ .

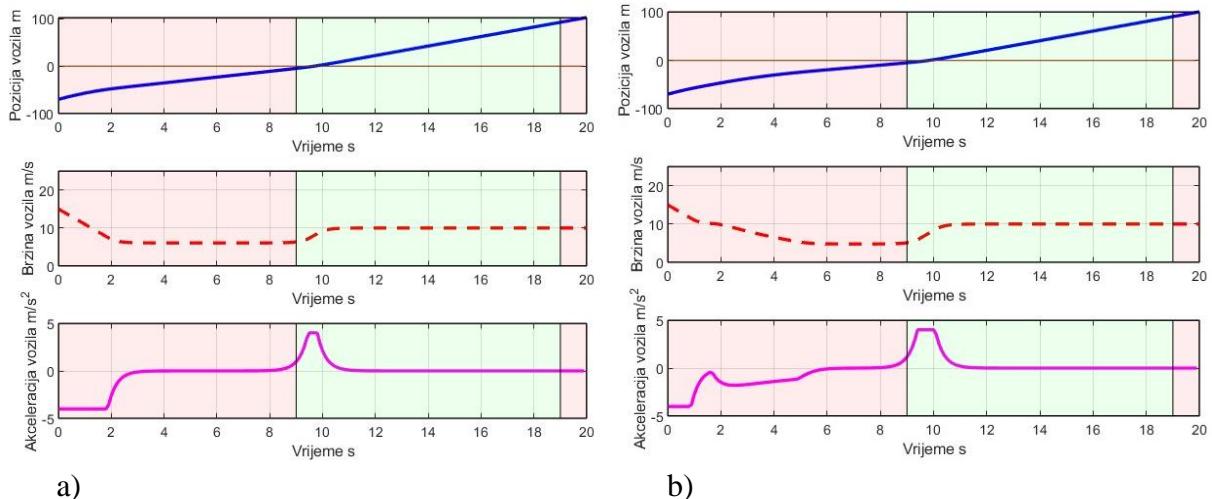
Performanse predložene upravljače strategije kvantificirane su vrijednostima ciljne funkcije ( $J_{MPC}$ ), prijeđenom udaljenosti ( $s_{max}$ ) te potrošnjom energije ( $E_{dc}$ ) na cijelom promatranom periodu od 20 sekundi.

### 5.1. Scenarij bez minimizacije potrošnje energije

#### 5.1.1. Slučaj crveno-zeleno-crveno (CZC)

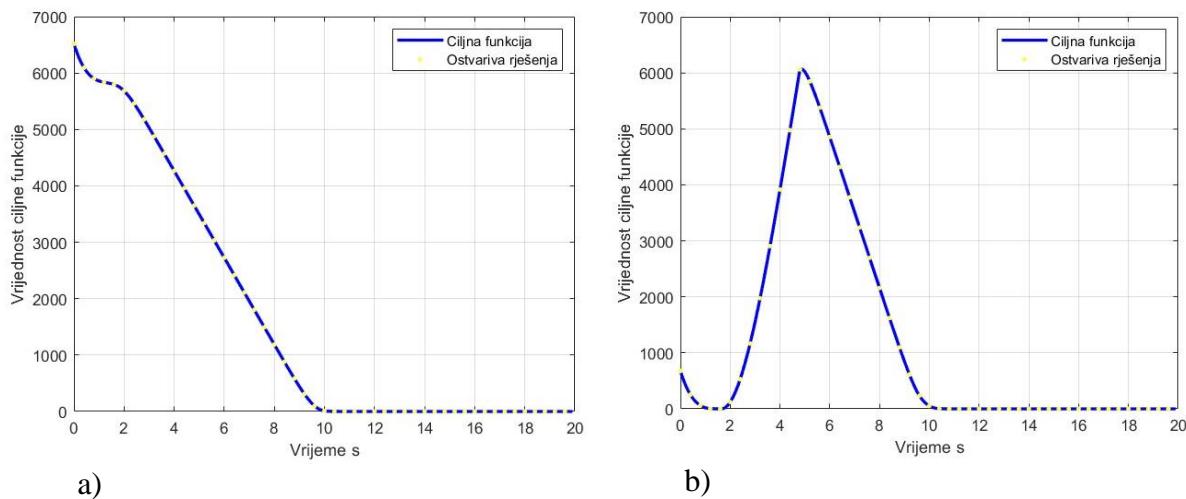
Slučaj CZC karakterizira semafor s početnim crvenim svjetлом do devete sekunde, međutim prediktivni horizont je dovoljno velik (20 s) da vozilo vidi buduće zeleno, čak i sljedeće crveno svjetlo (period izmjene svjetala na semaforu je 10 sekundi). Na taj način održava se konstantna brzina niža od referentne vrijednosti, što mu omogućuje sigurno približavanje i zatim prelazak semafora ubrzo nakon (margini od 1.5 s) što se upali zeleno svjetlo u 9. sekundi prema slici 12 a). Semafor se prelazi većom brzinom i vozilo postiže veću konačnu poziciju nego u slučaju ograničenog pregleda kada prediktivni horizont iznosi 5 sekundi, prema slici 12 b). Nadalje, ubrzanje je oštrije, jer je veći težinski faktor stavljen na postizanje referentne brzine, samim time razina udobnosti je niža. Iako duži predikcijski horizont omogućuje bolje planiranje

trajektorije, manje fluktuacije u brzini i akceleraciji te ukupnu izvedbu, rezultira dužim vremenima izvođenja nego kod ograničenog pregleda.



Slika 12. Prilaz AV-a semaforu bez uključene štednje energije: a) s predikcijskim horizontom  $N_p = 200$ , b) s predikcijskim horizontom  $N_p = 50$

Ciljna funkcija koja se računa u svakom vremenskom trenutku  $h$  poštije zadana ograničenja što je ilustrirano žutim kružićima prema slikama 13 a) i b). Trend konstantnog opadanja ciljne funkcije označava da se vozilo kreće prema nametnutim ciljevima. U slučaju ranijeg prolaska kroz semafor, ciljna funkcija na slici a) bi imala puno oštriji pad. Slika b) pokazuje kako se mijenja vrijednost ciljne funkcije kada je predikcijski horizont samo  $N_p = 50$  koraka. Može se vidjeti da u prvih nekoliko sekundi vozilo usporava prema nuli umjesto da planira prolazak kroz sljedeće zeleno svjetlo, upravo zato što smanjeni predikcijski horizont ne doseže do promjene semafora. Posljedično se stvaraju oštrije promjene u brzini i akceleraciji kako vozilo nema puno vremena za reakciju. Budući da vozilo poznaje stanje semafora samo 5 sekundi unaprijed, njegova vrijednost ciljne funkcije raste sve do onog trenutka (5. sekunda) kada uoči zeleno stanje semafora u 9. sekundi i nastavi se kretati prema referentnoj poziciji te traženoj brzini. Zbog margine žutog svjetla od 1.5 s vozilo se kroz četvrtu sekundu i dalje ponaša kao da ne vidi zeleno svjetlo u 9. kako ne bi prešlo semafor istog trenutka kada prestane crveno.



