

# Postupci uzorkovanja pri pregledima prema varijablama

---

Milić, Josipa

Master's thesis / Diplomski rad

2024

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:229937>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-13**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

**Josipa Milić**

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Izv. prof. dr. sc. Gorana Baršić

Student:

Josipa Milić

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentorici, izv. prof. dr. sc. Gorani Baršić, na pruženoj prilici, ljubaznosti, pristupačnosti i velikoj pomoći tijekom pisanja ovog diplomskog rada.

Hvala mojim prijateljima od Zagreba do Aachena što su mi uljepšali studentske dane.

Veliko hvala mojim roditeljima, sestrama i braći što su uvijek uz mene. Posebno hvala Riti, Josipu i Stipi.

I najveća zahvala dragom Bogu na svemu što mi daruje.

Josipa Milić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite

Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:

Proizvodno inženjerstvo, inženjerstvo materijala, industrijsko inženjerstvo i menadžment, mehatronika i robotika, autonomni sustavi i računalna inteligencija



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 24 - 06 / 1	
Ur.broj: 15 - 24 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Josipa Milić** JMBAG: 0035215099

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Postupci uzorkovanja pri pregledima prema varijablama**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Sampling procedures for inspection by variables**

Opis zadatka:

Na temelju kontrole karakteristične značajke iz uzoraka moguće je donijeti zaključak o kvaliteti cijele isporuke. Da bi se donio takav zaključak potrebno je znati veličinu uzorka i kriterije prihvatanja kako bi nalaz kontrole bio pouzdan glede procjene razine kvalitete cijele isporuke. U normi ISO 3951-1 definirani su postupci uzorkovanja pri pregledima prema varijablama, a u normi ISO 2859-1 postupci uzorkovanja pri pregledima prema atributima. 2023. godine izdano je novo izdanje norme HRN ISO 3951-1:2023.


U radu je potrebno:

- definirati najznačajnije izmjene norme HRN ISO 3951-1:2023 u odnosu na izdanje HRN ISO 3951-1:2016
- prema zahtjevima norme HRN ISO 3951-1:2023 provesti planove uzorkovanja prema s-metodi,  $\sigma$ -metodi i  $p^*$ -metodi
- primijeniti novo uvedene procedure u normi HRN ISO 3951-1:2023 kako bi se uzela u obzir i nesigurnost rezultata mjerenja
- dati osvrt na usporedbu s planovima uzorkovanja definiranim u normi 2859-1:2012.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

7. ožujka 2024.

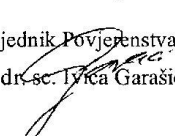
Zadatak zadao:   
Izv. prof. dr. sc. Gorana Baršić

Datum predaje rada:

9. svibnja 2024.

Predvideni datumi obrane:

13. – 17. svibnja 2024.

Predsjednik Povjerenstva:   
Prof. dr. sc. Ivica Garašić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY .....	VIII
1. UVOD.....	1
2. PLANOVI UZORKOVANJA ZA VARIJABLE.....	3
2.1. HRN ISO 3951-1:2023 .....	3
2.2. Općenito .....	3
2.3. Odabir između varijable i atributa .....	4
2.4. Odabir prihvatljive razine kvalitete i razine kontrole .....	6
2.5. Metode .....	7
2.5.1. s-metoda.....	8
2.5.1.1. Jednostruke granice dopuštenog odstupanja.....	9
2.5.1.2. Dvostruke granice dopuštenog odstupanja .....	10
2.5.2. $\sigma$ -metoda .....	11
2.5.2.1. Jednostruke granice dopuštenog odstupanja.....	11
2.5.2.2. Dvostruke granice dopuštenog odstupanja .....	11
2.5.3. p*-metoda.....	12
2.6. Normalna, smanjena i pooštrena kontrola.....	13
2.6.1. Prijelaz s normalne na pooštrenu kontrolu.....	14
2.6.2. Prijelaz s normalne na smanjenu kontrolu .....	14
2.6.3. Prijelaz sa smanjene na normalnu kontrolu .....	15
2.6.4. Prijelaz s pooštrene na normalnu kontrolu.....	15
2.6.5. Prekid kontrole.....	15
2.6.6. Evidencija vrijednosti za prijelaz između kontrola.....	15
2.7. Mjerna nesigurnost.....	16
2.7.1. Standardna devijacija mjerenja manja od 10 % standardne devijacije procesa ..	17
2.7.2. Standardna devijacija mjerenja veća od 10 % standardne devijacije procesa ....	17
2.8. Normalnost.....	19
2.9. Transformacija podataka.....	19
2.10. Odstupanja .....	20
2.11. Operativna krivulja .....	20
2.12. Rizik kupca .....	21
2.13. Rizik proizvođača .....	22
3. USPOREDBA S NORMOM HRN ISO 2859-1:2012 .....	23
4. USPOREDBA S NORMOM HRN ISO 3951-1:2016 .....	25
5. PRIMJENA PLANOVA UZORKOVANJA.....	26
5.1. s-metoda .....	27
5.1.1. Jednostruka gornja granica dopuštenog odstupanja U.....	27

---

5.1.2. Dvostruke granice dopuštenog odstupanja, U i L .....	31
5.2. $\sigma$ -metoda.....	34
5.2.1. Jednostruka donja granica dopuštenog odstupanja L.....	34
5.2.2. Dvostruke granice dopuštenog odstupanja, U i L .....	38
5.3. $p^*$ -metoda.....	41
5.3.1. Dvostruke granice dopuštenog odstupanja, U i L .....	41
6. NOVO UVEDENE PROCEDURE .....	44
7. ZAKLJUČAK.....	47
LITERATURA.....	48

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Zadana gornja granica dopuštenog odstupanja $U$ [4].....	10
Slika 2. Zadana donja granica dopuštenog odstupanja $L$ [4].....	10
Slika 3. Prikaz pravila prijelaza [3].....	14
Slika 4. Primjer operativne krivulje .....	21
Slika 5. Generiranje slučajnih brojeva .....	26
Slika 6. Uzorkovanje .....	27
Slika 7. Dijagram prihvaćanja za zadanu gornju granicu dopuštenog odstupanja, $s$ -metoda ..	30
Slika 8. Operativna krivulja za režim normalne kontrole, $s$ -metoda.....	30
Slika 9. Dijagram prihvaćanja za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja, $s$ -metoda .....	33
Slika 10. Operativna krivulja za režim pooštrene kontrole, $s$ -metoda .....	34
Slika 11. Dijagram prihvaćanja za zadanu donju granicu dopuštenog odstupanja, $\sigma$ -metoda .	37
Slika 12. Operativna krivulja za režim smanjene kontrole, $\sigma$ -metoda .....	37
Slika 13. Dijagram prihvaćanja za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja, $\sigma$ -metoda .....	40
Slika 14. Operativna krivulja za režim normalne kontrole, $\sigma$ -metoda .....	41



---

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Kodna slova [3] .....	7
Tablica 2. Mjerni rezultati za zadanu gornju granicu dopuštenog odstupanja, $s$ -metoda .....	28
Tablica 3. Nasumično odabrani mjerni rezultati, $s$ -metodu .....	29
Tablica 4. Mjerni rezultati za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja, $s$ -metoda .....	31
Tablica 5. Nasumično odabrani mjerni rezultati, $s$ -metoda .....	32
Tablica 6. Mjerni rezultati za zadanu donju granicu dopuštenog odstupanja, $\sigma$ -metoda .....	35
Tablica 7. Nasumično odabrani mjerni rezultati, $\sigma$ -metoda .....	36
Tablica 8. Mjerni rezultati za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja, $\sigma$ -metoda .....	38
Tablica 9. Nasumično odabrani mjerni rezultati, $\sigma$ -metoda .....	39
Tablica 10. Mjerni rezultati za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja, $p^*$ -metoda .....	42
Tablica 11. Nasumično odabrani mjerni rezultati, $p^*$ -metoda .....	43
Tablica 12. Mjerni rezultati .....	44
Tablica 13. Nasumično odabrani mjerni rezultati .....	45

**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$AOQL$	%	granična vrijednost prosječne izlazne kvalitete
$AQL$	%	prihvatljiva razina kvalitete
$B$	-	rasipanje sume kvadrata između uzorka
$E$	-	očekivanje sume kvadrata
$f_{\sigma}$	-	koeficijent za računanje maksimalnog standardnog odstupanja procesa
$F_{BETA(\alpha,\beta)}(x)$	-	distribucija standardne beta distribucije s parametrima $\alpha$ i $\beta$
$F_{t(u,\delta)}(x)$	-	funkcija distribucije necentrirane distribucije $t$ s $v$ stupnjeva slobode i parametrom necentriranosti $\delta$
$\gamma$	-	omjer standardnog odstupanja mjerenja i standardnog odstupanja procesa
$\tilde{\gamma}$	-	procijenjena gornja granica udjela rasipanja rezultata mjerenja u ukupnom rasipanju procesa
$K_p$	-	gornji $p$ -kvantil standardizirane normalne distribucije
$k$	-	konstanta prihvatanja za $s$ -metodu i $\sigma$ -metodu
$L$	-	donja granica dopuštenog odstupanja
$N$	-	veličina serije
$n$	-	veličina uzorka
$\hat{p}$	-	procjena ukupnog udjela nesukladnosti u procesu
$\hat{p}_L$	-	procjena udjela nesukladnosti za donju granicu
$\hat{p}_U$	-	procjena udjela nesukladnosti za gornju granicu
$p^*$	-	najveća prihvatljiva vrijednost procjene udjela nesukladnosti u procesu
$P_a$	%	vjerojatnost prihvatanja
$\Phi(x)$	-	funkcija distribucije standardizirane normalne distribucije
$Q_L$	-	donja statistička kvaliteta
$Q_U$	-	gornja statistička kvaliteta
$s$	-	standardno odstupanje uzorka
$\sigma$	-	standardno odstupanje procesa

---

$\sigma_{\max}$	-	maksimalno standardno odstupanje procesa ( <i>MPSD</i> )
$\sigma_m$	-	standardno odstupanje mjerenja
$\sigma_{\text{total}}$	-	ukupno standardno odstupanje procesa
$U$	-	gornja granica dopuštenog odstupanja
$W$	-	rasipanje sume kvadrata unutar uzorka
$x_j$	-	vrijednost pojedinačnog elementa
$\bar{x}$	-	aritmetička sredina uzorka

---

**SAŽETAK**

Ovaj diplomski rad detaljno opisuje primjenu i značaj postupaka uzorkovanja pri pregledima prema varijablama prema normi HRN ISO 3951-1:2023. U navedenoj normi su definirane statističke metode uzorkovanja koje omogućuju kontrolu prihvaćanja proizvoda koji zadovoljavaju određene uvjete. Također, rad objašnjava nove procedure za prilagođavanje mjerne nesigurnosti, koje se razlikuju ovisno o udjelu rasipanja rezultata mjerenja u ukupnom rasipanju procesa. Nadalje, utvrđene su najistaknutije promjene norme HRN ISO 3951-1:2023 u odnosu na prethodnu verziju norme HRN ISO 3951-1:2016. Napravljena je usporedba s planovima uzorkovanja za attribute čija je primjena i važnost opisana u normi HRN ISO 2859-1:2012. Na kraju, kroz odabrane primjere, provedeni su planovi uzorkovanja prema  $s$ -metodi,  $\sigma$ -metodi i  $p^*$ -metodi kao i novo uvedene procedure vezane za nesigurnost rezultata mjerenja.

Ključne riječi: uzorkovanje, varijable, HRN ISO 3951-1:2023, mjerna nesigurnost,  $s$ -metoda,  $\sigma$ -metoda,  $p^*$ -metoda

**SUMMARY**

This master's thesis extensively describes the application and significance of sampling procedures for inspections based on variables according to the standard HRN ISO 3951-1:2023. This standard defines statistical sampling methods that enable the control of product acceptance meeting specific criteria. Additionally, the thesis explains new procedures for adjusting measurement uncertainty, which vary depending on the proportion of measurement result variability in the overall process variability. Furthermore, the most prominent changes in the HRN ISO 3951-1:2023 standard compared to the previous version, HRN ISO 3951-1:2016, are identified. A comparison with sampling plans for attributes, whose application and importance are described in the standard HRN ISO 2859-1:2012, is conducted. Finally, through selected examples, sampling plans are implemented according to the  $s$ -method,  $\sigma$ -method, and  $p^*$ -method, along with newly introduced procedures related to measurement result uncertainty.

Key words: sampling, variables, HRN ISO 3951-1:2023, measurement uncertainty,  $s$ -method,  $\sigma$ -method,  $p^*$ -method

## 1. UVOD

Kvaliteta je jedan od najvažnijih segmenata u proizvodnji, ona predstavlja prednost među konkurencijom. Razumijevanje kvalitete, neprestano unapređenje i smanjenje varijabilnosti važnih kvalitativnih karakteristika proizvoda ključno je za postizanje poslovnog uspjeha i rasta. Sustav kontrole kvalitete obuhvaća niz postupaka čija je svrha provjera i održavanje željene razine kvalitete proizvoda ili usluge putem detaljnog planiranja, primjene odgovarajuće opreme, redovite inspekcije te primjene korektivnih mjera kako bi se osiguralo ispunjenje zahtjeva kvalitete. [1] [2]

Jedan od metoda ispitivanja proizvoda je metoda uzorkovanja. Uzorkovanjem se ispituju pojedini elementi serije koji predstavljaju karakteristike cijele serije te zbog toga uzorak mora biti reprezentativan, slučajan, nezavisan i nepristran. [1]

Razlikuje se nekoliko strategija uzorkovanja, odnosno nekoliko načina na koji se uzorak  $n$  dobiva iz serije [3]:

- a) Slučajno uzorkovanje (*SRS*, eng. *Simple Random Sampling*) – svaka jedinica u seriji ima istu vjerojatnost da bude odabrana za uzorak.
- b) Pristrano uzorkovanje (*CS*, eng. *Convenience Sampling*) – uzimaju se jedinice koje su najprikladnije i koje je najlakše odabrati. Postoji rizik da će valjanost rezultata biti ugrožena ako se odabere ova strategija uzorkovanja.
- c) Sustavno uzorkovanje (*SyS*, eng. *Systematic Sampling*) – jedinice u uzorku su sustavno raspoređene unutar serije, npr. prema broju, vremenu, itd.
- d) Stratificirano uzorkovanje (*StS*, eng. *Stratified Sampling*) – serije su podijeljene u pod-serije (stratume) iz kojih se uzimaju nasumični uzorci.
- e) Uzorkovanje klastera (*ClS*, eng. *Cluster Sampling*) – serija je podijeljena u pod-serije (klasterne) iz kojih se nasumično odabiru pod-serije.

Planovi uzorkovanja svojom primjenom pružaju zaštitu i proizvođaču i kupcu, donose informacije koje su važne prilikom kontrole procesa te mogu ekonomski ili psihološki utjecati na proizvođača kako bi poboljšao proizvodnju. [1]

Razlikuju se dvije osnovne skupine planova uzorkovanja [4] [1] :

1. Planovi uzorkovanja za attribute – rezultat kontrole su atributi, odnosno diskretni podaci, obično u obliku prebrojavanja (dobro – loše, broj grešaka, itd.). Temelje se na binomnoj i Poissonovoj raspodjeli te se provode prema normi HRN ISO 2859-1.
2. Planovi uzorkovanja za varijable – rezultat kontrole su kontinuirani mjerni podaci, odnosno varijable (duljina, napon, viskoznost, promjer, temperatura, tlak, elastičnost, itd.) te se temelje na normalnoj i Studentovoj raspodjeli. Provode se prema normi HRN ISO 3951-1 i detaljnije će biti objašnjeni u ovom diplomskom radu.

## 2. PLANVI UZORKOVANJA ZA VARIJABLE

### 2.1. HRN ISO 3951-1:2023

Norma HRN ISO 3951-1: 2023 prikazuje postupke uzorkovanja za prihvaćanje pojedinačnih planova uzorkovanja pri pregledima prema varijablama. Ciljevi postupaka navedenih u normi su da omoguće serijama prihvatljive kvalitete veliku vjerojatnost prihvaćanja te serijama nezadovoljavajuće kvalitete, odnosno lošim serijama veliku vjerojatnost neprihvaćanja. To je moguće koristeći pravila prebacivanja koji osiguravaju automatsku zaštitu potrošača ako dođe do pogoršanja kvalitete te poticaj za smanjenje troškova inspekcije ako se postigne dosljedno dobra kvaliteta.

