

# Dizajn i ispitivanje estimatora parametara za litij-titanat baterijsku ćeliju

---

Sitar, Nikolina

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:029331>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-18**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

**Nikolina Sitar**

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Danijel Pavković, dipl. ing.

Student:

Nikolina Sitar

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru Danijelu Pavkoviću na svojoj pomoći tijekom izrade ovog rada, kako po pitanju svog znanja koje mi je prenio, iznimnog truda oko pružanja savjeta, pomoći u pronalasku svih potrebnih materijala za izradu rada, tako i po pitanju izlaska u susret s rokovima, ali i razumijevanju koje je uvijek išlo uz to.

Zahvaljujem se svojim prijateljima na podršci koju su pružali, na lijepim uspomnama koje će me vezati uz period studiranja upravo zahvaljujući njima, ali i na pruženom razumijevanju kada zbog svih obveza nisam imala vremena za njih.

Najviše se zahvaljujem majci i sestri koje su uvijek bile uz mene, na svom strpljenju koje su pružale, i na tome što su me oblikovale u osobu koja jesam danas.

Lijepo je imati ljude s kojima je svaki provedeni trenutak bolji, a još je ljepše imati ljude koji su podrška bez obzira na puteve kojima te život odvede. Ljude koji dijele tvoju sreću bez obzira na to dali su proveli te trenutke s tobom ili ne. Upravo je uz takve ljude svaka prepreka u životu lakša.

Nikolina Sitar



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:

Proizvodno inženjerstvo, inženjerstvo materijala, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
mehatronika i robotika, autonomni sustavi i računalna inteligencija

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 24 - 06 / 1	
Ur.broj: 15 - 24 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Nikolina Sitar**

JMBAG: 0035218620

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Dizajn i ispitivanje estimatora parametara za litij-titanat baterijsku ćeliju**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Design and testing of a parameter estimator for a lithium-titanate battery cell**

Opis zadatka:

Sustavi za pohranu električne energije zasnovani na elektrokemijskim baterijama imaju široko područje primjena u besprekidnim i pričuvnim izvorima napajanja, električnim vozilima, te sustavima za regulaciju napona i frekvencije elektroenergetske mreže. Za kvalitetan rad sustava za pohranu energije potrebno je nadgledati u realnom vremenu njihovo stanje napunjenosti (engl. State-of-Charge, SoC) odnosno stanje ispravnosti (engl. State-of-Health, SoH). Budući da se SoC i SoH mogu procijeniti na temelju poznavanja parametara modela nadomjesnog strujnog kruga baterije, primjena odgovarajućeg estimatora parametara može se iskoristiti za određivanje ključnih parametara nadomjesnog modela baterije u realnom vremenu.

U radu je potrebno napraviti sljedeće:

1. Dati kratki pregled tehnologija litij-ionskih sekundarnih baterija i usporediti njihove ključne značajke (volumna i gravimetrijska gustoća energije i snage, životni vijek i broj ciklusa punjenja i pražnjenja, temperaturna stabilnost i slično).
2. Ukratko opisati model nadomjesnog strujnog kruga baterijske ćelije, izvesti njegove prijenosne funkcije u Laplace-ovoj s-domeni i z-domeni, sa i bez normiranja ulaznih i izlaznih veličina, te detaljnije opisati značajke litij-titanat baterijske ćelije koja će se koristiti u daljnjem radu.
3. Dizajnirati estimator parametara baterijske ćelije temeljen na vremenski-diskretnom modelu procesa i Kalmanovom filtru u temeljnoj i proširenoj formi (engl. Extended Kalman Filter, EKF). Po potrebi razmotriti i dizajn estimatora temeljnog na vremenski-kontinuiranom modelu procesa i odgovarajućoj metodologiji zasnovanoj na konceptu adaptivnog modela procesa.
4. Ispitati razvijene estimatore parametara simulacijama na računalu korištenjem prethodno dobivenog modela nadomjesnog strujnog kruga i eksperimentalno na prethodno snimljenim podacima sa laboratorijske makete za ispitivanje baterija.
5. Dati zaključke i preporuke za budući rad.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

Datum predaje rada:

Predviđeni datumi obrane:

16. studenoga 2023.

18. siječnja 2024.

22. – 26. siječnja 2024.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Danijel Pavković

Prof. dr. sc. Ivica Garašić

## SADRŽAJ

POPIS SLIKA .....	II
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY .....	VII
1. UVOD.....	1
1.1. Pregled tehnologija litij-ionskih baterija.....	1
2. DINAMIČKI MODEL BATERIJE.....	3
2.1. Elektrokemijski modeli .....	3
2.2. Električni modeli.....	3
2.2.1. Statički Theveninov model baterije .....	4
2.2.2. Theveninov model baterije.....	4
2.3. Model LTO ćelije dobiven eksperimentalnom identifikacijom.....	8
3. ESTIMATORI PARAMETARA.....	13
3.1. Kalmanov filter .....	13
3.2. Prošireni Kalmanov filter.....	14
3.2.1. Implementacija proširenog Kalmanovog filtra za procjenu parametara baterije	15
3.2.2. Rezultati za model baterije s konstantnim parametrima .....	16
3.2.3. Rezultati za model baterije dobiven korištenjem mapa parametara .....	19
3.3. Estimator parametara baterije temeljen na Ljapunovljevom teoremu stabilnosti (SRAM estimator).....	21
3.3.1. Sustav punjenja baterije .....	25
3.3.2. Rezultati simulacija za SRAM estimator .....	28
4. ZAKLJUČAK.....	35
LITERATURA.....	36
PRILOZI.....	37

**POPIS SLIKA**

Slika 1	Trendovi primjene Li-on baterija .....	1
Slika 2	Usporedba Li-on baterija različitih kemijskih sastava .....	2
Slika 3.	Statički Theveninov model baterije.....	4
Slika 4	Theveninov model baterije .....	5
Slika 5	RC strujni krug .....	5
Slika 6	Eksperimentalni postav .....	8
Slika 7	Unutarnji otpor u ovisnosti o stanju napunjenosti baterije.....	10
Slika 8	Polarizacijski otpor u ovisnosti o stanju napunjenosti baterije .....	10
Slika 9	Vremenska konstanta polarizacije u ovisnosti o stanju napunjenosti baterije .....	11
Slika 10	Napon otvorenog kruga ( <b>U<sub>oc</sub></b> ) u ovisnosti i stanju napunjenosti baterije ( $\xi$ ).....	12
Slika 11	Blok dijagram nadomjesnog strujnog kruga baterije .....	12
Slika 12	Iterativni proces algoritma Kalmanovog filtra .....	14
Slika 13	Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra <b>b1</b> .....	17
Slika 14	Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra <b>b0</b> .....	17
Slika 15	Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra <b>a0</b> .....	18
Slika 16	Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra <b>UOC</b> .....	18
Slika 17	Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra <b>b1</b> .....	19
Slika 18	Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra <b>b0</b> .....	20
Slika 19	Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra <b>a0</b> .....	20
Slika 20	Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra <b>UOC</b> .....	21
Slika 21	SRAM estimator parametara nadomjesnog strujnog kruga baterije .....	22
Slika 22	Kaskadna struktura regulacije za slučaj sustava punjača s integriranim estimatorom parametara .....	27
Slika 23	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 6A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	29
Slika 24	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 12A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	30
Slika 25	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 18A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	31
Slika 26	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 24 A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	32
Slika 27	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 30 A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	33
Slika 28	Greška estimiranog napona otvorenog kruga za <b>Imax</b> = 6 A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	34
Slika 29	Greška estimiranog napona otvorenog kruga za <b>Imax</b> = 30 A, za $\xi_0 = 20\%$ ...	34
Slika 30	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 6 A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	52
Slika 31	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 6 A, za $\xi_0 = 40\%$ .....	53
Slika 32	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 6 A, za $\xi_0 = 60\%$ .....	54
Slika 33	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 6 A, za $\xi_0 = 80\%$ .....	55
Slika 34	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 12 A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	56
Slika 35	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 12 A, za $\xi_0 = 40\%$ .....	57

Slika 36	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 12 A, za $\xi_0 = 60\%$ .....	58
Slika 37	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 12 A, za $\xi_0 = 80\%$ .....	59
Slika 38	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 18 A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	60
Slika 39	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 18 A, za $\xi_0 = 40\%$ .....	61
Slika 40	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 18 A, za $\xi_0 = 60\%$ .....	62
Slika 41	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 18 A, za $\xi_0 = 80\%$ .....	63
Slika 42	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 24 A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	64
Slika 43	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 24 A, za $\xi_0 = 40\%$ .....	65
Slika 44	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 24 A, za $\xi_0 = 60\%$ .....	66
Slika 45	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 24 A, za $\xi_0 = 80\%$ .....	67
Slika 46	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 30 A, za $\xi_0 = 20\%$ .....	68
Slika 47	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 30 A, za $\xi_0 = 40\%$ .....	69
Slika 48	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 30 A, za $\xi_0 = 60\%$ .....	70
Slika 49	Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 30 A, za $\xi_0 = 80\%$ .....	71



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$C_p$	F	Parazitska kapacitivnost
$D$	-	Matrica prijenosa vremenski kontinuiranog modela u prostoru stanja
$e(k)$	-	Vektor šums mjerenja
$F$	-	Matrica sustava vremenski diskretnog modela u prostoru stanja
$G$	-	Ulazna matrica vremenski diskretnog modela u prostoru stanja
$H$	-	Izlazna matrica vremenski diskretnog modela u prostoru stanja
$I$	-	Jedinična matrica
$I_b, i_b$	A	Struja baterije
$i_r$	A	Struja otpornika
$i_c$	A	Struja kondenzatora
$I_0$	A	Maksimalna apsolutna vrijednost struje
$K(k)$	-	Matrica pojačanja Kalmanovog filtra
$P(k k-1)$	-	A priori procjena matrice kovarijanci $P$
$P(k k)$	-	A posteriori procjena matrice kovarijanci $P$
$Q$	-	Matrica kovarijanci stohastičkih perturbacija u varijablama stanja
$Q_{max}$	Ah	Maksimalna količina nabija u bateriji
$R$	-	Matrica kovarijanci šuma mjerenja
$R_b$	$\Omega$	Unutarnji otpor baterije
$\hat{R}_b$	$\Omega$	Rekonstruirani unutarnji otpor baterije
$R_p$	$\Omega$	Prijelazni otpor
$\hat{R}_p$	$\Omega$	Rekonstruirani prijelazni otpor
$SoC, \xi$	%	Stanje napunjenosti baterije
$SoH$	-	Stanje ispravnosti baterije
$u$	-	Vektor ulaza
$u_{bat}, U_{bat}$	V	Napon baterije
$u_p, U_p$	V	Napon polarizacije
$U_{OC}$	V	Napon otvorenog kruga baterije
$\hat{U}_{OC,n}$	V	Rekonstruirani normirani napon otvorenog kruga baterije
$U_0$	V	Maksimalna apsolutna vrijednost napona
$x$	-	Vektor stanja
$y$	-	Vektor izlaznih varijabli
$\hat{x}(k k-1)$	-	A priori procjena varijabli stanja
$\hat{x}(k k)$	-	A posteriori procjena varijabli stanja
$\hat{\epsilon}(k k-1)$	-	Procjena predikcijske pogreške Kalmanovog filtra

---

$\mathbf{v}$	-	Vektor stohastičkih perturbacija varijabli stanja $\mathbf{x}$
$\tau_p$	s	Vremenska konstanta polarizacije
$\hat{\tau}_p$	s	Rekonstruirana vremenska konstanta polarizacije

---

**SAŽETAK**

U sklopu ovog rada dan je pregled tehnologija litij-ionskih sekundarnih baterija, prednosti i nedostataka pojedinih elektrokemijskih sastava prisutnih na tržištu, te su u tom kontekstu istaknute karakteristike litij-titanat baterija koje ih opravdavaju kao atraktivan izbor za mnoga područja primjene. Dalje se u radu ukratko objašnjavaju relevantne vrste modela baterije, s naglaskom na model nadomjesnog strujnog kruga baterijske ćelije, te izvođenjem prijenosnih funkcija u svim formama potrebnima za provođenje daljnjih koraka. Također je dan i pregled parametara dobivenih eksperimentalnim putem za litij titanat bateriju kao i pregled modela u obliku blok dijagrama. Nakon što su dane sve potrebne informacije na razini modela baterije, nastavlja se s dizajniranjem estimatora parametara baterije. Najprije je dan teorijski pregled Kalmanovog filtra u osnovnoj i proširenoj formi, uz sve potrebne izraze za njegovu implementaciju u MATLAB/Simulink okruženju. Zatim su prikazani rezultati simulacija korištenjem nelinearnog modela baterije sa i bez mapa parametara. Isto je ponovljeno i za estimator parametara zasnovan na konceptu adaptivnog modela procesa, uz razliku što je kod njega korišten isključivo model baterije koji sadrži mape parametara. Takav je estimator zatim integriran u model sustava punjenja te su prikazani rezultati simulacija za različite struje punjenja i za različite početne vrijednosti stanja napunjenosti baterije.

Ključne riječi: Estimatori parametara; litij-titanat (LTO) baterijska ćelija; prošireni oblik Kalmanovog filtra (EKF); adaptivni estimator s referentim modelom (SRAM); Matlab/Simulink; simulacije.

---

**SUMMARY**

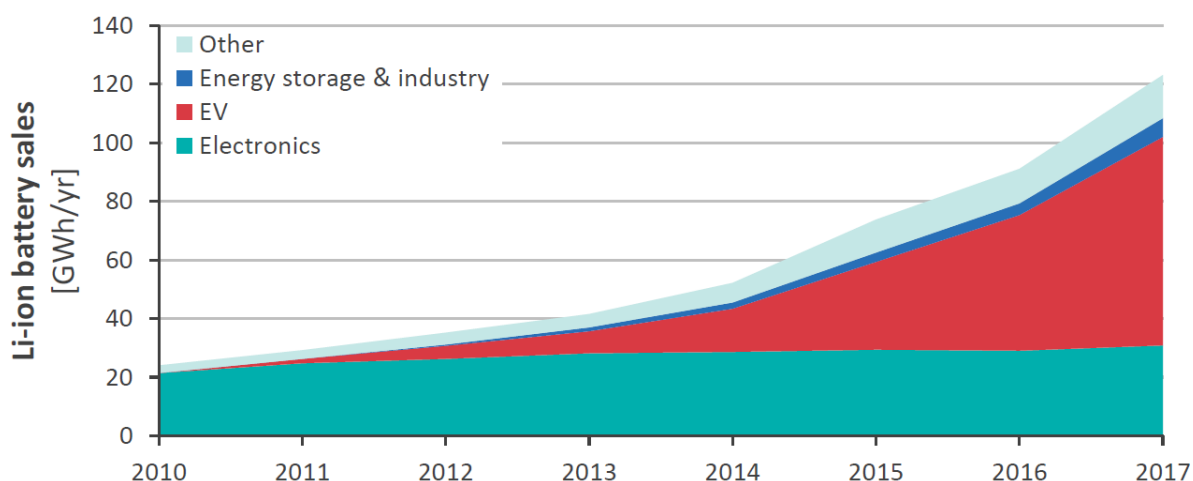
In this paper, a review of lithium-ion secondary battery technologies is given, along with the advantages and disadvantages of the individual electrochemical compositions present on the market. In this context, the characteristics of lithium-titanate batteries are highlighted, which are an attractive choice for many application areas. Further in the paper, the relevant types of battery models are briefly explained, with an emphasis on the model of the equivalent circuit of the battery cell, and the derivation of transfer functions in all forms required for carrying out further steps. A review of the parameters obtained experimentally for the lithium titanate battery is also given, as well as a review of the model in the form of a block diagram. After all the necessary information has been provided at the battery model level, the design of the battery parameter estimator is continued. First, a theoretical review of the Kalman filter is given in basic and extended form, with all the necessary expressions for its implementation in the MATLAB/Simulink environment. Then, simulation results are shown using a nonlinear battery model with and without parameter maps. The same was repeated for the parameter estimator based on the concept of the adaptive process model, with the difference that it used exclusively the battery model that contains parameter maps. Such an estimator was then integrated into the battery charging system model and simulation results are shown for different charging currents and for different initial values of the battery state of charge.

Key words: Parameter estimators; lithium-titanate (LTO) battery cell; extended Kalman filter (EKF); System Reference Adaptive Model (SRAM); Matlab/Simulink; simulations.

## 1. UVOD

### 1.1. Pregled tehnologija litij-ionskih baterija

Litij ionske baterije su ušle na tržište 1990-ih te su primarno bile korištene u raznim elektroničkim uređajima. Do 2010. godine njihov se je udio na tržištu značajno povećao. U nadolazećim je godinama stagnirao rast njihove primjene u elektroničkim uređajima, ali je popularizirana njihova primjena u električnim automobilima koja je ujedno zauzela i vodeće mjesto njihove primjene. Također je zabilježen i rast njihove primjene u svrhu skladištenja energije [1]. Slika 1 prikazuje spomenute trendove.



