

# Proračun čvrstoće kompozitnih konstrukcija primjenom fenomenoloških kriterija popuštanja

---

Stepan, Florijan

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:063700>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-08-08**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Florijan Stepan**

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Izv. prof. dr. sc. Darko Ivančević

Student:

Florijan Stepan

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svojem mentoru, izv. prof. dr. sc. Darku Ivančeviću na pomoći, savjetima i prenesenom znanju tijekom izrade ovog završnog rada.

Florijan Stepan



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: <b>602 – 04 / 24 – 06 / 01</b>	
Ur.broj: <b>15 – 24 –</b>	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Florijan Stepan** JMBAG: **00 35220160**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Proračun čvrstoće kompozitnih konstrukcija primjenom fenomenoloških kriterija popuštanja**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Strength analysis of composite structures using phenomenological failure criteria**

Opis zadatka:

Kriteriji popuštanja koji spadaju u skupinu fenomenoloških kriterija temeljenih na fizici (engl. *physically based phenomenological criteria*), poput Puck-ovog i LaRC05 kriterija, ističu se pouzdanijim rezultatima u usporedbi s tradicionalnim kriterijima popuštanja kompozita. U završnom radu je potrebno primijeniti dostupne fenomenološke kriterije popuštanja u programu *Abaqus*<sup>®</sup> za proračun čvrstoće metodom konačnih elemenata te usporediti rezultate s konvencionalnim kriterijima popuštanja.

U radu je potrebno:

- dati pregled i teoretske osnove fenomenoloških kriterija popuštanja
- vizualizirati krivulje popuštanja odabranih fenomenoloških kriterija popuštanja
- validaciju kriterija popuštanja provesti koristeći eksperimentalne podatke materijala IM7/8552
- proračun čvrstoće provesti primjenom programa *Abaqus/Standard*<sup>®</sup> ili *Abaqus/Explicit*<sup>®</sup>
- koristeći razmatrane kriterije popuštanja provesti proračun čvrstoće karakteristične kompozitne komponente korištene u konstrukciji zrakoplova.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2023.

Datum predaje rada:

**1. rok:** 22. i 23. 2. 2024.  
**2. rok (izvanredni):** 11. 7. 2024.  
**3. rok:** 19. i 20. 9. 2024.

Predvideni datumi obrane:

**1. rok:** 26. 2. – 1. 3. 2024.  
**2. rok (izvanredni):** 15. 7. 2024.  
**3. rok:** 23. 9. – 27. 9. 2024.

Zadatak zadao:

Izv. prof. dr. sc. Darko Ivančević

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK.....	V
SUMMARY .....	VI
1. UVOD.....	1
2. NAČINI POPUŠTANJA KOMPOZITNIH MATERIJALA .....	4
2.1. Lom matrice (engl. <i>matrix cracking</i> ) .....	5
2.2. Pucanje vlakna (engl. <i>fiber breakage</i> ) .....	6
2.3. Izvlačenje vlakna (engl. <i>fiber pull-out</i> ).....	7
2.4. Izvijanje vlakna (engl. <i>fiber kinking</i> ) .....	7
2.5. Uzdužno pucanje vlakna (engl. <i>fiber splitting</i> ).....	8
2.6. Delaminacija (engl. <i>delamination</i> ).....	9
3. KRITERIJI POPUŠTANJA KOMPOZITNIH MATERIJALA.....	10
3.1. Tsai-Wu kriterij.....	10
3.2. Hashin-Rotem-ov kriterij .....	12
3.3. Puck-ov kriterij .....	13
3.4. LaRC05 kriterij .....	17
4. VALIDACIJA KRIVULJA POPUŠTANJA.....	20
5. PRORAČUN ČVRSTOĆE U PROGRAMSKOM PAKETU ABAQUS/STANDARD®	25
5.1. Definiranje geometrije i materijala panela.....	25
5.2. Korak analize, opterećenje i rubni uvjeti .....	27
5.3. Vrsta elementa, mreža konačnih elementa.....	28
5.4. Rezultati analize .....	30
6. ZAKLJUČAK.....	38
LITERATURA.....	39

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Konstrukcijski materijali zrakoplova F/A-18E/F [1] .....	1
Slika 2. Konstrukcijski materijali zrakoplova Boeing 787 <i>Dreamliner</i> [2] .....	3
Slika 3. Primjer fail-safe konstrukcije [3] .....	5
Slika 4. Lom matrice .....	6
Slika 5. Pucanje vlakna .....	6
Slika 6. Izvlačenje vlakna.....	7
Slika 7. Izvijanje vlakna .....	8
Slika 8. Uzdužno pucanje vlakna .....	8
Slika 9. Delaminacija [6].....	9
Slika 10. Površina popuštanja prema Tsai-Wu kriteriju [7].....	12
Slika 11. Dijagrami naprezanje/istezanje za jednousmjereni kompozit staklo/epoksid [9].....	13
Slika 12. Naprezanja u ravnini popuštanja jednousmjerenog kompozitnog materijala [9] .....	14
Slika 13. Površina popuštanja prema Puck-ovom kriteriju u prostoru naprezanja $\sigma_n - \tau_{nt} - \tau_{n1}$ [9].....	15
Slika 14. Krivulja popuštanja Puck-ovog kriterija za $\sigma_1 = 0$ [9].....	16
Slika 15. Objašnjenje geometrijskih parametara u kriteriju LaRC05 [10].....	18
Slika 16. Ravnina loma matrice [10].....	19
Slika 17. Tsai-Wu krivulja popuštanja u ravnini $\sigma_1 - \sigma_2$ .....	20
Slika 18. Utjecaj parametara na oblik krivulje popuštanja Puck-ovog kriterija.....	22
Slika 19. Krivulje popuštanja u ravnini $\sigma_2 - \tau_{12}$ .....	23
Slika 20. Krivulje popuštanja u ravnini $\sigma_2 - \tau_{12}$ za vrijednost smične čvrstoće dobivene biaksijalnim testom.....	24
Slika 21. Geometrijski parametri panela .....	25
Slika 22. Konačna geometrija panela .....	25
Slika 23. Raspored slojeva po dijelovima konstrukcije .....	27
Slika 24. Opterećenje i rubni uvjeti panela .....	28
Slika 25. Dijagram pomaka u ovisnosti o broju elemenata .....	29
Slika 26. Mreže konačnih elemenata oba modela .....	30
Slika 27. Ekvivalentna naprezanja po von Mises-u [MPa] .....	31
Slika 28. Ukupni pomaci [mm] .....	32
Slika 29. Tsai-Wu kriterij .....	33
Slika 30. Hashin-ov kriterij - vlačno popuštanje matrice.....	33
Slika 31. LaRC05 kriteriji popuštanja.....	34
Slika 32. Položaj odabranih elementa za analizu kriterija po debljini presjeka.....	35
Slika 33. Kriteriji popuštanja po debljini presjeka elementa .....	36

---

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Čvrstoće materijala IM7/8552.....	20
Tablica 2. Parametri za Puck-ov kriterij.....	21
Tablica 3. Usporedba vrijednosti kriterija kod kojih je došlo do popuštanja sa slike 19.....	23
Tablica 4. Usporedba vrijednosti kriterija kod kojih je došlo do popuštanja sa slike 20.....	24
Tablica 5. Dimenzije panela.....	25
Tablica 6. Svojstva materijala IM7/8552 potrebna za proračun u Abaqus-u [12].....	26
Tablica 7. Kratice korištene u vizualizaciji rezultata .....	27
Tablica 8. Usporedba rezultata različitih kriterija popuštanja za svaki sloj.....	37



**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$f_W$	[-]	faktor oslabljenja
$p_{\perp\perp}^{(-)}, p_{\perp\parallel}^{(-)}, p_{\perp\parallel}^{(+)}$	[-]	nagibi krivulje u grafu $(\sigma_2, \tau_{21})$ za $\sigma_1 = 0$
$R_{\perp}^{(+A)}, R_{\perp\parallel}^A, R_{\perp\perp}^A$	[MPa]	otpornosti na popuštanje u ravnini djelovanja naprezanja
$S$	[MPa]	smična čvrstoća
$X_T$	[MPa]	vlačna čvrstoća u smjeru vlakna
$X_C$	[MPa]	tlačna čvrstoća u smjeru vlakna
$Y_T$	[MPa]	vlačna čvrstoća u ravnini sloja okomito na smjer vlakna
$Y_C$	[MPa]	tlačna čvrstoća u ravnini sloja okomito na smjer vlakna
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{13}$	[Pa]	komponente naprezanja u glavnom materijalnom koordinatnom sustavu
$\sigma_n, \tau_{n1}, \tau_{nt}$	[Pa]	komponente naprezanja u ravnini djelovanja naprezanja
$\sigma_2^{\psi}, \tau_{12}^{\psi}, \tau_{23}^{\psi}, \tau_{13}^{\psi}$	[Pa]	komponente naprezanja nakon prve transformacije
$\sigma_2^m, \tau_{12}^m, \tau_{23}^m$	[Pa]	komponente naprezanja nakon druge transformacije
$\sigma_N, \tau_T, \tau_L$	[Pa]	komponente naprezanja u ravnini loma matrice
$\eta_L$	[-]	koeficijent trenja u uzdužnom smjeru
$\eta_T$	[-]	koeficijent trenja u poprečnom smjeru
$\theta_{fp}$	[°]	kut nagiba ravnine popuštanja
$\varphi$	[°]	kut neusklađenosti (engl. <i>misalignment angle</i> )
$\psi$	[°]	kut <i>kink band</i> -a

---

**SAŽETAK**

Cilj ovog rada je dati pregled i teoretske osnove fenomenoloških kriterija popuštanja temeljenih na fizici (engl. *physically based phenomenological criteria*), točnije Puck i LaRC05 kriterija. Puck-ov, Hashin-ov i Tsai-Wu kriterij su implementirani u programski paket *MATLAB* te je napravljena validacija krivulja popuštanja za materijal IM7/8552. U programskom paketu *CATIA* je napravljena geometrija karakteristične kompozitne komponente korištene u konstrukciji zrakoplova, te je u programskom paketu *Abaqus/Standard*<sup>®</sup> proveden proračun čvrstoće po LaRC05, Hashin i Tsai-Wu kriteriju. Na kraju su uspoređeni rezultati tih kriterija.

Ključne riječi: Puck-ov kriterij popuštanja, LaRC05 kriterij popuštanja, proračun čvrstoće, validacija krivulja popuštanja

---

**SUMMARY**

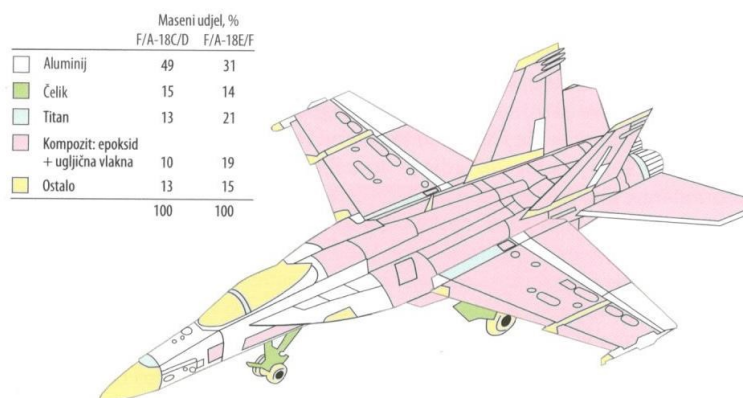
The aim of this paper is to provide an overview and theoretical foundations of physically based phenomenological criteria, specifically the Puck and LaRC05 criteria. The Puck criterion and the Tsai-Wu criterion are implemented in the MATLAB software package, and visualization of the failure curves for the IM7/8552 material is created. In the CATIA software package, the geometry of a characteristic composite component used in aircraft structures is made, and in the Abaqus/Standard<sup>®</sup> software package, a strength analysis according to the LaRC05, Hashin, and Tsai-Wu criteria is conducted. Finally, the results of these criteria are compared.

Key words: Puck's failure criterion, LaRC05 failure criterion, strength calculation, validation of failure curves

## 1. UVOD

Krajem 1930-ih, prelazak s drva i čelika koji se koristio za izradu žica i cijevi za ojačavanje konstrukcija zrakoplova na legure aluminija kao dominantnih materijala inicirao je značajne promjene u konstruiranju zrakoplova te prilagodbe proizvodnih procesa. U suvremeno doba, trend je da kompozitni materijali postupno zauzimaju vodeću poziciju nad legurama aluminija. Ova promjena omogućuje primjenu inovativnih konstrukcijskih rješenja. Zahvaljujući ciljanom projektiranju, svojstva materijala prilagođavaju se složenim eksploatacijskim zahtjevima tako da je primjena ovih materijala u stalnom uzletu.

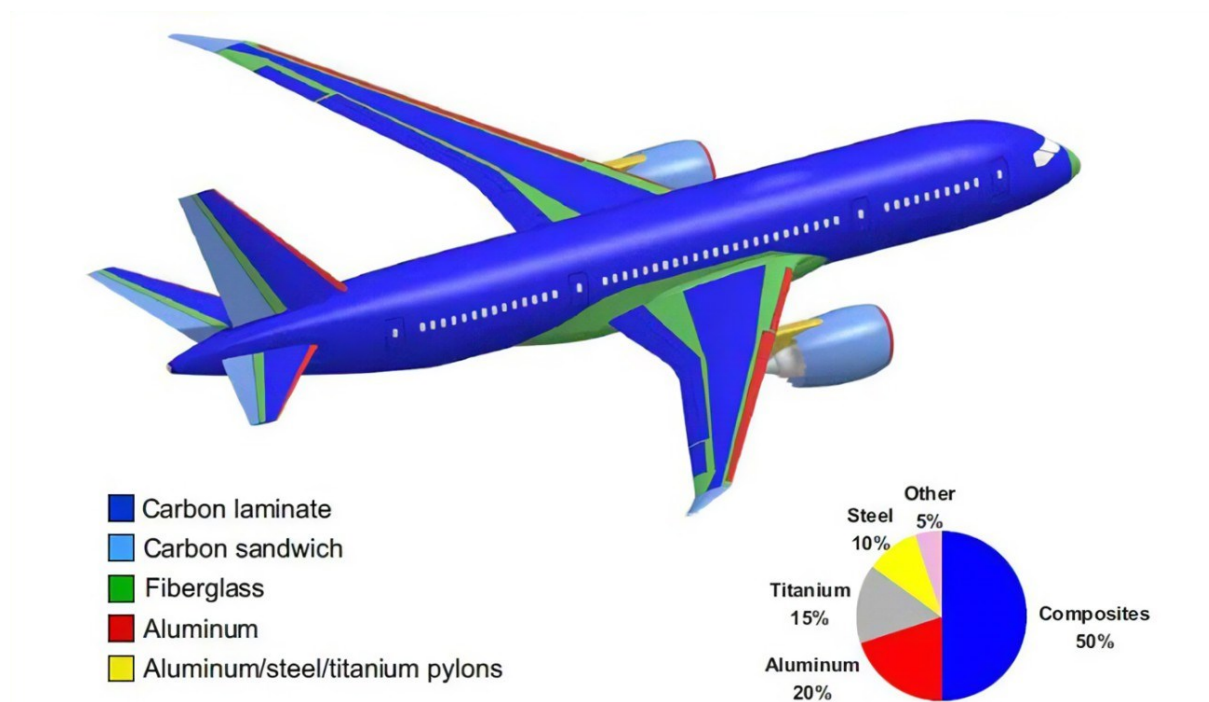
Prvi kompozitni materijali bili su polimeri ojačani staklenim vlaknima koji su u početku korišteni za proizvodnju manje opterećenih dijelova zrakoplova [1]. Zbog njihovog stalnog razvoja, ubrzo su našli primjenu u izradi složenijih konstrukcijskih komponenti kao što su oplata krila i trup zrakoplova. Jedan od ranih primjera upotrebe kompozitnih materijala zabilježen je prije više od pedeset godina na borbenim zrakoplovima F-14 *Tomcat* i F-15 *Eagle* gdje su polimeri ojačani borovim vlaknima korišteni za izradu oplata kormila pravca (engl. *rudder*) [1]. Za zrakoplov F-14 *Tomcat* iz 1970. godine, maseni udio kompozitnih materijala u konstrukciji iznosio je samo oko 1 %, dok je do 1978. godine s uvođenjem zrakoplova F/A-18C *Hornet* upotreba kompozita znatno porasla dosegnuvši oko 10 % [1]. S vremenom, promjene u masenim udjelima različitih skupina materijala dovele su do toga da je kod nove verzije zrakoplova F/A-18E/F iz 1995. godine maseni udio kompozita skočio na 19 % uz istodobno povećanje upotrebe titana na uštrb aluminijevih legura [1]. Kod ove verzije zrakoplova su trup, krila i konstrukcija repa primarno izrađeni od epoksidne smole ojačane ugljičnim vlaknima. Slika 1. prikazuje usporedbu masenih udjela konstrukcijskih materijala dviju verzija zrakoplova F/A-18 te materijale koji su korišteni u izradi verzije E/F.



Slika 1. Konstrukcijski materijali zrakoplova F/A-18E/F [1]

U izradi lovca pete generacije F-22 *Raptor*, kompozitni materijali su korišteni za proizvodnju oplata krila i trupa, čineći tako 24 % ukupne mase konstrukcije zrakoplova [1]. Prvi značajan korak u upotrebi kompozitnih materijala u civilnom zrakoplovstvu bio je razvoj kompozitnog kormila pravca za zrakoplove Airbus A300 i A310 1983. godine [1]. Nedugo zatim, 1985. godine, predstavljen je i znatno složeniji kompozitni vertikalni stabilizator. Osim što je kompozitni rep zrakoplova bio lakši, bio je i ekonomičniji zahvaljujući manjem broju dijelova i nižim troškovima sklapanja. Upotreba kompozitnih dijelova u kombinaciji s drugim konstruktivnim unapređenjima, doprinijela je smanjenju potrošnje goriva što predstavlja ključan cilj za zrakoplovne kompanije. U konstrukciji Airbusa A320, kompozitni materijali su široko primijenjeni ne samo u cijeloj konstrukciji repa, već i u mnogim drugim komponentama uključujući dijelove konstrukcije poda izrađene od polimera ojačanog staklenim vlaknima [1]. Zahvaljujući korištenju ovih laganih kompozitnih materijala koji čine 28 % ukupne mase konstrukcijskih elemenata zrakoplova A320 ostvarene su značajne uštede na masi [1]. Osim toga, uporaba kompozita doprinijela je skraćanju vremena proizvodnje kao i povećanju sigurnosti te dugovječnosti zrakoplova zbog njihove manje osjetljivosti na različite vrste oštećenja.