Norma HRN ISO 3951-1:2023 definira planove uzorkovanja koji se koriste u sljedećim uvjetima:

- kod kontrole kontinuirane serije diskretnih proizvoda koji su isporučeni od jednog proizvođača koristeći jedan proizvodni proces,
- kada se kontrolira samo jedna mjerljiva karakteristika kvalitete tih proizvoda  $x$ , koja je mjerljiva na kontinuiranoj skali,
- kada je proizvodnja pod statističkom kontrolom, a karakteristika kvalitete  $x$  raspoređena je normalnom razdiobom ili približno normalnom razdiobom,
- kada ugovor ili norma definira gornju granicu dopuštenog odstupanja,  $U$ , donju granicu dopuštenog odstupanja,  $L$  ili obje granice, proizvod je sukladan ako mjerljiva karakteristika kvalitete  $x$  zadovoljava jednu od sljedećih nejednakosti:

a.  $x \geq L$

b.  $x \leq U$

c.  $x \geq L$  i  $x \leq U$

- U nejednakostima a. i b. definirana je jedna granica dopuštenog odstupanja dok je za c. definirana dvostruka granica dopuštenog odstupanja. [3]

### 2.2. Općenito

Planovi uzorkovanja s pravilima za prijelaz i prekid uzorkovanja, osmišljeni su kako bi potaknuli dobavljače da održavaju udio nesukladnosti boljim od odgovarajućih *AQL* vrijednosti. U suprotnom, postoji veliki rizik od prijelaza s normalne na pooštrenu kontrolu pri kojoj su zahtjevi za prihvaćanje serije zahtjevniji.



Prije početka pregleda prema varijablama, potrebni su sljedeći koraci:

- Provjeriti je li određen  $AQL$  i razina kontrole koja će se koristiti.
- Odrediti mjerljivu karakteristiku  $x$  i gornju granicu  $U$  i/ili donju granicu  $L$ .
- Za mjerljivu karakteristiku s dvostrukim granicama dopuštenog odstupanja potrebno je provjeriti jesu li nesukladnosti iznad svake granice jednako važne. Ako to nije slučaj potrebno je pratiti normu 3951-2.
  - Ako se veličina serije,  $AQL$ ,  $U$ ,  $L$  ili razina kontrole mijenja kroz proces, potrebno je prekinuti proces i vratiti se na izbor između varijable i atributa.
- Provjeriti koju metodu koristiti,  $s$ -metodu ili ako je standardna devijacija poznata i stabilna pa će se koristiti  $\sigma$ -metoda.
- Očitati kodno slovo s obzirom na veličinu serije i razinu kontrole (Tablica 1.). [3]

### 2.3. Odabir između varijable i atributa

Kada se odabire između kontrole prema varijablama ili kontrole prema atributima potrebno je uzeti u obzir sljedeće [3] [1]:

- Poželjno je usporediti ukupne troškove kontrole većeg broja proizvoda provedbom planova uzorkovanja za attribute s provedbom planova uzorkovanja za varijable koji su uglavnom složeniji, odnosno oduzimaju više vremena i financijski su zahtjevniji.
- Bolje je provoditi kontrolu prema varijablama jer dobivene informacije konkretnije pokazuju koliko je proizvod dobar, odnosno numerička mjerenja karakteristika kvalitete korisnija su od jednostavne klasifikacije predmeta kao ispravnog ili neispravnog. Stoga se može ranije upozoriti ako dođe do pada kvalitete.
- Kontrolu prema atributima jednostavnije je razumjeti i prihvatiti, dok je postupak kontrole prema varijablama obično teško razumljiv. Postoje dva nerazumljiva fenomena:
  - Serije koje sadrže 100 % sukladne jedinice mogu biti odbijene, povremeno i s velikom vjerojatnošću. Iako se to ne događa često, kada se dogodi uzrokuje veliko nezadovoljstvo i kod dobavljača i kod potrošača, posebno ako je odbacivanje serije dovelo do zatvaranja radnog pogona ili smanjenog radnog vremena.

- U slučaju većeg  $AQL$ -a i manje veličine serije mogu se prihvatiti serije koje sadrže 100 % nesukladnih jedinica.
- Kada se uzmu u obzir veličine uzoraka potrebnih za isti  $AQL$ , najmanji broj uzoraka potreban je za  $\sigma$ -metodu (koristi se kada je poznato standardno odstupanje procesa). Za  $s$ -metodu (koristi se kada je standardno odstupanje procesa nepoznato) potreban je veći broj uzoraka u usporedbi sa  $\sigma$ -metodom, ali i dalje znatno manji broj uzoraka nego kod uzorkovanja prema atributima.

Na primjer, ako je odabrana veličina serije  $N$  od 1000 komada,  $AQL$  1 %, te prema normama ISO 2859-1 i ISO 3859-1, planovi uzorkovanja započinju s normalnom kontrolom i općom razinom kontrole II. Za zadani  $N$  i opću razinu kontrole II, tablice u obje norme navode na kodno slovo J. Na temelju kodnog slova J i zadanog  $AQL$ , određene su sljedeće veličine uzorka:

1. Kod jednostrukog uzorkovanja, prema normi ISO 2859-1, potrebno je kontrolirati 80 komada.
  2. Kod dvostrukog uzorkovanja, prema normi ISO 2859-1, potrebno je kontrolirati 50 komada ako je broj nesukladnih komada manji ili jednak od broja prihvaćanja. Ako je veći, potrebno je kontrolirati dodatnih 50 komada, odnosno sveukupno 100 komada.
  3. Kod višestrukog uzorkovanja, prema normi ISO 2859-1, potrebno je kontrolirati najmanje dva puta po 20 komada. Prema normi, moguće je provesti pet faza kontroliranja prije odluke o prihvaćanju ili odbijanju serije što znači da maksimalno može biti ispitano 100 komada.
  4. Kod  $s$ -metode, prema normi ISO 3951-1, potrebno je kontrolirati 37 komada.
  5. Kod  $\sigma$ -metode, prema normi ISO 3951-1, potrebno je kontrolirati 15 komada.
- Planove uzorkovanja za varijable poželjno je koristiti paralelno s kontrolnim kartama za varijable.
  - Planovi uzorkovanja za varijable imaju veliku prednost kod skupih postupaka inspekcije, npr. kod razornih ispitivanja.
  - Planovi uzorkovanja za varijable postaju složeniji za upravljanje kako se povećava broj mjerenja na predmetu.

## 2.4. Odabir prihvatljive razine kvalitete i razine kontrole

Prihvatljiva razina kvalitete, odnosno *AQL* (eng. *Acceptance Quality Limit*) predstavlja udio nesukladnih jedinica koji će se nalaziti u isporuci, a ujedno je i prihvatljiv za kupca. *AQL* je najlošija razina kvalitete koju kupac prihvaća, a određen je u specifikaciji proizvoda, u ugovoru ili od strane nadležnog tijela. Određivanje *AQL*-a ne znači da dobavljač ima pravo namjerno isporučiti proizvode koji nisu u skladu s propisanim standardima kvalitete. Odabir razine kontrole i *AQL*-a ovisi o različitim čimbenicima, ali glavni cilj je postići ravnotežu između ukupnih troškova inspekcije i posljedica eventualnog isporučivanja proizvoda koji ne zadovoljavaju propisane standarde kvalitete. *AQL*, veličina serije i razina kontrole određuju veličinu uzorka i ozbiljnost inspekcije u standardnom planu uzorkovanja. [4] [1] [3]

U normi HRN ISO 3951-1:2023 dano je 16 prioriternih vrijednosti *AQL*-a u rasponu od 0,01 % do 10 % nesukladnosti. Oni su prioritetni samo u smislu da su to vrijednosti *AQL*-a koje se koriste u tablicama i grafikonima. Iz toga slijedi da, ako za bilo koji proizvod ili uslugu bude određen *AQL* koji nije prioritetni *AQL*, tada je norma HRN ISO 3951-1:2023 primjenjiva samo uz savjetovanje sa statističkim stručnjakom. [3]

Norma navodi tri razine kontrole za opću upotrebu, a to su razina kontrole I, razina kontrole II i razina kontrole III. Većinom se koristi razina kontrole II osim ako nije navedena druga razina kontrole. Razina kontrole I koristi se kada je potrebno manje razlikovanje, dok se razina kontrole III koristi kada je potrebno veće razlikovanje. Također, u normi su navedene i četiri posebne razine kontrole: S-1, S-2, S-3 i S-4. Općenito se koriste sa skupim ili destruktivnim testovima gdje je veličina uzorka važna, a detaljnija inspekcija nije ekonomična. Mogu se koristiti kada su potrebne relativno male veličine uzoraka i mogu se tolerirati veći rizici uzorkovanja ili kada je dokazana visoka sposobnost procesa. [3] [5]

Tablica 1. Kodna slova [3]

Veličina serije	Posebne razine kontrole				Uobičajene razine kontrole		
	S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2 do 8	B	B	B	B	B	B	B
9 do 15	B	B	B	B	B	B	C
16 do 25	B	B	B	B	B	C	D
26 do 50	B	B	B	C	C	D	E
51 do 90	B	B	C	C	C	E	F
91 do 150	B	B	C	D	D	F	G
151 do 280	B	C	D	E	E	G	H
281 do 500	B	C	D	E	F	H	J
501 do 1200	C	C	E	F	G	J	K
1201 do 3200	C	D	E	G	H	K	L
3201 do 10 000	C	D	F	G	J	L	M
10 001 do 35 000	C	D	F	H	K	M	N
35 001 do 150 000	D	E	G	J	L	N	P
150 000 do 500 000	D	E	G	J	M	P	Q
500 000 i više	D	E	H	K	N	Q	R

## 2.5. Metode

Primjenom planova uzorkovanja za varijable moguće je koristiti  $s$ -metodu ili  $\sigma$ -metodu. Kod  $s$ -metode prihvaćanje, odnosno odbijanje isporuke donosi se na temelju izračunatih parametara uzorka: procijenjenog standardnog odstupanja  $s$  i aritmetičke sredine uzorka  $\bar{x}$  dok se kod  $\sigma$ -metode prihvaćanje, tj. odbijanje isporuke donosi na temelju standardne devijacije procesa  $\sigma$  i izmjerene vrijednosti aritmetičke sredine  $\bar{x}$ . [4]

Kod postupaka inspekcije prema varijablama, važno je pratiti procesne parametara, kao što su procijenjeno standardno odstupanja  $s$  i aritmetička sredina uzorka  $\bar{x}$ , kako bi se osiguralo da su promjene u kvaliteti proizvoda otkrivene prije nego što postanu neprihvatljive. Bez obzira na korištenu metodu,  $s$ -metodu ili  $\sigma$ -metodu, potrebno je bilježiti vrijednosti  $\bar{x}$  i  $s$  u obliku obrasca ili kontrolnih karata. Posebno se prati standardna devijacija procesa kod  $\sigma$ -metode kako bi se potvrdilo da su vrijednosti  $s$ , koje su dobivene iz uzoraka, unutar granica propisane vrijednosti

$\sigma$ . Kod  $s$ -metode, standardna devijacija procesa prati se kako bi se pokazalo je li moguće prijelaz na  $\sigma$ -metodu.

Kod odabira između  $s$ -metode i  $\sigma$ -metoda,  $\sigma$ -metoda je bolja jer je ekonomičnija u pogledu veličine uzorka, ali za  $\sigma$ -metodu potrebno je imati pouzdanu vrijednost standardne devijacije procesa  $\sigma$  koja se dobiva iz prethodnih analiza procesa. Ako nije moguće napraviti pouzdane pretpostavke o vrijednosti  $\sigma$ , počinje se sa  $s$ -metodom. Međutim, ako kvaliteta ostane zadovoljavajuća, moguće je preći na  $\sigma$ -metodu kako bi se koristio manji uzorak, a i jednostavniji su kriteriji prihvaćanja. Također, kod  $\sigma$ -metode preporučuje se periodično uspoređivanje promatranih podataka. To je moguće na nekoliko načina:

- korištenjem deskriptivnih, grafičkih metoda, npr. obrazaca,
- korištenjem statističkih kontrolnih kartica,
- deskriptivnom numeričkom analizom, ili
- statističkim testovima, npr. Bartlett-ov test za usporedbu varijanci.

Ako na temelju ovih analiza postoji sumnja u pouzdanost pretpostavki o  $\sigma$ , može biti potrebno prebaciti se na  $s$ -metodu. [3]

### 2.5.1. $s$ -metoda

Ova metoda koristi se ako standardna devijacija procesa nije poznata ili je nepouzdana. S navedenom razinom kontrole i veličinom serije odabire se kodno slovo iz tablice 1 koja je preuzeta iz norme HRN ISO 3951-1:2023. Zatim se iz Tablice 2, Tablice 3 ili Tablice 4, koje su navedene u normi HRN ISO 3951-1:2023, očita veličina uzorka  $n$  i konstanta prihvaćanja  $k$  s obzirom na kodno slovo i  $AQL$ . Nakon toga uzima se nasumično odabrani broj uzoraka  $n$ , mjeri se karakteristika  $x$  za svaki element, srednja vrijednost uzorka  $\bar{x}$  i standardna devijacija uzorka  $s$ . Standardna devijacija uzorka računa se prema izrazu [3]:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (1)$$

Gdje je:

$x_j$  – vrijednost pojedinačnog elementa

$\bar{x}$  – srednja vrijednost uzorka

Udaljenost pojedinačnog elementa od srednje vrijednosti, odnosno izraz  $x_j - \bar{x}$ , računa se za svaki element, zatim se sve udaljenosti zbroje i izračuna se prosječna vrijednost, odnosno standardna devijacija procesa.

Kada su podaci normalno distribuirani, standardna devijacija pruža informacije o tome koliko su podaci raspršeni oko prosječne vrijednosti:

- Oko 68% podataka nalazi se unutar raspona od jedne standardne devijacije iznad ili ispod prosječne vrijednosti.
- Oko 95% podataka nalazi se unutar raspona od dvije standardne devijacije iznad ili ispod prosječne vrijednosti.
- Oko 99,73% podataka nalazi se unutar raspona od tri standardne devijacije iznad ili ispod prosječne vrijednosti.
- 5,15 standardnih devijacija pokriva 99% podataka. [6]

Formula za srednju vrijednost uzorka je sljedeća [3]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (2)$$

### 2.5.1.1. Jednostruke granice dopuštenog odstupanja

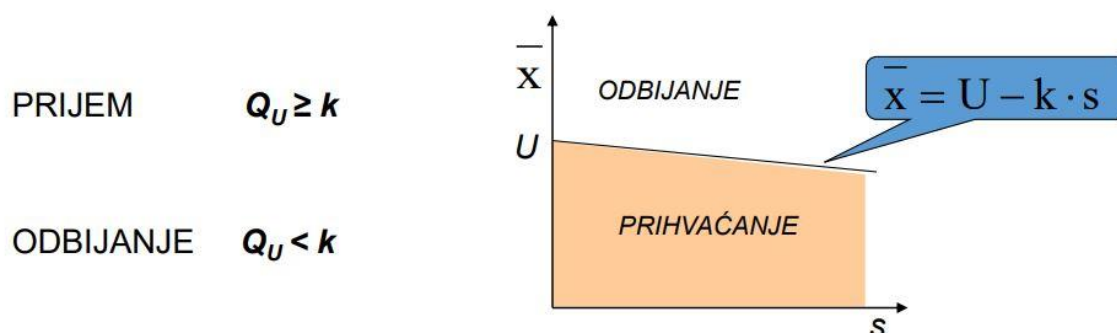
Kako bi se odredilo prihvaća li se uzorak ili se odbija potrebno je za jednostruke granice prihvaćanja izračunati gornju,  $Q_U$ , ili donju statističku kvalitetu,  $Q_L$ , prema jednadžbama (3) i (4):

$$Q_U = \frac{U - \bar{x}}{s} \quad (3)$$

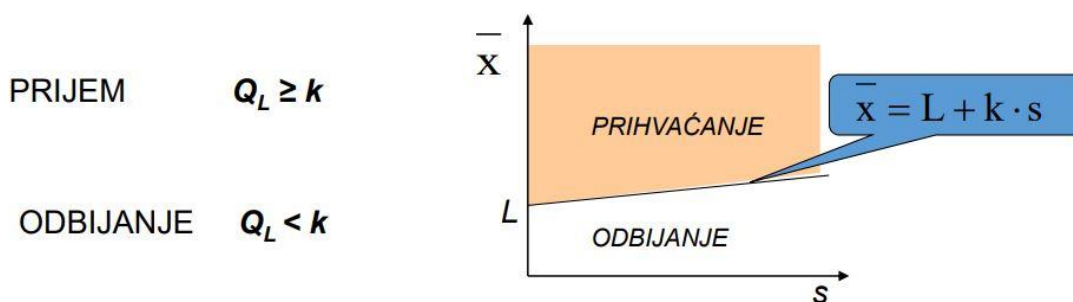
$$Q_L = \frac{\bar{x} - L}{s} \quad (4)$$