Slika 1 Trendovi primjene Li-on baterija

Li-on baterije mogu biti proizvedene od različitih kombinacija materijala, no kao grupa, karakterizirane su visokim vrijednost gravimetrijske gustoće energije, volumne gustoće energije i snage, te relativno dugim životnim vijekom i niskom stopom samo-pražnjenja [2]. Upravo se navedenim karakteristikama može pripisati njihovo vodeće mjesto u primjeni kod električnih vozila. Glavni nedostatak Li-on baterija su problemi povezani uz temperaturnu stabilnost i sigurnost prouzrokovani kemijskim reakcijama koje za posljedicu imaju oslobađanje kisika u slučaju pregrijavanja litijeve katode, te u konačnici mogu rezultirati zapaljenjem baterije. Takav događaj može biti prouzrokovan neadekvatnom vanjskom temperaturom pri primjeni, punjenjem ili pražnjenjem baterije izvan predviđenih granica te punjenjem baterije prevelikim strujama [2].

Kako je već spomenuto, Li-on baterije se proizvode od različitih kombinacija materijala te unatoč prethodno navedenim generalnim obilježjima grupe, odabirom materijala značajno utječemo na karakteristike same baterije. Tako ćemo materijal odabrati ovisno o zahtjevima samog sustava za koji će se baterije primjenjivati. Neki sustavi će zahtijevati visoke vrijednosti volumne gustoće energije ili snage, dok će za druge ključan biti životni vijek ili niski troškovi [2]. Slika 2 prikazuje usporedbu ćelija različitog kemijskog sastava iz koje se mogu vidjeti prednosti i nedostaci kemijskih sastava pojedinih Li-on baterija.

Key active material	lithium nickel manganese cobalt oxide	lithium manganese oxide	lithium nickel cobalt aluminium	lithium iron phosphate	lithium titanate
Technology short name	NMC	LMO	NCA	LFP	LTO
Cathode	$\text{LiNi}_x\text{Mn}_y\text{Co}_{1-x-y}\text{O}_2$	$\text{LiMn}_2\text{O}_4$ (spinel)	$\text{LiNiCoAlO}_2$	$\text{LiFePO}_4$	variable
Anode	C (graphite)	C (graphite)	C (graphite)	C (graphite)	$\text{Li}_4\text{Ti}_5\text{O}_{12}$
Safety					
Power density					
Energy density					
Cell costs advantage					
Lifetime					
BES system performance					

**Slika 2 Usporedba Li-on baterija različitih kemijskih sastava**

Trenutno je grafit najčešće korišten materijal anoda Li-on baterija. Možemo vidjeti da LTO baterije u prikazanoj gruboj usporedbi imaju slična svojstva kao  $\text{LiFePO}_4$  [Slika 2]. Iz tog ćemo razloga ući u malo detaljnije razmatranje LTO baterija kako bismo objasnili zašto su nam one atraktivne unatoč višoj cijeni.

LTO baterije imaju prednost u vidu snage i kemijske stabilnosti, dok u isto vrijeme povećana agilnost iona u strukturi omogućuje režime brzog punjenja. Također ih karakterizira i izrazita termalna stabilnost u stanju punjenja i pražnjenja.

Titan ima viši referentni potencijal u odnosu na grafit, čime je snižen napon same baterije, a posljedično i volumna gustoća energije. Unatoč tome, LTO baterije su sigurnije od ostalih Li-on baterija. Visok potencijal anode LTO baterije preventira probleme povezane uz razgradnju materijala elektrolita, koji uključuju povećanu mogućnost pregrijavanja, smanjenje kapaciteta baterije tijekom vremena, i ostale probleme vezane uz starenje [2].

## 2. DINAMIČKI MODEL BATERIJE

Modeliranje baterije služi za predviđanje i optimizaciju nekih osnovnih parametara baterije, poput SOC-a, vijeka trajanja baterije te karakteristika punjenja i pražnjenja. Tijekom godina razvijeno je mnoštvo različitih modela baterije u svrhu pokrivanja mnoštva različitih grana primjene. Modeli se razlikuju u složenosti, ulaznim parametrima, dostupnim izlazima i točnosti.

Modeli se s obzirom na pristup modeliranju mogu podijeliti na:

- Elektrokemijske modele
- Električne modele
- Termalne modele
- Mehaničke modele
- Molekularne modele
- Kombinaciju interdisciplinarnih modela (elektro-termalni, ...)

U svrhu estimacije stanja napunjenosti baterije zanimljivi su nam elektrokemijski i električni modeli [3].

### 2.1. Elektrokemijski modeli

Za praćenje stanja napunjenosti baterije (SOC) i stanja zdravlja baterije (SOH), precizan i visoko pouzdan matematički model mora biti kombiniran s preciznom i robusnom strategijom estimacije. Za primjenu u električnim vozilima praćenje SOC-a i SOH-a je zahtjevan zadatak jer postoji mnoštvo parametara koji su u zajedničkoj interakciji i utječu na performanse baterije. Neki od faktora koji utječu na modele baterije i točnost estimacije su: nesrazmjer u karakteristikama između pojedinih ćelija, samopražnjenje, efekti starenja, gubitak kapaciteta kroz vrijeme, i temperaturni efekti koji nisu opisani od strane proizvođača.

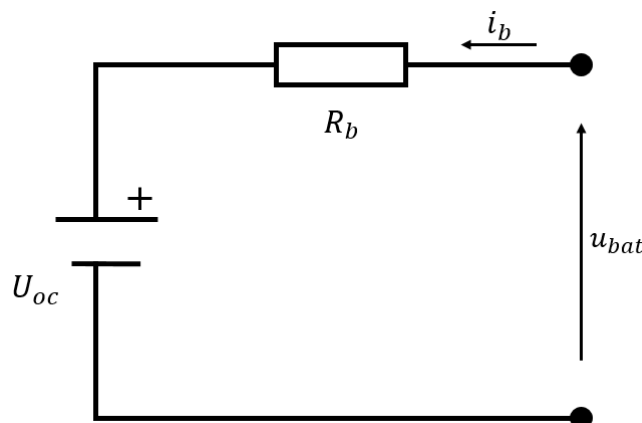
S obzirom na zahtjeve praćenja stanja baterije, elektrokemijski modeli imaju prednost iz razloga što pružaju mogućnost predviđanja fizikalnih limita baterije. No u isto vrijeme, taj pristup sa sobom nosi povećane troškove, vremenski je zahtjevan i često ne možemo dobiti sve parametre. Zbog negativnih strana ovog pristupa, mi se u ovom radu nećemo služiti elektrokemijskim modelom [3].

### 2.2. Električni modeli

Električni modeli koriste nadomjesni strujni krug (ECM) kako bi dobili tražene karakteristike baterije. Sastoji se od kombinacije sljedećih elemenata: izvora struje, kondenzatora i otpornika. Postoji više različitih električnih modela, te se neki od njih također mogu koristiti za estimaciju stanja [3].

### 2.2.1. Statički Theveninov model baterije

Slika 3 prikazuje nadomjesni strujni krug za statički Theveninov model baterije. Model je krajnje jednostavan te se sastoji od idealnog naponskog izvora  $U_{oc}$  spojenog u seriju s unutarnjim otporom  $R_b$ . Zbog svoje jednostavnosti ne uzima u obzir utjecaj elektrokemijskih reakcija unutar ćelije. Također, pripada u skupinu linearnih modela, što nije prikladno za estimaciju SOC-a u praktičnoj uporabi [4].



Slika 3. Statički Theveninov model baterije

### 2.2.2. Theveninov model baterije

Slika 4 prikazuje nadomjesni strujni krug za Theveninov model baterije koji je dobiven proširivanjem statičkog Theveninovog modela modela s paralelnom RC granom. RC grana je dodana u model zbog simulacije polarizacijskih efekata prilikom punjenja i pražnjenja baterije [4].

Unutarnji otpor,  $R_b$ , predstavlja trenutnu promjenu odziva u procesima punjenja i pražnjenja, dok RC krug odražava postupnu promjenu [3]. RC krug sastoji se od polarizacijskog otpora,  $R_p$ , i polarizacijskog kapaciteta,  $C_p$ . Pad napona RC kruga je  $U_p$ .

S praktičnog aspekta, unutarnjim otporom modeliramo otpor materijala elektroda, elektrolita, dijafragme te otpor prouzročen dodiranjem raznih dijelova. Polarizacijskim otporom, kako mu i samo ime govori, modeliramo polarizacijski učinak tijekom elektrokemijske reakcije [3].

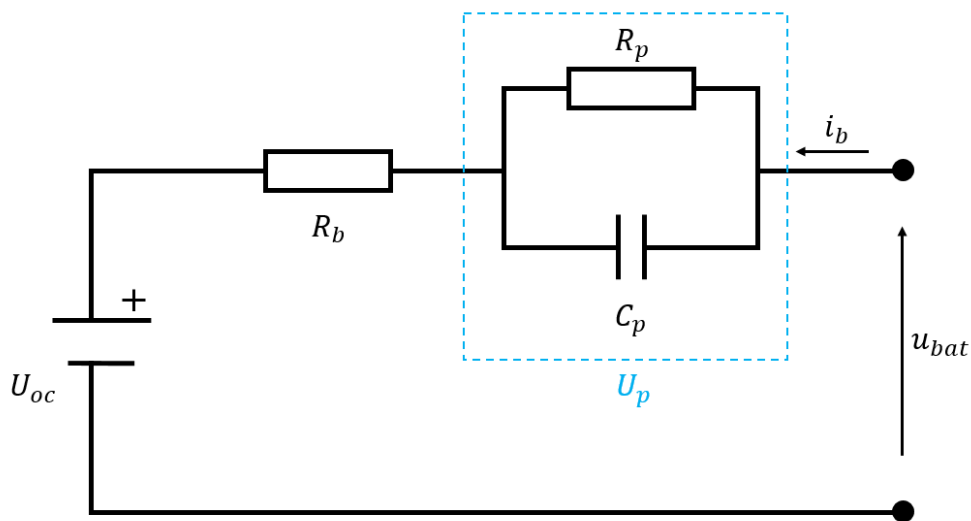
Terminalni napon baterije opisan je jednadžbom:

$$u_{bat} = U_{oc} + R_b \cdot i_b + U_p \quad (1)$$

Pri čemu vrijedi sljedeće:



$$U_p = R_p \cdot i_r \quad (2)$$



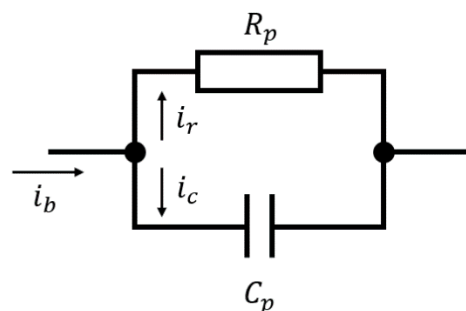
Slika 4 Theveninov model baterije

#### 2.2.2.1. Jednadžbe strujnog kruga

Cilj ovog poglavlja bit će nam definirati jednadžbu stanja napunjenosti baterije, te izraziti jednadžbu za terminalni napon baterije na način da i polarizacijski napon izrazimo preko struje  $i_b$ .

Krenut ćemo od sređivanja jednadžbe za terminalni napon baterije.

Slika 5 prikazuje RC strujni krug i struje koje teku kroz pojedinu granu tog kruga, sa svrhom boljeg razumijevanja jednadžbi danih u nastavku.



Slika 5 RC strujni krug

Struja koja prolazi kroz granu kondenzatora može se izraziti kao:

$$i_c = C_p \cdot \frac{dU_p}{dt} \quad (3)$$

Prebacivanjem jednadžbe (3) u s-domenu, dobivamo sljedeći izraz:

$$U_p = \frac{i_c}{C_p \cdot s} \quad (4)$$

S obzirom da su elementi  $R_p$  i  $C_p$  spojeni u paralelu, za slučaj kada je kondenzator pun, možemo izjednačiti napon  $U$  s padom napona na otporniku  $R_p$ :

$$\frac{i_c}{C_p \cdot s} = i_r \cdot R_p \quad (5)$$

Iz jednadžbe (5), struju  $i_c$  možemo izraziti kao:

$$i_c = C_p \cdot s \cdot i_r \cdot R_p \quad (6)$$

Prema I. Kirchhoffovom zakonu [Slika 5] možemo vidjeti da vrijedi:

$$i_b = i_c + i_r \quad (7)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (6) u jednadžbu (7) i sređivanjem izraza, dobivamo:

$$i_b = C_p \cdot s \cdot i_r \cdot R_p + i_r \quad (8)$$

Iz jednadžbe (8) možemo izraziti struju  $i_r$  kao:

$$i_r = \frac{i_b}{R_p \cdot C_p \cdot s + 1} \quad (9)$$

Uvođenjem sljedećeg izraza:

$$\tau_p = R_p \cdot C_p \quad (10)$$

Jednadžbu (9) možemo zapisati kao:

$$i_r = \frac{i_b}{\tau_p s + 1} \quad (11)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (11) u polaznu jednadžbu (2) dobivamo:

$$U_p = \frac{1}{\tau_p s + 1} i_b \cdot R_p \quad (12)$$

Te u konačnici terminalni napon baterije možemo izraziti kao:

$$u_{bat} = U_{oc} + R_b \cdot i_b + \frac{1}{\tau_p s + 1} \cdot i_b \cdot R_p \quad (13)$$

Jednadžbu stanja napunjenosti baterije definirat ćemo preko električnog naboja čime dobivamo sljedeći izraz:

$$\xi = \frac{Q_b(s)}{Q_{max}} = \frac{1}{Q_{max}} \frac{i_b(s)}{s} \quad (14)$$

A prebacivanjem jednadžbe (14) u vremensku domenu dobivamo:

$$\xi = \xi_0 + \frac{1}{Q_{max}(I_b)} \cdot \int_0^t i_b \cdot dt \quad (15)$$

Jednadžbu (13) također možemo zapisati u obliku:

$$u_{bat} - U_{oc} = \left( R_b + \frac{R_p}{\tau_p s + 1} \right) \cdot i_b \quad (16)$$

Sređivanjem jednadžbe (16) i uvođenjem sljedećih izraza:

$$a_p = \frac{1}{\tau_p} \quad (17)$$

$$b_1 = R_b \quad (18)$$

$$b_0 = a_p \cdot (R_b + R_p) \quad (19)$$

Dobivamo konačan oblik modela u s-domeni, bez normiranja ulaznih i izlaznih veličina:

$$u_{bat} - U_{oc} = \left( \frac{b_1 s + b_0}{s + a_p} \right) \cdot i_b \quad (20)$$

Kako bismo dobili normirani oblik jednadžbe (20), izlučit ćemo normirajuće faktore  $U_0$  i  $I_0$ :

$$U_0 \cdot [u_{bat,n} - U_{oc,n}] = I_0 \cdot \left( \frac{b_1 s + b_0}{s + a_p} \right) \cdot i_{b,n} \quad (21)$$

Konačan oblik modela u s-domeni, s normiranim ulaznim i izlaznim veličinama glasi:

$$u_{bat,n} - U_{oc,n} = \left( \frac{b_{1,n} s + b_{0,n}}{s + a_p} \right) \cdot i_{b,n} \quad (22)$$

Pri čemu vrijedi:

$$a_p = \frac{1}{\tau_p} \quad (23)$$

$$b_{1,n} = R_b \cdot \frac{I_0}{U_0} \quad (24)$$

$$b_{0,n} = a_p \cdot (R_b + R_p) \cdot \frac{I_0}{U_0} \quad (25)$$

Takav model možemo transformirati u z-domenu korištenjem ZOH elementa na ulazu:

$$Z \left\{ \frac{1 - e^{-st}}{s} \cdot \frac{b_{1,n} s + b_{0,n}}{s + a_p} \right\} = (1 - z^{-1}) \cdot Z \left\{ \frac{b_{1,n} s + b_{0,n}}{s \cdot (s + a_p)} \right\} \quad (26)$$

Jednadžba (26) može se zapisati i u obliku:

$$(1 - z^{-1}) \cdot Z \left\{ \frac{A}{s} + \frac{B}{s + a_p} \right\} = \frac{z - 1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{A}{s} + \frac{B}{s + a_p} \right\} \quad (27)$$

Iz čega se dobiva sljedeća forma prijenosne funkcije:

$$G(z) = \frac{(A + B) \cdot z - (a \cdot A + B)}{z - a} \quad (28)$$

Konačan oblik modela u z-domeni, s normiranim ulaznim i izlaznim veličinama glasi:

$$u_{bat,n} - U_{oc,n} = \left( \frac{b_{1,n} \cdot z + b_{0,n}}{z - a} \right) \cdot i_{b,n} \quad (29)$$

Pri čemu vrijedi:

$$a = e^{-a_p T} \quad (30)$$

$$b_{1,n} = R_b \cdot \frac{I_0}{U_0} \quad (31)$$

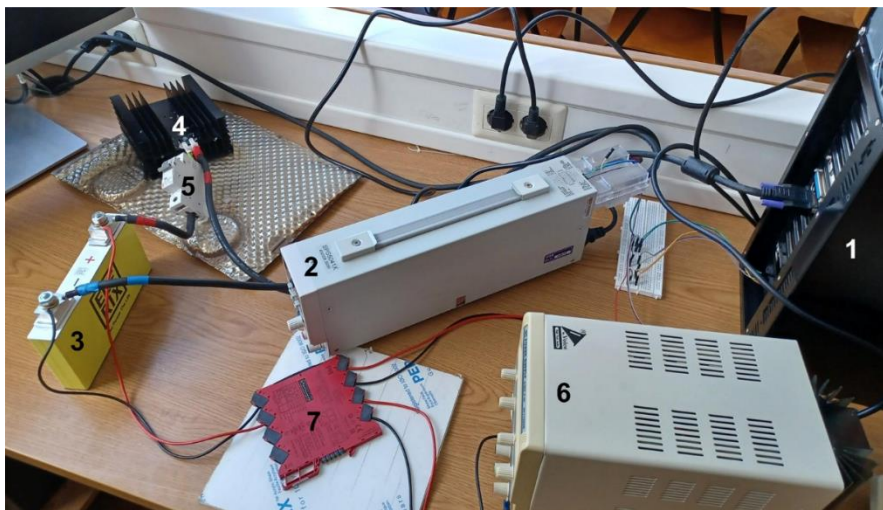
$$b_{0,n} = [R_p - a \cdot (R_b + R_p)] \cdot \frac{I_0}{U_0} \quad (32)$$

U jednadžbi (30), T predstavlja period uzorkovanja.