Zrakoplov Boeing 787 *Dreamliner* ističe se kao izvrstan primjer razvoja i uspješne primjene novih materijala u zrakoplovstvu pri čemu njegova prednost nije toliko u dimenzijama zrakoplova koliko u primjeni novih tehnologija. Za razliku od Airbus-a A380 koji ostaje najveći putnički zrakoplov, *Dreamliner* se ističe kroz niz tehnoloških inovacija. Predstavlja prvi komercijalni zrakoplov kojem je 50 % mase konstrukcije izrađeno od kompozitnih materijala s 80 % trupa izrađenog od epoksidne smole ojačane ugljičnim vlaknima [1]. Za izradu ovog zrakoplova potrebno je otprilike 35 tona ugljičnih vlakana. Pored kompozitnih materijala, koriste se i aluminijske legure (20 %), titanove legure (15 %), čelik (10 %) te drugi materijali koji zajedno čine preostalih 5 % mase zrakoplovne konstrukcije [1]. *Dreamliner* se izdvaja svojom malom masom i visokom krutošću trupa, trošeći oko 20 % manje goriva u usporedbi sa zrakoplovima slične kategorije, poput zrakoplova Boeing 767 [1]. Na slici 2. prikazani su maseni udjeli konstrukcijskih materijala zrakoplova Boeing 787 *Dreamliner*.



**Slika 2. Konstruktivni materijali zrakoplova Boeing 787 Dreamliner [2]**

Zbog sposobnosti kompozitnih materijala da značajno smanje masu, visoke otpornosti na koroziju i atmosferske uvjete te na zamor materijala, kontinuirani rast upotrebe kompozitnih materijala u zrakoplovstvu nije iznenađujući. Međutim, ovaj rast nije bio toliko brz kao što je prvotno predviđeno. Jedan od ključnih faktora koji ograničava širu primjenu kompozita u zrakoplovnoj industriji jesu visoki troškovi proizvodnje i složeni procesi dobivanja potrebnih certifikata. Uočava se da udio kompozitnih materijala u konstrukciji suvremenih zrakoplova iznosi oko 50 %, što ukazuje na izazove povezane s pouzdanošću korištenja kompozitnih materijala u dijelovima zrakoplova koji su izloženi visokim opterećenjima i temperaturama te vibracijama kao što su glavni nosači motora, dijelovi motora, podvozje zrakoplova i slično [1].

## 2. NAČINI POPUŠTANJA KOMPOZITNIH MATERIJALA

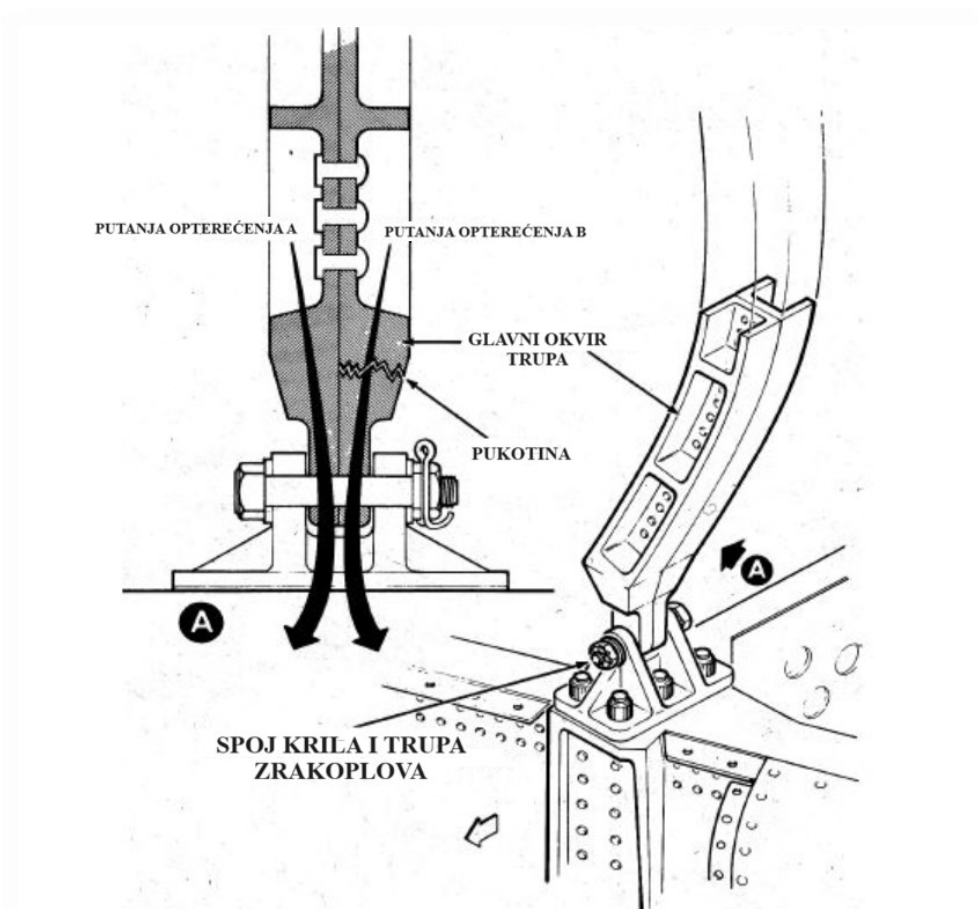
Kod popuštanja kompozitnih materijala i konstrukcija, važno je razumjeti da popuštanje često nije jednostavno definirano. To je posljedica heterogenosti tih materijala koji se sastoje od više slojeva s različitim svojstvima. Popuštanje kompozitnih materijala obično uključuje niz lokalnih popuštanja ili oštećenja čija akumulacija može rezultirati konačnim lomom konstrukcije na dva ili više dijelova. Važno je napomenuti da uzdužna čvrstoća (u smjeru vlakana) obično ima mnogo veću vrijednost od poprečne čvrstoće (u ravnini sloja okomito na smjer vlakana). To je zato što svojstva kompozitnog materijala u uzdužnom smjeru uglavnom ovise o svojstvima vlakna, dok svojstva materijala u poprečnom smjeru ovise o svojstvima međusloja i same matrice.

S obzirom na izraženu anizotropnost i nehomogenost kompozitnih materijala, moguće je da popuštanje nastupi zbog različitih mehanizama popuštanja ili njihovih kombinacija. Za razliku od mehanizama popuštanja izotropnih materijala (kao što su tehnički metali, npr. aluminij), popuštanje kompozitnih materijala je znatno složenije i zahtijeva drugačiji pristup analizi popuštanja.

Popuštanje konstrukcije može se definirati kao nesposobnost komponente da podnese nametnuto opterećenje. Važno je napomenuti da popuštanje pojedine komponente konstrukcije nužno ne dovodi do katastrofalnog otkaza cijele konstrukcije, posebno ako se primjenjuju principi konstrukcije otporne na otkaz (engl. *fail-safe design*). U takvim slučajevima, opterećenje se redistribuira na druge komponente kako bi se očuvala funkcionalnost i sigurnost konstrukcije. Ipak, kako bi se konstrukcija i dalje sigurno koristila bez ugrožavanja sigurnosti potrebno je poduzeti određene mjere i sanirati nastalo oštećenje.

Primjer *fail-safe* konstrukcije koji je prikazan na slici 3., kao što je spoj krila i trupa zrakoplova, ilustrira kako se kroz pažljivo planiranje i konstruiranje može osigurati sigurnost čak i kada dođe do oštećenja u jednom dijelu konstrukcije. U tom kontekstu, konstrukcijski elementi su projektirani tako da u slučaju oštećenja, opterećenje može biti preusmjereno i podijeljeno među preostalim dijelovima konstrukcije, čime se sprječava otkaz konstrukcije i omogućava sigurno funkcioniranje. Kod kompozitnih konstrukcija postoje dva pristupa na temelju kojih se proračunava popuštanje višeslojne konstrukcije. Prvi pristup je *FPF = First ply failure*, što znači da kada prvi sloj kompozitne konstrukcije popusti, onda je popustila i cijela konstrukcija. Prednost tog pristupa je sigurnost, a nedostatak je predimenzionirana konstrukcija. Drugi pristup je *LPF = Last ply failure*, odnosno kada popusti zadnji sloj popustila je i cijela

konstrukcija. Kod tog pristupa nije toliko zadovoljena sigurnost, ali je minimizirana masa konstrukcije. Optimalno je koristiti nešto između ta dva pristupa.

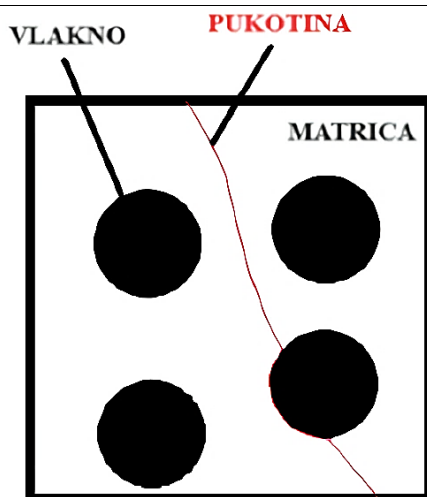


Slika 3. Primjer fail-safe konstrukcije [3]

### 2.1. Lom matrice (engl. *matrix cracking*)

Kada su kompozitni materijali izloženi prevelikim opterećenjima ili imaju nesavršenosti u strukturi, može doći do pukotina u matrici koje se zatim šire kroz cijeli poprečni presjek sloja, dovodeći do loma. Lom matrice prikazan je na slici 4. Ova pojava ovisi o različitim faktorima, uključujući ukupno stanje deformacije i ukupno stanje naprezanja u matrici, mehanička opterećenja, kao i zaostala naprezanja uzrokovana procesima hlađenja i skrućivanja tijekom proizvodnje. Vrsta matrice igra ključnu ulogu u ponašanju materijala pod opterećenjem; duktilne matrice mogu podnijeti veće deformacije, ali to može oslabiti prijenos opterećenja na vlakna, dok krhke matrice (npr. keramička matrica) lakše pucaju, često uz velik broj mikro pukotina koje utječu na učinkovitost prijenosa opterećenja. Ovo pokazuje važnost dobrog izbora matrice u kompozitnim materijalima za osiguranje optimalne čvrstoće i dugovječnosti [4].

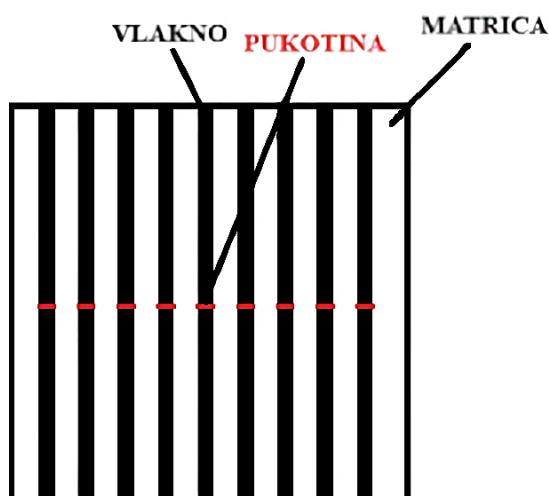




Slika 4. Lom matrice

## 2.2. Pucanje vlakna (engl. *fiber breakage*)

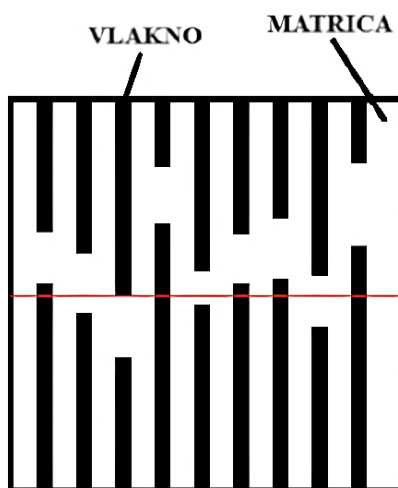
Ako je opterećenje veće u poprečnom smjeru u odnosu na smjer pružanja vlakna, tada najčešće dolazi do ranije spomenutog loma matrice. To znači da će matrica prije popustiti pod tim opterećenjem, što može oslabiti sposobnost prenošenja opterećenja na vlakna. S druge strane, kada je opterećenje veće u smjeru pružanja vlakna često dolazi do poprečnog pucanja ili loma vlakna prikazanog na slici 5. Ovo je važno jer su vlakna ta koja nose veći dio opterećenja u kompozitnim konstrukcijama. Pucanje vlakna predstavlja najkatastrofalniji način popuštanja kompozitnog materijala jer su vlakna odgovorna kao glavni nositelji opterećenja u konstrukciji. Oštećenje ili poprečno pucanje vlakna može značajno smanjiti nosivost i integritet kompozitne konstrukcije te može dovesti do ozbiljnog popuštanja konstrukcije [4].



Slika 5. Pucanje vlakna

### 2.3. Izvlačenje vlakna (engl. *fiber pull-out*)

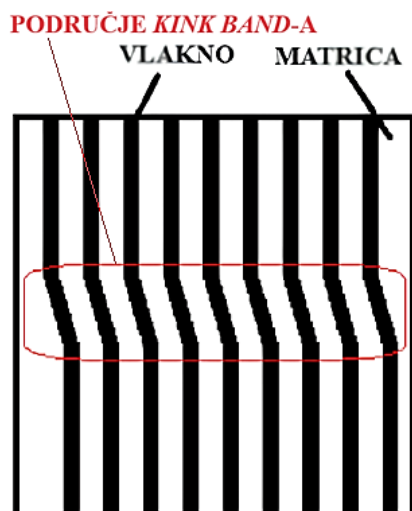
Slika 6. prikazuje izvlačenje vlakna iz matrice koje obično nastupa kada je opterećenje usmjereno duž pružanja vlakna ili kada postoji nedovoljno čvrsto prijanjanje između vlakna i matrice. Kada se glavno opterećenje prenosi kroz vlakno, to stvara visoka naprezanja u tom smjeru što može uzrokovati izvlačenje vlakna iz matrice, posebno ako prijanjanje nije dovoljno snažno. Nedostatak adekvatnog prijanjanja vlakna i matrice te visok stupanj opterećenja također doprinose ovom problemu. Izvlačenje vlakna iz matrice može biti ozbiljan problem jer narušava integritet kompozitne konstrukcije i može rezultirati gubitkom nosivosti iste. Da se spriječi izvlačenje vlakna iz matrice u kompozitnim materijalima, ključno je poboljšati prijanjanje između vlakna i matrice kroz postupke kao što su površinska obrada vlakna, optimizacija volumnog udjela vlakana i kontrola procesa proizvodnje [4].



Slika 6. Izvlačenje vlakna

### 2.4. Izvijanje vlakna (engl. *fiber kinking*)

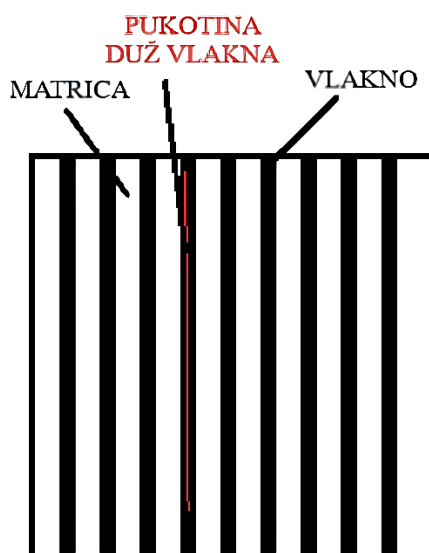
Izvijanje vlakna u kompozitnim materijalima odnosi se na deformaciju ili nestabilnost vlakna unutar matrice pod djelovanjem poprečnih opterećenja ili tlačnog opterećenja u smjeru vlakna. Izvijanje vlakna posebno je značajno u slučajevima gdje je dužina vlakna mnogo veća od njihovog promjera, čineći ih relativno vitkim i podložnim ovakvoj vrsti nestabilnosti. Na slici 7., područje u kojem su vlakna izvijena, poznato pod nazivom *kink band*, označeno je crvenom bojom. Deformirana vlakna ne mogu učinkovito prenositi opterećenja kroz kompozit i mogu poslužiti kao mjesto inicijacije pukotine unutar matrice kompozitnog materijala. Izvijanje vlakana može uzrokovati neuniformnu distribuciju naprezanja unutar kompozitnog materijala, što može dovesti do lokaliziranih koncentracija naprezanja i posljedično do otkaza materijala [4].



Slika 7. Izvijanje vlakna

## 2.5. Uzdužno pucanje vlakna (engl. *fiber splitting*)

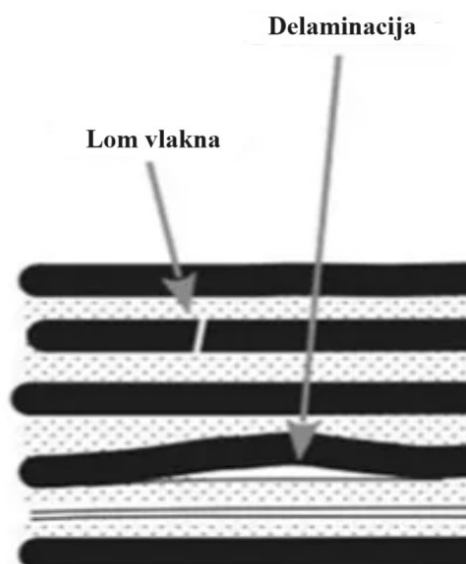
Uzdužno pucanje vlakna u kompozitnim materijalima, koje je prikazano na slici 8., karakterizira pukotina duž smjera kojim se pruža vlakno i ta pukotina dijeli vlakno na manje dijelove koji su zatim podložni izvijanju. Uzroci koji dovode do uzdužnog pucanja vlakna su visoka lokalizirana naprežanja, slaba adhezija između matrice i vlakna, oštećenja unutar samih vlakna koja su nastala tijekom proizvodnje, oštećenja koja su nastala udarcem u kompozit te rjeđe zamor materijala [5].