Kao što je prikazano na slici 1 i 2, vrijednost  $Q_U$  ili  $Q_L$  uspoređuje se s konstantnom prihvaćanja  $k$  te ako je iznos statističke kvalitete veći ili jednak od  $k$ , uzorak se prihvaća, ako je manji od  $k$ , uzorak se odbija. Također, na slikama 1 i 2 prikazan je i dijagram prihvaćanja koji prikazuje parametre isporuke  $s$  i  $\bar{x}$ . Ako se parametri nalaze ispod gornje granice tolerancijsko polja  $U$  ili iznad donje granice tolerancijskog polja  $L$ , isporuka će se prihvatiti. U suprotnom, kada se

parametri isporuke,  $s$  i  $\bar{x}$ , nalaze iznad gornje granice tolerancijsko polja  $U$  ili ispod donje granice tolerancijskog polja  $L$ , isporuka se odbija. [3] [4]



Slika 1. Zadana gornja granica dopuštenog odstupanja  $U$  [4]



Slika 2. Zadana donja granica dopuštenog odstupanja  $L$  [4]

### 2.5.1.2. Dvostruke granice dopuštenog odstupanja

Kako bi se odredilo prihvaća li se uzorak ili se odbija potrebni su sljedeći koraci [3]:

1. Ako je  $\bar{x} < L$  ili  $\bar{x} > U$  serija se odbija, u suprotnom je potrebno nastaviti s idućim korakom.
2. Prikazati točku  $(s, \bar{x})$  na dijagramu prihvaćanja koji se može dobiti pomoću funkcije *accCurve*. Funkcija *accCurve* izračunava područje prihvaćanja za dvostruke granice dopuštenog odstupanja i nepoznatu standardnu devijaciju za dani plan uzorkovanja  $(n, k)$ .
3. Ako je ucrtana točka izvan područja prihvaćanja, serija se odbija, u suprotnom serija se prihvaća.

### 2.5.2. $\sigma$ -metoda

$\sigma$ -metoda koristi se samo kada postoji dokaz da je standardna devijacija procesa  $\sigma$  konstantna i s poznatom vrijednošću. S definiranom razinom kontrole i veličinom serije odabire se kodno slovo iz tablice 1 koja je preuzeta iz norme HRN ISO 3951-1:2023. Zatim se iz Tablice 5, Tablice 6 ili Tablice 7, koje su navedene u normi HRN ISO 3951-1:2023, očita veličina uzorka  $n$  i konstanta prihvatanja  $k$  s obzirom na kodno slovo i  $AQL$ . Nakon toga uzima se nasumično odabrani broj uzoraka  $n$ , mjeri se karakteristika  $x$  za svaki element, srednja vrijednost uzorka  $\bar{x}$  i standardno odstupanje uzorka  $s$  prema već navedenim izrazima (1) i (2). [3]

#### 2.5.2.1. Jednostruke granice dopuštenog odstupanja

Kao i kod jednostrukih granica dopuštenog odstupanja prema  $s$ -metodi potrebno je izračunati gornju  $Q_U$  ili donju statističku kvalitetu  $Q_L$ , prema jednadžbi (5) i (6), te dobivene vrijednosti usporediti s konstantom prihvatanja  $k$ .

$$Q_U = \frac{U - \bar{x}}{\sigma} \quad (5)$$

$$Q_L = \frac{\bar{x} - L}{\sigma} \quad (6)$$

Seriya je prihvaćena ako je  $Q_U \geq k$  ili  $Q_L \geq k$ , odnosno odbijena ako je  $Q_U < k$  ili  $Q_L < k$ . [3]

#### 2.5.2.2. Dvostruke granice dopuštenog odstupanja

Kako bi se odredilo prihvaća li se uzorak ili se odbija potrebni su sljedeći koraci [3]:

1. Ako je  $\bar{x} < L$  ili  $\bar{x} > U$  serija se odbija ili se nastavlja sa idućim korakom .
2. Potrebno je izračunati gornju  $Q_U$  i donju statističku kvalitetu  $Q_L$  prema izrazima (5) i (6). Ako je  $Q_U < k$  ili  $Q_L < k$  serija se odbija ili se nastavlja na idući korak.
3. Ako je  $\sigma \leq 0,75\sigma_{\max}$  serija se prihvaća, u suprotnom prelazi se na idući korak.
4. Ako ni  $Q_U$  ni  $Q_L$  nisu blizu  $k$ , serija se prihvaća. U suprotnom potrebno je upotrijebiti  $p^*$ -metodu koja će biti objašnjena u nastavku.

Maksimalna standardna devijacija procesa,  $MPSD$  (eng. *Maximum process standard deviation*) ili  $\sigma_{\max}$ , označava najveću standardnu devijaciju procesa za određeno kodno slovo i  $AQL$ , pri kojoj je moguće zadovoljiti kriterije prihvatanja za dvostruke granice dopuštenog odstupanja,



bez obzira na razinu inspekcije (normalnu, smanjenu ili pooštrenu), kada je varijabilnost proces poznata. Dobiva se množenjem standardiziranog  $MPSD$ ,  $f_\sigma$ , s razlikom između gornje granice dopuštenog odstupanja  $U$  i donje granice dopuštenog odstupanja  $L$ :

$$MPSD = \sigma_{\max} = (U - L) * f_\sigma \quad (7)$$

### 2.5.3. $p^*$ -metoda

Ova metoda koristi se kao alternativa za  $s$ -metodu i  $\sigma$ -metodu. Postupak za  $p^*$ -metodu za jednostruke i dvostruke granice je sljedeći [3]:

1. Iz Tablice 8, Tablice 9 ili Tablice 10, koje su navedene u normi HRN ISO 3951-1:2023, s obzirom na kodno slovo i  $AQL$  očita se veličina uzorka, gdje je  $n = n_s$  veličina uzorka za  $s$ -metodu, a  $n = n_\sigma$  veličina uzorka za  $\sigma$ -metodu, te konstanta prihvaćanja, odnosno najveći udio nesukladnosti  $p^*$ .
2. Uzeti nasumično odabrani broj uzoraka  $n$ , zatim se mjeri karakteristika  $x$  za svaki element, srednja vrijednost uzorka  $\bar{x}$  i standardno odstupanje uzorka  $s$ .
3. Procijeniti udio nesukladnosti:
  - Ako je nepoznata standardna devijacija potrebno je za donju granicu dopuštenog odstupanja izračunati  $\hat{p}_L$ , a za gornju granicu dopuštenog odstupanja  $\hat{p}_U$  te za dvostruke granice potrebno je izračunati oboje,  $\hat{p}_L$  i  $\hat{p}_U$ , prema sljedećim izrazima:

$$\hat{p}_L = F_{BETA\left(\frac{n}{2}-1, \frac{n}{2}-1\right)}\left(\max\left\{0, \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\bar{x} - L}{s} \frac{\sqrt{n}}{n-1}\right\}\right) = F_{BETA\left(\frac{n}{2}-1, \frac{n}{2}-1\right)}\left(\max\left\{0, \frac{1}{2} \left[1 - Q_L \frac{\sqrt{n}}{n-1}\right]\right\}\right) \quad (8)$$

$$\hat{p}_U = F_{BETA\left(\frac{n}{2}-1, \frac{n}{2}-1\right)}\left(\max\left\{0, \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{U - \bar{x}}{s} \frac{\sqrt{n}}{n-1}\right\}\right) = F_{BETA\left(\frac{n}{2}-1, \frac{n}{2}-1\right)}\left(\max\left\{0, \frac{1}{2} \left[1 - Q_U \frac{\sqrt{n}}{n-1}\right]\right\}\right) \quad (9)$$

- Ako je standardna devijacija poznata potrebno je za donju granicu dopuštenog odstupanja izračunati  $\hat{p}_L$ , a za gornju granicu dopuštenog odstupanja  $\hat{p}_U$  te za dvostruke granice potrebno je izračunati oboje,  $\hat{p}_L$  i  $\hat{p}_U$ , prema sljedećim izrazima:

$$\hat{p}_L = \Phi\left(\frac{L - \bar{x}}{\sigma} \sqrt{\frac{n}{n-1}}\right) = \Phi\left(-Q_L \sqrt{\frac{n}{n-1}}\right) \quad (10)$$

$$\hat{p}_U = \Phi\left(\frac{\bar{x} - U}{\sigma} \sqrt{\frac{n}{n-1}}\right) = \Phi\left(-Q_U \sqrt{\frac{n}{n-1}}\right) \quad (11)$$

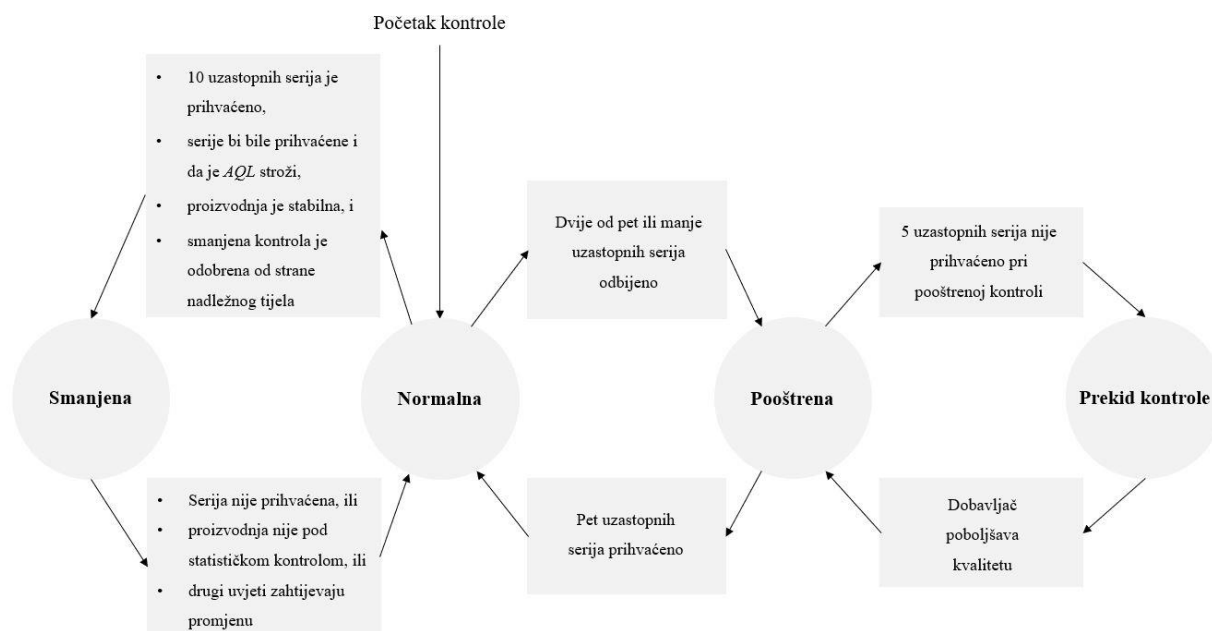
#### 4. Kriteriji prihvaćanja su sljedeći:

- Kod jednostrukih granica serija se prihvaća ako je procijenjena stopa nesukladnosti za donju granicu manja ili jednaka od konstante prihvaćanja, odnosno ako vrijedi  $\hat{p}_L \leq p^*$  te ako je procijenjena stopa nesukladnosti za gornju granicu manja ili jednaka od konstante prihvaćanja, tj.  $\hat{p}_U \leq p^*$ . Serija se odbija ako je  $\hat{p}_L > p^*$  ili ako je  $\hat{p}_U > p^*$ .
- Za dvostruke granice, serija se prihvaća ako je zbroj procijenjenih stopa nesukladnosti za donju granicu i gornju granicu manji ili jednak od konstante prihvaćanja, odnosno  $\hat{p}_L + \hat{p}_U \leq p^*$ . U suprotnom, ako je zbroj veći, serija se odbija,  $\hat{p}_L + \hat{p}_U > p^*$ .

### 2.6. Normalna, smanjena i pooštrena kontrola

Pravila prijelaza omogućuju da proizvođač ne radi na razini kvalitete koja je lošija od *AQL*-a. Započinje se s normalnom kontrolom, osim ako nije drugačije navedeno, te se koristi sve dok nije potrebna pooštrena kontrola ili dok se ne dopusti prijelaz na smanjenu kontrolu. Norma propisuje prijelaz na pooštrenu kontrolu kada rezultati kontrole pokazuju da se *AQL* prekoračuje. Nadalje, propisuje prekid kontrole ako pooštrena kontrola ne potakne proizvođača da poboljša proizvodni proces. Također, norma pruža mogućnost prijelaza na smanjenu kontrolu kada rezultati kontrole pokažu da je razina kvalitete stabilna i pouzdana na razini boljoj od *AQL*-a. [3]

Slika 3 prikazuje pravila prijelaza između smanjene, normalne i pooštrene kontrole koja su detaljnije opisana u nastavku.



Slika 3. Prikaz pravila prijelaza [3]

### 2.6.1. Prijelaz s normalne na pooštrenu kontrolu

Dolazi do prijelaza s normalne na pooštrenu kontrolu kada se dvije od pet ili manje od pet uzastopnih serija odbiju. Pooštrena kontrola postiže se povećanjem vrijednosti konstante prihvaćanja  $k$ . [3]

### 2.6.2. Prijelaz s normalne na smanjenu kontrolu

Prije prelaska na smanjenu kontrolu, mora biti prihvaćeno 10 uzastopnih serija pod sljedećim uvjetima:

- serije bi bile prihvaćene ako bi  $AQL$  bio za jednu vrijednost stroži (npr. 0,65 % umjesto 1,00 %). Za to je potrebno voditi evidenciju vrijednosti  $Q_L$  i  $Q_U$ ,
- proizvodnja je pod statističkom kontrolom, i
- smanjena kontrola poželjna je od strane nadležnog tijela.

Moguć je prijelaz s normalne na smanjenu kontrolu nakon što je prihvaćeno 10 uzastopnih serija bez uvjeta strožeg  $AQL$ -a ako je to od strane nadležnog tijela odobreno.

Smanjena kontrola koristi puno manji uzorak od normalne kontrole, a vrijednost konstante prihvatanja  $k$  također je manja. [3]

### **2.6.3. Prijelaz sa smanjene na normalnu kontrolu**

Normalna kontrola ponovno se provodi ako se dogodi barem jedno od sljedećeg:

- i. serija je odbačena,
- ii. proizvodnja više nije pod statističkom kontrolom, ili
- iii. smanjena kontrola više se ne smatra poželjnom od strane nadležnog tijela. [3]

### **2.6.4. Prijelaz s pooštrene na normalnu kontrolu**

Normalna kontrola uspostavlja se:

- i. kada je prihvaćeno pet uzastopnih serija. [3]

### **2.6.5. Prekid kontrole**

Ako broj uzastopnih odbijenih serija, koje su kontrolirane prema pooštrenoju kontroli, dosegne 5, kontrola se prekida te se kontrola ne smije nastaviti sve dok proizvođač ne poduzme radnje za poboljšanje kvalitete predanog proizvoda ili usluge i dok nadležno tijelo ne odobri da je ta radnja učinkovita. Tada se ponovno provodi pooštrena kontrola. [3]

### **2.6.6. Evidencija vrijednosti za prijelaz između kontrola**

Važno je voditi evidenciju kako bi plan uzorkovanja prema varijablama bio učinkovitiji. Potrebno je pratiti sljedeće:

- Vrijednosti  $\bar{x}$  i  $s$ , veličinu serije, razinu kontrole, ozbiljnost kontrole, kodno slovo,  $U$ ,  $L$  i  $AQL$ 
  - Kada se promjeni neka od navedenih vrijednosti, osim ozbiljnosti kontrole, potrebno je ponovno vratiti se na početak postupka plana uzorkovanja prema varijablama.
- Je li serija prihvaćena
  - Svaka serija koja je odbijena planom uzorkovanja ne smije se ponovno predati u cijelosti ili djelomično bez dopuštenja nadležnog tijela.