Diskretni zapis jednadžbe (29) koji ćemo kasnije koristiti u formulaciji proširenog Kalmanovog filtra glasi:

$$u_{bat,n}(k) = a \cdot u_{bat,n}(k - 1) + b_{1,n} \cdot i_{b,n}(k) + b_{0,n} \cdot i_{b,n}(k - 1) + U_{oc,n}(k) - a \cdot U_{oc,n}(k - 1) \quad (33)$$

### 2.3. Model LTO ćelije dobiven eksperimentalnom identifikacijom



**Legenda:** 1 - industrijsko računalo opremljeno karticama za akviziciju i upravljanje; 2 - DC/DC pretvarač; 3 - litij - titanat baterijska ćelija (30 Ah / 2.4 V); 4 - blokirajuća dioda; 5 - Osigurač; 6 - pomoćno 24 V<sub>dc</sub> napajanje; 7 - izolacijsko pojačalo za mjerenje napona

**Slika 6** Eksperimentalni postav

U svrhu provođenja raznih testiranja litijevih baterija, na Fakultetu je razvijen eksperimentalni postav [Slika 6]. On se sastoji od industrijskog računala koje sadrži akvizicijsku i upravljačku karticu. Računalo koristi odgovarajući upravljački softver te u realnom vremenu šalje naredbe koje upravljaju referencom na DC/DC pretvaraču. U svrhu punjenja i pražnjenja baterije, DC/DC pretvarač svojom integriranom funkcijom ograničava struju i napon. Strujni krug za punjenje i pražnjenje baterije ujedno sadrži i blokirajuću diodu velike snage koja sprječava povratni tok struje u slučaju neispravnog spajanja stezaljki, te sadrži i namjenski prekidač kao zaštitu od prekomjernih struja. U svrhu provođenja testiranja, potrebno je i izolirati kanal za mjerenje napona baterije s terminala napajanja DC/DC pretvarača na akvizicijskoj i upravljačkoj kartici. Iz tog razloga testni postav također ima izolacijsko pojačalo za mjerenje napona sa zasebnim napajanjem.

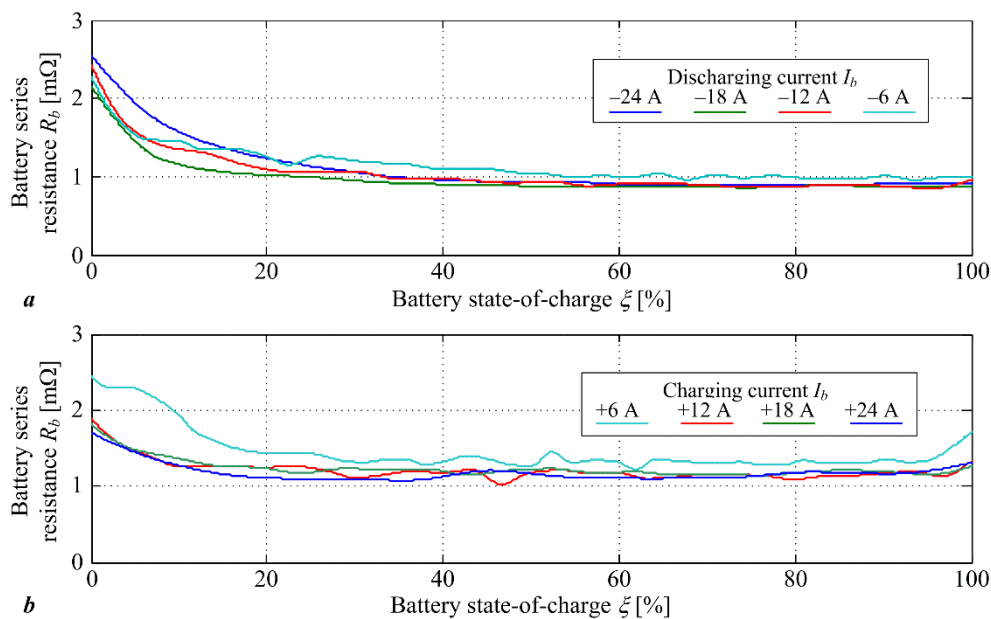
Na takvom testnom postavu provedeni su testovi punjenja i pražnjenja komercijalne 30Ah/2,4V/6C LTO baterije. Cilj testiranja bio je snimanje mapa parametara modela nadomjesnog strujnog kruga baterije. Parametri su snimljeni s obzirom na stanje napunjenosti baterije i s obzirom na struju baterije, a provedeni su i za slučaj punjenja i za slučaj pražnjenja. Tijekom testiranja, struja DC/DC pretvarača uvećana je dodatnim signalom pseudoslučajnog binarnog niza kako bi se dobila krajnja referentna struja [5]. Amplituda PRBS signala od vrha do vrha iznosila je 8A, točnije,  $\pm 4A$ . Uzorkovanje je provedeno s vremenom uzorkovanja od jedne sekunde, što je relativno velika vrijednost. Kako bi se eliminirali učinci aliasinga koje takva vrijednost vremena uzorkovanja može prouzročiti, mjerenje struja baterije DC/DC pretvarača i napona na terminalu baterije preduzorkovano je s periodom od 2ms i dodatno filtrirano s niskopropusnim filterom.

U nastavku su prikazani grafovi, tj. dvodimenzionalne mape parametara, koje prikazuju vrijednosti parametara nadomjesnog strujnog kruga baterije dobivene testiranjem. Spomenuti parametri su sljedeći:  $R_b(\xi, i_b)$ ,  $R_p(\xi, i_b)$  i  $\tau_p(\xi, i_b)$ . Svi prikazani grafovi odnose se na parametre 30Ah/2,4V/6C LTO baterije, te svaki graf sadrži vrijednosti parametara za četiri vrijednosti struje punjenja baterije: 6A, 12A, 18A i 24A. Struja je pozitivnog ili negativnog predznaka ovisno o tome dali se radi o slučaju punjenja ili o slučaju pražnjenja baterije [Slika 7 - Slika 9].

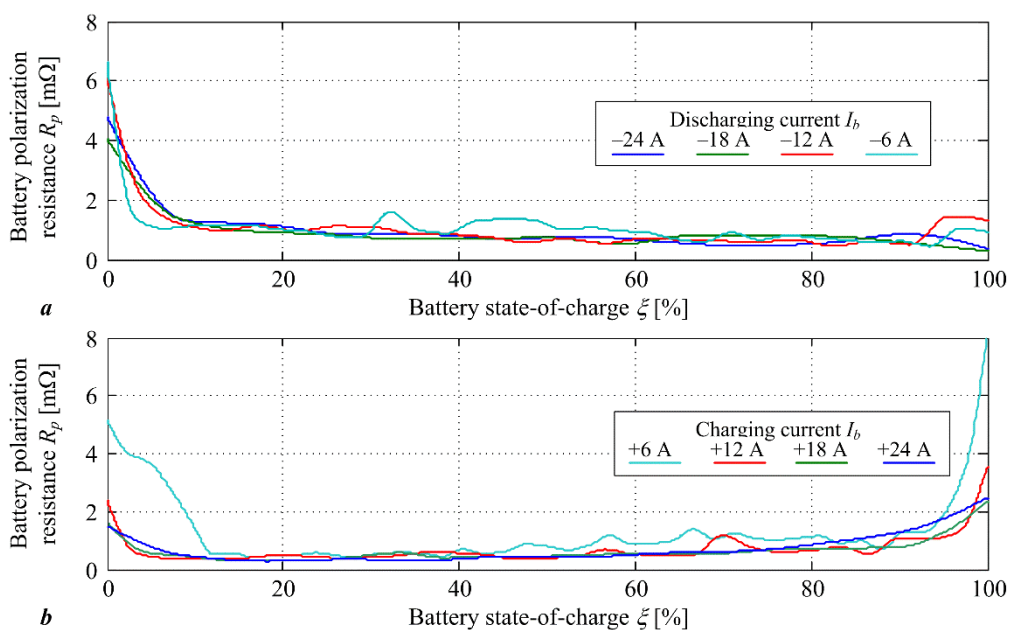
Iz prikazanog možemo zaključiti da serijski i polarizacijski otpor baterije imaju relativno niske vrijednosti u intervalu kada je SoC u srednjem rasponu vrijednosti. Konkretno, radi se o vrijednostima otpora od približno 1-2 m $\Omega$ . S druge strane, potrebno je obratiti pozornost na vrijednosti parametara u rubnim slučajevima. To su slučajevi kada su vrijednosti SoC-a blizu

ispražnjenom stanju ( $\xi \rightarrow 0\%$ ) ili kada su blizu potpuno napunjenom stanju ( $\xi \rightarrow 100\%$ ). Iz priloženih grafova, možemo vidjeti da u takvim slučajevima krivulje ovisnosti parametara o stanju napunjenosti baterije imaju odstupanja od prethodno spomenutih vrijednosti od 1-2 m $\Omega$ . Konkretno, kod serijskog otpora možemo vidjeti porast vrijednosti do približno 2.5 m $\Omega$ , dok se kod polarizacijskog otpora vrijednosti kreću i do 8 m $\Omega$ .

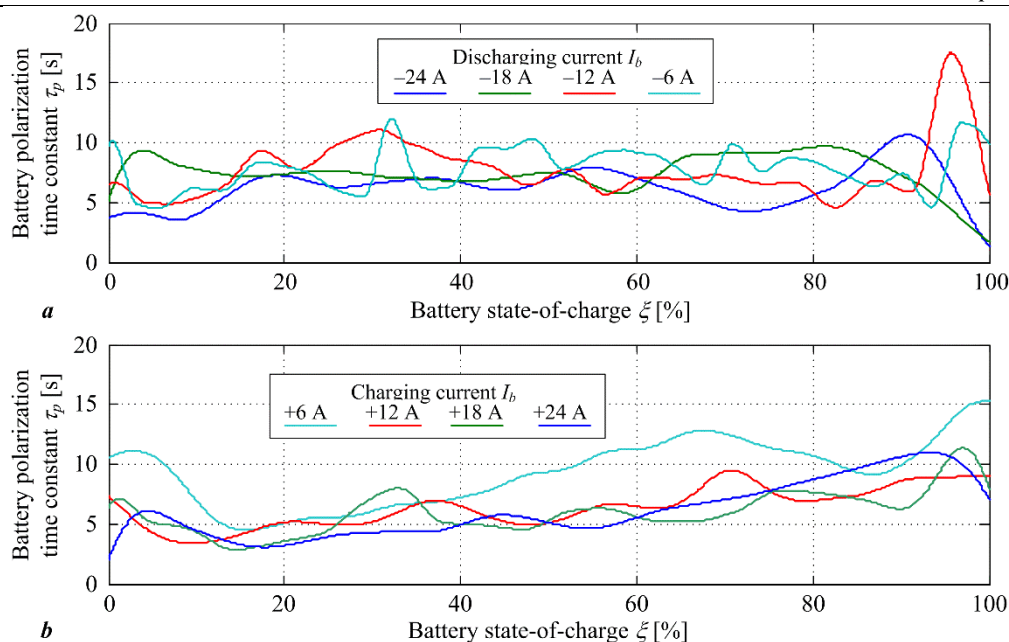
Vremenska konstanta polarizacije poprima vrijednosti između 2 i 12 s, koje su također izrazito ovisne o struji baterije i stanju napunjenosti.



**Slika 7 Unutarnji otpor u ovisnosti o stanju napunjenosti baterije**

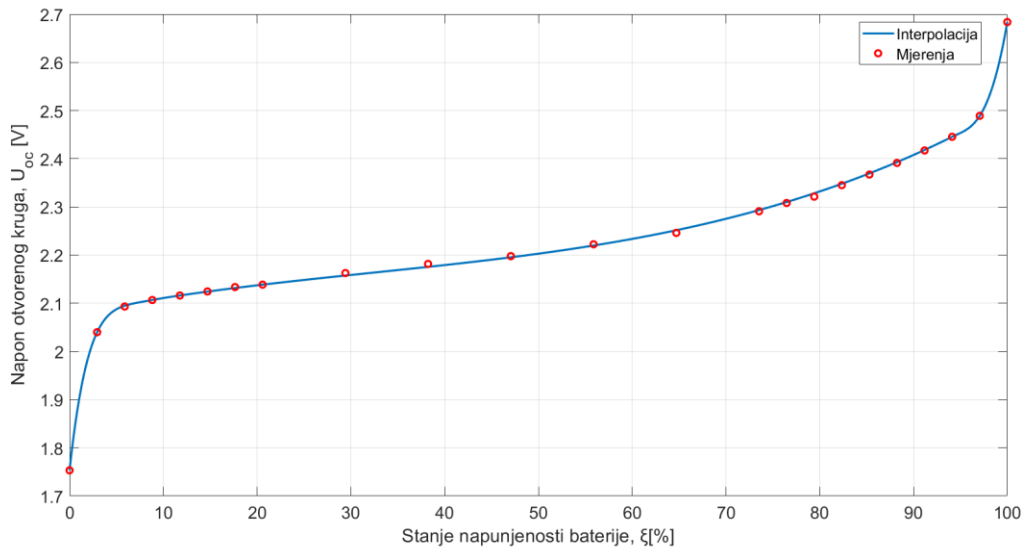


**Slika 8 Polarizacijski otpor u ovisnosti o stanju napunjenosti baterije**



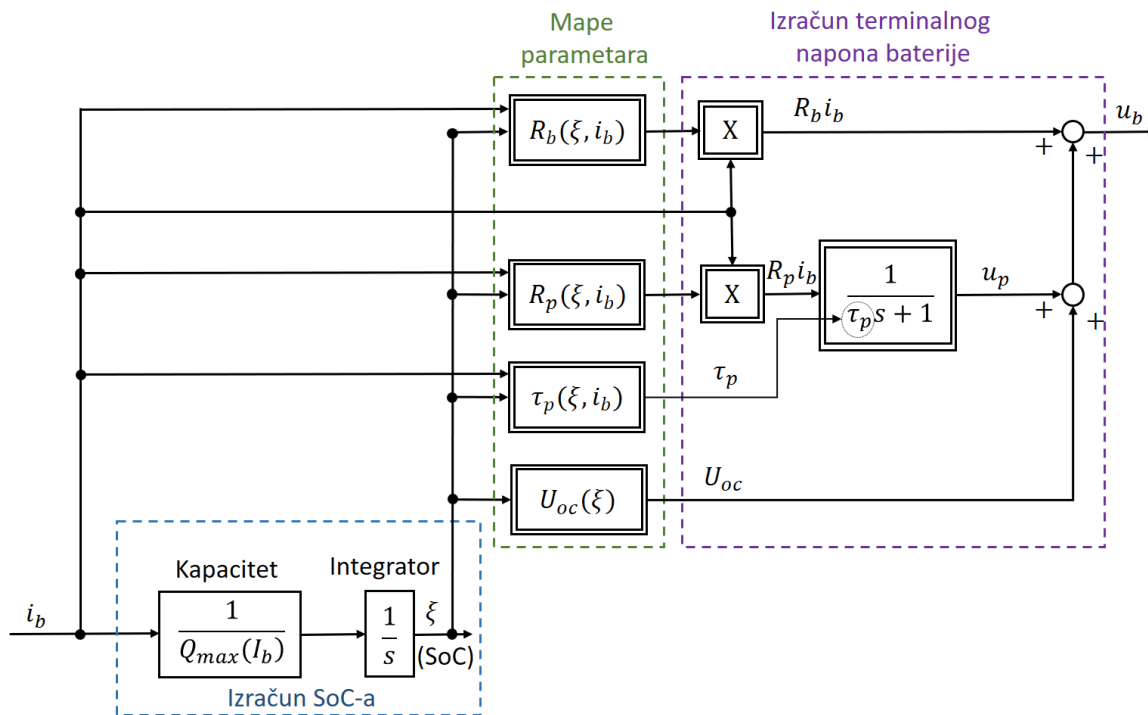
**Slika 9** Vremenska konstanta polarizacije u ovisnosti o stanju napunjenosti baterije