Slika 8. Uzdužno pucanje vlakna

## 2.6. Delaminacija (engl. *delamination*)

Delaminacija u kompozitnim materijalima, koju prikazuje slika 9., je način popuštanja unutar višeslojne kompozitne konstrukcije kod kojeg dolazi do odvajanja slojeva. Ovaj način popuštanja uzrokuju različiti faktori kao što su mehanička opterećenja, udarna opterećenja, toplinska naprezanja ili proizvodni nedostaci. Delaminacija može značajno smanjiti čvrstoću, krutost i otpornost kompozita na udarna oštećenja, dovodeći do ranih otkaza konstrukcije pod opterećenjem. Prevencija delaminacija zahtijeva prije svega pažljivo konstruiranje, odabir materijala i kontrolu kvalitete tijekom proizvodnje, dok se za detekciju ovog načina popuštanja koriste metode poput ultrazvučne inspekcije i termografije jer najčešće ona nije vidljiva golim okom [4]. Jedan scenarij koji može dovesti do delaminacije u zrakoplovnim konstrukcijama jest tijekom održavanja kada neoprezno rukovanje teškim alatima poput pada čekića na kompozitno krilo izazove oštećenje. Iako udarac možda neće uzrokovati vidljiva oštećenja na površini krila, postoji mogućnost da se unutar slojeva kompozitnog materijala stvore oštećenja koja se mogu proširiti sve do zadnjeg sloja kompozita koji se nalazi unutar samog krila. U zrakoplovnoj industriji je ova vrsta oštećenja uzrokovanih udarcem poznata pod nazivom BVID, što je akronim za *Barely Visible Impact Damage*, odnosno oštećenje od udarca koje je jedva vidljivo golim okom [7].



Slika 9. Delaminacija [6]

### 3. KRITERIJI POPUŠTANJA KOMPOZITNIH MATERIJALA

Kriteriji popuštanja predviđaju hoće li doći do nekog načina popuštanja kompozitnog materijala ovisno o uvjetima opterećenja. Na području kompozitnih materijala, razvoj kriterija za predviđanje popuštanja predstavlja ključan korak u osiguravanju njihove pouzdanosti i funkcionalnosti u različitim inženjerskim aplikacijama i u samoj eksploataciji. Unatoč značajnom napretku kriterija popuštanja, izazov ostaje u razvoju univerzalnog kriterija koji bi točno i precizno predviđao popuštanje za sve vrste kompozita i uvjete opterećenja. Teorije popuštanja obično pokušavaju stvoriti matematički model koji se usklađuje s eksperimentalnim rezultatima, što je praktično, ali donosi određena ograničenja zbog kompleksnosti prikupljanja i interpretacije eksperimentalnih podataka.

Kriteriji popuštanja mogu se klasificirati u tri osnovne kategorije:

- Neinteraktivne (engl. *noninteractive criteria*) – kriterij maksimalnih napreznja  $\sigma_{max}$ , kriterij maksimalnih deformacija  $\varepsilon_{max}$
- Interaktivne (engl. *interactive criteria*) – Tsai-Hill kriterij, Tsai-Wu kriterij
- Parcijalno interaktivne ili kriterije na osnovi mehanizma popuštanja (engl. *partially interactive* ili *failure mode based criterion*) – Hashim-Rotem-ov kriterij, Puck-ov kriterij, LaRC05 kriterij.

Svim kriterijima je zajedničko da se odnose na popuštanje samo jednog sloja i primjenjivi su u glavnom materijalnom koordinatnom sustavu (1,2,3). U nastavku su teoretski pojašnjeni kriteriji koji su korišteni u ovom radu.

#### 3.1. Tsai-Wu kriterij

Kriterij Tsai-Wu, također poznat kao tenzorski ili kvadratični kriterij popuštanja, spada među najčešće korištene kriterije za predviđanje popuštanja kompozitnih materijala. Ovaj kriterij koristi tenzorski (indeksni) zapis za izračunavanje popuštanja,

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad i, j = 1 \dots 6, \quad (1.1)$$

koji obuhvaća ukupno 42 člana koji uključuju različite kombinacije napreznja [7].

Kriterij je formuliran kako bi uzeo u obzir čvrstoću kompozita kroz različite parametre, izražene kao  $F_i$  i  $F_{ij}$ , gdje  $F_i$  predstavlja linearni, a  $F_{ij}$  kvadratni dio izraza. U slučaju ravninskog stanja napreznja, kriterij se pojednostavljuje na izraz koji uključuje samo indekse 1, 2 i 6, što rezultira jednadžbom koja opisuje kako različite komponente napreznja doprinose popuštanju materijala.

Opći zapis Tsai-Wu kriterija za ravninsko stanje naprezanja glasi [7]

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\sigma_6 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{16}\sigma_1\sigma_6 + 2F_{26}\sigma_2\sigma_6 = 1, \quad (1.2)$$

gdje je  $\sigma_6 = \tau_{12}$ . Detaljnom analizom se dolazi do zaključka da vrijedi  $F_{16} = F_{26} = 0$  [7].

Preostale parametre  $F_i$  i  $F_{ij}$  su određeni prema sljedećim formulama [7]:

$$F_1 = \frac{1}{X_T} + \frac{1}{X_C}, \quad (1.3)$$

$$F_{11} = -\frac{1}{X_T X_C}, \quad (1.4)$$

$$F_2 = \frac{1}{Y_T} + \frac{1}{Y_C}, \quad (1.5)$$

$$F_{22} = -\frac{1}{Y_T Y_C}, \quad (1.6)$$

$$F_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}}, \quad (1.7)$$

$$F_{66} = \left(\frac{1}{S}\right)^2. \quad (1.8)$$

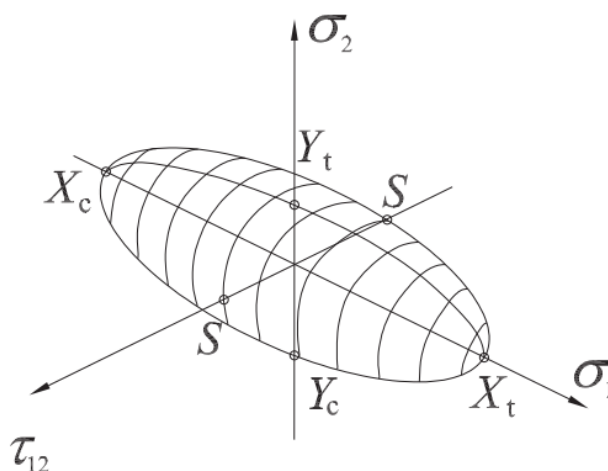
Ako se izraz (1.7) uvrsti u izraz (1.2) i izostave se članovi koji su nula dobije se najčešće korišteni oblik Tsai-Wu kriterija, a on glasi [7]

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 - \sqrt{F_{11}F_{22}}\sigma_1\sigma_2 = 1. \quad (1.9)$$

Karakteristike Tsai-Wu kriterija:

- kriterij ne indicira način na koji će sloj popustiti već samo naprezanje kod kojeg će sloj popustiti
- kriterij je postavljen samo jednim izrazom što dovodi do znatno jednostavnije primjene
- ako treba odrediti najveće dopušteno naprezanje, kriterij uvijek daje dva rješenja – jedno s pozitivnim, a drugo s negativnim predznakom [7].

Slika 10. prikazuje površinu popuštanja prema Tsai-Wu kriteriju u  $\sigma_1 - \sigma_2 - \tau_{12}$  koordinatnom sustavu, gdje je elipsoid dugačak i tanak, tu se ističu ključne karakteristike anizotropnih materijala kao što su kompoziti. Ovaj oblik elipsoida naglašava veliku ovisnost čvrstoće materijala o smjeru vlakana i matrice. Visoka čvrstoća vlakana u jednom smjeru rezultira dužom osi elipsoida usmjerenom prema tom smjeru, dok niska čvrstoća matrice u drugim smjerovima dovodi do tanjih osi elipsoida u tim smjerovima. U poglavlju 4. je prikazana vizualizacija Tsai-Wu kriterija za kompozitni materijal IM7/8552 u  $\sigma_1 - \sigma_2$  i  $\sigma_2 - \tau_{12}$  ravninama napravljena u programskom paketu *MATLAB*.



Slika 10. Površina popuštanja prema Tsai-Wu kriteriju [7]

### 3.2. Hashin-Rotem-ov kriterij

Hashin-Rotem-ov kriterij predstavlja napredak u teoriji popuštanja kompozitnih materijala, pružajući dublji uvid u različite mehanizme popuštanja koji mogu nastati unutar kompozita.

Ovaj kriterij razlikuje popuštanje vlakna od popuštanja matrice i temelji se na tri osnovne pretpostavke [8]:

1. Popuštanje kompozitnog materijala ojačanog vlaknima događa se ili u vlaknima ili u matrici. Početak pukotine je lokalni fenomen.
2. Kompozit nema slobodnih krajeva niti lokalnih oslabljenja. To znači da u materijalu postoje samo ravninska naprezanja koja mogu uzrokovati pukotinu.
3. Materijal matrice ima manju čvrstoću i krutost od vlakana.

Na osnovi ovih pretpostavki, a uzimajući u obzir i podatke dobivene eksperimentima, autori kriterija došli su do zaključka da postoje samo dva mehanizma popuštanja. Jedan je popuštanje matrice kod kojeg se ne razlikuje popuštanje matrice i popuštanje međusloja, a drugi je popuštanje vlakna [8].

Hashin-Rotem-ov kriterij [8] za slučaj ravninskog stanja naprezanja se sastoji od sljedećih izraza:

- Popuštanje vlakna uslijed vlačnog naprezanja ( $\sigma_{11} > 0$ )

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 = 1. \quad (2.1)$$

- Popuštanje matrice uslijed vlačnog naprezanja ( $\sigma_{22} > 0$ )

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 = 1. \quad (2.2)$$

- Popuštanje vlakna uslijed tlačnog naprezanja ( $\sigma_{11} < 0$ )

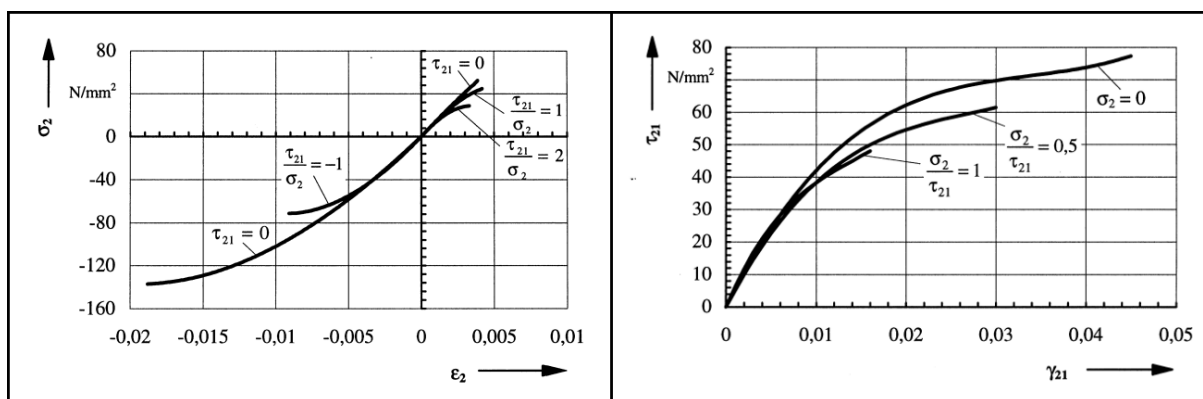
$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_C}\right)^2 = 1. \quad (2.3)$$

- Popuštanje matrice uslijed tlačnog naprezanja ( $\sigma_{22} < 0$ )

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{2S_{23}}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_T}{2S_{23}}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_{22}}{Y_C} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 = 1. \quad (2.4)$$

### 3.3. Puck-ov kriterij

Puck-ov doprinos u analizi popuštanja kompozitnih materijala ojačanih vlaknima bio je prekretnica u razumijevanju različitih mehanizama popuštanja. On je prvi istaknuo važnost razlikovanja između popuštanja vlakna (FF - *fiber failure*) i popuštanja između vlakna (IFF-*inter-fiber failure*), naglašavajući potrebu za dva neovisna kriterija za njihovu analizu. Puck je također ukazao na nužnost modifikacije klasične teorije laminata kako bi se uključio nelinearni odnos između naprezanja i deformacija, što je ključno za točnije predviđanje ponašanja kompozitnih materijala pod opterećenjem. Ove inovacije omogućile su naprednije i preciznije pristupe u konstruiranju i procjeni pouzdanosti kompozitnih konstrukcija, osobito u industrijskim primjenama gdje su visoka čvrstoća i trajnost materijala od kritične važnosti. Utjecaj nelinearnosti se lako može uočiti na slici 11. u dijagramu ( $\tau_{21} - \gamma_{21}$ ), ali i u dijagramu ( $\sigma_2 - \varepsilon_2$ ) gdje je  $\sigma_2$  tlačno naprezanje [9].



Slika 11. Dijagrami naprezanje/istezanje za jednousmjereni kompozit staklo/epoksid [9]

Može se pretpostaviti da se odnos naprezanja i deformacija ne mijenja, bez razlike radi li se o djelovanju naprezanja  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  ili  $\tau_{12}$  pojedinačno, ili o njihovoj superpoziciji. U realnom slučaju dodatne mikropukotine koje izaziva normalno naprezanje  $\sigma_2$  uzrokuju da za iste vrijednosti smičnog naprezanja  $\tau_{21}$ , kutna deformacija  $\gamma_{21}$  ima veće vrijednosti nego kad postoji samo smično naprezanje  $\tau_{21}$ , što je lako vidljivo u dijagramu. U teoriji, može se pretpostaviti da u općem stanju naprezanja dolazi do popuštanja vlakna kao i u slučaju kada opterećenje djeluje

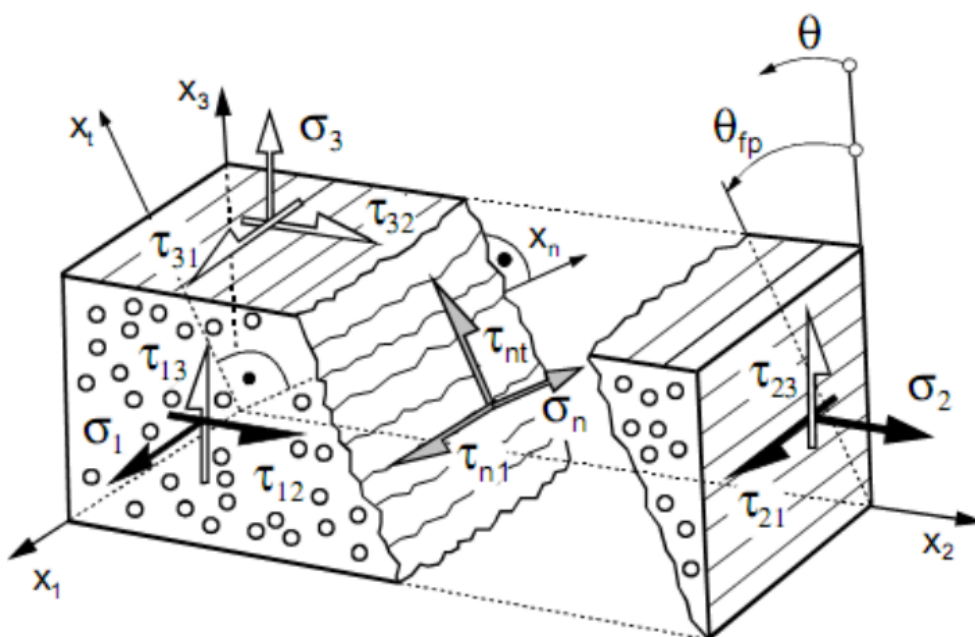


samo u smjeru vlakna odnosno smjeru djelovanja normalno naprezanja  $\sigma_1$ . Iz ove pretpostavke postavljaju se uvjeti popuštanja vlakna [9]:

$$\sigma_{f1} = X_{fT} \text{ za } \sigma_{f1} \geq 0, \quad (3.1)$$

$$\sigma_{f1} = -X_{fC} \text{ za } \sigma_{f1} < 0. \quad (3.2)$$

Kod predviđanja popuštanja vlakna, kao i u Mohr-ovoj teoriji, polazi se od pretpostavke da će do popuštanja doći isključivo uslijed naprezanja koja djeluju u ravnini popuštanja. U slučaju popuštanja između vlakna radi se o ravnini popuštanja (engl. *fracture surface*) koja je paralelna s vlaknima i pod kutom  $\theta$ , a u njoj djeluju normalno naprezanje  $\sigma_n$  i dva posmična naprezanja  $\tau_{n1}$  i  $\tau_{nt}$  (slika 12.).



Slika 12. Naprezanja u ravnini popuštanja jednosmjerenog kompozitnog materijala [9]

Navedena naprezanja mogu se izraziti u ovisnosti o kutu  $\theta$  i naprezanjima  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\tau_{21}$ , te jednadžbe glase [9]

$$\sigma_n = \sigma_2 \cos^2 \theta, \quad (3.3)$$

$$\tau_{n1} = \tau_{21} \cos \theta, \quad (3.4)$$

$$\tau_{nt} = -\sigma_2 \sin \theta \cos \theta. \quad (3.5)$$

Ako je normalno naprezanje  $\sigma_n > 0$ , tada ono uzrokuje pukotinu zajedničkim djelovanjem s posmičnim naprezanjima  $\tau_{n1}$  i  $\tau_{nt}$ .