- Ako je serija prihvaćena, potrebno je pratiti vrijednosti  $Q_L$  i  $Q_U$  jer su važne za prijelaz na smanjenu kontrolu. [3]

## 2.7. Mjerna nesigurnost

Mjerna nesigurnost definira se kao „parametar pridružen rezultatu mjerenja koji opisuje rasipanje vrijednosti koje bi se razumno mogle pripisati mjerenoj veličini uz određenu vjerojatnost.“ [7]

Preduvjet za primjenu shema uzorkovanja predloženih u normi je utvrđivanje mjerne nesigurnosti, odnosno standardne devijacije mjerenja. Ona se utvrđuje analizom mjerenja nakon koje slijedi procjena sposobnosti mjernog sustava.

Tablice dane u normi temelje se na pretpostavci da je prava vrijednost karakteristike kvalitete  $x$  normalno distribuirana sa srednjom vrijednosti procesa  $\mu$  i poznatom ili nepoznatom standardnom devijacijom procesa  $\sigma$ . Također, pretpostavka je da se  $x$  može mjeriti bez pogreške mjerenja, ali tablice se mogu koristiti i u slučaju pogreške mjerenja. [3]

Pogreška mjerenja može biti posljedica obnovljivosti i/ili ponovljivosti. Obnovljivost predstavlja kada više osoba dobiva isti rezultat kod ponavljanja mjerenja iste jedinice, istom mjernom opremom na istom radnom mjestu pod istim uvjetima. Dok ponovljivost znači da isti mjeritelj dobiva isti rezultat kada ponavlja mjerenja iste jedinice, istom mjernom opremom na istom radnom mjestu pod istim uvjetima. [6]

U slučaju pogreške mjerenja pretpostavke su sljedeće:

- metoda mjerenja je nepristrana, odnosno očekivana vrijednost pogreške mjerenja je nula,
- pogreška mjerenja povećava pretpostavljenu varijaciju procesa te je neovisna o stvarnom procesu,
- pogreška mjerenja normalno je distribuirana s poznatom ili nepoznatom standardnom devijacijom mjerenja  $\sigma_m$ .

Iz toga slijedi da je ukupna devijacija uzrokovana varijacijom procesa  $\sigma^2$  i varijacijom mjernog sustava  $\sigma_m$ :

$$\sigma_{\text{total}} = \sqrt{\sigma^2 + \sigma_m^2} \quad (12)$$

Ako pogreška mjerenja postoji,  $\sigma_{\text{total}}$  je uvijek veći od  $\sigma$ .

Ako nije poznata niti standardna devijacija mjerenja niti standardna devijacija procesa, potrebno je provesti više mjerenja na svakoj stavci u uzorku, a ukupnu varijabilnost mjerenja potrebno je razdvojiti na glavne komponente. [3]

### 2.7.1. Standardna devijacija mjerenja manja od 10 % standardne devijacije procesa

Kada omjer standardne devijacije mjerenja i standardne devijacije procesa,  $\gamma = \sigma_m/\sigma$ , nije veći od 10 %, odnosno ako je  $\sigma_m < \sigma/10$ , tada ukupna standardna devijacija iznosi:

$$\sigma_{\text{total}} = \sqrt{\sigma^2 + (0,1\sigma)^2} = \sigma\sqrt{1 + 0,01} = 1,005\sigma$$

Iz toga slijedi da je standardna devijacija povećana za manje od 0,5 %, što je zanemarivo te se planovi uzorkovanje ne moraju prilagođavati za pogrešku mjerenja. Mjerni sustav se smatra sposobnim te daljnja prilagodba veličina uzorka nije potrebna. [3]

### 2.7.2. Standardna devijacija mjerenja veća od 10 % standardne devijacije procesa

Za standardnu devijaciju mjerenja veću od 10 % standardne devijacije procesa, planovi uzorkovanja navedeni u normi koriste se na sljedeći način [3]:

- povećava se veličina uzorka  $n$  kako bi se kompenzirala povećana varijabilnost, dok se konstanta prihvatanja,  $k$  ili  $p^*$ , ne mijenja,
- za poznatu standardnu devijaciju procesa,  $\sigma$  se koristi za izračun testne statistike prema izrazu  $\bar{x} \pm k\sigma$  ili  $\hat{p}$ , a za nepoznatu standardnu devijaciju procesa procijenjeni  $s$  ili  $\sigma$  koristi se za izraz  $\bar{x} \pm ks$  ili  $\hat{p}$ .

*Poznata standardna devijacija procesa  $\sigma$  i standardna devijacija mjerenja  $\sigma_m$*

U slučaju poznatih  $\sigma$  i  $\sigma_m$  veličina uzorka  $n$  povećava se prema izrazu [3]:

$$n^* = n(1 + \gamma^2) \quad (13)$$

*Nepoznata standardna devijacija procesa  $\sigma$  i poznata standardna devijacija mjerenja  $\sigma_m$*

Kod nepoznate  $\sigma$ , a poznate  $\sigma_m$ , za povećanje veličine uzorka  $n$  koristi se sljedeća formula:

$$n^* = n(1 + \tilde{\gamma}^2) \quad (14)$$

Gdje je:

$\tilde{y}$  – procijenjena gornja granica udjela rasipanja rezultata mjerenja u ukupnom rasipanju procesa

Procjena se računa prema izrazu:

$$s^* = \sqrt{s^2 - \sigma_m^2} \quad (15)$$

Ako je  $s^2 - \sigma_m^2 < 0$ , koristi se  $s^* = 0$ . [3]

*Nepoznata standardna devijacija procesa  $\sigma$  i standardna devijacija mjerenja  $\sigma_m$*

U slučaju nepoznatih  $\sigma$  i  $\sigma_m$  veličina uzorka  $n$  povećava se prema izrazu (14). Također, potrebno je provoditi dvostruka ili višestruka mjerenja na svakoj stavci u uzorku te rezultate mjerenja koristi za procjenu standardne devijacije procesa odvojeno od standardne devijacije mjerenja. Ovaj pristup omogućuje razdvajanje varijabilnosti koja se može pripisati procesu proizvodnje od varijabilnosti koja se pripisuje procesu mjerenja. [3]

Ukupni zbroj kvadrata mjerenja u odnosu na njihovu ukupnu srednju vrijednost dobiva se prema sljedećem izrazu:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i + \bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} \left[ (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 + (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2 + 2(x_{ij} - \bar{x}_i)(\bar{x}_i - \bar{x}_{..}) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 + \sum_{i=1}^n n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2 + 2 \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x}_{..}) \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 + \sum_{i=1}^n n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2 + 0 \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 + \sum_{i=1}^n n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2 = W + B \end{aligned} \quad (16)$$

Gdje je:

$W$  – rasipanje sume kvadrata unutar uzorka

$B$  – rasipanje sume kvadrata između uzorka

Očekivanja zbrojeva kvadrata dobivaju se prema izrazima (17) i (18):

$$E(W) = \sigma_m^2 \sum_{i=1}^n (n_i - 1) = \sigma_m^2 (N - n) \quad (17)$$

Gdje je:

$N = \sum_{i=1}^n n_i$  – ukupan broj promatranja

$$E(B) = \sigma_m^2(n - 1) + (N - n)\sigma^2 \quad (18)$$

Kvadrat standardne devijacije mjerenja može se procijeniti formulom:

$$\sigma_m^2 = W/(N - n) \quad (19)$$

Dok se kvadrat standardne devijacije procesa procjenjuje prema formuli:

$$s^2 = \hat{\sigma}^2 = [B - (n - 1)\hat{\sigma}_m^2]/(N - n) \quad (20)$$

## 2.8. Normalnost

S obzirom da su normalno distribuirani podaci važan zahtjev za primjenu planova uzorkovanja navedenih u normi, važno je provjeriti normalnost podataka prije primjene. To je moguće na nekoliko načina:

- procjenom koja se temelji na praktičnom i inženjerskom iskustvu te na stručnosti,
- procjenom koja se temelji na grafičkim, deskriptivnim metodama poput histograma, kvantil – kvantilnih dijagrama te dijagrama normalne vjerojatnosti, ili
- statističkim testovima za odstupanje od normalnosti. [3]

## 2.9. Transformacija podataka

Za podatke koji nisu normalno distribuirani, prvi korak je pronaći odgovarajuću transformaciju funkcije  $f$  promatranog podatka  $x$ , tako da  $Z = f(x)$  približno slijedi normalnu distribuciju.

Transformacije koje se nerijetko koriste su [3]:

- potencijalne transformacije,
- Box – Cox transformacije,
- Johnson-ove transformacije, i
- transformacije pomoću Pearson-ovih funkcija.

Nakon što su podaci transformirani, prilagodba normalnoj distribuciji procjenjuje se pomoću dijagrama normalne vjerojatnosti i/ili statističkih testova za normalnost.



## 2.10. Odstupanja

Odstupanje je promatranje koje se značajno razlikuje od ostalih u uzorku u kojem se pojavljuje. Čak i ako se nalazi unutar granice dopuštenog odstupanja, ono povećava varijabilnost, mijenja srednju vrijednost i može dovesti do neprihvatanja serije.

Odstupanja mogu biti rezultat neočekivanih varijabilnosti procesa, čije se vrijednosti moraju uzeti u obzir pri analizi, i/ili prisutnost posebnih uzroka koji ne predstavljaju kontrolirani i sposobni status procesa te se ne moraju uzeti u obzir pri procjeni kvalitete.

Kada dođe do odstupanja, odluku o seriji treba donijeti nadležno tijelo, te postoji mogućnost pregovora između kupca i dobavljača. [3]

## 2.11. Operativna krivulja

Operativna krivulja plana uzorkovanja (eng. *Operating Characteristic Curve*), predstavlja vjerojatnost prihvatanja serije s obzirom na udio nesukladnih jedinica. Korisna je u određivanju koliko je velik uzorak potreban da bi se prepoznala određena razlika s određenom vjerojatnošću. [1]

Primjer operativne krivulje za  $s$ -metodu prikazan je na slici 4, gdje se na osi ordinata nalazi vjerojatnost prihvatanja, a na osi apscisa nalazi udio nesukladnih jedinica.

Vjerojatnost prihvatanja za  $s$ -metodu računa se prema izrazu [3]:

$$P_a = 1 - F_{t(n-1, K_p \sqrt{n})}(k \sqrt{n}) \quad (21)$$

Gdje je:

$n$  – veličina uzorka

$k$  – konstanta prihvatanja za  $s$ -metodu

$K_p$  – gornji  $p$ -kvantil standardizirane normalne distribucije

$F_{t(n-1, K_p \sqrt{n})}(\cdot)$  – funkcija distribucije necentrirane distribucije  $t$  s  $n-1$  stupnjeva slobode te parametrom necentriranosti  $K_p \sqrt{n}$

Dok se vjerojatnost prihvatanja za  $\sigma$ -metodu računa prema izrazu:

$$P_a = 1 - \phi [\sqrt{n}(k - K_p)] \quad (22)$$

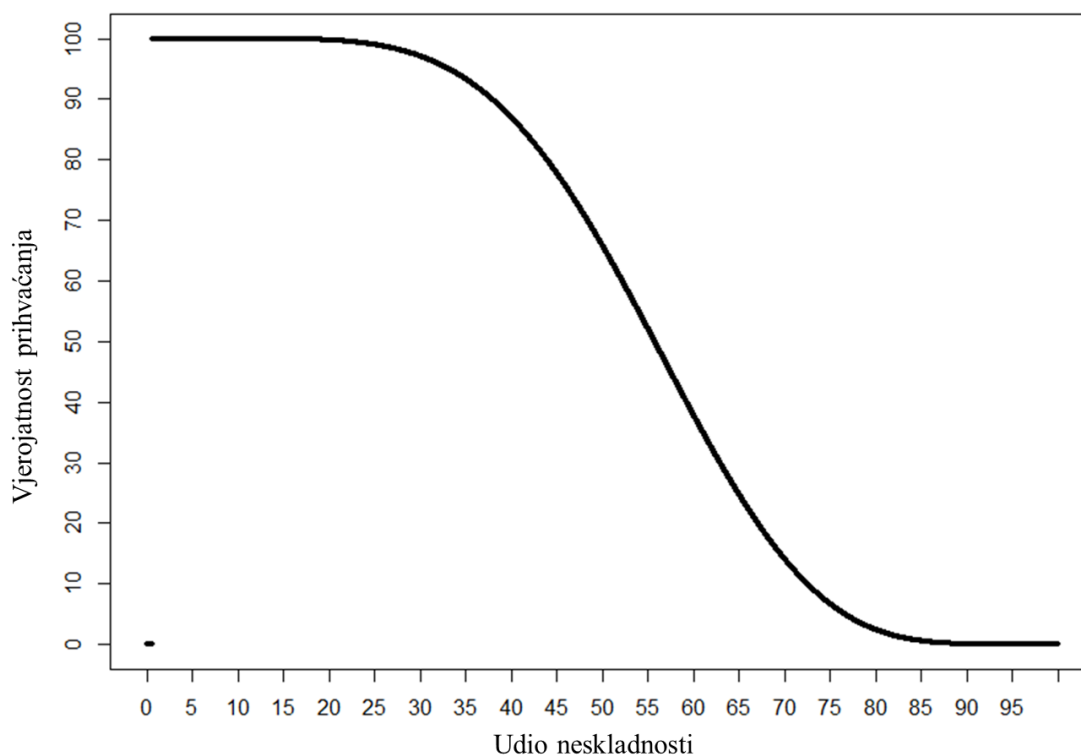
Gdje je:

$n$  – veličina uzorka

$k$  – konstanta prihvatanja za  $\sigma$ -metodu

$K_p$  – gornji  $p$ -kvantil standardizirane normalne distribucije

$\Phi(\cdot)$  – funkcija standardizirane normalne distribucije



Slika 4. Primjer operativne krivulje

## 2.12. Rizik kupca

Kvaliteta rizika kupca je kvaliteta procesa za koju je vjerojatnost prihvatanja određene serije ili proizvoda 10 %.

U  $s$ -metodi kvaliteta rizika kupca određuje se tako da je vjerojatnost prihvatanja serije jednaka 0,10:

$$1 - F_{t(n-1, K_p \sqrt{n})}(k\sqrt{n}) = 0,10 \quad (23)$$

Slično tomu, za  $\sigma$ -metodu kvaliteta rizika kupca dana je sljedećim izrazom [3]:

$$1 - \phi \left[ k - K_{0,10}/\sqrt{n} \right] = 1 - \phi \left[ k - 1,2816/\sqrt{n} \right] \quad (24)$$

**2.13. Rizik proizvođača**

Rizik proizvođača definiran je kao vjerojatnost odbijanja određene serije kada je udio nesukladnih jedinica u procesu jednak  $AQL$ -u.

Kod  $s$ -metode formula je:

$$F_{t(n-1, K_p \sqrt{n})}(k\sqrt{n}) \quad (25)$$

Rizik proizvođača kod  $\sigma$ -metode prikazan je prema sljedećem izrazu [3]:

$$\phi [\sqrt{n}(k - K_p)] \quad (26)$$

### 3. USPOREDBA S NORMOM HRN ISO 2859-1:2012

Sličnosti norme HRN ISO 3951-1:2023 s normom HRN ISO 2859-1:2012 su sljedeće [3] [8]:

- Obje norme dijele zajednički princip te koliko je to moguće, imaju istu proceduru i vokabular.
- Obje koriste *AQL* za indeksiranje planova uzorkovanja. Preferirane vrijednosti identične su vrijednostima danim za postotak nesukladnosti u normi HRN ISO 2859-1:2012.
- U oba dokumenta veličina serija i razina inspekcije određuju kodno slovo uzorka. Iz općih tablica očitava se veličina uzorka i konstanta prihvatanja s obzirom na kodno slovo i *AQL*. Postoje odvojene tablice za *s*-metodu i  $\sigma$ -metodu te za normalnu, smanjenu i pooštrenu kontrolu.
- Pravila prijelaza između normalne, smanjene i pooštrene kontrole su u osnovi ista.

