

# Usporedba kriterija popuštanja primijenjenih na ojačane avionske kompozitne panele

---

Šarović, Kristina

Undergraduate thesis / Završni rad

2011

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:139529>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-28**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu

**Fakultet strojarstva i brodogradnje**

# **ZAVRŠNI RAD**

Kristina Šarović

Zagreb, 2011.

Sveučilište u Zagrebu

**Fakultet strojarstva i brodogradnje**

# **ZAVRŠNI RAD**

**Usporedba kriterija popuštanja primijenjenih  
na ojačane avionske kompozitne panele**

Voditelj rada:

prof.dr.sc. Ivica Smojver

Kristina Šarović

Zagreb, 2011.

## Sadržaj

Sadržaj .....	2
Tekst završnog rada .....	3
Sažetak .....	4
Izjava .....	5
Popis slika i tablica .....	6
Popis slika.....	6
Popis tablica .....	8
Popis oznaka i mjernih jedinica fizikalnih veličina.....	9
1 Uvod.....	11
2. Mehanizmi popuštanja.....	14
3 Svojstva kompozitnih sustava i utjecaj okoline .....	22
3.1 Dinamička izdržljivost.....	22
3.2 Otpornost na udarna oštećenja.....	25
3.3 Statička izdržljivost i puzanje .....	26
3.4 Utjecaji okoline (temperatura, vlaga, UV-zračenje).....	27
4 Kriteriji popuštanja .....	30
4.1 Teorija maksimalnih naprezanja .....	31
4.2 Teorija maksimalnih deformacija.....	32
4.3 Tsai-Hill i Tsai-Wu.....	33
4.4 Hashin-Rotem kriterij .....	36
4.5 Puck-ov kriterij .....	37
6 Usporedba kriterija popuštanja .....	43
6.1 Definiranje geometrije i materijala.....	43
6.2 Mreža konačnih elemenata, opterećenje i rubni uvjeti .....	45
6.3 VUMAT potprogram .....	47
6.4 Rezultati analize.....	48
Zaključak .....	55
Literatura .....	57



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Kristina Šarović** Mat. br.: 0035167833

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Usporedba kriterija popuštanja primijenjenih na ojačane avionske kompozitne panele**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Comparison of Failure Criteria Applied on Stiffened Composite Aircraft Panels**

Opis zadatka:

Za karakteristični kompozitni panel aviona koji se sastoji od oplata i uzdužnica potrebno je generirati mrežu konačnih elemenata te postaviti odgovarajuće opterećenje kao i rubne uvjete. Temeljem dostupne literature, potrebno je dati pregled najvažnijih kriterija popuštanja primijenjenih u analizi kompozitnih avionskih konstrukcija. Navesti fizikalne osnove na kojima su kriteriji zasnovani te dati kritički osvrt na njihove karakteristike.

Izvršiti ugradnju pogodnih kriterija popuštanja u program Abaqus/Explicit ili Standard putem korisničkih potprograma te izvršiti usporedbu vrijednosti naprezanja popuštanja dobivenih različitim kriterijima. Ako je moguće, izvršiti konačnu usporedbu rezultata s eksperimentalnim ili numeričkim vrijednostima dostupnim u literaturi.

Korisničke potprograme pisati u programskom jeziku Fortran. U radu navesti korištenu literaturu te eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
18. studenog 2010.

Rok predaje rada:  
1. rok: 04. veljače 2011.  
2. rok: 05. srpnja 2011.

Predviđeni datumi obrane:  
1. rok: 09. – 11. veljače 2011.  
2. rok: 11. – 13. srpnja 2011.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Ivica Šmojver

  
Prof. dr. sc. Vedran Žanić

## Sažetak

Kompozitni materijali su sve prisutniji u svim sferama pa tako i u zrakoplovstvu. Da bi se kompozitne konstrukcije mogle sigurno proračunavati potrebno je poznavati svojstva i ponašanje kompozitnih materijala.

U ovom radu su obrađeni mehanizmi popuštanja kompozitnih materijala. Na nivou mikromehanike tu spadaju lom vlakana, izvijanje vlakana, uzdužno pucanje vlakana, izvlačenje vlakana, razdvajanje vlakana od matrice, lom matrice i radijalne pukotine, a na nivou makromehanike poprečne pukotine popuštanja zbog popuštanja vlakana i delaminacije.

Na fizikalna i kemijska svojstva, pa tako i na popuštanje kompozitnih materijala, veliki utjecaj imaju radni uvjeti i radna okolina (udarna, dinamička ili dugotrajna statička opterećenja, vlaga i temperatura, ultraljubičasta i infracrvena zračenja, prisutnost agresivnih medija i sl). Stoga su razmotrene i posljedice izloženosti ovim čimbenicima.

Nadalje dan je pregled najvažnijih kriterija popuštanja i njihovih fizikalnih osnova, te je izvršena njihova implementacija u Abaqus/Explicit putem korisničkog potprograma VUMAT. Nakon kreiranja modela i verifikacije istog usporedbom odziva analize sa eksperimentalnim podacima, provedena je analiza popuštanja prema implementiranih kriterija, te su uspoređeni rezultati dobiveni iz istih.

## Izjava

Izjavljujem da sam ja – studentica **Kristina Šarović** – rođena 22. 04. 1989. u Skopju, JMBG 2204989375026, JMBAG 0035167833, upisana u VII semestar akademske godine 2007/08. – radila ovaj rad samostalno sa znanjem stečenim tijekom obrazovanja, a uz nadzor mentora prof.dr.sc. I. Smojvera.

Ovim putem zahvaljujem mentoru prof.dr.sc. I. Smojveru korisnim savjetima i vodstvu prilikom izrade ovog rada.

Također iskreno zahvaljujem znanstvenom novaku mag.ing. D. Ivančeviću za stručnu i nesebičnu pomoć pri upoznavanju s Abaqus-om i implementiranju korisničkih potprograma.

---

Kristina Šarović

## Popis slika i tablica

### Popis slika

Slika 1 – Trend upotrebe materijala kod američkih lovaca [1] .....	11
Slika 2 – Udio različitih materijala kod lovca F-18 E/F [1].....	12
Slika 3 – Upotreba kompozitnih materijala kod bombardera B-2 [1].....	12
Slika 4 - Mehanizmi popuštanja na nivou mikromehanike [2].....	15
Slika 5 – Pukotina uslijed vlačnog opterećenja u smjeru 1 [3].....	16
Slika 6 – Izvijanje vlakana uslijed tlačnog opterećenja u smjeru 1 [3] .....	17
Slika 7 – Popuštanje uslijed vlačnog naprezanja u smjeru 2 [3].....	18
Slika 8 – Popuštanje uslijed tlačnog opterećenja u smjeru 2 [3].....	19
Slika 9 – Popuštanje uslijed smičnog opterećenja u ravnini 2-3 [3].....	19
Slika 10 – Popuštanje uslijed smičnog opterećenja u ravnini 1-2 [3].....	19
Slika 11 – Delaminacija na rotorskoj lopatici helikoptera .....	21
Slika 12 –Wholer-ov dijagram za pojedine kompozitne materijale [4].....	23
Slika 13 – Utjecaj broja ciklusa istosmjernog vlačnog dinamičkog opterećenja na modul elastičnosti i čvrstoću [4].....	24
Slika 14 – Udarne energija dobivena testiranjem Charpy-evim batom nekih materijala [4].....	25
Slika 15 - Udarne oštećenja uslijed tuče.....	26
Slika 16 – Granične čvrstoće epoksidne smole ojačane aramidnim te staklenim vlaknima [4] .....	26
Slika 17 – Statička izdržljivost vlakana od E-stakla [4] .....	27
Slika 18 – Granične čvrstoće vlačnog kompozita u ovisnosti o temperaturi [4] ....	28
Slika 19 – Popuštanje sendvič konstrukcije uslijed kombinacije djelovanja vlage i niske temperature.....	29
Slika 20 – Površina popuštanja kod kriterija maksimalnih naprezanja [5].....	32
Slika 21 - Površina popuštanja prema kriteriju Tsai-Wu [5].....	35
Slika 22 - Krivulja popuštanja prema kriteriju Tsai-Wu uz $\tau_{12} = 0$ [5] .....	35
Slika 23 Dijagrami naprezanje/istezanje za jednousmjereni kompozit staklo/epoksid [6].....	38
Slika 24 – Naprezanja u elementu jednousmjerenog kompozitnog materijala [6].	39



Slika 25 – Površina popuštanja prema Puck-ovom kriteriju u prostoru naprezanja ( $\sigma_n - \tau_{nt} - \tau_{n1}$ ) [6] .....	40
Slika 26 – Krivulja popuštanja prema Puck-ovom kriteriju za $\sigma_1 = 0$ [6].....	41
Slika 27 – Model oplata s uzdužnicama .....	44
Slika 28 – Dimenzije i način slaganja kompozitnih slojeva uzdužnice [7] .....	44
Slika 29 - Diskretizirani model .....	46
Slika 30 – Opterećenja i rubni uvjeti .....	46
Slika 31 – Pomaci u smjeru osi z za panel opterećen tlačnom silom od 45 kN ....	48
Slika 32 – Pomaci u smjeru osi z za panel opterećen tlačnom silom od 60 kN ....	48
Slika 33 – Ekvivalentna naprezanja za panel opterećen tlačnom silom od 45 kN	49
Slika 34 – Ekvivalentna naprezanja za panel opterećen tlačnom silom od 60 kN	49
Slika 35 – Dijagram opterećenje/skraćenje za zadani panel (eksperimentalne vrijednosti iz [7]) .....	49
Slika 36 – Popuštanje u sloju 1 pri silu od 215 kN prema Tsai-Wu kriteriju (SDV 2) .....	50
Slika 37 – Popuštanje pri silu od 250 kN prema Tsai-Wu kriteriju (SDV 2).....	50
Slika 38 – Pomaci u smjeru osi z za panel opterećen tlačnom silom od 250 kN .	51
Slika 39 – Ekvivalentna naprezanja za panel opterećen tlačnom silom od 250 kN .....	51
Slika 40 – Popuštanje pri sili od 300 kN prema Tsai – Wu kriteriju (SDV 2).....	52
Slika 41 – Popuštanje pri sili od 365kN u sloju 1 oplata .....	53
Slika 42 – Pomaci u smjeru osi z za panel opterećen tlačnom silom od 250 kN .	54
Slika 43 – Ekvivalentna naprezanja za panel opterećen tlačnom silom od 365 kN .....	54

## Popis tablica

Tablica 1– Dimenzije modela oplata i uzdužnica [7].....	43
Tablica 2 – Načini slaganja slojeva kompozita u modelu [7].....	44
Tablica 3 – Svojstva materijala korištenog u modelu.....	45
Tablica 4 – SDV varijable definirane u potprogramu VUMAT.....	47

## Popis oznaka i mjernih jedinica fizikalnih veličina

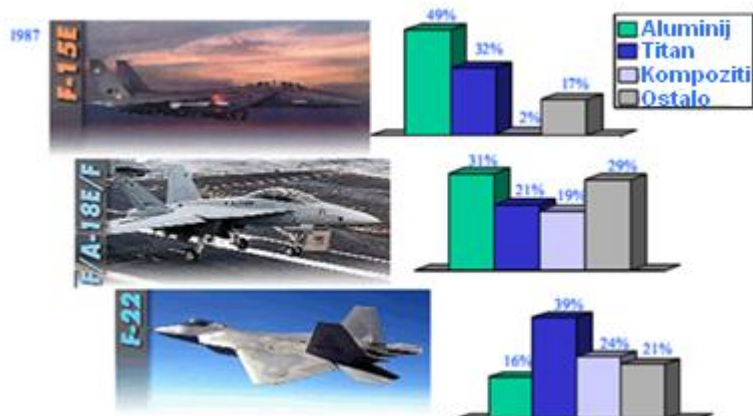
$f_E$		vjerojatnost popuštanja
$p_{\perp\parallel}^{(+)}, p_{\perp\parallel}^{(-)}$		nagibi krivulje u grafu $(\sigma_2, \tau_{21})$ za $\sigma_2 = 0$
$R_{\perp}^{(+)A}, R_{\perp\parallel}^A, R_{\perp\perp}^A$	[MPa]	otpornosti na popuštanje ravnine djelovanja naprezanja
$S$	[MPa]	smična čvrstoća
$S_{\varepsilon}$	[mm/mm]	dopuštena kutna deformacija
$T_g$	[K]	temperatura staklišta
$X_t$	[MPa]	vlačna čvrstoća u smjeru vlakna
$X_c$	[MPa]	tlačna čvrstoća u smjeru vlakna
$X_{\varepsilon t}$	[mm/mm]	dopuštena vlačna deformacija u smjeru vlakna
$X_{\varepsilon c}$	[mm/mm]	dopuštena tlačna deformacija u smjeru vlakna
$Y_t$	[MPa]	vlačna čvrstoća u ravnini sloja okomito na smjer vlakna
$Y_c$	[MPa]	tlačna čvrstoća u ravnini sloja okomito na smjer vlakna
$Y_{\varepsilon t}$	[mm/mm]	dopuštena vlačna deformacija okomito na smjer vlakna
$Y_{\varepsilon c}$	[mm/mm]	dopuštena tlačna deformacija okomito na smjer vlakna
$W$	[mm]	duljina prelamanja vlakna
$\beta$	[°]	kut izvijanja vlakna
$\varepsilon$	[mm/mm]	deformacija
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}$	[mm/mm]	komponente deformacije u glavnom materijalnom koordinatnom sustavu
$\nu_{12}, \nu_{23} \dots$		Poissonov koeficijent
$\theta_{fp}$	[°]	kut nagiba ravnine popuštanja
$\sigma$	[Pa]	naprezanje

$\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$	[Pa]	komponente naprezanja u glavnom materijalnom koordinatnom sustavu
$\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{n1}$	[Pa]	komponente naprezanja u ravnini djelovanja naprezanja
$\bar{\varphi}$	[°]	otklon vlakna

## 1 Uvod

Početak upotrebe aluminija u konstrukciji zrakoplova umjesto drva i čelika krajem tridesetih godina prošlog stoljeća dovelo je do određenih promjena u samoj konstrukciji zrakoplova i modifikacije proizvodnih procesa. Danas smo svjedoci sličnog procesa – kompozitni materijali preuzimaju ulogu aluminija, a nova konstruktivna rješenja, čija implementacija je omogućena korištenjem novih materijala, zamjenjuju stara rješenja.

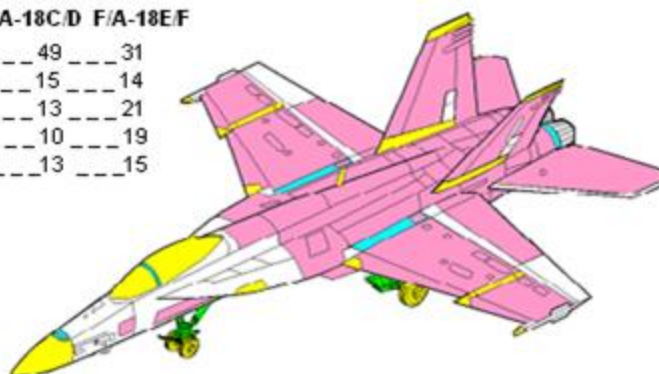
Može se reći da je upotreba kompozitnih materijala visokih performansi počela prije oko četrdeset godina upotrebom oplata od kompozita bor/epoksid kod zrakoplova F-14 i F-15. Od tada se upotreba kompozitnih materijala u konstrukciji vojnih i transportnih zrakoplova značajno povećala. Na početku su se kompozitni materijali koristili u sekundarnim konstrukcijama (aerodinamičnim oplatama, malim otvorima, kontrolnim površinama i sl.), ali s napretkom tehnologije, povećala se upotreba kompozitnih materijala i u primarnim konstrukcijama kao što su krila i trup. Na primjer, maseni udio kompozitnih materijala kod zrakoplova F-15E iznosi samo 2%, dok kod zrakoplova F-18 iznosi oko 20% (Slika 2). Oplata centralnog i stražnjeg djela trupa i druge pomoćne konstrukcija kao što su zračne kočnice kod zrakoplova F-18 su izrađeni od epoksidne smole ojačane ugljičnim vlaknima. Izbor kompozitnih materijala kod ovog zrakoplova je uvjetovan potrebom za što manjom masom, poboljšanom čvrstoćom, pouzdanošću i boljim održavanjem. Kod zrakoplova F-22, koji je lovac pete generacije, maseni udio kompozitnih materijala prelazi čak 25%.



Slika 1 – Trend upotrebe materijala kod američkih lovaca [1]

## Postotak mase konstrukcije

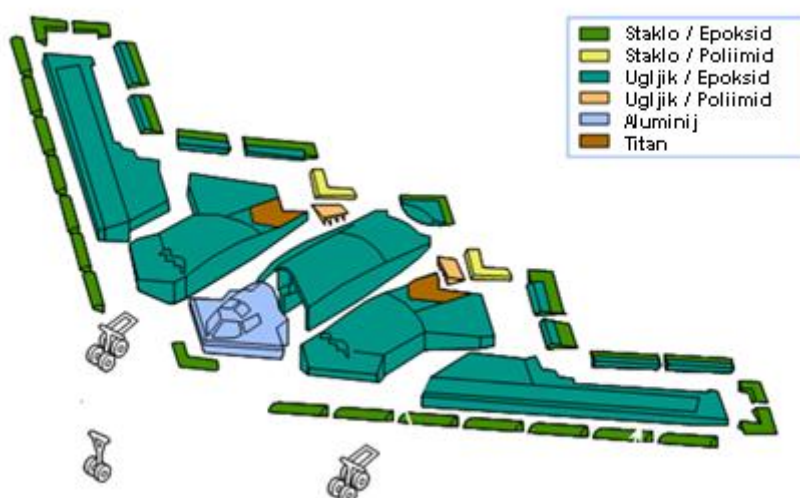
	F/A-18C/D	F/A-18E/F
Aluminij	49	31
Čeli	15	14
Titanij	13	21
Ugljik/Epoksid	10	19
Ostalo	13	15



Slika 2 – Udio različitih materijala kod lovca F-18 E/F [1]

Povećana upotreba kompozitnih materijala se vidi i kod lovačkih zrakoplova europskih proizvođača. Na primjer kod zrakoplova Eurofighter Typhoon, kompozitni materijali su korišteni za oplatu krila, prednji dio trupa, flaperona i kormilo pravca, i sačinjavaju 40% ukupne strukturne mase.