Najjednostavniji oblik Puck-ovog kriterija popuštanja za  $\sigma_n \geq 0$  glasi [9]

$$\left( \frac{\sigma_n}{R_1^{(+A)}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{tn}}{R_{11}^A} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{n1}}{R_{1\parallel}^A} \right)^2 = 1. \quad (3.6)$$

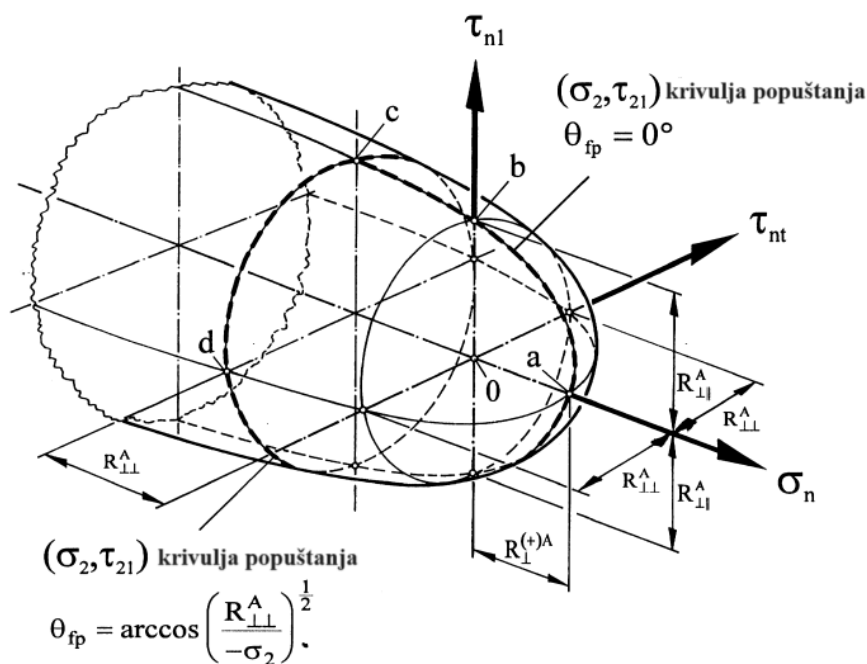
U ovoj jednadžbi ne mogu se koristiti uobičajene vrijednosti graničnih čvrstoća jer na stvaranje pukotine utječu samo opterećenja koja djeluju u ravnini pukotine. To zahtjeva da naprezanja  $\sigma_n$ ,  $\tau_{n1}$  i  $\tau_{nt}$  koja imaju zajedničku ravninu djelovanja se moraju uspoređivati s otpornostima na popuštanje upravo te ravnine  $R^A$ , a ne sa čvrstoćama neke druge ravnine. Kada bi djelovalo samo normalno opterećenje  $\sigma_n > 0$ , pukotina bi nastala u njegovoj ravnini djelovanja, pa bi otpornost na popuštanje  $R_{\perp}^{(+A)}$  bila upravo jednaka vlačnoj čvrstoći  $Y_T$ .

Kada je  $\sigma_n < 0$  kriterij popuštanja glasi [9]

$$\left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A - p_{\perp\perp}^{(-)}\sigma_n}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\parallel}^A - p_{\perp\parallel}^{(-)}\sigma_n}\right)^2 = 1. \quad (3.7)$$

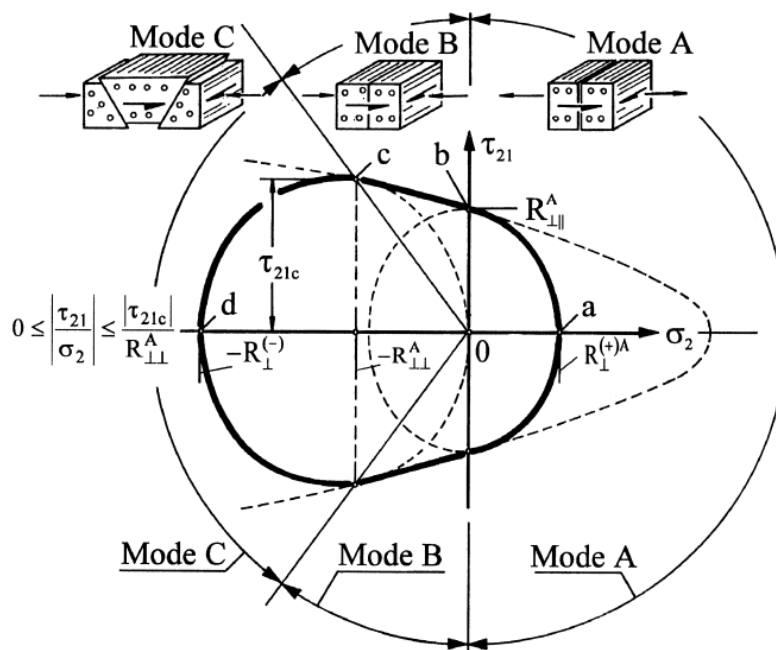
Vrijednosti  $p_{\perp\perp}^{(-)}$  i  $p_{\perp\parallel}^{(-)}$  se dobivaju iz eksperimenta. Jednadžbe (3.6) i (3.7) su osnove kriterija popuštanja između vlakna.

S obzirom na to da je kriterij definiran u  $\sigma_n - \tau_{nt} - \tau_{n1}$  koordinatnom sustavu, pomoću transformacija (jednadžbe (3.3), (3.4), (3.5)) lako se mogu prebaciti u  $\sigma_1 - \sigma_2 - \tau_{21}$  koordinatni sustav, površina popuštanja u tom koordinatnom sustavu prikazana je na slici 13.



**Slika 13. Površina popuštanja prema Puck-ovom kriteriju u prostoru naprezanja  $\sigma_n - \tau_{nt} - \tau_{n1}$  [9]**

Za primjenu Puck-ovog kriterija najprije treba znati vrijednost kuta nagiba ravnine pukotine  $\theta_{fp}$ . U literaturi [9] je detaljnije objašnjeno kako se određuje kut  $\theta_{fp}$  i tamo se nalaze izvodi kriterija za svaki način popuštanja. Slika 14. prikazuje krivulje popuštanja svakog načina popuštanja Puck-ovog kriterija za slučaj kada je  $\sigma_1 = 0$ .



Slika 14. Krivulja popuštanja Puck-ovog kriterija za  $\sigma_1 = 0$  [9]

Eksperimentalno je utvrđeno da za poseban slučaj opterećenja  $(\sigma_2, \tau_{21})$  kut  $\theta_{fp}$  ravnine u kojoj nastaje pukotina iznosi 0 stupnjeva. Tako se dolazi do finalnog izraza za način popuštanja *Mode A* koji glasi [9]

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp}^A}\right)^2 + \left(1 - \frac{p_{\perp\parallel}^{(+)} R_{\perp}^{(+A)}}{R_{\perp}^A}\right) \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp}^{(+A)}}\right)^2} + \frac{p_{\perp\parallel}^{(+)}}{R_{\perp}^{(+A)}} \sigma_2 = 1 \text{ za } \sigma_2 > 0. \quad (3.8)$$

Kada je  $\sigma_2 < 0$ , također postoji područje opterećenja za koje je  $\theta_{fp} = 0^\circ$ , kad  $\sigma_2$  sprječava nastajanje pukotina uslijed  $\tau_{21}$ . Uvjet popuštanja za ovaj slučaj koji je poznat kao način popuštanja *Mode B* glasi [9]

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp}^A}\right)^2 + 2 \left(\frac{p_{\perp\parallel}^{(-)}}{R_{\perp}^A}\right)^2 \sigma_2^2} + \left(\frac{p_{\perp\parallel}^{(-)}}{R_{\perp}^A}\right) \sigma_2 = 1 \text{ za } \sigma_2 < 0 \text{ i } 0 \leq \left|\frac{\sigma_2}{\tau_{21}}\right| \leq \frac{R_{\perp}^A}{|\tau_{21c}|}. \quad (3.9)$$

Općenito, vrijednost kuta  $\theta_{fp}$  [9] se određuje računski

$$\cos \theta_{fp} = \sqrt{\frac{f_w R_{\perp\perp}^A}{(-\sigma_2)}}. \quad (3.10)$$

U izrazu (3.10) uveden je faktor oslabljena  $f_w = 1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}}$ , koji govori o intenzitetu smanjenja otpornosti na popuštanje ravnine djelovanja opterećenja uslijed djelovanja opterećenja  $\sigma_1$  [9]. U formuli za faktor oslabljena pojavljuje se  $\sigma_{1D}$  što predstavlja naprezanje kod linearne degradacije ( $\sigma_{1D} > 0$  za  $\sigma_1 > 0$  i  $\sigma_{1D} < 0$  za  $\sigma_1 < 0$ ) [9].

Kriterij popuštanja za način popuštanja poznat kao *Mode C* glasi [9]

$$\left[ \left( \frac{\tau_{21}}{2(1+p_{11}^{(-)})S_{21}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_2}{Y_C} \right)^2 \right] \frac{Y_C}{(-\sigma_2)} + \frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}} = 1 \quad \text{za } \sigma_2 < 0 \text{ i } 0 \leq \left| \frac{\tau_{21}}{\sigma_2} \right| \leq \frac{|\tau_{21C}|}{R_{11}^A}. \quad (3.11)$$

U ovom radu nije napravljen proračun Puck-ovog kriterija u programskom paketu *Abaqus/Standard*<sup>®</sup>, ali je u poglavlju 4. napravljena vizualizacija Puck-ovih krivulja popuštanja u programskom paketu *MATLAB* za kompozitni materijal IM7/8552 u  $\sigma_2 - \tau_{12}$  ravnini.

### 3.4. LaRC05 kriterij

Kriterij popuštanja za kompozitne materijale pod nazivom LaRC05 razvijen je od strane *NASA Langley Research Center-a* kako bi se predvidjelo popuštanje u kompozitnim materijalima pod različitim uvjetima opterećenja [10]. Ovaj kriterij često se koristi u zrakoplovnom inženjerstvu i svemirskoj tehnici za analizu i projektiranje kompozitnih konstrukcija. Kriterij popuštanja LaRC05 temelji se na kombinaciji eksperimentalnih podataka i teoretskih modela kako bi se dobila precizna predviđanja o ponašanju materijala pod opterećenjem. Korištenje ovog kriterija uključuje analizu naprezanja u višeslojnim kompozitnim laminatima te uzima u obzir interakciju između svojstva materijala i smjera pod kojim djeluje opterećenje. U okviru ovog rada u programskom paketu *Abaqus/Standard*<sup>®</sup> proveden je proračun čvrstoće po LaRC05kriteriju i napravljena usporedba s drugim kriterijima popuštanja.

Kriterij se može podijeliti na četiri mehanizma popuštanja koji su u nastavku kratko pojašnjeni te napisane pripadajuće formule, a detaljniji uvid u teoriju dan je u [10].

- **Lom vlakna (engl. *Fiber tensile failure*)**

Za predviđanje pucanja vlakna koristi se kriterij maksimalnih naprezanja [10];

$$F_{FT} = \frac{\langle \sigma_1 \rangle_+}{X_T}. \quad (4.1)$$

U izrazu (4.1) koristi se McCauley-jeva zagrada  $\langle \ \ \rangle_+$  što znači da je u brojniku vrijednost nula kada je  $\sigma_1 < 0$ .

- **Uzdužno pucanje vlakna (engl. *Fiber splitting failure*)**

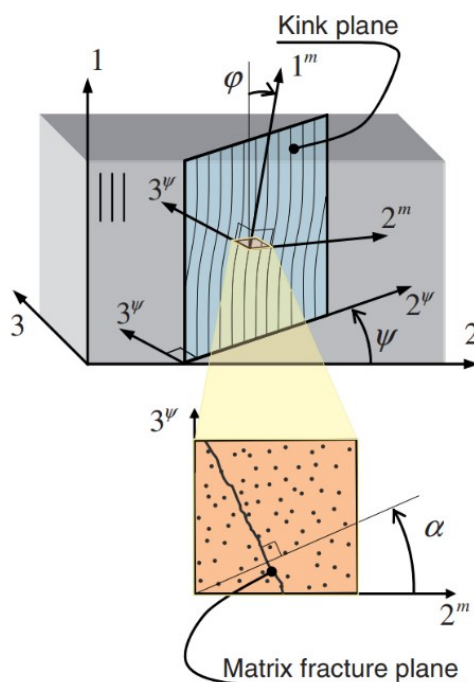
Jednadžba ovog mehanizma popuštanja glasi [10]

$$F_{SPLIT} = \left( \frac{\tau_{23}^m}{S_T^{is} - \eta_T \sigma_2^m} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{12}^m}{S_L^{is} - \eta_L \sigma_2^m} \right)^2 + \left( \frac{\langle \sigma_2^m \rangle_+}{Y_T^{is}} \right)^2 \quad \text{za } -\frac{X_C}{2} \leq \sigma_1 \leq 0. \quad (4.2)$$

U jednadžbi (4.2) se pojavljuju koeficijenti trenja u uzdužnom  $\eta_L$  i poprečnom smjeru  $\eta_T$ .

○ **Izvijanje vlakna (engl. *Fiber kinking failure*)**

Komponente naprezanja rotiraju se dva puta zbog neusklađenosti kuta vlakna (engl. *fibre misalignment angle*), što je prikazano na slici 15.



**Slika 15. Objašnjenje geometrijskih parametara u kriteriju LaRC05 [10]**

Jednadžbe prve transformacije glase [10]

$$\sigma_2^\psi = \cos^2 \psi \sigma_2 + \sin^2 \psi \sigma_3 + 2 \sin \psi \cos \psi \tau_{23}, \quad (4.3)$$

$$\tau_{12}^\psi = \tau_{12} \cos \psi + \tau_{31} \sin \psi, \quad (4.4)$$

$$\tau_{23}^\psi = -\sin \psi \cos \psi \sigma_2 + \sin \psi \cos \psi \sigma_3 + (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) \tau_{23}, \quad (4.5)$$

$$\tau_{31}^\psi = \tau_{31} \cos \psi - \tau_{12} \sin \psi. \quad (4.6)$$

Jednadžbe druge transformacije glase [10]

$$\sigma_2^m = \sin^{-1} \varphi \sigma_1 + \cos^{-1} \varphi \sigma_2^\psi - 2 \sin \varphi \cos \varphi \tau_{12}^\psi, \quad (4.7)$$

$$\tau_{12}^m = -\sin \varphi \cos \varphi \sigma_1 + \sin \varphi \cos \varphi \sigma_2^\psi + (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \tau_{12}^\psi, \quad (4.8)$$

$$\tau_{23}^m = \tau_{23}^\psi \cos \varphi - \tau_{31}^\psi \sin \varphi. \quad (4.9)$$

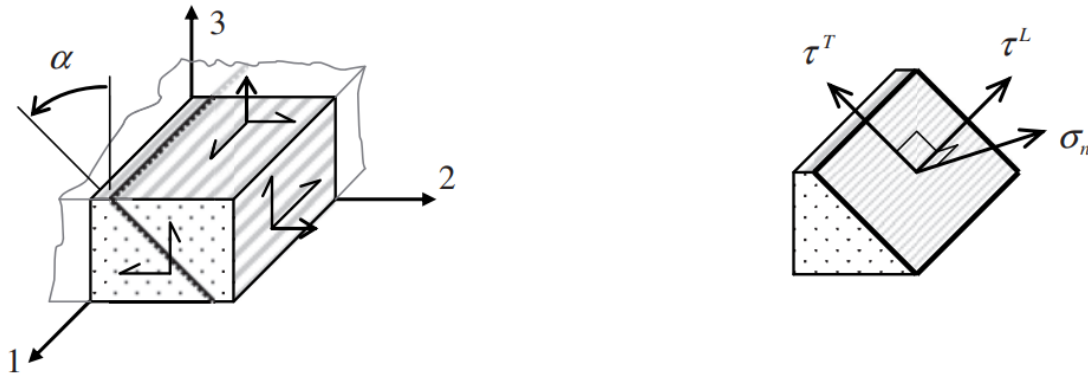
Kut *kink band*-a  $\psi$  traži se numerički u rasponu od 0 do 180°. Kut neusklađenosti  $\varphi$  zbroj je inicijalnog kuta neusklađenosti  $\varphi_0$  i kuta smičnog naprezanja  $\gamma_{m_0}$ . Formule se nalaze u literaturi [10].

Jednadžba ovog mehanizma popuštanja glasi [10]

$$F_{KINK} = \left( \frac{\tau_{23}^m}{S_T^{is} - \eta_T \sigma_2^m} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{12}^m}{S_L^{is} - \eta_L \sigma_2^m} \right)^2 + \left( \frac{(\sigma_2^m)_+}{Y_T^{is}} \right)^2 \quad \text{za } \sigma_1 \leq -\frac{X_C}{2}. \quad (4.10)$$

○ **Lom matrice (engl. *Matrix cracking failure*)**

Slika 16. pokazuje da je ovdje također potrebno napraviti transformaciju napreznja iz globalnog koordinatnog sustava u sustav koji je pod kutom ravnine pukotine  $\alpha$ .



**Slika 16. Ravnina loma matrice [10]**

Jednadžbe transformacije u ravninu loma matrice glase [10]

$$\sigma_N = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha + \tau_{23} \sin 2\alpha, \quad (4.11)$$

$$\tau_T = -\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha + \tau_{23} \cos 2\alpha, \quad (4.12)$$

$$\tau_L = \tau_{12} \cos \alpha + \tau_{31} \sin \alpha. \quad (4.13)$$

Jednadžba ovog kriterija je adaptacija Mohr-Coulomb kriterija popuštanja za jednousmjerene kompozitne slojeve i ona glasi [10]

$$F_M = \left( \frac{\tau_T}{S_T^{IS} - \eta_T \sigma_N} \right)^2 + \left( \frac{\tau_L}{S_L^{IS} - \eta_L \sigma_N} \right)^2 + \left( \frac{\langle \sigma_N \rangle_+}{Y_T^{IS}} \right)^2. \quad (4.14)$$

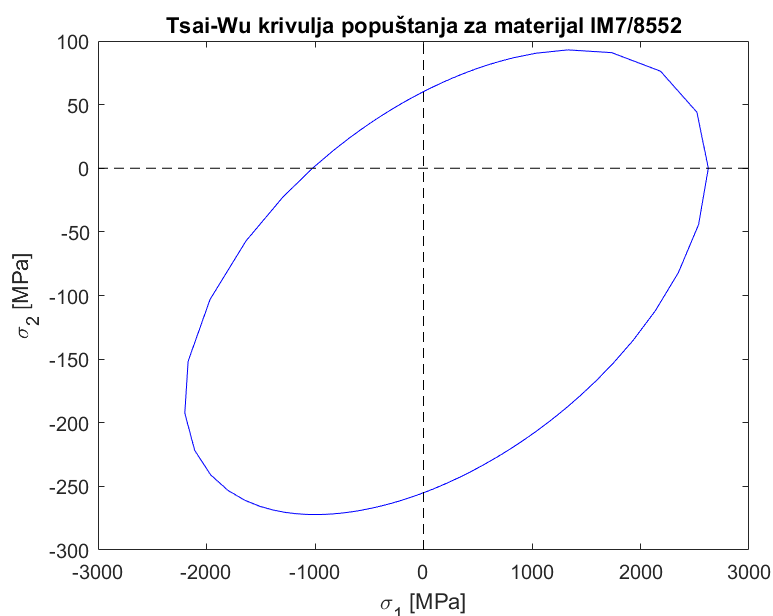
#### 4. VALIDACIJA KRIVULJA POPUŠTANJA

Validacija krivulja popuštanja je napravljena pomoću programskog paketa *MATLAB*. Logika kojom je napravljena je da postoje dvije petlje od kojih jedna petlja mijenja kut u pojedinim ravninama napreznja, a druga petlja povećava ukupno napreznje. Unutar te dvije petlje programira se funkcija za određeni kriterij koja se zatim provjerava naredbom *IF* koja provjerava je li vrijednost te funkcije  $\geq 1$ . Ako je uvjet zadovoljen, sprema se vrijednost napreznja i projicira na osi pomoću funkcija sinus i kosinus. Kada petlja prođe sve kutove i skupi sve točke u kojima je došlo do popuštanja, tada se funkcijom *plot* crta krivulja koja prolazi tim točkama. Za vizualizaciju krivulja popuštanja materijala IM7/8552 potrebno je znati čvrstoće materijala koje su dane u tablici 1.

