

Optimizacija višestupanjskog zupčaničkog prijenosnika prema Niemannu

Dukarić, Robert

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:057781>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-28**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Robert Dukarić

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Dragan Žeželj, dipl. ing.

Student:

Robert Dukarić

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se profesoru dr. sc. Draganu Žeželju na prihvaćanju mentorstva i savjetima tijekom pisanja ovog rada. Veliko hvala mojoj obitelji i djevojci na neizmjernoj podršci i strpljivosti tijekom studija.

Robert Dukarić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove.



Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 24 – 06 / 01	
Ur.broj: 15 – 24 –	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Robert Dukarić**

JMBAG: **0035222209**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Optimizacija višestupanjskog zupčaničkog prijenosnika prema Niemannu**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Optimization of a multistage gearbox according to Niemann**

Opis zadatka:

Zupčanički prijenosnici su najzastupljeniji prijenosnici snage i, zbog mogućnosti opisa u analitičkom obliku, cilj intenzivnih istraživanja optimizacijskim algoritmima. Međutim, i prije pojave računala i računalnih programa pomoću kojih je složene optimizacijske postupke moguće završiti u razumnom vremenskom periodu konstruktori su koristili određene metode usmjerene posebice prema minimizaciji volumena prijenosnika.

U radu je potrebno provesti postupak raspodjele ukupnog prijenosnog omjera na parcijalne za zupčanički prijenosnik s ravnim zubima i tri stupnja prijenosa metodom prema Niemannu, za parametre odabrane tako da omogućavaju usporedbu s odabranim rezultatima iz dostupne literature. Odabrano rješenje konstrukcijski razraditi na razini tehničke dokumentacije.

Vrijednosti potrebne za proračun i odabir pojedinih komponenti usvojiti iz postojećih rješenja sličnih sustava, iskustvenih vrijednosti te u dogovoru s mentorom.

Računalni model odabranog rješenja uređaja izraditi u 3D CAD sustavu, cjelovito konstrukcijsko rješenje prikazati sklopnim crtežom, a dijelove odabrane u dogovoru s mentorom razraditi do razine radioničkih.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu, norme kao i možebitno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2023.

Zadatak zadao:

prof. dr. sc. Dragan Žeželj

Datum predaje rada:

1. rok: 22. i 23. 2. 2024.
2. rok (izvanredni): 11. 7. 2024.
3. rok: 19. i 20. 9. 2024.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 26. 2. – 1. 3. 2024.
2. rok (izvanredni): 15. 7. 2024.
3. rok: 23. 9. – 27. 9. 2024.

Predsjednik Povjerenstva:

prof. dr. sc. Vladimir Soldo

SADRŽAJ

SADRŽAJ.....	I
POPIS SLIKA.....	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE	V
POPIS OZNAKA.....	VI
SAŽETAK.....	1
SUMMARY	2
1. Uvod	3
2. Niemannova metoda optimizacije višestupanjskih prijenosnika [2]	4
2.1. Metoda maksimalno iskorištene čvrstoće materijala	4
2.2. Metoda minimalnog volumena svih stupnjeva	5
3. Pregled radova	7
3.1. Marjanović, N. et al.: A practical approach to the optimization of gear trains with spur gears, 2012. [3].....	7
3.2. Golabi, S. et al.: Gear train optimization based on minimum volume/weight design, 2013. [4]	7
4. Proračun ozubljenja	8
4.1. Raspodjela prijenosnog omjera na parcijalne prema Niemannu [2]	8
4.2. Proračun orijentacijske vrijednosti modula.....	9
4.2.1. Izbor faktora širine b/d_1	9
4.3. Izbor broja zubi manjeg zupčanika	11
4.3.1. Prvi stupanj prijenosa.....	11
4.3.2. Drugi stupanj prijenosa	12
4.3.3. Treći stupanj prijenosa	12
4.4. Proračun dimenzija zupčanog para Z_1Z_2	13
4.4.1. Dimenzije prvog para.....	14
4.5. Proračun dimenzija zupčanog para Z_3Z_4	15
4.5.1. Dimenzije drugog zupčaničkog para	16
4.6. Proračun dimenzija zupčanog para Z_5Z_6	18
4.6.1. Dimenzije trećeg zupčaničkog para	19
4.7. Kontrolni proračun ozubljenja	21
4.7.1. Prvi stupanj	22

4.7.2.	Drugi stupanj.....	23
4.7.3.	Treći stupanj.....	24
5.	Usporedba rezultata	25
6.	Proračun vratila.....	27
6.1.	Orijentacijske vrijednosti težina zupčanika.....	27
6.2.	Ulazno vratilo V_1	28
6.2.1.	Izbor spojke S1	28
6.2.2.	Opterećenje vratila V_1	28
6.2.3.	Kontrolni proračun vratila V_1	32
6.3.	Međuvratilo V_2	35
6.3.1.	Opterećenje vratila V_2	35
6.3.2.	Kontrolni proračun vratila V_2	40
6.4.	Međuvratilo V_3	40
6.4.1.	Opterećenje vratila V_3	40
6.4.2.	Kontrolni proračun vratila V_3	45
6.5.	Izlazno vratilo V_4	45
6.5.1.	Izbor spojke S_2	45
6.5.2.	Opterećenje vratila V_4	45
6.5.3.	Kontrolni proračun vratila V_4	49
6.6.	Odabir ležajeva.....	50
7.	Prikaz konstruiranog reduktora	52
8.	Zaključak	53
	Literatura.....	54
	Prilozi.....	55

POPIS SLIKA

Slika 4.1	Raspodjela prijenosnih omjera po Niemannu	8
Slika 4.2	Volumen kućišta u odnosu na faktor širine b/d_1	10
Slika 4.3	Asimetrično postavljen i obostrano uležišten zupčanik [1]	11
Slika 4.4.	Faktori S_F i S_H u odnosu na broj zubi z_1	11
Slika 4.5	Faktori S_F i S_H u odnosu na broj zubi z_1	12
Slika 4.6	Faktori S_F i S_H u odnosu na broj zubi z_1	12
Slika 4.7	Utjecajni faktori u <i>Autodesk Inventoru</i>	21
Slika 4.8	Provjera ozubljenja prvog zupčaničkog para	22
Slika 4.9	Provjera ozubljenja drugog zupčaničkog para	23
Slika 4.10	Provjera ozubljenja prvog zupčaničkog para	24
Slika 5.1	Rezultati optimizacije iz [3] i [4]	25
Slika 5.2	Konfiguracije trostupanjskog reduktora s paralelnim vratilima	26
Slika 6.1	Sile na vratilu V_1 u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini	29
Slika 6.2	Proračunska shema vratila V_1	31
Slika 6.3	Sile na vratilu V_2 u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini	35
Slika 6.4	Proračunska shema vratila V_2	37
Slika 6.5	Sile na vratilo V_3 u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini	41
Slika 6.6	Proračunska shema vratila V_3	43
Slika 6.7	Sile na vratilo V_4 u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini	46
Slika 6.8	Proračunska shema vratila V_4	47
Slika 7.1	Trostupanjski reduktor u lijevanoj izvedbi	52

POPIS TABLICA

Tablica 5.1	Izračunati promjeri zupčanika.....	25
Tablica 5.2	Usporedba volumena zupčanika.....	26
Tablica 5.3	Usporedba prijenosnih omjera	26
Tablica 6.1	Izračun sigurnosti vratila V_1	34
Tablica 6.2	Izračun sigurnosti vratila V_2	40
Tablica 6.3	Izračun sigurnosti vratila V_3	45
Tablica 6.4	Izračun sigurnosti vratila V_4	49
Tablica 6.5	Promjeri i opterećenje oslonaca	50
Tablica 6.6	Odabrani ležajevi.....	50
Tablica 6.7	Vijek trajanja odabranih ležajeva	51

POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE

RD-01-00 Trostupanjski reduktor

RD-01-03-1 Vratilo V1

POPIS OZNAKA

a	mm	osni razmak
b	mm	širina zupčanika
b_1	-	faktor veličine strojnog dijela
b_2	-	faktor kvalitete obrade površine
c	mm	potrebna tjemena zračnost
d	mm	diobeni promjer zupčanika
d_a	mm	tjemeni promjer zupčanika
d_f	mm	podnožni promjer zupčanika
d_w	mm	promjer kinematske kružnice zahvata
e	mm	razmak između zupčanika i kućišta; e_h, e_l, e_w
e_z	mm	razmak između susjednih zupčanika
f_a	-	pomoćna veličina za određivanje parcijalnih prijenosnih omjera
F_r	N	radijalna sila na diobenoj kružnici
F_t	N	tangencijalna sila na diobenoj kružnici
G	N	težina zupčanika
h	mm	visina kućišta reduktora
i	-	prijenosni omjer
K_A	-	pogonski faktor
$K_{H\alpha}$	-	faktor raspodjele opterećenja na pojedine zube
$K_{H\beta}$	-	faktor raspodjele opterećenja po duljini boka zuba
K_V	-	unutarnje dodatno dinamičko opterećenje
l	mm	duljina kućišta reduktora
M	Nm	moment savijanja sile
m	kg	masa
m	mm	modul
n	min ⁻¹	brzina vrtnje
P	kW	snaga
R	N	reakcijska sila u osloncu
S_F	-	faktor sigurnosti protiv loma zubi
S_H	-	faktor sigurnosti protiv ljuštenja zubi
T	Nm	okretni moment
u	-	omjer ozubljenja
V	mm ³	volumen
w	mm	širina kućišta zupčanika
W	mm ³	aksijalni moment otpora
W_p	mm ³	polarni moment otpora
z	-	broj zubi zupčanika

Z_H	-	faktor oblika boka zuba
Z_M	-	faktor materijala
Z_ε	-	faktor utjecaja stupnja prekrivanja
α	°	kut zahvata
α_0	-	faktor čvrstoće materijala
β_{kf}	-	Efektivni faktor zareznog djelovanja kod savijanja
β_{kt}	-	Efektivni faktor zareznog djelovanja kod uvijanja
λ	-	faktor širine zuba
ρ	kg/m ³	gustoća
σ_f	N/mm ²	normalno naprezanje uslijed savijanja
σ_{fDN}	N/mm ²	trajna dinamička čvrstoća za savijanje
σ_{Flim}	N/mm ²	dinamička izdržljivost korijena zubi
σ_{Hlim}	N/mm ²	dinamička izdržljivost boka zubi
$\sigma_{red,konc}$	N/mm ²	reducirano naprezanje na mjestu koncentratora
τ_t	N/mm ²	tangencijalno naprezanje uslijed uvijanja
τ_{tDI}	N/mm ²	trajna dinamička čvrstoća za uvijanje

SAŽETAK

U ovom radu je provedena optimizacija trostupanjskog zupčaničkog prijenosnika s ravnim zubima koristeći Niemannovu metodu koja uključuje podjelu ukupnog prijenosnog omjera na parcijalne. Odabrani su ulazni parametri koji omogućuju usporedbu s prethodnim istraživanjima u istom području.

Nakon optimizacije parcijalnih prijenosnih omjera i usporedbe rezultata, proveden je kompletan proračun koji prati program "Reduktor" te je predstavljeno konstrukcijsko rješenje prijenosnika prema odabranim parametrima.

Za kontrolu ozubljenja korišten je softver *Autodesk Inventor 2024*, dok je za izradu 3D modela i tehničke dokumentacije poslužio *Solidworks 2020*.

Ključne riječi: Niemann, trostupanjski reduktor, optimizacija, zupčanički prijenos

SUMMARY

In this work, optimization of a three-stage spur gear transmission was conducted using Niemann's method, which involves dividing the total gear ratio into partial ratios. Input parameters were selected to enable comparison with previous research in the same field.

After the optimization and result comparison, a complete calculation was performed using a prompt from "Reduktor" project template, and a design solution for the transmission based on the selected parameters was presented.

Autodesk Inventor 2024 software was used for gear tooth verification, while *Solidworks 2020* was utilized for creating 3D models and technical documentation.

Key words: Niemann, three-stage gearbox, optimization, gear transmission

1. Uvod

Korištenje prijenosnika snage i gibanja ima bogatu povijest koja seže sve do antičkih civilizacija, što svjedoče ostaci primitivnih prijenosnika pronađeni u područjima poput Kine, Mezopotamije i Egipta. Ovi mehanički uređaji služe za povezivanje pogonskih strojeva koji pretvaraju različite oblike energije u mehaničku, koja se potom koristi za pokretanje radnih strojeva.

Danas, zupčanički prijenosnici predstavljaju najzastupljeniju vrstu mehaničkih prijenosnika. Često se koriste kao reduktori, s ciljem smanjenja brzine vrtnje izlaznog vratila u odnosu na pogonsko vratilo, omogućujući pritom dobivanje željene brzine vrtnje radnog stroja i istovremeno većeg okretnog momenta. Njihova ključna prednost leži u stabilnom prijenosnom omjeru koji ostaje nepromijenjen neovisno o opterećenju, čineći ih idealnima za precizno gibanje. Također, ističu se visokom pouzdanošću i dugim vijekom trajanja.

U slučajevima gdje je potrebno postići veće prijenosne omjere, konstruiraju se višestupanjski prijenosnici, kod kojih se ukupni prijenosni omjer postiže kombiniranjem parcijalnih prijenosnih omjera pojedinih stupnjeva. U suvremenom kontekstu, gdje je smanjenje potrošnje ključan trend, postoji potreba za razvojem metoda optimizacije. U proteklim desetljećima, mnoga istraživanja su usmjerena na optimizaciju prijenosnika, među kojima je jedna od ključnih stavki optimizacija raspodjele parcijalnih prijenosnih omjera s ciljem minimiziranja volumena zupčanika [1].

Čak i prije pojave računalnih metoda, inženjeri su se bavili ovim problemom, a primjerice, Gustav Niemann je sredinom 20. stoljeća razvio metodu raspodjele ukupnog prijenosnog omjera na parcijalne. Cilj ovog rada je primijeniti Niemannovu metodu na konstrukciju trostupanjskog reduktora te usporediti navedenu metodu s današnjim računalnim metodama optimizacije.

2. Niemannova metoda optimizacije višestupanjskih prijenosnika [2]

S ciljem da se konstruira što jeftiniji, a tehnički zadovoljavajući prijenosnik, Niemann daje dvije metode raspodjele ukupnog prijenosnog omjera na parcijalne:

- Metoda maksimalno iskorištene čvrstoće materijala kod zadanog osnovnog razmaka i faktora širine
- Metoda minimalnog volumena svih stupnjeva kod zadane čvrstoće materijala

2.1. Metoda maksimalno iskorištene čvrstoće materijala

Niemann za čelničke i kombinirane čelničko-stožničke prijenosnike daje sljedeći postupak:

Ako se zanemare gubici, prenesena snaga kod potpunog iskorištenja materijala mora u svakom stupnju biti jednaka, odnosno vrijedi:

$$\begin{aligned}
 P = P_1 = P_2 = \dots = P_n &\approx \sigma_{Hlim1}^2 \frac{u_1}{(u_1 + 1)^3} n_1 b_1 a_1^2 \\
 &= \sigma_{Hlim2}^2 \frac{u_2}{(u_2 + 1)^3} n_2 b_2 a_2^2 = \dots \\
 &= \sigma_{Hlimn}^2 \frac{u_n}{(u_n + 1)^3} n_n b_n a_n^2
 \end{aligned} \tag{1}$$

Gdje je:

- b_n - širina zupčanika n -tog para,
- σ_{Hlimn} - dinamička izdržljivost bokova zubi n -tog para,
- a_n - osni razmak zupčanika n -tog para,
- u_n - prijenosni omjer n -tog para,
- n_n - brzina vrtnje pogonske strane n -tog para.

Iz jednadžbe se postavljaju sljedeći odnosi:

$$f_a = \left(\frac{\sigma_{Hlim2}}{\sigma_{Hlim1}} \right)^2 \frac{b_2 a_1}{b_1 a_2} \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^3, \tag{2}$$

$$f'_a = \left(\frac{\sigma_{Hlim3}}{\sigma_{Hlim2}} \right)^2 \frac{b_3 a_2}{b_2 a_3} \left(\frac{a_3}{a_2} \right)^3. \tag{3}$$

Kod dvostupanjskog prijenosnika bit će ukupni prijenosni omjer raspodijeljen na iznose:

$$u_1 = \frac{u - (uf_a)^{\frac{1}{3}}}{(uf_a)^{\frac{1}{3}} - 1}, \tag{4}$$

$$u_2 = \frac{u}{u_1}. \tag{5}$$

Kod prijenosnika s više stupnjeva prijenosa potrebno je prvo odrediti pomoćne veličine, budući da se rezultati ne mogu prikazati u eksplicitnom obliku kao kod dvostupanjskih. Za

trostupanjske prijenosnike uvodi se pomoćna veličina u'_1 te se parcijalni prijenosni omjeri računaju pomoću sljedećih izraza :

$$u'_2 = \frac{\frac{u}{u'_1} - \left(f'_a \cdot \frac{u}{u'_1}\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(f'_a \cdot \frac{u}{u'_1}\right)^{\frac{1}{3}} - 1}, \quad (6)$$

$$u''_1 = \frac{u'_1 \cdot u'_2 - (f_a \cdot u'_1 \cdot u'_2)^{\frac{1}{3}}}{(f_a \cdot u'_1 \cdot u'_2)^{\frac{1}{3}} - 1} \quad (7)$$

Postupak se ponavlja do konvergencije rezultata za u_1 i u_2 . Vrijednost za u_3 se potom dobije iz izraza:

$$u_3 = \frac{u}{u_1 u_2}. \quad (8)$$

2.2. Metoda minimalnog volumena svih stupnjeva

Niemann daje i drugu metodu optimiranja parcijalnih prijenosnih omjera preko kriterija minimalnog volumena zupčanika. Uz pretpostavku jednakog materijala u svakom stupnju za oba zupčanika (konstruktivno nije ograničen ni osni razmak ni odnos b/d_1 ukupni volumen svih stupnjeva mora biti minimalan. Ukupni volumen svih stupnjeva računa se prema izrazu:

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n \\ \approx b_1 a_1^2 \frac{u_1^2 + 1}{(u_1 + 1)^2} + b_2 a_2^2 \frac{u_2^2 + 1}{(u_2 + 1)^2} + \dots + b_n a_n^2 \frac{u_n^2 + 1}{(u_n + 1)^2} \quad (9)$$

Za dvostupanjske prijenosnike vrijedi:

$$u_1 \approx 0,8 \left(u \frac{\sigma_{Hlim1}}{\sigma_{Hlim2}} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (10)$$

$$u_2 = \frac{u}{u_1}. \quad (11)$$

Za trostupanjske prijenosnike vrijedi:

$$u_1 \approx 0,6 u^{\frac{4}{7}} \left(\frac{\sigma_{Hlim1}}{\sigma_{Hlim2}} \right)^{\frac{2}{7}} \left(\frac{\sigma_{Hlim1}}{\sigma_{Hlim3}} \right)^{\frac{4}{7}}, \quad (12)$$

$$u_2 \approx 1,1 u^{\frac{2}{7}} \left(\frac{\sigma_{Hlim2}}{\sigma_{Hlim1}} \right)^{\frac{4}{7}} \left(\frac{\sigma_{Hlim2}}{\sigma_{Hlim3}} \right)^{\frac{2}{7}}, \quad (13)$$

$$u_3 = \frac{u}{u_1 \cdot u_2}. \quad (14)$$

Krivulja $V = f(u_1, u_2)$ nema izražen minimum već ima šire područje minimuma („plosnati minimum“) pa su dopuštena manja odstupanja od prethodnih jednažbi.

Kod analize treba paziti da se ne prekorače maksimalne vrijednosti omjera b/d_1 ni u jednom stupnju, što opisani postupak ne uzima u obzir. Zato mora vrijediti izraz:

$$\frac{b_i}{a_i} \leq \frac{2 \frac{b_i}{d_i}}{u_i + 1} \quad (15)$$

Gdje i predstavlja stupanj prijenosa.

3. Pregled radova

Kako bi mogli usporediti rezultate dobivene optimizacijom prema Niemannu s novijim metodama, odabrana su dva rada na temu optimizacije trostupanjskih zupčaničkih prijenosnika iz časopisa *Mechanism and Machine Theory*. Oba rada daju primjer rješenja za iste ulazne podatke.