U ovom ćemo poglavlju prikazati još i krivulju napona otvorenog kruga u ovisnosti o stanju napunjenosti baterije. Prikazane vrijednosti su se dobile provođenjem punjenja baterije konstantnom strujom, koja je u ovom slučaju iznosila 6A. Testiranje je karakterizirano time da se punjenje provodi u periodičnim intervalima između kojih baterija ima razdoblje rekuperacije, čije trajanje iznosi najmanje dva sata, i razdoblje smirivanja napona. Razlog za takvo periodično punjenje baterije je taj da se na taj način smanjuje utjecaj polarizacijskih procesa na dobivene rezultate pa u konačnici imamo točnije rezultate mjerenja. Također, s obzirom da je poznato kako tipična krivulja ovisnosti napona otvorenog kruga o SoC-u izgleda, znamo u kojim se dijelovima očekuje linearna karakteristika a u kojim dijelovima nelinearna karakteristika pa sukladno tome prilagođavamo struju punjenja. Konkretno, kako bismo dobili bolju točnost rezultata u dijelovima nelinearne karakteristike, punjenje se provodi s manjim iznosima struje. Slika 10 prikazuje rezultate dobivene prethodno opisanim testiranjem. Crvenim kružićima prikazani su dobiveni rezultati, koje je zatim trebalo interpolirati prikladnom funkcijom. Ako pogledamo dobivene rezultate, možemo vidjeti da za srednji raspon vrijednosti stanja napunjenosti baterije dobivena mjerenja imaju gotovo linearno ponašanje, no za rubne vrijednosti SoC-a ponašanje postaje izrazito nelinearno. U konačnici je za interpolaciju odabrana kubična segmentna krivulja koja dobro interpolira mjerenja i daje izgladenu krivulju karakteristika. Ta je krivulja označena plavom bojom [Slika 10].



**Slika 10** Napon otvorenog kruga ( $U_{oc}$ ) u ovisnosti i stanju napunjenosti baterije ( $\xi$ )

Eksperimentalno dobivene mape parametara nadomjesnog strujnog kruga baterije koje smo prethodno predstavili, korištene su u sklopu nelinearnog simulacijskog modela baterije. Slika 11 prikazuje blok dijagram tog modela. Model je temeljen na jednadžbama (13) i (14) a implementiran je unutar MATLAB/Simulink softwareskog paketa.



**Slika 11** Blok dijagram nadomjesnog strujnog kruga baterije



### 3. ESTIMATORI PARAMETARA

#### 3.1. Kalmanov filter

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}(k-1)\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}(k-1)\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{\Omega}(k-1)\mathbf{v}(k-1) \quad (34)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{e}(k) \quad (35)$$

Algoritam Kalmanovog filtra sastoji se od dva koraka. U prvom koraku, koji se ujedno naziva i prediktivnim korakom, računamo procjenu stanja koristeći jednadžbu (37) koja se temelji na svim dostupnim mjerenjima osim na onom u trenutku  $k$ . Iz tog se razloga takva procjena stanja ujedno naziva i apriornom procjenom stanja. U prediktivnom koraku koristeći jednadžbu (36) također računamo i apriornu matricu kovarijance odstupanja procjene [6], [7].

Jednadžbe predikcije:

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \mathbf{F}(k-1)\mathbf{P}(k-1|k-1)\mathbf{F}^T(k-1) + \mathbf{\Omega}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{\Omega}^T(k-1) \quad (36)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) = \mathbf{F}(k-1)\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) + \mathbf{G}(k-1)\mathbf{u}(k-1) \quad (37)$$

U drugom koraku, koji se ujedno naziva i korektivnim korakom, sustav dobiva mjerenja iz trenutka  $k$ . Pomoću novih mjerenja vrši se ispravak procjene dobivene u prethodnom koraku jednadžbom (40). Tako dobiveni rezultati ujedno se nazivaju i aposteriornom procjenom. U svrhu računanja ispravljene procjene stanja, potrebno je izračunati vrijednost Kalmanovog pojačanja za što je izraz dan jednadžbom (38)[6],[7].

Jednadžbe korekcije:

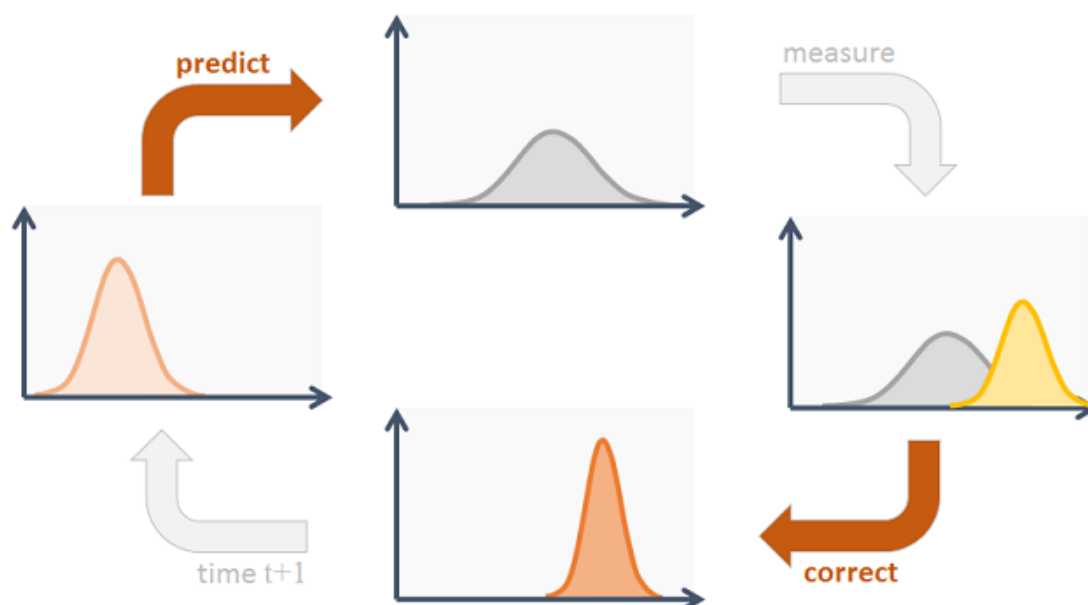
$$\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}(k)^T}{\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}(k)^T + \mathbf{R}(k)} \quad (38)$$

$$\mathbf{P}(k|k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)]\mathbf{P}(k|k-1) \quad (39)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k)\hat{\mathbf{e}}(k|k-1) \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}(k|k-1) &= \mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k|k-1) \\ &= \mathbf{y}(k) - [\mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{D}(k)\mathbf{u}(k)] \end{aligned} \quad (41)$$

Za razumijevanje algoritma bitno je napomenuti da ispravljena procjena stanja u sljedećem vremenskom koraku postaje apriornom procjenom. Nakon svake iteracije, proces se ponavlja. Slika 12 vizualno predočava spomenuti proces [8].



Slika 12 Iterativni proces algoritma Kalmanovog filtra

### 3.2. Prošireni Kalmanov filter

Kako je već spomenuto, klasičan Kalmanov filter koristi se za linearne sustave. No u praktičnim problemima često radimo s nelinearnim sustavima, te se u takvim slučajevima može primijeniti prošireni Kalmanov filter (EKF). Kod EKF-a se vrši linearizacija jednadžbi oko estimiranog stanja i kovarijance iz koraka  $k-1$ . Linearizacija estimacije stanja u koraku  $k$  vrši se pomoću Taylorovog reda.

Jednadžbe koje opisuju nelinearni model su sljedeće:

$$x(k) = f(x(k-1), u(k-1), v(k-1)) \quad (42)$$

$$y(k) = h(x(k), e(k)) \quad (43)$$

A njihova linearna aproksimacija glasi:

$$x_0(k) = f(\hat{x}(k-1|k-1), u(k-1), \underline{0}) \quad (44)$$

$$x(k) = x_0(k) + F(k-1)(x(k-1) - \hat{x}(k-1|k-1)) + \Omega(k-1)v(k-1) \quad (45)$$

$$y(k) = h(x_0(k), \underline{0}) + H(k)(x(k) - x_0(k)) + \Psi(k)e(k) \quad (46)$$

U jednadžbama (44), (45) i (46),  $F, \Omega, H$  i  $\Psi$  predstavljaju Jakobijan matrice (matrice prvih parcijalnih derivacija). Definicije matrica su sljedeće:

$$\mathbf{F}(k-1) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \\ \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{v}=\underline{\mathbf{0}}}} \quad (47)$$

$$\mathbf{\Omega}(k-1) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \\ \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{v}=\underline{\mathbf{0}}}} \quad (48)$$

$$\mathbf{H}(k) = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0(k) \\ \mathbf{e}=\underline{\mathbf{0}}}} \quad (49)$$

$$\mathbf{\Psi}(k) = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{e}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0(k) \\ \mathbf{v}=\underline{\mathbf{0}}}} \quad (50)$$

Sljedeći izrazi opisuju prošireni oblik Kalmanovog filtra:

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1), \mathbf{u}(k-1), \underline{\mathbf{0}}) \quad (51)$$

$$\hat{\mathbf{e}}(k|k-1) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(k|k-1), \underline{\mathbf{0}}) \quad (52)$$

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \mathbf{F}(k-1)\mathbf{P}(k-1|k-1)\mathbf{F}^T(k-1) + \mathbf{\Omega}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{\Omega}^T(k-1) \quad (53)$$

$$\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}(k)^T}{\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}(k)^T + \mathbf{\Psi}(k)\mathbf{R}(k)\mathbf{\Psi}^T(k)} \quad (54)$$

$$\mathbf{P}(k|k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)]\mathbf{P}(k|k-1) \quad (55)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k) \hat{\mathbf{e}}(k|k-1) \quad (56)$$

Iz jednadžbi (51) do (56) možemo vidjeti da za EKF poslije linearizacije vrijede ista svojstva koja vrijede i kod običnog Kalmanovog filtra.

Implementacija proširenog Kalmanovog filtra za procjenu parametara baterije

U svrhu formulacije estimatora parametara baterije, varijacije parametara modela baterije modelirane su stohastičkim modelom:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{v}(k-1) \quad (57)$$

U jednadžbi (57),  $\mathbf{x}$  predstavlja vektor vremenski ovisnih parametara modela baterije dok  $\mathbf{v}$  predstavlja vektor stohastičkih perturbacija u parametrima modela, karakteriziranih perturbacijskom matricom kovarijanci  $\mathbf{Q}(k)$ .

Pri tome vrijedi:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{a} \ \mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_0 \ U_{oc}]^T \quad (58)$$

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_a \ \mathbf{v}_{b1} \ \mathbf{v}_{b0} \ \mathbf{v}_{U_{oc}}]^T \quad (59)$$

Jednadžba modela može se zapisati na sljedeći način:

$$\begin{aligned} u_{bat,n}(k) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(k), \boldsymbol{\theta}(k), \eta(k)), \\ &= a(k) \cdot u_{bat,n}(k-1) + b_{1,n}(k) \cdot i_{b,n}(k) + b_{0,n}(k) \\ &\quad \cdot i_{b,n}(k-1) + U_{oc,n}(k) - a(k) \cdot U_{oc,n}(k-1) + \eta(k) \end{aligned} \quad (60)$$

U jednadžbi (60)  $\boldsymbol{\theta}(k)$  predstavlja vektor mjerenja struje i napona baterije dok  $\eta(k)$  predstavlja Gaussov šum karakteriziran varijancom  $r(k)$ . Vrijedi:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{a} \ \mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_0 \ U_{oc}]^T \quad (61)$$

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_a \ \mathbf{v}_{b1} \ \mathbf{v}_{b0} \ \mathbf{v}_{U_{oc}}]^T \quad (62)$$

Za slučaj estimacije stanja napunjenosti kada nam  $\mathbf{u}_{bat,n}(k)$  predstavlja  $\mathbf{y}(k)$ , jednadžbe EKF-a glase:

$$\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k)\mathbf{H}(k)^T}{\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k)\mathbf{H}(k)^T + r(k)} \quad (63)$$

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k-1)\mathbf{H}(k-1)]\mathbf{P}(k-1) + \mathbf{Q}(k-1) \quad (64)$$

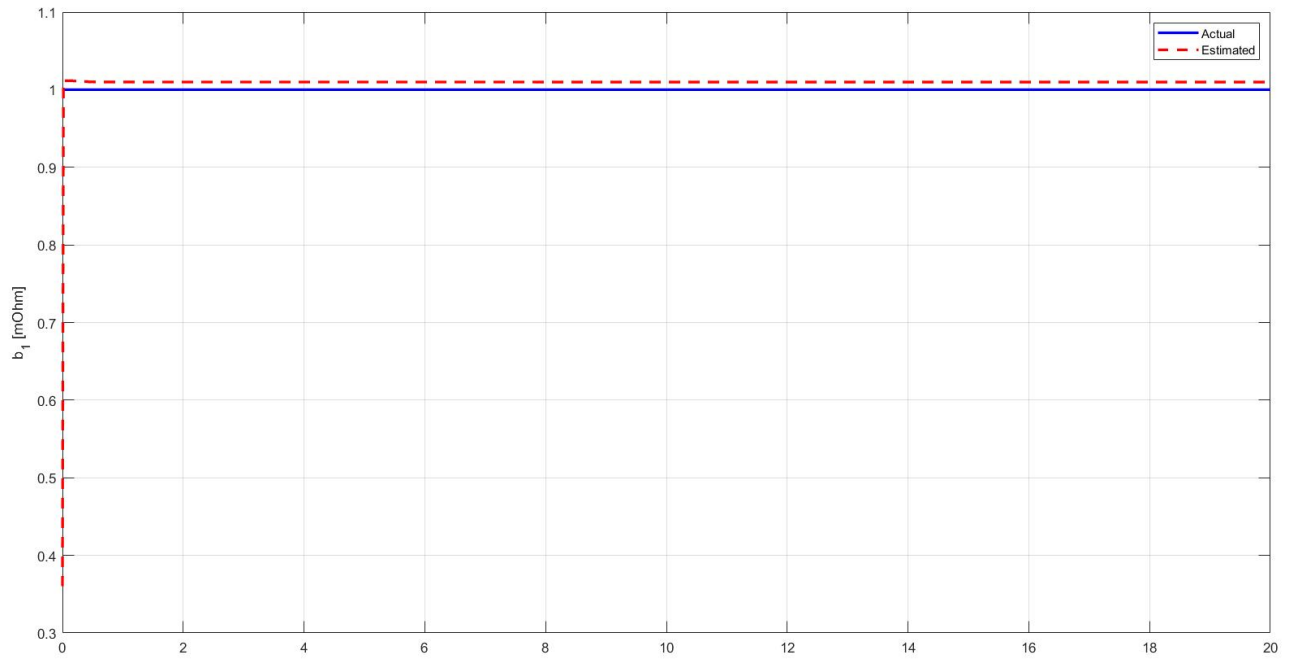
$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k-1) + \mathbf{K}(k)[u_{bat}(k) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(k-1), \boldsymbol{\theta}(k), \underline{0})] \quad (65)$$

Matrica parcijalnih derivacija  $\mathbf{H}(k)$  u ovom slučaju glasi:

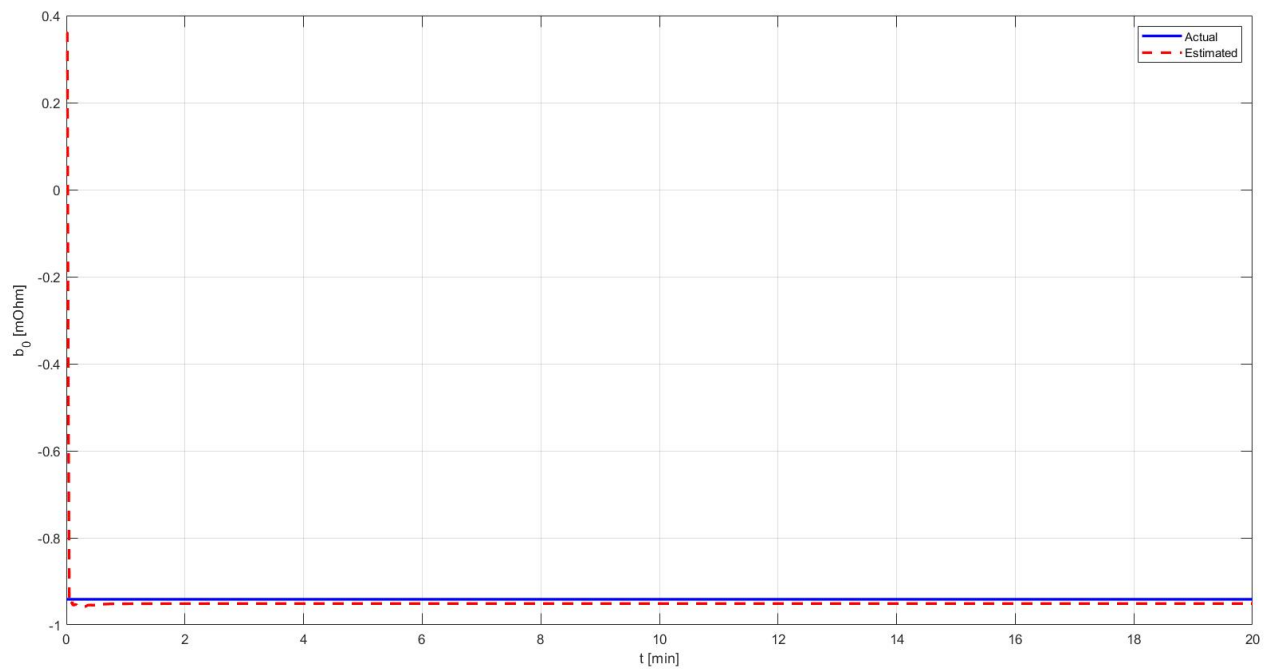
$$\mathbf{H}(k) = [i_b(k) \ i_b(k-1) \ u_b(k-1) \ 1] \quad (66)$$

### 3.2.1. Rezultati za model baterije s konstantnim parametrima

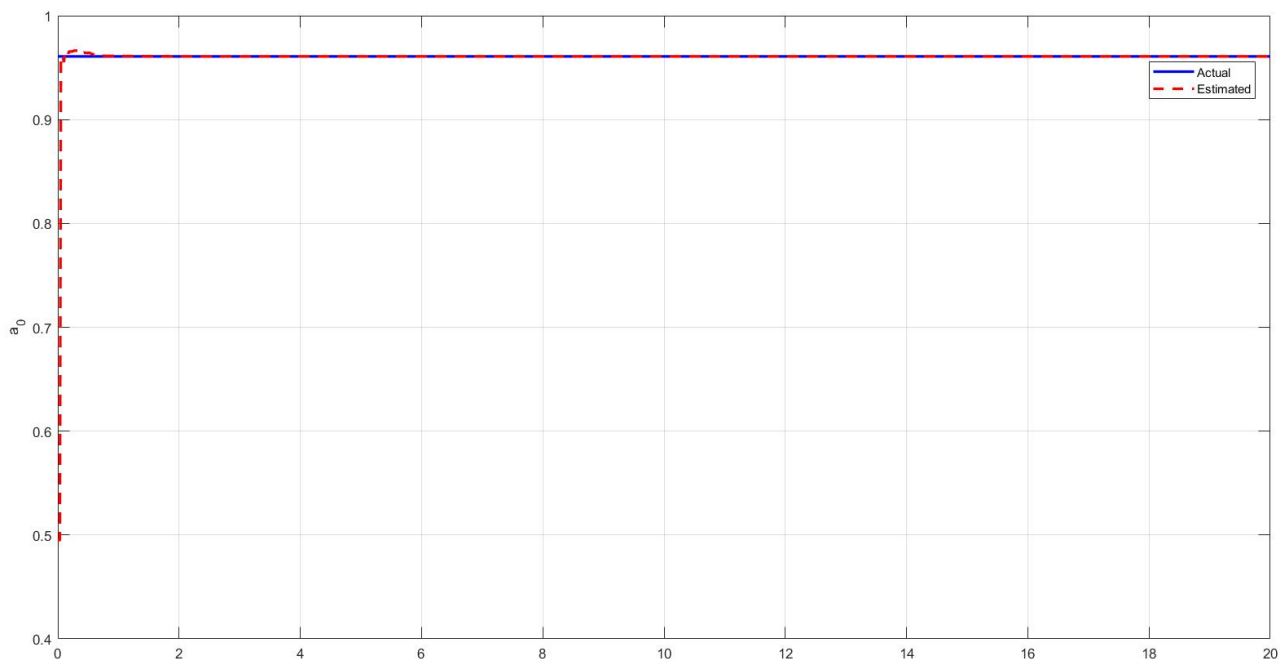
Na sljedećim slikama dana je usporedba stvarnih vrijednosti parametara nadomjesnog strujnog kruga baterije i rezultata estimacije tih parametara korištenjem modela baterije temeljenog na Theveninovom modelu integriranog s EKF algoritmom. Na ulaz takvog modela stavljen je generator slučajnih brojeva koji predstavlja signal struje sa šumom mjerenja. MATLAB kod koji je korišten za pokretanje ovakve simulacije kao i korišteni Simulink modeli, dani su u prilogima A-C.



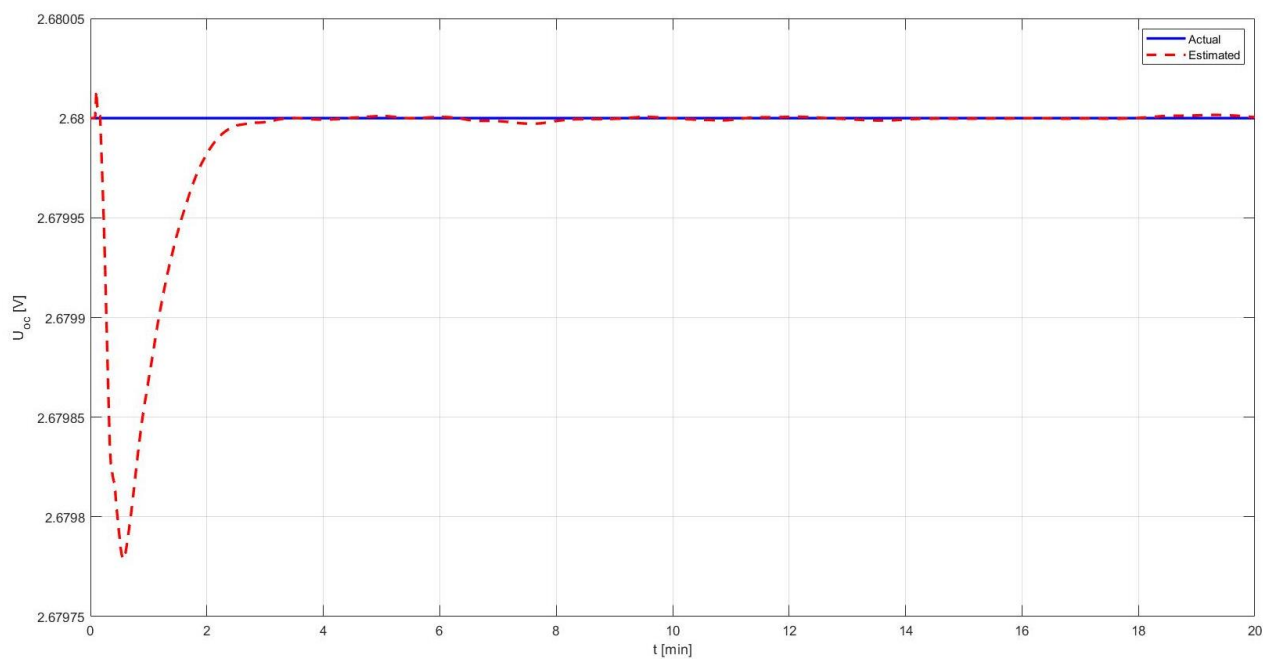
Slika 13 Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra  $b_1$



Slika 14 Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra  $b_0$



Slika 15 Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra  $a_0$

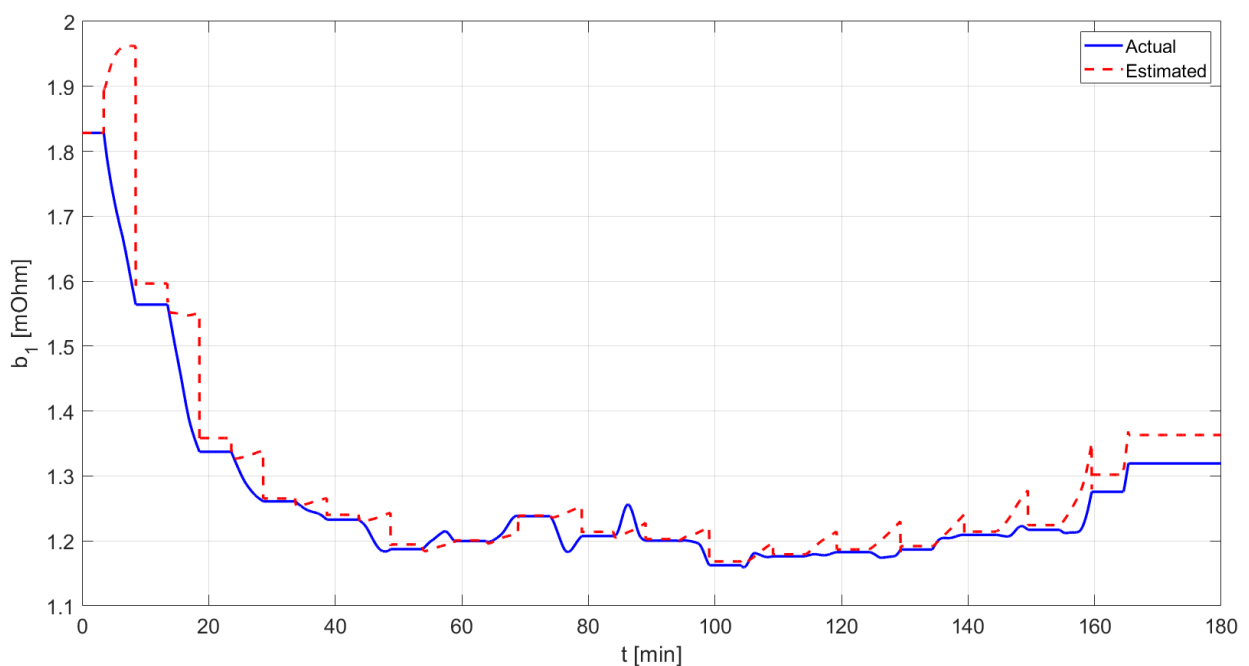


Slika 16 Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra  $U_{oc}$

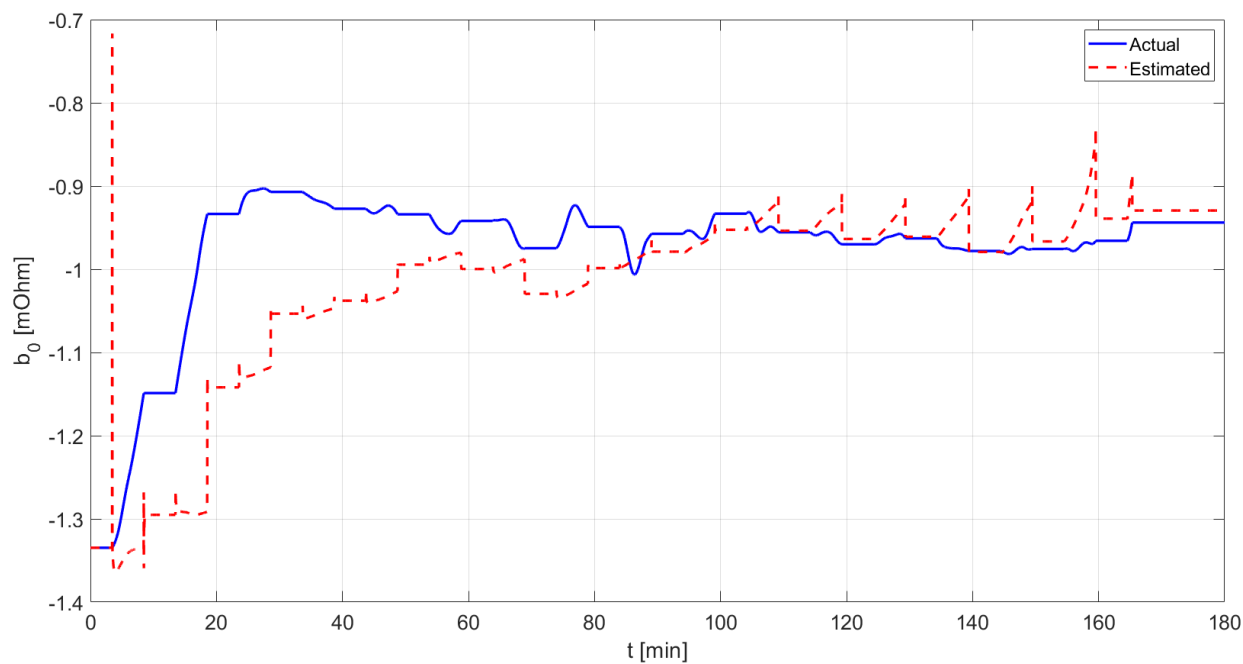
Rezultati takve simulacije pokazuju da estimirani parametri u relativno brzom roku dostižu vrijednosti vrlo bliske pravima i prate te vrijednosti bez značajnih oscilacija. Najveće je odstupanje primjetno na samom početku simulacije, no rezultati vrlo brzo konvergiraju. Tako dobivene vrijednosti napona  $U_{oc}$  služe nam za indirektno mjerenje stanja napunjenosti baterije, te možemo primijetiti da je greška odstupanja rezultata na samom početku vrlo malih apsolutnih vrijednosti.

### 3.2.2. Rezultati za model baterije dobiven korištenjem mapa parametara

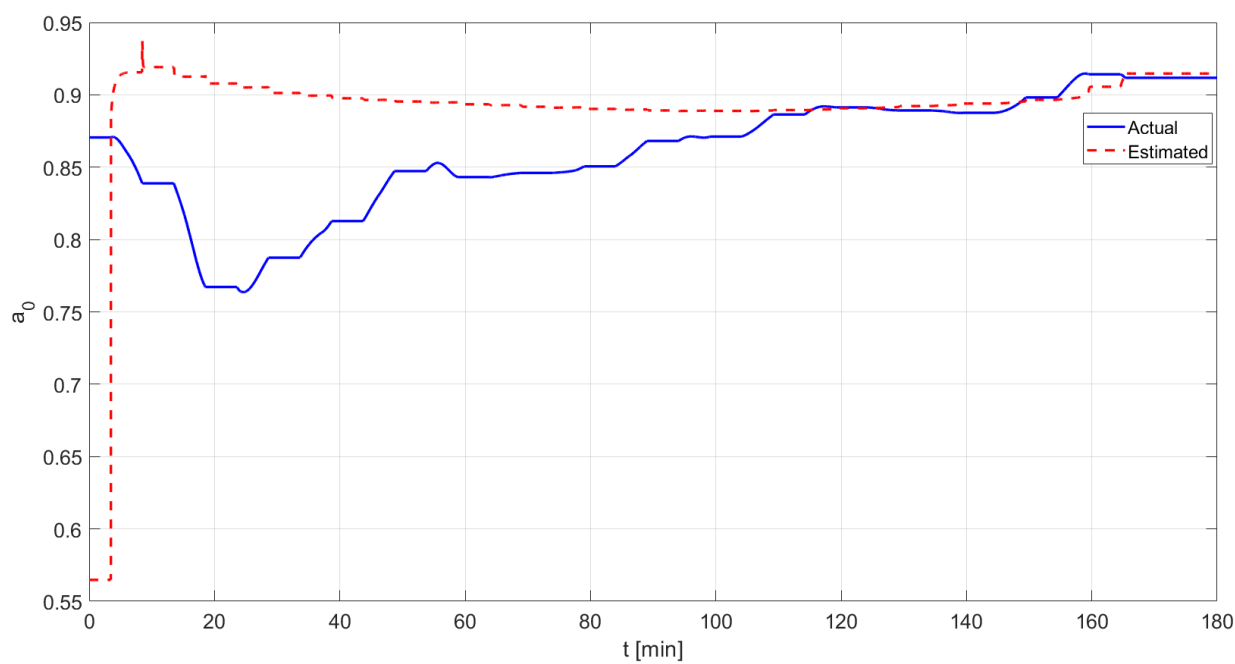
Na sljedećim slikama dana je usporedba rezultata estimacije parametara korištenjem nelinearnog modela baterije zajedno s EKF algoritmom, i stvarnih vrijednosti tih parametara. Model korišten u ovom slučaju sadrži eksperimentalno dobivene mape parametara nadomjesnog strujnog kruga baterije. Takav model integriran u Simulink okruženju dan je u prilogu F, dok smo vrijednosti spomenutih mapa parametara prethodno prikazali [Slika 7 - Slika 10]. Za ovaj smo slučaj na ulazu modela koristili signal struje za koji imamo snimljene vrijednosti parametara baterije na prethodno spomenutom testnom postavu [Slika 6].