Slika 13. Iznos ciljne funkcije za slučaj CZC bez uključene štednje energije: a) s predikcijskim horizontom  $N_p = 200$ , b) s predikcijskim horizontom  $N_p = 50$

### 5.1.2. Slučaj zeleno-crveno-zeleno (ZCZ)

Ovaj događaj karakteriziraju dva slučaja s dvama različitim profilima stanja semafora. U prvom slučaju stanja semafora su zeleno-crveno-zeleno (ZCZ) sa zelenim svjetлом do 5. sekunde, crvenim od 5. do 15. i zelenim od 15. do 20. Drugi slučaj je karakteriziran istim profilom stanja semafora u vremenskim periodima 0s-4s-14s-20s prema slici 14.

#### 1. Slučaj (0s-5s-15s-20s)



#### 2. Slučaj (0s-4s-14s-20s)

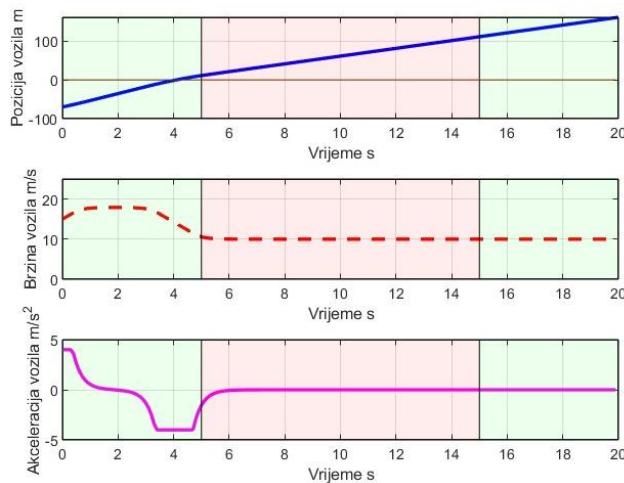


Slika 14. Ilustracija dva profila stanja semafora kod ZCZ slučaja

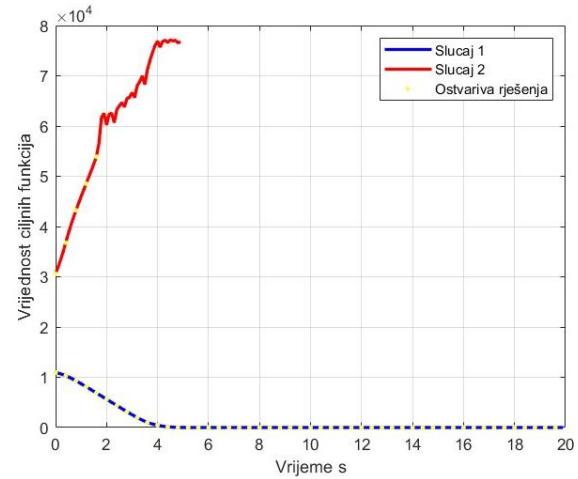
U početnom trenutku vozilo se nalazi na  $|s| = 70$  m udaljenosti od raskrižja s početnom brzinom od  $v = 15$  m/s. Kao što je spomenuto, usporedno se za period početnog zelenog svjetla izračunavaju dva optimizacijska problema, proći raskrižje za vrijeme prvog zelenog ili usporiti i pričekati sljedeće. Ovisno o iznosima ciljnih funkcija upravljački algoritam donosi odluku koju opciju će iskoristit za primjenu na vozilo. Uvijek izabire onu koja ima nižu vrijednost.

Prije nego li se izabere upravljačka varijabla onog optimizacijskog problema s nižom vrijednosti, provjerava se je li to rješenje ostvarivo. Softver CasADI ima jednostavnu naredbu koja to provjerava u svakom koraku za oba problema („solver.stats.success“). Ukoliko jedan optimizacijski problem daje niži iznos ciljne funkcije, ali ne zadovoljava ograničenja, algoritam će zanemariti to rješenje i odabratи ono alternativno.

U početnom trenutku sa slike 15 AV mora odlučiti hoće li proći semafor u kratkom periodu od 5 sekundi tako što će povećati brzinu poštujući nametnuta ograničenja ili će usporiti i pričekati sljedeće zeleno svjetlo. Upravo tu dolazi do demonstracije prethodno navedenog algoritma koji bira upravljačku varijablu onog optimizacijskog problema s nižom vrijednosti ciljne funkcije (poštujući ostvarivost rješenja). Vozilo u startu ima maksimalno dopuštenu akceleraciju od  $a = 4 \text{ m/s}^2$  kako bi sigurno prešlo raskrižje te se u nastavku brzina spušta na referentnu od  $v = 10 \text{ m/s}^2$ . Maksimalna postignuta brzina bila je  $v_{max} = 17.91 \text{ m/s}$ . Prema slici 16 vidi se da je upravljački algoritam u startu bio u stanju dobiti dva izvediva rješenja, međutim odlučio se za ono u kojem je vrijednost ciljne funkcije bila niža, da prijeđe raskrižje unutar 5 sekundi.



Slika 15. Prelazak semafora AV-om za vrijeme prvog zelenog svjetla bez uključene štednje energije

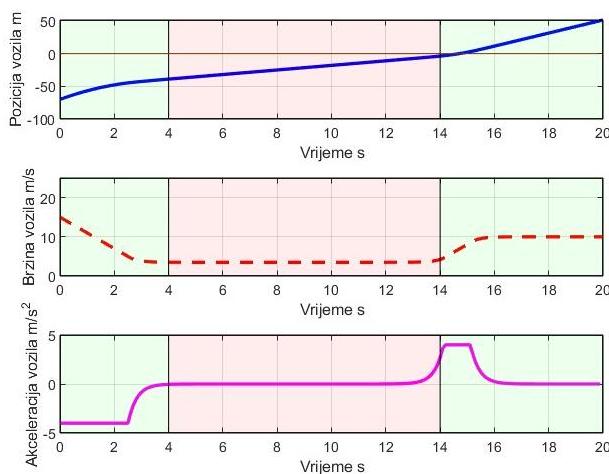


Slika 16. Iznosi ciljnih funkcija za slučaj ZCZ (0s-5s-15s-20s)

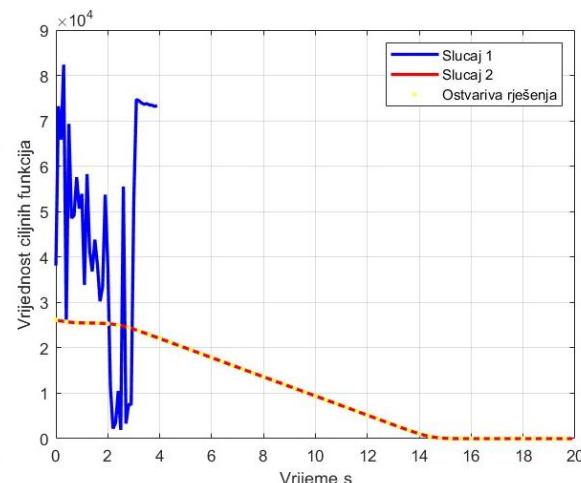
Svakim korakom razlika u vrijednosti dviju krivulja ciljnih funkcija postaje sve veća, budući da je vozilo krenulo suprotno jednom predloženom rješenju. Kada dođe do pojave crvenog svjetla prestaju se usporedno računati oba optimizacijska problema te se nastavlja rješavati samo MPC problem za CTC scenarij (v. prethodno poglavlje).