3.1. Marjanović, N. et al.: A practical approach to the optimization of gear trains with spur gears, 2012. [3]

Marjanović et al. u svom radu za optimizaciju koriste Complex Box metodu. Complex Box metoda optimizacije je varijacija optimizacijskog algoritma koji se koristi za rješavanje problema optimizacije s ograničenjima. Ova metoda je pogodna kada su varijable koje treba optimizirati ograničene na određeni raspon vrijednosti. Glavna ideja iza Complex-Box metode je da se problem optimizacije s ograničenjima pretvori u problem bez ograničenja, koristeći transformaciju varijabli tako da zadovoljavaju ograničenja. U sklopu rada predstavljen je softver koji omogućava odabir optimalnog koncepta (razvijena je matrica koja nudi 28 različitih konceptata reduktora), materijala, prijenosnog omjera te pozicija vratila.

3.2. Golabi, S. et al.: Gear train optimization based on minimum volume/weight design, 2013. [4]

U ovom radu optimizacija se provodi korištenjem funkcije `fmincon` (Find minimum of constrained nonlinear multivariable function) koja je dio MATLAB-ovog optimization toolboxa. Razvijen je opći oblik funkcije cilja u svrhu minimizacije volumena zupčanika koji se može koristiti za bilo koji broj stupnjeva u prijenosniku. Detaljnije su razrađeni primjeri dvostupanjskih i trostupanjskih prijenosnika i dani su grafovi iz kojih se mogu iščitati svi potrebni parametri prijenosnika kao što su broj stupnjeva prijenosa, moduli, širine zupčanika i promjeri vratila.

4. Proračun ozubljenja

4.1. Raspodjela prijenosnog omjera na parcijalne prema Niemannu [2]

Ulazni podaci prema [3]:

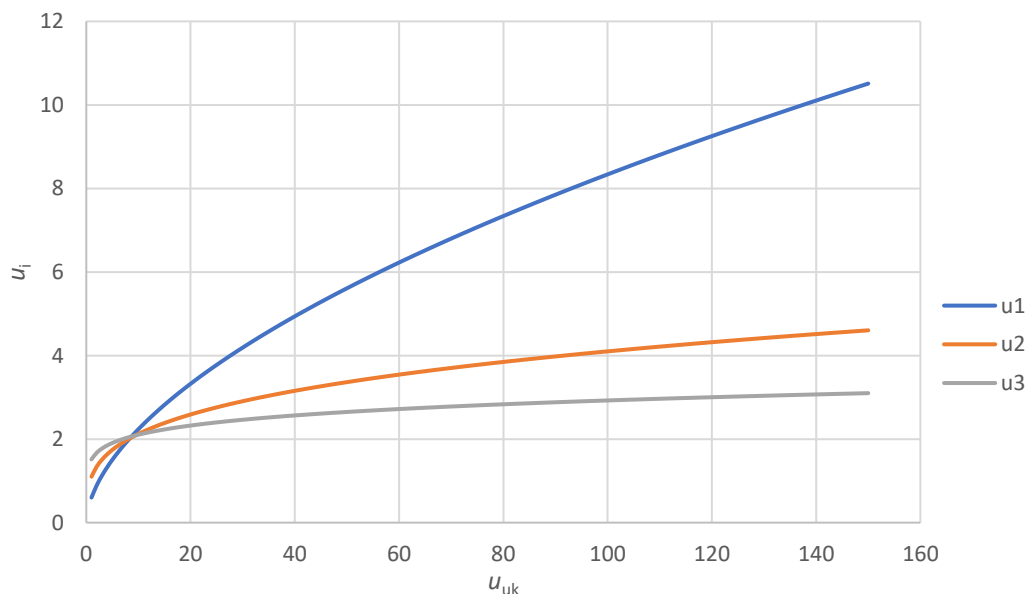
$P = 40 \text{ kW}$	-Ulazna snaga
$n_1 = 1450 \text{ min}^{-1}$	-Brzina vrtnje pogonskog stroja
$u = 40$	-Ukupni prijenosni omjer
$\sigma_{Hlim} = 1630 \text{ N/mm}^2$	-Dinamička izdržljivost boka zubi za 15CrNi6 [5]
$\sigma_{Flim} = 500 \text{ N/mm}^2$	-Dinamička izdržljivost korijena zuba za 15CrNi6 [5]

Korištena je druga Niemannova metoda koja osigurava minimalan volumen zupčanika što je i cilj ovog rada. Za jednake materijale u sva tri stupnja prijenosa jednadžbe (12), (13) i (14) prelaze u:

$$u_1 \approx 0,6u^{\frac{4}{7}} = 0,6 \cdot 40^{\frac{4}{7}} = 4,9387, \quad (16)$$

$$u_2 \approx 1,1u^{\frac{2}{7}} = 1,1 \cdot 40^{\frac{2}{7}} = 3,1559, \quad (17)$$

$$u_3 = \frac{u}{u_1 u_2} = \frac{40}{4,9387 \cdot 3,1559} = 2,5664. \quad (18)$$



Slika 4.1 Raspodjela prijenosnih omjera po Niemannu

4.2. Proračun orijentacijske vrijednosti modula

Modul proračunavamo u odnosu na nosivost bokova iako je materijal zupčanika kaljeni čelik.

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{u_n + 1}{u_n} \cdot \frac{2T_{n,\max}}{\lambda \cdot z_1^2 \cdot \sigma_{HP}^2} K_{H\alpha} K_{H\beta} Z_M^2 Z_H^2 Z_\epsilon^2} \quad (19)$$

Ako se uvede supstitucija:

$$\lambda = \frac{b}{m} = \frac{z \cdot m \cdot \frac{b}{d}}{m} = z \cdot \frac{b}{d} \quad (20)$$

Izraz (19) prelazi u:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{u + 1}{u} \cdot \frac{2T_{\max}}{\frac{b}{d_1} \cdot z_1^3 \cdot \sigma_{HP}^2} K_{H\alpha} K_{H\beta} Z_M^2 Z_H^2 Z_\epsilon^2} \quad (21)$$

Kako bi se odredili orijentacijski moduli, potrebno je odrediti sve faktore za proračun ozubljenja. Za inicijalni proračun po kriteriju nosivosti bokova zuba uzimaju se orijentacijske vrijednosti pojedinih faktora [6]:

$K_{H\alpha} = 1$	- faktor raspodjele opterećenja na pojedine zube
$K_{H\beta} = 1$	- faktor raspodjele opterećenja po dužini boka zuba
$Z_M = 189,84 \sqrt{N/mm^2}$	- faktor materijala za kombinaciju čelik/čelik
$Z_H = 2,5$	- faktor oblika boka zuba
$Z_\epsilon = 1$	- faktor utjecaja stupnja prekrivanja

4.2.1. Izbor faktora širine b/d_1

Pomoću *Microsoft Excela* i jednadžbe (21) izračunati su moduli za raspon faktora b/d_1 između 0,2 i 0,9 te broja zubi manjeg zupčanika između 14 i 55 za sva tri stupnja prijenosa. Analiza pokazuje da omjer b/d_1 kao ni broj zubi manjeg zupčanika direktno ne utječu na vrijednosti volumena zupčanika, no b/d_1 utječe na konačan volumen kućišta zupčanika. Volumen kućišta može se približno izračunati prema [4] pomoću formule:

$$V_{kuć} = w \cdot l \cdot h - [(w - 2t) \cdot (l - 2t) \cdot (h - 2t)] \quad (22)$$

$$w = 2t + 2e_w + 2e_z + b_1 + b_2 + b_3 \quad (23)$$

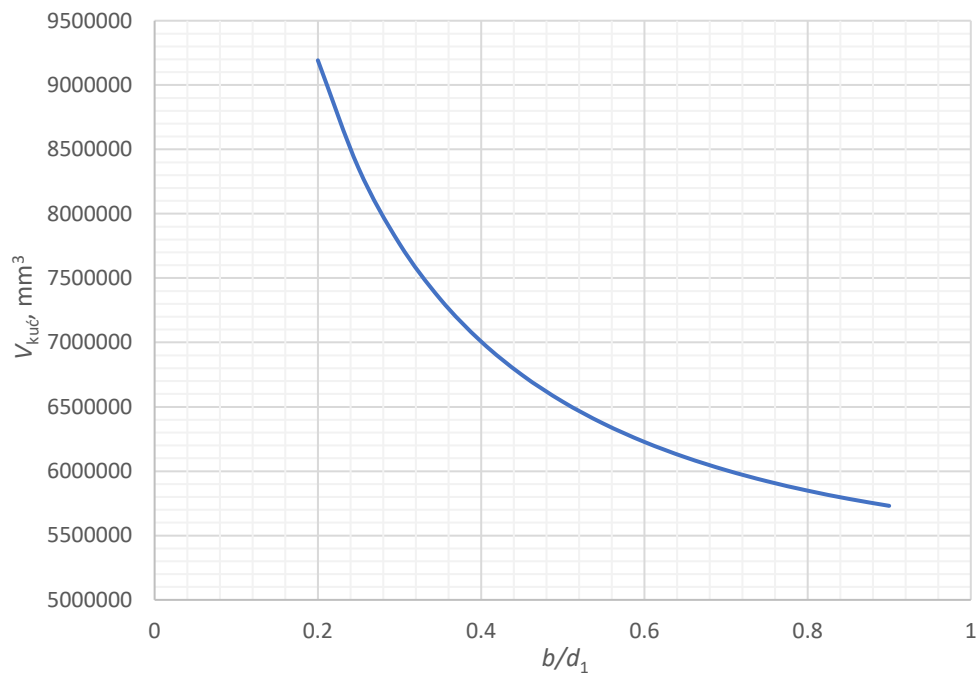
$$l = a_1 + a_2 + a_3 + \frac{d_1}{2} + \frac{d_6}{2} + 2e_l + 2t \quad (24)$$

$$h = d_{max} + 2e_h + 2t \quad (25)$$

Gdje su:

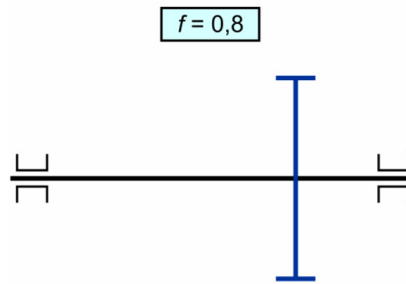
w	-širina kućišta
l	-duljina kućišta
h	-visina kućišta
t	-debljina stijenke kućišta
e_w, e_h, e_l	-razmaci između zupčanika i kućišta
e_z	-razmak između susjednih zupčanika

Iz grafa na slici 4.2 vidljivo je da veći b/d_1 daje manje dimenzije kućišta, što ima smisla jer njegovim povećanjem raste širina zupčanika te širina cijelog kućišta, no smanjuju se promjeri zupčanika što uzrokuje smanjenje duljine i visine kućišta.



Slika 4.2 Volumen kućišta u odnosu na faktor širine b/d_1

Odabrano je $b/d_1=0,9$ što je gornja granica za cementirane asimetrično postavljene i obostrano uležištene zupčanike [1]. (slika 4.3)



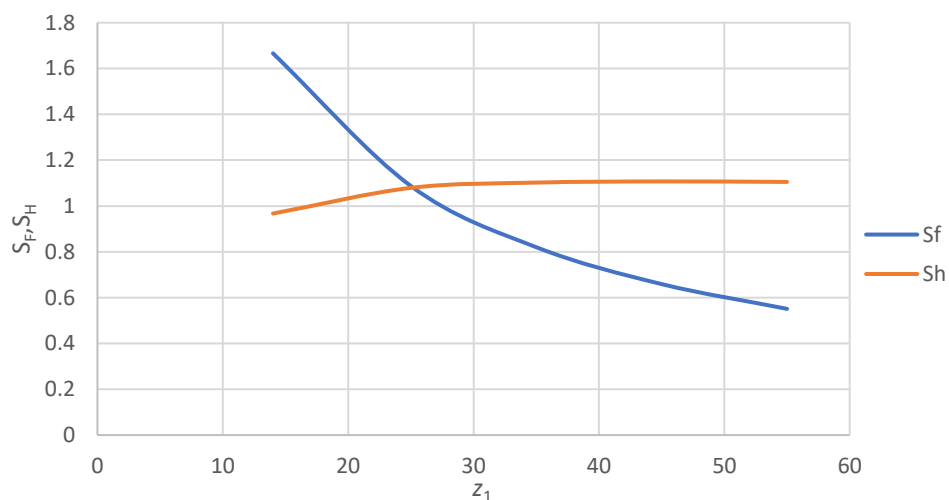
Slika 4.3 Asimetrično postavljene i obostrano uležišteni zupčanik [1]

4.3. Izbor broja zubi manjeg zupčanika

Pomoću *Autodesk Inventora* izvršena je analiza čvrstoće zupčaničkih parova za prethodno izračunate orijentacijske vrijednosti modula. Dobiveni faktori sigurnosti korijena zubi S_F i sigurnosti boka zubi S_H za odabrani omjer $b/d_1=0,9$ grafički su prikazani u odnosu na broj zubi manjeg zupčanika.

4.3.1. Prvi stupanj prijenosa

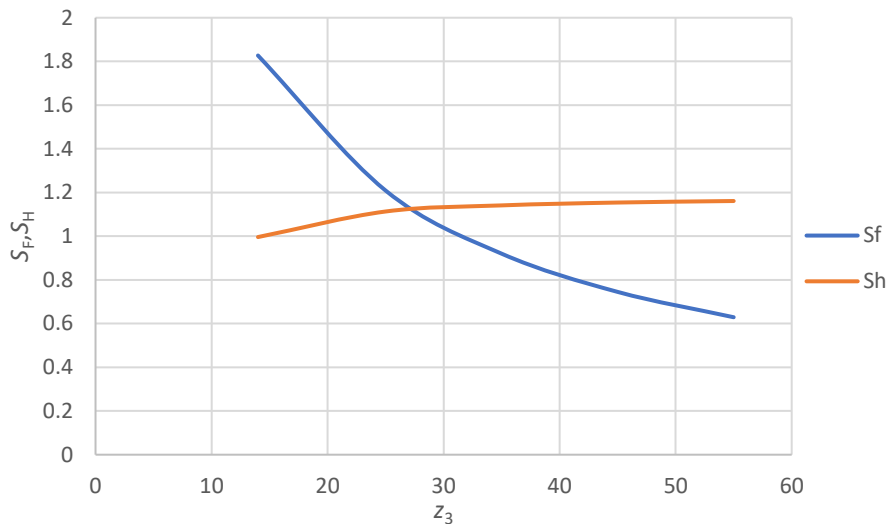
Za konstantan prijenosni omjer u i faktor b/d_1 , povećanjem broja zubi manjeg zupčanika smanjuje se potreban modul što za posljedicu ima smanjenje nosivosti zupčanika na savijanje u korijenu zuba. Iz grafa na slici 4.4 vidljivo je da nosivost zupčanika na savijanje u korijenu zuba naglo opada, dok nosivost bokova raste do ≈ 25 zubi te nakon toga ostaje ista. Odabrana je vrijednost $z_1 = 20$ što odgovara i preporukama [1] za prijenosni omjer $4,9387 \approx 5$.



Slika 4.4. Faktori S_F i S_H u odnosu na broj zubi z_1

4.3.2. Drugi stupanj prijenosa

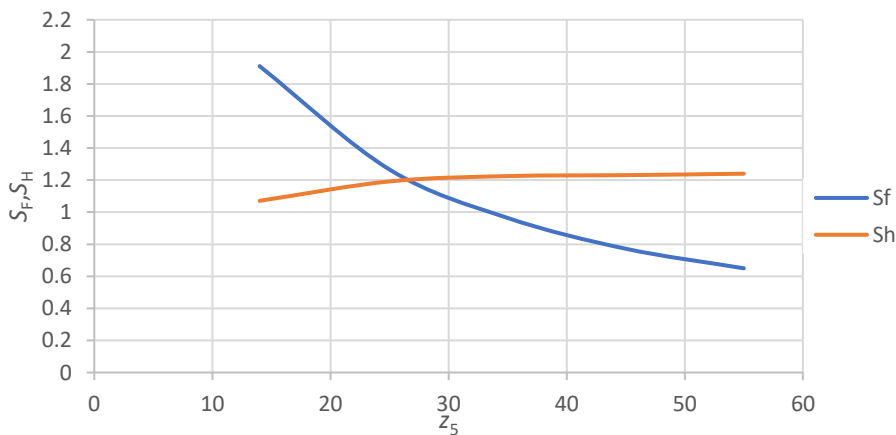
Iz grafa na slici 4.5 vidljivo je da nosivost zupčanika na savijanje u korijenu zuba opada s povećanjem broja zubi manjeg zupčanika, dok nosivost bokova raste do ≈ 27 zubi te nakon toga ostaje ista. Odabrana je vrijednost $z_3 = 22$ što odgovara i preporukama [1] za prijenosni omjer $3,1559 \approx 3$.



Slika 4.5 Faktori S_F i S_H u odnosu na broj zubi z_1

4.3.3. Treći stupanj prijenosa

Iz grafa na slici 4.6 vidljivo je da nosivost zupčanika na savijanje u korijenu zuba opada s povećanjem broja zubi manjeg zupčanika, dok nosivost bokova raste do ≈ 28 zubi te nakon toga ostaje ista. Odabrana je vrijednost $z_5 = 23$ što odgovara i preporukama [1] za prijenosni omjer $2,5664 \approx 2,5$.



Slika 4.6 Faktori S_F i S_H u odnosu na broj zubi z_1

4.4. Proračun dimenzija zupčanog para Z_1Z_2

Zupčani par Z_1Z_2 (čelnici s ravnim zubima)

$P_{u1} = P = 40 \text{ kW}$ -Ulazna snaga
 $n_1 = 1450 \text{ min}^{-1}$ -Brzina vrtnje pogonskog stroja
 $u = 4,9387$ -Prijenosni omjer I stupnja
 materijal zupčanika Z_1 i Z_2 je 15CrNi6
 kut zahvata $\alpha = 20^\circ$
 kut nagiba boka zuba $\beta = 0^\circ$

Gubici ulazne snage P_{u1} do zupčanika Z_1 sastoje se od gubitaka na spojci S_1 , gubitaka uležištenja, te gubitaka podmazivanja i brtvljenja:

$$P_{g,uk_1} = P_{g,s_1} + P_{g,L1} + P_{g,B1} = 2,5 + 1 + 3 = 6,5 \% \quad (26)$$

Korisnost prvog stupnja iznosi:

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + \frac{P_{g,uk_1}}{100}} = \frac{1}{1 + \frac{6,5}{100}} = 0,939 \quad (27)$$

Snaga na zupčaniku z_1 , potrebna za izračun modula, iznosi:

$$P_1 = P_{u1} \cdot \eta_1 = 40 \cdot 0,939 = 37,56 \text{ kW} \quad (28)$$

Okretni moment na zupčaniku Z_1 :

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{P_1}{\frac{n_1 \pi}{30}} = \frac{37560}{\frac{1450 \pi}{30}} = 247,36 \text{ Nm} \quad (29)$$

Maksimalni okretni moment na zupčaniku z_1 :

$$T_{1,max} = T_1 K_A K_V = 247,36 \cdot 1,2 \cdot 1 = 296,83 \text{ Nm} \quad (30)$$

Gdje su koeficijenti:

$K_A = 1,2$ - vanjsko dodatno dinamičko opterećenje [6]
 $K_V = 1$ - unutarne dodatno dinamičko opterećenje [6]

Orijentacijski modul sada iznosi:

$$\begin{aligned}
 m &\geq \sqrt[3]{\frac{u+1}{u} \cdot \frac{2T_{\max}}{\frac{b}{d_1} \cdot z_1^3 \cdot \sigma_{\text{HP}}^2} K_{\text{H}\alpha} K_{\text{H}\beta} Z_{\text{M}}^2 Z_{\text{H}}^2 Z_{\epsilon}^2} \\
 &= \sqrt[3]{\frac{4,9387+1}{4,9387} \cdot \frac{2 \cdot 296832}{0,9 \cdot 20^3 \cdot 1481,82^2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 189,84^2 \cdot 2,5^2 \cdot 1^2} \\
 &= 2,167 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{31}$$

Odabran je standardni modul I reda prednosti $m_1 = 2,5$ mm.