Zanimljiv primjer je i zrakoplov B-2 (Slika 3). Iako spada u klasu aviona velike nosivosti, gdje je upotreba kompozitnih materijala još ograničenija, maseni udio kompozita kod ovog zrakoplova prelazi 30% (s obzirom na nisku gustoću kompozita usporedbi s metalima, volumni udio prelazi čak i 60%) što je u slučaju ovog zrakoplova primarno uvjetovano zahtjevom za što niži radarski odraz.



Slika 3 – Upotreba kompozitnih materijala kod bombardera B-2 [1]

Što se tiče komercijalnih zrakoplova, prva značajna upotreba kompozitnih materijala je bila uvođenje kompozitnog kormila pravca kod zrakoplove A300 i A310 (1983. god), nakon čega je slijedio i puno složeniji kompozitni vertikalni stabilizator (1985. god). Metalni vertikalni rep imao je oko 2000 dijelova, dok je kompozitni vertikalni rep imao manje od 100 dijelova, tako da kompozitni vertikalni rep ne samo da je bio lakši nego i jeftiniji zbog smanjenog broja dijelova i troškova montaže. Kompozitni dijelovi u kombinaciji s ostalim konstrukcijskim poboljšanjima pridonijeli su smanjenju potrošnje goriva, što je jedan od glavnih ciljeva zrakoplovnih kompanija. Trenutno se preko 20% mase strukture zrakoplova A380 sastoji od kompozita.

S obzirom da omogućavaju značajnu uštedu na masi i imaju visoku otpornost na koroziju i zamor materijala, neprestan porast kompozitnih materijala nimalo ne iznenađuje. Ipak taj porast nije tako dramatičan kao što je bilo predviđeno. Jedan od ograničavajućih faktora koji usporavaju širu upotrebu kompozita u zrakoplovnoj industriji su njihova cijena i komplicirani certifikacijski testovi. Može se primijetiti da maseni udio kompozitnih materijala u konstrukciji zrakoplova rijetko prelazi 30%. Ova granica je pokazatelj nedovoljne pouzdanosti upotrebe kompozitnih materijala u konstrukciji krila i trupa sa visokim trodimenzionalnim opterećenjem kao što su glavne ramenjače, pregrade i sl. [1]

## 2. Mehanizmi popuštanja

Gubitak stabilnosti konstruktivnog elementa može biti definiran kao gubitak sposobnosti komponente da nosi narinuto opterećenje. To može biti posljedica gubitka integriteta samog materijala ili deformacije uslijed izvijanja, iako je pritom materijal još uvijek neoštećen. Gubitak stabilnosti pojedine komponente konstrukcije ne mora biti katastrofalan i ne dovodi do gubitka stabilnosti cijele konstrukcije, pogotovo kada se pri konstruiranju koriste principi konstrukcije otporne na otkaz (*fail-safe construction*). U tom slučaju nakon popuštanja određene komponente dolazi do preraspodjele opterećenja na ostale komponente. Iako konstrukcija u određenoj mjeri zadržava svoju funkcionalnost, da bi i dalje ostala u upotrebi bez da pritom ugrožava sigurnost, moraju se poduzeti određene mjere.

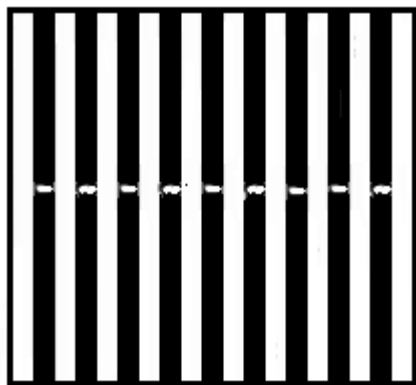
Kad je riječ o popuštanju kompozitnih materijala i kompozitnih konstrukcija, popuštanje je često pogrešno definirano. Zbog svoje heterogenosti, višeslojne konstrukcije obično prolaze kroz niz lokalnih popuštanja (oštećenja), čija akumulacija dovodi do konačnog loma strukture na dva ili više dijelova. Osim toga vrijednost uzdužne granične čvrstoće (u smjeru vlakana) je puno veća od poprečne granične čvrstoće (okomito na smjer vlakana). To je zato što svojstva kompozitnog materijala u uzdužnom smjeru uglavnom ovise o svojstvima vlakana, a svojstva materijala u poprečnom smjeru ovise o svojstvima međusloja i o svojstvima same matrice.

Kao posljedica njihove izrazite anizotropnosti i nehomogenosti, kompozitni materijali mogu popustiti uslijed djelovanja različitih mehanizama popuštanja odnosno njihovih kombinacija. Dok se mehanizmi popuštanja izotropnih materijala (pr. tehničkih metala) mogu opisati jednostavno kao krhki ili duktilni lom, kad je riječ o materijalima ojačanim vlaknima stvar je dosta kompliciranija. Popuštanja na nivou mikromehanike uključuju:

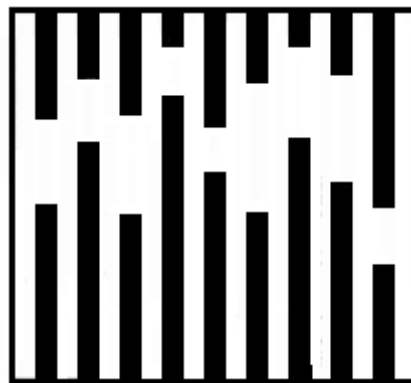
- Lom vlakana
- Izvijanje vlakana
- Uzdužno pucanje vlakana
- Izvlačenje vlakana



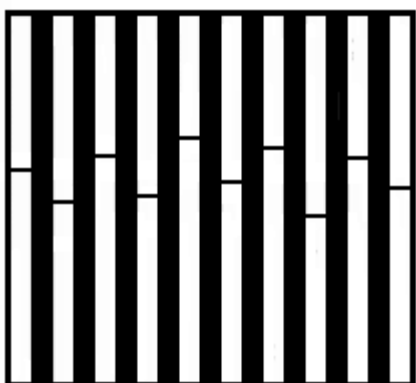
- Razdvajanje vlakana od matrice
- Lom matrice
- Radijalne pukotine



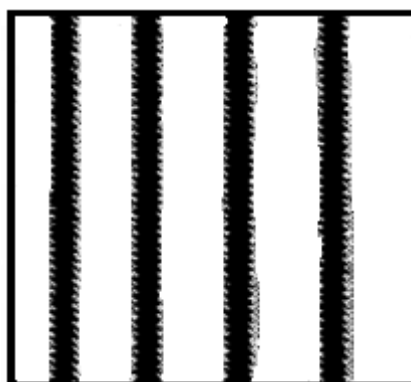
a) Lom vlakana



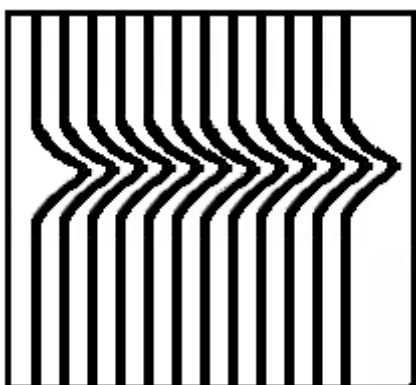
b) Izvlačenje vlakana



c) Lom matrica



d) Razdvajanje vlakana od matrice



e) Izvijanje vlakana



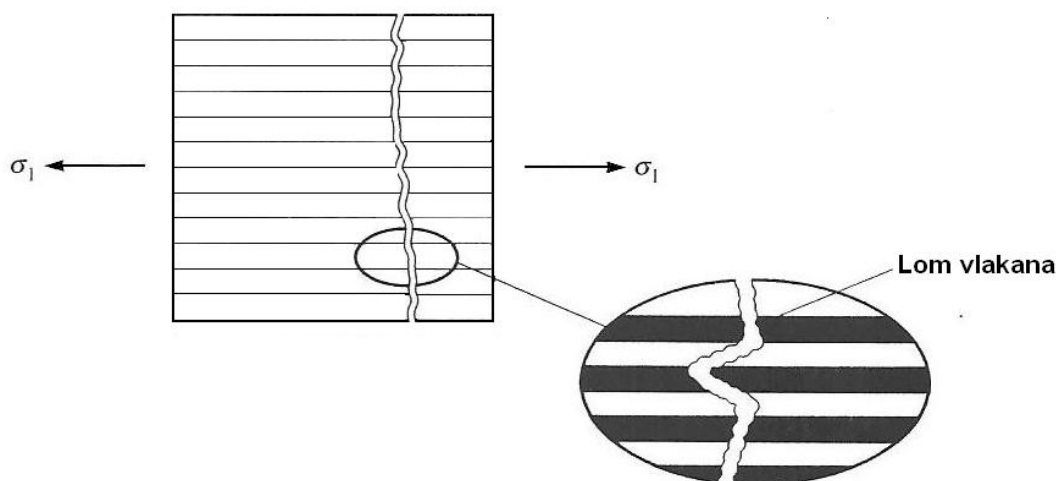
f) Radijalne pukotine spoja i uzdužne pukotine vlakna

Slika 4 - Mehanizmi popuštanja na nivou mikromehanike [2]

Na nivou makromehanike, odnosno na nivou laminata, ovi se mehanizmi manifestiraju kao :

- Poprečne pukotine – u ravninama paralelnim s vlaknima
- Popuštanja zbog popuštanja vlakana – u ravninama okomitim na vlakana
- Delaminacije – između slojeva kompozita, odnosno odvajanje slojeva

Najkatastrofalniji mehanizam popuštanja je poprečno pucanje vlakana (lom vlakana na dva ili više dijelova) s obzirom na to da su vlakna primarna komponenta koja nosi opterećenje. Do ovakvog pucanja vlakana najčešće dolazi pri vlačnom opterećenju, kada se prekorače maksimalno dopušteno naprezanje ili maksimalna dopuštena deformacija vlakana. Ako je prisutno još i razdvajanje vlakana i matrice dolazi do izvlačenja vlakana.

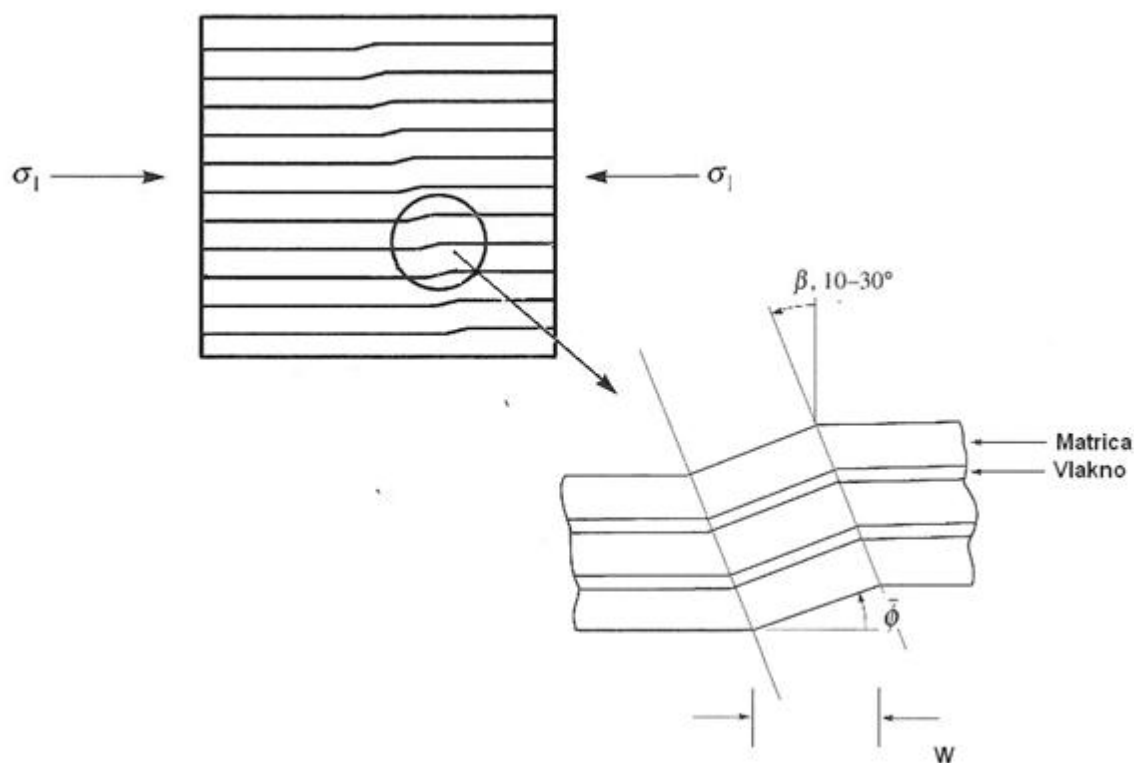


Slika 5 – Pukotina uslijed vlačnog opterećenja u smjeru 1 [3]

Popuštanje vlakana uslijed tlačnog naprezanja je obično problem mikroizvijanja. Do mikroizvijanja dolazi u lokaliziranoj grupi vlakana i ta se vlakna prelamaju pod određenim kutem. Kut pod kojim se vlakna prelamaju se označava sa  $\beta$  i iznosi 10-30° kod većinu kompozita. Duljina pregiba se označava sa  $W$  i varira između 10 do 15 promjera vlakana. Kritično opterećenje pri kojem dolazi do izvijanja vlakana u matrici je funkcija više faktora uključujući promjer i oblik vlakana, valovitost vlakana, čvrstoću spoja vlakana i matrice, krutost vlakana i matrice i naravno tlačnu čvrstoću vlakana i matrice. Primarni mehanizam koji dovodi do izvijanja je popuštanje matrice odnosno porast naprezanja u matrici koja su

posljedica sila u matrici radi sprječavanja izvijanja vlakna. Bilo kakvo odstupanje odnosno otklon vlakana (označeno sa  $\bar{\varphi}$  na slici 6) također u velikoj mjeri smanjuje iznos maksimalnog tlačnog napreznja u smjeru vlakana kojeg materijal može podnijeti bez da pritom dođe do izvijanja.

Kompoziti ojačani tankim vlaknima kao što su ugljična, staklena ili aramidna, su podložniji popuštanju uslijed izvijanja vlakana za razliku od onih ojačanih vlaknima većeg promjera kao što su vlakna od silicijevog karbida ili bora.

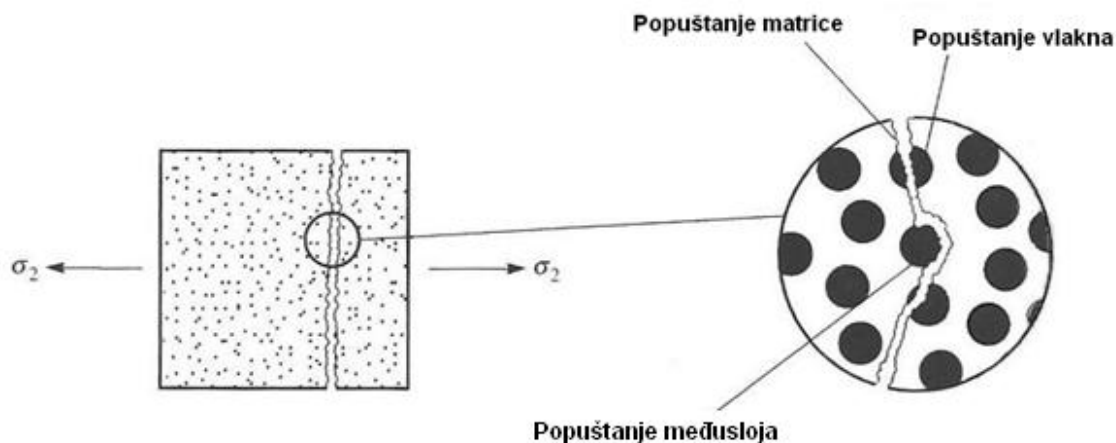


Slika 6 – Izvijanje vlakana uslijed tlačnog opterećenja u smjeru 1 [3]

Ne tako često ali ipak moguće je i popuštanje materijala pri tlačnom napreznju zbog drobljenja vlakna. Do toga dolazi kada tlačna napreznja dovedu do popuštanje vlakana prije nego što matrica popusti u tolikoj mjeri da dopusti izvijanje vlakana.

Do radijalnih pukotina vlakana ili međusloja obično dolazi kod vlakana s velikim promjerom (vlakna od silicijevog karbida ili bora). Zbog hlađenja sa proizvodne temperature na sobnu, akumuliraju se zaostala napreznja jer matrica obično ima puno veći koeficijent toplinske istezljivosti od vlakana, pa ima tendenciju skupljanja

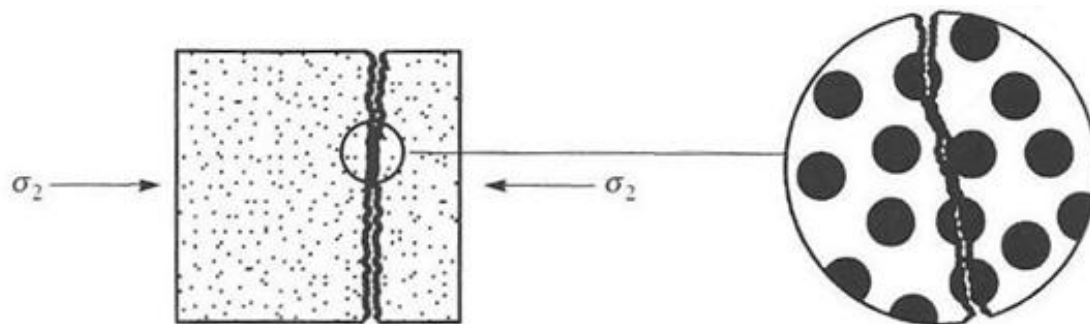
oko njih. Kada tangencijalno naprezanje u vlaknu ili u međusloju, koje je zbroj zaostalih naprezanja i naprezanja uslijed vanjskog opterećenja, dostigne maksimalnu vrijednost dolazi do pojave radijalnih ili uzdužnih pukotina.