Drugi slučaj bavi se optimizacijom brzine i akceleracije vozila za prolazak kroz sljedeće zeleno svjetlo u 14. sekundi. Vrijeme do uključivanja crvenog svjetla se skratilo da se demonstrira kako upravljački algoritam odabire Opciju 2, odnosno prolazak kroz sljedeće zeleno svjetlo s obzirom da mu je prva postala neostvariva. Karakteristike brzine i akceleracije puno su umjerenije nego u prethodnom slučaju. Brzina vozila brzo se prilagodi na niži iznos kako bi pravovremeno vozilo tempiralo prolazak kroz raskrižje i brže dohvatio referentnu brzinu prema slici 17.

Promatranjem ciljnih funkcija vidi se zašto je vozilo odbacio opciju prolaska kroz semafor unutar prve 4 sekunde. Veliki skokovi ciljne funkcije (Slučaj 1) označavaju da prije prolaska kroz raskrižje vozilo je bilo prilično udaljeno od semafora te je optimizacijski problem potraživao neostvarive vrijednosti brzine i akceleracije kako bi zadovoljilo nametnuta ograničenja. Nadalje, unutar prve četiri sekunde plava krivulja nema niti jednu žutu točku na sebi koja predstavlja fizički ostvariva rješenja (što u tom slučaju vraća CasADi solver da je *solver.stats.success = 0*), prema slici 18.



Slika 17. Prelazak semafora AV-om za vrijeme drugog zelenog svjetla bez uključene štednje energije



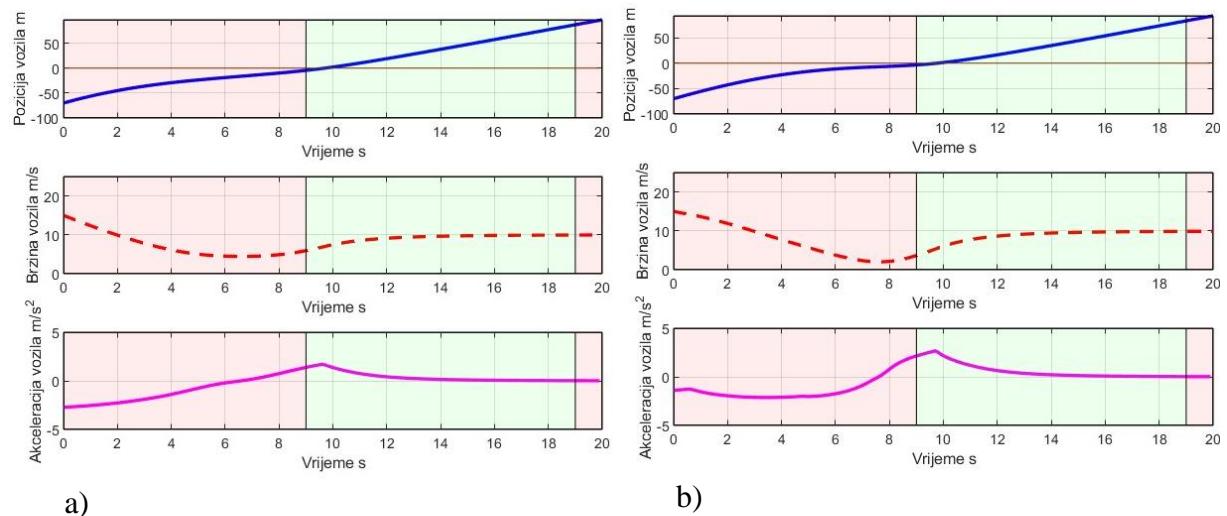
Slika 18. Iznosi ciljnih funkcija za slučaj ZCZ (0s-4s-14s-20s)

## 5.2. Scenarij s minimizacijom potrošnje energije

### 5.2.1. Slučaj crveno-zeleno-crveno (CZC)

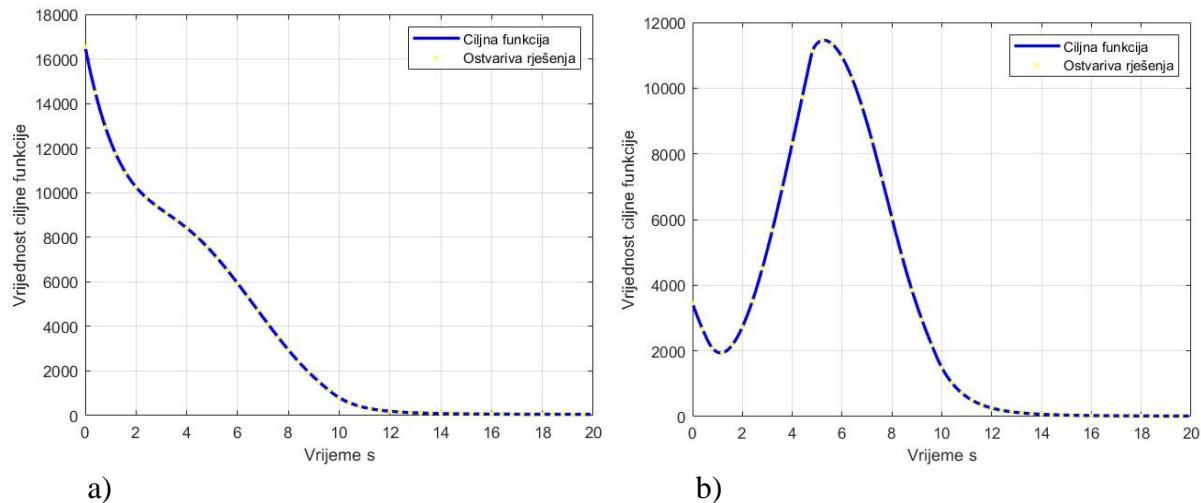
Uključenjem minimiziranje energije u ciljnu funkciju odzivi su promjenjiviji te zaglađeniji. Prema slikama 19 a) i b), brzina vozila spušta se na nižu vrijednost od referentne kako bi s brzinom dočekalo prolazak kroz zeleno u 9. sekundi umjesto dužeg održavanja referentne brzine i potpunog zaustavljanja. Brzine su niže, nego na slikama 12 a) i b). Nadalje, razlika je

vidna i u načinu na koji vozilo dostiže referencu. Razlog obje pojave je uključenje energije jer se žele minimizirati snažne promjene momenta i brzine vrtnje elektromotora. Promjene u akceleraciji također su značajne. Svedena je na niske i puno zaglađenije iznose što se dobro očitava između 9. i 10. sekunde, gdje je umjerena i daje veću razinu ugodnosti. Smanjenjem predikcijskog horizonta na 50 koraka, ubrzava se vrijeme rješavanja optimizacijskog problema nauštrb performansi (v. Tablicu 2). Profili brzina te akceleracija također su zaglađeniji s obzirom na sliku 12 b), ali fluktuacije istih su neminovne, budući da vozilo nema puno vremena za planiranu i umjerenu reakciju na promjenu stanja semafora.