Tablica 1. Čvrstoće materijala IM7/8552

$X_T$ [MPa]	$X_C$ [MPa]	$Y_T$ [MPa]	$Y_C$ [MPa]	$S$ [MPa]
2625	1023	60,2	255	80

Slika 17. prikazuje ravninu  $\sigma_1 - \sigma_2$  u kojoj je prikazana krivulja popuštanja Tsai-Wu kriterija kada je vrijednost smičnog napreznja  $\tau_{12} = 0$ . Krivulja ima oblik nakošene elipse koja na osima koje presijeca postiže vrijednosti čvrstoća tog materijala. Čvrstoće materijala direktno utječu na izgled i nagib elipse. Što su veće vrijednosti čvrstoća u smjeru vlakna ( $X_T$  i  $X_C$ ) to će elipsa biti više izdužena u smjeru osi  $\sigma_1$ . Vrijednosti čvrstoća u ravnini sloja okomitog na smjer vlakna ( $Y_T$  i  $Y_C$ ) utječu na spljoštenost krivulje popuštanja. Povećavanjem smičnog napreznja  $\tau_{12}$  dobivaju se koncentrične krivulje koje se smanjuju prema unutra.



Slika 17. Tsai-Wu krivulja popuštanja u ravnini  $\sigma_1 - \sigma_2$

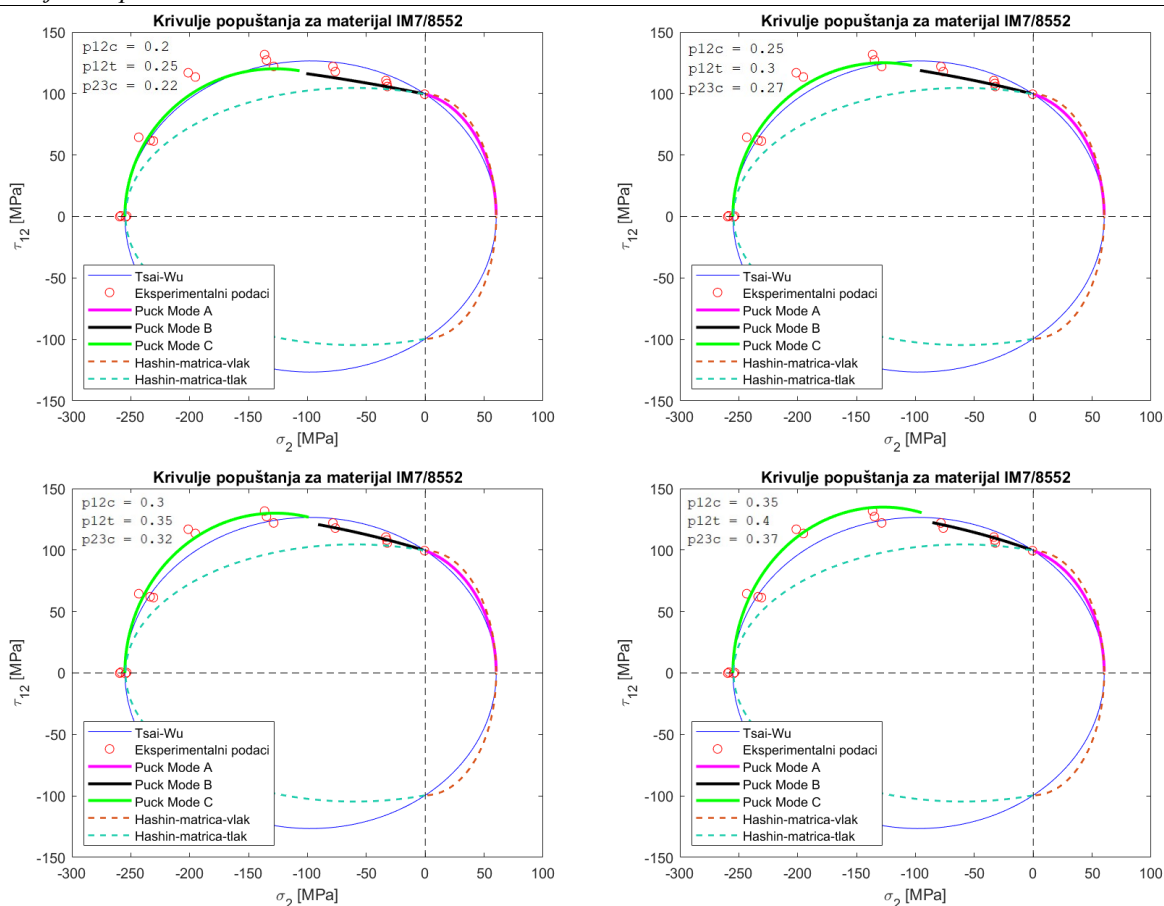
U tablici 2. su navedeni parametri koji su potrebni uz ranije navedene čvrstoće materijala za validaciju Puck-ovog kriterija popuštanja.

**Tablica 2. Parametri za Puck-ov kriterij**

Nagib krivulje u dijagramu $\sigma_2 - \tau_{12}$ za $\sigma_2 = 0$ za vlačno opterećenje	$p_{12t} = 0,35$
Nagib krivulje u dijagramu $\sigma_2 - \tau_{12}$ za $\sigma_2 = 0$ za tlačno opterećenje	$p_{12c} = 0,3$
Nagib krivulje u dijagramu $\sigma_2 - \tau_{23}$ za $\sigma_2 = 0$ za vlačno opterećenje	$p_{23t} = 0,27$
Nagib krivulje u dijagramu $\sigma_2 - \tau_{23}$ za $\sigma_2 = 0$ za tlačno opterećenje	$p_{23c} = 0,27$
Otpornost na popuštanje ravnine djelovanja naprezanja	$R_{23A} = \frac{ Y_C }{2(1 + p_{23c})}$
Smično naprezanja na „prekretnici“ $\sigma_2 - \tau_{12}$ krivulje popuštanja	$\tau_{12c} = S\sqrt{1 + 2p_{23c}}$

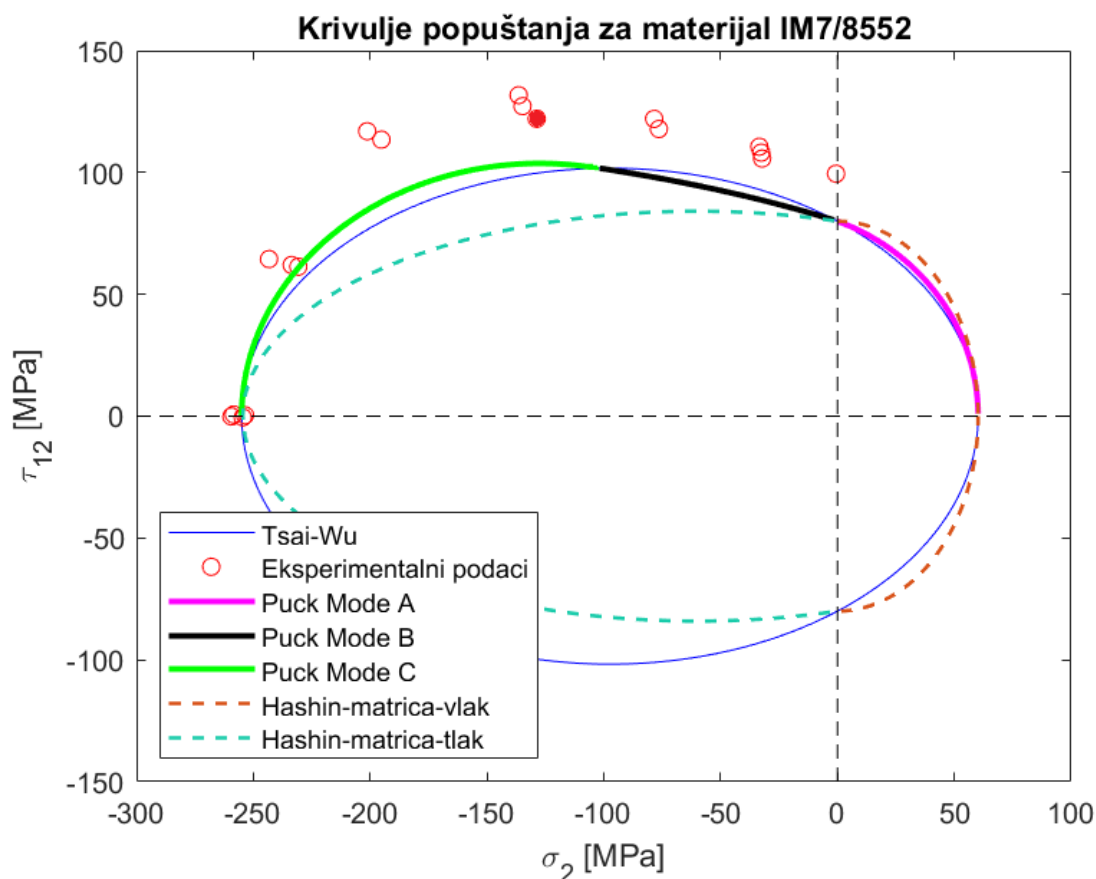
Na slici 18. je prikazan utjecaj parametra na izgled Puck-ovih krivulja popuštanja, u svakom se dijagramu u gornjem lijevom kutu nalaze vrijednosti parametara za taj prikaz. Vrijednost  $p_{12t}$  ima utjecaj na izgled krivulje popuštanja za *Mode A*, povećavanjem vrijednosti tog parametra krivulja se približava krivulji Tsai-Wu kriterija. Vrijednost  $p_{12c}$  mijenja nagib krivulje popuštanja za *Mode B*. Na krivulju popuštanja za *Mode C* utječe vrijednost  $p_{23c}$ , povećanjem njene vrijednosti krivulja se udaljava od krivulje popuštanja za *Mode B*. Do udaljavanja krivulja popuštanja ova dva *Mode*-a dolazi jer se mijenjanjem parametra  $p_{23c}$  mijenja vrijednosti uvjeta  $\left| \frac{\tau_{12}}{\sigma_2} \right| \leq \frac{|\tau_{12c}|}{R_{23A}}$  za *Mode C*. Vrijednost  $p_{23t}$  nema utjecaj na izgled krivulja u ovoj ravnini.





Slika 18. Utjecaj parametara na oblik krivulje popuštanja Puck-ovog kriterija

Ravnina  $\sigma_2 - \tau_{12}$  prikazana na slici 19. je zanimljivija jer su u njoj vizualizirane Tsai-Wu krivulja popuštanja, Puck-ove krivulje popuštanja po načinima popuštanja i Hashin-ove krivulje popuštanja za matricu. Uz to, unesene su i točke eksperimentalnih rezultata biaksijalnog testa iz [11] za usporedbu s krivuljama popuštanja. Vrijednosti smičnih naprezanja  $\tau_{12}$  kojima su dobivene krivulje popuštanja predstavljaju vrijednosti smičnog naprezanja kod kojeg je materijal počeo pokazivati nelinearno ponašanje. U ravnini  $\sigma_2 - \tau_{12}$  Tsai-Wu krivulja popuštanja također je elipsa koja je simetrična s obzirom na os  $\sigma_2$ . U ovoj ravnini vrijednosti čvrstoća u ravnini sloja okomitog na smjer vlakna ( $Y_T$  i  $Y_C$ ) utječu na izduženost elipse u smjeru osi  $\sigma_2$ , dok na spljoštenost i simetričnost utječe vrijednost smične čvrstoće  $S$ . Krivulje Puck-ovog kriterija popuštanja se relativno dobro poklapaju sa Tsai-Wu krivuljom popuštanja. Krivulja Hashin-ova kriterija za popuštanje matrice uslijed vlačnog opterećenja se relativno dobro poklapa sa ostalim krivuljama na području gdje je normalno naprezanje  $\sigma_2 > 0$ . Na području gdje je  $\sigma_2 < 0$  krivulja Hashin-ova kriterija za popuštanje matrice uslijed tlačnog opterećenja pokazuje da će kod nižih vrijednosti smičnog naprezanja  $\tau_{12}$  doći do popuštanja materijala. Vrijednosti eksperimentalnih rezultata su veće od vrijednosti krivulja popuštanja, ali je moguće uočiti da relativno dobro prate zakrivljenost krivulja popuštanja.



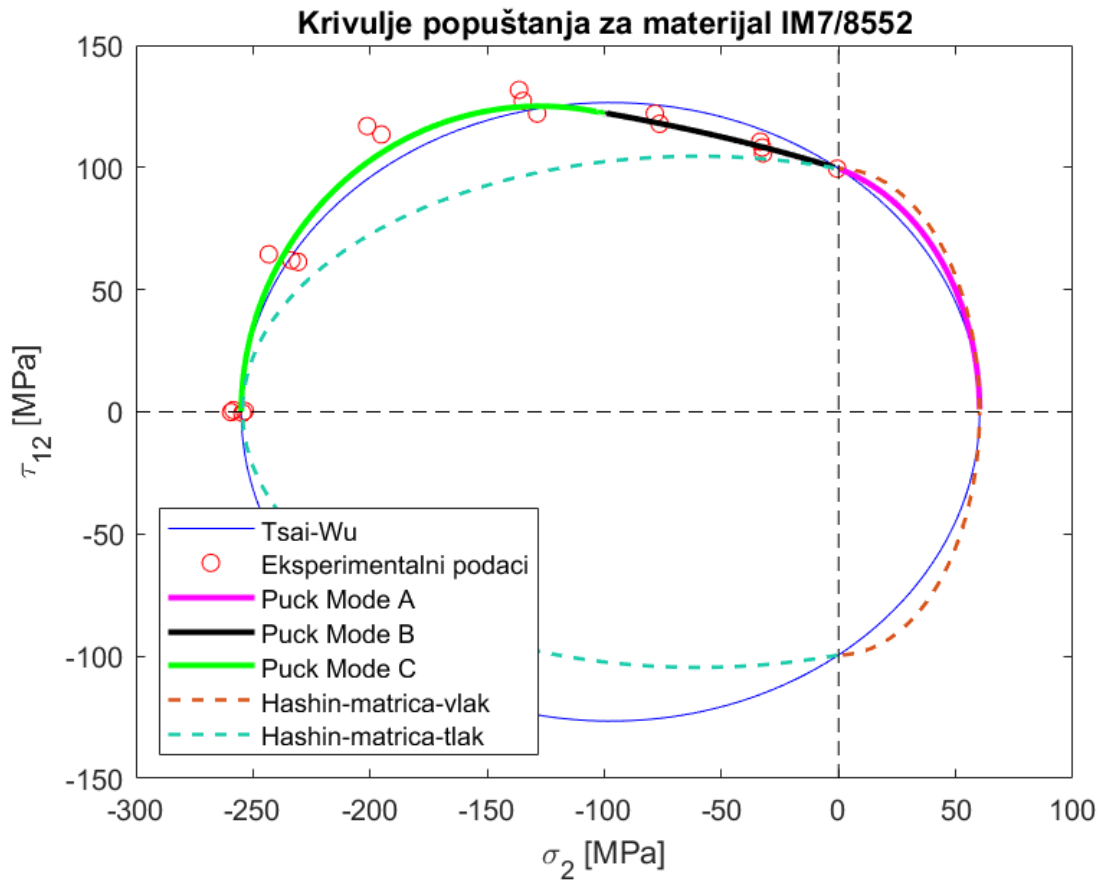
**Slika 19. Krivulje popuštanja u ravni  $\sigma_2 - \tau_{12}$**

U tablici 3. su uspoređene vrijednosti dobivene kriterijima popuštanja s eksperimentalnom vrijednošću biaksijalnog testa za točku ispunjenu crvenom bojom na slici 19.

**Tablica 3. Usporedba vrijednosti kriterija kod kojih je došlo do popuštanja sa slike 19.**

	Normalno naprezanje $\sigma_2$ [MPa]	Smično naprezanje $\tau_{12}$ [MPa]
Biaksijalni test	-128,719	122,045
Puck-ov kriterij		103,721
Tsai-Wu kriterij		99,724
Hashin-ov kriterij		78,673

Slika 20. prikazuje izgled krivulja popuštanja kada je vrijednost smične čvrstoće jednaka onoj koja je dobivena biaksijalnim testom. Vidljivo je puno bolje poklapanje Tsai-Wu i Puck-ovih krivulja s eksperimentalnim rezultatima biaksijalnog testa. Puck-ove krivulje popuštanja najtočnije prate točke eksperimentalnih rezultata. Krivulja Hashin-ova kriterija za popuštanje matrice uslijed tlačnog opterećenja pokazuje najveće odstupanje, odnosno da kod manjih vrijednosti smičnog naprezanja dolazi do popuštanja.



**Slika 20. Krivulje popuštanja u ravнини  $\sigma_2 - \tau_{12}$  za vrijednost smične čvrstoće dobivene biaksijalnim testom**

Za istu točku očitane su vrijednosti krivulja popuštanja za slučaj kada je korištena smična čvrstoća dobivena biaksijalnim testom (slika 20.) i uspoređene u tablici 4.