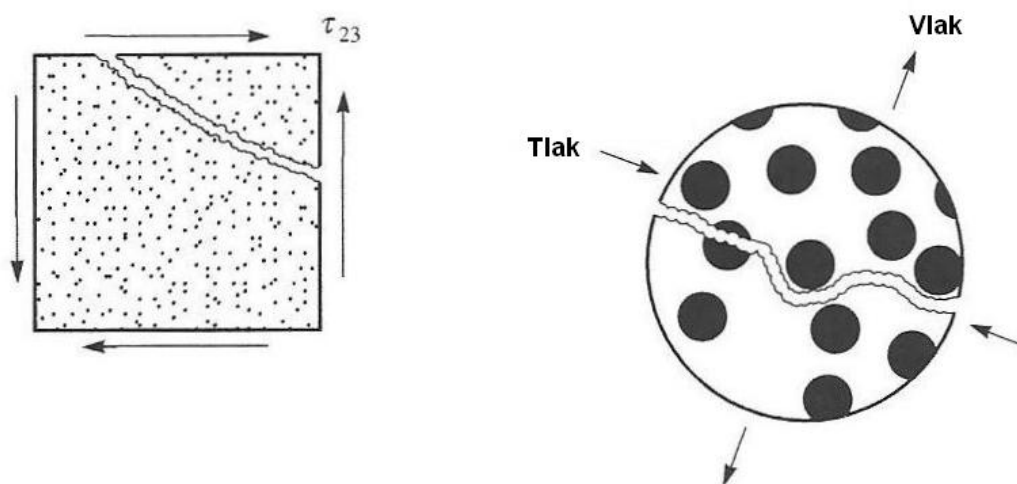
Slika 7 – Popuštanje uslijed vlačnog naprezanja u smjeru 2 [3]

Do pucanja matrice dolazi kad se prekorači granična čvrstoća matrice, a ovisi o ukupnom stanju deformacije i naprezanja u matrici uključujući mehanička opterećenja i zaostala naprezanja zbog hlađenja i skrućivanja. Matrica može biti duktilna, odnosno može imati velike deformacije kad je pod visokim opterećenjem, što oslabljuje mehanizme prenošenja opterećenja na vlakana. S druge strane matrica može biti krhka, ali onda s povećanjem opterećenja nastaje veliki broj mikropukotina u matrici između vlakana i u međusloju. Akumulacija mikropukotina utječe na način i efikasnost prijenosa opterećenja na vlakna, što pak jako utječe na performanse materijala. Generalno, opterećenje se prenosi na vlakna preko poprečnog opterećenja koje se javlja u matrici.

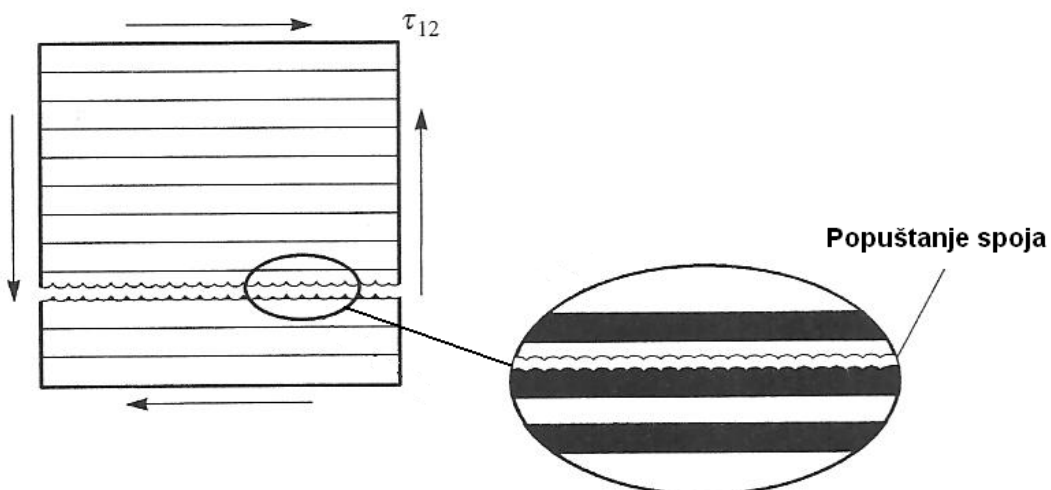
Ako se za primjer uzme kompozit s poliesterskim ojačanjem s maksimalnom deformacijom od 20% i matricom od poliesterske smole koja ima maksimalnu deformaciju od 1.5%, do pucanje matrice dolazi prije nego što vlakno dostigne naprezanje koje iznosi 10% maksimalne vrijednosti. Zato bi se trebalo osigurati da matrica ne bude ta koja diktira maksimalnu vrijednost deformacije, odnosno maksimalna deformacija prije pucanja matrice treba biti veća od maksimalne deformacije prije pucanja ojačanja.



Slika 8 – Popuštanje uslijed tlačnog opterećenja u smjeru 2 [3]



Slika 9 – Popuštanje uslijed smičnog opterećenja u ravnini 2-3 [3]



Slika 10 – Popuštanje uslijed smičnog opterećenja u ravnini 1-2 [3]

Pojava pojedinog lokalnog popuštanja obično ne uzrokuje konačno globalno popuštanje i lom laminata, nego dolazi do više lokalnih popuštanja u jednom ili više slojeva laminata prije nego što dođe do katastrofalnog loma laminata na dva ili više dijelova. Katastrofalno širenje ovih lokalnih pukotina u pojedinom sloju sprečavaju susjedni slojevi laminata. Konačno popuštanje se događa nakon složenog procesa inicijacije i akumulacije oštećenja u materijalu.

Predviđanja popuštanja pomoću mikromehanike, čak i kad su precizna obzirom na prvobitna lokalna popuštanja u kritičnim točkama, su samo približno točna obzirom na globalna popuštanja sloja laminata i njihovu propagaciju koja vodi do konačnog popuštanja višeslojnih laminata. Zato se češće daje prednost makromehaničkom pristupu.

Makromehanički pristup se može primijeniti na pojedine slojeve laminata koristeći teoriju popuštanja prvog sloja (*first ply failure theory*) ili teoriju popuštanja zadnjeg sloja (*last ply failure theory*). Ove teorije prepostavljaju da će laminat popustiti kad dođe do popuštanja prvog, odnosno zadnjeg sloja. Tada se problem svodi na ustanovljivanje kriterija za određivanje granične čvrstoće pojedinog sloja. Obično prvi popuštaju slojevi postavljeni pod određenim kutem s obzirom na smjer djelovanja glavnog naprezanja. U realnosti popuštanje prvog sloja ne uvijek dovodi do globalnog popuštanja kompozita. Stoga, kada dođe do popuštanja prvog sloja, sljedeći korak u analizi je smanjivanje vrijednosti krutosti tog sloja na određeni postotak vrijednosti u neoštećenom stanju i ponavljanje analize da bi se provjerilo da li ostali slojevi mogu nositi zadano opterećenje. Ako ostali slojevi mogu nositi zadano opterećenje onda se opterećenje može povećavati sve do popuštanja sljedećeg sloja. Nakon popuštanja određenog broja slojeva, laminat više ne može nositi zadano opterećenje i dolazi do globalnog popuštanja.

Popuštanje kroz sloj (*through thickness failure*) je teže predvidjeti. Ovakva popuštanja se dešavaju u matrici, uslijed posmičnih ili vlačnih naprezanja. Međutim, treba napomenuti da čak i dvoosno stanje opterećenja može uzrokovati naprezanja odvajanja slojeva na mjestima stanjenja slojeva, na krajevima uzdužnica i po rubovima. Uzrok delaminacije, slično kao i kod izvlačenja vlakana, je nedovoljno jaka veza odnosno međusloj. Delaminaciju uzrokuju interlaminarna naprezanja koja nastaju u blizini slobodnih rubova, udarna oštećenja i dinamička

opterećenja, kao i nepotpuno stvrdnjavanje ili uvođenje stranih tijela za vrijeme proizvodnje.



Slika 11 – Delaminacija na rotorskoj lopatici helikoptera

### 3 Svojstva kompozitnih sustava i utjecaj okoline

Mehanička svojstva kompozitnih materijala mogu biti smanjena velikim brojem različitih fizikalnih i kemijskih utjecaja, te je stoga jako važno poznavati svojstva samog materijala, kao i radne uvjete i radnu okolinu. Ovo obuhvaća očekivana opterećenja (udarna, dinamička ili dugotrajna statička), vlagu i temperaturu (zraka i površine materijala), ultraljubičasta i infracrvena zračenja i sl. Za uvjete leta, dodatno treba definirati promjenu ovih čimbenika s promjenom visine, brzinom grijanja i hlađenja za vrijeme različitih manevara, te frekvencija i vrijeme izloženosti. Osim toga, zrakoplovne komponente su izložene različitim kemikalijama, kao što su gorivo, hidrauličke tekućine, tekućine za razleđivanje i sl. Sve ove kemikalije i faktori okoline mogu značajno utjecati na mehanička svojstva kompozitnog materijala te je važno procijeniti potencijalne utjecaje koje ovi čimbenici imaju na svaku komponentu. Komponente na različitim dijelovima zrakoplova su izložene različitoj kombinaciji uvjeta, pa se treba uzeti u obzir i moguća sinergija njihovih utjecaja. [4]

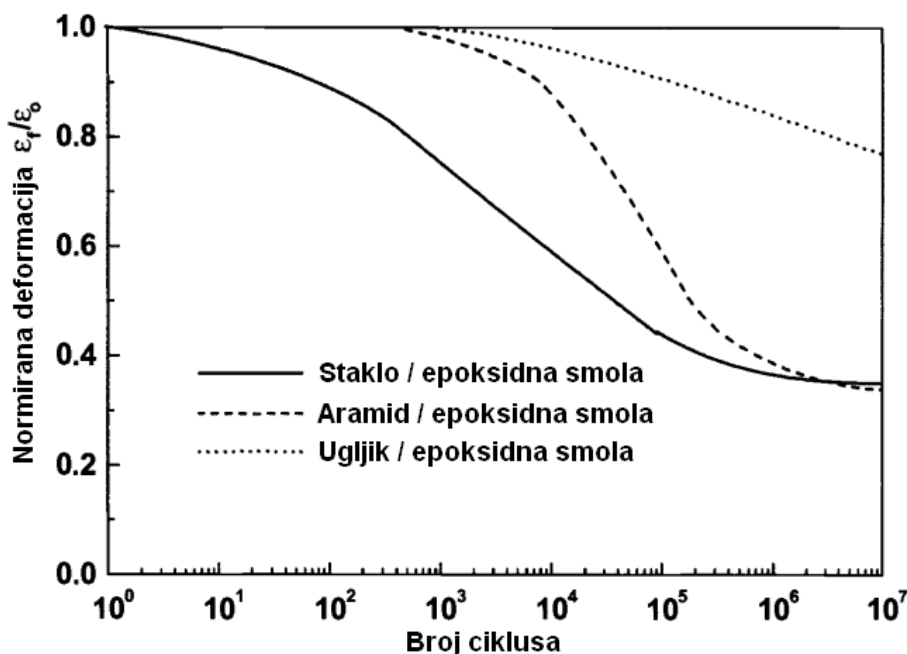
#### 3.1 Dinamička izdržljivost

Osim statičke čvrstoće, konstruktivni elementi trebaju imati i dovoljno visoku dinamičku izdržljivost, da bi mogle podnijeti dinamička opterećenja kakva se javljaju u praksi. Dinamička opterećenja mogu biti jako promjenjiva kao na primjer na krilu ili repu, ili mogu imati relativno konstantnu amplitudu i nisku frekvenciju kao na primjer zbog nadtlaka unutar trupa. Ova dva tipa dinamičkog naprezanja se nazivaju naprezanja sa varijabilnom odnosno konstantnom amplitudom. Drugi način podjele dinamičkih naprezanja je na istosmjerna vlačna, istosmjerna tlačna i izmjenična naprezanja.

Dinamička izdržljivost na istosmjerna vlačna naprezanja kod kompozitnih materijala sa visokim volumnim udjelom vlakana ovisi o dinamičkoj izdržljivosti vlakana. Međutim, jako veliku ulogu ima i omjer krutosti vlakana i matrice. Naime, ako omjer krutosti vlakana i matrice nije dovoljno velik, deformacije u matrici mogu postati kritične, što dovodi do pojave mikropukotina. U slučaju kad deformacije matrice ne prelaze kritičnu vrijednost, mikropukotine uslijed zamora materijala nisu vjerojatne. Kad se vlakna otporna na zamor, kao što su ugljična, izlože dinamičkim



opterećenjem visokom amplitudom, vlakna sa relativno velikim oštećenjima ili greškama pucaju, a susjedna vlakna moraju preuzeti opterećenje kojeg su nosila ta vlakna. Ponavljanjem ciklusa opterećenja popustiti će još određeni broj vlakana u tom području, što nakon nekoliko tisuća ciklusa dovodi do očitih efekata zamora.



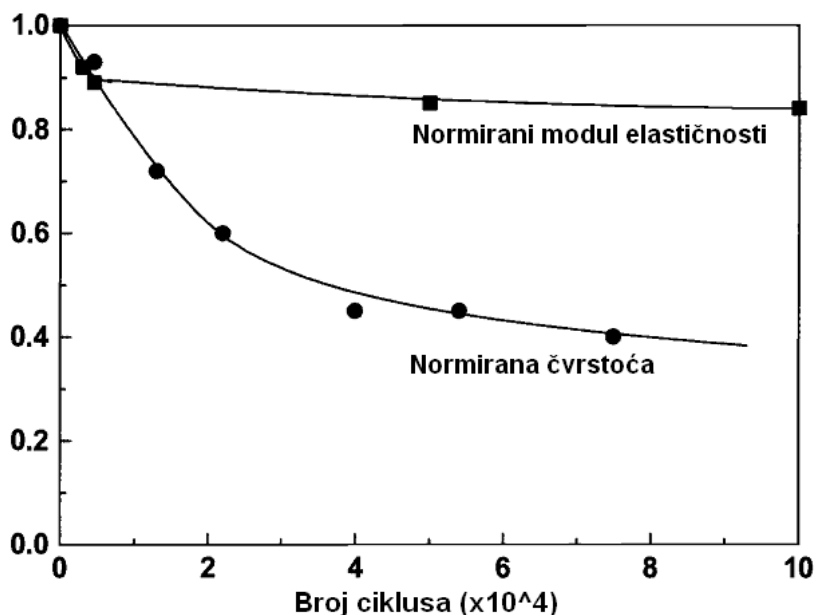
Slika 12 –Wholer-ov dijagram za pojedine kompozitne materijale [4]

Za razliku od ugljičnih vlakana, staklena vlakna imaju relativno nižu dinamičku izdržljivost te su puno sklonija oštećenjima uslijed zamora materijala. Na slici (Slika 12) prikazan je graf na čijoj apscisi je broj ciklusa prije popuštanja, a na ordinati normirana deformacija ( $\varepsilon_f/\varepsilon_0$ ), gdje je  $\varepsilon_f$  maksimalna deformacija za primijenjeno dinamičko opterećenje, a  $\varepsilon_0$  maksimalna deformacija pri statičkom opterećenju. Prikazane su krivulje za materijale ugljik/epoksid, staklo/ epoksid i aramid/epoksid. Može se uočiti da krivulja za staklo/epoksid ima najveću tendenciju pada s brojem ciklusa, što znači da je materijal najskloniji zamornim oštećenjima, dok aramid/epoksid pokazuje veću, a ugljik/epoksid najveću dinamičku izdržljivost. Dinamička izdržljivost kompozita ojačanih staklenim vlaknima se dodatno smanjuje kad se dinamičko opterećenje događa u uvjetima povišene temperature i vlage. Pukotine i delaminacije koji su posljedica zamora olakšavaju prodiranje vlage koja onda oštećuje vlakna i značajno smanjuje životni vijek kompozita. Osim toga kompoziti ojačani staklenim vlaknima i ostali kompoziti

koji sadrže vlakna sa niskom toplinskom provodnošću i niskim modulom elastičnosti su podložni toplinskim oštećenjima kad je frekvencija opterećenja visoka (oko 5 Hz). Do toga dolazi zato što se toplina generirana u polimernoj matrici zbog histerze kod naprezanja i deformacije ne odvodi dovoljno brzo.

Dinamička izdržljivost u slučaju istosmjernog tlačnog dinamičkog opterećenja uglavnom ovisi o sposobnosti matrice i međusloja da spriječe izvijanje vlakana. Osjetljivost na tlačno dinamičko opterećenje se povećava povećanjem temperature i vlage zato što to omekšava matricu pa ona slabije podupire vlakna. Lako se može zaključiti da kompoziti ojačani vlaknima koja su sklona izvijanju kao što su aramidna, također imaju slabu dinamičku izdržljivost kad je opterećenje u tlačnom području.