Slika 19. Prilaz AV-a semaforu s uključenom štednjom energije: a) s predikcijskim horizontom  $N_p = 200$  b) s predikcijskim horizontom  $N_p = 50$

Iznos ciljne funkcije viši je nego u slučaju bez minimizacije energije što se objašnjava dodavanjem nove varijable u ciljnu funkciju, ali je bitno uočiti da je optimizacijski problem i dalje fizički izvediv za obje vrijednosti predikcijskog horizonta u svakom koraku  $k$  te da i dalje postoji trend opadanja ciljne funkcije. U prvih nekoliko sekundi pad funkcije na slici 20 a) je oštřiji što bi označavalo da je tu korisnost električnih motora na kotačima najviše povećana. Ciljna funkcija predikcijskog horizonta od  $N_p = 50$  koraka, sa slike 20 b), slijedi ponašanje kao i na slici 15, uz zaglađenije promjene na lokalnim i globalnim maksimumima što dolazi od sporijih promjena brzine i akceleracije.



Slika 20. Iznos ciljne funkcije za slučaj CZC s uključenom štednjom energije: a) s predikcijskim horizontom  $N_p = 200$ , b) s predikcijskim horizontom  $N_p = 50$

Uključivanjem energije u ciljnu funkciju te stvaranjem kubičnog polinoma za aproksimaciju iste, produžuje se vrijeme rješavanja optimizacijskog problema te su konačne pozicije vozila manje što se može objasniti sporijim promjenama akceleracija, prema predviđenom u tablici 2. Osim toga, veći predikcijski horizont također šteti računalnoj učinkovitosti, ali prijeđene udaljenosti su veće.

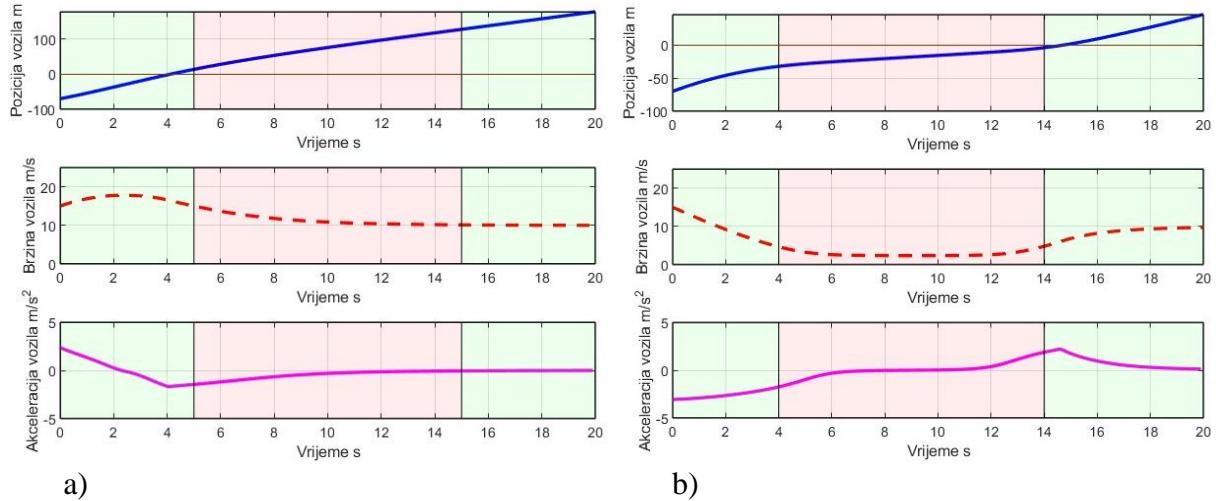
Tablica 2. Parametri izvedbe za slučaj CZC (crveno-zeleno-crveno, postotci se odnose na slučaj s uključenom štednjom energije u odnosu na slučaj bez uključene štednje energije)

| $( )$ - Slučaj bez uključene štednje energije,<br>$(^*)$ - Slučaj s uključenom štednjom energije |  |  |
|--|--|--|
| Predikcijski horizont<br>$N_p$ (korak)   | Vrijeme rješavanja optimizacijskog<br>problema $t$ (s) | Prijeđena udaljenost<br>$s_{max}$ (m)    |
| $N_p = 50$   | $t = 0.0232\text{ s}$                                  | $s_{max} = 100.9535\text{ m}$            |
| $N_p = 50$   | $t^* = 0.0241\text{ s} (+3.88\%)$                      | $s_{max}^* = 92.9584\text{ m} (-7.91\%)$ |
| $N_p = 200$  | $t = 0.0564\text{ s}$                                  | $s_{max} = 102.3172\text{ m}$            |
| $N_p = 200$  | $t^* = 0.0599\text{ s} (+10.62\%)$                     | $s_{max}^* = 97.0578\text{ m} (-5.14\%)$ |

### 5.2.2. Slučaj zeleno-crveno-zeleno (ZCZ)

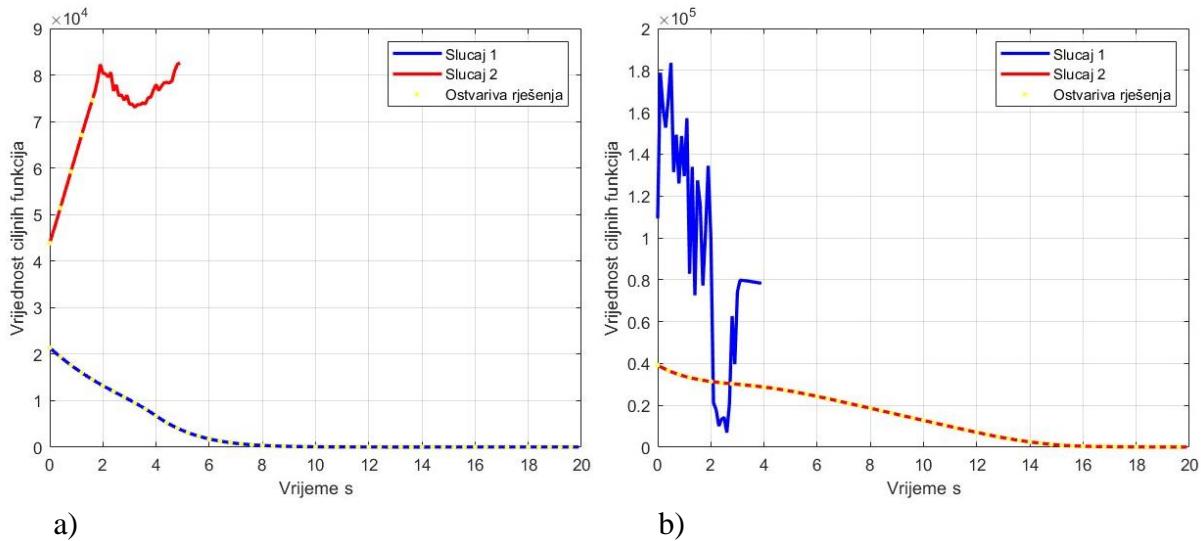
MPC pokušava optimirati brzinu, akceleraciju i energetsku učinkovitost u isto vrijeme pa to postaje svojevrsni kompromis. Vozilu je potrebno više vremena da postigne referentnu brzinu, ali zato je potrošnja energije manja. Žele se izbjegći nagla ubrzavanja i usporavanja što se najbolje može vidjeti usporedbom akceleracija na slikama 15 i 21a) u prve 4 sekunde. Nema

naglog prebačaja iz trenutka ubrzavanja u usporavanje, već je ta promjena umjerenija. To pomaže i u smanjenom habanju i trošenju kočnica te guma, što vodi nižim troškovima održavanja tijekom životnog vijeka vozila. Bez naglih promjena brzine, vozilu će trebati više vremena za prijeći određeni put, ali to će rezultirati boljom učinkovitosti električnih motora na svakom kotaču.