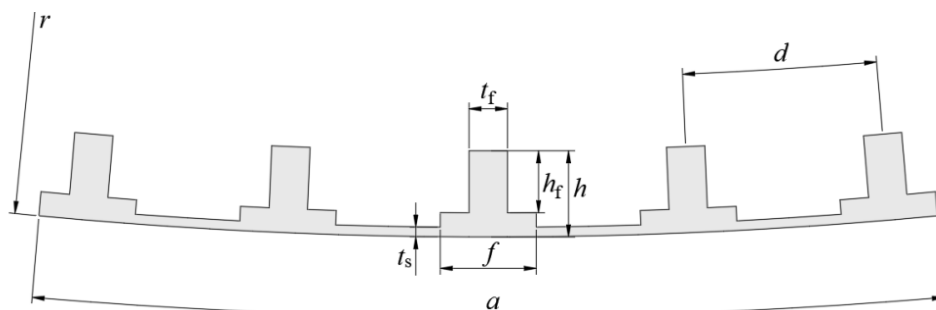
**Tablica 4. Usporedba vrijednosti kriterija kod kojih je došlo do popuštanja sa slike 20.**

	Normalno naprezanje $\sigma_2$ [MPa]	Smično naprezanje $\tau_{12}$ [MPa]
Biaksijalni test	-128,719	122,045
Puck-ov kriterij		125,062
Tsai-Wu kriterij		124,015
Hashinov kriterij		97,834

## 5. PRORAČUN ČVRSTOĆE U PROGRAMSKOM PAKETU ABAQUS/STANDARD®

### 5.1. Definiranje geometrije i materijala panela

Geometrija je realna kompozitna konstrukcija koja se sastoji od oplata ojačane s 5 uzdužnica T profila prema [12], dodana su oslabljenja radi uvođenja koncentracije naprezanja u konstrukciji. Geometrija je napravljena u programskom paketu *CATIA* prema slici 21. i vrijednostima iz tablice 5. Geometrija je spremljena u .stp formatu i importirana u *Abaqus/Standard*®. Dva modela su napravljena u programskom paketu *Abaqus/Standard*®. Jedan model je *Solid shape* modeliran s C3D8R elementima, a drugi model će biti *Continuum Shell shape* modeliran sa SC8R elementima.

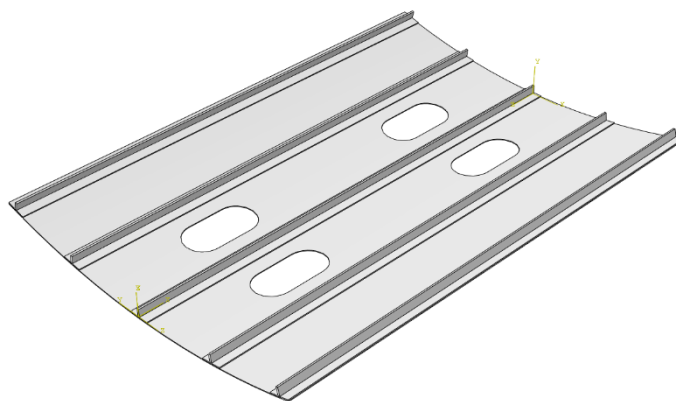


Slika 21. Geometrijski parametri panela

Tablica 5. Dimenzije panela

$r$ [mm]	$a$ [mm]	$f$ [mm]	$d$ [mm]	$h$ [mm]	$t_s$ [mm]	$t_f$ [mm]	$h_f$ [mm]	$l$ [mm]	$t_{sloj}$ [mm]
1000	560	32	132	15	1	3	12,5	780	0,125

Konačna geometrija panela prikazana je na slici 22. Da bi raspodjela naprezanja u razmatranoj konstrukciji bila složenija, na panelu su napravljena četiri tehnološka otvora dimenzija 60 x 30 mm sa zaobljenjima radijusa 30 mm. U realnim zrakoplovnim konstrukcijama ti su otvori većih dimenzija.



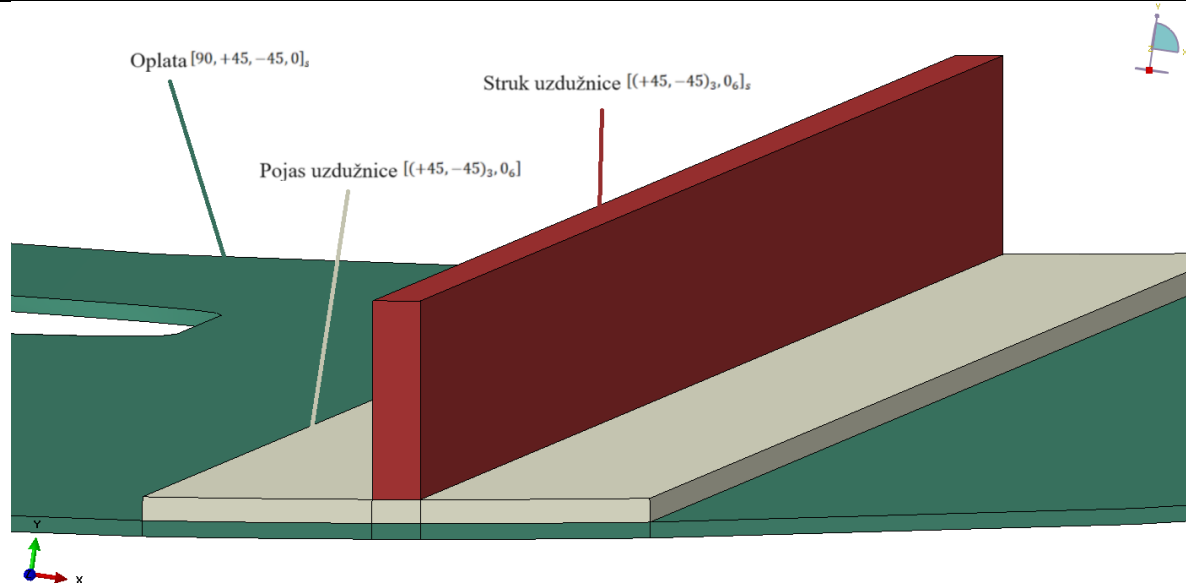
Slika 22. Konačna geometrija panela

Materijal od kojeg su izrađeni oplata i uzdužnice je IM7/8552. To je jednousmjereni prepreg epoksidne smole ojačan ugljičnim vlaknima često korišten u zrakoplovnim konstrukcijama gdje je potrebna visoka čvrstoća, krutost i otpornost na oštećenja. Svojstva ovog materijala prikazana su u tablici 6. i zadana su u *Abaqus/Standard*<sup>®</sup> u modulu *Property*. U istom modulu su i zadana svojstva za svaki od kriterija popuštanja.

**Tablica 6. Svojstva materijala IM7/8552 potrebna za proračun u Abaqus-u [12]**

Gustoća	$\rho = 1600 \text{ kg/m}^3$
Moduli elastičnosti	$E_1 = 164,1 \text{ GPa}$
	$E_2 = 8,7 \text{ GPa}$
	$E_3 = 8,7 \text{ GPa}$
Moduli smicanja	$G_{12} = 5,1 \text{ GPa}$
	$G_{13} = 5,1 \text{ GPa}$
	$G_{23} = 4,5 \text{ GPa}$
Poisson-ovi faktori	$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0,28$
Vlačna čvrstoća u smjeru vlakna	$X_T = 2625 \text{ MPa}$
Tlačna čvrstoća u smjeru vlakna	$X_C = 1023 \text{ MPa}$
Vlačna čvrstoća okomito na smjer vlakna	$Y_T = 60,2 \text{ MPa}$
Tlačna čvrstoća okomito na smjer vlakna	$Y_C = 255 \text{ MPa}$
Smična čvrstoća u oba smjera	$S_L = S_T = 80 \text{ MPa}$
Kut ravnine pukotine	$\alpha_0 = 53^\circ$
Kut neusklađenosti	$\varphi = 1^\circ$
Koeficijent trenja u uzdužnom smjeru	$\eta_L = 0,25$
Koeficijent trenja u poprečnom smjeru	$\eta_T = 0,30$

Također, u modulu *Property* napravljen je raspored slojeva za svaki dio konstrukcije. Raspored slojeva kompozita u oplati, pojasu uzdužnice i struku uzdužnice prikazan je na slici 23. Oplata se sastoji od 8 slojeva, pojas uzdužnice od 12 slojeva, a struk uzdužnice od 24 slojeva. Debljina sloja iznosi 0,125mm. Rasporedi slojeva definirani su u globalnom koordinatnom sustavu u kojem je os *X* (nula) orijentirana u smjeru dužine panela (*Z* os na slici 23.). Slojevi oplata i pojasa uzdužnice rotirani su oko *Y* osi, a slojevi struka uzdužnice rotirani su oko *X* osi.



Slika 23. Raspored slojeva po dijelovima konstrukcije

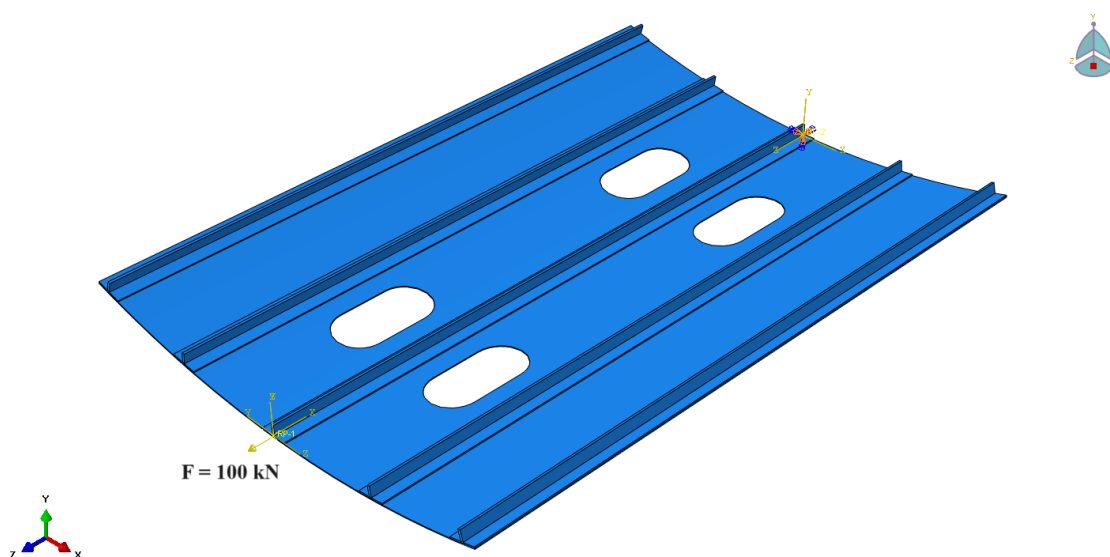
## 5.2. Korak analize, opterećenje i rubni uvjeti

Korak analize postavljen je u modulu *Step* kao *Static – Static, General*, to je linearna statička analiza. Izlazne vrijednosti zatražene su pomoću naredbe *Field output*. Za sve izlazne vrijednosti zatraženo je računanje u svakoj točki integracije po debljini presjeka. Popis izlaznih vrijednosti kriterija popuštanja nalazi se u tablici 7.

Tablica 7. Kratice korištene u vizualizaciji rezultata

Kratice izlazne vrijednosti	Puni naziv
HSNFCCRT	<i>Hashin's fiber compressive damage initiation criterion</i>
HSNFTCRT	<i>Hashin's fiber tensile damage initiation criterion</i>
HSNMCCRT	<i>Hashin's matrix compressive damage initiation criterion</i>
HSNMTCRT	<i>Hashin's matrix tensile damage initiation criterion</i>
LARCFKCRT	<i>LaRC fiber kinking criterion</i>
LARCFSCRT	<i>LaRC fiber splitting criterion</i>
LARCFTCRT	<i>LaRC fiber tensile criterion</i>
LARCMCCRT	<i>LaRC matrix cracking criterion</i>
TSAIW	<i>Tsai-Wu criterion</i>

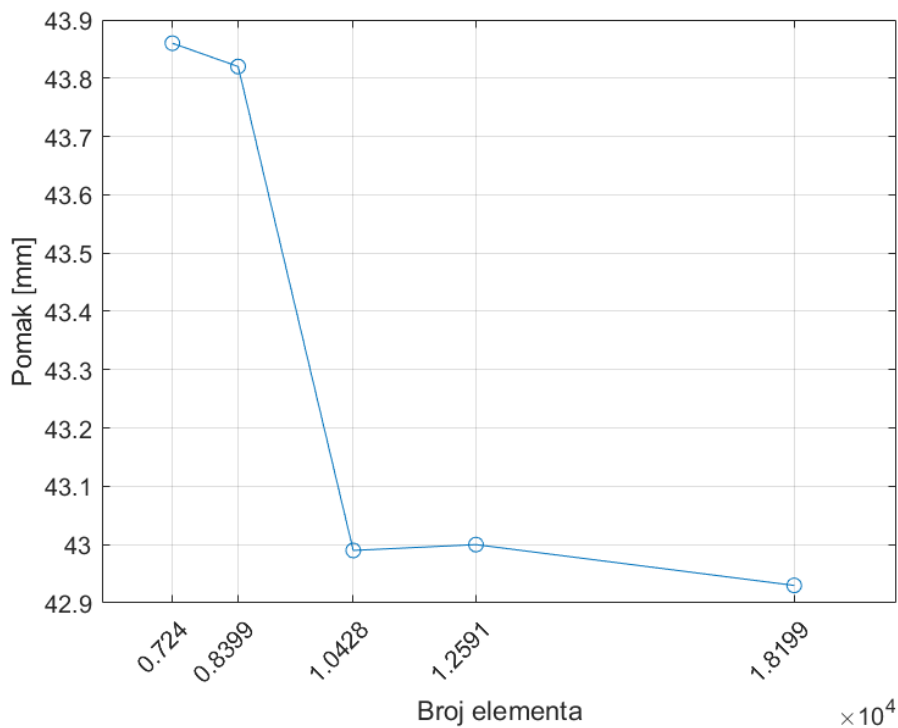
Opterećenje i rubni uvjeti prikazani na slici 24. su postavljeni u modulu *Load*. Sve površine prednjeg dijela panela povezane su kao kruto tijelo s referentnom točkom RP-1 u koju je postavljeno opterećenje kao koncentrirana sila duž prednjeg dijela panela u pozitivnom smjeru osi *Z*. Iznos koncentrirane sile  $F$  je 100 kN. Sve površine stražnjeg dijela panela povezane su kao kruto tijelo s referentnom točkom RP-2 i u njoj je postavljen rubni uvjet uklještenja.



Slika 24. Opterećenje i rubni uvjeti panela

### 5.3. Vrsta elementa, mreža konačnih elementa

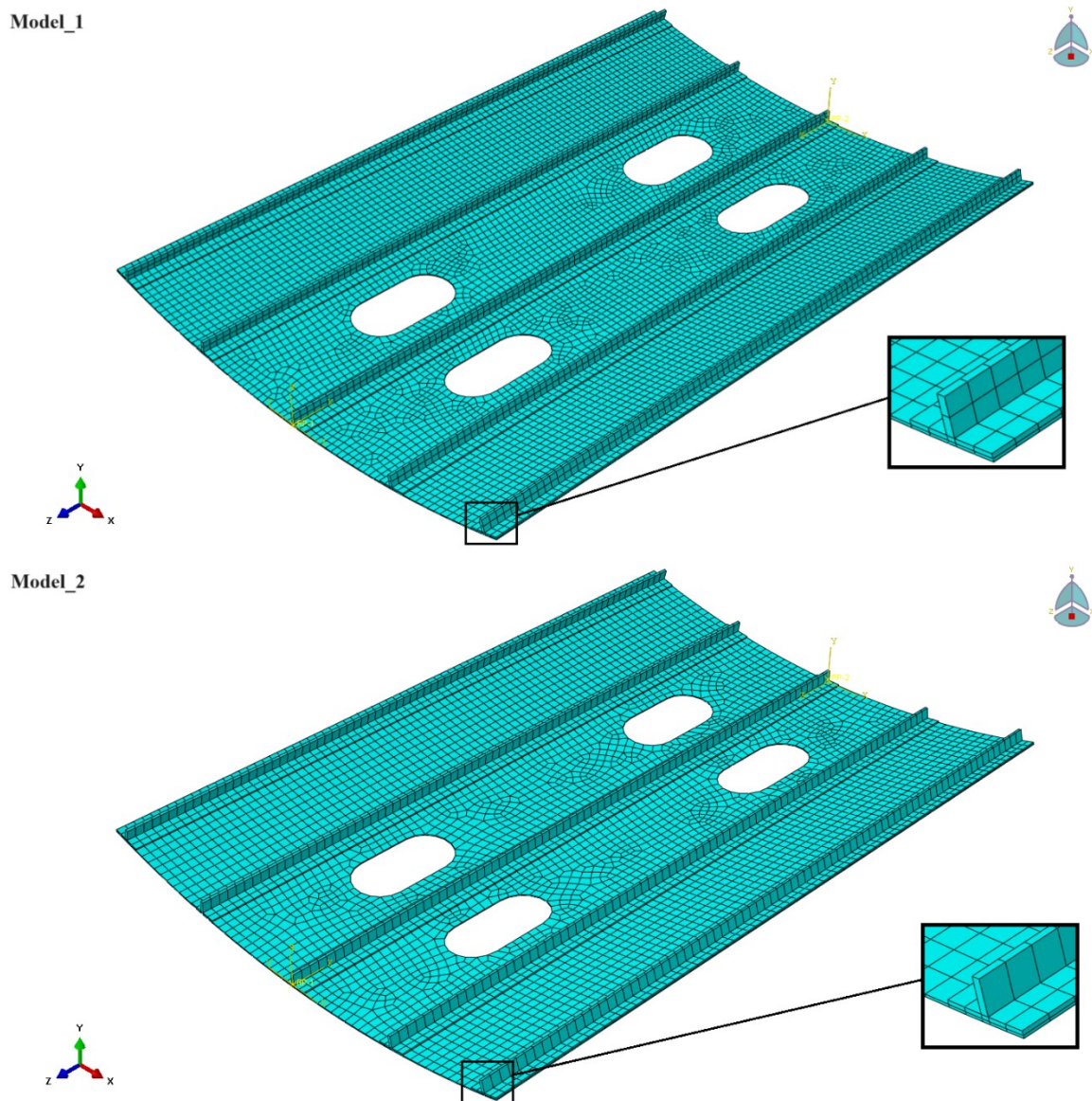
Za proračun i usporedbu kriterija popuštanja u programskom paketu *Abaqus/Standard*<sup>®</sup> potrebna su dva modela. Za proračun LaRC05 kriterija potreban je *Solid shape* model jer je kriterij primjenjiv za materijal u troosnom stanju naprezanja, taj model će biti nazvan Model\_1. Kriteriji Tsai-Wu i Hashin-Rotem su primjenjivi za materijalne modele u ravninskom stanju naprezanja te su stoga proračunati za *Continuum Shell shape* model, to će biti Model\_2. Za Model\_1 napravljena je konvergencija maksimalnog pomaka da se odabere optimalan broj elementa. Konvergencija maksimalnog pomaka prikazana je na slici 25., odabrano je da je 10428 optimalan broj elemenata.