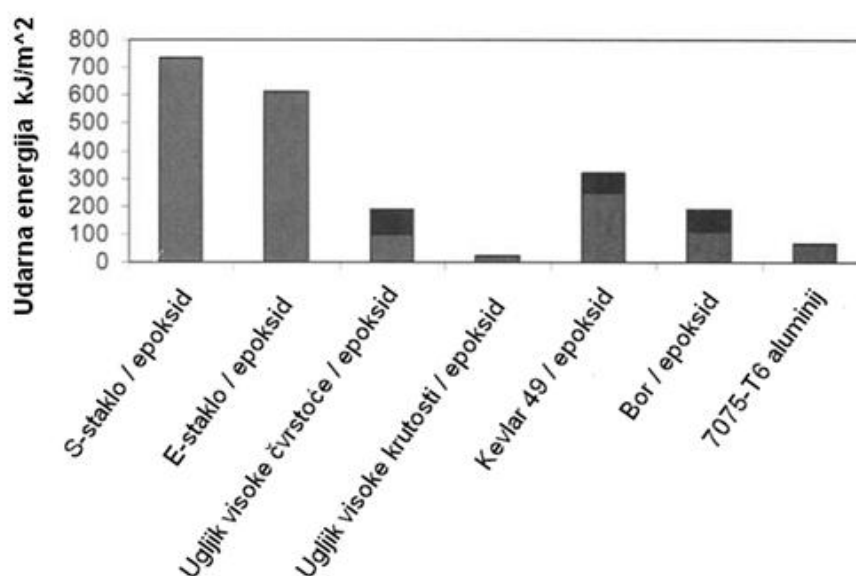
Utjecaj izmjeničnog dinamičkog opterećenja je najnepogodniji jer oštećenja koja su nastala u matrici i međusloju za vrijeme vlačnog opterećenja, ograničavaju sposobnost matrice da potpomaže otpornost vlakna protiv izvijanja za vrijeme tlačnog opterećenja.



Slika 13 – Utjecaj broja ciklusa istosmjernog vlačnog dinamičkog opterećenja na modul elastičnosti i čvrstoću [4]

### 3.2 Otpornost na udarna oštećenja

Na slici (Slika 14) je prikazana energija loma za različite kompozitne materijale dobivena testiranjem Charpy-evim batom. Vidi se da kompoziti ojačani sa vlaknima od S-stakla imaju najveću sposobnost apsorbaranja energije, a nakon njih slijede kompoziti s vlaknima od E-stakla i od aramida. Kompoziti ugljik/epoksid, koji inače imaju visoku čvrstoću i/ili krutost, imaju najnižu sposobnost apsorbaranja udarne energije. No osim što daju informaciju o apsorbaranju udarne energije, ova testiranja ne daju nikakve podatke o preostaloj čvrstoći i preostaloj krutosti (čvrstoća ili krutost kompozitne strukture nakon udarnog oštećenja). Udarno oštećenje može biti posljedica pada alata, kamenja na pisti ili tuče velikog zrna. Vrsta rezultirajućeg oštećenja kompozitnog materijala ovisi o nivou energije udara. Udari visoke energije (balistička oštećenja) rezultiraju u probijanje kroz materijal i manje lokalne delaminacije. Udari niske energije, koji ne uzrokuju penetraciju, mogu rezultirati lokalnim oštećenjima u udarnoj zoni, delaminacijom unutar konstrukcije i pucanjem vlakana na stražnjoj strani materijala. Dakle, udari visoke i srednje energije uzrokuju oštećenja koja je relativno lako uočiti, dok udari niske energije uzrokuju oštećenja unutar materijala koja je teško primijetiti, što ih čini vrlo opasnim. Efekti ovakvih „jedva primjetnih udarnih oštećenja“ (BVID – *barely visible impact damage*) na smanjenje ostatne tlačne čvrstoće su karakterizirani eksperimentalno, mada mehanizam ove pojave još uvijek nije potpuno poznat.



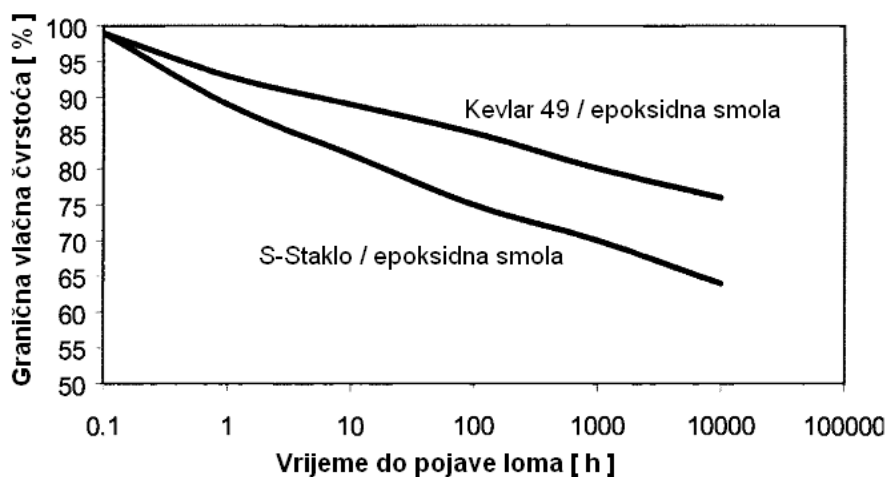
Slika 14 – Udarna energija dobivena testiranjem Charpy-evim batom nekih materijala [4]



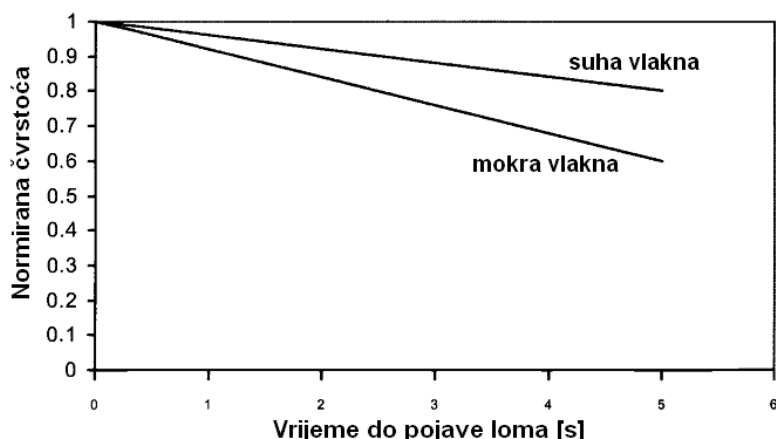
Slika 15 - Udarne oštećenja uslijed tuče

### 3.3 Statička izdržljivost i puzanje

Statička izdržljivost je konstantno naprezanje koje nakon određenog vremena ispitivanja (10000 ili 100000 sati) na određenoj temperaturi dovodi do loma epruvete. Kompoziti ojačani staklenim vlaknima su skloni popuštanju kada su dugotrajno izloženi visokom opterećenju. Ovo njihovo svojstvo se dodatno pogoršava ako je materijal izložen vlazi (Slika 17).



Slika 16 – Granične čvrstoće epoksidne smole ojačane aramidnim te staklenim vlaknima [4]



Slika 17 – Statička izdržljivost vlakana od E-stakla [4]

Slično kao i staklena vlakna, i aramidna vlakna (i kompoziti ojačani sa ovim vlaknima) su relativno otporni puzanju, ali imaju višu statičku čvrstoću. Iako je u jednousmjerenim kompozitima otpornost na puzanje obično određena svojstvima vlakana, kod relativno kratkotrajnog puzanja utjecaj ima i relaksacija matrice. Ugljična vlakna pak ne pokazuju značajno povećanje deformacija s vremenom (puzanje) i imaju značajno veću statičku čvrstoću i od aramidnih i od staklenih vlakana. Tako će za jednosmjerni kompozitni materijal opterećen vlačno ili tlačno, deformacija uslijed puzanja biti mala, a nastale deformacije će biti posljedica relaksacije matrice. Tendencija puzanja raste, a statička čvrstoća se smanjuje kako s porastom temperature, tako i s porastom vlage.

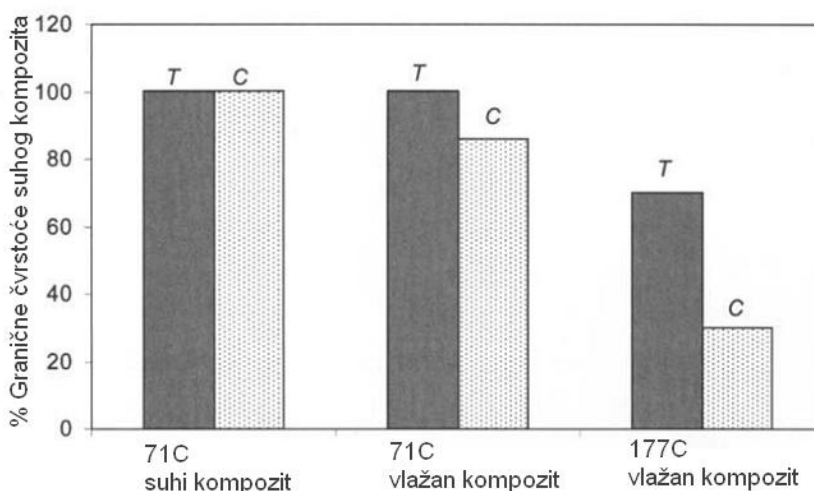
### 3.4 Utjecaji okoline (temperatura, vlaga, UV-zračenje)

Brzina i granica do koje se odvija difuzija vlage ovisi o tipu matrice. Plastomeri nisu skloni apsorpciji puno vlage i obično maksimalno mogu primiti manje od 1% mase. S druge strane duromeri su skloni apsorpciji vlage, pa epoksidne smole mogu primiti vlagu u iznosu više od 4% mase. Pri okolišnoj temperaturi brzina apsorpcije je obično niska. Negativni efekti koje upijena vlaga ima na mehanička svojstva kompozitnih materijala su najčešće reverzibilni, odnosno nestaju kada se kompozitni materijal osuši.

Općenito se pretpostavlja da vlakna ne upijaju vlagu. Ovo je točno za ugljična, staklena ili borova vlakna, ali ne i za aramidna. Aramidna vlakna su sklona apsorpciji vlage, pa pri relativnoj vlažnosti od 60% mogu apsorbirati do 4%

mase, a taj postotak može doći do 6% kad je relativna vlažnost 100%. Rezultat apsorpcije vlage je smanjenje tlačne čvrstoće i krutosti. Vlačna čvrstoća i krutost su manje osjetljivi na vlagu pa pri sobnoj temperaturi ostaju skoro konstantni, ali se smanjuju s povećanjem temperature. Utjecaj temperature i vlage na vlačnu i tlačnu čvrstoću kompozita Kevlar 49/epoksid se može vidjeti na slici (Slika 18).

Pukotine i delaminacije koji su posljedica zamora olakšavaju prodiranje vlage i ostalih agresivnih medija, koji uzrokuju degradaciju svojstava kompozita i putem oslabljenja međusloja odnosno spoja vlakana i matrice. Do oslabljenja obično dolazi zbog kemijskog djelovanja na površini vlakana, a njegov intenzitet ovisi o matrici, prevlaci vlakana i vrsti vlakana. Oslabljenje međusloja rezultira značajnom degradacijom mehaničkih svojstva koji generalno ovise o svojstvima matrice kao što su smična i tlačna čvrstoća. Ovo je jako izraženo kod staklenih i ugljičnih vlakana. Osim toga, vlaga plastificira matricu, što dovodi do snižavanja temperature staklišta  $T_g$



Slika 18 – Granične čvrstoće vlažnog kompozita u ovisnosti o temperaturi [4]

Izloženost kompozitnog materijala povišenoj temperaturi može uzrokovati reverzibilne i ireverzibilne promjene mehaničkih svojstava. Kada se prekorači temperatura  $T_g$  dolazi do značajnog smanjenja modula elastičnosti, ali se on vraća na početnu vrijednost pod uvjetom da nije došlo do toplinskog raspadanja ili neke druge vrste permanentnog oštećenja. Niske temperature također mogu imati ozbiljne negativne utjecaje na svojstva kompozitnih materijala. Voda zaostala u šupljinama i pukotinama se pri zamrzavanju širi za 8.3% i pritišće okolni materijal

što može uzrokovat trajna oštećenja matrice. Ovaj problem je još veći kad se radi o vodi zarobljenoj u saću sendvič konstrukcije.



Slika 19 – Popuštanje sendvič konstrukcije uslijed kombinacije djelovanja vlage i niske temperature

Šteta uslijed ultraljubičastog zračenja nastaje kada zračenje raskida kemijske veze u izloženom materijalu (obično epoksidne smole), a onda degradirani materijal erodira uslijed vjetra i kiše. UV-zračenje djeluje samo na najvišim slojevima, a oštećenja se mogu minimizirati korištenjem premaza otpornih na UV-zračenje. Neke smole su manje podložne djelovanju UV-zračenja, kao na primjer poliesteri, ali njihova mehanička svojstva su inferiorna pa se oni obično ne upotrebljavaju za strukturne komponente zrakoplova.

## 4 Kriteriji popuštanja

Predloženo je više kriterija za predviđanje popuštanja kompozitnih materijala. Iako je postignut značajan napredak na tom polju, još uvijek ne postoji kriterij koji točno i precizno predviđa popuštanje kompozitnih materijala za sve uvjete opterećenja i sve vrste kompozita. Dok neke teorije imaju fizikalnu osnovu, većina njih pokušava definirati matematički model koji najbolje opisuje dostupne eksperimentalne rezultate. Nedostaci ovog pristupa, zbog ograničenja pri prikupljanju eksperimentalnih podataka i njihovog prikazivanja pomoću matematičkih izraza, su očiti, ali postojanje ovakvih modela je praktično sa gledišta konstruktora. Krajnji cilj je postaviti teoriju koju konstruktori mogu pouzdano koristiti kod najopćenitije strukturne konfiguracije i uvjetima opterećenja, a proizvođači materijala za kreiranje i proizvodnju novih materijala koji zadovoljavaju specificirane zahtjeve.

Teorije popuštanja su podijeljene u tri grupe:

- Neinteraktivne (*limit* ili *noninteractive theories*) – teorija maksimalnog naprezanja, teorija maksimalne deformacije
- Interaktivne (*interactive theories*) – Tsai-Hill, Tsai-Wu
- Parcijalno interaktivne ili teorije na osnovi mehanizma popuštanja (*partially interactive ili failure mode based theories*) – Hashin-Rotem, Puck

Primjenjivost određene teorije ovisi o prikladnosti za praktičnu upotrebu i točnosti s kojom se rezultati koje daje teorija podudaraju s eksperimentalnim rezultatima. Za veliki dio teorija postoji nedostatak odgovarajućih, pouzdanih eksperimentalnih podataka što dodatno otežava njihovo vrednovanje.

Kriteriji se postavljaju za svaki sloj posebno, a naprezanja su definirana u glavnom materijalnom sustavu. Za korištenje bilo kojeg od ovih kriterija je nužno poznavati 5 parametara čvrstoće (ako se razmatra ravninski slučaj) :

- $X_t$  - vlačna čvrstoća u smjeru vlakana
- $X_c$  - tlačna čvrstoća u smjeru vlakana
- $Y_t$  - vlačna čvrstoća okomito na smjer vlakana
- $Y_c$  - tlačna čvrstoća okomito na smjer vlakana
- $S$  - smična čvrstoća



ili 5 parametara deformacija ako kriterij uzima u obzir dopuštene deformacije :

- $X_{\epsilon t}$  - dopuštena vlačna deformacija u smjeru vlakana
- $X_{\epsilon c}$  - dopuštena tlačna deformacija u smjeru vlakana
- $Y_{\epsilon t}$  - dopuštena vlačna deformacija u okomito na smjer vlakana
- $Y_{\epsilon c}$  - dopuštena tlačna deformacija u okomito na smjer vlakana
- $S_{\epsilon}$  - dopuštena kutna deformacija

#### 4.1 Teorija maksimalnih napreznja

Teorija maksimalnih napreznja kaže da kompozitni materijal ojačan vlaknima u općem slučaju opterećenja će popustiti kada barem jedna komponenta napreznja prekorači vrijednost odgovarajuće granične čvrstoće, bez razlike kolike su vrijednosti ostalih komponenta napreznja. Ovaj se kriterij simbolički može zapisati nejednadžbama

$$\begin{aligned} \text{za } \sigma > 0 \quad & \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 < X_t \\ \sigma_2 < Y_t \\ |\tau_{12}| < S \end{array} \right. \\ \text{za } \sigma < 0 \quad & \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 > X_c \\ \sigma_2 > Y_c \\ |\tau_{12}| < S \end{array} \right. \end{aligned} \quad (1.1.)$$

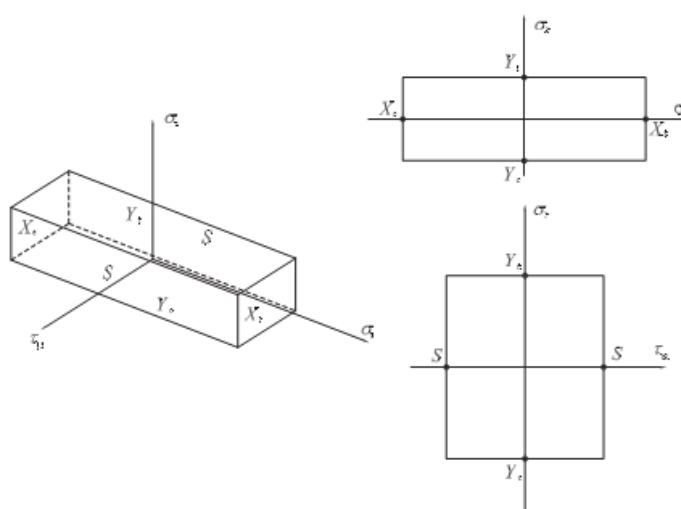
što znači da do popuštanja neće doći sve dok su ispunjene ove nejednadžbe. S druge strane, odgovarajuće jednadžbe

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= X_t \\ \sigma_2 &= Y_t \\ \tau_{12} &= S \\ \sigma_1 &= X_c \\ \sigma_2 &= Y_c \\ \tau_{12} &= -S \end{aligned} \quad (1.2.)$$

definiraju „sigurno“ područje u koordinatnom sustavu  $(\sigma_1 - \sigma_2 - \tau_{12})$  u kojem ne dolazi do popuštanja. U ovakvom prostoru napreznja, svaka od gore navedenih jednadžbi definira ravninu, a sve te ravnine zajedno definiraju volumen unutar kvadra (Slika 20). Zbog razlike u apsolutnim vrijednostima vlačne i tlačne čvrstoće

geometrijsko središte ograđenog volumena se ne podudara s ishodištem prostora napreznja.