Slika 21. Prelazak semafora AV-om s uključenom štednjom energije: a) za vrijeme prvog zelenog svjetla, b) za vrijeme drugog zelenog svjetla

Krivulje ciljnih funkcija također su glađe, ali sporije konvergiraju prema nuli. U prvom slučaju MPC odabire prijeći semafor prije 5. sekunde i paljenja crvenog svjetla jer se iz slike 22 a) vidi da je svaka točka na putu prema toj odluci fizički ostvariva te da je vrijednost ciljne funkcije niža od slučaja čekanja sljedećeg zelenog svjetla u 15. sekundi. U drugom slučaju, algoritam odabire proći kroz raskrižje za vrijeme drugog zelenog svjetla u 14. sekundi prema slici 21 b), budući da se prijelaz preko raskrižja do 4. sekunde pokazao kao nemoguć. Plava krivulja na slici 22 b) nema niti jednu fizički ostvarivu točku u tom periodu te joj vrijednosti idu i do 6 puta više. Te vrijednosti su objašnjene enormnim potraživanjima ciljne funkcije u smislu brzine i akceleracije kako bi se zadovoljila dana ograničenja i prešlo raskrižje do 4. sekunde.



*Slika 22. Iznosi ciljnih funkcija za slučaj ZCZ s uključenom štednjom energije: a) slučaj (0s-5s-15s-20s), b) slučaj (0s-4s-14s-20s)*

### 5.3. Analiza dobivenih rezultata

U tablici 2 nalaze se spomenute metrike izvedbe ( $s_{max}, J_{MPC}, E_{dc}$ ) na temelju kojih se mogu donijeti zaključci. Obrađena su dva slučaja prema stanjima semafora (CZC, ZCZ) te se stanje ZCZ može podijeliti na dva pod-slučaja. U prvom pod-slučaju vozilo prolazi kroz zeleno svjetlo prije 5. sekunde, a u drugom pod-slučaju ne uspijeva proći kroz prvo zeleno svjetlo koje traje do 4. sekunde i prolazi kroz sljedeće u 14. sekundi. Tablica 3 predstavlja potpuno iste metrike za iste slučajeve, međutim tu optimizacijski problemi imaju minimizaciju potrošnje energije uključenu u svoju ciljnu funkciju.

*Tablica 3. Metrike izvedbe MPC upravljačke strategije bez minimizacije energetske potrošnje*

| Slučaj   | CZC        | ZCZ                          |                              |
|--|------------|------------------------------|------------------------------|
|  |            | 1. slučaj<br>(0s-5s-15s-20s) | 2. slučaj<br>(0s-4s-14s-20s) |
| Prijeđena udaljenost<br>$s_{max}$ (m)              | 102.3172 m | 161.1675 m                   | 51.4776 m                    |
| Kumulativna vrijednost<br>$J_{MPC} \cdot 10^5$ (-) | 3.4119     | 2.3284                       | 21.5910                      |
| Ukupna potrošnja<br>$E_{dc}$ (J)                   | 340644 J   | 417019 J                     | 386329 J                     |

Zaključci koji se mogu donijeti na temelju metrika za izvedbe bez uključenja energetske potrošnje u ciljnu funkciju jest da vozilo u slučaju u kojem je najprije prošlo kroz zeleno svjetlo (ZCZ – 1. slučaj) dospjelo je i na najveću udaljenost, uz to je imalo najveću potrošnju energije

što se može objasniti najdužim vremenom putovanja na referentnoj brzini pri kojoj električni motor ima nisku iskoristivost od samo ~71%. U preostala dva slučaja vozilo spušta brzinu ispod referentne kako bi se pripremilo za prolazak kroz semafor jednom kada se pojavi zeleno svjetlo. U slučaju CZC, zeleno se pojavljuje u 9. sekundi, a u ZCZ (2. slučaj) u 14. Tih 5 sekundi razlike znače da će vozilo u ZCZ slučaju morati spustiti brzinu više nego u slučaju CZC, čime se dovodi u pod-optimalno stanje te se električni motori postavljaju na nižu korisnost što objašnjava veću potrošnju energije.

*Tablica 4. Metrike izvedbe MPC upravljačke strategije s minimizacijom energetske potrošnje (usporedbi u smislu postotaka dane su u odnosu na tablicu 3)*

| Slučaj   | CZC                   | ZCZ                          |                              |
|--|-----------------------|------------------------------|------------------------------|
|  |                       | 1. slučaj<br>(0s-5s-15s-20s) | 2. slučaj<br>(0s-4s-14s-20s) |
| Prijeđena udaljenost<br>$s_{max}$ (m)              | 97.0578 m<br>(-5.14%) | 178.5901 m<br>(+10.81%)      | 46.3067 m<br>(-10.04%)       |
| Kumulativna vrijednost<br>$J_{MPC} \cdot 10^5$ (-) | 7.3105<br>(+214.26%)  | 6.5685<br>(+282.10%)         | 29.1070<br>(+34.81%)         |
| Ukupna potrošnja<br>$E_{dc}$ (J)                   | 374338 J<br>(+9.89%)  | 373659 J<br>(-10.39%)        | 388337 J<br>(+0.52%)         |

Kada se energetska potrošnja uključi u ciljnu funkciju, jedino 1. slučaj ZCZ stanja semafora je imao bolju izvedbu u odnosu na svoju prethodnu verziju prema tablici 4. Prijeđeni put je veći (+10.81%) uz sniženje potrošene energije (-10.39%) što se može objasniti time da se vozilo duže nalazilo na brzini iznad referente na kojoj električni motori rade na visokom stupnju učinkovitosti. Uzrok sporijoj prijelaznoj pojavi brzine i akceleracije bilo je uključenje potrošnje energije u ciljnu funkciju. S druge strane, preostala dva slučaja imala su slabiju izvedbu u odnosu na svoje prethodnike koji u ciljnoj funkciji nisu imali uključene energetske karakteristike. Vozilo se dovelo na niže vrijednosti brzina kojima se približavalo semaforu te se zbog manjka brzih prijelaznih karakteristika električnih motora na njima dulje i nalazilo. Zbog niskih učinkovitosti motora na nižim brzinama ukupna potrošnja energije se blago povećala (ZCZ 2. slučaj – +0.52% i CZC – +9.89%). Zaključno, ukoliko se radi o usporavanju do referentne brzine podignut će se energetska iskoristivost, ali ako se radi o ubrzavanju, isto tako će se i spustiti.