Slika 17 Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra  $b_1$

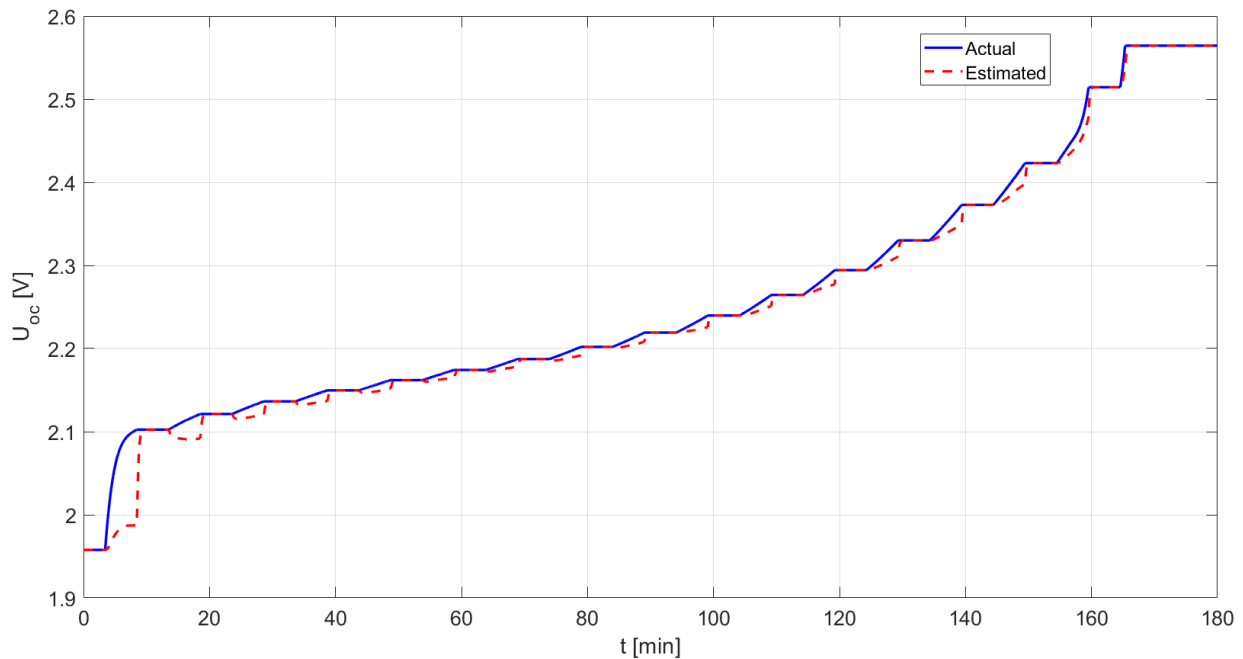


Slika 18 Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra  $b_0$



Slika 19 Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra  $a_0$





**Slika 20** Usporedba estimirane i stvarne vrijednosti parametra  $U_{OC}$

Analizom dobivenih rezultata možemo uočiti da estimirani parametri  $b_1$ ,  $b_0$  i  $a_0$  imaju najveća odstupanja od stvarnih vrijednosti na početku simulacije, dok kroz vrijeme konvergiraju stvarnim vrijednostima.

Kako smo prethodno spomenuli, dobivene vrijednosti napona  $U_{OC}$  u praksi služe za indirektnu procjenu stanja napunjenosti baterije pa nam je iz toga razloga upravo graf njegovih vrijednosti posebno zanimljiv [Slika 20]. Pogledom na dobivene rezultate možemo primijetiti da napon  $U_{OC}$  periodično u potpunosti prati stvarnu vrijednost, no uz vidljivo vremensko kašnjenje.

### 3.3. Estimator parametara baterije temeljen na Ljapunovljevom teoremu stabilnosti (SRAM estimator)

Estimator parametara baterije temeljen na Ljapunovljevom teoremu stabilnosti koristi reference modela za minimiziranje greške procjene parametara dok u isto vrijeme garantira njihovu globalnu asimptotsku konvergenciju.

Estimator je temeljen na modelu strujnog kruga baterije danom u prethodnim jednadžbama (20) do (25). Vremenski-kontinuirana reprezentacija modela dana je sljedećom jednadžbom:

$$\frac{du_{bat,n}}{dt} + a_p u_{bat,n} = b_{1,n} \frac{di_{b,n}}{dt} + b_{0,n} i_{b,n} + w \quad (67)$$

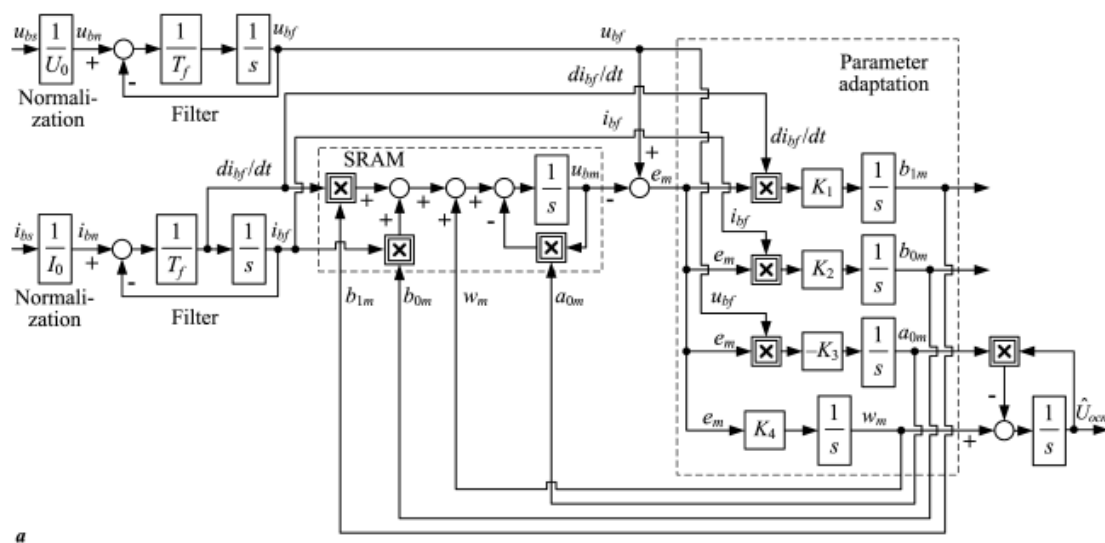
Pri čemu varijabla  $w$  predstavlja sporo promjenjivu dinamiku povezanu uz OCV te je modelirana kao općeniti poremećaj, sljedećim izrazom:

$$w = \frac{dU_{oc,n}}{dt} + a_p U_{oc,n} \quad (68)$$

Time smo postavili osnovu za estimator, koji koristi kopiju modela danog jednađbom (67) na sljedeći način:

$$\frac{du_{bat,n}}{dt} + a_{p,m} u_{bat,n} = b_{1,m} \frac{di_{b,n}}{dt} + b_{0,m} i_{b,n} + w_m \quad (69)$$

Dok se estimirani parametri  $a_{p,m}$ ,  $b_{1,m}$ ,  $b_{0,m}$  i  $w_m$  ažuriraju online [Slika 21].



**Slika 21 SRAM estimator parametara nadomjesnog strujnog kruga baterije**

U svrhu dizajniranja samog estimatora za navedeni model (pretpostavka je da vrijedi  $a_{p,m} > 0$ ), potrebno je izračunati vremensku derivaciju ulazne varijable, u ovom slučaju struje baterije  $i_b$ . To možemo postići uporabom jednostavnog filtera varijabli stanja prvog reda na normiranoj vrijednosti struje baterije  $i_{b,n}$  [Slika 21]. Isti takav filter je primijenjen na normiranom naponu baterije kako bismo uskladili vremenske odmake.

Konačan model s estimiranim naponom baterije  $u_{bat,m}$ , kao izlazom, i filtriranom strujom  $i_{b,f}$ , kao ulazom, dan je sljedećom jednađbom:

$$\frac{du_{bat,m}}{dt} + a_{p,m} u_{bat,m} = b_{1,m} \frac{di_{b,f}}{dt} + b_{0,m} i_{b,f} + w_m \quad (70)$$

Jednađba (70) odgovara normiranom modelu baterije danom jednađbom (67) ukoliko imamo filtrirane ulazne i izlazne varijable, tj. struju i napon baterije:

$$\frac{du_{bat,f}}{dt} + a_p u_{bat,f} = b_{1,n} \frac{di_{b,f}}{dt} + b_{0,n} i_{b,f} + w \quad (71)$$

Na temelju do sad danih jednadžbi, greška predviđanja modela i vremenska derivacija te greške dane su sljedećim izrazima:

$$e_m = u_{bat,f} - u_{bat,m} \quad (72)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_m &= \frac{du_{bat,f}}{dt} - \frac{du_{bat,m}}{dt} \\ &= -a_p u_{bat,f} + b_{1,n} \frac{di_{b,f}}{dt} + b_{0,n} i_{b,f} + w + a_{p,m} u_{bat,m} \\ &\quad - b_{1,m} \frac{di_{b,f}}{dt} - b_{0,m} i_{b,f} - w_m \end{aligned} \quad (73)$$

Dinamički model greške predviđanja u konačnici možemo zapisati kao:

$$\dot{e}_m = -a_p e_m + \tilde{b}_{1,n} \frac{di_{b,f}}{dt} + \tilde{b}_{0,n} i_{b,f} + \tilde{w} - \tilde{a}_p u_{bat,m} \quad (74)$$

Pri čemu vrijedi:

$$\tilde{b}_{1,n} = b_{1,n} - b_{1,m} \quad (75)$$

$$\tilde{b}_{0,n} = b_{0,n} - b_{0,m} \quad (76)$$

$$\tilde{a}_p = a_p - a_{p,m} \quad (77)$$

$$\tilde{w} = w - w_m \quad (78)$$

Za izvođenje modela adaptacijskog zakona, potrebno je izabrati prikladnu Ljapunovljevu funkciju, koja mora zadovoljiti kriterij pozitivne definitnosti na cijeloj domeni definicije kako bi bila garantirana asimptotska konvergencija estimiranih parametara. Klasična Ljapunovljeva funkcija za ovaj tip estimacijskog problema je kvadratne forme:

$$V = \frac{1}{2} e_m^2 + \frac{1}{2K_1} \tilde{b}_{1,n}^2 + \frac{1}{2K_2} \tilde{b}_{0,n}^2 + \frac{1}{2K_3} \tilde{a}_p^2 + \frac{1}{2K_4} \tilde{w}^2 \quad (79)$$

A njezina derivacija po vremenu dana je sljedećim izrazom:

$$\dot{V} = e_m \dot{e}_m + \frac{1}{K_1} \dot{\tilde{b}}_{1,n} \tilde{b}_{1,n} + \frac{1}{K_2} \dot{\tilde{b}}_{0,n} \tilde{b}_{0,n} + \frac{1}{K_3} \dot{\tilde{a}}_p \tilde{a}_p + \frac{1}{K_4} \dot{\tilde{w}} \tilde{w} \quad (80)$$

U konačnici, nakon uvrštavanja izraza za grešku predviđanja (72) i izraza za vremensku derivaciju greške predviđanja (73) u izraz (80), te sređivanja takve jednadžbe, dobivamo krajnju formu:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -a_p e_m^2 + \tilde{b}_{1,n} \left( e_m \frac{di_{b,f}}{dt} + \frac{\dot{\tilde{b}}_1}{K_1} \right) + b_{0,n} \left( e_m i_{b,f} + \frac{\dot{\tilde{b}}_0}{K_2} \right) \\ & + a_0 \left( e_m u_{bat,m} - \frac{\dot{\tilde{a}}_0}{K_3} \right) + \left( e_m - \frac{\dot{\tilde{w}}}{K_4} \right) \end{aligned} \quad (81)$$

Da bi model imao stabilnu dinamiku (što je karakterizirano pozitivnom vrijednošću parametra  $a_{p,m}$ ), prvi član na desnoj strani jednadžbe (81) je uvijek negativan. Konvergencija estimatora je zadovoljena samo ako su preostali članovi na desnoj strani jednadžbe (81) koji množe greške procijenjenih parametara jednaki nuli:

$$e_m \frac{di_{b,f}}{dt} + \frac{\dot{\tilde{b}}_1}{K_1} = 0 \quad (82)$$

$$e_m i_{b,f} + \frac{\dot{\tilde{b}}_0}{K_2} = 0 \quad (83)$$

$$e_m u_{bat,m} - \frac{\dot{\tilde{a}}_p}{K_3} = 0 \quad (84)$$

$$e_m - \frac{\dot{\tilde{w}}}{K_4} = 0 \quad (85)$$

Pod pretpostavkom da su parametri modela  $b_{1,n}$ ,  $b_{0,n}$ ,  $a_{0,n}$  i  $w$  konstantni ili da im se vrijednosti sporo mijenjaju, vrijedi:

$$\dot{\tilde{b}}_{1,n} = -\dot{b}_{1,m} \quad (86)$$

$$\dot{\tilde{b}}_{0,n} = -\dot{b}_{0,m} \quad (87)$$

$$\dot{\tilde{a}}_p = -\dot{a}_{p,m} \quad (88)$$

$$\dot{\tilde{w}} = -\dot{w}_m \quad (89)$$

Te se model adaptacijskog zakona može zapisati u konačnoj formi:

$$b_{1,m}(t) = b_{1,m}(0) + K_1 \int_0^t e_m(\tau) \frac{di_{b,f}}{dt}(\tau) d\tau \quad (90)$$

$$b_{0,m}(t) = b_{0,m}(0) + K_2 \int_0^t e_m(\tau) i_{b,f}(\tau) d\tau \quad (91)$$

$$a_{p,m}(t) = a_{p,m}(0) - K_3 \int_0^t e_m(\tau) u_{bat,m}(\tau) d\tau \quad (92)$$

$$w_m(t) = w_m(0) + K_4 \int_0^t e_m(\tau) d\tau \quad (93)$$

koji garantira asimptotsku stabilnost za  $K_1 > 0, K_2 > 0, K_3 > 0$  i  $K_4 > 0$ , i konvergenciju pod dovoljnim i postojanim uvjetima pobude.

Iz estimiranih parametara vrši se rekonstrukcija fizičkih parametara (serijskog otpora  $R_b$ , polarizacijskog otpora  $R_p$ , i vremenske konstante polarizacije  $\tau_p$ ) pomoću sljedećih izraza:

$$\hat{R}_b(t) = b_{1,m}(t) \frac{U_0}{I_0} \quad (94)$$

$$\hat{R}_p(t) = \left( \frac{b_{0,m}(t)}{a_{0,m}(t)} - b_{1,m}(t) \right) \frac{U_0}{I_0} \quad (95)$$

$$\hat{\tau}_p(t) = \frac{1}{a_{p,m}(t)} \quad (96)$$

Iz estimiranog poremećaja  $w_m$  i parametra  $a_{p,m}$  unutar adaptivnog modela, vrši se rekonstrukcija vrijednosti OCV-a kroz sljedeće izraze:

$$\hat{U}_{oc,n}(t) = \int_0^t [w_m(\tau) - a_{p,m}(\tau) \hat{U}_{oc,n}(\tau)] d\tau \quad (97)$$

$$\hat{U}_{oc}(t) = U_0 \cdot \hat{U}_{oc,n}(t) \quad (98)$$

Rekonstrukcija parametara dobivenih adaptivnim modelom uključuje uklanjanje predznaka estimiranim parametrima ( $a_{p,m}, b_{1,m}, b_{0,m}, w_m$ ) iz razloga što su ti parametri pozitivnog predznaka unutar modela baterije [Slika 21]. Također, adaptivni model uključuje donju granicu zasićenja za vrijednost parametra  $a_{p,m}$  iz razloga što njegova vrijednost mora biti veća od nule. Nakon rekonstrukcije svih navedenih parametara, te su vrijednosti dodatno filtrirane niskopropusnim filtrom prvog reda kako bismo uklonili šumove. U tu je svrhu korištena vremenska konstanta  $T_{fp}$  [9].