Kriterij maksimalnih napreznja nije pouzdan za korištenje u slučajevima višeosnog stanja napreznja, zbog nemogućnosti opisivanja spregnutosti odnosno interakcije između različitih komponenta napreznja. Uglavnom se primjenjuje kod jednoosnog opterećenja i daje najbolje rezultate kada opterećenje djeluje pod kutem  $\theta = 0^\circ$  ili  $90^\circ$  u odnosu na osi 1 glavnog materijalnog koordinatnog sustava, a najslabije pri  $\theta = 45^\circ$ .



Slika 20 – Površina popuštanja kod kriterija maksimalnih napreznja [5]

## 4.2 Teorija maksimalnih deformacija

Teorija maksimalnih deformacija je ekvivalent teoriji maksimalnih napreznja, samo što su ograničenja definirana u prostoru deformacija. Ograničenja su simbolički zadana nejednadžbama :

$$\begin{aligned} \text{za } \varepsilon > 0 \quad & \begin{cases} \varepsilon_1 < X_{\varepsilon t} \\ \varepsilon_2 < Y_{\varepsilon t} \\ |\varepsilon_6| < S_\varepsilon \end{cases} \\ \text{za } \varepsilon < 0 \quad & \begin{cases} \varepsilon_1 > X_{\varepsilon c} \\ \varepsilon_2 > Y_{\varepsilon c} \\ |\varepsilon_6| < S_\varepsilon \end{cases} \end{aligned} \quad (2.1.)$$

Pri usporedbi s eksperimentalnim vrijednostima nailazi se na iste probleme kao i kod kriterija maksimalnih naprezanja - najbolje je podudaranje za slučajeve kada je  $\theta = 0^\circ$  ili  $90^\circ$ , a najslabije za  $\theta = 45^\circ$ . U grafičkom prikazu, površina popuštanja ima isti oblik kao i kod kriterija maksimalnih naprezanja. Sva ograničenja u primjerni koja su navedena kod kriterija maksimalnih naprezanja vrijede i za kriterij maksimalnih deformacija.

### 4.3 Tsai-Hill i Tsai-Wu

Ova dva kriterija spadaju u grupi kvadratnih kriterija popuštanja. Kvadratne teorije popuštanja predstavljaju pokušaj pronalaženja što bolje korelacije između teorije i eksperimentalnih podataka uključujući sve komponente naprezanja u izrazu koji definira taj kriterij. Ove teorije obično nemaju čvrstu fizikalnu osnovu, nego se temelje na matematičkoj pretpostavki da krivulja drugog reda ima više parametara pomoću kojih se može podesiti podudaranje s eksperimentalnim podacima bolje nego što se to može postići sa krivuljom prvog reda odnosno pravcem.

Tsai-Hill kriterij je generalizacija poznatog von Mises-ovog kriterija popuštanja za izotropne materijale. Hill je pretpostavio da kriterij popuštanja za ortotropne metale ima oblik

$$F(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + G(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + H(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 2L\tau_{12}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{23}^2 = 1 \quad (3.1.)$$

a parametri  $F, G, H, L, M$  i  $N$  su funkcije graničnih čvrstoća u različitim smjerovima. Ovaj kriterij se može koristiti i za kompozitne materijale, koji su ortotropni u glavnom materijalnom koordinatnom sustavu. Vrijednosti parametara se mogu dobiti razmatranjem slučajeve jednoosnih naprezanja. Njihove vrijednosti su dane izrazima

$$\begin{aligned} 2F &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \\ 2G &= \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} \\ 2H &= -\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} \end{aligned} \quad (3.2.)$$

Može se primijetiti da parametrima čvrstoće nisu naznačeni indeksi t (*tensile* – za slučaj vlačnog naprezanja) i c (*compressive* – za slučaj tlačnog naprezanja) kao u prethodnim kriterijima, nego se oni dodjeljuju ovisno o predznaku odgovarajućeg naprezanja. Dakle, Tsai-Hill kriterij za dvoosno stanje naprezanja glasi

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} < 1 \quad (3.3.)$$

Do Tsai-Wu kriterija se dolazi proširenjem istog principa. Tenzorski zapis kriterija jest

$$F_i\sigma_i + F_{ij}\sigma_i\sigma_j = 1 \quad i, j = 1 \dots 6 \quad (3.4.)$$

i u tom slučaju zapis ima 42 člana. Opći zapis za ravninsko stanje naprezanja sadrži samo komponente s indeksima 1, 2 i 6 i glasi

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\sigma_6 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{16}\sigma_1\sigma_6 + 2F_{26}\sigma_2\sigma_6 = 1 \quad (3.5.)$$

gdje je  $\sigma_6 = \tau_{12}$ . Parametri  $F_1 \dots F_{26}$  dobivaju se na sličan način kao i kod Tsai-Hill kriterija - razmatranjem jednoosnih stanja naprezanja.

$$F_1 = \frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c} \quad (3.6.)$$

$$F_{11} = -\frac{1}{X_t X_c} \quad (3.7.)$$

$$F_2 = \frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c} \quad (3.8.)$$

$$F_{22} = -\frac{1}{Y_t Y_c} \quad (3.9.)$$

$$F_6 = 0 \quad (3.10.)$$

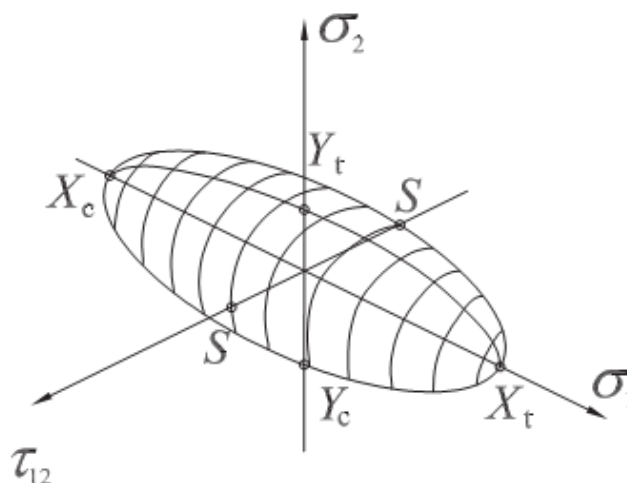
$$F_{66} = \left(\frac{1}{S}\right)^2 \quad (3.11.)$$

Da bi izračunali vrijednost koeficijenata uz članova koji sadrže umnožak dvije različite komponente naprezanja ne možemo se jednostavno koristiti rezultatima testiranja s jednoosnim opterećenjem. Oni se mogu odrediti teorijskim razmatranjem opisanim u literaturi [3]

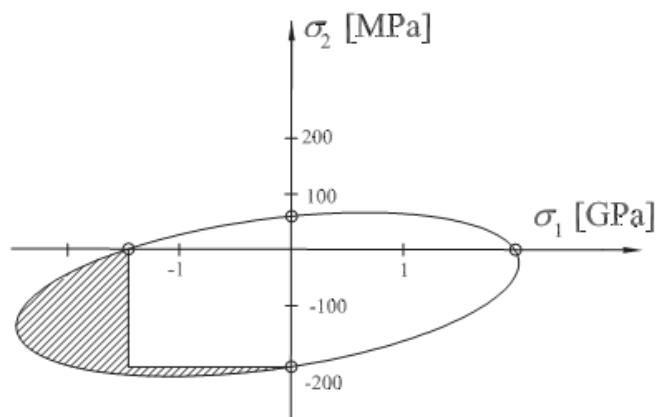
$$F_{16} = 0 \quad (3.12.)$$

$$F_{26} = 0 \quad (3.13.)$$

$$F_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}} \quad (3.14.)$$



Slika 21 - Površina popuštanja prema kriteriju Tsai-Wu [5]

Slika 22 - Krivulja popuštanja prema kriteriju Tsai-Wu uz  $\tau_{12} = 0$  [5]

Na slici 21 je prikazana površina popuštanja prema Tsai-Wu kriteriju u prostoru naprezanja ( $\sigma_1$ - $\sigma_2$ - $\tau_{12}$ ). Elipsoid je dugačak i tanak, što ukazuje na veliku ovisnost o smjeru vlakana visoke čvrstoće i matrice niske čvrstoće. Na slici 22 je prikazana elipsa Tsai-Wu kriterija za  $\tau_{12} = 0$ , u koordinatnom sustavu ( $\sigma_1$ - $\sigma_2$ ). Presjecišta elipse s koordinatnim osima predstavljaju granične čvrstoće  $X_t$ ,  $Y_t$ ,  $X_c$  i  $Y_c$ . Može se primijetiti da u trećem kvadrantu kriterij predviđa da se može postići maksimalno

tlačno naprezanje u smjeru 1 puno više od zadane vrijednosti  $X_c$ , ako postoji i tlačno naprezanje u smjeru 2. Ovo je jasan primjer interakcije komponenata naprezanja, koja u ovom slučaju ima značajan utjecaj na povećanje čvrstoće.

Bitno je primijetiti da za razliku od kriterija maksimalnih naprezanja ili deformacija, Tsai-Wu kriterij je jednostavniji za korištenje i primjenu s obzirom da je zadan samo jednim izrazom. S obzirom da sadrži kvadrate komponenata naprezanja, kad se koristi za određivanje opterećenja pri kojem dolazi do popuštanja, ovaj kriterij uvijek daje dva rješenja – pozitivno i negativno. Ali problem s ovim kriterijem je što ne daje nikakve indikacije o kojem se mehanizmu popuštanja radi.

#### 4.4 Hashin-Rotem kriterij

Ovaj kriterij, za razliku od prethodnih, pravi razliku između popuštanja vlakana i popuštanja matrice, i temelji se na tri osnovne pretpostavke:

1. Popuštanje kompozitnog materijala ojačanog vlaknima događa se ili u vlaknima ili u matrici. Početak pukotine je lokalni fenomen.
2. Kompozit nema slobodnih krajeva niti lokalnih oslabljenja. Prema tome u materijalu postoje samo ravninska naprezanja koja mogu uzrokovati pukotinu.
3. Materijal matrice ima manju čvrstoću i krutost od vlakana.

Na osnovi ovih pretpostavki, a uzimajući u obzir i eksperimentalne podatke, autori ovog kriterija zaključili su da postoje samo dva mehanizma popuštanja: popuštanje vlakana i popuštanje matrice. Što se tiče popuštanja matrice ne razlikuju se popuštanje matrice i popuštanje međusloja.

Hashin-Rotem kriterij za slučaj ravninskog naprezanja se sastoji od sljedećih izraza:

1. Popuštanje vlakana uslijed vlačnog naprezanja ( $\sigma_{11} > 0$ )

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 = 1 \quad (4.1.)$$

2. Popuštanje vlakana uslijed tlačnog naprezanja ( $\sigma_{11} < 0$ )

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_c}\right)^2 = 1 \quad (4.2.)$$

3. Popuštanje matrice uslijed vlačnog naprezanja ( $\sigma_{22} > 0$ )

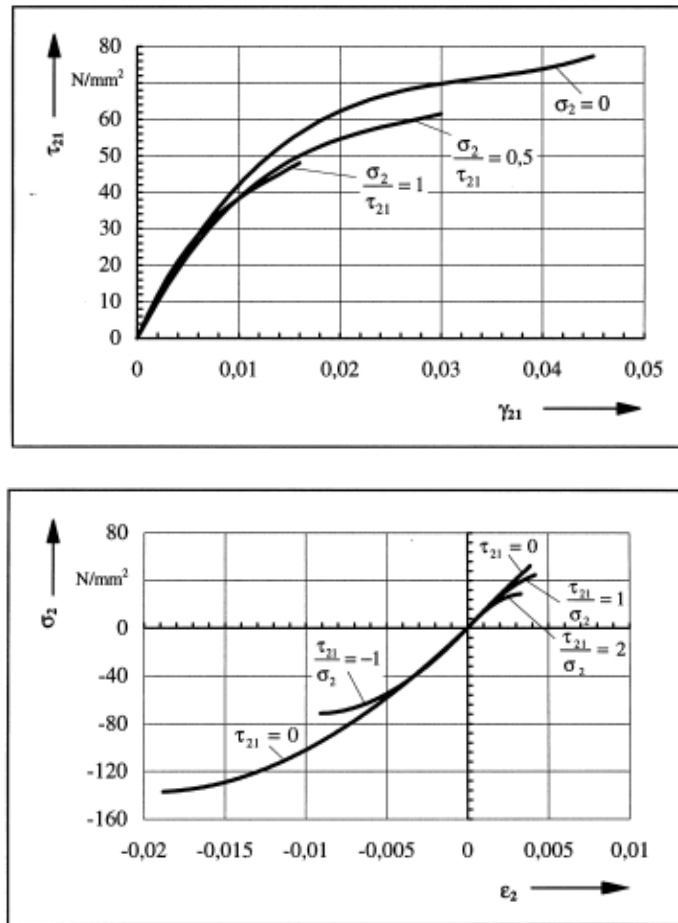
$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 = 1 \quad (4.3.)$$

4. Popuštanje matrice uslijed tlačnog naprezanja ( $\sigma_{22} < 0$ )

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{2S_{23}}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_{23}}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_{22}}{Y_c} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 = 1 \quad (4.4.)$$

#### 4.5 Puck-ov kriterij

Puck je bio prvi autor koji je u svojim radovima iznio ideju da treba praviti razliku između popuštanja vlakana (FF - *fiber failure*) i popuštanja između vlakana (IFF - *inter-fiber failure*) i da su za njihovo teoretsko razmatranje potrebna dva potpuno različita i neovisna kriterija popuštanja. Osim toga, napomenuo je da za analizu popuštanja kompozitnih materijala ojačanih vlaknima, klasična teorija laminata mora biti modificirana tako da uzima u obzir nelinearni odnos između naprezanja i deformacija. Utjecaj nelinearnosti se lako može uočiti na primjer u dijagramima ( $\tau_{21}$ - $\gamma_{21}$ ), ali i u dijagramima ( $\sigma_2$ - $\varepsilon_2$ ) gdje je  $\sigma_2$  tlačno naprezanje (slika 23). Obično se može pretpostaviti da se odnos naprezanja i deformacija ne mijenja, bez razlike da li se radi samo o djelovanju opterećenja  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  ili  $\tau_{21}$  pojedinačno, ili o njihovoj superpoziciji. U realnosti dodatne mikropukotine koje su posljedica opterećenja  $\sigma_2$  uzrokuju da za iste vrijednosti  $\tau_{21}$ ,  $\gamma_{21}$  ima veće vrijednosti nego kad postoji samo opterećenje  $\tau_{21}$  što se lako vidi u dijagramu.



Slika 23 Dijagrami naprezanje/istezanje za jednosmjerni kompozit staklo/epoksid [6]

U osnovi, može se pretpostaviti da će do popuštanja vlakana u općem stanju naprezanja doći pri istom naprezanju kao i u slučaju kada opterećenje djeluje samo u smjeru vlakana  $\sigma_1$ . Polazeći od ove pretpostavke mogu se postaviti uvjeti popuštanja vlakana:

$$\sigma_{f1} = X_{fT} \quad \text{za} \quad \sigma_{f1} \geq 0 \quad (5.1.)$$

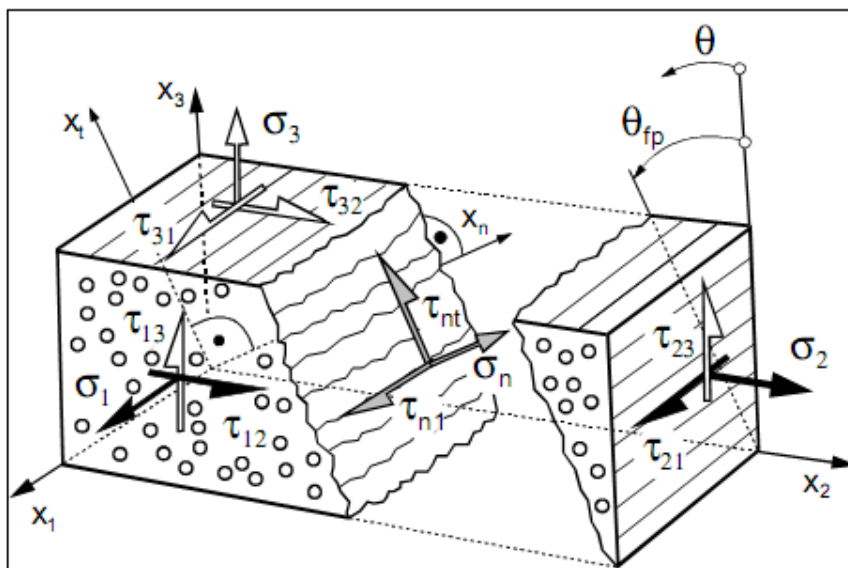
$$\sigma_{f1} = -X_{fC} \quad \text{za} \quad \sigma_{f1} < 0 \quad (5.2.)$$

Što se tiče predviđanja popuštanja vlakana, kao i u Mohr-ovoj teoriji kreće se od pretpostavke da do popuštanja dolazi isključivo uslijed naprezanja koja djeluju u ravnini popuštanja. U slučaju popuštanja između vlakana radi se o ravnini koja je paralelna sa vlaknima, postavljena pod kutem  $\theta$ , a u njoj djeluju normalno



naprezanje  $\sigma_n$  i dva posmična naprezanja  $\tau_{nt}$  ( $\tau_{\perp\perp}$ ) i  $\tau_{n1}$  ( $\tau_{\perp\parallel}$ ) (Slika 24). Ova naprezanja se mogu izraziti u ovisnosti o kutu  $\theta$  i naprezanjima  $\sigma_1, \sigma_2$ , i  $\tau_{21}$ .