## 6. PRIMJENA NA REALISTIČNOM SCENARIJU

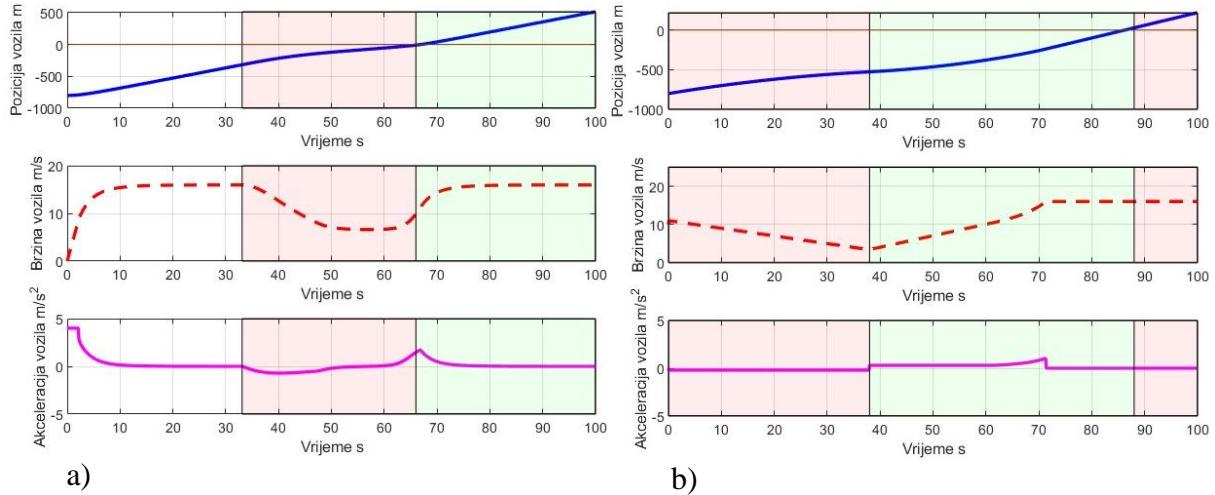
Razrađena MPC upravljačka strategija testira se na realističnom scenariju s realističnim trajanjima crvenog i zelenog svjetla te razumnom početnom udaljenosti vozila od semafora. Kao ruta koristi se dio Zagrebačke avenije prikazane na slici 23 sa stvarnim lokacijama semafora i ograničenjem brzine. Trajanja crvenog i zelenog svjetla su realistična i izmjenjuju se u intervalima od 50 sekundi [26]. Vozilo u početnom trenutku prolazi kroz prvo raskrižje, na čijem semaforu je zeleno svjetlo, brzinom  $v_0 = 11 \text{ m/s}$ . Udaljenost do sljedećeg raskrižja je  $d = 800 \text{ m}$ . U trenutku prolaska prvim raskrižjem AV ne zna stanje semafora na sljedećem. Tu informaciju potražuje od V2I sustava onog trenutka kada predviđena pozicija na kraju predikcijskog horizonta upravljačke strategije dostigne poziciju semafora. Do tada, AV nastoji održavati referentnu brzinu od  $v_R = 16 \text{ m/s}$ . Zatečeno stanje semafora može biti crveno ili zeleno s nasumičnim trajanjem između 1 i 50 sekundi do sljedeće promjene stanja. Kada se dobije informacija o stanju te trajanju svjetla, MPC upravljačka strategija proračunava optimalan način za prijelaz raskrižja.



Slika 23. Dio Zagrebačke avenije uzet za demonstraciju

Granične vrijednosti akceleracije su i ovdje postavljene na  $a_{max} = -a_{min} = 4 \text{ m/s}^2$ , a granične brzine nalaze se u rasponu od  $v_{min} = 0 \text{ m/s}$  do  $v_{max} = 22.22 \text{ m/s}$ . Vremenski period simulacije iznosi 100 sekundi, a vrijeme uzorkovanja  $T$  i predikcijski horizont  $N_p$  ostali su isti. Uvedena

je pretpostavka da iza i ispred razmatranog hipotetskog AV-a nema drugih vozila ili da takva ne utječu na njegovu putanju.



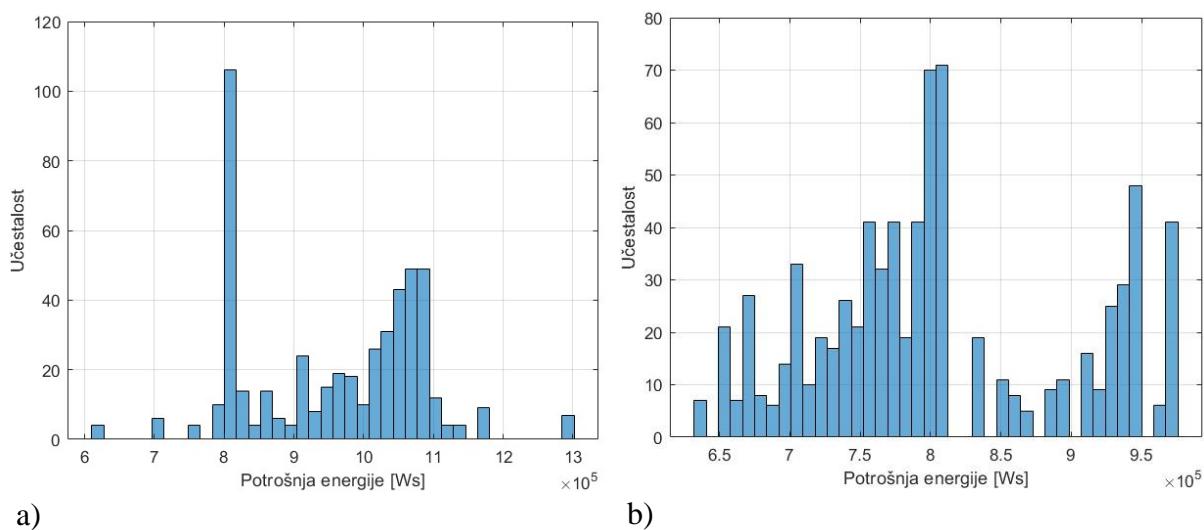
Slika 24. Prilazak AV-a raskrižju: a) MPC upravljačka strategija (bijeli dio označava period u kojem vozilo još nije dobilo informaciju o nadolazećim stanjima semafora), b) bazična strategija

U početnom trenutku kada vozilo kreće s prvog raskrižja, ubrzava do referentne brzine te se zadržava na njoj do trenutka kada dobije informaciju o stanju svjetla semafora na sljedećem raskrižju prema slici 24 a). Budući da je predikcijski horizont od 20 sekundi preniskog iznosa da bi vozilo vidilo promjenu svjetla semafora u zeleno, ono krene prilagođavati brzinu. 20 sekundi prije promjene stanja semafora AV snižava brzinu te se zadržava na njoj kako bi pravovremeno tempiralo prolazak kroz raskrižje. Za usporedbu pametne strategije prilaska semaforu, dodana je jednostavna bazična upravljačka strategija koja prati konstantnu referentnu brzinu ako je trenutno zeleno svjetlo ili se zaustavlja ako je na semaforu crveno svjetlo, što znači da radi bez ikakvog uvida u buduća stanja semafora prema slici 24 b). Bazična strategija se simulira za iste početne uvjete (brzina vozila, udaljenost od semafora, zatečeno stanje semafora te preostalo vrijeme zatečenog stanja) kao i pametna, temeljena na MPC-u. Granične vrijednosti brzine i akceleracije su iste. Akceleracija se dobije prema sljedećoj jednadžbi:

$$a_b = \frac{v_b^2}{2d}, \quad (26)$$

a vrijedi i za negativno ubrzanje, međutim samo se promijeni predznak. Negativno ubrzanje se primjenjuje kada je na semaforu crveno svjetlo te je definirano na način da vozilo stane do semafora s obzirom na udaljenost. Pozitivnim ubrzanjem brzina se dovodi istom formulom (26) na referentnu  $v_R = 16$  m/s. Nakon prelaska raskrižja, ukoliko vozilo nema referentnu brzinu, ona se postiže konstantnom akceleracijom  $a = 1$  m/s<sup>2</sup>. Akceleracija i brzina vozila bazične strategije su  $a_b$  i  $v_b$ , a  $d$  je udaljenost od semafora. Izvršeno je 1000 simulacija s nasumičnim

početnim svjetлом te trajanjem zatečenog svjetla semafora za obje strategije. Prema histogramu na slici 25 a) može se primijetiti bimodalna distribucija potrošnje energije za MPC strategiju. Prva vršna vrijednost koja grupira podatke oko vrijednosti 80 kJ dolazi od slučaja kada je zatečeno svjetlo crveno te vozilo usporava kako bi pravovremeno dočekalo uključivanje sljedećeg zelenog svjetla. Druga vršna vrijednost predstavlja potrošnju energije za slučaj zatečenog zelenog svjetla kada vozilo ubrzava kako bi prošlo kroz raskrižje. Potrošnja energije kod bazične strategije također se grupira oko vrijednosti 80 kJ, međutim uzrok tome je što su iznosi akceleracija vrlo niski što znači da nema naglih promjena brzine vozila koje su veliki potrošači energije.



Slika 25. Histogram potrošnje energije na 1000 simulacija za a) MPC upravljačku strategiju, b) bazičnu strategiju

Korištene metrike izvedbe na 1000 simulacija su srednja pozitivna i negativna akceleracija, potrošnje energije i uspješnost prelaska kroz raskrižje za vrijeme prvog zelenog svjetla. Tablica 5 sugerira da na cijelom promatranom periodu od 100 sekundi, vozilo s pametnom upravljačkom strategijom nije postiglo uštedu energije s obzirom na bazičnu strategiju. Razlog tome je prisustvo naglog dizanja akceleracije i brzine iznad referentne kod slučajeva kada vozilo želi prijeći raskrižje kod dočekanog zelenog svjetla. Upravo u tim slučajevima bazična strategija je bila u nemogućnosti prijeći raskrižje na vrijeme što je rezultiralo s 232 neuspjela pokušaja. Nadalje, ti slučajevi kada se vozilo nalazilo blizu semafora kod uključenja crvenog svjetla rezultiraju naglim kočenjem, međutim to se ne može očitati na srednjoj negativnoj akceleraciji u tablici 5, budući da neuspjele simulacije nisu razmatrane.

Tablica 5. Metrike izvedbe realnog scenarija pametne (MPC) i bazične upravljačke strategije (metrike su izračunate samo za uspjele simulacije bez kršenja ograničenja na crveno svjetlo semafora)

| Strategija  | Pametna (MPC)  | Bazična             |
|---|----------------|---------------------|
| Srednja pozitivna akceleracija<br>$a_{mean\_poz}$ (m/s <sup>2</sup> ) | 0.2016 (0%)    | 0.4470 (+121.7%)    |
| Srednja negativna akceleracija<br>$a_{mean\_neg}$ (m/s <sup>2</sup> ) | -0.2512 (0%)   | -0.2439 (-0.03%)    |
| Ukupna potrošnja<br>$E_{dc}$ (J)                                      | 957.78 kJ (0%) | 804.58 kJ (-16.00%) |
| Broj uspjelih pokušaja bez, prolaska kroz crveno svjetlo semafora (-) | 1000           | 768                 |

## ZAKLJUČAK

U ovom radu pokazana je primjena modelskog prediktivnog upravljanja (eng. Model Predictive Control, MPC) nad autonomnim vozilom (eng. Autonomous Vehicle, AV) koje prilazi semaforu. Za modeliranje vozila odabran je model točkaste mase koji prepostavlja da je masa vozila koncentrirana u beskonačno maloj točki u središtu objekta, što pojednostavljuje računanje. Prikazana je tranzicija modela iz vremenski kontinuiranog područja u vremenski diskretno te dizajn MPC upravljačke strategije u diskretnom području. Ključne stavke MPC-a su predviđanje, optimalno upravljanje, uključivanje ograničenja te ciljna funkcija koja osim zahtjeva za praćenje referentne brzine uključuje penalizacijske članove na velike amplitude akceleracije te potrošnje energije. Zamišljeno je da vozilo prima podatke o poziciji semafora te o njegovim stanjima preko V2I (eng. Vehicle to Infrastructure) sustava. Obradena su dva slučaja u kojima se vozilo može naći pred semaforom, zeleno-crveno-zeleno (ZCZ) i crveno-zeleno-crveno (CZC) te također dva pod-slučaja kod nailaska na ZCZ stanje semafora. Dana su rješenja za potonje te kod događaja s više opcija dane su upute kako vozilo dolazi do zaključaka koju opciju odabrati. Mijenjanjem iznosa težinskih faktora može se modulirati način vožnje vozila. Ovdje je naglasak bio na slijedenju referentne brzine. Osim toga, dane su usporedbe MPC-a kada je u ciljnu funkciju uključena potrošnja energija i kada nije. U slučajevima kada nije, može se zapaziti da je vozilo najveći put prešlo u prvom slučaju ZCZ stanja semafora te iznosi  $s_{max} = 161.1675$  m. Uz to, imalo je i najveću potrošnju energije  $E_{dc} = 417.019$  kJ. Isto tako, kada se potrošnja energije uključi u ciljnu funkciju, daleko najbolje rezultate i dalje ima isti slučaj,  $s_{max} = 178.5901$  m i  $E_{dc} = 373.659$  kJ što je posljedica sporog približavanja referentnoj brzini s više brzine. Znači da najbolju učinkovitost električni motori ostvaraju na nešto višim, krstarećim brzinama od referentne. Na realističnom scenariju s trajanjem od 100 sekundi koji je evaluiran na 1000 simulacija, prikazane su prednosti MPC upravljačke strategije koja može donijeti optimalnu odluku o prelasku raskrižja u svakom scenariju neovisno o zatečenom svjetlu semafora te trajanju istog, naspram bazične koja ne prilagođava brzinu s obzirom na nadolazeća stanja semafora.