### 3.3.1. Sustav punjenja baterije

Estimator parametara baterije temeljen na Ljapunovljevom teoremu stabilnosti (SRAM estimator) ukomponiran je u sustav punjenja baterije temeljen na kaskadnoj regulaciji. Takav sustav kontrolira struju baterije i ograničava terminalni napon baterije, te indirektno kontrolira

stanje napunjenosti baterije korištenjem povratne informacije o vrijednosti napona otvorenog kruga koju pruža SRAM estimator.

Ovakav adaptivni sustav punjenja zahtjeva i prikladnu pobudu dinamičkih režima modela baterije kako bi se garantirala konvergencija estimiranih parametara, i posljedično, točnost dobivene vrijednosti napona otvorenog kruga baterije (OCV-a). Iz tog se razloga kod primjene u stvarnom vremenu uz samu referencu struje baterije u kombinaciji koristi i prikladan testni signal poput pseudo slučajne binarne sekvence (PRBS) unutar samog sustava.

Kako je prikazano u [9] za slučaj LiFePO<sub>4</sub> baterije, korištenje povratne informacije o vrijednosti OCV-a na temelju on-line estimacije parametara modela baterije za poboljšanje konvencionalnih načina punjenja može rezultirati sa više od 20% smanjenim vremenom punjenja u odnosu na konvencionalne metode punjenja bez korištenja navedenog poboljšanja. Prethodno izneseno odnosi se na punjenje značajno ispražnjene baterije (početna vrijednost SoC-a = 20%).

Poboljšanje procesa punjenja temelji se na povratnoj informaciji o stanju napunjenosti baterije, koja se dobiva indirektno iz estimiranih vrijednosti napona otvorenog kruga. Njihova je veza utvrđena eksperimentalno te je prethodno prikazana [Slika 10].

Upravo je navedeno bila motivacija za stvaranje kaskadne strukture integriranog modela litij-titanat baterije predstavljene u ovom radu. Uz to, ovaj rad se proširuje sa simulacijama na širem spektru režima rada s obzirom na vrijednosti struje punjenja i na različite početne vrijednosti stanja napunjenosti baterije.

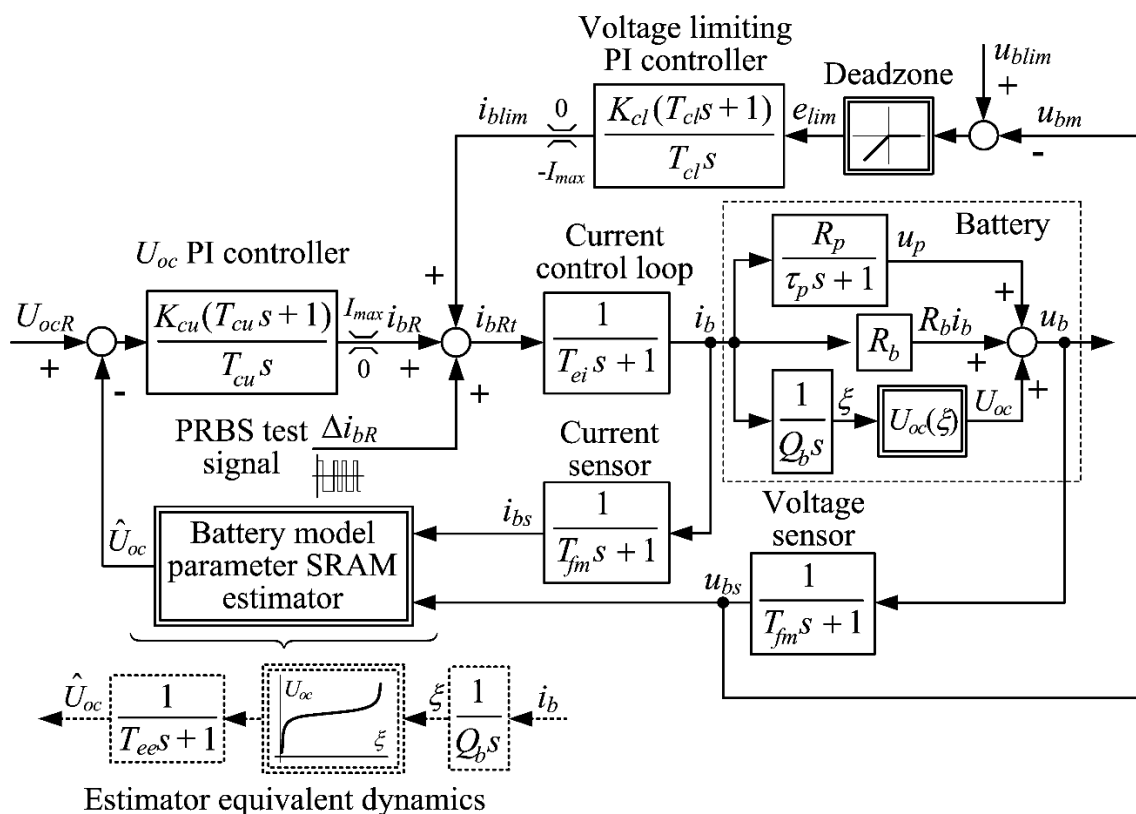
### *3.3.1.1. Kaskadna struktura regulacije*

Kod kaskadne strukture regulacije govorimo o načinu vođenja sustava kod kojeg jedan izlaz regulatora mijenja radnu točku drugog izlaza regulatora. U takvoj strukturi dobiva se povratna informacija o vrijednosti varijable svakog od regulatora u procesu.

Ovaj način regulacije primjenjuje se na procese koji imaju relativno sporu dinamiku, a prednost ovog pristupa je vidljiva u slučajevima kad postoji dovoljno brza dinamika unutarnjeg kruga u usporedbi s vanjskim krugom. Generalno, glavnim prednostima kaskadne strukture regulacije smatra se sljedeće: kompenzacija poremećaja zahvaljujući unutarnjem krugu koji kompenzira poremećaje upravljano tako što utječe na vanjski krug, brži odziv u slučajevima kada je unutarnji krug znatno brži od vanjskog (čime se mrtvo vrijeme vanjskog kruga smanjuje) i izolacija nelinearnosti sustava na način da se korištenjem povratne veze u unutarnjem krugu kompenziraju nelinearnosti sustava.

Obično se osnovni regulator koji pripada vanjskom krugu naziva primarnim regulatorom, a pomoćni regulator koji pripada unutarnjem krugu se naziva sekundarnim.

U našem slučaju kaskadna se struktura sastoji od dva primarna regulatora, od regulatora napona otvorenog kruga i od regulatora terminalnog napona baterije, te od sekundarnog regulatora struje.



Slika 22 Kaskadna struktura regulacije za slučaj sustava punjača s integriranim estimatorom parametara

### 3.3.1.2. Optimum dvostrukog odnosa

Optimum dvostrukog odnosa je optimizacijska tehnika koju smo koristili za podešavanje regulatora u ovom radu.

U ovoj tehnici koristimo sljedeći izraz za karakteristični polinom zatvorenog sustava:

$$A_c(s) = D_2^{n-1} D_3^{n-2} \dots D_n T_e^n s^n + \dots + D_2 T_e^2 s^2 + T_e s + 1 \quad (99)$$

Za ovu je tehniku specifično da se optimalno ponašanje postiže u slučaju kada su karakteristični odnosi polinoma postavljeni na vrijednost jednaku 0.5 ( $D_2 = D_3 = \dots = D_n = 0.5$ ). Za taj slučaj sustav n-tog reda ima kvazi-aperiodski odziv koji je karakteriziran nadvišenjem u odzivu u maksimalnom iznosu od 6%, s prosječnim vremenom porasta u iznosu od  $(1.8 - 2.1) T_e$ . Navedeno odgovara sustavu drugog reda s koeficijentom prigušenja  $\zeta = 0.707$ .

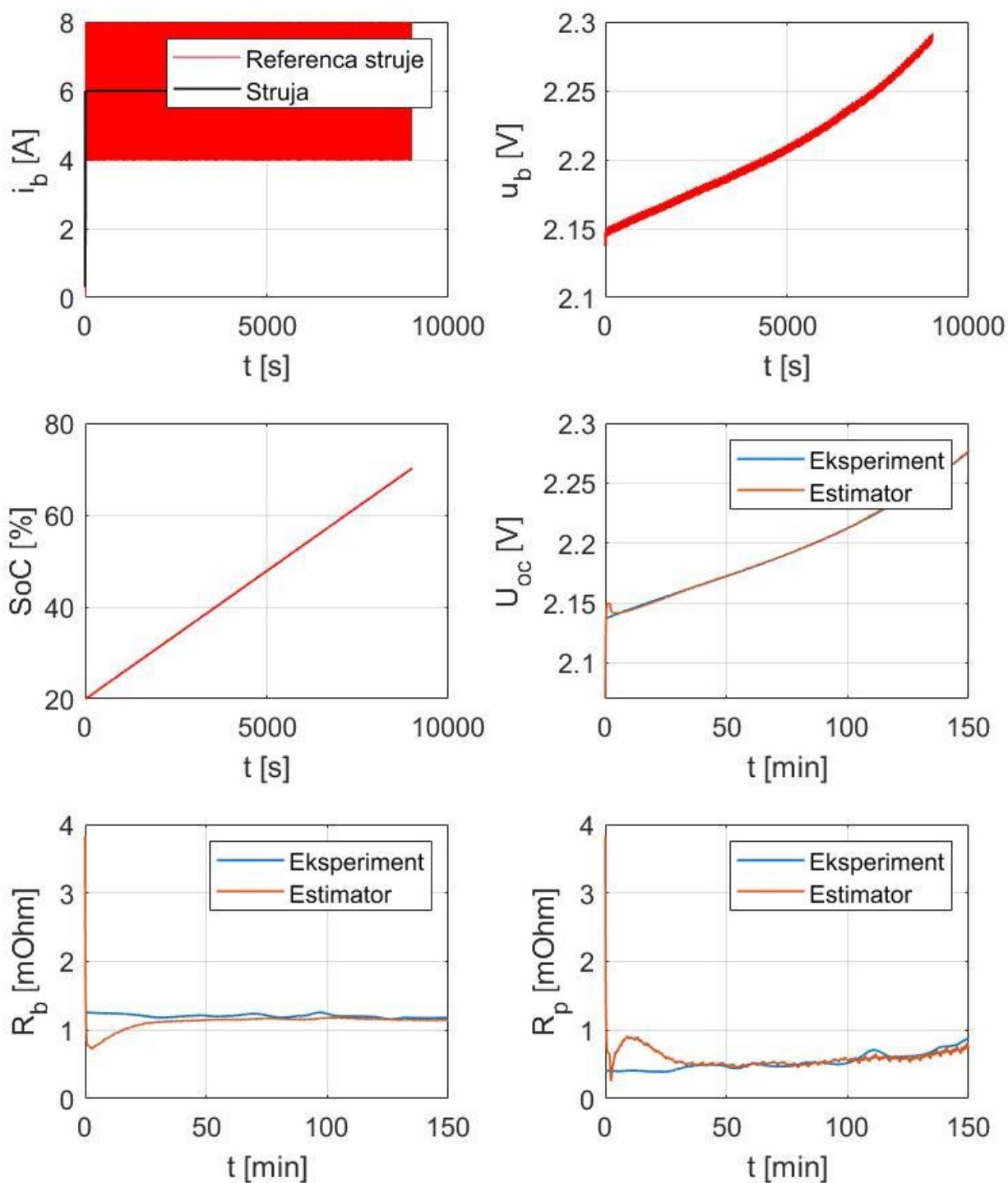
### 3.3.1.3. Sustav punjenja

Kako je već spomenuto, adaptivni sustav punjenja temeljen na kaskadnoj strukturi sadrži dva primarna regulatora, regulator napona otvorenog kruga ( $U_{oc}$  PI regulator) i regulator terminalnog napona baterije.  $U_{oc}$  PI regulator upravlja referentnom strujom  $i_{bR}$  i ograničava struju punjenja na vrijednost jednaku maksimalnoj vrijednosti  $I_{max}$ . Povratna petlja sustava daje povratnu informaciju u obliku procijenjenog napona otvorenog kruga  $\hat{U}_{oc}$  čiju vrijednost dobivamo od strane SRAM estimatora. Kada uzmemo u obzir i iznos PRBS signala struje ( $\Delta i_{bR}$ ), ukupnu vrijednost signala koji je ulaz u sekundarni regulator struje možemo izraziti kao sljedeću sumu:  $\Delta i_{bR} + i_{bR} + i_{blim}$ . Primarni PI regulator terminalnog napona baterije ima sigurnosnu funkciju u sustavu na način da drži terminalni napon baterije ispod vrijednosti  $u_{blim}$  (koja se u sustavu može podesiti neovisno o ciljanoj vrijednosti napona otvorenog kruga  $U_{ocR}$ ). Slika 22 prikazuje blok dijagram koji referencira prethodno navedeno.

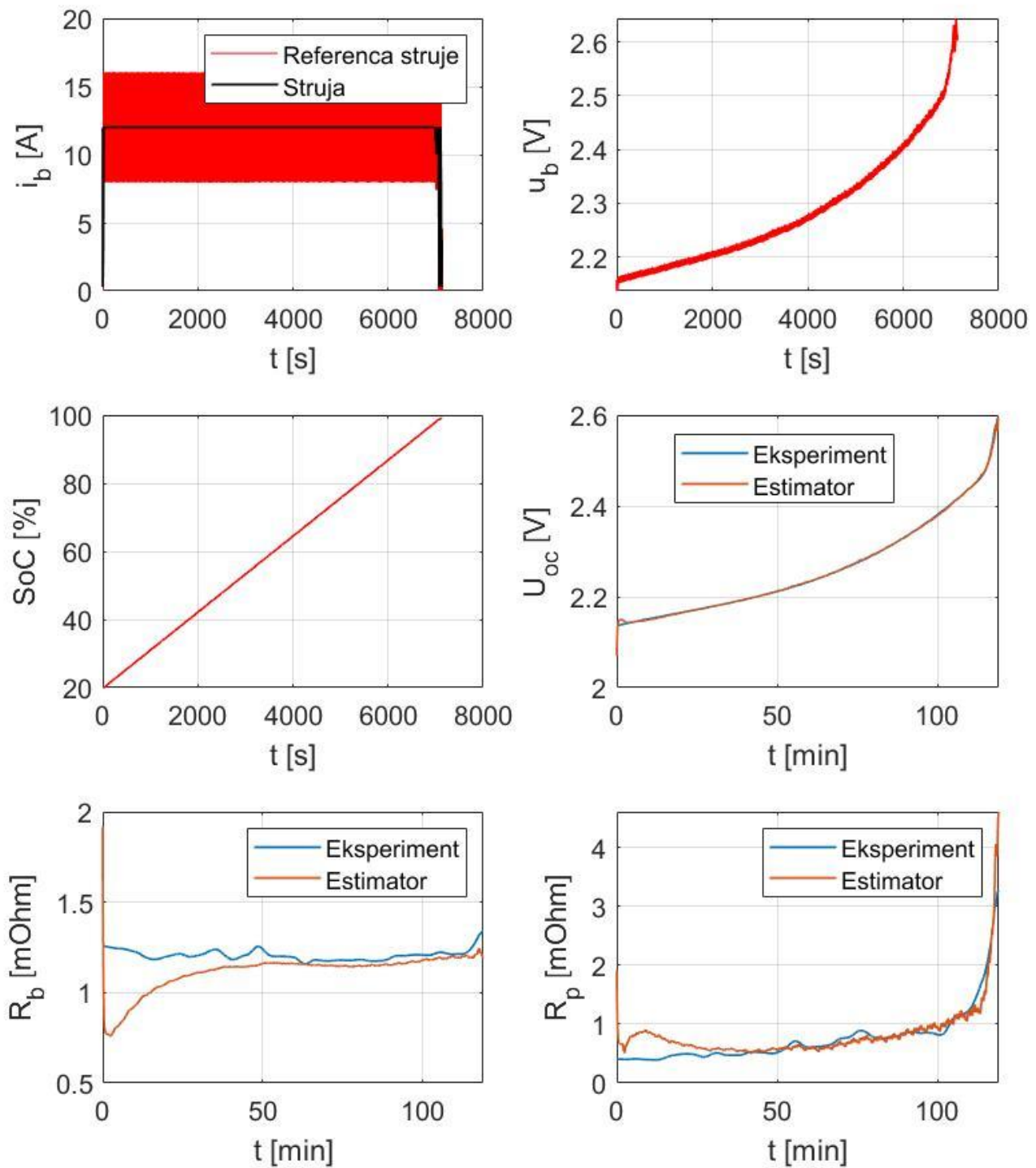
### 3.3.2. Rezultati simulacija za SRAM estimator

Za do sad predstavljeni SRAM estimator provedene su simulacije u sklopu sustava punjenja opisanog u prethodnom poglavlju, koristeći nelinearni model LTO baterije. Takav model integriran u Simulink okruženju dan je u prilogu F, dok smo vrijednosti spomenutih mapa parametara prethodno prikazali [Slika 7 - Slika 10]. Simulacije su provedene za različite početne vrijednosti stanja napunjenosti baterije i za različite vrijednosti limita struje punjenja. Početne vrijednosti stanja napunjenosti baterije  $\xi_0$  za koje su simulacije provedene su sljedeće: 20%, 40%, 60% i 80%. U ovom su poglavlju prikazani rezultati za početnu vrijednost SoC-a od 20%, dok su rezultati za ostale početne vrijednosti dani u prilogu I. Limit struje punjenja  $I_{max}$  definira maksimalnu vrijednost struje punjenja tijekom perioda punjenja konstantnom strujom. Simulacije su provedene za sljedeće vrijednosti  $I_{max}$ : 6A, 12A, 18A, 24A i 30A. Struja  $I_{min}$  je struja koja definira uvjet za prekid punjenja baterije tijekom perioda punjenja konstantnim naponom. Uvjet glasi:  $i_b < I_{min}$ .