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_2 \cos^2 \theta \\ \tau_{nt} &= -\sigma_2 \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{n1} &= \tau_{21} \cos \theta\end{aligned}\quad (5.3)$$



Slika 24 – Naprezanja u elementu jednosmjerenog kompozitnog materijala [6]

Kada je  $\sigma_n > 0$ , onda to naprezanje uzrokuje pukotinu zajedničkim djelovanjem sa  $\tau_{nt}$  i  $\tau_{n1}$ . Najjednostavniji pristup definiranja kriterija popuštanja za  $\sigma_n \geq 0$  bi bio:

$$\left(\frac{\sigma_n}{R_{\perp}^{(+)}A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{tn}}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}^A}\right)^2 = 1 \quad \text{za } \sigma_n \geq 0 \quad (5.4)$$

U ovoj jednadžbi ne mogu se koristiti uobičajene vrijednosti graničnih čvrstoća jer na stvaranje pukotine utječu samo opterećenja koja djeluju u ravnini pukotine. Kao posljedica toga, naprezanja  $\sigma_n, \tau_{nt}$  i  $\tau_{n1}$ , koji moraju imati zajedničku ravninu djelovanja, moraju bit uspoređeni s otpornostima na popuštanje upravo te ravnine  $R^A$  a ne sa čvrstoćom bilo koje druge ravnine. Kada bi opterećenje  $\sigma_n > 0$  bilo jedino opterećenje, pukotina bi nastala u njegovoj ravnini djelovanja, pa bi otpornost popuštanju  $R_{\perp}^{(+)}A$  bila jednaka vlačnoj čvrstoći  $Y_T$ . Ravnina u kojoj dolazi do pukotina uslijed opterećenja  $\tau_{\perp\parallel}$  se također podudara sa ravninom djelovanja

ovog opterećenja, pa se može pisati da je  $R_{\perp\parallel}^A = S_{21}$ . Kod  $R_{\perp\parallel}^A$ , posmično naprezanje  $\tau_{\perp\perp}$  ne dovodi do pukotina uslijed smika u svojoj ravni djelovanja, nego do pukotina uslijed vlaka u ravni koja je pod kutem od  $45^\circ$  prema ravni djelovanja, te se  $R_{\perp\parallel}^A$  mora izvesti i poprečne tlačne čvrstoće  $Y_C$ .

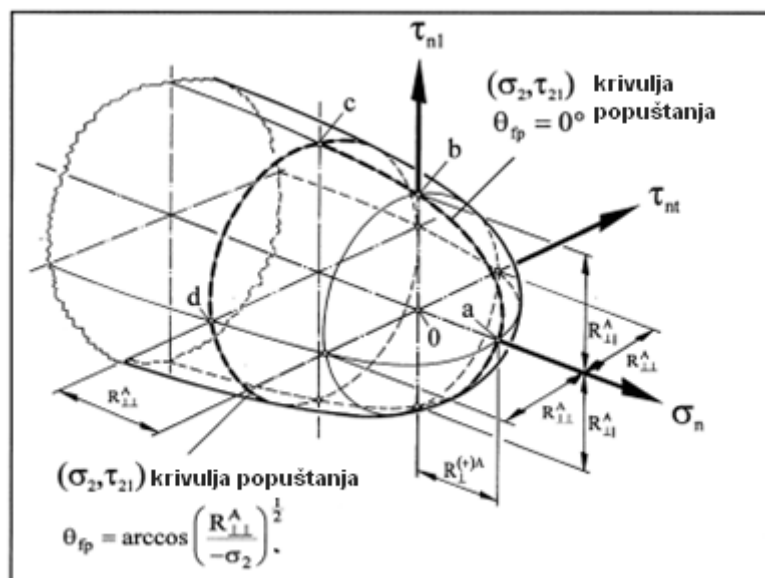
Kad je  $\sigma_n < 0$ , smična naprezanja  $\tau_{nt}$  i  $\tau_{n1}$  (ili samo jedno od njih) trebaju uzrokovati pukotinu uz dodatnu otpornost na popuštanje, koja se povećava sa povećanjem  $|\sigma_n|$ . Kriterij popuštanja za  $\sigma_n < 0$  može se jednostavno zapisati kao:

$$\left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A - p_{\perp\perp}^{(-)} \sigma_n}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}^A - p_{\perp\parallel}^{(-)} \sigma_n}\right)^2 = 1 \quad \text{za } \sigma_n < 0 \quad (5.5.)$$

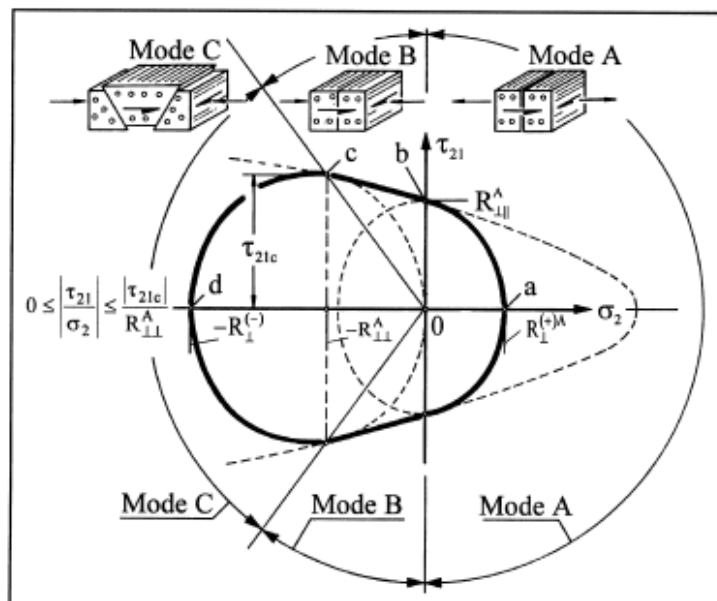
Vrijednosti  $p_{\perp\parallel}^{(+)}$  i  $p_{\perp\parallel}^{(-)}$  se dobivaju iz eksperimentalnih podataka, a predstavljaju nagibe krivulje u grafu  $(\sigma_2, \tau_{21})$  za  $\sigma_2 = 0$ .

Jednadžbe (5.4) i (5.5) su osnove kriterija popuštanja između vlakana.

Mada je kriterij definiran u prostoru naprezanja  $(\sigma_n - \tau_{nt} - \tau_{n1})$ , koristeći poznate transformacije (jednadžbe (5.3)) može se dobiti i zapis koji definira kriterij u prostoru  $(\sigma_1 - \sigma_2 - \tau_{21})$



Slika 25 – Površina popuštanja prema Puck-ovom kriteriju u prostoru naprezanja  $(\sigma_n - \tau_{nt} - \tau_{n1})$  [6]


 Slika 26 – Krivulja popuštanja prema Puck-ovom kriteriju za  $\sigma_1 = 0$  [6]

Za primjenu ovog kriterija najprije treba biti poznata vrijednost kuta nagiba ravnine pukotine  $\theta_{fp}$ . U općem slučaju, kut  $\theta_{fp}$  se određuje tako što se u jednadžbe (5.4) i (5.5) uvrste izrazi za  $\sigma_n$ ,  $\tau_{nt}$  i  $\tau_{n1}$  u ovisnosti o  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\tau_{21}$  (jednadžbe (5.3)) i traži se kut  $\theta$  za koji vrijednost lijeve strane, koja se naziva vjerojatnost popuštanja (*risk of fracture*)  $f_E(\theta)$ , ima globalni maksimum.

Eksperimentima je pokazano da za specijalni slučaj opterećenja  $(\sigma_1, \tau_{21})$  kut ravnine u kojoj nastaje pukotina je  $\theta_{fp} = 0^\circ$ . Uzimajući u obzir tu činjenicu dolazi se do finalnog izraza za taj slučaj (cijeli izvod se može naći u literaturi [6]):

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp}^A}\right)^2 + \left(1 - \frac{p_{\perp}^{(+)}}{R_{\perp}^A} R_{\perp}^{(+ )A}\right) \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp}^{(+ )A}}\right)^2} + \frac{p_{\perp}^{(+)}}{R_{\perp}^A} \sigma_2 = 1 \text{ za } \sigma_2 \geq 0 \quad (5.6.)$$

Ovaj mehanizam popuštanja, kad je popuštanje uzrokovano opterećenjem  $\sigma_2$  i /ili  $\tau_{21}$  poznat je kao način A.

Kad je  $\sigma_2 < 0$ , također postoji područje opterećenja za koje je  $\theta_{fp} = 0^\circ$ , kad  $\sigma_2$  sprječava nastajanje pukotina uslijed  $\tau_{21}$ . Uvjet popuštanja za ovaj slučaj koji je poznat kao način B glasi:

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + 2\left(\frac{p}{R}\right)^2 \sigma_2^2 + \left(\frac{p}{R}\right) \sigma_2} = 1 \quad \text{za} \quad \sigma_2 < 0 \text{ i } 0 \leq \left|\frac{\sigma_2}{\tau_{21}}\right| \leq \frac{R_{\perp\perp}^A}{|\tau_{21c}|} \quad (5.7.)$$

U općem slučaju, vrijednost kuta  $\theta_{fp}$  se dobiva računski:

$$\cos \theta_{fp} = \sqrt{\frac{f_W R_{\perp\perp}^A}{(-\sigma_2)}} \quad (5.8.)$$

U ovom izrazu uveden je faktor oslabljenja  $f_W$ , koji govori o intenzitetu smanjenja otpornosti na popuštanje ravnine djelovanja opterećenja uslijed djelovanja opterećenja  $\sigma_1$ . Poznavajući kut  $\theta_{fp}$ , jednadžba (5.11) postaje:

$$\left[ \left( \frac{\tau_{21}}{2(1+p_{\perp\perp}^{(-)})S_{21}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_2}{Y_C} \right)^2 \right] \frac{Y_C}{(-\sigma_2)} + \frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}} = 1 \quad \text{za} \quad \sigma_2 < 0 \text{ i } 0 \leq \left| \frac{\tau_{21}}{\sigma_2} \right| \leq \frac{|\tau_{21c}|}{R_{\perp\perp}^A} \quad (5.9.)$$

Ovaj mehanizam popuštanja je način C.

## 6 Usporedba kriterija popuštanja

Kao što je već prethodno napomenuto, kriteriji opisani u ovom radu i drugi, imaju svoja ozbiljna ograničenja i ne mogu se koristiti sa dovoljnom pouzdanošću u svim slučajevima. Iako se rezultati pojedinih kriterija za određeno stanje naprezanja dobro podudaraju sa eksperimentalnim podacima, još uvijek ne postoji univerzalni kriterij koji dobro opisuje sve slučajeve naprezanja.

U nastavku slijede opis i rezultati analize popuštanja prema kriterijima Tsai-Wu, Tsai-Hill, Hashin-Rotem i Puck, te usporedba vrijednosti opterećenja pri kojem dolazi do popuštanja prema svakom od ovih kriterija. Geometrija i materijal modela, kao i opterećenje i rubni uvjeti, su izabrani tako da odgovaraju stvarnom modelu iz provedenih eksperimenata (projekt COCOMAT) radi konačne usporedbe rezultata dobivenih metodom konačnih elemenata s eksperimentalnim podacima [7].

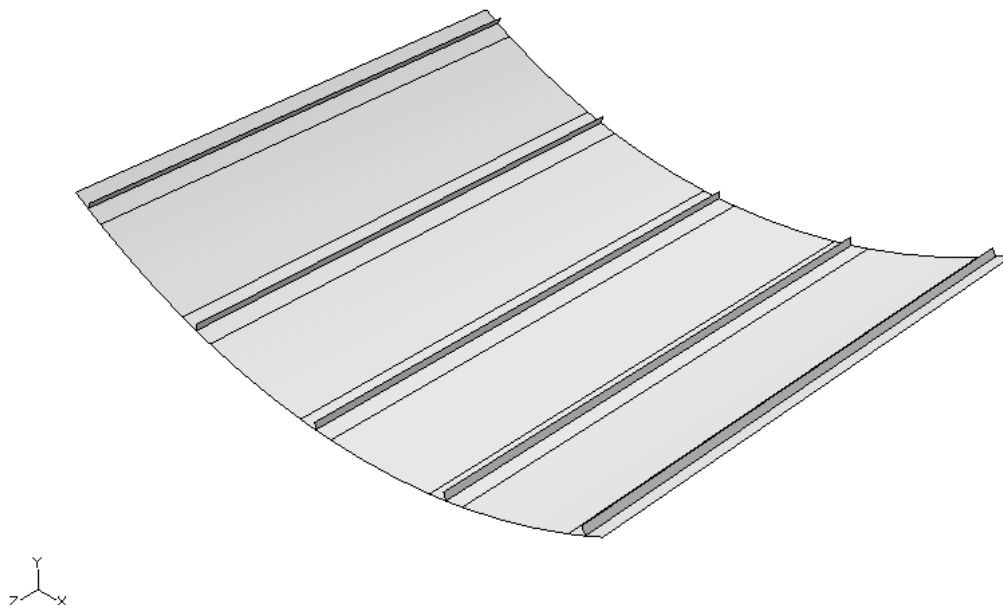
Model je rađen u programu Abaqus/Explicit, a uvjeti kriterija popuštanja su integrirani pomoću korisničkih potprograma VUMAT pisanih u programskom jeziku Fortran.

### 6.1 Definiranje geometrije i materijala

Ispitivani model predstavlja segment oplata cilindričnog oblika, točnije 1/6 cilindra, ojačan uzdužnicama T profila. Dimenzije modela oplata i uzdužnica prikazane su u tablici 1, a način slaganja kompozitnih slojeva u tablici 2 i na slici 27

Duljina panela	$l = 780 \text{ mm}$
Polumjer cilindra	$r = 1000 \text{ mm}$
Duljina luka	$a = 560 \text{ mm}$
Broj uzdužnica	$n = 5$
Udaljenost između uzdužnica	$d = 132 \text{ mm}$
Udaljenost uzdužnica do uzdužnog ruba	$e = f/2 = 16 \text{ mm}$
Visina uzdužnica	$h = 14 \text{ mm}$
Širina uzdužnica	$f = 32 \text{ mm}$

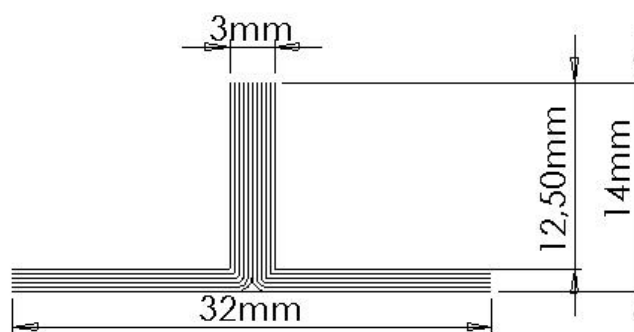
Tablica 1– Dimenzije modela oplata i uzdužnica [7]



Slika 27 – Model oplata s uzdužnicama

Raspored slojeva oplata	$[90, +45, -45, 0]_s$
Raspored slojeva struka uzdužnica	$[(+45, -45)_3, 0_6]_s$
Raspored slojeva pojasa uzdužnica	$[(+45, -45)_3, 0_6]$

Tablica 2 – Načini slaganja slojeva kompozita u modelu [7]



Slika 28 – Dimenzije i način slaganja kompozitnih slojeva uzdužnice [7]

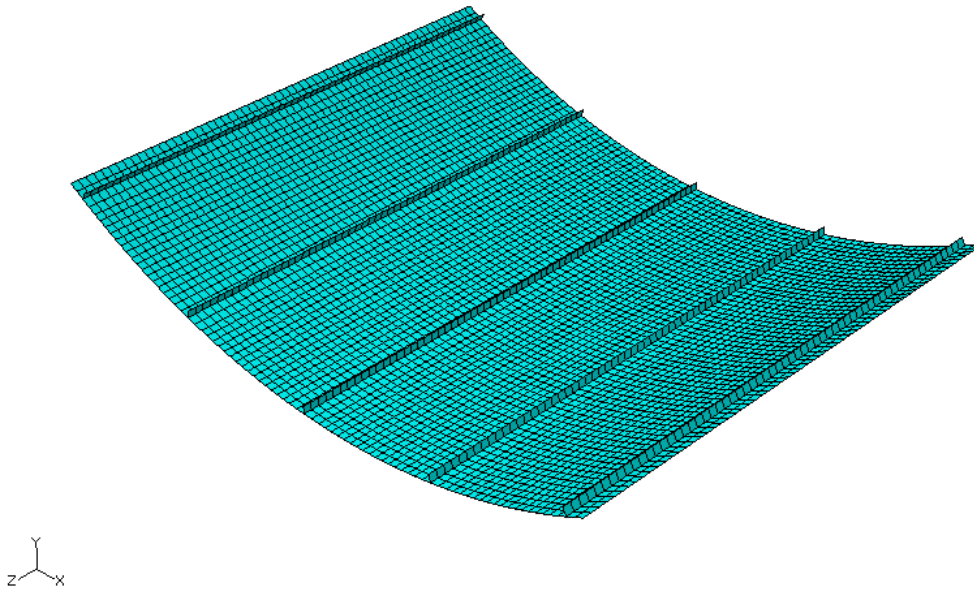
Materijal koji je zadan u modelu je IM7/8552. To je jednosmjereni prepreg epoksidne smole ojačane ugljičnim vlaknima, a preporuča se za izradu konstruktivnih elemenata gdje je potrebna visoka čvrstoća, krutost i otpornost na oštećenja. Svojstva ovog materijala prikazana su u tablici 3.