Također, postoje i razlike [3] [1] [8]:

- Određivanje prihvatanja kod norme HRN ISO 2859-1:2012 određuje se brojem nesukladnih stavki pronađenih u uzorku, dok se kod norme HRN ISO 3951-1:2023 temelji na udaljenosti procijenjene srednje vrijednosti procesa od granice, tj. granica dopuštenog odstupanja u smislu procijenjene ili pretpostavljene standardne devijacije procesa.
- U normi HRN ISO 3951-1:2023 potrebno je za učinkovito funkcioniranje planova da mjerenja budu raspodijeljena prema normalnoj distribuciji, bliskoj aproksimaciji normalne distribucije ili da se podaci na odgovarajući način transformiraju u normalnu distribuciju.
- Operativne krivulje planova uzorkovanja prema varijablama ne odgovaraju operativnim krivuljama planova uzorkovanja prema atributima navedenih u normi HRN ISO 2859-1:2012.
- Za kvalitetu procesa koja odgovara *AQL*-u, rizik proizvođača da serija neće biti prihvaćena opada s povećanjem veličine uzorka zajedno, uz istovremeno smanjenje *AQL*-a. Progresije vjerojatnosti nisu identične onima u normi HRN ISO 2859-1:2012.
- Veličine uzorka za varijable za dane kombinacije kodnog slova i *AQL*-a uglavnom su manje od odgovarajućih veličina uzoraka za attribute. To se posebno odnosi na  $\sigma$ -metodu.

- Planovi dvostrukog uzorkovanja prema varijablama navedeni su zasebno u normi ISO 3951-3.
- Planovi višestrukog uzorkovanja prema varijablama nisu navedeni ni u jednom dijelu norme ISO 3951.
- Najlošija moguća prosječna kvaliteta koja je rezultat postupaka ispravljanja naziva se graničnom vrijednošću prosječne izlazne kvalitete, *AOQL* (eng. *Average Outgoing Quality Limit*), i označava maksimalnu točku na krivulji. Uglavnom je korisna kada se primjenjuje 100 % inspekcija. Iz toga slijedi da se *AOQL* ne može primijeniti u destruktivnim ili skupim ispitivanjima. Budući da se planovi za varijable općenito koriste kod destruktivnih i skupih ispitivanja, u normi nisu navedene tablice *AOQL*-a.

#### 4. USPOREDBA S NORMOM HRN ISO 3951-1:2016

Mnogi planovi uzorkovanja prilagođeni su kako bi se poboljšalo podudaranje između njihovih krivulja radnih karakteristika i krivulja radnih karakteristika za uzorkovanje prema atributima u normi ISO 2859-1.

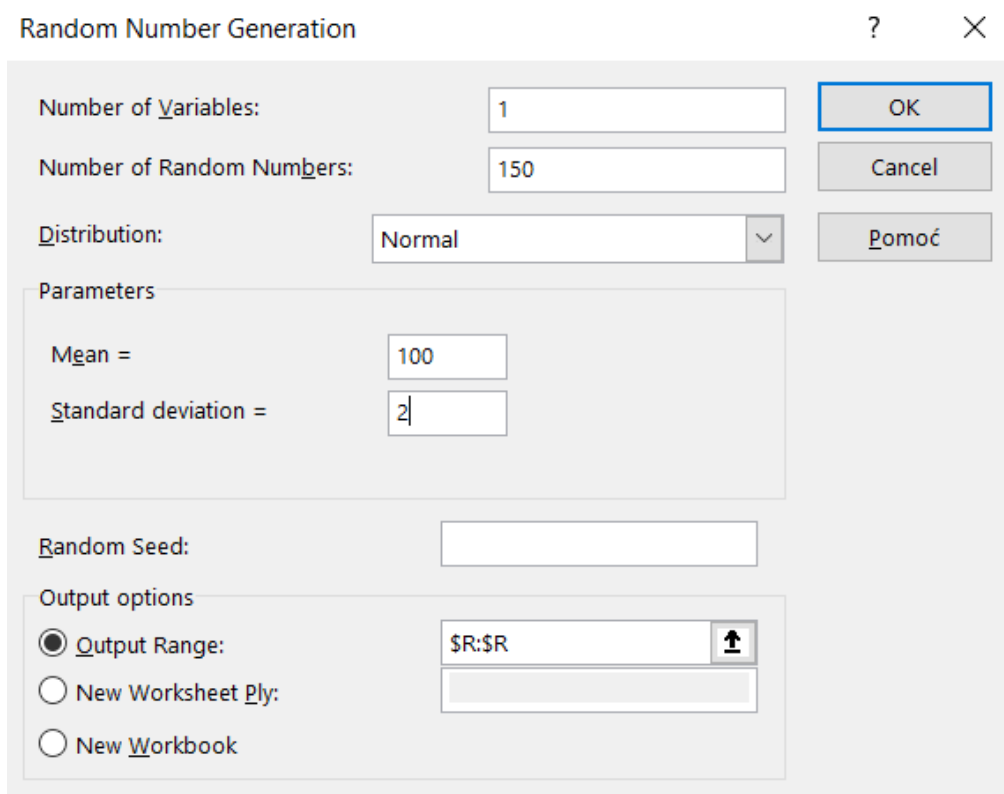
Jedna od bitnijih razlika je da se za dvostruke povezane granice prema  $s$ -metodi više nisu potrebna različita pravila za veličine uzorka  $n = 3$ ,  $n = 4$  i  $n > 4$ . Drugim riječima, bez obzira na veličinu uzorka, koristi se isti postupak. Kod novije norme omogućeno je konstruiranje krivulje prihvaćanja za dvostruke granice prema  $s$ -metodi pomoću softvera.

Također, postoje velike promjene u izgledu standarda, pri čemu su uklonjene mnoge tablice i dijagramima. Umjesto toga, dostupan je prethodno spomenuti informativni softver za preuzimanje, iako njegovo korištenje nije obvezno za primjenu norme. Taj softver proizvodi informacije koje su prethodno bile dostupne u tablicama i dijagramima. Pomoću softvera moguće je dobiti intervale pouzdanosti za udio nesukladnih jedinica u seriji, izvesti  $OC$  funkcije te izračunati kvalitetu rizika za potrošača i rizik proizvođača za sve plane uzorkovanja predstavljene u normi. [3] [9]

## 5. PRIMJENA PLANOVA UZORKOVANJA

U ovom poglavlju opisana je provedba planova uzorkovanja prema  $s$ -metodi,  $\sigma$ -metodi i  $p^*$ -metodi prema zahtjevima norme HRN ISO 3951-1:2023. Kod  $s$ -metode i  $\sigma$ -metode provedeni su planovi uzorkovanja na dva primjera, s postavljenom donjom ili gornjom granicom dopuštenog odstupanja, te s postavljenom gornjom i donjom granicom dopuštenog odstupanja. Za  $p^*$ -metodu proveden je plan uzorkovanja na jednom primjeru, s postavljenom gornjom i donjom granicom dopuštenog odstupanja.

Za sve tri metode uzorci su odabrani pomoću Excel-a, odnosno korištenjem Analize podataka za generiranje slučajnih brojeva (eng. *Random Number Generation*), kao što je prikazano na slici 5. Prvo je unesen željeni broj slučajnih brojeva (eng. *Number of Random Numbers*) koji se htio generirati, a zatim je za distribuciju odabrana normalna. Na kraju su unesene srednja vrijednost (eng. *Mean*) i standardna devijacija (eng. *Standard deviation*) za normalnu distribuciju.



Random Number Generation

Number of Variables: 1

Number of Random Numbers: 150

Distribution: Normal

Parameters

Mean = 100

Standard deviation = 2

Random Seed:

Output options

Output Range: \$R:\$R

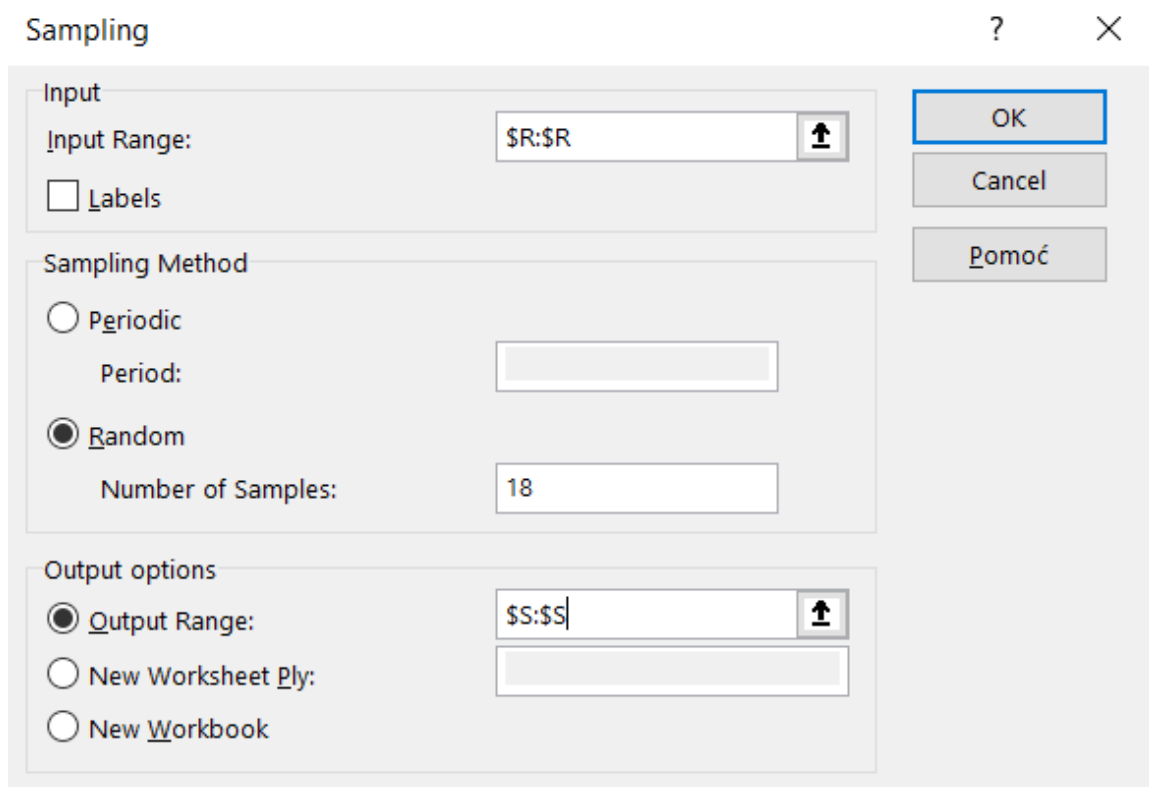
New Worksheet Ply:

New Workbook

OK Cancel Pomoć

Slika 5. Generiranje slučajnih brojeva

Zatim je pomoću opcije *Sampling*, prikazanoj na slici 6, slučajno „izvučen“ broj uzoraka (eng. *Number of Samples*) koji je definiran normom.



Slika 6. Uzorkovanje

Nakon toga provodile su se metode u skladu sa svojim zahtjevima.

## 5.1. *s*-metoda

### 5.1.1. Jednostruka gornja granica dopuštenog odstupanja *U*

Maksimalna debljina za određeni proizvod iznosi  $U = 102$  mm te je poznato da je debljina normalno raspoređena. Ispituje se veličina serije  $N = 150$  proizvoda, pri čemu prihvatljiva razina kvalitete *AQL* iznosi 1,5 %. Plan je započet s općom razinom kontrole II i režimom normalne kontrole. Također, standardna devijacija procesa nije poznata. Za veličinu serije od 150 proizvoda i opću razinu kontrole II tablica 1 navodi na kodno slovo F. Zatim je za kodno slovo F i prihvatljivu razinu kvalitete od 1,5 %, iz Tablice 2 u normi HRN ISO 3951-1:2023, očitana veličina uzorka  $n = 18$  i konstanta prihvaćanja  $k = 1,682$ . U sljedećoj tablici prikazani su rezultati mjerenja dobiveni pomoću *Random Number Generation*.



**Tablica 2. Mjerni rezultati za zadanu gornju granicu dopuštenog odstupanja, s-metoda**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, mm	Proizvod br.	Mjerni rezultat, mm	Proizvod br.	Mjerni rezultat, mm	Proizvod br.	Mjerni rezultat, mm
1	103,1	41	104,3	81	98,8	121	96,7
2	101,2	42	103,2	82	100,9	122	101,6
3	98,3	43	101	83	100,4	123	99,3
4	97,1	44	99,9	84	97,2	124	97,3
5	101,6	45	101	85	101,1	125	101
6	99,5	46	100,7	86	101,6	126	99,7
7	99,6	47	100,4	87	103,5	127	98,1
8	103	48	100,4	88	101,5	128	100,1
9	100,5	49	98,5	89	98,6	129	104,7
10	101,2	50	98,9	90	102,3	130	97,6
11	100,1	51	100,7	91	96,8	131	99,8
12	100,3	52	100,9	92	97,7	132	101,4
13	100,8	53	103,1	93	97,2	133	102,1
14	100,8	54	94,5	94	98,1	134	98,3
15	100,2	55	101,8	95	96,3	135	97,3
16	99,8	56	103,2	96	100,3	136	100,2
17	102,7	57	100,3	97	100,8	137	100
18	99,6	58	96,3	98	103,6	138	97,6
19	98,4	59	98,1	99	102,9	139	97,7
20	100,4	60	96,5	100	102,6	140	98,8
21	100,8	61	99,3	101	97,9	141	100,6
22	99,6	62	101,1	102	103,7	142	102,5
23	95,7	63	95,4	103	96	143	100,6
24	98,6	64	100,9	104	99,1	144	100,8
25	97,4	65	101,2	105	100	145	101
26	101,6	66	100,3	106	101	146	98,9
27	102	67	96,6	107	100,5	147	96,3
28	98,5	68	99,1	108	98,7	148	101
29	97	69	104	109	98,2	149	98
30	98,6	70	98,4	110	103,4	150	100,9
31	98,8	71	99,3	111	101,5		
32	98	72	99,4	112	103,5		
33	97,9	73	98,1	113	96,2		
34	103,6	74	102,2	114	101,5		
35	99,8	75	100	115	101		
36	102	76	99,1	116	97		
37	100,3	77	100,8	117	99,6		
38	104,5	78	103,8	118	101		
39	101	79	98,3	119	102,9		
40	101,7	80	96,8	120	100		

Nasumičnim odabirom izvučeni su sljedeći podaci prikazani u tablici 3.