4.4.1. Dimenzije prvog para

Broj zubi zupčanika Z_1 i Z_2

$$z_1 = 20$$

$$z_2 = u_1 \cdot z_1 = 4,9387 \cdot 20 = 98,774$$

Odabrano: $z_2 = 99$

Stvarni prijenosni omjer I stupnja prijenosa:

$$u_1 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{99}{20} = 4,95$$

Odstupanje od prijenosnog omjera:

$$\left(\frac{u_1}{u_1} - 1\right) \cdot 100 \approx \left(\frac{4,95}{4,9387} - 1\right) \cdot 100 \approx 0,229\%$$

Što je u granicama odstupanja od $\pm 3\%$.

$$\text{Osni razmak: } a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) = \frac{2,5}{2} (20 + 99) = 148,75 \text{ mm}$$

Zupčanik Z_1 :

$$d_1 = z_1 \cdot m = 20 \cdot 2,5 = 50 \text{ mm} \tag{32}$$

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m = 50 + 2 \cdot 2,5 = 55 \text{ mm} \tag{33}$$

$$d_{w1} = d_1 = 50 \text{ mm} \tag{34}$$

$$d_{f1} = d_1 - 2 \cdot m - 2 \cdot c = d_1 - 2,5 \cdot m = 50 - 2,5 \cdot 2,5 = 43,75 \text{ mm} \tag{35}$$

$$c = 0,25m = 0,25 \cdot 2,5 = 0,625 \text{ mm (prema ISO preporuci) [5]} \tag{36}$$

Zupčanik Z_2

$$d_2 = z_2 \cdot m = 99 \cdot 2,5 = 247,5 \text{ mm} \tag{37}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 247,5 + 2 \cdot 2,5 = 252,5 \text{ mm} \tag{38}$$

$$d_{w2} = d_2 = 247,5 \text{ mm} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} d_{f2} &= d_2 - 2 \cdot m - 2 \cdot c = d_2 - 2,5 \cdot m = 247,5 - 2,5 \cdot 2,5 \\ &= 241,25 \text{ mm} \end{aligned} \quad (40)$$

Kontrola tjemene zračnosti

$$c = a - \frac{d_{a1} + d_{f2}}{2} = 148,75 - \frac{55 + 241,25}{2} = 0,625 \text{ mm} \quad (41)$$

Najmanja dopuštena tjemena zračnost:

$$c_{\min} = 0,12 \cdot m = 0,12 \cdot 2,5 = 0,3 \text{ mm} < 0,625 \text{ mm} \quad (42)$$

Zadovoljava (nije potrebno skraćivanje glave)

4.5. Proračun dimenzija zupčanog para Z₃Z₄

Zupčani par Z₃Z₄ (čelnici s ravnim zubima)

$$n_3 = n_2 = \frac{n_1}{u_1} = \frac{1450}{4,9387} = 293,6 \text{ min}^{-1} \quad \text{-Brzina vrtnje vratila V}_2$$

$$u_2 = 3,1559 \quad \text{-Prijenosni omjer II stupnja}$$

materijal zupčanika z₃ i z₄ je 15CrNi6

kut zahvata $\alpha = 20^\circ$

kut nagiba boka zuba $\beta = 0^\circ$

Gubici ulazne snage P_{u1} do zupčanika Z₃ sastoje se od gubitaka na spojci S₁, gubitaka uležištenja, gubitaka ozubljenja I stupnja, te gubitaka podmazivanja i brtvljenja:

$$\begin{aligned} P_{g,uk_3} &= P_{g,s_1} + P_{g,L1} + P_{g,B1} + P_{g,z_{12}} + P_{g,L2} + P_{g,B2} \\ P_{g,uk_3} &= 2,5 + 1 + 3 + 1,5 + 1 + 3 = 12 \% \end{aligned} \quad (43)$$

Korisnost drugog stupnja iznosi:

$$\eta_3 = \frac{1}{1 + \frac{P_{g,uk_3}}{100}} = \frac{1}{1 + \frac{12}{100}} = 0,893 \quad (44)$$

Snaga na zupčaniku Z_3 , potrebno za izračun modula iznosi:

$$P_3 = P_{u1} \cdot \eta_3 = 40 \cdot 0,893 = 35,72 \text{ kW} \quad (45)$$

Okretni moment na zupčaniku Z_3 :

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = \frac{P_3}{\frac{n_3 \pi}{30}} = \frac{35720}{\frac{293,6\pi}{30}} = 1161,79 \text{ Nm} \quad (46)$$

Maksimalni okretni moment na zupčaniku Z_3 :

$$T_{3,\max} = T_3 K_A K_V = 1161,79 \cdot 1,2 \cdot 1 = 1394,15 \text{ Nm} \quad (47)$$

Gdje su koeficijenti:

$$\begin{aligned} K_A &= 1,2 && \text{- vanjsko dodatno dinamičko opterećenje [6]} \\ K_V &= 1 && \text{- unutarne dodatno dinamičko opterećenje [6]} \end{aligned}$$

Orijentacijski modul sada iznosi:

$$\begin{aligned} m_2 &\geq \sqrt[3]{\frac{u_2 + 1}{u_2} \cdot \frac{2T_{\max}}{\frac{b}{d_3} \cdot z_3^3 \cdot \sigma_{HP}^2} K_{H\alpha} K_{H\beta} Z_M^2 Z_H^2 Z_\epsilon^2} \\ &= \sqrt[3]{\frac{3,1559 + 1}{3,1559} \cdot \frac{2 \cdot 1394150}{0,9 \cdot 22^3 \cdot 1481,82^2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 189,84^2 \cdot 2,5^2 \cdot 1^2} \\ &= 3,39 \text{ mm} \end{aligned} \quad (48)$$

Odabran je standardni modul I reda prednosti $m_2 = 4 \text{ mm}$.

4.5.1. Dimenzije drugog zupčaničkog para

Broj zubi zupčanika Z_3 i Z_4

$$z_3 = 22$$

$$z_4 = u_2 \cdot z_3 = 3,1559 \cdot 22 = 69,4289$$

$$\text{Odabrano: } z_4 = 69$$

Stvarni prijenosni omjer II stupnja prijenosa

$$u_{II} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{69}{22} = 3,1364$$

Odstupanje od prijenosnog omjera:

$$\left(\frac{u_{II}}{u_2} - 1\right) \cdot 100 \approx \left(\frac{3,1364}{3,1559} - 1\right) \cdot 100 \approx -0,618\%$$

Što je u granicama odstupanja od $\pm 3\%$.

$$\text{Osni razmak: } a_{34} = \frac{m_2}{2} (z_3 + z_4) = \frac{4}{2} (22 + 69) = 182 \text{ mm}$$

Zupčanik Z₃:

$$d_3 = z_3 \cdot m_2 = 22 \cdot 4 = 88 \text{ mm} \quad (49)$$

$$d_{a3} = d_3 + 2 \cdot m_2 = 88 + 2 \cdot 4 = 96 \text{ mm} \quad (50)$$

$$d_{w3} = d_3 = 88 \text{ mm} \quad (51)$$

$$d_{f3} = d_3 - 2 \cdot m_2 - 2 \cdot c = d_3 - 2,5 \cdot m_3 = 88 - 2,5 \cdot 4 = 78 \text{ mm} \quad (52)$$

$$c = 0,25m \text{ (prema ISO preporuci) [5]} \quad (53)$$

Zupčanik Z₄:

$$d_4 = z_4 \cdot m = 69 \cdot 4 = 276 \text{ mm} \quad (54)$$

$$d_{a4} = d_4 + 2 \cdot m = 276 + 2 \cdot 4 = 284 \text{ mm} \quad (55)$$

$$d_{w4} = d_4 = 276 \text{ mm} \quad (56)$$

$$d_{f4} = d_4 - 2 \cdot m - 2 \cdot c = d_4 - 2,5 \cdot m = 276 - 2,5 \cdot 4 = 266 \text{ mm} \quad (57)$$

Kontrola tjemene zračnosti

$$c = a - \frac{d_{a3} + d_{f4}}{2} = 182 - \frac{96 + 266}{2} = 1 \text{ mm} \quad (58)$$

Najmanja dopuštena tjemena zračnost:

$$c_{\min} = 0,12 \cdot m = 0,12 \cdot 4 = 0,48 \text{ mm} < 1 \text{ mm} \quad (59)$$

Zadovoljava (nije potrebno skraćivanje glave)

4.6. Proračun dimenzija zupčanog para Z₅Z₆

Zupčani par z₅z₆ (čelnici s ravnim zubima)

$$n_5 = n_4 = \frac{n_3}{u_2} = \frac{293,6}{3,1559} = 93 \text{ min}^{-1}$$

-Brzina vrtnje pogonskog stroja

$$u_2 = 2,5664$$

-Prijenosni omjer III stupnja

materijal zupčanika z₃ i z₄ je 15CrNi6

kut zahvata $\alpha = 20^\circ$

kut nagiba boka zuba $\beta = 0^\circ$

Gubici ulazne snage P_{u1} do zupčanika Z₅ sastoje se od gubitaka na spojci S₁, gubitaka uležištenja, gubitaka ozubljenja I stupnja, te gubitaka podmazivanja i brtvljenja:

$$\begin{aligned} P_{g,uk_5} &= P_{g,s_1} + P_{g,L1} + P_{g,B1} + P_{g,z_{12}} + P_{g,L2} + P_{g,B2} + P_{g,z_{34}} + P_{g,B3} \\ &\quad + P_{g,L3} \\ P_{g,uk_3} &= 2,5 + 1 + 3 + 1,5 + 1 + 3 + 1,5 + 1 + 3 = 17,5 \% \end{aligned} \quad (60)$$

Korisnost trećeg stupnja iznosi:

$$\eta_5 = \frac{1}{1 + \frac{P_{g,uk_5}}{100}} = \frac{1}{1 + \frac{17,5}{100}} = 0,851 \quad (61)$$

Snaga na zupčaniku Z₅, potrebno za izračun modula iznosi:

$$P_5 = P_{u1} \cdot \eta_5 = 40 \cdot 0,851 = 34,04 \text{ kW} \quad (62)$$

Okretni moment na zupčaniku Z₅:

$$T_5 = \frac{P_5}{\omega_5} = \frac{P_5}{\frac{n_5 \pi}{30}} = \frac{34040}{\frac{93\pi}{30}} = 3494,12 \text{ Nm} \quad (63)$$

Maksimalni okretni moment na zupčaniku Z₅:

$$T_{5,max} = T_5 K_A K_V = 3494,12 \cdot 1,2 \cdot 1 = 4192,944 \text{ Nm} \quad (64)$$

Gdje su koeficijenti:

$$\begin{aligned} K_A &= 1,2 && \text{- vanjsko dodatno dinamičko opterećenje [6]} \\ K_V &= 1 && \text{- unutarne dodatno dinamičko opterećenje [6]} \end{aligned}$$

Orijentacijski modul sada iznosi:

$$\begin{aligned}
 m_3 &\geq \sqrt[3]{\frac{u_3 + 1}{u_3} \cdot \frac{2T_{3\max}}{\frac{b}{d_5} \cdot z_5^3 \cdot \sigma_{\text{HP}}^2} K_{\text{H}\alpha} K_{\text{H}\beta} Z_{\text{M}}^2 Z_{\text{H}}^2 Z_{\epsilon}^2} \\
 &= \sqrt[3]{\frac{2,5664 + 1}{2,5664} \cdot \frac{2 \cdot 4192,944 \cdot 10^3}{0,9 \cdot 23^3 \cdot 1481,82^2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 189,84^2 \cdot 2,5^2 \cdot 1^2} \\
 &= 4,78 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{65}$$

Odabran je standardni modul I reda prednosti $m_3 = 5 \text{ mm}$.

4.6.1. Dimenzije trećeg zupčaničkog para

Broj zubi zupčanika Z_5, Z_6

$$z_5 = 23$$

$$z_6 = u_3 \cdot z_5 = 2,5664 \cdot 23 = 59,0272$$

Odabrano: $z_6 = 59$

Stvarni prijenosni omjer III stupnja prijenosa

$$u_{\text{III}} = \frac{z_6}{z_5} = \frac{59}{23} = 2,5652$$

Odstupanje od prijenosnog omjera:

$$\left(\frac{u_{\text{III}}}{u_3} - 1\right) \cdot 100 \approx \left(\frac{2,5652}{2,5664} - 1\right) \cdot 100 \approx -0,05\%$$

Što je u granicama odstupanja od $\pm 3\%$.

$$\text{Osni razmak: } a_{56} = \frac{m_3}{2} (z_5 + z_6) = \frac{5}{2} (23 + 59) = 205 \text{ mm}$$

Zupčanik Z_5 :

$$d_5 = z_5 \cdot m_5 = 23 \cdot 5 = 115 \text{ mm} \tag{66}$$

$$d_{a5} = d_5 + 2 \cdot m_5 = 115 + 2 \cdot 5 = 125 \text{ mm} \tag{67}$$

$$d_{w5} = d_5 = 115 \text{ mm} \tag{68}$$

$$d_{f5} = d_5 - 2 \cdot m_5 - 2 \cdot c = d_5 - 2,5 \cdot m_5 = 115 - 2,5 \cdot 5 = 102,5 \text{ mm} \tag{69}$$

$$c = 0,25m \text{ (prema ISO preporuci) [5]} \tag{70}$$

Zupčanik Z_6

$$d_6 = z_6 \cdot m_{56} = 59 \cdot 5 = 295 \text{ mm} \tag{71}$$

$$d_{a6} = d_5 + 2 \cdot m_{56} = 295 + 2 \cdot 5 = 305 \text{ mm} \quad (72)$$

$$d_{w6} = d_6 = 295 \text{ mm} \quad (73)$$

$$d_{f6} = d_6 - 2 \cdot m_{56} - 2 \cdot c = d_6 - 2,5 \cdot m_{56} = 295 - 2,5 \cdot 5 = 282,5 \text{ mm} \quad (74)$$

Kontrola tjemene zračnosti

$$c = a - \frac{d_{a5} + d_{f6}}{2} = 205 - \frac{125 + 282,5}{2} = 1,25 \text{ mm} \quad (75)$$

Najmanja dopuštena tjemena zračnost:

$$c_{\min} = 0,12 \cdot m = 0,12 \cdot 5 = 0,6 \text{ mm} < 1,25 \text{ mm} \quad (76)$$

Zadovoljava (nije potrebno skraćenje glave)

4.7. Kontrolni proračun ozubljenja

Nakon što su dimenzionirani zupčanici, slijedi faza provjere čvrstoće ozubljenja s obzirom na zadana opterećenja. Za ovu svrhu, proveden je proračun čvrstoće ozubljenja korištenjem softvera *Autodesk Inventor*. *Inventor* nudi proračun po sedam različitih normi, a za potrebe ovog rada odabrana je norma ISO 6336:1996. Svojstva materijala prilagođena su prema podacima iz programa *Reduktor* [5], budući da su orijentacijske vrijednosti modula izračunate temeljem tih podataka. Prema smjernicama za opće strojarstvo, odabrani su radni vijek od 10 000 sati, pogonski faktor $K_A = 1,2$ te kvaliteta ozubljenja 7.

Prema [5] minimalni potrebni faktori sigurnosti za interminirajući pogon iznose:

$S_F = 1,3$ - sigurnost protiv loma zubi

$S_H = 1,1$ - sigurnost protiv ljuštenja zubi

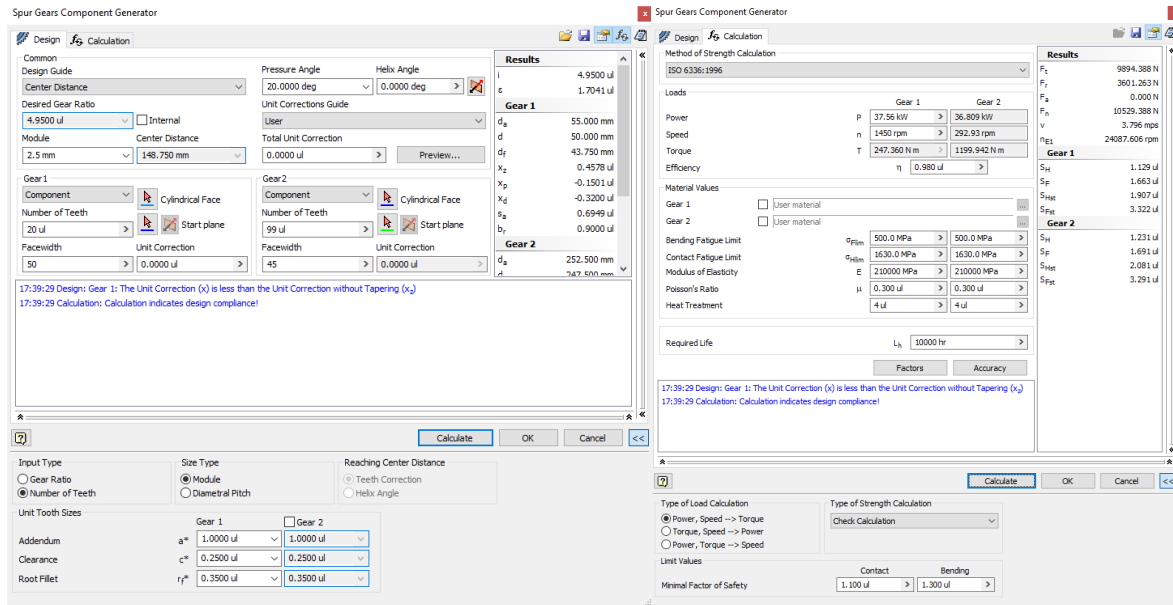
Kako *Autodesk Inventor* provodi proračun u skladu s normom, obuhvaćeni su i faktori koji nisu navedeni u ovom radu. Sučelje *Inventora* s prikazanim navedenim faktorima prikazano je na slici 4.7.

Factors

Factors of additional Load		Contact	Bending
Application Factor		K_A 1.200 ul >	
Dynamic Factor	K_{Hv}	1.036 ul >	1.036 ul >
Face Load Factor	$K_{H\beta}$	1.383 ul >	1.290 ul >
Transverse Load Factor	$K_{H\alpha}$	1.000 ul >	1.000 ul >
One-time Overloading Factor		K_{AS} 1.000 ul >	
Factors for Contact		Gear 1	Gear 2
Zone Factor		Z_H 2.495 ul >	
Contact Ratio Factor		Z_ϵ 0.875 ul >	
Single Pair Tooth Contact Factor	Z_B	1.091 ul >	1.000 ul >
Life Factor	Z_N	1.000 ul >	1.000 ul >
Lubricant Factor		Z_L 0.967 ul >	
Roughness Factor		Z_R 1.000 ul >	
Velocity Factor		Z_v 0.976 ul >	
Helix Angle Factor		Z_β 1.000 ul >	
Size Factor	Z_X	1.000 ul >	1.000 ul >
Work Hardening Factor		Z_W 1.000 ul >	
Factors for Bending			
Form Factor	Y_{Fa}	2.824 ul >	2.200 ul >
Stress Correction Factor	Y_{Sa}	1.564 ul >	1.823 ul >
Teeth with Grinding Notches Factor	Y_{Sag}	1.000 ul >	1.000 ul >
Helix Angle Factor		Y_β 1.000 ul >	
Contact Ratio Factor		Y_ϵ 0.690 ul >	
Alternating Load Factor	Y_A	1.000 ul >	1.000 ul >
Production Technology Factor	Y_T	1.000 ul >	1.000 ul >
Life Factor	Y_N	1.000 ul >	1.000 ul >
Notch Sensitivity Factor	Y_S	1.252 ul >	1.285 ul >
Size Factor	Y_X	1.000 ul >	1.000 ul >
Tooth Root Surface Factor		Y_R 1.000 ul >	

Slika 4.7 Utjecajni faktori u *Autodesk Inventoru*

4.7.1. Prvi stupanj



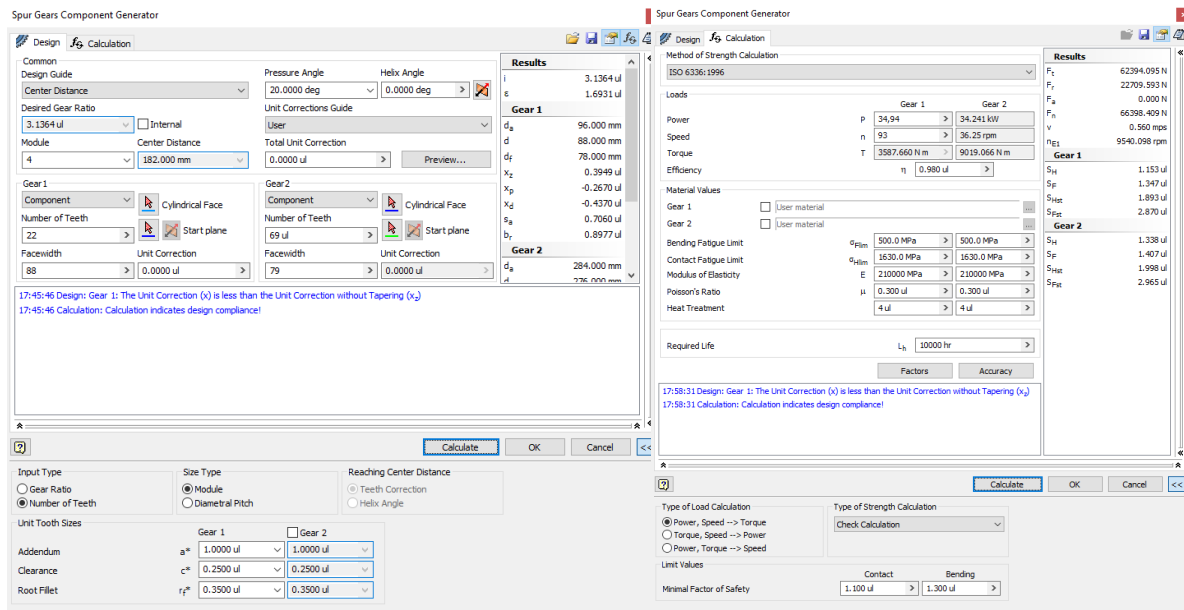
Slika 4.8 Provjera ozubljenja prvog zupčaničkog para

Kao što se može vidjeti iz slike 4.8, sigurnosni faktori su iznad traženih vrijednosti. Sigurnosti protiv loma zubi iznose $S_{F1} = 1,663$ i $S_{F2} = 1,691$. Usporedi li se to s traženom sigurnosti od $S_F = 1,3$, korijen zuba zadovoljava.