Gustoća	$\rho = 1525 \text{ kg/m}^3$
Modul elastičnosti u smjeru vlakana	$E_1 = 145 \text{ GPa}$
Modul elastičnosti okomito na smjer vlakana	$E_2 = 10.2 \text{ GPa}$
Modul smicanja	$G_{12} = 5.12 \text{ GPa}$
Poissonov koeficijent $-\varepsilon_2/\varepsilon_1$	$\nu_{12} = \nu_{13} = 0.3$
Poissonov koeficijent $-\varepsilon_1/\varepsilon_2$	$\nu_{21} = 0.022$
Poissonov koeficijent $-\varepsilon_3/\varepsilon_2$	$\nu_{23} = 0.487$
Vlačna čvrstoća u smjeru vlakana	$X_t = 2.6 \text{ GPa}$
Tlačna čvrstoća u smjeru vlakana	$X_c = 1.5 \text{ GPa}$
Vlačna čvrstoća okomito na smjer vlakana	$Y_t = 60 \text{ MPa}$
Tlačna čvrstoća okomito na smjer vlakana	$Y_c = 290 \text{ MPa}$
Smična čvrstoća	$S = 120 \text{ MPa}$
Nagib krivulje u grafu $(\sigma_2, \tau_{21})$ za $\sigma_2 = 0$ za vlačno opterećenje	$p_{12t} = 0.35$
Nagib krivulje u grafu $(\sigma_2, \tau_{21})$ za $\sigma_2 = 0$ za tlačno opterećenje	$p_{12c} = 0.3$
Nagib krivulje u grafu $(\sigma_2, \tau_{23})$ za $\sigma_2 = 0$ za tlačno opterećenje	$p_{23t} = 0.27$
Nagib krivulje u grafu $(\sigma_2, \tau_{23})$ za $\sigma_2 = 0$ za vlačno opterećenje	$p_{23c} = 0.27$

Tablica 3 – Svojstva materijala korištenog u modelu

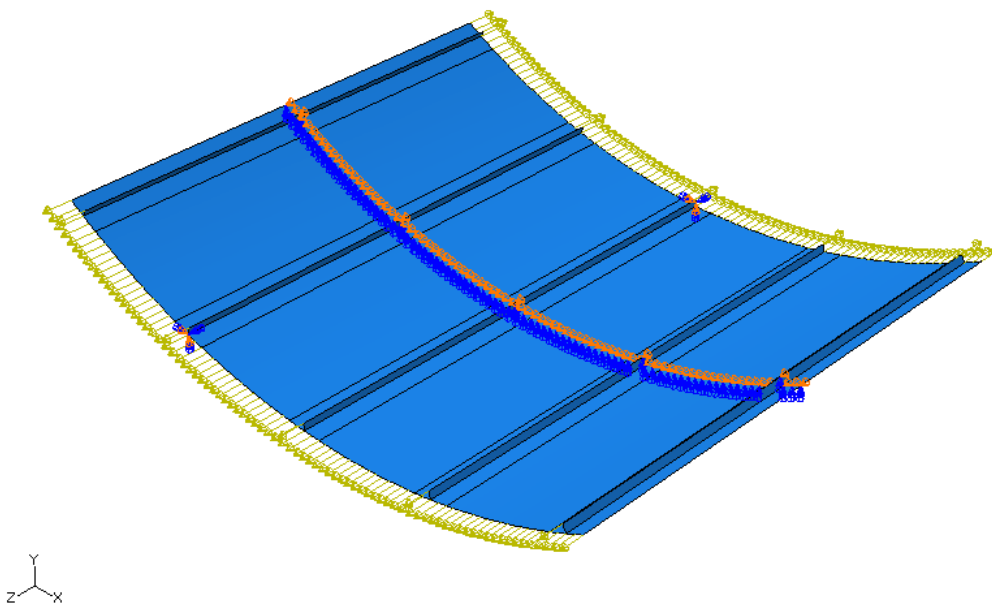
## 6.2 Mreža konačnih elemenata, opterećenje i rubni uvjeti

Promatrani model diskretiziran je četverokutnim ljuskastim konačnim elementima ("S4R"), te sadrži 5270 elemenata, 5418 čvora i 32508 stupnja slobode.



Slika 29 - Diskretizirani model

Da bi se što bolje simulirali uvjeti testiranja, opterećenje je zadano duž rubova okomitih na uzdužnice kao koncentrirana sila podijeljena po čvorovima u smjeru uzdužnica. Opterećeni rubovi panela su modelirani kao kruta tijela, a dopušteni su im samo aksijalni pomaci. Da bi se spriječili pomaci krutog tijela, a i zbog osiguravanja simetrije, čvorovima po sredini panela su ograničeni su uzdužni pomaci (u smjeru osi z globalnog koordinatnog sustava) i rotacije oko osi y.



Slika 30 – Opterećenja i rubni uvjeti



### 6.3 VUMAT potprogram

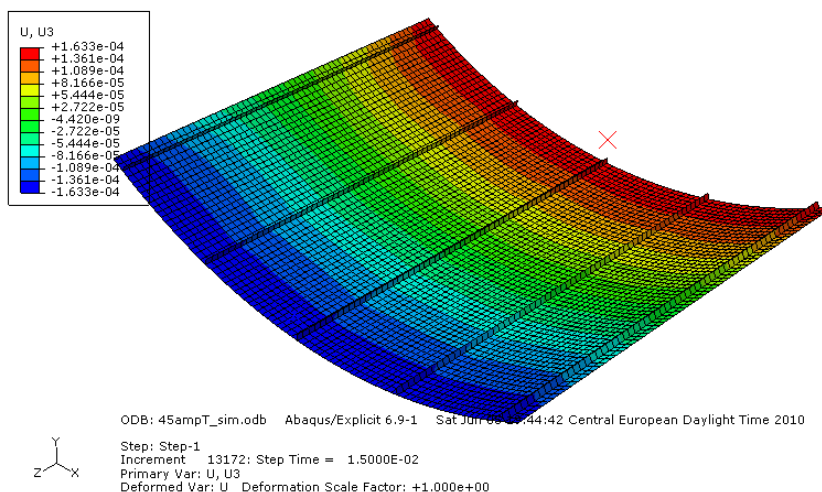
Kako vrste materijala dostupne u bazi Abaqus/Explicit-a ne opisuju ponašanje materijala koji se treba modelirati korisnički potprogrami VUMAT omogućavaju implementaciju korisničkih modela materijala. Za potrebe ove analize napisan je potprogram koji opisuje ponašanje jednousmjerenih slojeva kompozitnih materijala. Nadalje, u potprogramu su definirane i varijable čija vrijednost ovisi o vrijednostima za vrijeme izvršavanja programa (*Solution Dependant Variables* - SDV) koje se računaju u svakom koraku analize i sadrže vrijednosti lijevih strana nejednadžbi kriterija popuštanja. Dakle, kada je vrijednost određene SDV varijable manja od 1, to znači da odgovarajući kriterij ne predviđa popuštanje materijala u tom trenutku na tom mjestu. U tablici 4 su prikazane SDV varijable definirane u potprogramu.

Varijabla	Kriterij popuštanja	Jednadžba
SDV 2	Kriterij popuštanja Tsai-Wu	(3.5)
SDV 3	Kriterij popuštanja Tsai-Hill	(3.3)
SDV 4	Hashin-ov kriterij – vlačno popuštanje vlakana	(4.1)
SDV 5	Hashin-ov kriterij – tlačno popuštanje vlakana	(4.2)
SDV 6	Hashin-ov kriterij – vlačno popuštanje matrice	(4.3)
SDV 7	Hashin-ov kriterij – tlačno popuštanje matrice	(4.4)
SDV 8	Puck-ov kriterij – vlačno popuštanje vlakana	(5.1)
SDV 9	Puck-ov kriterij – tlačno popuštanje vlakana	(5.2)
SDV 10	Puck-ov kriterij – popuštanje između vlakana, način A	(5.6)
SDV 11	Puck-ov kriterij – popuštanje između vlakana, način B	(5.7)
SDV 12	Puck-ov kriterij – popuštanje između vlakana, način C	(5.9)

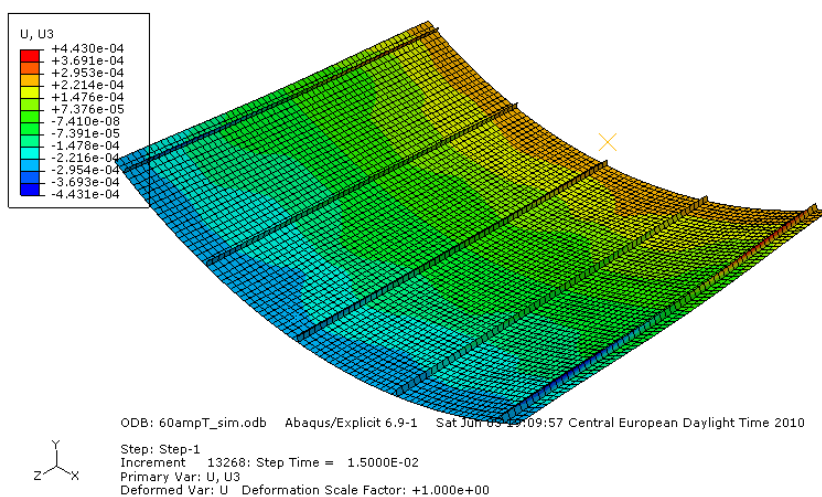
Tablica 4 – SDV varijable definirane u potprogramu VUMAT

## 6.4 Rezultati analize

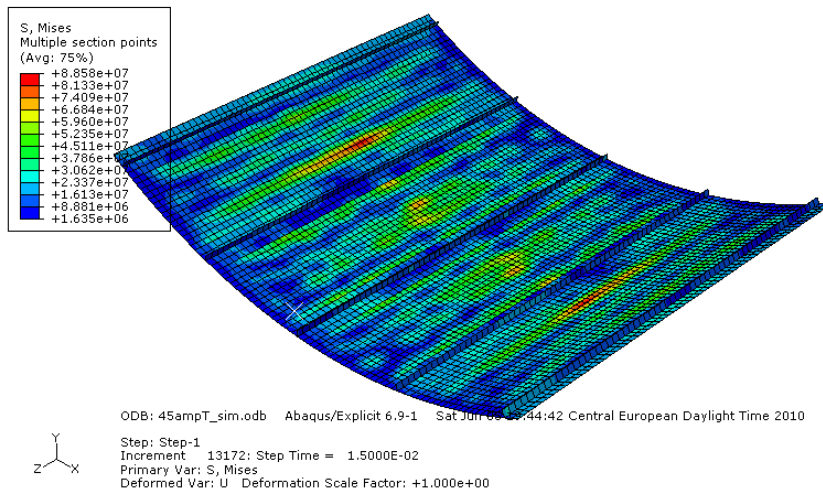
Model je najprije opterećen tlačno kao i u eksperimentu [7]. Dijagram na slici 35 pokazuje usporedbu između eksperimentalnih podataka i onih dobivenih analizom metodom konačnih elemenata. Odstupanja u vrijednostima skraćivanja panela za odgovarajuću silu su bila očekivana i prihvatljiva su s obzirom na stupanj složenosti analize. Ovime je potvrđena valjanost modela.



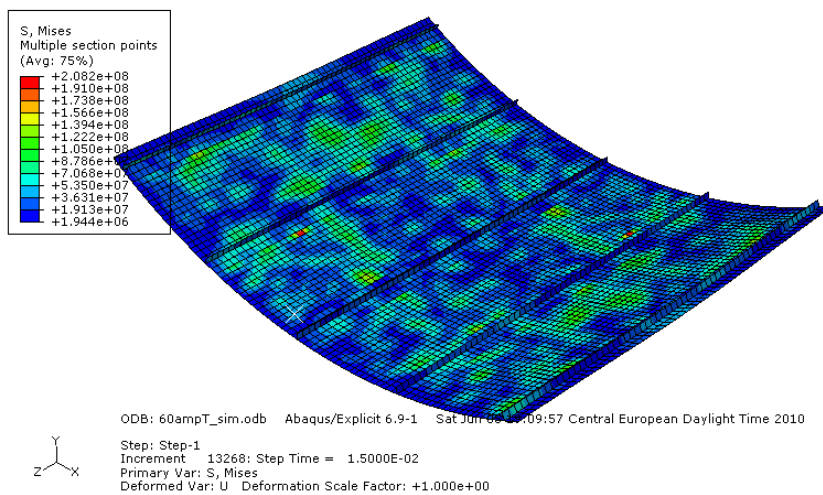
Slika 31 – Pomaci u smjeru osi z za panel opterećen tlačnom silom od 45 kN



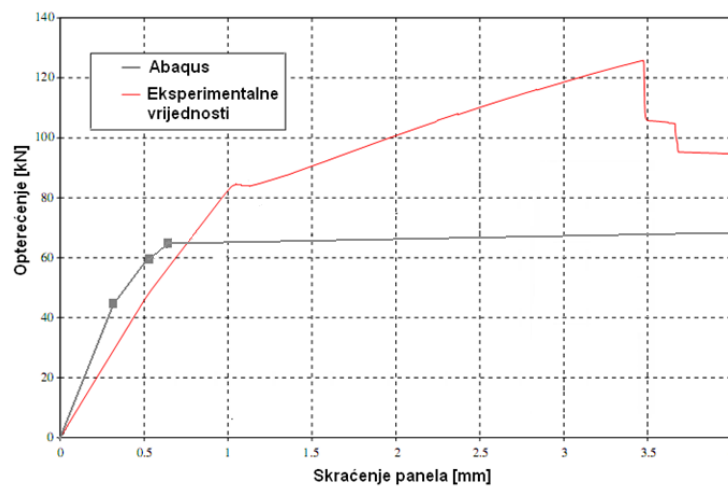
Slika 32 – Pomaci u smjeru osi z za panel opterećen tlačnom silom od 60 kN



Slika 33 – Ekvivalentna naprezanja za panel opterećen tlačnom silom od 45 kN



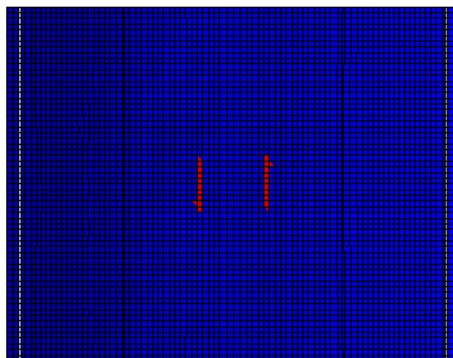
Slika 34 – Ekvivalentna naprezanja za panel opterećen tlačnom silom od 60 kN



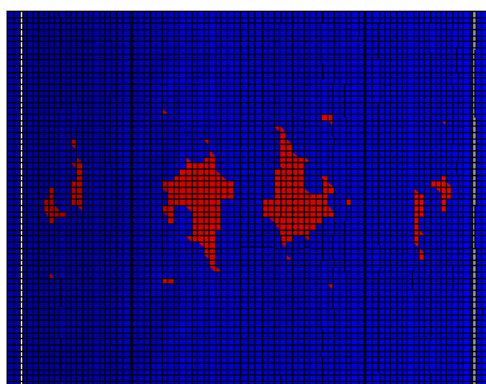
Slika 35 – Dijagram opterećenje/skraćenje za zadani panel (eksperimentalne vrijednosti iz [7])

Daljnje analize su provedene za slučaj vlačnog opterećenja. Razlog provođenja analiza sa vlačnim umjesto sa tlačnim opterećenjem je to što pri tlačnim naprezanjima dolazi do izvijanja i nastupaju mehanizmi popuštanja koji nisu obuhvaćeni kriterijima popuštanja koji će biti uspoređivani, pa se ne mogu očekivati realni rezultati.

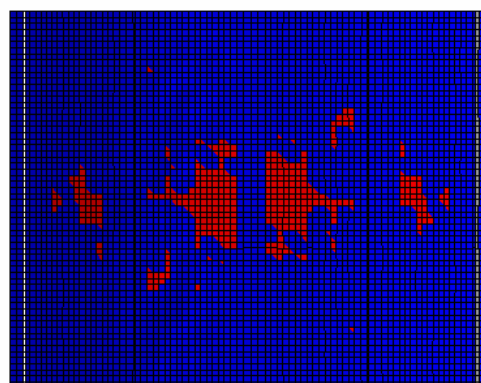
Naravno opterećenje je postupno povećavano sve dok bar jedan od kriterija ne pokaže da dolazi do popuštanja. Tako je pri sili od 215 kN varijabla SDV 2 na pojedinim mjestima u prvom sloju na oplati poprimila vrijednost jedan, što znači da prema kriteriju Tsai-Wu dolazi do popuštanja. Veće površine popuštanja prema Tsai-Wu kriteriju se vide već pri sili od 250 kN i to u slojevima oplata 1 i 8, koji su vanjski slojevi pod kutem od  $90^\circ$ . Uzimajući u obzir Tsai-Wu kriterij i teoriju popuštanja prvog sloja, vidljivo je da do globalnog popuštanja dolazi već pri sili od 250 kN.