**Slika 25. Dijagram pomaka u ovisnosti o broju elemenata**

Oba modela diskretizirana su u modulu *Mesh*, pomoću naredbe *Assign Element Type* svakom modelu dodijeljen je tip elementa. Model\_1 diskretiziran je s 10428 elemenata tipa C3D8R i ima 19448 čvorova. Model\_2 diskretiziran je sa 7240 elemenata tipa SC8R te ima 13360 čvorova. Slika 26. prikazuje 3D diskretizaciju oba modela s uvećanim detaljem mreže konačnih elementa uzdužnica.



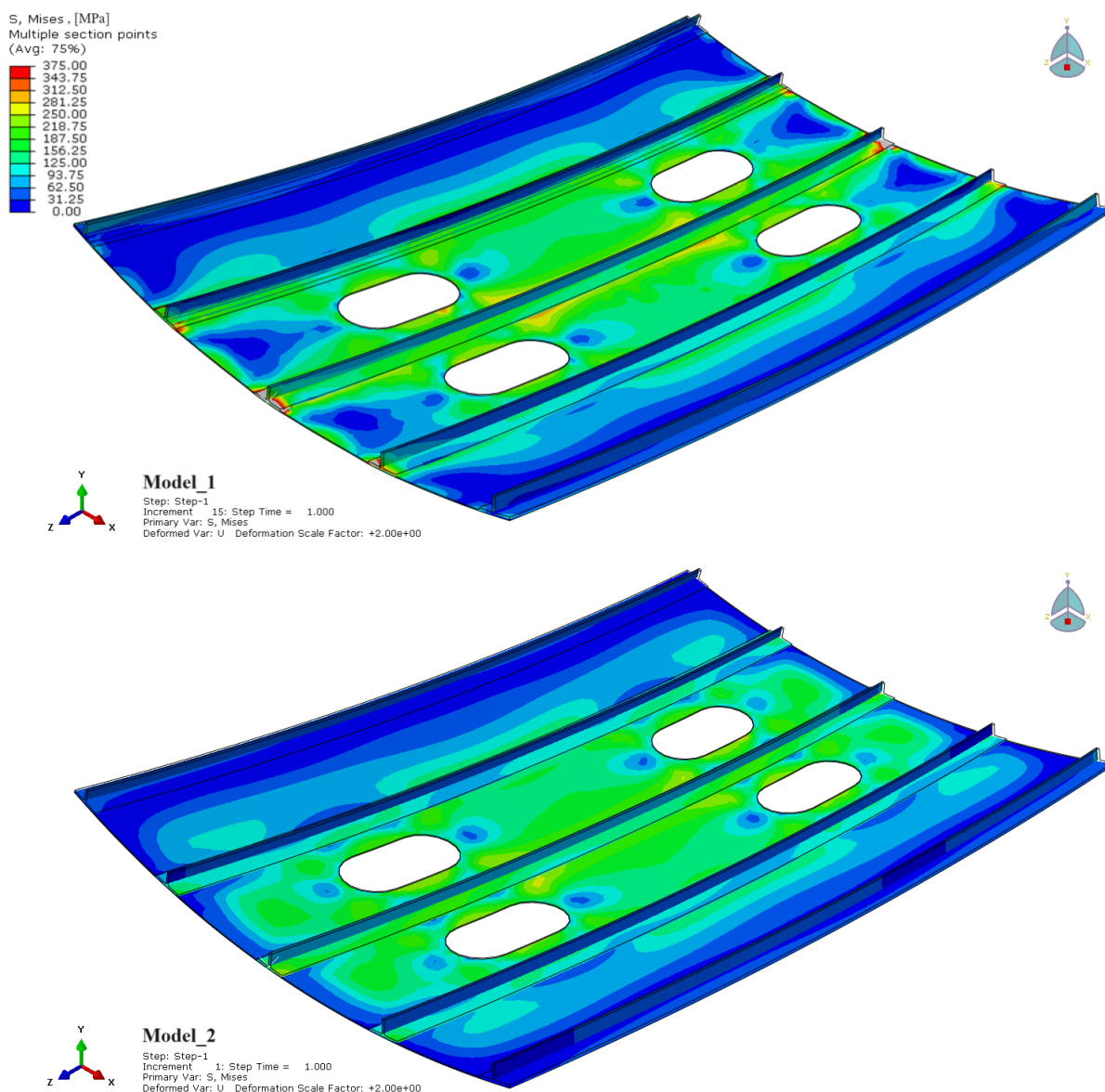


Slika 26. Mreže konačnih elemenata oba modela

#### 5.4. Rezultati analize

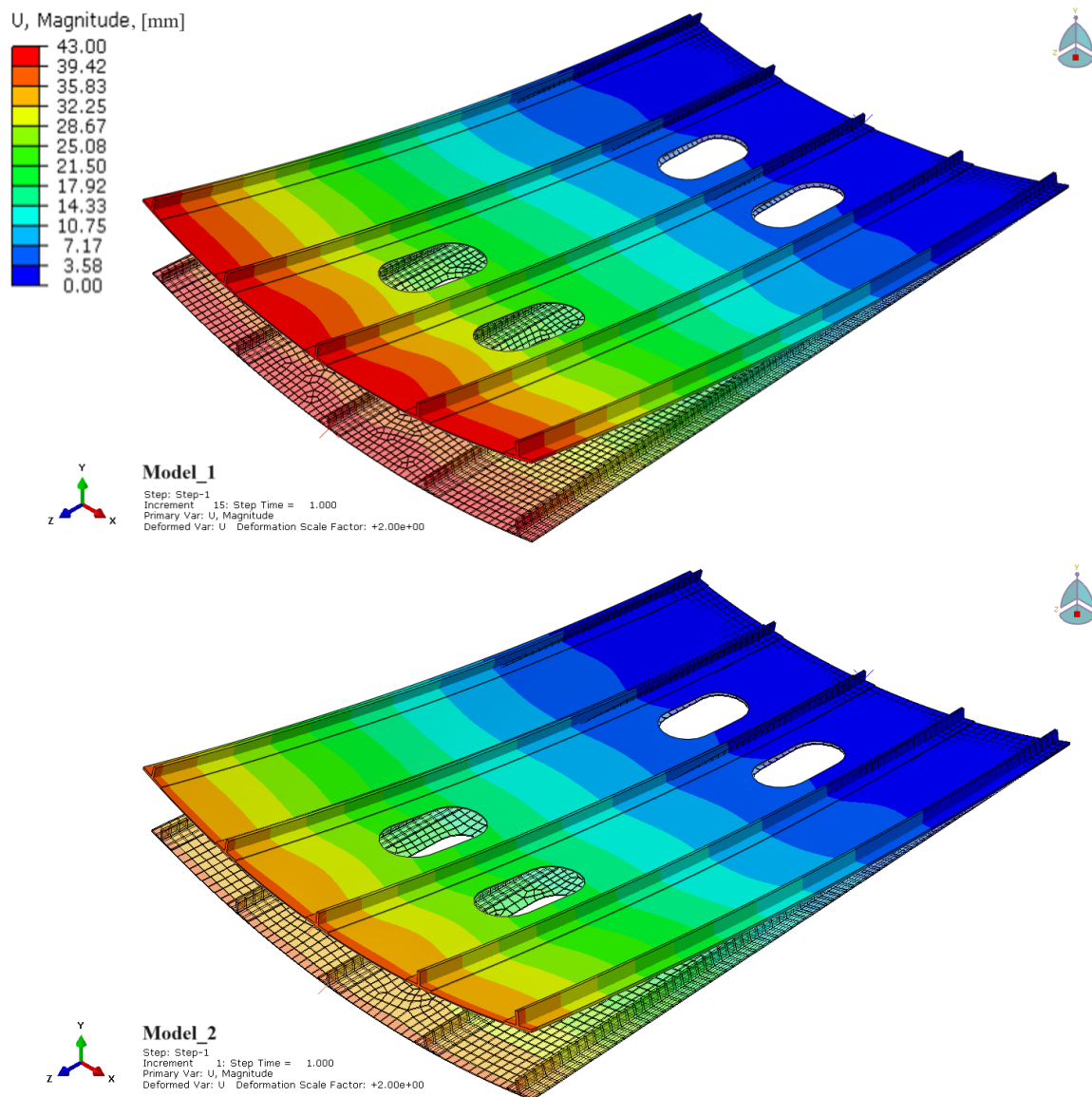
Kako bi se rezultati dobiveni dvjema analizama mogli uspoređivati, analize za oba modela napravljene su u modulu *Job*. Rezultati su zatim prikazani u modulu *Visualization*. Slučajevi u kojima nije došlo do oštećenja nisu prikazani. Napravljena je usporedba ekvivalentnih naprezanja po von Mises-u, usporedba pomaka, usporedba kriterija popuštanja i promjena vrijednosti kriterija popuštanja po debljini presjeka određenog elementa. Faktor skaliranja *Scale factor* na svim prikazima je jednak i iznosi 2.

Slika 27. prikazuje raspodjelu ekvivalentnih napreznja po von Mises-u. Model\_1 ima najveće vrijednosti napreznja na rubovima, što je posljedica rubnih uvjeta te se ti dijelovi panela nisu razmatrali u radu. Vidi se da su vrijednosti i raspodjela napreznja kod oba modela relativno slične te da su veće vrijednosti napreznja na dijelu panela gdje se nalaze tehnološki otvori.



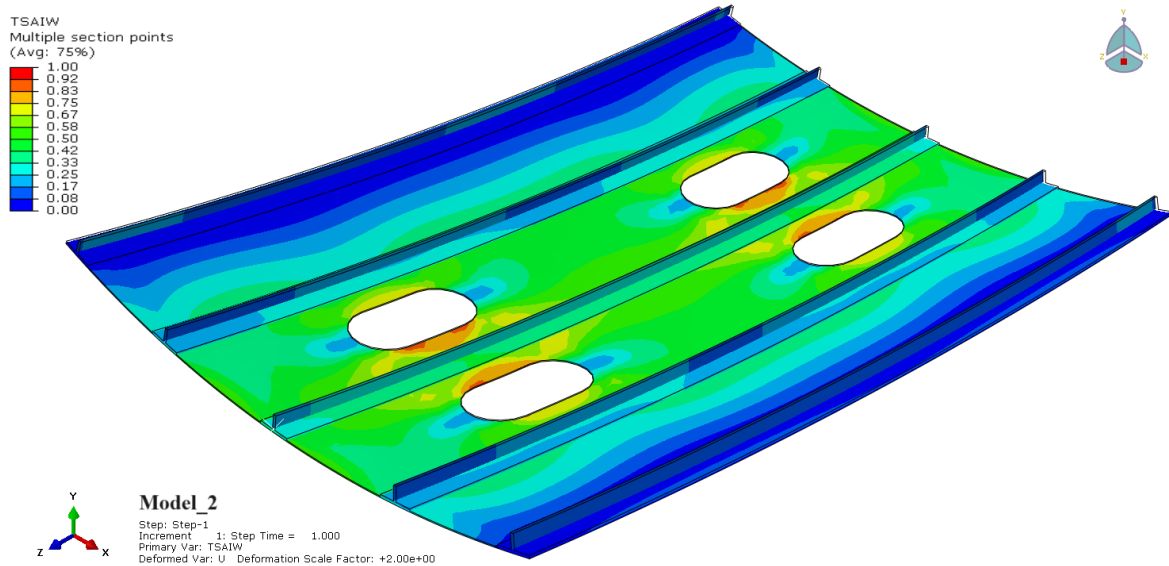
Slika 27. Ekvivalentna napreznja po von Mises-u [MPa]

Slika 28. pokazuje pomake opterećenog panela u odnosu na neopterećeni panel (dio panela gdje se vidi mreža). Vidi se da je Model\_1 više deformiran u odnosu na Model\_2. Oba modela se savijaju u smjeru osi  $Y$  kao posljedica geometrije samog panela.



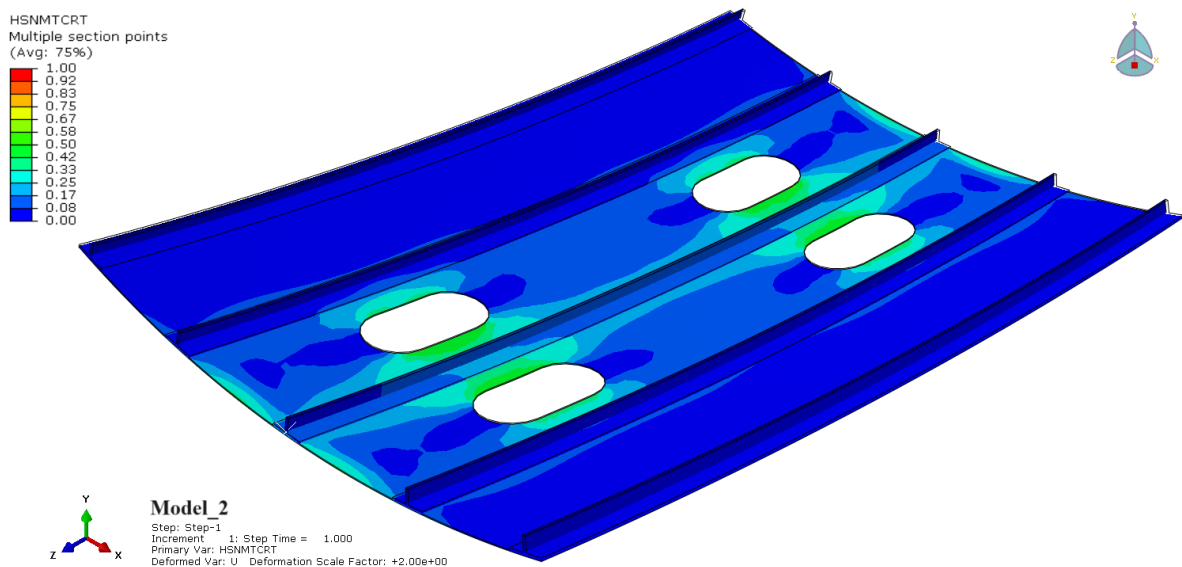
Slika 28. Ukupni pomaci [mm]

Slika 29. prikazuje rezultate Tsai-Wu kriterija za Model\_2. Legenda je za sve kriterije jednaka te se vrijednosti kreću između 0 i 1. Vidi se da je po ovom kriteriju došlo do popuštanja materijala (vrijednost jednaka 1 – crvena boja u legendi) upravo na mjestima gdje su dodani tehnološki otvori da se iniciraju koncentracije naprezanja.



Slika 29. Tsai-Wu kriterij

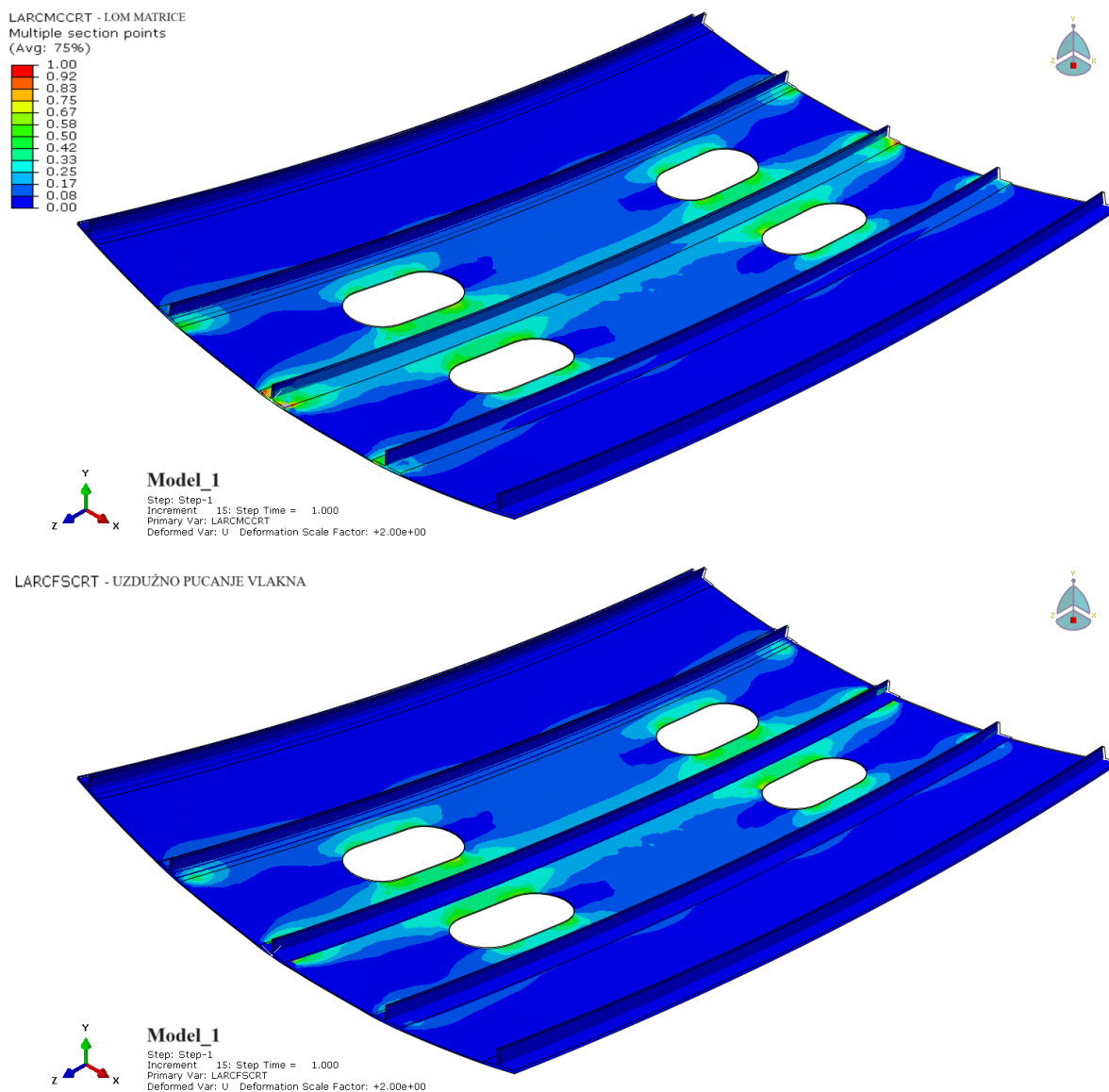
Slika 30. prikazuje Hashin-ov kriterij koji predviđa vlačno popuštanje matrice. Vidi se da nije došlo do popuštanja, ali se oko tehnoloških otvora naziru mjesta gdje bi kod većeg opterećenja moglo najprije doći do popuštanja matrice. Konture na rubovima panela se nisu razmatrale u radu jer su one posljedica rubnih uvjeta.