Sigurnosti protiv ljuštenja zubi iznose $S_{H1} = 1,129$ i $S_{H2} = 1,231$ što je također veće od tražene vrijednosti od $S_H = 1,1$.

Ozubljenje prvog stupnja zadovoljava.

4.7.2. Drugi stupanj



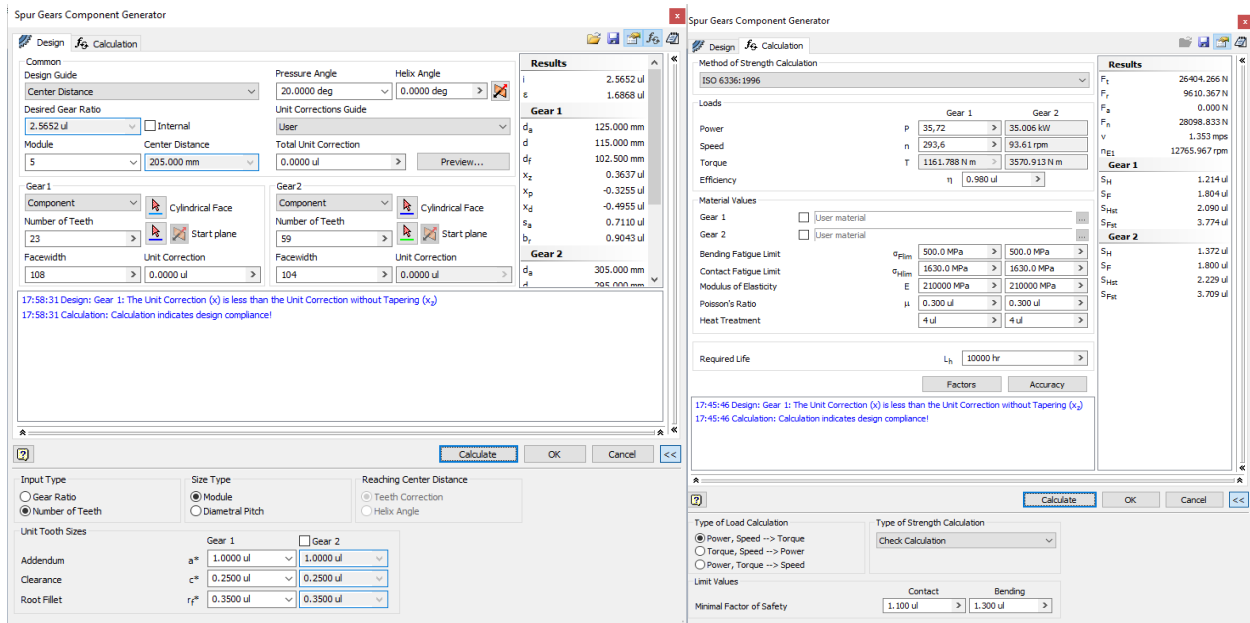
Slika 4.9 Provjera ozubljenja drugog zupčaničkog para

Kao što se može vidjeti iz slike 4.9, sigurnosni faktori su iznad traženih vrijednosti. Sigurnosti protiv loma zubi iznose $S_{F3} = 1,804$ i $S_{F4} = 1,8$. Usporedi li se to s traženom sigurnosti od $S_F = 1,3$, korijen zuba zadovoljava.

Sigurnosti protiv ljuštenja zubi iznose $S_{H3} = 1,214$ i $S_{H4} = 1,372$ što je također veće od tražene vrijednosti od $S_H = 1,1$.

Ozubljenje drugog stupnja zadovoljava.

4.7.3. Treći stupanj



Slika 4.10 Provjera ozubljenja prvog zupčaničkog para

Kao što se može vidjeti iz slike 4.10, sigurnosni faktori su iznad traženih vrijednosti. Sigurnosti protiv loma zubi iznose $S_{F5} = 1,347$ i $S_{F6} = 1,407$. Usporedi li se to s traženom sigurnosti od $S_F = 1,3$, korijen zuba zadovoljava.

Sigurnosti protiv ljuštenja zubi iznose $S_{H5} = 1,153$ i $S_{H6} = 1,338$ što je također veće od tražene vrijednosti od $S_H = 1,1$.

Ozubljenje trećeg stupnja zadovoljava.

5. Usporedba rezultata

[3] i [4] daju optimirane kontinuirane vrijednosti brojeva zubi, modula i širina zupčanika na temelju kojih možemo izračunati potrebne promjere pomoću izraza:

$$d_i = z_i \cdot m_n \quad (77)$$

Set of variables	Optimal values			For optimal concept (no. 15)	
	Continuous optima Conc. no. 4	Conc. no. 15	Conc. no. 16	Discrete	Real
<i>I</i> m_n	2.07	1.669	2.492	2	2
z_1	22.69	28.868	20.087	23.86	24
z_2	185.476	123.039	71.794	110.163	110
b	65.0	76.436	76.455	76.347	76.4
<i>II</i> m_n	4.667	3.524	3.251	3.0	3
z_1	18.316	20.025	22.334	24.142	24
z_2	86.036	70.104	85.923	84.184	84
b	107.059	100.00	109.483	115.881	116
<i>III</i> m_n		4.107	3.702	4.5	4.5
z_1		24.108	27.505	23.471	23
z_2		62.095	76.934	56.217	56
b		157.472	146.192	139.183	140

Description	3 Stages	
	Ref. [22]	Presented paper
m1	2.49	3.31
m2	3.25	5.05
m3	3.70	7.89
N1	20.09	13
N3	22.33	13
N5	27.51	13.00
N2	71.79	54.50
N4	85.92	50.18
N6	76.93	32.13
F1	76.46	51.97
F2	109.48	79.38
F3	146.19	123.97

Slika 5.1 Rezultati optimizacije iz [3] i [4]

Na temelju podataka sa slike 5.1 i jednadžbe (77) izračunati su promjeri svih zupčanika te su prikazani pomoću tablice 5.1.

Tablica 5.1 Izračunati promjeri zupčanika

	Marjanović et al. 15 [3]	Marjanović et al. 16 [3]	Golabi et al. [4]	U ovom radu
d_1 /mm	48,18	50,06	43,03	48,47
d_2 /mm	205,35	178,91	180,36	239,36
d_3 /mm	70,57	72,61	65,65	83,66
d_4 /mm	247,05	279,34	253,41	264,02
d_5 /mm	99,01	101,82	102,57	122,94
d_6 /mm	255,02	284,81	253,51	315,52

Radi jednostavnosti proračuna pretpostavljamo da zupčanici imaju oblik punog valjka pa za izračun volumena koristimo sljedeći izraz:

$$V_i = \frac{d_i^2 \cdot \pi}{4} \cdot b_i \quad (78)$$

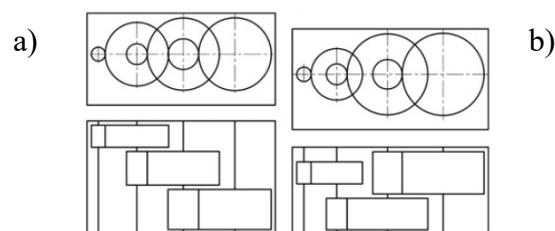
Tablica 5.2 Usporedba volumena zupčanika

	Marjanović et al. 15 [3]	Marjanović et al. 16 [3]	Golabi et al. [4]	U ovom radu
V_1/mm^3	13918,19	150479,54	75576,24	80466,59
V_2/mm^3	2531496,01	1922051,44	1327770,61	1962641,33
V_3/mm^3	391138,10	453345,64	268701,71	413883,51
V_4/mm^3	4793575,79	6709695,76	4098933,70	4122157,62
V_5/mm^3	1212415,13	1190363,70	1024347,22	1313544,15
V_6/mm^3	8043437,80	9313736,71	6257439,70	8651538,93
$\Sigma V_i/\text{mm}^3$	16985981,02	19739672,79	13052769,18	16544232,14

Tablica 5.3 Usporedba prijenosnih omjera

	Marjanović et al. 15 [3]	Marjanović et al. 16 [3]	Golabi et al. [4]	U ovom radu
u_1	4,2621	3,5741	4,1923	4,9387
u_2	3,5008	3,8742	3,86	3,1559
u_3	2,5757	2,7971	2,4715	2,5664
$\prod u_i$	38,4314	38,7308	39,9945	40

Rezultati ovog rada dobiveni optimizacijom prema Niemannu smjestili su se u sredini između rezultata postignutih u radovima [3] i [4]. Najmanji ukupni volumen zupčanika ostvarili su Golabi et al. [4], a najveći Marjanović et al. [3] s konceptom 16. Također, iz tablice 5.3 vidljivo je da Marjanović et al. [3] najviše odstupaju od zadanog prijenosnog omjera. U ovom radu odabrana je konfiguracija a) sa slike 5.2, što odgovara konceptu 15 kod Marjanović et al., dok Golabi i Marjanović u konceptu 16 koriste konfiguraciju b).



Slika 5.2 Konfiguracije trostupanskog reduktora s paralelnim vratilima

6. Proračun vratila

6.1. Orijentacijske vrijednosti težina zupčanika

Težina zupčanika Z_1

$$d_1 = 50 \text{ mm}$$

$$b_1 = 50 \text{ mm}$$

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$m_1 = \rho \cdot V_1 = \rho \cdot \frac{d_1^2 \pi}{4} \cdot b_1 = 7850 \cdot \frac{(50 \cdot 10^{-3})^2 \pi}{4} \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 0,77 \text{ kg}$$

$$G_{z1} = m_1 \cdot g = 0,77 \cdot 9,81 = 7,5537 \text{ N}$$

Težina zupčanika Z_2

$$d_2 = 247,5 \text{ mm}$$

$$b_2 = 45 \text{ mm}$$

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$m_2 = \rho \cdot V_2 = \rho \cdot \frac{d_2^2 \pi}{4} \cdot b_2 = 7850 \cdot \frac{(247,5 \cdot 10^{-3})^2 \pi}{4} \cdot 45 \cdot 10^{-3} = 17 \text{ kg}$$

$$G_{z2} = m_2 \cdot g = 17 \cdot 9,81 = 166,72 \text{ N}$$

Težina zupčanika Z_3

$$d_3 = 88 \text{ mm}$$

$$b_3 = 84 \text{ mm}$$

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$m_3 = \rho \cdot V_3 = \rho \cdot \frac{d_3^2 \pi}{4} \cdot b_3 = 7850 \cdot \frac{(88 \cdot 10^{-3})^2 \pi}{4} \cdot 84 \cdot 10^{-3} = 4,01 \text{ kg}$$

$$G_{z3} = m_3 \cdot g = 4,01 \cdot 9,81 = 39,3381 \text{ N}$$

Težina zupčanika Z_4

$$d_4 = 276 \text{ mm}$$

$$b_4 = 79 \text{ mm}$$

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$m_4 = \rho \cdot V_4 = \rho \cdot \frac{d_4^2 \pi}{4} \cdot b_4 = 7850 \cdot \frac{(276 \cdot 10^{-3})^2 \pi}{4} \cdot 79 \cdot 10^{-3} = 37,1026 \text{ kg}$$

$$G_{z4} = m_4 \cdot g = 37,1026 \cdot 9,81 = 363,9765 \text{ N}$$

Težina zupčanika Z_5

$$d_5 = 115 \text{ mm}$$

$$b_5 = 108 \text{ mm}$$

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$m_5 = \rho \cdot V_5 = \rho \cdot \frac{d_5^2 \pi}{4} \cdot b_5 = 7850 \cdot \frac{(115 \cdot 10^{-3})^2 \pi}{4} \cdot 108 \cdot 10^{-3} = 8,806 \text{ kg}$$

$$G_{z5} = m_5 \cdot g = 8,806 \cdot 9,81 = 86,3869 \text{ N}$$

Težina zupčanika Z_6

$$d_6 = 295 \text{ mm}$$

$$b_6 = 103 \text{ mm}$$

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$m_6 = \rho \cdot V_6 = \rho \cdot \frac{d_6^2 \pi}{4} \cdot b_6 = 7850 \cdot \frac{(295 \cdot 10^{-3})^2 \pi}{4} \cdot 103 \cdot 10^{-3} = 55,26 \text{ kg}$$

$$G_{z6} = m_6 \cdot g = 55,26 \cdot 9,81 = 542,1379 \text{ N}$$

6.2. Ulazno vratilo V_1

6.2.1. Izbor spojke S_1

Izbor spojke S_1 vrši se na temelju maksimalnog momenta koji se može pojaviti na spojci:

$$T_{U1,\max} = K_A \cdot \frac{P_{U1}}{\omega_1} = K_A \cdot \frac{P_{U1}}{\frac{n_1 \pi}{30}} = 1,2 \cdot \frac{40000}{\frac{1450 \pi}{30}} = 316 \text{ Nm} \quad (79)$$

Izabrana je spojka ES2 koja prenosi momente do 450 Nm [5].

Težina spojke koja opterećuje vratilo V_1 iznosi:

$$G_{S1} = 0,5 \cdot G_{ES2} = 0,5 \cdot 42 = 21 \text{ N} \quad (80)$$

6.2.2. Opterećenje vratila V_1

Okretni moment koji opterećuje vratilo V_1 jednak je maksimalnom okretnom momentu na zupčaniku Z_1 i on iznosi:

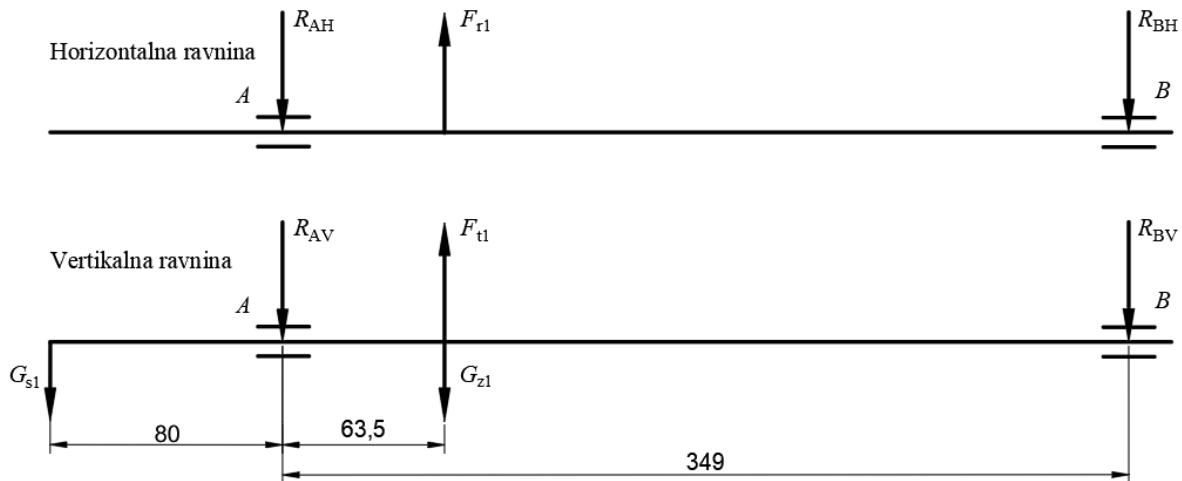
$$T_{v1} = T_{1,\max} = 296832 \text{ Nmm} \quad (81)$$

Obodna sila koja opterećuje zupčanik z_1 iznosi:

$$F_{t1} = \frac{2T_{1,\max}}{d_1} = \frac{2 \cdot 296832}{50} = 11873 \text{ N.} \quad (82)$$

Radikalna sila može se izračunati preko obodne sile i trigonometrije:

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \tan(\alpha) = 11873,28 \cdot \tan(20^\circ) = 4322 \text{ N.} \quad (83)$$

Slika 6.1 Sile na vratilu V_1 u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini

Reakcije R_{AH} i R_{BH} u horizontalnoj ravnini:

$$\begin{aligned}\Sigma M_{AH} &= 0 \\ R_{BH} \cdot 349 - F_{r1} \cdot 63,5 &= 0 \\ R_{BH} &= \frac{F_{r1} \cdot 63,5}{349} = \frac{4322 \cdot 63,5}{349} = 786 \text{ N.}\end{aligned}\quad (84)$$

$$R_{AH} = F_{r1} - R_{BH} = 4322 - 786 = 3536 \text{ N.}\quad (85)$$

Reakcije R_{AV} i R_{BV} u horizontalnoj ravnini:

$$\begin{aligned}\Sigma M_{AV} &= 0 \\ R_{BV} \cdot 349 - (F_{t1} - G_{z1}) \cdot 63,5 - G_{s1} \cdot 80 &= 0 \\ R_{BV} &= \frac{(11873 - 7,6) \cdot 63,5 + 21 \cdot 80}{349} = 2164 \text{ N}\end{aligned}\quad (86)$$

$$R_{AV} = F_{t1} - G_{z1} - G_{s1} - R_{BV} = 11873 - 7,6 - 21 - 2164 = 9681 \text{ N.}\quad (87)$$

Rezultantne sile u osloncima A i B sada iznose:

$$R_A = \sqrt{R_{AH}^2 + R_{AV}^2} = \sqrt{3536^2 + 9681^2} = 10306 \text{ N,}\quad (88)$$

$$R_B = \sqrt{R_{BH}^2 + R_{BV}^2} = \sqrt{786^2 + 2164^2} = 2302 \text{ N.}\quad (89)$$

Kako bismo mogli izračunati okvirne promjere vratila, potrebno je odabrati orijentacijsku vrijednosti dopuštenog napreznja. Pretpostavljeno je da će zupčanik Z_1 zbog malog promjera i relativno velikih sila biti izrađen iz jednog komada zajedno s vratilom pa za materijal vratila uzimamo materijal zupčanika 15CrNi6. Prema [7] dopušteno napreznja iznosi:

$$\sigma'_{f,dop} = \frac{\sigma_{fDN}}{4} = \frac{450}{4} = 112,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (90)$$

Faktor čvrstoće materijala α_0 pri istosmjernom torzijskom opterećenju iznosi:

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{fDN}}{\sqrt{3}\tau_{tDI}} = \frac{450}{\sqrt{3} \cdot 360} = 0,72 \quad (91)$$

Gdje je:

$\sigma_{fDN} = 450 \text{ N/mm}^2$ - trajna dinamička čvrstoća za savijanje [5]

$\tau_{tDI} = 360 \text{ N/mm}^2$ - trajna dinamička čvrstoća za uvijanje [5]