Tablica 3. Nasumično odabrani mjerni rezultati, s-metodu

Proizvod br.	Mjerni rezultat, mm
111	101,5
116	97
40	101,7
106	101
99	102,9
110	103,4
30	98,6
74	102,2
130	97,6
136	100,2
91	96,8
84	97,2
25	97,4
20	100,4
149	98
32	98
18	99,6
92	97,7

Zatim je izračunata aritmetička sredina uzorka  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = 99,5551 \text{ mm}$$

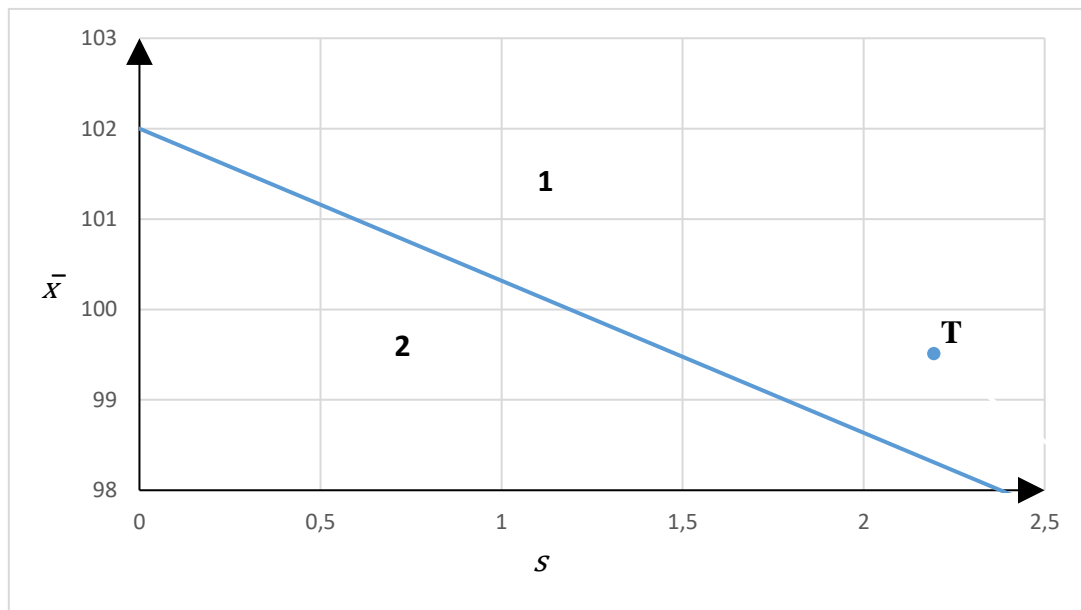
standardna devijacija  $s$ :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n - 1}} = 2,1943 \text{ mm}$$

te gornja statistička kvaliteta  $Q_U$ :

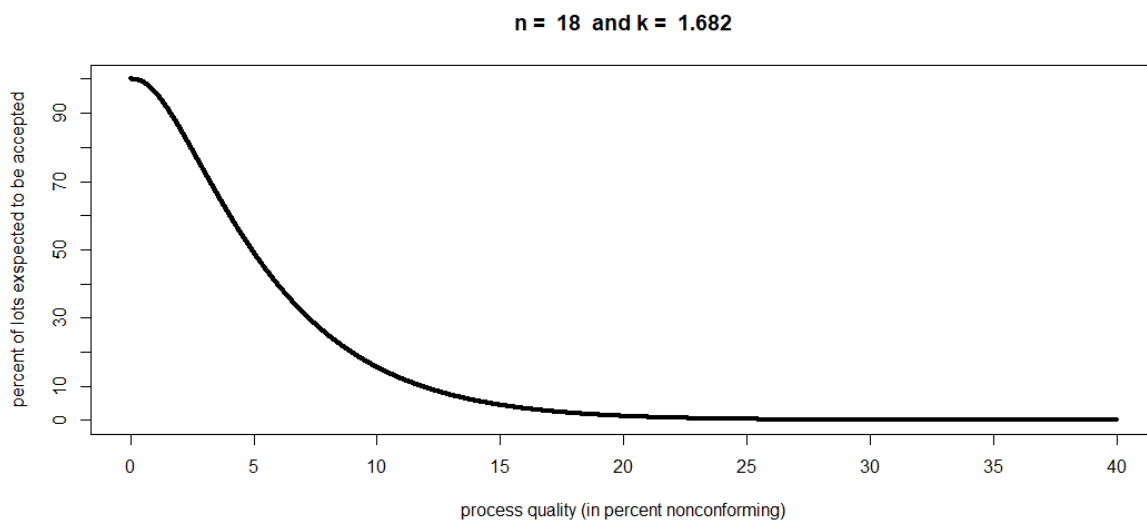
$$Q_U = \frac{U - \bar{x}}{s} = 1,1343$$

S obzirom da je gornja statistička kvaliteta manja od konstante prihvatanja,  $Q_U < k$ , isporuka se odbija. Također, na slici 7 je prikazan dijagram prihvatanja za zadani  $U$ , te je vidljivo da se točka T (2,1943; 99,5551) ne nalazi u području prihvatanja, tj. u području 2, već se nalazi u području odbijanja, odnosno u području 1.



Slika 7. Dijagram prihvatanja za zadanu gornju granicu dopuštenog odstupanja, s-metoda

Na slici 8 prikazana je operativna krivulja za provedeni primjer, dobivena pomoću softvera R, iz koje je vidljivo da smanjenjem vjerojatnosti prihvatanja, udio nesukladnosti, odnosno postotak proizvoda koji ne zadovoljava standarde kvalitete, raste.



Slika 8. Operativna krivulja za režim normalne kontrole, s-metoda

Rizik kupca prema Tablici F.1 prikazanoj u normi, iznosi 11,8 %, što znači da vjerojatnost prihvatanja serije prema režimu normalne kontrole za udio nesukladnih jedinica jednak 10 %, iznosi  $P_a = 88,2 \%$ .

Rizik proizvođača, prema Tablici G.1 prikazanoj u normi, iznosi 8,54 %, odnosno vjerojatnost prihvaćanja serije prema režimu normalne kontrole za udio nesukladnih jedinica jednak  $AQL$ -u, u ovom primjeru je to 1,5 %, iznosi  $P_a = 91,46$  %.

### 5.1.2. Dvostruke granice dopuštenog odstupanja, $U$ i $L$

Maksimalni iznos napona za određeni proizvod iznosi  $U = 21$  V, dok je minimalni iznos napona  $L = 19$  V. Provedeno je ispitivanje veličine serije  $N = 90$  proizvoda te je iznos prihvatljive razine kvalitete  $AQL = 2,5$  %. Plan je započet s općom razinom kontrole II te s režimom pooštrene kontrole. S obzirom da se radi o  $s$ -metodi, standardna devijacija nije poznata i podaci su normalno distribuirani. Za navedenu veličinu serije od 90 proizvoda i opću kontrolu II, iz tablice 1, prikazane u ovom diplomskom radu, očitano je kodno slovo E. Nakon toga je za kodno slovo E i  $AQL = 2,5$  %, iz Tablice 2 koja se nalazi u normi, očitana veličina uzorka  $n = 13$  i konstanta prihvaćanja  $k = 1,569$ . Rezultati dobiveni pomoću *Random Number Generation* prikazani su u nastavku.

**Tablica 4. Mjerni rezultati za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja,  $s$ -metoda**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, V	Proizvod br.	Mjerni rezultat, V
1	21,1	46	20,9
2	20,4	47	19,8
3	19,8	48	20,3
4	19,5	49	20,8
5	18,4	50	20,9
6	18,0	51	20,6
7	19,7	52	20,0
8	20,0	53	21,0
9	19,6	54	19,6
10	20,0	55	20,3
11	19,1	56	20,8
12	19,9	57	21,0
13	20,8	58	18,7
14	18,3	59	19,8
15	18,5	60	20,7
16	20,2	61	19,8
17	18,4	62	19,7
18	21,7	63	20,3
19	21,4	64	20,8
20	19,9	65	18,9
21	20,0	66	20,0
22	20,4	67	21,3
23	19,2	68	20,5
24	20,6	69	20,1
25	22,3	70	20,2

26	20,0	71	21,3
27	20,2	72	19,9
28	19,3	73	19,6
29	18,0	74	19,6
30	20,2	75	18,9
31	20,4	76	21,1
32	20,0	77	18,9
33	18,3	78	20,1
34	20,5	79	20,2
35	18,8	80	19,9
36	19,2	81	18,5
37	20,7	82	20,4
38	20,6	83	20,1
39	20,8	84	19,3
40	20,2	85	20,0
41	18,7	86	21,2
42	20,2	87	19,9
43	20,8	88	20,4
44	21,3	89	21,2
45	21,5	90	19,5

Sljedeći podaci prikazani u tablici 5 dobiveni su putem nasumičnog odabira.

**Tablica 5. Nasumično odabrani mjerni rezultati, s-metoda**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, V
51	20,6
57	21,0
4	19,5
46	20,9
85	20,0
81	18,5
21	20,0
58	18,7
68	20,5
25	22,3
21	20,0
74	19,6
27	20,2

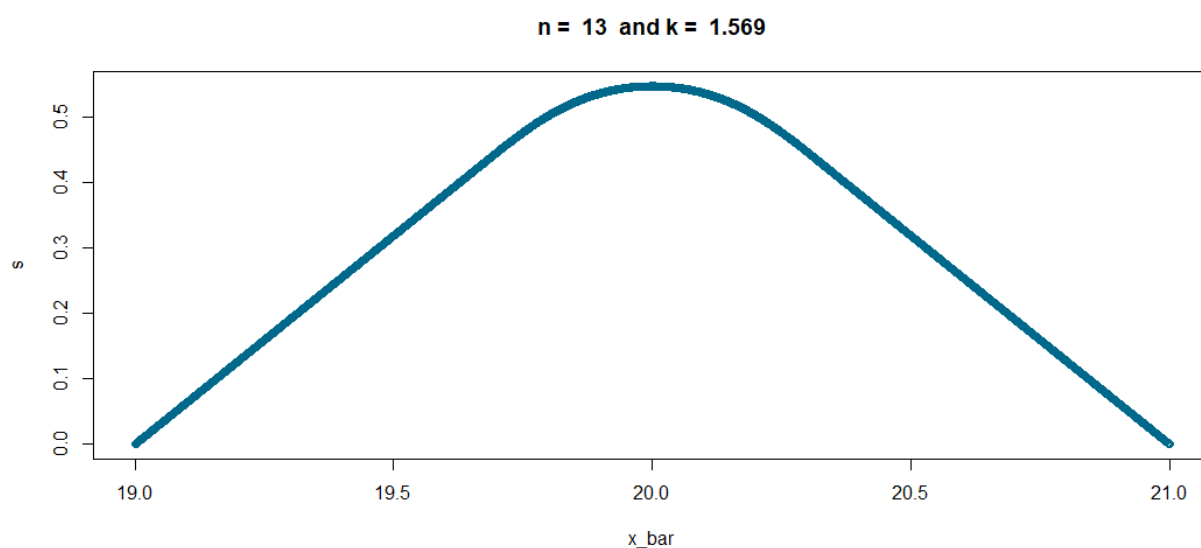
U skladu s postupkom opisanim u normi HRN ISO 3951-1:2023, izračunata je aritmetička sredina uzorka  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = 20,1385 \text{ V}$$

standardna devijacija  $s$ :

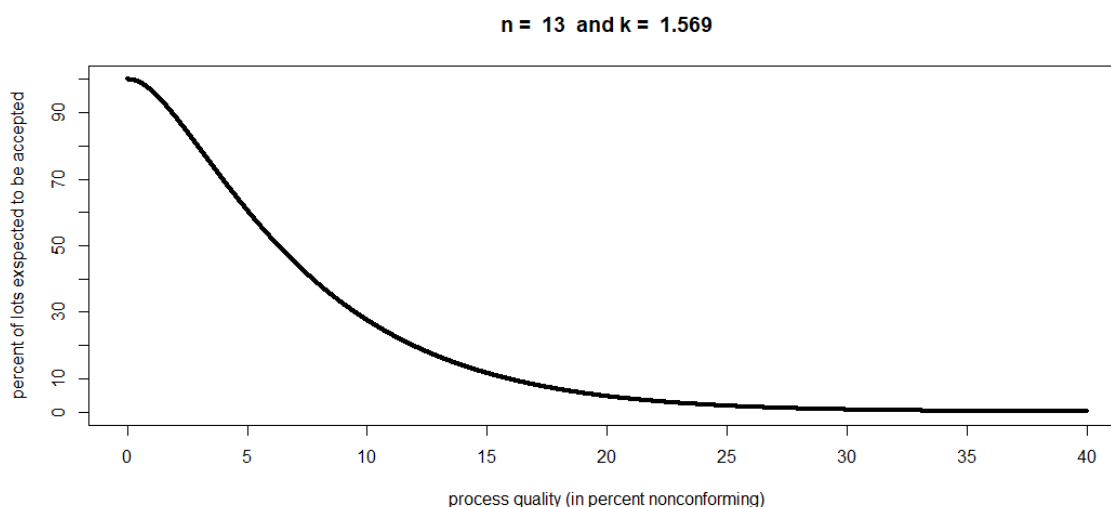
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n - 1}} = 0,9938 \text{ V}$$

S obzirom da je  $\bar{x} > L$  i  $\bar{x} < U$ , prelazi se na dijagram prihvatanja koji je prikazan na slici 9. Vidljivo je da točka ( $\bar{x} = 20,1385, s = 0,9938$ ) izvan područja prihvatanja što rezultira odbijanjem isporuke.



**Slika 9. Dijagram prihvatanja za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja,  $s$ -metoda**

Na sljedećoj slici prikazana je operativna krivulja za primjer primjene  $s$ -metode s definiranim dvostrukim granicama dopuštenog odstupanja.



**Slika 10. Operativna krivulja za režim pooštrene kontrole, s-metoda**

Rizik kupca prema Tablici F.3 prikazanoj u normi, iznosi 15,8 %, što znači da vjerojatnost prihvaćanja serije prema režimu pooštrene kontrole za udio nesukladnih jedinica jednak 10 %, iznosi  $P_a = 84,2$  %.

Rizik proizvođača, prema Tablici G.3 prikazanoj u normi, također iznosi 15,8 %, odnosno vjerojatnost prihvaćanja serije prema režimu pooštrene kontrole za udio nesukladnih jedinica jednak  $AQL$ -u, u ovom primjeru je to 2,5 %, iznosi  $P_a = 84,2$  %.

## 5.2. $\sigma$ -metoda

### 5.2.1. Jednostruka donja granica dopuštenog odstupanja $L$

Minimalna temperatura za određeni proizvod iznosi  $L = 55,70$  °C i poznato je da je temperatura normalno distribuirana. Standardna devijacija je poznata te iznosi  $\sigma = 1,30$  °C. Ispitana je veličina serija od 160 proizvoda uz primjenu opće razine kontrole II i uz primjenu režima smanjene kontrole. Prema tablici 1, odabire se kodno slovo G za odgovarajući plan uzorkovanja. Nakon toga, za kodno slovo G i ugovorom dogovorenu prihvatljivu razinu kvalitete u iznosu od 1,5 %, iz Tablice 7, prikazanoj u normi, očitana je veličina uzorka  $n = 8$  i konstanta prihvaćanja  $k = 1,419$ . Rezultati dobiveni u Excel-u prikazani su u sljedećoj tablici.

**Tablica 6. Mjerni rezultati za zadanu donju granicu dopuštenog odstupanja,  $\sigma$ -metoda**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, °C	Proizvod br.	Mjerni rezultat, °C	Proizvod br.	Mjerni rezultat, °C	Proizvod br.	Mjerni rezultat, °C
1	55,7	41	57,9	81	58,8	121	57,5
2	59,3	42	58,5	82	60,2	122	57,2
3	58,0	43	59,1	83	59,1	123	56,8
4	56,9	44	60,8	84	59,9	124	62,9
5	58,7	45	59,3	85	57,2	125	60,5
6	60,5	46	58,3	86	58,5	126	56,7
7	59,9	47	60,6	87	59,6	127	56,5
8	55,1	48	58,2	88	58,9	128	55,2
9	58,6	49	56,1	89	53,6	129	61,2
10	56,0	50	60,0	90	60,2	130	62,6
11	60,4	51	57,0	91	58,0	131	57,9
12	59,0	52	58,7	92	59,1	132	57,9
13	58,6	53	58,7	93	58,9	133	59,9
14	64,6	54	58,1	94	58,5	134	60,5
15	58,9	55	55,4	95	60,4	135	57,3
16	58,0	56	61,0	96	60,7	136	57,8
17	59,8	57	61,6	97	60,3	137	57,0
18	56,7	58	59,5	98	56,9	138	63,6
19	59,9	59	61,0	99	59,9	139	58,5
20	59,9	60	56,6	100	58,2	140	60,1
21	62,3	61	58,8	101	58,8	141	58,3
22	55,4	62	59,3	102	56,8	142	58,0
23	56,6	63	60,9	103	57,7	143	58,2
24	57,2	64	58,6	104	58,9	144	56,6
25	57,1	65	57,2	105	58,2	145	57,0
26	55,4	66	59,5	106	55,8	146	55,6
27	63,2	67	58,3	107	56,8	147	58,9
28	59,4	68	62,7	108	58,4	148	55,9
29	59,0	69	56,4	109	61,2	149	59,2
30	63,4	70	60,4	110	58,4	150	61,6
31	54,5	71	58,0	111	58,6	151	60,1
32	59,0	72	58,1	112	58,3	152	61,8
33	55,8	73	55,3	113	59,7	153	58,4
34	59,4	74	61,1	114	58,2	154	56,3
35	59,0	75	59,5	115	59,7	155	57,2
36	59,1	76	61,2	116	56,7	156	61,0
37	61,0	77	60,1	117	56,5	157	62,6
38	58,7	78	56,6	118	59,2	158	56,8
39	60,5	79	57,8	119	57,5	159	60,5
40	58,1	80	58,6	120	60,0	160	58,4



Pomoću alata *Sampling* dobiveni su sljedeći proizvodi.