Slika 36 – Popuštanje u sloju 1 pri sili od 215 kN prema Tsai-Wu kriteriju (SDV 2)

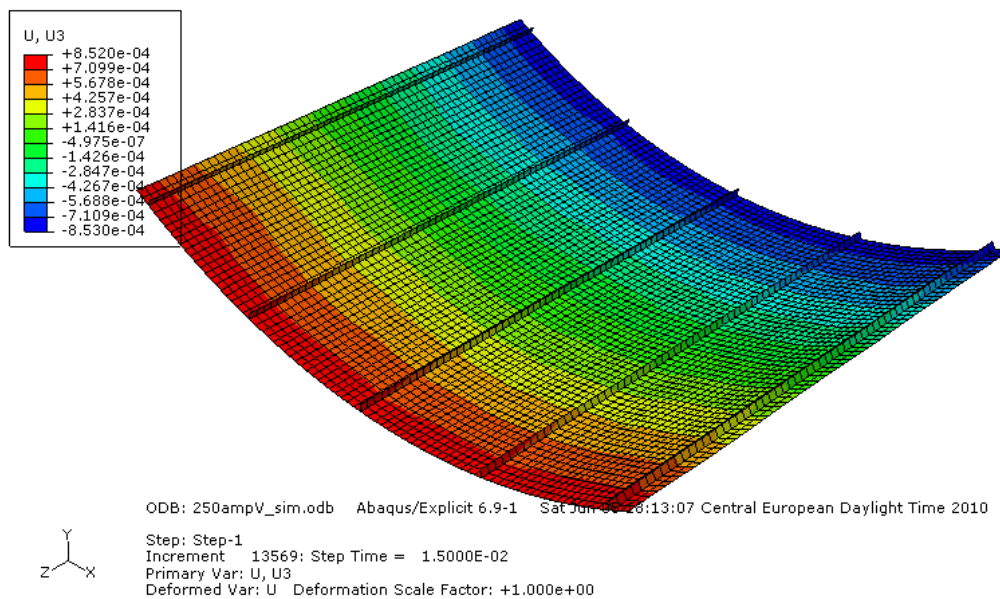


a) Sloj 1

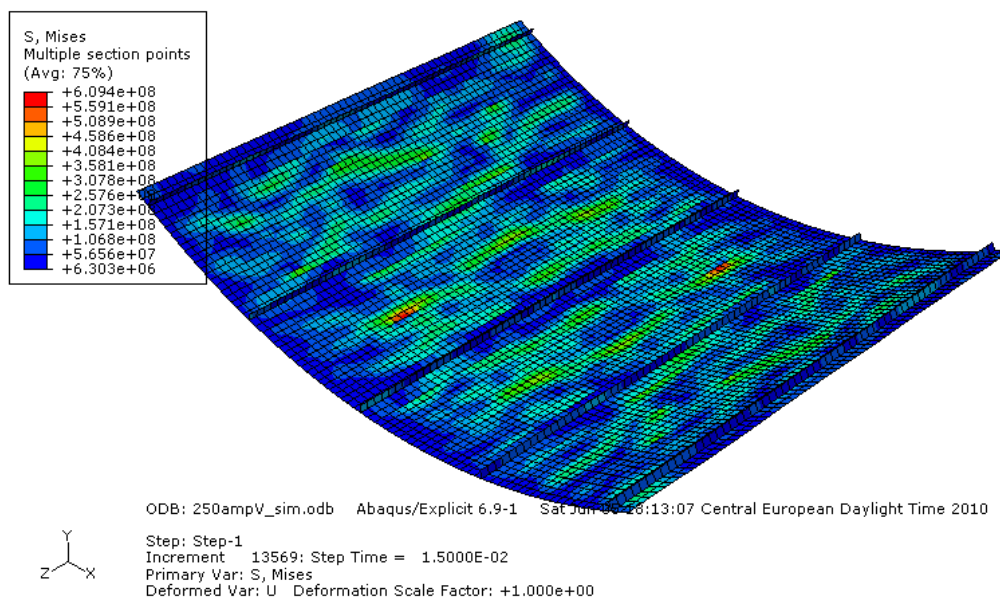


b) Sloj 8

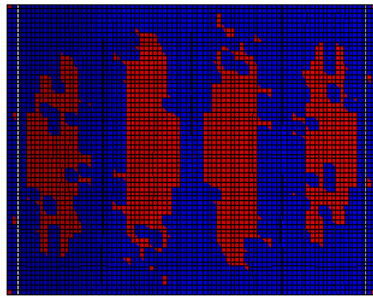
Slika 37 – Popuštanje pri sili od 250 kN prema Tsai-Wu kriteriju (SDV 2)



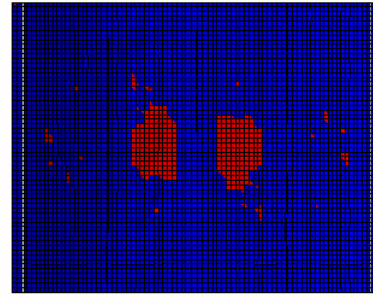
Slika 38 – Pomaci u smjeru osi z za panel opterećen vlačnom silom od 250 kN



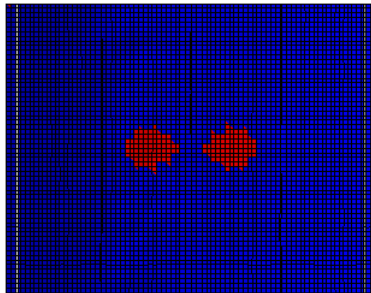
Slika 39 – Ekvivalentna naprezanja za panel opterećen vlačnom silom od 250 kN



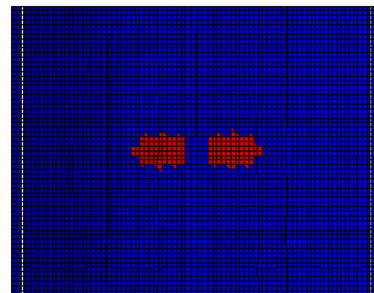
a) Sloj 1 (90°) oplata



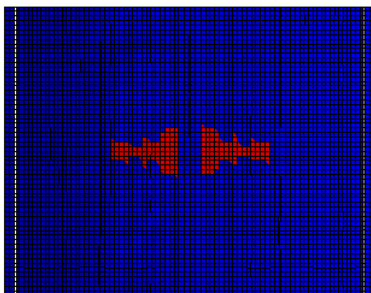
b) Sloj 2 (+45°) oplata



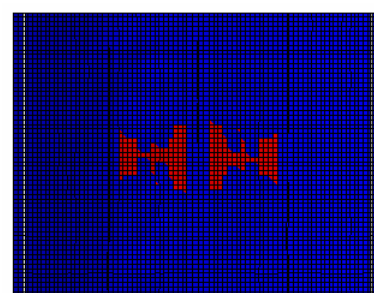
c) Sloj 3 (-45°) oplata



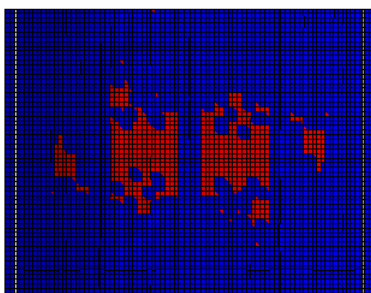
d) Sloj 4 (0°) oplata



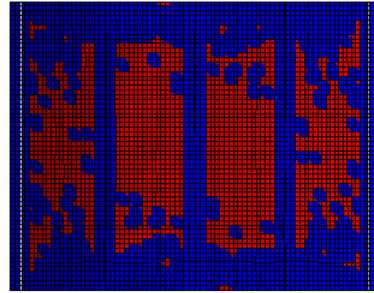
e) Sloj 5 (0°) oplata



f) Sloj 6 (-45°) oplata



g) Sloj 7 (+45°) oplata

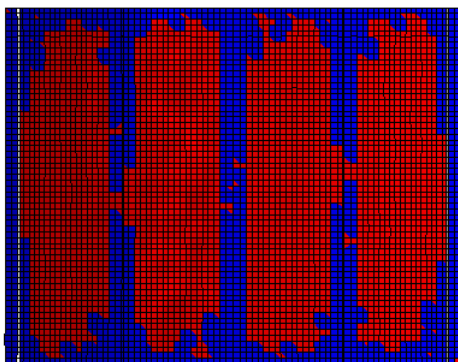


h) Sloj 8 (90°) oplata

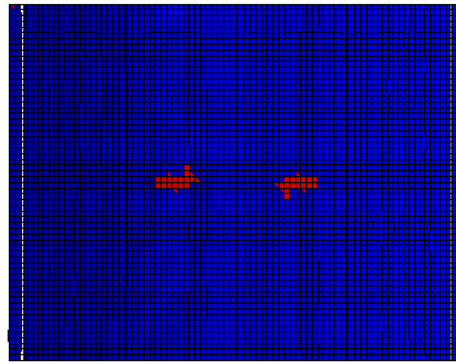
Slika 40 – Popuštanje pri sili od 300 kN prema Tsai – Wu kriteriju (SDV 2)

Iz prethodnih slika se vidi da za silu od 300 kN, Tsai-Wu kriterij predviđa popuštanje svih osam sloja oplata. To znači da do globalnog popuštanja dolazi i prema teoriji popuštanja zadnjeg sloja. Međutim ostala tri kriterija pri sili od 300 kN još uvijek ne pokazuju do popuštanje niti jednog sloja.

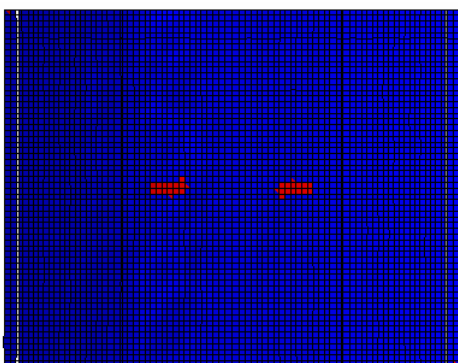
Prema kriterijima Tsai-Hill, Hashin-Rotem i Puck do popuštanja dolazi tek za silu opterećenja od 365 kN. Površina popuštanja prema svim ovim kriterijima ima sličnu formu i položaj, a dešava se najprije u slojevima oplata 1 i 8 kao i kod Tsai-Wu kriterija. Međutim površina popuštanja koju predviđaju ovi kriteriji je znatno manja od one koju predviđa Tsai-Wu kriterij za isto to opterećenje.



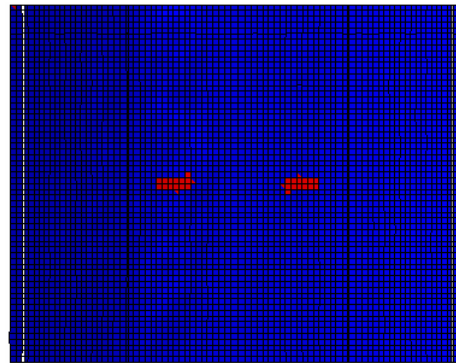
a) Tsai-Wu kriterij (SDV 2)



b) Tsai-Hill kriterij (SDV 3)

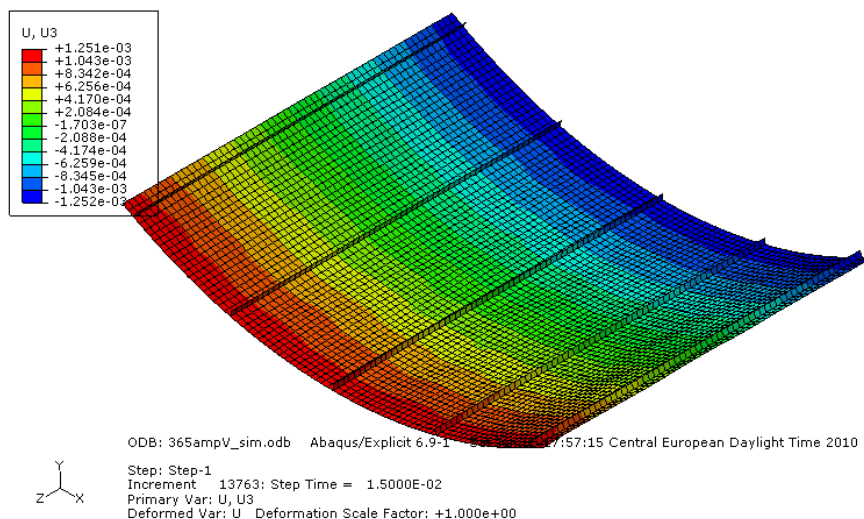


c) Hashin-Rotem kriterij (SDV 6 – vlačno popuštanje matrice)

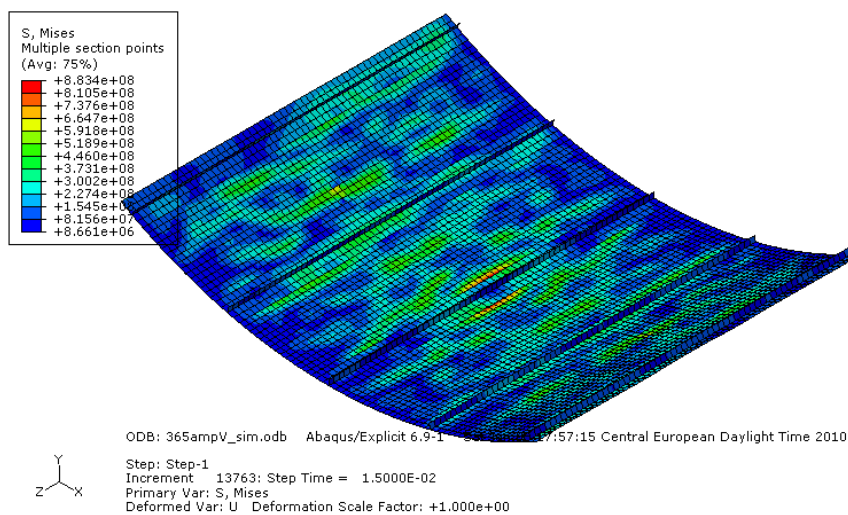
d) Puck-ov kriterij (SDV 10 – popuštanje između vlakana za  $\sigma_n > 0$ )

Slika 41 – Popuštanje pri sili od 365kN u sloju 1 oplata

Hashin-Rotem kriterij predviđa vlačno popuštanje matrice (SDV 6=1), a Puck-ov kriterij predviđa popuštanje između vlakana načinom A odnosno za  $\sigma_n > 0$  (SDV 10). To znači da ove dvije teorije predviđaju isti mehanizam popuštanja, odnosno da nisu kontradiktorne. Vrijednost ostalih SDV varijabli je nula u svim ostalimelementima panela pa zato nema smisla prikazivati ih grafički.



Slika 42 – Pomaci u smjeru osi z za panel opterećen vlačnom silom od 250 kN



Slika 43 – Ekvivalentna naprezanja za panel opterećen vlačnom silom od 365 kN

Dakle Tsai-Wu predviđa da će do popuštanja doći već pri sili od 215 kN, koja je oko 40% manja od sile pri kojoj ostali promatrani kriteriji predviđaju prvo popuštanje (365 kN).



## Zaključak

Činjenica je da sa napretkom tehnologije, kompozitni materijali iz dana u dan imaju sve bolje performanse, pa u sve većoj mjeri istiskuju ostale materijale iz upotrebe. Posebno su zanimljivi za upotrebu u zrakoplovnoj industriji zbog svoje visoke specifične čvrstoće i specifične krutosti te zbog mogućnosti modeliranja svojstava samog materijala.

S druge strane, jedna od najvažnijih stvari u zrakoplovstvu je sigurnost. Za postizanje visoke sigurnosti potrebno je precizno predvidjeti popuštanje konstrukcije.

Kao posljedica njihove izrazite anizotropnosti i nehomogenosti, kompozitni materijali mogu popustiti uslijed djelovanja različitih mehanizama popuštanja odnosno njihovih kombinacija što značajno otežava predviđanje popuštanja. Uz to potrebno je i dobro poznavati i procijeniti potencijalne utjecaje radnih uvjeta i radne okoline na svojstva materijala.

Predloženo je više kriterija za predviđanje popuštanja kompozitnih materijala, ali još uvijek ne postoji univerzalni kriterij koji točno i precizno predviđa popuštanje kompozitnih materijala za sve uvjete opterećenja i sve vrste kompozita. Da bi se predloženi kriteriji popuštanja sa pouzdanošću mogli koristiti u praksi, od iznimne je važnosti kriterije eksperimentalno verificirati, te se kao dodatni problem javlja i nedostatak odgovarajućih, pouzdanih eksperimentalnih podataka.

Analizom karakterističnog kompozitnog panela aviona koji se sastoji od oplata i uzdužnica pokazano je da se sile za koje različiti kriteriji predviđaju pojavu prvog lokalnog popuštanja u materijalu mogu razlikovati i za 40%. Do razlika između kriterija dolazi zbog uvođenja različitih pretpostavki i pojednostavljenja. Tako je Puck-ov kriterij koji ima jako sofisticirane fenomenološke osnove, pokazao vrlo dobre rezultate u neovisnim analizama, te je u zadnje vrijeme vrlo popularan. S druge strane, Tsai-Wu kriterij, iako jednostavan za korištenje i industrijski standard, pokazuje ozbiljne manjkavosti koje se očitiju u nemogućnosti predviđanja načina popuštanja. Osim toga često predviđa popuštanja kod

naprezanja nižih od onih dobivenih eksperimentalno ili pomoću drugih teorija, što se pokazalo i u analizi ovog rada.

Konačno, u ovoj analizi nisu razmatrani neki važni načini popuštanja kao što su delaminacije. Iako navedene, nisu numerički simulirane jer je to iznimno složen problem i prelazi okvire ovog rada.

Može se zaključiti da i pored neospornih prednosti kojih nude kompozitni materijali, potreban je daljnji rad na polju predviđanja njihovog popuštanja da bi se kompozitne konstrukcije mogle precizno proračunavati i da bi se u potpunosti mogla iskoristiti superiorna svojstva kompozitnih materijala uz istu ili poboljšanu sigurnost.

## Literatura

- [1] Deo B.R., Starnes J.H., Holzwarth R.C., Composite Materijals and Structures for Aircraft Applications, RTO-MP-069(II), 2001
- [2] Herakovich C.T., Mechanics of Fibrous Composites, John Wiley & Sons, Inc, Lancaster, Pennsylvania, 1998
- [3] Hyer W. M., Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials, DEStech Publications, Inc., 2009
- [4] Baker A., Dutton S., Kelly D., American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston 2004
- [5] Smojver I., Mehanika kompozitnih materijala, interna skripta FSB-a, Zagreb, 2006
- [6] Puck A., Schürmann H., Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models, Composites Science and Technology, 1998, 58, 1045-1067
- [7] Degenhardt R., Kling A., Rohwer K., Orifici A.C., Thomson R.S., Design and analysis of stiffened composite panels including post-buckling and collapse, Computers and Structures, 2008, 86, 919-929