Momenti na presjecima označenim na slici 6.2 iznose:

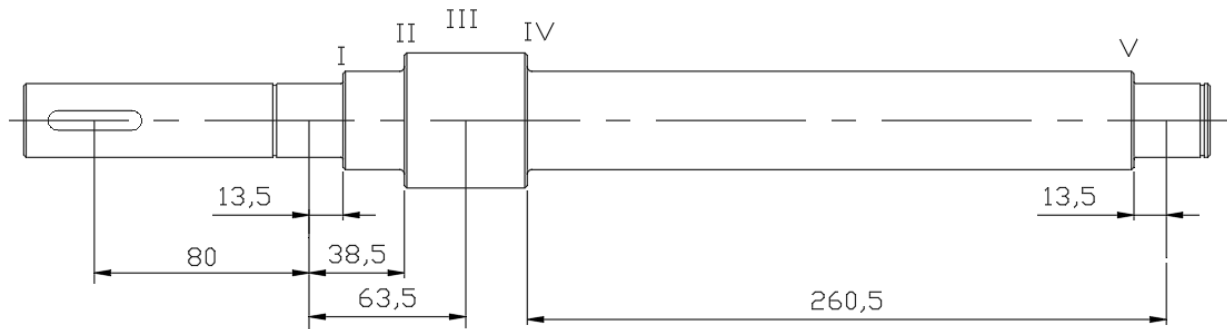
$$\begin{aligned} M_I &= \sqrt{M_{I,H}^2 + M_{I,V}^2} = \sqrt{47,7^2 + 132,6^2} = 141 \text{ Nm} \\ M_{I,H} &= R_{AH} \cdot \frac{27}{2} = 3536 \cdot \frac{27}{2} = 47,7 \text{ Nm} \\ M_{I,V} &= G_{S1} \cdot \left(80 + \frac{27}{2}\right) + R_{AV} \cdot \frac{27}{2} = 21 \cdot \left(80 + \frac{27}{2}\right) + 9681 \cdot \frac{27}{2} \\ &= 132,6 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (92)$$

$$\begin{aligned} M_{II} &= \sqrt{M_{II,H}^2 + M_{II,V}^2} = \sqrt{136,1^2 + 375,2^2} \\ M_{II,H} &= R_{A,H} \cdot 38,5 = 3536 \cdot 38,5 = 136,1 \text{ Nm} \\ M_{II,V} &= G_{S1} \cdot 118,5 + R_{A,V} \cdot 38,5 = 21 \cdot 118,5 + 9681 \cdot 38,5 \\ &= 375,2 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (93)$$

$$\begin{aligned} M_{III} &= \sqrt{M_{III,H}^2 + M_{III,V}^2} = \sqrt{224,5^2 + 617,7^2} = 657 \text{ Nm} \\ M_{III,H} &= R_{AH} \cdot 63,5 = 3536 \cdot 63,5 = 224,5 \text{ Nm} \\ M_{III,V} &= G_{S1} \cdot 143,5 + R_{AV} \cdot 63,5 = 21 \cdot 143,5 + 9681 \cdot 63,5 \\ &= 617,7 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (94)$$

$$M_{IV} = R_B \cdot 260,5 = 2302 \cdot 260,5 = 600 \text{ Nm} \quad (95)$$

$$M_V = R_B \cdot \frac{27}{2} = 2302 \cdot \frac{27}{2} = 31 \text{ Nm} \quad (96)$$

Slika 6.2 Proračunska shema vratila V₁

Presjeci I, II i III opterećeni su na savijanje i uvijanje, a presjeci IV i V samo na savijanje. Okretni moment na vratilu V₁ iznosi:

$$T_{V_1} = T_{z1, \max} = 296,83 \text{ Nm} \quad (97)$$

Uzimajući u obzir torzijsko opterećenje, reducirani momenti iznose:

$$M_{I, \text{red}} = \sqrt{M_I^2 + 0,75(\alpha_0 T_{V_1})^2} = \sqrt{141^2 + 0,75(0,72 \cdot 296,83)^2} = 232,7 \text{ Nm} \quad (98)$$

$$M_{II, \text{red}} = \sqrt{M_{II}^2 + 0,75(\alpha_0 T_{V_1})^2} = \sqrt{400^2 + 0,75(0,72 \cdot 296,83)^2} = 440,7 \text{ Nm} \quad (99)$$

$$M_{III, \text{red}} = \sqrt{M_{III}^2 + 0,75(\alpha_0 T_{V_1})^2} = \sqrt{657^2 + 0,75(0,72 \cdot 296,83)^2} = 682,6 \text{ Nm} \quad (100)$$

$$M_{IV, \text{red}} = M_{IV} = 600 \text{ Nm} \quad (101)$$

$$M_{V, \text{red}} = M_V = 31 \text{ Nm} \quad (102)$$

Okvirni promjeri vratila V₁:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{I, \text{red}}}{\sigma'_{f, \text{dop}}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 232,7 \cdot 10^3}{112,5}} = 27,45 \text{ mm} \quad (103)$$

$$d_{II} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{II,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 440,7 \cdot 10^3}{112,5}} = 33,96 \text{ mm} \quad (104)$$

$$d_{III} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{III,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 682,6 \cdot 10^3}{112,5}} = 39,29 \text{ mm} \quad (105)$$

$$d_{IV} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{IV,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 600 \cdot 10^3}{112,5}} = 37,64 \text{ mm} \quad (106)$$

$$d_V = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{V,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 31 \cdot 10^3}{112,5}} = 14,02 \text{ mm} \quad (107)$$

Da bi zupčanik bio izrađen neovisno o vratilu mora biti ispunjen uvjet:

$$\begin{aligned} d_1 &\geq 2 \cdot d_{vr} \\ d_1 = 50 \text{ mm} &\geq 2 \cdot d_{III} = 78,58 \text{ mm} \end{aligned} \quad (108)$$

Uvjet nije zadovoljen i iz tog razloga zupčanik mora biti izrađen zajedno s vratilom pri čemu treba poštovati uvjet:

$$\begin{aligned} d_1 &\geq 1,2 \cdot d_{vr} \\ d_1 = 50 \text{ mm} &\geq 1,2 \cdot d_{III} = 47,15 \text{ mm} \end{aligned} \quad (109)$$

Uvjet je zadovoljen.

Odabrani su standardni promjeri vratila:

$$d_I = 30 \text{ mm}$$

$$d_{II} = 40 \text{ mm}$$

$$d_{III} = 50 \text{ mm (promjer diobene kružnice zupčanika } Z_1)$$

$$d_{IV} = 40 \text{ mm}$$

$$d_V = 30 \text{ mm}$$

6.2.3. Kontrolni proračun vratila V_1

Kontrolni proračun vratila proveden je prema uputama iz [7]. Kritični presjeci su oni u kojima se javlja veliko opterećenje i/ili je prisutna koncentracija naprezanja. Sigurnosti vratila proračunavaju se pomoću jednadžbe koja obuhvaća utjecaj veličine strojnog dijela, kvalitete obrade površine, zarezno djelovanje te pogonski faktor:

$$S_{post} = \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot \sigma_{fDN}}{K_A \cdot \sigma_{red,konc}} \quad (110)$$

Gdje je:

b_1 - faktor veličine strojnog dijela,

b_2 - faktor kvalitete obrade površine,

$K_A = 1,2$ - faktor udara,
 $\sigma_{\text{red,konc}}$ - reducirano naprezanje na mjestu koncentrataora.

Reducirano naprezanje na mjestu koncentrataora računa se pomoću jednadžbe (111) koja glasi:

$$\sigma_{\text{red,konc}} = \sqrt{(\beta_{\text{kf}} \cdot \sigma_f)^2 + 3(\alpha_0 \cdot \beta_{\text{kt}} \cdot \tau_t)^2} \quad (111)$$

Gdje je:

$\sigma_f = \frac{M_f}{W}$ - Savojno naprezanje

$\tau_t = \frac{T}{W_p}$ - Torzijsko naprezanje

β_{kf} - Efektivni faktor zareznog djelovanja kod savijanja

β_{kt} - Efektivni faktor zareznog djelovanja kod uvijanja

Radi preglednosti, faktori za sve presjeka prikazani su tablično. Faktori su računati pomoću standardnih formula i grafova prema [7].

Faktor β_{kf} :

$$\begin{aligned} \beta_{\text{kf}} &= 1 + c_1 \cdot (\beta_{\text{kf2}} - 1), \\ c_1 &= f\left(\frac{D}{d}\right), \\ \beta_{\text{kf2}} &= f\left(\frac{\rho}{d}, R_m\right), \end{aligned} \quad (112)$$

Faktor β_{kt} :

$$\begin{aligned} \beta_{\text{kt}} &= 1 + c_2 \cdot (\beta_{\text{kt1,4}} - 1), \\ c_2 &= f\left(\frac{D}{d}\right), \\ \beta_{\text{kt1,4}} &= f\left(\frac{\rho}{d}, R_m\right), \end{aligned} \quad (113)$$

Aksijalni moment otpora:

$$W = \frac{d^3 \pi}{32} \quad (114)$$

Polarni moment otpora:

a) Glatko vratilo:

$$W_p = \frac{d^3 \pi}{64} \quad (115)$$

b) Vratilo s utorom:

$$W_p = \frac{(d - t_1)^3 \pi}{64} \quad (116)$$

Gdje je:

t_1 - dubina utora u vratilu [8]

Faktori veličine i kvalitete obrade površine:

$$b_1 = f(d), \quad (117)$$

$$b_2 = f(R, R_m). \quad (118)$$

Tablica 6.1 Izračun sigurnosti vratila V₁

	S-S	I-I	II-II	IV-IV	V-V
c_1	-	0,61	0,57	0,57	0,61
β_{kf2}	-	2,5	2,1	2,1	2,5
β_{kf}	-	1,915	1,627	1,627	1,915
c_2	-	0,96	0,85	-	-
$\beta_{kt1,4}$	-	1,65	1,45	-	-
β_{kt}	1,9	1,624	1,38	-	-
W/mm^3	-	2700	6400	6400	2700
W_p/mm^3	3515,2	5400	12800	-	-
$\sigma_f/(\text{N}/\text{mm}^2)$	-	52,22	62,5	93,75	11,48
$\tau_t/(\text{N}/\text{mm}^2)$	89,9	54,97	23,19	-	-
$\sigma_{red}/(\text{N}/\text{mm}^2)$	213	149,7	109,86	159	21,98
b_1	0,9	0,9	0,85	0,85	0,9
b_2	0,98	0,98	0,82	0,82	0,98
S_{post}	1,55	2,2	2,38	1,64	15

Iz tablice je vidljivo da svi presjeci zadovoljavaju uvjet čvrstoće te vrijedi:

$$S_{post} \geq S_{potr} = 1,4 \text{ (za istosmjerno opterećeno vratilo)}$$

6.3. Međuvratilo V₂

6.3.1. Opterećenje vratila V₂

Okretni moment koji opterećuje vratilo V₂ jednak je maksimalnom okretnom momentu na zupčaniku Z₂ i on iznosi:

$$T_{V2} = T_{2,max} = 1455 \text{ Nm} \quad (119)$$

Obodna sila koja opterećuje zupčanik z₁ iznosi:

$$F_{t2} = \frac{2T_{2,max}}{d_2} = \frac{2 \cdot 1455 \cdot 10^3}{247,5} = 11758 \text{ N.} \quad (120)$$

Radijalna sila može se izračunati preko obodne sile i trigonometrije:

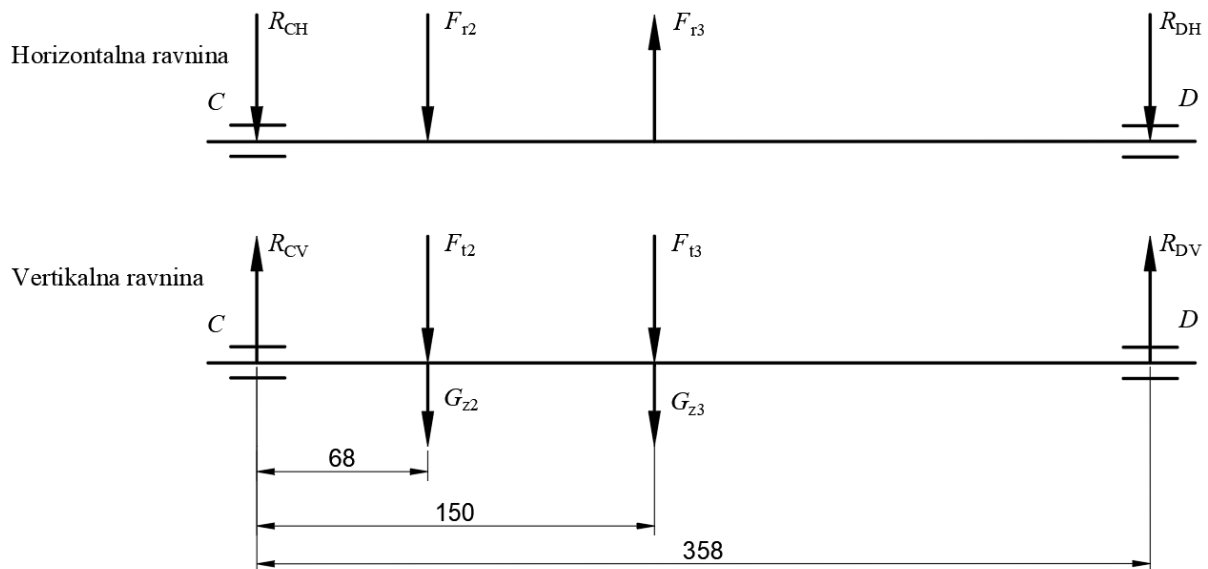
$$F_{r2} = F_{t2} \cdot \tan(\alpha) = 11758 \cdot \tan(20^\circ) = 4280 \text{ N.} \quad (121)$$

Obodna sila koja opterećuje zupčanik z₃ iznosi:

$$F_{t3} = \frac{2T_{3,max}}{d_3} = \frac{2 \cdot 1394 \cdot 10^3}{88} = 31682 \text{ N.} \quad (122)$$

Radijalna sila može se izračunati preko obodne sile i trigonometrije:

$$F_{r3} = F_{t3} \cdot \tan(\alpha) = 31682 \cdot \tan(20^\circ) = 11531 \text{ N.} \quad (123)$$



Slika 6.3 Sile na vratilu V₂ u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini

Reakcije R_{CH} i R_{DH} u horizontalnoj ravnini:

$$\Sigma M_{CH} = 0 \quad (124)$$

$$R_{DH} = \frac{F_{r3} \cdot 150 - F_{r2} \cdot 68}{358} = \frac{11531 \cdot 150 - 4280 \cdot 68}{358} = 4018 \text{ N}$$

$$R_{CH} = F_{r3} - F_{r2} - R_{DH} = 11531 - 4280 - 4018 = 3233 \text{ N.} \quad (125)$$

Reakcije R_{CV} i R_{DV} u vertikalnoj ravnini:

$$\Sigma M_{CV} = 0$$

$$(F_{t2} + G_{z2}) \cdot 46 + (F_{t3} + G_{z3}) \cdot 123 - R_{DV} \cdot 304 = 0$$

$$R_{DV} = \frac{(F_{t2} + G_{z2}) \cdot 68 + (F_{t3} + G_{z3}) \cdot 150}{358}$$

$$= \frac{(11758 + 166,79 \cdot 68 + (31682 + 39,3) \cdot 150)}{358}$$

$$= 18319 \text{ N} \quad (126)$$

$$R_{CV} = F_{t2} + G_{z2} + F_{t3} + G_{z3} - R_{DV}$$

$$= 11758 + 166,79 + 31682 + 39,3 - 18319 = 25327 \text{ N} \quad (127)$$

Rezultantne sile u osloncima C i D iznose:

$$R_C = \sqrt{R_{CH}^2 + R_{CV}^2} = \sqrt{3233^2 + 25327^2} = 25532 \text{ N,} \quad (128)$$

$$R_D = \sqrt{R_{DH}^2 + R_{DV}^2} = \sqrt{4018^2 + 18319^2} = 18755 \text{ N.} \quad (129)$$

Momenti savijanja u presjecima označenim na slici 6.4 iznose:

$$M_I = R_C \cdot \frac{36}{2} = 25532 \cdot \frac{36}{2} = 459,58 \text{ Nm} \quad (130)$$

$$M_{II} = R_C \cdot 45,5 = 25532 \cdot 45,5 = 1161,7 \text{ Nm} \quad (131)$$

$$M_{III} = R_C \cdot 68 = 25532 \cdot 68 = 1736,19 \text{ Nm} \quad (132)$$

$$M_{IV} = \sqrt{M_{IV,H}^2 + M_{IV,V}^2} = \sqrt{388,84^2 + 2024^2} = 2060,79 \text{ Nm}$$

$$M_{IV,H} = R_{CH} \cdot 90,5 + F_{r2} \cdot \frac{45}{2} = 3233 \cdot 90,5 + 4280 \cdot \frac{45}{2} = 388,84 \text{ Nm} \quad (133)$$

$$M_{IV,V} = R_{CV} \cdot 90,5 - (F_{t2} + G_{z2}) \cdot \frac{45}{2}$$

$$= 25327 \cdot 90,5 - (11758 + 166,7) \cdot \frac{45}{2} = 2024 \text{ Nm}$$

$$M_V = \sqrt{M_{V,H}^2 + M_{V,V}^2} = \sqrt{520,3^2 + 2258,3^2} = 2317,46 \text{ Nm}$$

$$M_{V,H} = R_{CH} \cdot 108 + F_{r2} \cdot 40 = 3233 \cdot 108 + 4280 \cdot 40 = 520,3 \text{ Nm}$$

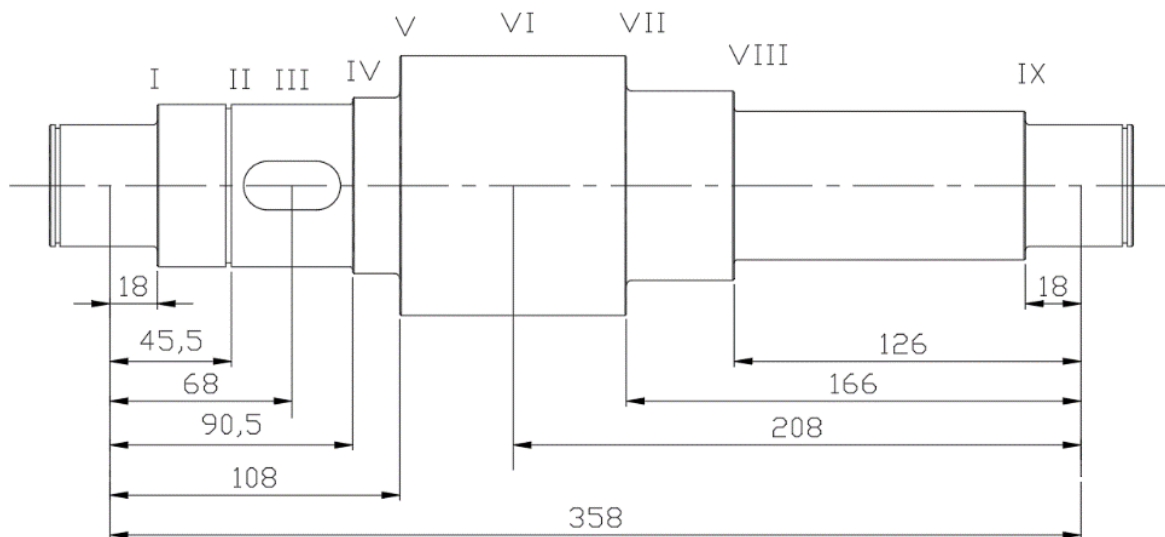
$$\begin{aligned} M_{V,V} &= R_{CV} \cdot 108 - (F_{t2} + G_{z2}) \cdot 40 = \\ &= 25327 \cdot 81 - (11758 + 166,7) \cdot 40 = 2258,3 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (134)$$

$$M_{VI} = R_D \cdot 208 = 18755 \cdot 208 = 3901 \text{ Nm} \quad (135)$$

$$M_{VII} = R_D \cdot 166 = 18755 \cdot 166 = 3113,31 \text{ Nm} \quad (136)$$

$$M_{VIII} = R_D \cdot 126 = 18755 \cdot 126 = 2363,1 \text{ Nm} \quad (137)$$

$$M_{IX} = R_D \cdot 18 = 18755 \cdot 18 = 337,59 \text{ Nm} \quad (138)$$



Slika 6.4 Proračunska shema vratila V_2

Presjeci III,IV,V,VI opterećeni su na savijanje i uvijanje, a presjeci I,II,VII,VIII i IX samo na savijanje.