Slika 30. Hashin-ov kriterij - vlačno popuštanje matrice

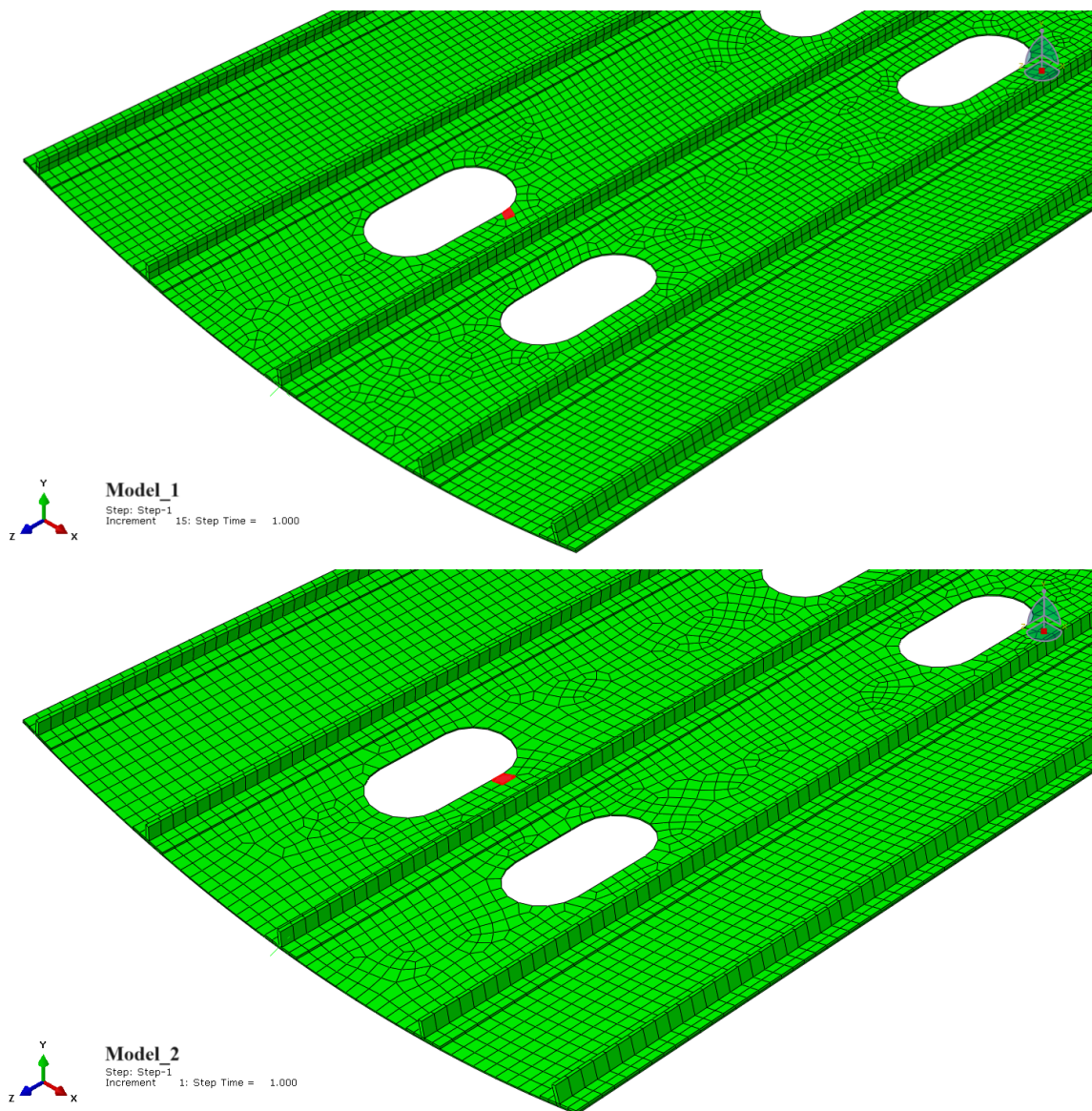
Slika 31. prikazuje LaRC05 kriterije popuštanja. Prema LARCMCCRT kriteriju kod većeg opterećenja bi nastao lom matrice (engl. *matrix cracking*) na mjestima oko tehnoloških otvora.

Također prema LARCFSCRT kriteriju na tim mjestima nastalo bi uzdužno pucanje vlakna (engl. *fiber splitting*), no kod razmatrane sile nije došlo do popuštanja.



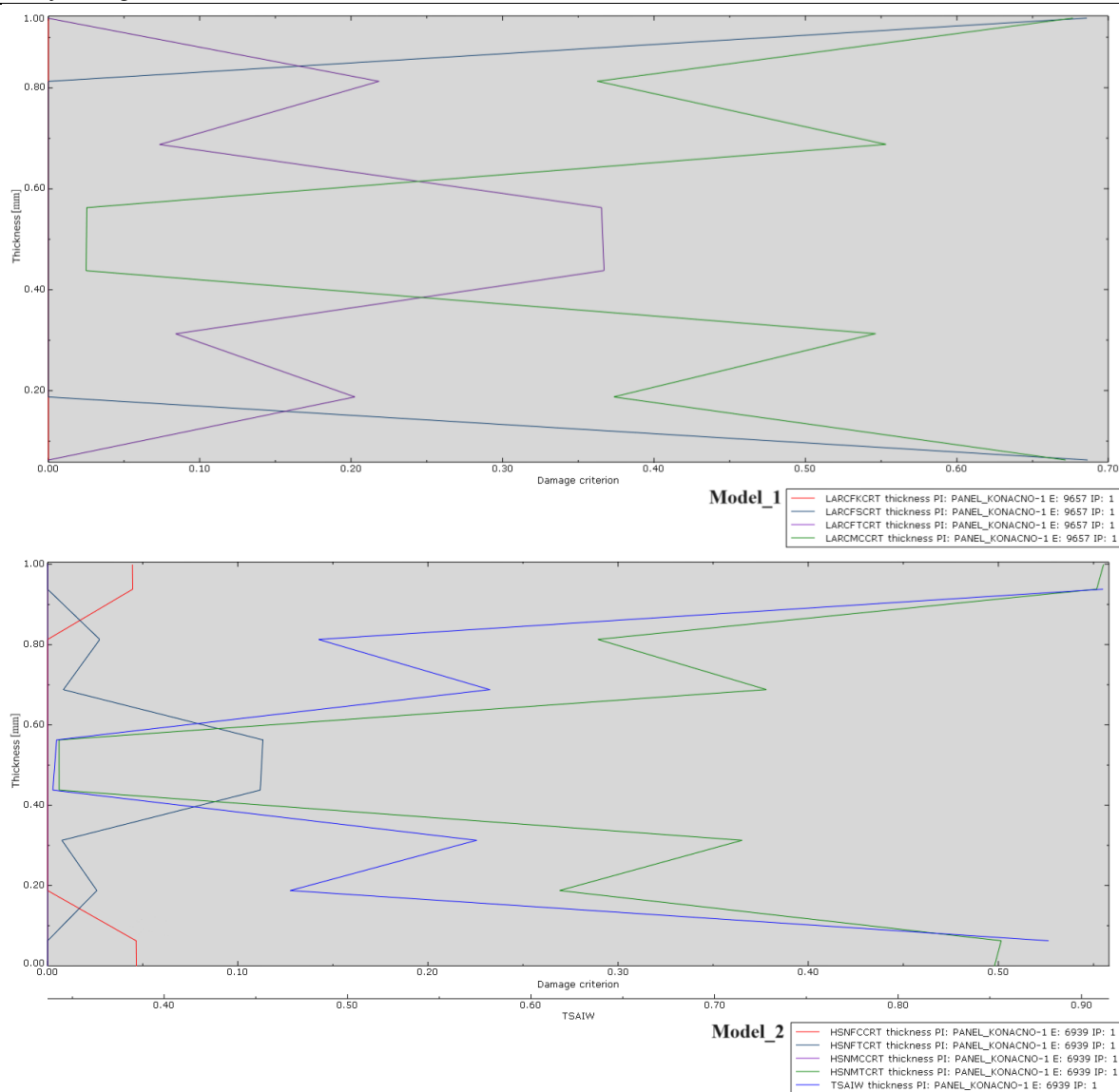
Slika 31. LaRC05 kriteriji popuštanja

S obzirom da se mreže konačnih elemenata modela razlikuju po broju elemenata, sa svakog modela je odabran element (označen crvenom bojom na slici 32.) koji se nalazi kod tehnološkog otvora i gdje su kriteriji popuštanja pokazali veće vrijednosti. Na Modelu\_1 odabran je element broj 9657, a na Modelu\_2 odabran je element broj 6939. Za odabrane elemente napravljeni su dijagrami koji pokazuju vrijednosti kriterija popuštanja kroz debljinu presjeka elementa.



**Slika 32. Položaj odabranih elementa za analizu kriterija po debljini presjeka**

Na slici 33. dijagrami na horizontalnoj osi imaju vrijednosti kriterija popuštanja u rasponu od 0 do 1. U dijagramu za Model\_1 vidljiva je promjena LaRC05 kriterija po debljini presjeka elementa. Zelena linija koja predstavlja kriterij loma matrice (engl. *matrix cracking criterion*) i plava linija koja predstavlja kriterij uzdužnog pucanja vlakna (engl. *fibre splitting*) postižu vrijednost oko 0,67. Pogleda li se slika 31., upravo na tom mjestu gdje je element za koji su napravljeni dijagrami, kod oba LaRC05 kriterija je svijetlo zelena boja odnosno vrijednosti oko 0,67, što znači da će kod većih opterećenja panela na tom mjestu doći do popuštanja što je i logično jer su upravo oko tehnoloških otvora mjesta koncentracije naprezanja.



**Slika 33. Kriteriji popuštanja po debljini presjeka elementa**

Za Model\_2 zapravo postoje dvije horizontalne osi, gornja se odnosi za sva 4 Hashin-ova kriterija i raspon joj je od 0 do 0,55. Vidljivo je da jedino zelena linija koja predstavlja vlačno popuštanje matrice prema Hashin-ovom kriteriju postiže vrijednost od oko 0,55, vidi se i sličnost sa LaRC05 kriterijem (zelena linija na gornjem dijagramu). Za slojeve koji su postavljeni pod kutom  $0^\circ$ , oba kriterija pokazuju jako male vrijednosti. Za slojeve koji su pod kutom  $90^\circ$  oba kriterija su pokazala najveće vrijednosti. Vidi se i sličnost linija ova dva kriterija koji se odnose na pucanje vlakna. Za Hashin-ov kriterij je to tamnoplava linija, a za LaRC05 je to ljubičasta linija. Najveće vrijednosti očituju se tamo gdje su slojevi kojima je postavni kut  $0^\circ$ . Donja horizontalna os se odnosi na Tsai-Wu kriterij i raspon joj je od 0,35 do 0,9. Vrijednost Tsai-Wu kriterija za taj element je oko 0,9 što je relativno blizu vrijednosti 1. Prema slici 29. upravo to

područje je narančaste boje, što znači da je prema Tsai-Wu kriteriju taj element jako blizu popuštanja.

U tablici 8. se nalaze vrijednosti svakog kriterija popuštanja za sve slojeve elementa sa slike 32., kritičan sloj za određeni kriterij je označen svijetlosivom bojom.

**Tablica 8. Usporedba rezultata različitih kriterija popuštanja za svaki sloj**

	90°	+45°	-45°	0°	0°	-45°	+45°	90
LARCFKCRT	0	0	0	0	0	0	0	0
LARCFSCRT	0,686	0,205	0	0	0	0	0,351	0,686
LARCFTCRT	0	0,20	0,234	0,367	0,216	0,15	0,11	0
LARCMCCRT	0,671	0,47	0,47	0,28	0,03	0,304	0,52	0,671
HSNFCCRT	0,047	0	0	0	0	0	0	0,047
HSNFTCRT	0	0,026	0,085	0,115	0,115	0,085	0,026	0
HSNMCCRT	0	0	0	0	0	0	0	0
HSNMTCRT	0,497	0,269	0,365	0,001	0,001	0,378	0,289	0,55
TSAIW	0,882	0,468	0,571	0,34	0,342	0,577	0,485	0,912



## 6. ZAKLJUČAK

Suvremeno zrakoplovstvo nezamislivo je bez komponenta izrađenih od kompozitnih materijala. Sigurnost je ključan faktor u zrakoplovstvu stoga je od velike važnosti koristiti materijale koje karakterizira visoka specifična čvrstoća i krutost, te sposobnost modeliranja različita svojstva u različitim smjerovima da se prilagode opterećenju u eksploataciji. Problem kompozitnih materijala je nehomogenost i anizotropnost tih materijala zbog čega se otežava predviđanje popuštanja materijala. Cilj razvoja kriterija popuštanja je napraviti što jednostavniji matematički model koji pomoću formula što točnije predviđa kod kojeg opterećenja će doći do popuštanja i do kakve vrste popuštanja dolazi.

Tsai-Wu kriterij definiran je jednom jednadžbom i vrlo jednostavno se implementira u programski jezik i provjerava je li došlo do popuštanja pa dobro služi kao polazište za usporedbu valjanosti drugih kriterija. Nedostatak Tsai-Wu kriterija je da ne daje nikakvu informaciju do kakvog je popuštanja došlo. Stoga kada je važno znati do koje vrste popuštanja dolazi, mora se koristiti neki složeniji kriterij. U ovom radu su korištena četiri kriterija popuštanja: Tsai-Wu, Hashin-Rotem, Puck i LaRC05. Validacijom krivulja popuštanja u programskom paketu *MATLAB* utvrđeno je da se Tsai-Wu i Puck-ov kriterij relativno dobro poklapaju u  $\sigma_2 - \tau_{12}$  ravnini za slučaj kada je  $\sigma_1 = 0$ . Eksperimentalne vrijednosti s kojima su uspoređena ova dva kriterija kada je korištena eksperimentalna vrijednost smične čvrstoće pokazale su relativno dobro poklapanje sa vrijednostima dobivenim Tsai-Wu i Puck-ovim kriterijima popuštanja. U slučaju kada je korištena smična čvrstoća materijala postoji određeno odstupanje, ali kada bi se spojile eksperimentalne točke dobivena kontura relativno dobro prati Puck-ovu krivulju popuštanja na području  $\sigma_2 < 0$ .

Dalje, korištenjem programskog paketa *Abaqus/Standard*<sup>®</sup> izvršen je proračun čvrstoće i usporedba kriterija Tsai-Wu, Hashin, i LaRC05. Složeniji kriteriji poput LaRC05 pružaju informacije o načinu popuštanja, ali zahtijevaju više vremena za proračun od jednostavnijih kriterija poput Tsai-Wu, što ukazuje na važnost odabira adekvatnog kriterija za analizu vitalnih zrakoplovnih konstrukcija.

Iako kriterij LaRC05 obuhvaća četiri tipa popuštanja, postoje dodatni mehanizmi popuštanja poput delaminacije koji su česti u praksi, ali su numerički modeli s kojima se proračunavaju složeni i računalno neučinkoviti. Ovo ukazuje na potrebu za daljnjim usavršavanjem kriterija popuštanja kako bi se u potpunosti iskoristile prednosti kompozitnih materijala u zrakoplovstvu, uz istovremeno održavanje visokih standarda sigurnosti.

**LITERATURA**

- [1] D. Čorić, T. Filetin: Materijali u zrakoplovstvu, Fakultet strojarstva i brodogradnje Zagreb, 2012.
- [2] <https://www.1001crash.com/index-page-composite-1g-2.html>, zadnji pristup 16.2.2024.
- [3] <https://aircrafttechnicalinfo.blogspot.com/2021/08/aircraft-structural-components-design.html>, zadnji pristup 16.2.2024.
- [4] Herakovich C.T., Mechanics of Fibrous Composites, John Wiley & Sons, Inc, Lancaster, Pennsylvania, 1998.
- [5] Pinho, S. T., Gutkin, R., Pimenta, S., De Carvalho, N. V., & Robinson, P. (2012). Fibre-dominated Compressive Failure in Polymer Matrix Composites. Failure Mechanisms in Polymer Matrix Composites, 183–223.
- [6] <https://www.wevolver.com/article/how-to-identify-the-defects-and-damages-in-composite-materials-and-structures>, zadnji pristup 16.2.2024.
- [7] Smojver I., Mehanika kompozitnih materijala, interna skripta FSB-a, Zagreb, 2007.
- [8] Hashin, Z. (1981). Fatigue Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites. Journal of Applied Mechanics, 48(4), 846.
- [9] Puck A., Schürmann H., Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models, Composites Science and Technology, 1998, 58, 1045-1067.
- [10] Pinho, S.; Darvizeh, R.; Robinson, P.; Schuecker, C.; Camanho, P. (2012). Material and structural response of polymer-matrix fibre-reinforced composites. Journal of Composite Materials, 46(19-20), 2313–2341.
- [11] Koerber, H., Xavier, J., Camanho, P. P. (2010). High strain rate characterisation of unidirectional carbon-epoxy IM7-8552 in transverse compression and in-plane shear using digital image correlation. Mechanics of Materials 42: 1004–1019.
- [12] Degenhardt R., Kling A., Rohwer K., Orifici A.C., Thomson R.S., Design and analysis of stiffened composite panels including post-buckling and collapse, Computers and Structures, 2008, 86, 919-929.