**Tablica 7. Nasumično odabrani mjerni rezultati,  $\sigma$ -metoda**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, °C
131	57,9
63	60,9
82	60,2
81	58,8
146	55,6
123	56,8
58	59,5
43	59,1

Nakon toga je izračunata aritmetička sredina uzorka  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = 58,6 \text{ °C}$$

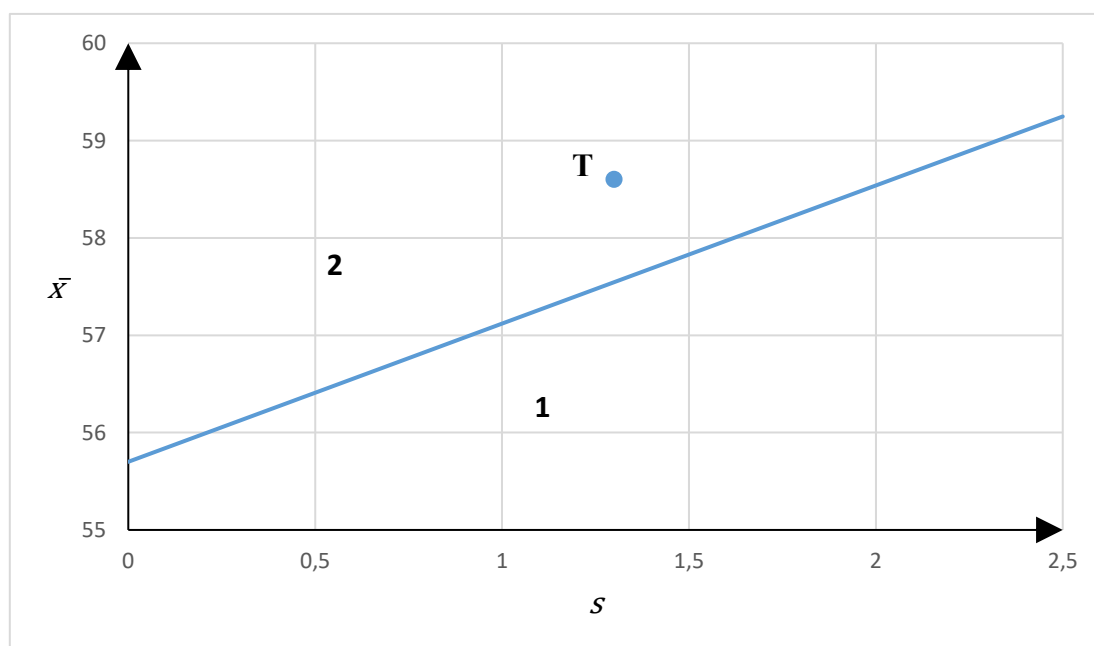
standardna devijacija  $s$ :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n - 1}} = 1,7598 \text{ °C}$$

te donja statistička kvaliteta  $Q_L$ :

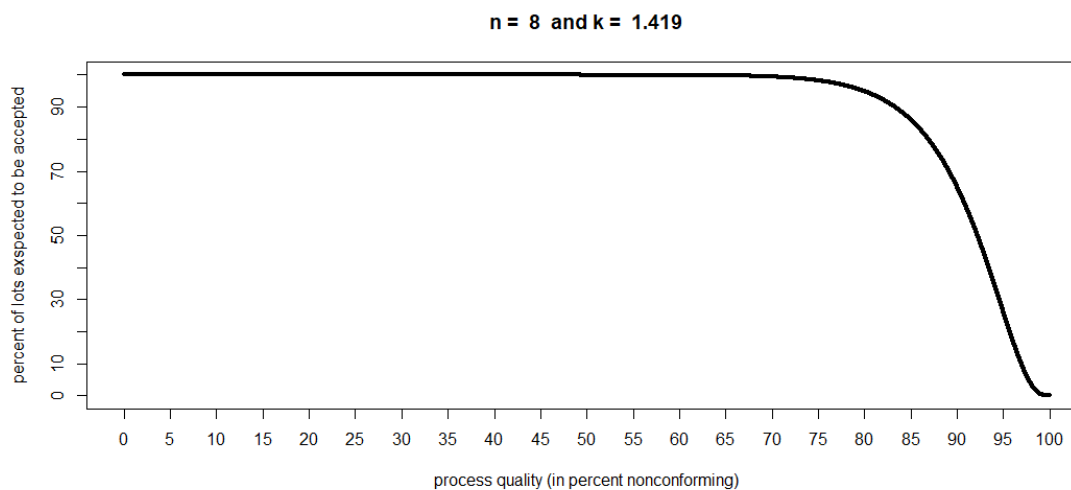
$$Q_L = \frac{\bar{x} - L}{\sigma} = 2,2308$$

S obzirom da je donja statistička kvaliteta veća od konstante prihvatanja,  $Q_L > k$ , isporuka se prihvaća. Ovaj primjer je dodatno prikazan na dijagramu prihvatanja za zadanu donju granicu dopuštenog odstupanja na slici 11. Vidljivo je kako se točka T (1,30; 58,60) nalazi u području prihvatanja, odnosno u području 2, što potvrđuje prijašnju odluku o prihvatanju isporuke.



**Slika 11. Dijagram prihvatanja za zadanu donju granicu dopuštenog odstupanja,  $\sigma$ -metoda**

Na slici 12 prikazana je operativna krivulja za opisani primjer.



**Slika 12. Operativna krivulja za režim smanjene kontrole,  $\sigma$ -metoda**

Rizik kupca prema Tablici F.6 prikazanoj u normi, iznosi 16,7 %, što znači da vjerojatnost prihvatanja serije prema režimu normalne kontrole za udio nesukladnih jedinica jednak 10 %, iznosi  $P_a = 83,3$  %.

Rizik proizvođača, prema Tablici G.6 prikazanoj u normi, iznosi 1,68 %, odnosno vjerojatnost prihvaćanja serije prema režimu normalne kontrole za udio nesukladnih jedinica jednak  $AQL$ -u, u ovom primjeru je to 1,5 %, iznosi  $P_a = 98,32$  %.

### 5.2.2. Dvostruke granice dopuštenog odstupanja, $U$ i $L$

Maksimalni iznos sile za određeni proizvod iznosi  $U = 15$  N, dok je minimalni iznos sile  $L = 12$  N. Provedeno je ispitivanje veličine serije  $N = 160$  proizvoda te je iznos prihvatljive razine kvalitete  $AQL = 2,5$  %. Plan je započeti s općom razinom kontrole III te s režimom normalne kontrole. S obzirom da se radi o  $\sigma$ -metodi, standardna devijacija je poznata i iznosi  $\sigma = 0,3$  N. Kao i u dosadašnjim primjerima, podaci su normalno distribuirani. Za navedenu veličinu serije od 160 proizvoda i opću kontrolu III, iz tablice 1, očitano je kodno slovo H. Nakon toga je za kodno slovo H i  $AQL = 2,5$  %, iz Tablice 5 koja se nalazi u normi, očitana veličina uzorka  $n = 16$  i konstanta prihvaćanja  $k = 1,439$ . Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 8.

**Tablica 8. Mjerni rezultati za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja,  $\sigma$ -metoda**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, N	Proizvod br.	Mjerni rezultat, N	Proizvod br.	Mjerni rezultat, N	Proizvod br.	Mjerni rezultat, N
1	12,4	41	14,4	81	14,6	121	15,2
2	13,1	42	13,7	82	13,8	122	12,2
3	17,3	43	14,2	83	11,8	123	11,9
4	12,8	44	15,2	84	12,9	124	14,4
5	15,4	45	15,0	85	11,0	125	10,8
6	15,7	46	12,4	86	15,8	126	14,3
7	18,4	47	13,7	87	15,4	127	12,2
8	15,2	48	14,6	88	12,5	128	10,9
9	13,0	49	10,5	89	16,0	129	13,7
10	10,5	50	11,7	90	14,0	130	10,2
11	14,3	51	13,1	91	10,0	131	12,6
12	17,9	52	15,7	92	14,2	132	14,7
13	14,4	53	14,4	93	16,5	133	12,4
14	10,8	54	13,3	94	16,2	134	12,5
15	9,4	55	9,8	95	13,6	135	13,0
16	12,7	56	9,3	96	15,6	136	13,2
17	14,1	57	10,9	97	12,5	137	14,7
18	14,0	58	10,4	98	11,9	138	15,7
19	10,1	59	10,7	99	13,7	139	11,5
20	15,6	60	11,8	100	13,1	140	15,2
21	14,6	61	11,8	101	15,3	141	16,4
22	15,1	62	9,5	102	12,9	142	15,1
23	15,7	63	15,6	103	12,0	143	15,7
24	13,1	64	14,0	104	10,1	144	9,7
25	13,5	65	14,6	105	16,5	145	14,9
26	11,4	66	14,9	106	13,1	146	12,1

27	14,0	67	15,0	107	14,4	147	12,3
28	12,5	68	13,8	108	14,1	148	15,3
29	16,2	69	12,5	109	13,1	149	14,6
30	14,4	70	13,2	110	12,6	150	14,1
31	16,4	71	12,1	111	14,2	151	10,8
32	8,6	72	13,9	112	12,1	152	14,1
33	13,0	73	16,4	113	12,3	153	9,5
34	13,5	74	14,4	114	15,4	154	14,7
35	12,6	75	15,4	115	12,5	155	15,4
36	10,9	76	12,9	116	15,0	156	15,6
37	14,8	77	13,5	117	11,3	157	13,1
38	13,1	78	15,8	118	15,1	158	11,9
39	13,3	79	11,4	119	11,8	159	12,9
40	14,4	80	10,3	120	14,7	160	13,6

Nasumično odabrani mjerni rezultati prikazani su u tablici 9.

**Tablica 9. Nasumično odabrani mjerni rezultati,  $\sigma$ -metoda**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, N
130	10,2
32	8,6
153	9,5
129	13,7
60	11,8
148	15,3
113	12,3
94	16,2
81	14,6
45	15,0
41	14,4
73	16,4
19	10,1
25	13,5
24	13,1
18	14,0

Nakon toga izračunata je aritmetička sredina uzorka  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = 13,0438 \text{ N}$$

standardna devijacija  $s$ :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n - 1}} = 2,410 \text{ N}$$

S obzirom da je  $\bar{x} < U$  te  $\bar{x} > L$  nastavlja se s idućim koracima te se računa gornja statistička kvaliteta  $Q_U$ :

$$Q_U = \frac{U - \bar{x}}{\sigma} = 3,9124$$

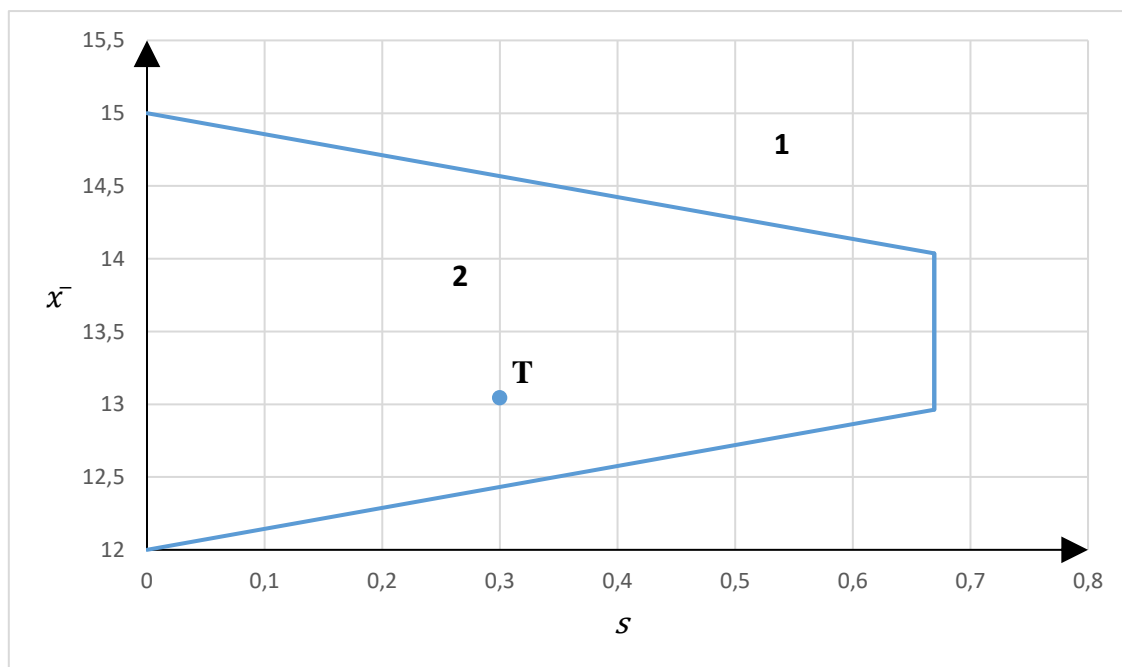
i donja statistička kvaliteta  $Q_L$ :

$$Q_L = \frac{\bar{x} - L}{\sigma} = 2,0876$$

Budući da su gornja i donja statistička kvaliteta,  $Q_U$  i  $Q_L$ , veće od konstante prihvatanja  $k$ , računa se maksimalna standardna devijacija procesa. Iz Tablice 11 u normi očitana je vrijednost faktora  $f_\sigma$ . S obzirom na zadani  $AQL$  iznosi  $f_\sigma = 0,2231$ :

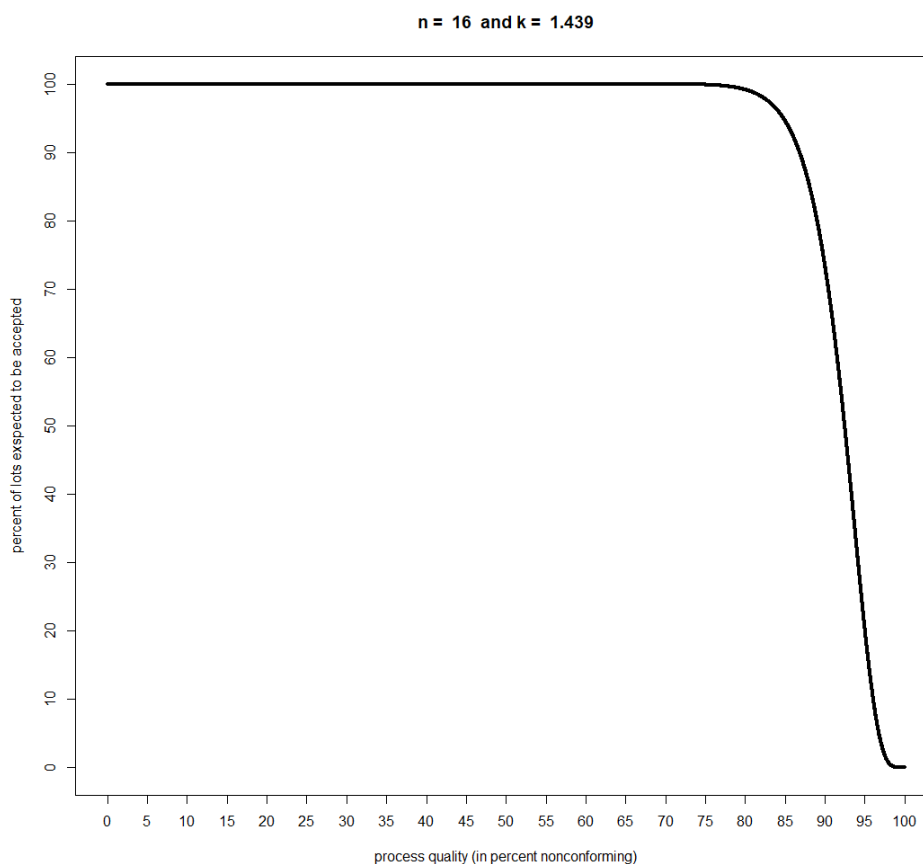
$$MPSD = \sigma_{\max} = (U - L) * f_\sigma = 0,6693$$

Zbog toga što je  $\sigma = 0,3 > 0,75\sigma_{\max} = 0,502$ , isporuka se prihvaća. Ovo rješenje je potkrijepljeno i dijagramom prihvatanja koji je prikazan na sljedećoj slici. Na dijagramu je vidljivo kako se točka T (0,3; 13,0438) nalazi u području prihvatanja, tj. području 2, što potvrđuje prihvaćenje isporuke.