Uzimajući u obzir torzijsko opterećenje, reducirani momenti iznose:

$$M_{I,red} = M_I = 459,58 \text{ Nm} \quad (139)$$

$$M_{II,red} = M_{II} = 1161,7 \text{ Nm} \quad (140)$$

$$\begin{aligned} M_{III,red} &= \sqrt{M_{III}^2 + 0,75(\alpha_0 T_{V2})^2} = \sqrt{1736,19^2 + 0,75(0,72 \cdot 1455)^2} \\ &= 1958,94 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (141)$$

$$M_{IV,red} = \sqrt{M_{IV}^2 + 0,75(\alpha_0 T_{V2})^2} = \sqrt{2060,79^2 + 0,75(0,72 \cdot 1455)^2} \quad (142)$$

$$= 2060,79 \text{ Nm}$$

$$M_{V,red} = \sqrt{M_V^2 + 0,75(\alpha_0 T_{V2})^2} = \sqrt{2317,46 + 0,75(0,72 \cdot 1455)^2} \quad (143)$$

$$= 2488,72 \text{ Nm}$$

$$M_{VI,red} = \sqrt{M_{VI}^2 + 0,75(\alpha_0 T_{V2})^2} = \sqrt{3901 + 0,75(0,72 \cdot 1455)^2} \quad (144)$$

$$= 4005 \text{ Nm}$$

$$M_{VII,red} = M_{VII} = 3113,31 \text{ Nm} \quad (145)$$

$$M_{VIII,red} = M_{VIII} = 2363,1 \text{ Nm} \quad (146)$$

$$M_{VIII,red} = M_{VIII} = 2363,1 \text{ Nm} \quad (147)$$

$$M_{IX,red} = M_{IX} = 337,59 \text{ Nm} \quad (148)$$

Okvirni promjeri vratila V_2 :

$$d_I = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{I,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 459,58 \cdot 10^3}{112,5}} = 34 \text{ mm} \quad (149)$$

$$d_{II} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{II,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 1161,7 \cdot 10^3}{112,5}} = 46,91 \text{ mm} \quad (150)$$

$$d_{III} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{III,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 1958,94 \cdot 10^3}{112,5}} = 55,84 \text{ mm} \quad (151)$$

$$d_{IV} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{IV,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 2060,79 \cdot 10^3}{112,5}} = 58,49 \text{ mm} \quad (152)$$

$$d_V = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{V,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 2488,72 \cdot 10^3}{112,5}} = 60,48 \text{ mm} \quad (153)$$

$$d_{VI} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{VI,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 4005 \cdot 10^3}{112,5}} = 70,58 \text{ mm} \quad (154)$$

$$d_{VII} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{VII,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 3113,31 \cdot 10^3}{112,5}} = 66,06 \text{ mm} \quad (155)$$

$$d_{\text{VIII}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{\text{VIII,red}}}{\sigma'_{f,\text{dop}}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 2363,1 \cdot 10^3}{112,5}} = 59 \text{ mm} \quad (156)$$

$$d_{\text{IX}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{\text{IX,red}}}{\sigma'_{f,\text{dop}}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 337,59 \cdot 10^3}{112,5}} = 31 \text{ mm} \quad (157)$$

Da bi prema pretpostavci zupčanik Z_3 bio izrađen zajedno s vratilom, mora vrijediti uvjet:

$$d_3 \geq 1,2d_{\text{vr}}$$

$$d_3 = 88 \text{ mm} \geq d_{\text{VI}} = 1,2 \cdot 70,58 = 84,7 \text{ mm}$$

Uvjet je zadovoljen.

Odabrani su standardni promjeri vratila:

$$d_{\text{I}} = 45 \text{ mm}$$

$$d_{\text{II}} = 60 \text{ mm}$$

$$d_{\text{III}} = 60 \text{ mm}$$

$$d_{\text{IV}} = 60 \text{ mm}$$

$$d_{\text{V}} = 65 \text{ mm}$$

$$d_{\text{VI}} = 88 \text{ mm (promjer diobene kružnice zupčanika } Z_3)$$

$$d_{\text{VII}} = 70 \text{ mm}$$

$$d_{\text{VIII}} = 60 \text{ mm}$$

$$d_{\text{IX}} = 45 \text{ mm}$$

6.3.2. Kontrolni proračun vratila V_2

Prilikom proračuna svih vratila, korištene su formule (110-118).

Tablica 6.2 Izračun sigurnosti vratila V_2

	I-I	III-III	IV-IV	V-V	VII-VII
c_1	0,63	-	0,1	0,65	0,5
β_{kf2}	2,5	-	2,5	2,1	2,5
β_{kf}	1,945	2,1	1,15	1,715	1,75
c_2	-	-	0,58	0,97	0,9
$\beta_{kt1,4}$	-	-	1,65	1,5	1,7
β_{kt}	-	1,9	1,377	1,485	1,63
W/mm^3	9112,5	21600	21600	27462,5	34300
W_p/mm^3	-	29775,4	43200	54925	68600
$\sigma_f/(\text{N}/\text{mm}^2)$	50,43	80,38	95,41	84,39	90,77
$\tau_t/(\text{N}/\text{mm}^2)$	-	48,87	33,68	26,49	21,21
$\sigma_{red}/(\text{N}/\text{mm}^2)$	98,09	204,7	124	152,98	164,59
b_1	0,8375	0,8	0,8	0,796	0,79
b_2	0,98	0,98	0,98	0,82	0,82
S_{post}	3,137	1,44	2,37	1,6	1,48

Iz tablice je vidljivo da svi presjeci zadovoljavaju uvjet čvrstoće te vrijedi:

$$S_{post} \geq S_{potr} = 1,4 \text{ (za istosmjerno opterećeno vratilo)} \quad (158)$$

6.4. Međuvratilo V_3

6.4.1. Opterećenje vratila V_3

Okretni moment koji opterećuje vratilo V_3 jednak je maksimalnom okretnom momentu na zupčaniku Z_4 i on iznosi:

$$T_{v4} = T_{4,max} = 4328 \text{ Nm} \quad (159)$$

Obodna sila koja opterećuje zupčanik z_4 iznosi:

$$F_{t4} = \frac{2T_{4,max}}{d_4} = \frac{2 \cdot 4328 \cdot 10^3}{276} = 31362 \text{ N.} \quad (160)$$

Radikalna sila može se izračunati preko obodne sile i trigonometrije:

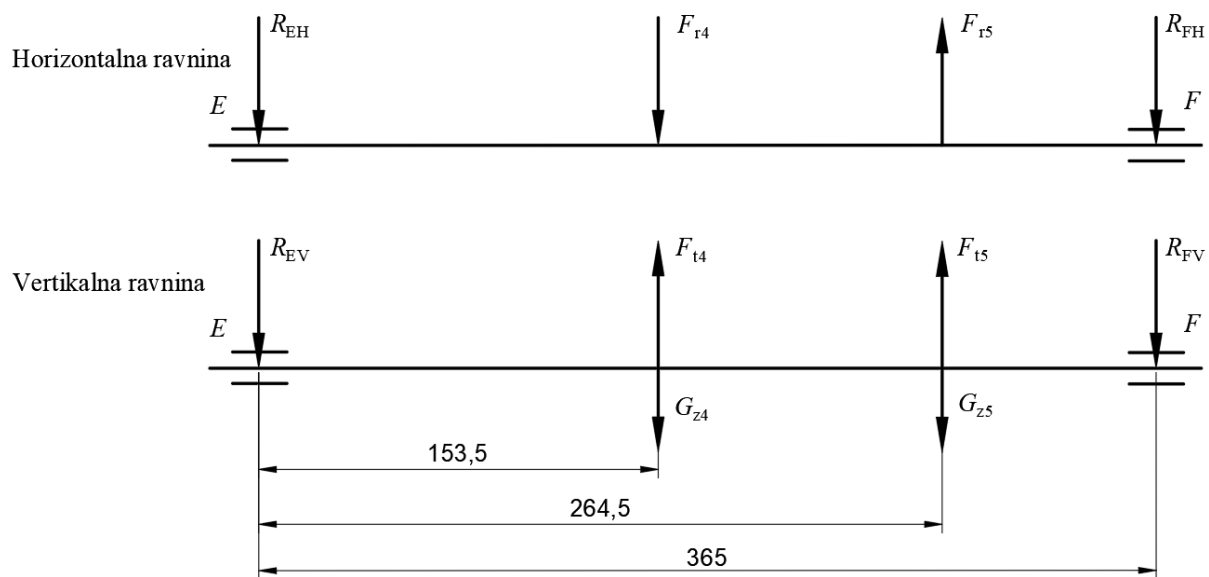
$$F_{r4} = F_{t4} \cdot \tan(\alpha) = 31362 \cdot \tan(20^\circ) = 11415 \text{ N.} \quad (161)$$

Obodna sila koja opterećuje zupčanik z_5 iznosi:

$$F_{t5} = \frac{2T_{5,\max}}{d_5} = \frac{2 \cdot 4193 \cdot 10^3}{115} = 72922 \text{ N.} \quad (162)$$

Radikalna sila može se izračunati preko obodne sile i trigonometrije:

$$F_{r5} = F_{t5} \cdot \tan(\alpha) = 72922 \cdot \tan(20^\circ) = 26541 \text{ N.} \quad (163)$$



Slika 6.5 Sile na vratilo V_3 u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini

Reakcije R_{EH} i R_{FH} u horizontalnoj ravnini:

$$\begin{aligned} \Sigma M_{EH} &= 0 \\ F_{r4} \cdot 153,5 - F_{r5} \cdot 264,5 - R_{FH} \cdot 365 &= 0 \\ R_{FH} &= \frac{F_{r5} \cdot 264,5 - F_{r4} \cdot 153,5}{365} = \frac{26541 \cdot 264,5 - 11415 \cdot 153,5}{365} \\ &= 14433 \text{ N} \end{aligned} \quad (164)$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_H &= 0 \\ R_{EH} &= F_{r5} - F_{r4} + R_{FH} = 26541 - 11415 - 14433 = 693 \text{ N} \end{aligned} \quad (165)$$

Reakcije R_{EV} i R_{FV} u vertikalnoj ravnini:

$$\Sigma M_{EV} = 0 \quad (166)$$

$$(F_{t4} - G_{z4}) \cdot 153,5 + (F_{t5} - G_{z5}) \cdot 264,5 - R_{FV} \cdot 365 = 0$$

$$R_{FV} = \frac{(F_{t4} - G_{z4}) \cdot 153,5 + (F_{t5} - G_{z5}) \cdot 264,5}{365} =$$

$$R_{FV} = \frac{(31362 - 363) \cdot 153,5 + (72922 - 86) \cdot 264,5}{365} = 65818 \text{ N}$$

$$\Sigma F_V = 0$$

$$R_{EV} = (F_{T4} - G_{z4}) + (F_{t5} - G_{z5}) - R_{FV} =$$

$$= (31362 - 363) + (72922 - 86) - 65818 = 38017 \text{ N} \quad (167)$$

Rezultantne sile u osloncima E i F:

$$R_E = \sqrt{R_{E,H}^2 + R_{E,V}^2} = \sqrt{693^2 + 38017^2} = 38024 \text{ N} \quad (168)$$

$$R_F = \sqrt{R_{F,H}^2 + R_{F,V}^2} = \sqrt{14433^2 + 65818^2} = 67382 \text{ N} \quad (169)$$

Momenti u presjecima označenim na slici 6.6 iznose:

$$M_I = R_E \cdot \frac{43}{2} = 38024 \cdot \frac{43}{2} = 817,5 \text{ Nm} \quad (170)$$

$$M_{II} = R_E \cdot 108 = 38024 \cdot 108 = 4106,5 \text{ Nm} \quad (171)$$

$$M_{III} = R_E \cdot 153,5 = 38024 \cdot 153,5 = 5836,6 \text{ Nm} \quad (172)$$

$$M_{IV} = \sqrt{M_{IV,H}^2 + M_{IV,V}^2} = \sqrt{584,7^2 + 6112,9^2} = 6140,8 \text{ Nm} \quad (173)$$

$$M_{IV,H} = R_{E,H} \cdot 193 + F_{r4} \cdot \frac{79}{2} = 693 \cdot 193 + 11415 \cdot \frac{79}{2} = 584,7 \text{ Nm} \quad (174)$$

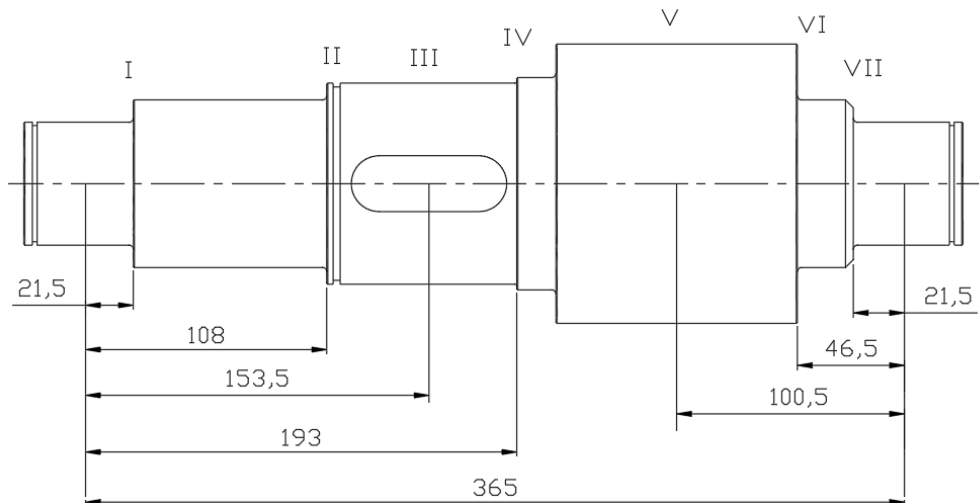
$$M_{IV,V} = R_{E,V} \cdot 193 - (F_{t4} - G_{z4}) \cdot \frac{79}{2} =$$

$$= 38017 \cdot 193 - (31362 - 364) \cdot \frac{79}{2} = 6112,9 \text{ Nm} \quad (175)$$

$$M_V = R_F \cdot 100,5 = 67381,5 \cdot 100,5 = 6771,84 \text{ Nm} \quad (176)$$

$$M_{VI} = R_F \cdot 46,5 = 67381,5 \cdot 46,5 = 3133,24 \text{ Nm} \quad (177)$$

$$M_{VII} = R_F \cdot \frac{43}{2} = 67381,5 \cdot \frac{43}{2} = 1448,7 \text{ Nm} \quad (178)$$

Slika 6.6 Proračunska shema vratila V₃

Presjeci III, IV i V opterećeni su na savijanje i uvijanje, a presjeci I, II, VI i VII samo na savijanje. Reducirani momenti iznose:

$$M_{I,red} = M_I = 817,5 \text{ Nm} \quad (179)$$

$$M_{II,red} = M_{II} = 4106,5 \text{ Nm} \quad (180)$$

$$M_{III,red} = \sqrt{M_{III}^2 + 0,75(\alpha_0 T_V)^2} = \sqrt{5836,6^2 + 0,75(0,72 \cdot 4328)^2} = 6430,3 \text{ Nm} \quad (181)$$

$$M_{IV,red} = \sqrt{M_{IV}^2 + 0,75(\alpha_0 T_V)^2} = \sqrt{6140,8^2 + 0,75(0,72 \cdot 4328)^2} = 6140,8 \text{ Nm} \quad (182)$$

$$M_{V,red} = \sqrt{M_V^2 + 0,75(\alpha_0 T_V)^2} = \sqrt{6771,84^2 + 0,75(0,72 \cdot 4328)^2} = 7289,8 \text{ Nm} \quad (183)$$

$$M_{VI,red} = M_{VI} = 3133,24 \text{ Nm} \quad (184)$$

$$M_{VII,red} = M_{VII} = 1448,7 \text{ Nm} \quad (185)$$

Okvirni promjeri vratila V₃:

$$d_I = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{I,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 817,5 \cdot 10^3}{112,5}} = 41,73 \text{ mm} \quad (186)$$

$$d_{II} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{II,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 4106,5 \cdot 10^3}{112,5}} = 71,47 \text{ mm} \quad (187)$$

$$d_{\text{III}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{\text{III,red}}}{\sigma'_{\text{f,dop}}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 6430,3 \cdot 10^3}{112,5}} = 83 \text{ mm} \quad (188)$$

$$d_{\text{IV}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{\text{IV,red}}}{\sigma'_{\text{f,dop}}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 6140,8 \cdot 10^3}{112,5}} = 84 \text{ mm} \quad (189)$$

$$d_{\text{V}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{\text{V,red}}}{\sigma'_{\text{f,dop}}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 7289,8 \cdot 10^3}{112,5}} = 86,53 \text{ mm} \quad (190)$$

$$d_{\text{VI}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{\text{VI,red}}}{\sigma'_{\text{f,dop}}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 3133,24 \cdot 10^3}{112,5}} = 65,3 \text{ mm} \quad (191)$$

$$d_{\text{VII}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{\text{VII,red}}}{\sigma'_{\text{f,dop}}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 1448,7 \cdot 10^3}{112,5}} = 50,5 \text{ mm} \quad (192)$$

Da bi prema pretpostavci zupčanik Z_5 bio izrađen zajedno s vratilom, mora vrijediti uvjet:

$$d_5 \geq 1,2d_{\text{vr}}$$

$$d_5 = 115 \text{ mm} \geq d_{\text{V}} = 1,2 \cdot 86,53 = 103,84 \text{ mm}$$

Uvjet je zadovoljen.

Odabrani su standardni promjeri vratila:

$$d_{\text{I}} = 55 \text{ mm}$$

$$d_{\text{II}} = 75 \text{ mm}$$

$$d_{\text{III}} = 90 \text{ mm}$$

$$d_{\text{IV}} = 95 \text{ mm}$$

$$d_{\text{V}} = 115 \text{ mm} \text{ (promjer diobene kružnice zupčanika } Z_5)$$

$$d_{\text{VI}} = 75 \text{ mm}$$

$$d_{\text{VII}} = 55 \text{ mm}$$

6.4.2. Kontrolni proračun vratila V_3

Tablica 6.3 Izračun sigurnosti vratila V_3

	I-I	II-II	III-III	IV-IV	VI-VI	VII-VII
c_1	0,65	0,45	-	0,51	0,8	0,65
β_{kf2}	2,45	2,6	-	2,1	2,1	2,45
β_{kf}	1,94	1,72	2,1	1,561	1,88	1,94
c_2	-	-	-	0,9	-	-
$\beta_{kt1,4}$	-	-	-	1,4	-	-
β_{kt}	-	-	1,9	1,36	-	-
W/mm^3	16637,5	42187,5	72900	85737,5	42187,5	16637,5
W_p/mm^3	-	-	118540,8	171475	-	-
$\sigma_f/(\text{N}/\text{mm}^2)$	49,1	97,34	80	73,32	74,27	87
$\tau_t/(\text{N}/\text{mm}^2)$	-	-	36,51	25,24	-	-
$\sigma_{red}/(\text{N}/\text{mm}^2)$	95,524	167,43	188,96	122,2	139,63	168,78
b_1	0,8125	0,7875	0,78	0,77	0,7875	0,8125
b_2	0,98	0,82	0,98	0,82	0,82	0,98
S_{post}	3,13	1,44	1,51	1,93	1,73	1,77

Iz tablice je vidljivo da svi presjeci zadovoljavaju uvjet čvrstoće te vrijedi:

$$S_{post} \geq S_{potr} = 1,4 \text{ (za istosmjerno opterećeno vratilo)}$$

6.5. Izlazno vratilo V_4

6.5.1. Izbor spojke S_2

Izbor spojke S_2 vrši se na temelju maksimalnog momenta koji se može pojaviti na spojci:

$$T_{S_2} = T_{v4} = 10648 \text{ Nm} \quad (193)$$

Odabrana je spojka EKH 9500 proizvođača R+H [9] koja prenosi momente i do 12 000 Nm.