## LITERATURA

- [1] Wu Di, Electric vehicle energy predictive optimal control by V2I communication. 2018. HeFei University of Technology.
- [2] Guo L and Gao B. Optimization of automobile economic driving. Chinese Sci Inform Sci 2016; 46: 560–570
- [3] Casavola A, Prodi G and Rocca G. Efficient gear shifting strategies for green driving policies. In: Proceedings of 2010 American control conference (ACC), Baltimore, MD, 30 June–2 July 2010, pp.4331–4336. New York: IEEE.
- [4] Guo LL, Gao BZ and Chen H. Optimal ecodriving control of vehicles. Science China Press 2016; 46: 560–570.
- [5] Asadi B and Vahidi A. Predictive cruise control: utilizing upcoming traffic signal information for improving fuel economy and reducing trip time. IEEE Trans Control Syst Tech 2011; 19: 707–714.
- [6] Katsaros K, Kernchen R, Dianati M, et al. Performance study of a green light optimized speed advisory (GLOSA) application using an integrated cooperative ITS simulation platform. In: Proceedings of 2011 7th international wireless communications and mobile computing conference (IWCMC), Istanbul, 4–8 July 2011, pp.918–923. New York: IEEE
- [7] De Nunzio G, De Wit CC, Moulin P, et al. Eco-driving in urban traffic networks using traffic signal information. In: Proceedings of 52nd IEEE conference on decision and control (CDC), Florence, 10–13 December 2013, pp.892–898. New York: IEEE.
- [8] Cvok, I. Pavelko, L. Škugor, B. Deur, J. Tseng, H.E. Ivanovic, V. Design and Comparative Analysis of Several Model Predictive Control Strategies for Autonomous Vehicle Approaching a Traffic Light Crossing. Energies 2023, 16, 2006.
- [9] Optimalna vožnja automobila bazirana na V2I komunikaciji s kontrolom brzine vozila. [https://www.researchgate.net/figure/Car-optimal-eco-driving-based-on-V2I-communication-with-multiple-traffic-signals\\_fig2\\_323302837](https://www.researchgate.net/figure/Car-optimal-eco-driving-based-on-V2I-communication-with-multiple-traffic-signals_fig2_323302837) 24.04.2024. 24.04.2024.
- [10] Baorui Miao, Chao Han1, Intelligent vehicle obstacle avoidance path-tracking control based on adaptive model predictive control, Mech. Sci., 14, 247–258, 2023
- [11] Deur, J., Škugor, B., Chen, W., Zhang, Y., Dai, E. (2023). Energy-efficient Straight-line Driving Torque Vectoring for Electric Vehicles with Multiple Motors Equipped with

Disconnect Clutches, 18th Conference on Sustainable Development of Energy, Water, and Environment Systems (SDEWES), pp. 1-15, Sep. 2023.

[12] J. Deur, M. Cipek, B. Škugor, J. Petrić, “Modeling and Low-level Control of Range Extended Electric Vehicle Dynamics”, International Conference on Powertrain Modeling and Control (PMC 2012), Bradford, UK, 2012.

[13] Brooker, A., Gonder, J., Wang, L., Wood, E., Lopp, S., and Ramroth, L. (2015.). FASTSim: A model to estimate vehicle efficiency, cost and performance. Technical report, SAE Tech Paper.

[14] Mahmoud, Y., Brown, N., Motallebiaraghi, F., Koelling, M., Meyer, R., Asher, Z., Dontchev, A., Kolmanovsky, I. (2021). Autonomous Eco-Driving with Traffic Light and Lead Vehicle constraints: An Application of Best Constrained Interpolation, IFAC PapersOnLine 54-10 (2021) 45–50

[15] Mohan, A., Sripad, S., Vaishnav, P., and Viswanathan, V. (2020). Trade-offs between automation and light vehicle electrification. Nature Energy, 5, 543-549.

[16] Škugor, B. Deur, J. Synthetic Driving Cycles-based Modelling of Extended Range Electric Vehicle Fleet Energy Demand. EVS30 Symposium Stuttgart, Germany, October 9-11, 2017

[17] <https://www.studysmarter.co.uk/explanations/engineering/engineering-mathematics/polynomial-regression/> pristupljeno 24.04.2024

[18] [https://en.wikipedia.org/wiki/Ridge\\_regression#cite\\_note-11](https://en.wikipedia.org/wiki/Ridge_regression#cite_note-11) pristupljeno 26.04.2024.

[19] Stošić, N. Jednostavna linearna regresija i polinomijalna regresija - geometrijski pristup, Diplomski rad, 2021.

[20] Bishop, Christopher M. Pattern Recognition and Machine Learning. New York :Springer, 2006.

[21] Chicco D, Warrens MJ, Jurman G. 2021. The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation. PeerJ Comput. Sci. 7:e623 DOI 10.7717/peerj-cs.623

[22] <https://folk.ntnu.no/skoge/vgprosessregulering/papers-pensum/seborg-c20ModelPredictiveControl.pdf> 05.05.2024.

[23] Rajkumar, Santosh. (2024). Nonlinear Model Predictive Control : An Implementation using CasADI. 10.13140/RG.2.2.11922.26562.

[24] Elhesasy, M., Dief, T., Atallah, M., Okasha, M., Kamra, M., Yoshida, S., Rushdi, M. Energies 2023. Non-Linear Model Predictive Control Using CasADI Package for Trajectory Tracking of Quadrotor.

- [25] Maciejowski, J.M. Predictive Control: With Constraints; Prentice Hall: Hoboken, NJ, USA, 2002; ISBN 0201398230.
- [26] M. Seredyński, P. Ruiz, K. Szczygielski and D. Khadraoui, Improving Bus Ride Comfort Using GLOSA-Based Dynamic Speed Optimisation, 2014 IEEE International Parallel & Distributed Processing Symposium Workshops, Phoenix, AZ, USA, 2014, pp. 457-463, doi: 10.1109/IPDPSW.2014.58.
- [27] <https://web.casadi.org/docs/>

## DODATAK

Korišteni softver je CasADI koji se može implementirati u MATLAB-u. CasADI je softverski alat otvorenog koda za numeričku optimizaciju i optimalno upravljanje. Uz pomoć njega jednostavno je formuliranje i manipuliranje izrazima u simboličkom obliku. Omogućava rješavanja običnih diferencijalnih jednadžbi (eng. Ordinary Differential Equations, ODE), diferencijalno-algebarskih jednadžbi (eng. Differential Algebraic Equations, DAE), nelinearnih problema (eng. Nonlinear Problem, NLP) te problema optimalnog upravljanja (eng. Optimal Control Problem, OCP) [27]. Pomoću CasADI-ja definirale su se simboličke varijable koje su predstavljale varijable stanja, upravljačke varijable. Nadalje, CasADI se koristio za transformiranje OCP u NLP koristeći metodu višestrukog pucanja (eng. Multiple shooting, MS). MS metoda dijeli vremenski raspon u više manjih intervala, omogućujući diskretizaciju problema. Svaki interval može biti analiziran zasebno, čineći ga lakšim za rješavanje. Podijelivši problem na više intervala, moguće je rješavanje svakog intervala paralelno, što značajno ubrzava izračun. Za razliku od metode jednostrukog pucanja (eng. Single Shooting, SS), MS u svakom intervalu stvara više optimizacijskih varijabli. Kod SS to su samo upravljačke varijable pomnožene s brojem koraka predikcijskog horizonta  $N$ , dok kod MS optimizacijske varijable postaju i sve varijable stanja. U svakom intervalu se stvaraju i ograničenja jednakosti koja ograničavaju razlike između trenutnog i previđenog stanja. Također, potrebno je dodati ograničenja nejednakosti na optimizacijske varijable tako što će im se definirati gornji i donji limit (eng. upper and lower bounds) te definirati solver koji će se koristiti za rješavanje NLP-a. Solver koji je ovdje korišten bio je IPOPT – interior point method.