Slika 13. Dijagram prihvatanja za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja,  $\sigma$ -metoda

Na slici 14 prikazana je operativna krivulja za primjer primjene  $\sigma$ -metode s definiranim dvostrukim granicama dopuštenog odstupanja.



**Slika 14. Operativna krivulja za režim normalne kontrole,  $\sigma$ -metoda**

Rizik kupca prema Tablici F.2 prikazanoj u normi, iznosi 13,2 %, što znači da vjerojatnost prihvaćanja serije prema režimu normalne kontrole za udio nesukladnih jedinica jednak 10 %, iznosi  $P_a = 86,8$  %.

Rizik proizvođača, prema Tablici G.2 prikazanoj u normi, iznosi 1,86 %, odnosno vjerojatnost prihvaćanja serije prema režimu normalne kontrole za udio nesukladnih jedinica jednak  $AQL$ -u, u ovom primjeru je to 2,5 %, iznosi  $P_a = 98,14$  %

### 5.3. $p^*$ -metoda

#### 5.3.1. Dvostruke granice dopuštenog odstupanja, $U$ i $L$

Minimalna vlačna čvrstoća čelika koja se koristi u određenoj primjeni iznosi  $L = 250$  N/mm<sup>2</sup>, dok je maksimalna vlačna čvrstoća za isti čelik  $U = 500$  N/mm<sup>2</sup>. Ispitana je serija veličine  $N = 140$  proizvoda s dogovorenom prihvatljivom razinom kvalitete  $AQL = 4$  %. Plan je započet s

općom razinom kontrole I i s režimom normalne kontrole. Također je poznato da standardna devijacija nije poznata i da su podaci normalno raspoređeni. Za navedenu veličinu serije od 140 proizvoda i opću kontrolu I, iz tablice 1, očitano je kodno slovo D. Zatim je iz Tablice 8 u normi, za kodno slovo D i  $AQL = 4\%$ , očitana veličina uzorka  $n_s = 9$  i konstanta prihvatanja, odnosno maksimalni udio nesukladnosti,  $p^* = 0,1082$ . Mjerni rezultati za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja prikazani su u nastavku.

**Tablica 10. Mjerni rezultati za zadanu gornju i donju granicu dopuštenog odstupanja,  $p^*$ -metoda**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, N/mm <sup>2</sup>	Proizvod br.	Mjerni rezultat, N/mm <sup>2</sup>	Proizvod br.	Mjerni rezultat, N/mm <sup>2</sup>	Proizvod br.	Mjerni rezultat, N/mm <sup>2</sup>
1	349	36	408	71	436	106	305
2	329	37	427	72	259	107	340
3	305	38	592	73	394	108	295
4	285	39	399	74	410	109	192
5	347	40	137	75	439	110	553
6	450	41	395	76	364	111	623
7	487	42	326	77	183	112	549
8	388	43	409	78	294	113	479
9	542	44	223	79	323	114	358
10	476	45	288	80	422	115	389
11	226	46	287	81	334	116	264
12	434	47	421	82	273	117	341
13	290	48	352	83	320	118	491
14	410	49	300	84	454	119	494
15	421	50	367	85	291	120	313
16	292	51	514	86	532	121	351
17	225	52	441	87	298	122	243
18	362	53	280	88	528	123	325
19	571	54	352	89	362	124	402
20	265	55	529	90	372	125	572
21	416	56	437	91	382	126	328
22	489	57	331	92	452	127	449
23	627	58	429	93	474	128	543
24	381	59	317	94	615	129	331
25	291	60	346	95	426	130	312
26	206	61	317	96	267	131	311
27	346	62	322	97	376	132	353
28	436	63	405	98	428	133	357
29	270	64	415	99	384	134	456
30	362	65	435	100	341	135	368
31	412	66	504	101	401	136	394
32	518	67	470	102	241	137	522
33	370	68	339	103	338	138	238
34	277	69	334	104	497	139	498
35	587	70	408	105	296	140	354

Mjerni rezultati dobiveni nasumičnim odabirom u Excel-u su sljedeći.

**Tablica 11. Nasumično odabrani mjerni rezultati,  $p^*$ -metoda**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, N/mm <sup>2</sup>
18	362
14	410
22	489
133	357
89	362
55	529
69	334
121	351
126	328

U skladu s postupkom opisanim u normi HRN ISO 3951-1:2023, izračunata je aritmetička sredina uzorka  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = 391,333 \text{ N/mm}^2$$

standardna devijacija  $s$ :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n - 1}} = 71,295 \text{ N/mm}^2$$

te udjeli nesukladnosti prema sljedećim izrazima:

$$\hat{p}_L = F_{BETA\left(\frac{n}{2}-1, \frac{n}{2}-1\right)}\left(\max\left\{0, \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\bar{x} - L}{s} \frac{\sqrt{n}}{n-1}\right\}\right) = F_{BETA(3,5;3,5)}(\max\{0; 0,1283\}) = 0,01085$$

$$\hat{p}_U = F_{BETA\left(\frac{n}{2}-1, \frac{n}{2}-1\right)}\left(\max\left\{0, \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{U - \bar{x}}{s} \frac{\sqrt{n}}{n-1}\right\}\right) = F_{BETA(3,5;3,5)}(\max\{0; 0,2142\}) = 0,05393$$

S obzirom da je zbroj procijenjenih stopa nesukladnosti za donju granicu i gornju granicu manji od konstante prihvatanja, odnosno  $\hat{p}_L + \hat{p}_U = 0,06478 \leq p^* = 0,1082$ , isporuka se prihvaća.



## 6. NOVO UVEDENE PROCEDURE

Na sljedećem primjeru prikazat će se novo uvedene procedure za koje se uzima u obzir nesigurnost rezultata mjerenja.

Karakteristična značajka proizvoda koja se prati planom prijema prema normi HRN ISO 3951-1:2023 je parametar hrapavosti  $R_z$ . Vrijednost parametra  $R_z$  ne smije biti veći od 6  $\mu\text{m}$ . Nije poznato rasipanje procesa niti rasipanje mjernog sustava. Iskustveno se pretpostavlja da je udio rasipanja mjernog sustava u rasipanje samog procesa u rasponu od 10 % do 20 %. Isporuka broji 160 jedinica proizvoda i primjenom režima normalne kontrole ne smije biti veći udio nesukladnih jedinica od 0,65 %. Iz tablice 1 očitano je kodno slovo G, a iz Tablice 2 za kodno slovo G i  $AQL = 0,65\%$  očitana je veličina uzorka  $n = 22$  i konstanta prihvatanja  $k = 1,972$ . Mjerni rezultati prikazani su u sljedećoj tablici.

**Tablica 12. Mjerni rezultati**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, $\mu\text{m}$	Proizvod br.	Mjerni rezultat, $\mu\text{m}$	Proizvod br.	Mjerni rezultat, $\mu\text{m}$	Proizvod br.	Mjerni rezultat, $\mu\text{m}$
1	3,992	41	4,009	81	3,971	121	3,995
2	3,991	42	4,035	82	4,073	122	4,021
3	3,958	43	4,010	83	3,979	123	4,020
4	4,083	44	3,988	84	3,958	124	4,004
5	3,934	45	4,039	85	4,043	125	4,010
6	4,027	46	3,996	86	3,985	126	4,041
7	4,002	47	3,967	87	4,008	127	4,008
8	4,017	48	3,965	88	4,002	128	4,007
9	3,987	49	3,965	89	4,002	129	3,997
10	4,011	50	4,013	90	3,939	130	3,985
11	3,980	51	4,008	91	4,012	131	4,039
12	4,048	52	3,970	92	4,028	132	4,009
13	4,037	53	3,991	93	3,987	133	3,989
14	3,975	54	4,005	94	4,005	134	3,978
15	4,019	55	4,041	95	3,984	135	4,038
16	4,012	56	4,007	96	4,030	136	3,978
17	3,961	57	4,006	97	4,031	137	4,003
18	4,023	58	3,983	98	3,963	138	4,016
19	3,976	59	4,001	99	3,986	139	4,029
20	4,049	60	4,005	100	4,001	140	3,982
21	3,995	61	3,988	101	3,960	141	3,984
22	3,975	62	4,006	102	3,990	142	3,991
23	4,043	63	3,992	103	3,984	143	4,038
24	4,002	64	4,001	104	4,006	144	3,982
25	3,993	65	3,974	105	4,063	145	3,987
26	4,024	66	4,022	106	3,961	146	3,971
27	3,975	67	3,954	107	4,031	147	3,983
28	3,985	68	4,035	108	3,993	148	3,986
29	4,036	69	3,967	109	3,960	149	3,971

30	4,027	70	3,996	110	3,999	150	3,980
31	3,993	71	3,955	111	3,960	151	3,973
32	3,991	72	3,994	112	4,013	152	3,946
33	4,049	73	4,070	113	3,994	153	4,016
34	4,033	74	4,003	114	3,965	154	3,960
35	3,968	75	4,033	115	3,992	155	3,976
36	4,036	76	3,983	116	4,011	156	3,988
37	3,980	77	4,053	117	4,033	157	4,044
38	4,015	78	4,037	118	4,040	158	3,991
39	3,968	79	4,026	119	4,076	159	4,016
40	4,026	80	3,963	120	4,031	160	4,031

S obzirom da su standardna devijacija procesa i standardna devijacija mjerenja nepoznate, ali je poznato da udio rasipanja mjernog sustava u rasipanje samog procesa nije veći od 20 %, pretpostavlja se da je procijenjena gornja granica udjela rasipanja rezultata mjerenja u ukupnom rasipanju procesa 0,2:

$$\tilde{\gamma} = \frac{\sigma_m}{\sigma} = \frac{0,2\sigma}{\sigma} = 0,2$$

Zbog toga se veličina uzorka prema danom izrazu s 22 povećava na 23:

$$n^* = n(1 + \tilde{\gamma}^2) = 22(1 + 0,2^2) = 22,88 \approx 23 \text{ kom}$$

Kako bi se procijenio utjecaj varijabilnosti mjerenja na svakom od 23 nasumično odabrana uzorka, svako mjerenje će biti ponovljeno dva puta. Mjerni rezultati prikazani su u tablici 13.

**Tablica 13. Nasumično odabrani mjerni rezultati**

Proizvod br.	Mjerni rezultat, $\mu\text{m}$		Proizvod br.	Mjerni rezultat, $\mu\text{m}$	
	$x_{i1}$	$x_{i2}$		$x_{i1}$	$x_{i2}$
41	4,009	3,995	11	3,980	3,986
16	4,012	4,001	59	4,001	3,997
76	3,983	4,999	25	3,993	4,006
140	3,982	4,002	124	4,004	3,997
34	4,033	4,033	81	3,971	4,002
147	3,983	3,980	70	3,996	4,011
151	3,973	9,983	108	3,993	3,995
134	3,978	4,005	116	4,011	3,997
138	4,016	4,012	5	3,934	3,941
56	4,007	3,994	149	3,971	3,984
101	3,960	3,985	144	3,982	3,975
64	4,001	4,016			

Potrebno je izračunati sljedeće, sumu  $x_{ij}$  koja iznosi:

$$\sum_{i=1}^{23} \sum_{j=2}^2 x_{ij} = 190,666 \mu\text{m}$$

ukupnu aritmetičku sredinu:

$$\bar{x}_{..} = \frac{190,666}{46} = 4,145 \mu\text{m}$$

rasipanje sume kvadrata unutar uzorka:

$$W = \sum_{i=1}^{23} \sum_{j=1}^2 (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 = 18,560359 \mu\text{m}$$

rasipanje sume kvadrata između uzorka:

$$B = \sum_{i=1}^n n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2 = 51,611985 \mu\text{m}$$

kvadrat standardne devijacije mjerenja:

$$\hat{\sigma}_m^2 = \frac{W}{N - n} = 0,806972 \mu\text{m}$$

te kvadrat standardne devijacije procesa prema formuli:

$$s^2 = \hat{\sigma}^2 = [B - (n - 1)\hat{\sigma}_m^2] \frac{1}{N - n} = 1,472112 \mu\text{m}$$

odnosno  $s$  koji iznosi:

$$s = 1,213306 \mu\text{m}$$

$$U - ks = 6 - 1,972 \cdot 1,213306 = 3,607 \mu\text{m}$$

$$\bar{x}_{..} = 4,141 \mu\text{m} > U - ks = 3,607 \mu\text{m}$$

Kriterij prihvaćanja nije zadovoljen te se isporuka odbija!

## 7. ZAKLJUČAK

Uzorkovanjem se procjenjuje neki skup na temelju jednog ili više uzorka. Ono se može provoditi za varijable ili za atribute. Prednosti i nedostatke imaju i varijable i atributi. Varijablama se dobiva više konkretnijih informacija o kvaliteti proizvoda, no kod planova uzorkovanja za varijable potrebno je za svaku karakteristiku kvalitete primijeniti poseban plan uzorkovanja. Atribute je jednostavnije razumjeti, no klasifikacija jedinice kao ispravne ili neispravne ponekad nije dovoljna, odnosno korisna. Planovi uzorkovanja za varijable uglavnom se provode s manjim brojem potrebnih uzoraka u usporedbi s planovima uzorkovanja za atribute, ali postaju složeniji s povećanjem broja mjerenja na predmetu. Stoga, odabir između ova dva pristupa ovisi o složenosti procesa i troškovima inspekcije.

Također, kroz provedene primjere pokazan je utjecaj režima kontrole i prihvatljive razine kvalitete *AQL* na prihvaćanje isporuke. Na primjeru u kojem je plan uzorkovanja proveden prema *s*-metodi te započet režimom normalne kontrole i *AQL*-om 1,5 %, isporuka je odbijena. Međutim, za isti iznos *AQL*-a, ali smanjeni režim kontrole, isporuka, koja je provedena prema  $\sigma$ -metodi, je prihvaćena. Za plan uzorkovanja s pooštrenom kontrolom i prihvatljivom razinom kvalitete od 2,5 % došlo je do odbijanja isporuke, dok je za normalni režim kontrole te isti *AQL* isporuka prihvaćena. Također, u zadnjem primjeru u kojem je plan uzorkovanja proveden prema *p\**-metodi u režimu normalne kontrole te prihvatljivom razinom kvalitete od 4 %, isporuka je prihvaćena. Uočeno je da s povećanjem prihvatljive razine kvalitete raste vjerojatnost prihvaćanja isporuke, kao i s režimom smanjene kontrole, s obzirom da se za taj režim ispituje manji broj uzorka, a vrijednost konstante prihvaćanja također je manja u odnosu na vrijednost konstante prihvaćanja za normalnu i pooštrenu kontrolu. Iz toga se može zaključiti da je važno odabrati odgovarajući režim kontrole i prihvatljivu razinu kvalitete, što je svakako korisno za kupce jer ih se na taj način štiti od kupnje nekvalitetnih proizvoda.

---

**LITERATURA**

- [1] Montgomery D.C.: *Introduction to Statistical Quality Control* (6th Edition), John Wiley & Sons, New York, 2009.
- [2] Sarkar D.K.: *Thermal Power Plant*, Elsevier Ltd, 2017.
- [3] ISO 3951-1:2023, *Sampling procedures for inspection by variables — Part 1: Specification for single sampling plans indexed by acceptance quality limit (AQL) for lot-by-lot inspection for a single quality characteristic and a single AQL*
- [4] Baršić G.: Predavanja iz kolegija Kontrola kvalitete PI, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2023.
- [5] Schilling E.G., Neubauer D.V.: *Acceptance Sampling in Quality Control* (3rd Edition), New York, 2017.
- [6] Järvenpää M.: *Developing A Sampling System For Quality Control Tests Based On Statistical Data*, Završni rad, Turku University Of Applied Sciences, Turku, 2017.
- [7] Baršić G.: Predavanja iz kolegija Osposobljenost i akreditacija laboratorija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2023.
- [8] ISO 2859-1:2012, *Sampling procedures for inspection by attributes — Part 1: Sampling schemes indexed by acceptance quality limit (AQL) for lot-by-lot inspection*
- [9] ISO 3951-1:2016, *Sampling procedures for inspection by variables — Part 1: Specification for single sampling plans indexed by acceptance quality limit (AQL) for lot-by-lot inspection for a single quality characteristic and a single AQL*