Težina spojke koja opterećuje vratilo iznosi:

$$G_{S_2} = 530 \text{ N}$$

6.5.2. Opterećenje vratila V_4

Okretni moment koji opterećuje vratilo V_4 jednak je maksimalnom okretnom momentu na zupčaniku Z_6 i on iznosi:

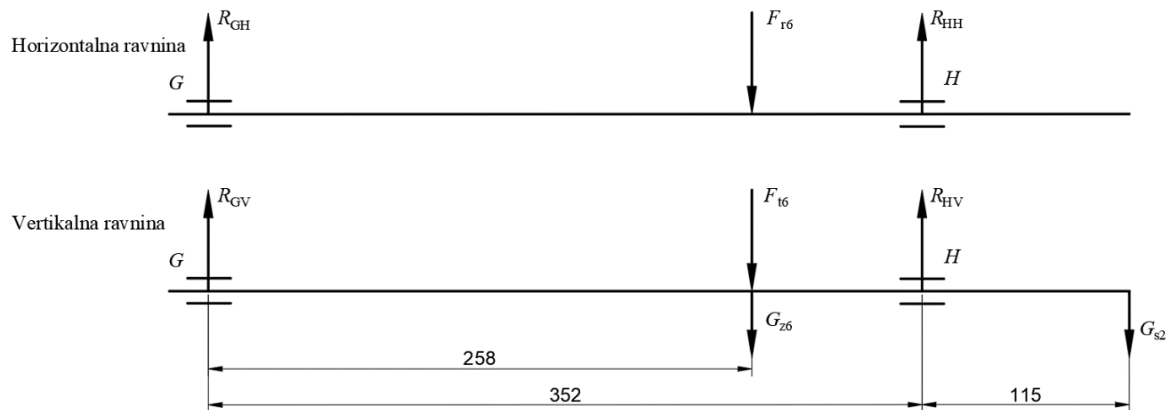
$$T_{v4} = T_{6,max} = 10648 \text{ Nm} \quad (194)$$

Obodna sila koja opterećuje zupčanik z_4 iznosi:

$$F_{t6} = \frac{2T_{6,\max}}{d_6} = \frac{2 \cdot 10648 \cdot 10^3}{295} = 72190 \text{ N.} \quad (195)$$

Radijalna sila može se izračunati preko obodne sile i trigonometrije:

$$F_{r6} = F_{t6} \cdot \tan(\alpha) = 72190 \cdot \tan(20^\circ) = 26275 \text{ N.} \quad (196)$$



Slika 6.7 Sile na vratilo V_4 u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini

Reakcije u horizontalnoj ravnini:

$$\Sigma M_{GH} = 0$$

$$F_{r6} \cdot 258 - R_{HH} \cdot 352 = 0$$

$$R_{HH} = \frac{F_{r6} \cdot 258}{352} = \frac{26275 \cdot 258}{352} = 19258 \text{ N} \quad (197)$$

$$\Sigma F_H = 0$$

$$R_{GH} = F_{r6} - R_{HH} = 26275 - 19258 = 7017 \text{ N} \quad (198)$$

Reakcije u vertikalnoj ravnini:

$$\Sigma M_{GV} = 0$$

$$R_{HV} = \frac{(F_{t6} + G_{z6}) \cdot 258 + G_{s2} \cdot (115 + 352)}{352} \quad (199)$$

$$= \frac{(72190 + 542) \cdot 258 + 530 \cdot (115 + 352)}{352} = 54012 \text{ N}$$

$$\Sigma F_V = 0$$

$$R_{GV} = F_{t6} + G_{z6} + G_{s2} - R_{HV} = 72190 + 542 + 530 - 54012 = 19250 \text{ N} \quad (200)$$

Rezultantne sile u osloncima G i H

$$R_G = \sqrt{R_{GH}^2 + R_{GV}^2} = \sqrt{7017^2 + 19250^2} = 20489 \text{ N} \quad (201)$$

$$R_H = \sqrt{R_{HH}^2 + R_{HV}^2} = \sqrt{19258^2 + 54012^2} = 57343 \text{ N} \quad (202)$$

Momenti u presjecima označenim na slici 6.8 iznose:

$$M_I = R_G \cdot 15 = 20489 \cdot 15 = 307,33 \text{ Nm} \quad (203)$$

$$M_{II} = R_G \cdot 206,5 = 20489 \cdot 206,5 = 4230,88 \text{ Nm} \quad (204)$$

$$M_{III} = R_G \cdot 258 = 20489 \cdot 258 = 5286 \text{ Nm} \quad (205)$$

$$M_{IV} = \sqrt{M_{IV,H}^2 + M_{IV,V}^2} = \sqrt{818,48^2 + 2212,05^2} = 2358,6 \text{ Nm}$$

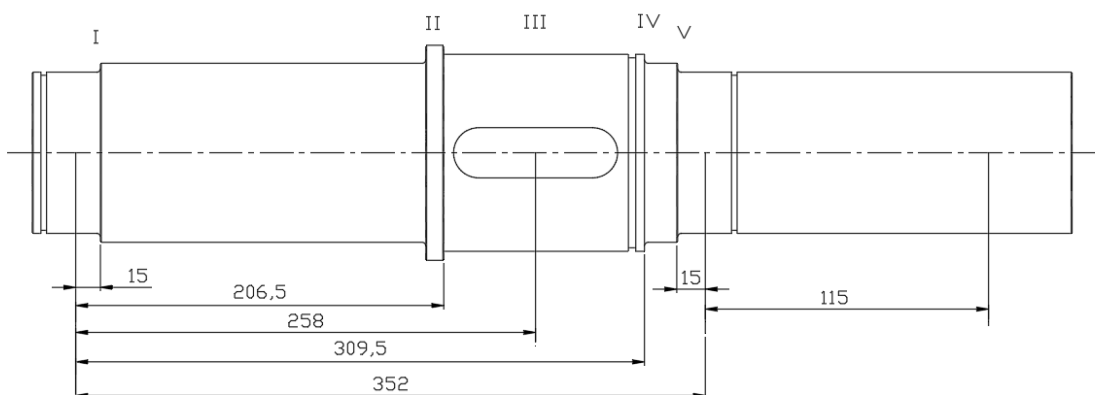
$$\begin{aligned} M_{IV,H} &= R_{G,H} \cdot 309,5 - F_{r6} \cdot \frac{103}{2} = 7017 \cdot 309,5 - 26275 \cdot \frac{103}{2} \\ &= 818,48 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (206)$$

$$\begin{aligned} M_{IV,V} &= R_{G,V} \cdot 309,5 - (F_{t6} + G_{z6}) \cdot \frac{103}{2} \\ &= 19250 \cdot 309,5 - (72190 + 542) \cdot \frac{103}{2} = 2212,05 \text{ Nm} \end{aligned}$$

$$M_V = \sqrt{M_{VH}^2 + M_{VV}^2} = \sqrt{288,88^2 + 741,29^2} = 795,59 \text{ Nm} \quad (207)$$

$$M_{V,H} = R_{H,H} \cdot 15 = 19258 \cdot 15 = 288,88 \text{ Nm}$$

$$M_{V,V} = R_{H,V} \cdot 15 - G_{S2} \cdot 130 = 54012,4 \cdot 15 - 530 \cdot 130 = 741,29 \text{ Nm}$$



Slika 6.8 Proračunska shema vratila V₄

Za materijal vratila V₄ odabran je konstrukcijski čelik St 70-2. Prema [7] dopušteno naprežanje za St 70-2 iznosi:

$$\sigma'_{f,dop} = \frac{\sigma_{fDN}}{4} = \frac{350}{4} = 87,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}. \quad (208)$$

Faktor čvrstoće materijala α_0 pri istosmjernom torzijskom opterećenju iznosi:

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{fDN}}{\sqrt{3}\tau_{tDI}} = \frac{350}{\sqrt{3} \cdot 260} = 0,77 \quad (209)$$

Presjeci III,IV i V opterećeni su na savijanje i uvijanje, a presjeci I i II samo na savijanje. Reducirani momenti s obzirom na torzijsko opterećenje iznose:

$$M_{I,red} = M_I = 307,33 \text{ Nm} \quad (210)$$

$$M_{II,red} = M_{II} = 4230,88 \text{ Nm} \quad (211)$$

$$M_{III,red} = \sqrt{M_{III}^2 + 0,75 \cdot (\alpha_0 T_{V4})^2} = \sqrt{5286^2 + 0,75 \cdot (0,77 \cdot 10648)^2} \\ = 8852 \text{ Nm} \quad (212)$$

$$M_{IV,red} = \sqrt{M_{IV}^2 + 0,75 \cdot (\alpha_0 T_{V4})^2} = \sqrt{2358,6^2 + 0,75 \cdot (0,77 \cdot 10648)^2} \\ = 7482 \text{ Nm} \quad (213)$$

$$M_{V,red} = \sqrt{M_V^2 + 0,75 \cdot (\alpha_0 T_{V4})^2} = \sqrt{795,59^2 + 0,75 \cdot (0,77 \cdot 10648)^2} \\ = 7144,94 \text{ Nm} \quad (214)$$

Okvirni promjeri vratila V₄:

$$d_I = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{I,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 307,33 \cdot 10^3}{87,5}} = 32,75 \text{ mm} \quad (215)$$

$$d_{II} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{II,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 4230,88 \cdot 10^3}{87,5}} = 78,50 \text{ mm} \quad (216)$$

$$d_{III} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{III,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 8852 \cdot 10^3}{87,5}} = 100 \text{ mm} \quad (217)$$

$$d_{IV} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{IV,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 7482 \cdot 10^3}{87,5}} = 94,91 \text{ mm} \quad (218)$$

$$d_V = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_{V,red}}{\sigma'_{f,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 7144,94 \cdot 10^3}{87,5}} = 93,45 \text{ mm} \quad (219)$$

Odabrani su standardni promjeri vratila:

$$d_I = 90 \text{ mm}$$

$$d_{II} = 100 \text{ mm}$$

$$d_{III} = 110 \text{ mm}$$

$$d_{IV} = 100 \text{ mm}$$

$$d_V = 90 \text{ mm}$$

6.5.3. Kontrolni proračun vratila V_4

Tablica 6.4 Izračun sigurnosti vratila V_4

	III-III	IV-IV	V-V	S-S
c_1	-	0,3	0,3	-
β_{kf2}	-	2,2	2,15	-
β_{kf}	2	1,36	1,345	-
c_2	-	0,58	0,58	-
$\beta_{kt1,4}$	-	1,7	1,65	-
β_{kt}	1,9	1,406	1,377	1,2
W/mm^3	133100	100000	72900	-
W_p/mm^3	200000	200000	145800	145800
$\sigma_f/(\text{N}/\text{mm}^2)$	39,71	23,586	3,96	-
$\tau_t/(\text{N}/\text{mm}^2)$	53,24	53,24	73	73
$\sigma_{red}/(\text{N}/\text{mm}^2)$	156,55	104,86	134	116,93
b_1	0,7625	0,77	0,775	0,775
b_2	0,99	0,85	0,99	0,85
S_{post}	1,4	1,82	1,67	1,64

Iz tablice je vidljivo da svi presjeci zadovoljavaju uvjet čvrstoće te vrijedi:

$$S_{post} \geq S_{potr} = 1,4 \text{ (za istosmjerno opterećeno vratilo)} \quad (220)$$

6.6. Odabir ležajeva

Ležajevi se biraju prema opterećenju u osloncima te izračunatim potrebnim promjerima oslonaca. Za čvrsta ležajna mjesta biraju se jednoredni valjkasti ležajevi u NUP izvedbi, a za slobodna jednoredni valjkasti ležajevi u NU izvedbi.

Ležajna mjesta konstruirana su na način da slobodni i čvrsti ležaj imaju jednake unutarnje i vanjske dimenzije kako bi po potrebi bila omogućena zamjena orijentacije vratila.

Tablica 6.5 Promjeri i opterećenje oslonaca

	Promjer rukavca	Opterećenje
Vratilo V ₁	$d_A = 30 \text{ mm}$	$R_A = 10306 \text{ N}$
	$d_B = 30 \text{ mm}$	$R_B = 2302 \text{ N}$
Vratilo V ₂	$d_C = 45 \text{ mm}$	$R_C = 25532 \text{ N}$
	$d_D = 45 \text{ mm}$	$R_D = 18755 \text{ N}$
Vratilo V ₃	$d_E = 55 \text{ mm}$	$R_E = 38024 \text{ N}$
	$d_F = 55 \text{ mm}$	$R_F = 67382 \text{ N}$
Vratilo V ₄	$d_G = 90 \text{ mm}$	$R_G = 20489 \text{ N}$
	$d_H = 90 \text{ mm}$	$R_H = 57343 \text{ N}$

Tablica 6.6 Odabrani ležajevi

Vratilo V ₁	A: NU 2306 ECP
	B: NUP 2306 ECP
Vratilo V ₂	C: NU 2309 ECP
	D: NUP 2309 ECP
Vratilo V ₃	E: NUP 2311 ECP
	F: NU 2311 ECP
Vratilo V ₄	G: NUP 218 ECP
	H: NU 218 ECP

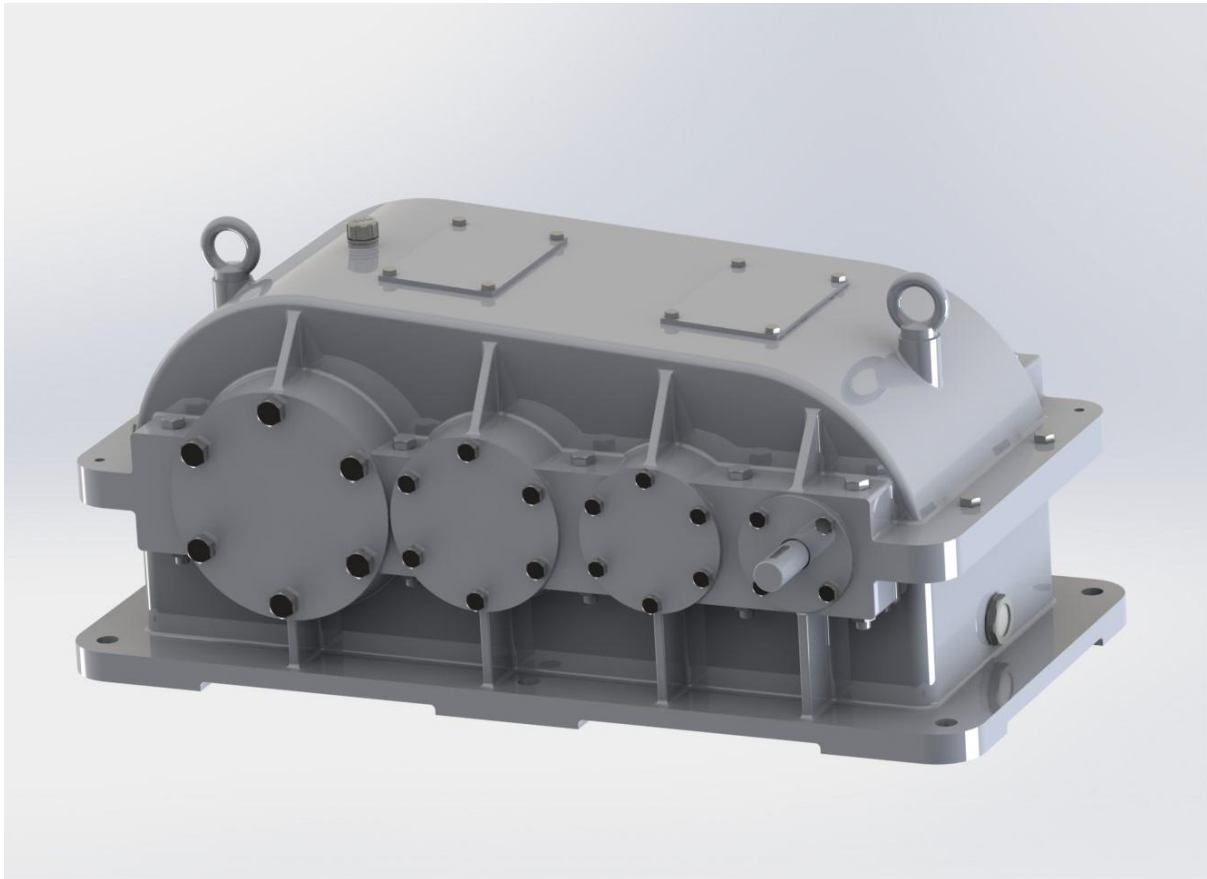
Ležajevi su odabrani i provjereni pomoću SKF web alata [10]. Prema [7] odabran je potreban vijek trajanja ležajeva za univerzalne prijenosnike od 10 000 h. Provjereni su samo ležajevi u osloncima s većim opterećenjem pošto su i oba ležaja istog vratila istih dimenzija i samim time i jednake nosivosti.

Tablica 6.7 Vijek trajanja odabranih ležajeva

A	NU 2306 ECP	$C = 83 \text{ kN}$	$L_{10h} = 12\,000 \text{ h}$
C	NU 2309 ECP	$C = 160 \text{ kN}$	$L_{10h} = 15\,000 \text{ h}$
F	NU 2311 ECP	$C = 232 \text{ kN}$	$L_{10h} = 11\,000 \text{ h}$
G	NU 218 ECP	$C = 208 \text{ kN}$	$L_{10h} = 30\,000 \text{ h}$

7. Prikaz konstruiranog reduktora

Pomoću softvera *Solidworks 2020* izrađen je 3D model trostupanjskog reduktora s kućištem u lijevanoj izvedbi te svim potrebnim poklopcima, pokazivačem i ispustom ulja za podmazivanje zupčanika uronjavanjem.



Slika 7.1 Trostupanjski reduktor u lijevanoj izvedbi

8. Zaključak

U radu je provedena raspodjela ukupnog prijenosnog omjera trostupanjskog reduktora na parcijalne metodom prema Niemannu s ciljem minimizacije volumena. Radi usporedbe uzeti su ulazni parametri iz dva članka [3] i [4] s istom tematikom te je nakon proračuna napravljena usporedba rezultata. Osim raspodjele prijenosnih omjera, provedena je i analiza utjecaja omjera b/d_1 na volumen zupčanika i kućišta reduktora, a preporuke za izbor zubi manjeg zupčanika potvrđene su analizom čvrstoće zupčanika provedenom pomoću softvera *Autodesk Inventor 2024*.

Najmanji volumen zupčanika dobiven je u članku [4], a najveći volumen pripada konceptu 16 iz članka [3]. To znači da metoda optimizacije višestupanjskih prijenosnika po Niemannu smjestivši se svojim rezultatima između dvaju naprednijih metoda daje i više nego zadovoljavajuća rješenja.

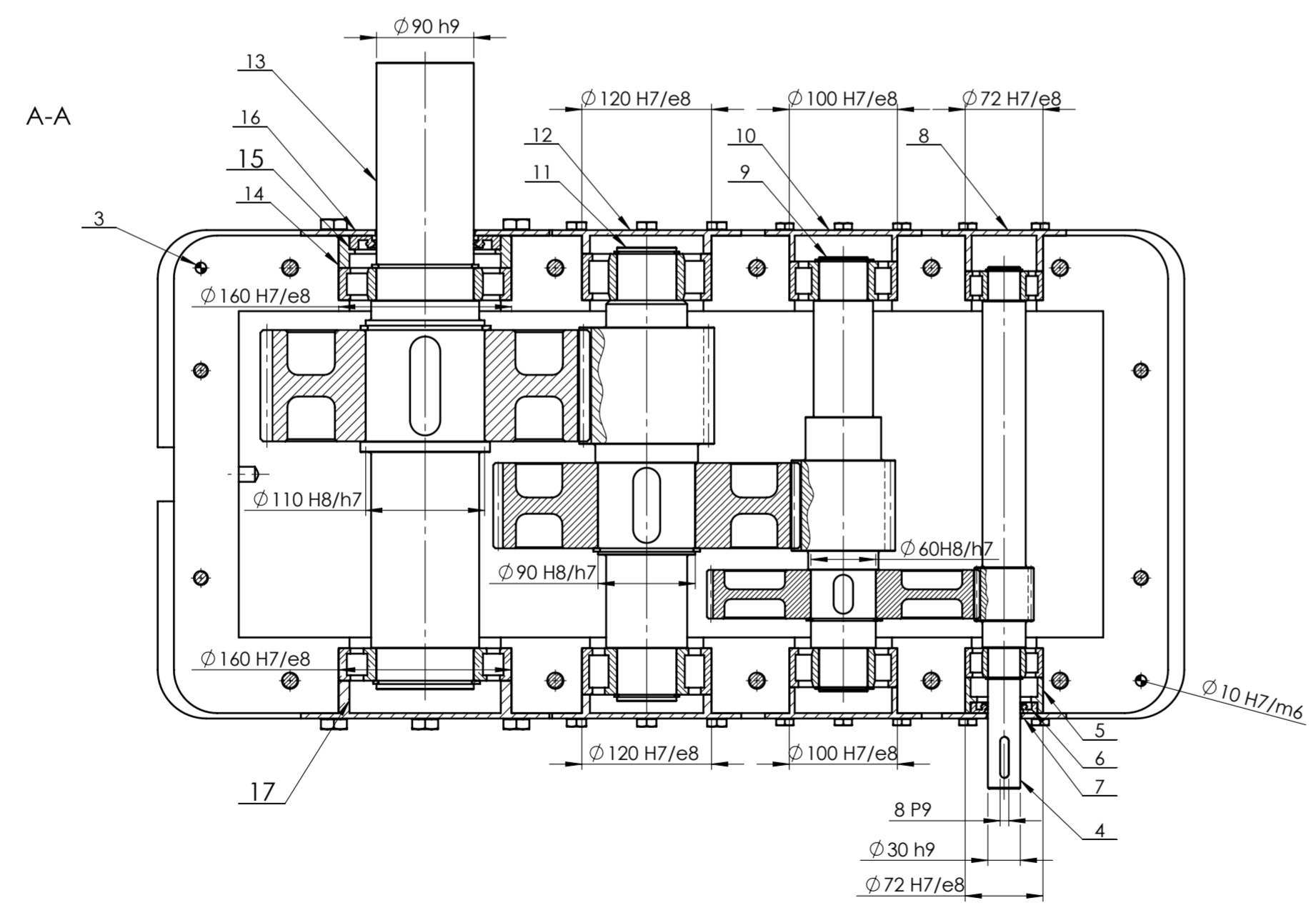
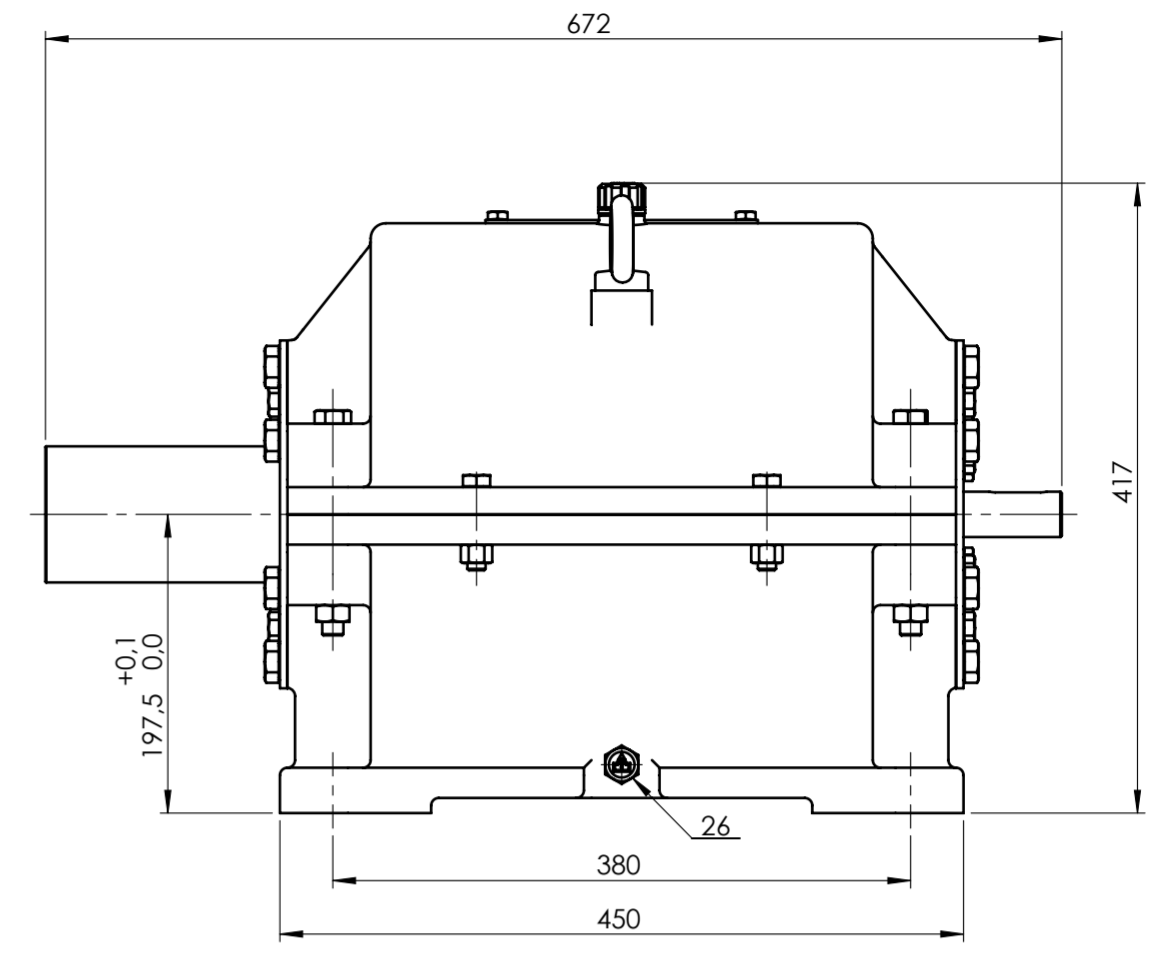
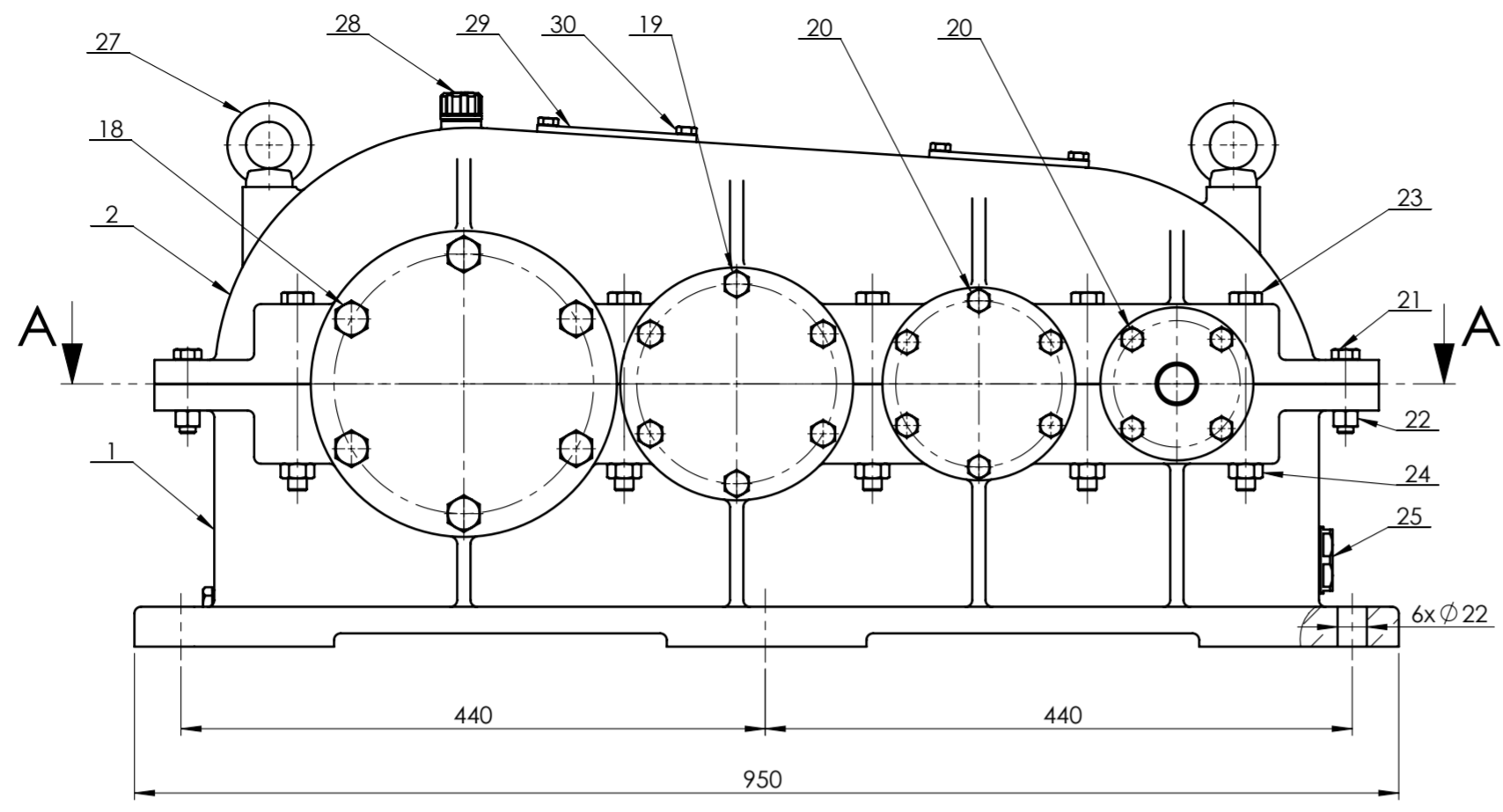
Za kontrolni proračun ozubljenja korišten je softver *Autodesk Inventor 2024*, a vratila su proračunata prema uputama iz [7]. Na kraju je pomoću softvera *Solidworks 2020*. za optimalne parametre konstruiran trostupanjski reduktor s kućištem u lijevanoj izvedbi.

Literatura

- [1] Opalić, M.: Prijenosnici snage i gibanja, Zagreb, 1998.
- [2] Niemann, G., Winter, H.: *Maschinenelemente*, Bd, II, III, Springer Verlag Berlin Heilderberg New York Tokyo, 1983.
- [3] Marjanovic, N., Isailovic, B, Marjanovic, V., Milojevic, Z., Blagojevic, M, Bojic, M.: A practical approach to the optimization of gear trains with spur gears, *Mechanism Machine Theory* 53, (2012), 1–16.
- [4] Golabi, S., Fesharaki, J., Yazdipoor, M.: Gear train optimization based on minimum volume/weight design, *Mechanism and Machine Theory* 73, (2014), 197-217
- [5] Opalić M., Rakamarić P.: Reduktor, Zagreb 2001.
- [6] Oberšmit, E.: Ozubljenja i zupčanici, Liber Zagreb, 1980.
- [7] Vučković K: Vratila (podloge uz predavanja), 2022.
- [8] Decker K.H., Elementi strojeva, Tehnička knjiga Zagreb, 1980.
- [9] <https://www.rw-couplings.com/> [pristup stranici 5. siječnja 2024.]
- [10] <https://skfbearingselect.com/> [pristup stranici 5. siječnja 2024.]

Prilozi

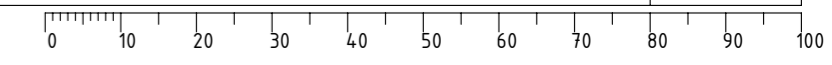
I. Tehnička dokumentacija

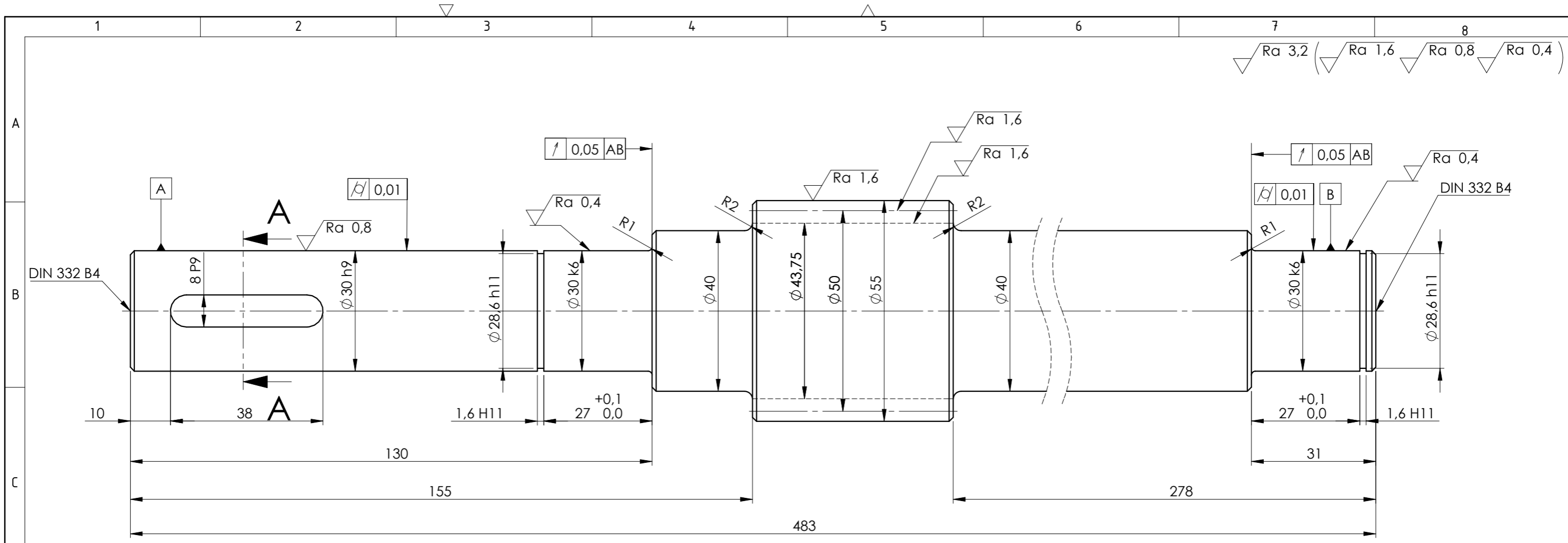


30	Vijak M8x16	8	DIN 933	6.8	Vijci Kranjec	-
29	Prozor za kontrolu zahvata	2	RD-01-15	-	180x120x5	-
28	Odzračnik	1	SFP 30	-	Ganter	-
27	Okasti vijak	2	DIN 580	6.8	Vijci Kranjec	-
26	Vijak za ispušt ulja	1	DIN 910	-	Ganter	-
25	Nivokaz ulja	1	GN 743	-	Ganter	-
24	Matica M14	10	DIN 934	6	Vijci Kranjec	-
23	Vijak M14x140	10	DIN 931	6.8	Vijci Kranjec	-
22	Matica M12	4	DIN 934	6	Vijci Kranjec	-
21	Vijak M12x55	4	DIN 931	6.8	Vijci Kranjec	-
20	Vijak M10x40	20	DIN 933	6.8	Vijci Kranjec	-
19	Vijak M12x40	12	DIN 933	6.8	Vijci Kranjec	-
18	Vijak M16x40	12	DIN 933	6.8	Vijci Kranjec	-
17	Poklopac V4 sljepi	1	RD-01-14	E295	Ø 230x10	-
16	Poklopac V4 prolazni	1	RD-01-13	E295	Ø 230x10	-
15	Brtva 2	1	HMS5RG	-	SKF	-
14	Izlazni naslon brtve	1	RD-01-12	E295	Ø 160x30	-
13	Sklop vratila V4	1	RD-01-11-0	-	Ø 305x580	35 kg
12	Poklopac V3	2	RD-01-10	E295	Ø 175x10	-
11	Sklop vratila V3	1	RD-01-09-0	-	Ø 284x420	28 kg
10	Poklopac V2	2	RD-01-08	E295	Ø 145x10	-
9	Sklop vratila V2	1	RD-01-07-0	-	Ø 250x402	20 kg
8	Poklopac V1 sljepi	1	RD-01-06	E295	Ø 115x10	-
7	Poklopac V1 prolazni	1	RD-01-05	E295	Ø 115x10	-
6	Brtva 1	1	HMS5 RG	-	SKF	-
5	Ulazni naslon brtve	1	RD-01-04	E295	Ø 72x33	-
4	Sklop vratila V1	1	RD-01-03-0	-	Ø 72x483	4,5 kg
3	Zatik	2	DIN 7979	C45	Reca	-
2	Gornji dio kućišta	1	RD-01-02	SL20	950x450x197,5	90 kg
1	Donji dio kućišta	1	RD-01-01	SL20	950x450x197,5	140 kg

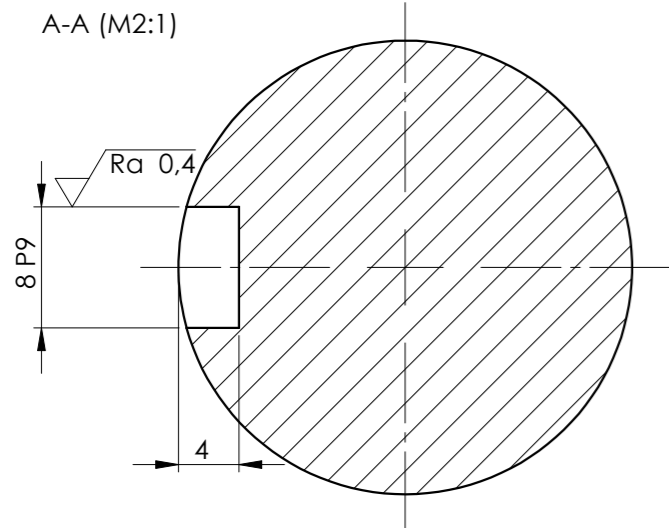
Poz.	Naziv dijela	Kom.	Crtež broj Norma	Materijal	Sirove dimenzije Proizvođač	Masa
Broj naziva - code		Datum	Ime i prezime	Potpis		
Projektirao		Robert Dukarić				
Razradio		Robert Dukarić				
Crtao		Robert Dukarić				
Pregledao						

ISO - tolerancije		Objekt:		Objekt broj:	
Ø 100 H7/e8	+0,161 +0,072	8 P9	+0,015 -0,051	R. N. broj:	
Ø 110 H8/h7	+0,076 0	Ø 10 H7/m6	+0,009 -0,015	Napomena:	
Ø 120 H7/e8	+0,161 +0,072	Ø 30 h9	0 -0,052	Materijal:	
Ø 160 H7/e8	+0,188 +0,085	Ø 60 H8/h7	+0,076 0	Masa: 350 kg	
		Ø 72 H7/e8	+0,136 +0,06	Naziv: Trostupanjski reduktor	
		Ø 90 h9	0 -0,087	Mjerilo originala	
			1:5	Pozicija: Format: A2	
				Listova: 1	
				List: 1	





A-A (M2:1)



Ozubljenje	
Profil ozubljenja	ISO 53.2:1998 1.25/0.38/1.0 Profil A
Kut zahvatne linije	20°
Modul	2,5 mm
Broj zubi	20
Faktor pomaka profila	0
Pomak profila	0 mm
Promjer diobene kružnice	50 mm
Promjer temeljne kružnice	46,98 mm
Promjer tjemene kružnice	55 mm
Promjer podnožne kružnice	43,75 mm
Kružna zračnost	0,120 mm
Kontrola kvalitete	S" 7fe4 HRN M.C1.031
Mjerni broj zubi	3
Mjera preko nekoliko zubi	19,151 mm
Kvaliteta ozubljenja	7
Broj okretaja	1450 1/min
Razmak osi vratila	148,75 ⁺ _{-0,032} mm

Napomena:
 -sva nekotirana skošenja iznose 1x45°
 -Cementacija ozubljenja:
 ugljičenje: 0,6 mm
 kaljenje 58 HRC

Broj naziva - code	Datum	Ime i prezime	Potpis
Projektirao		Robert Dukarić	
Razradio		Robert Dukarić	
Crtao		Robert Dukarić	
Pregledao			
Mentor			
ISO - tolerancije		Objekt:	Objekt broj:
1,6 H11	+0,06 0	R. N. broj:	
8 P9	+0,015 -0,051	Napomena:	
Ø 28,6 h11	0 -0,13	Materijal: 15CrNi6	Masa: 4 kg
Ø 30 k6	+0,015 +0,002	Naziv: Vratilo V1	
Ø 30 h9	0 -0,052	Mjerilo originala	Pozicija: 1
		1:1	Crtež broj: RD-01-03-1



Kopija
Format: A3
Listova: 1
List: 1