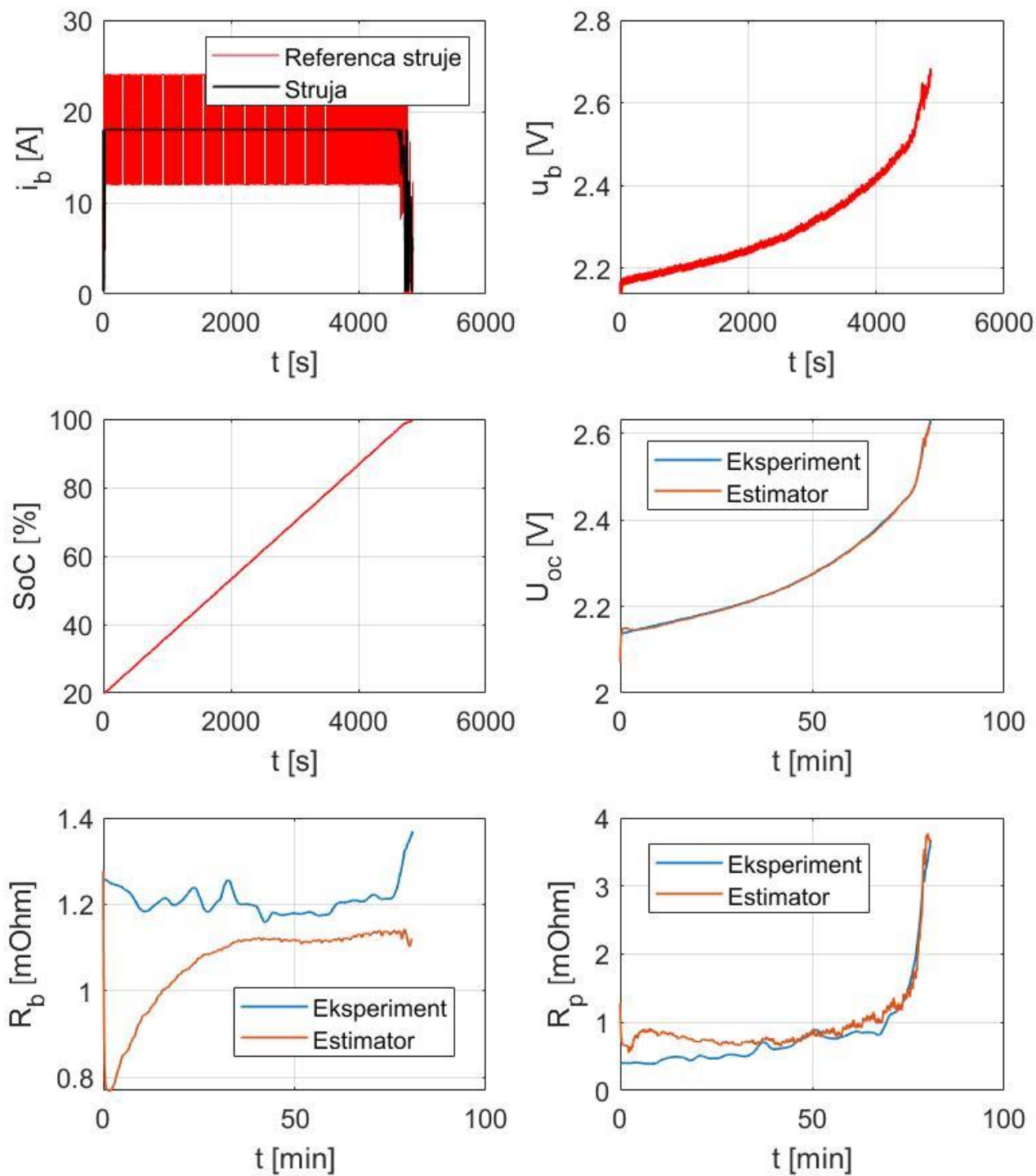




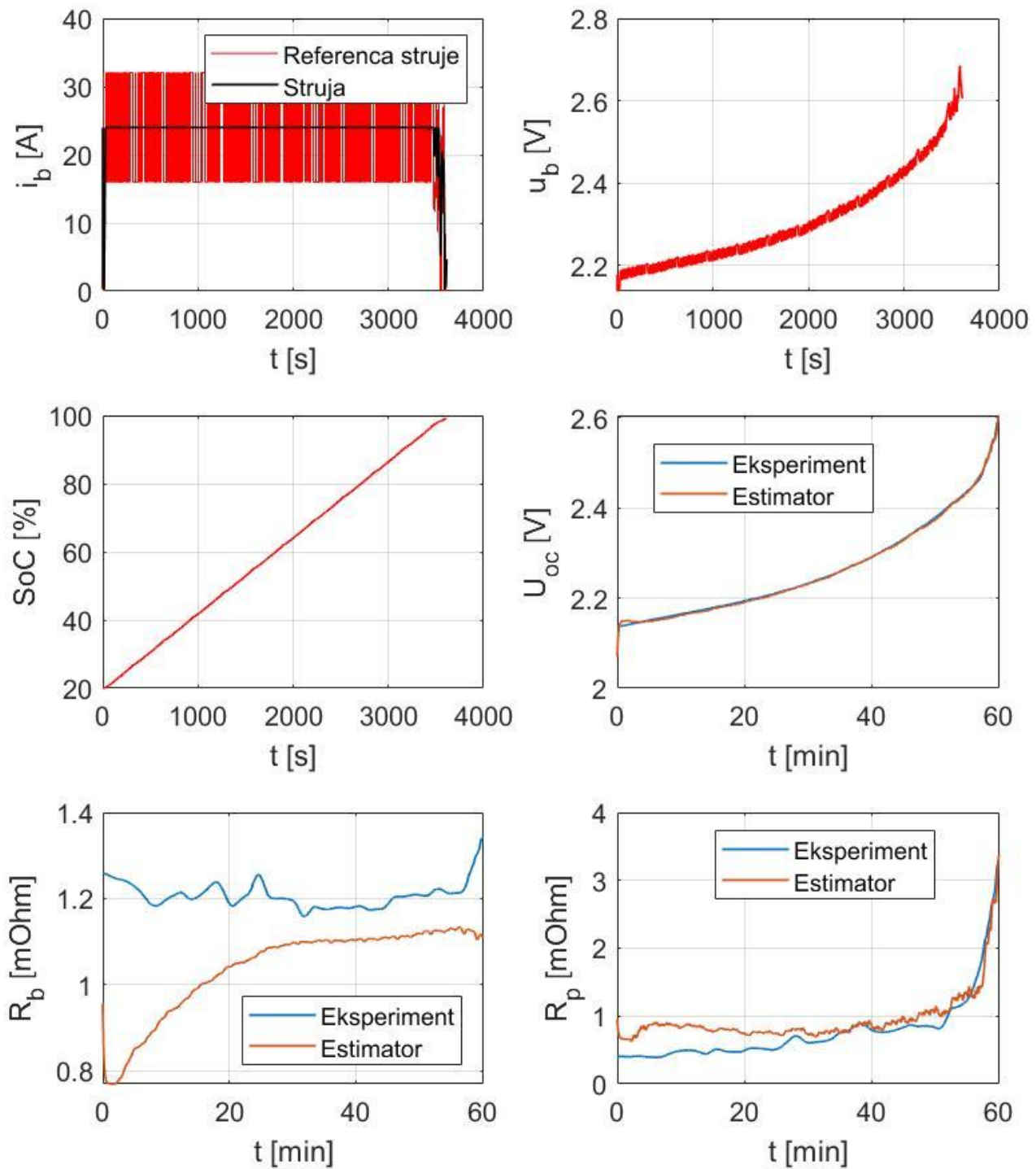
Slika 23 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 6A, za  $\xi_0 = 20\%$



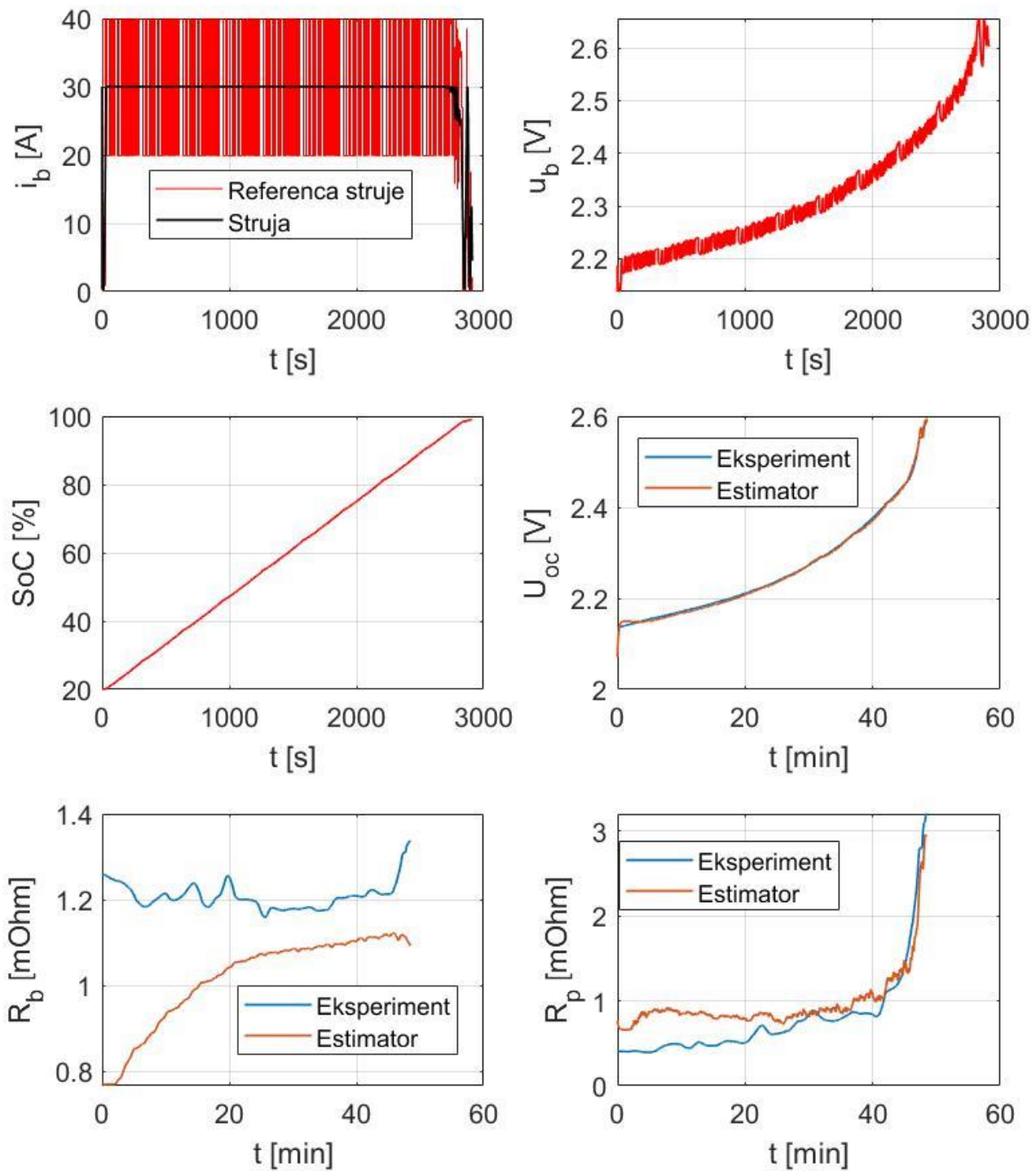
Slika 24 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 12A, za  $\xi_0 = 20\%$



Slika 25 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 18A, za  $\xi_0 = 20\%$



Slika 26 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 24 A, za  $\xi_0 = 20\%$

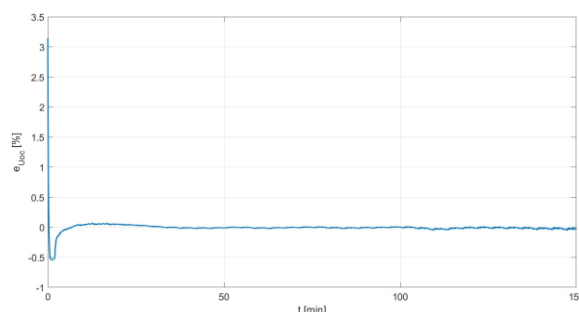


Slika 27 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 30 A, za  $\xi_0 = 20\%$

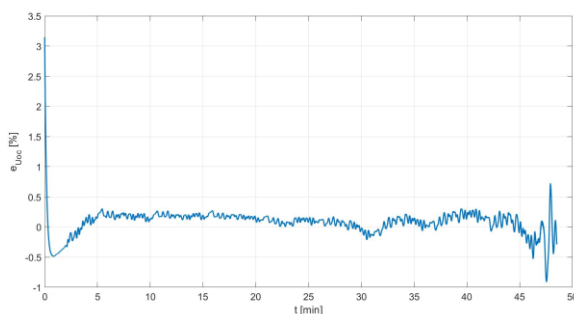
Prethodne slike obuhvaćaju rezultate simulacija za različite režime punjenja, uz početni SoC od 20% [Slika 23 - Slika 27].

Iz priloženih rezultata simulacija, možemo primjetiti da primjenom SRAM estimatora u sklopu sustava punjenja uspijevamo kroz značajan vremenski period zadržati režim rada koji koristi konstantnu struju punjenja. Takav režim rada omogućuje skraćanje vremena punjenja, te nam samim time prikazani rezultati ukazuju na pozitivne učinke koje implementacija estimatora ima na sustav punjenja. Možemo primjetiti da variranjem struje  $I_{max}$  utječemo na vrijeme provedeno u režimu rada karakteriziranom konstantom strujom, no za sve predočene slučajeve to je vrijeme i dalje značajno. No s negativne strane, možemo vidjeti da preciznost estimacije parametara pada s povećanjem vrijednosti struje  $I_{max}$ . Kako bismo bolje prikazali razliku u preciznosti estimacije u ovisnosti o struji  $I_{max}$ , izračunate su greške odstupanja u estimaciji napona otvorenog kruga za  $I_{max} = 6 \text{ A}$  i  $I_{max} = 30 \text{ A}$ . Možemo primjetiti da su rezultati estimacije relativno dobri čak i pri višim strujama, no ipak je primjetna razlika u kvaliteti estimacije naspram one dobivene kod nižih struja [Slika 28 - Slika 29].

Prilog I obuhvaća sve rezultate dobivene simulacijom za struje  $I_{max}$ : 6A, 12A, 18A, 24A i 30A i za početne uvjete  $\xi_0$ : 20 %, 40 %, 60 % i 80%. Iz njih možemo uočiti da kvaliteta rezultata ovisi i o početnom SoC-u. Za višu početnu vrijednost SoC-a greške estimacije je u pravilu veća.



**Slika 28** Greška estimiranog napona otvorenog kruga za  $I_{max} = 6 \text{ A}$ , za  $\xi_0 = 20\%$



**Slika 29** Greška estimiranog napona otvorenog kruga za  $I_{max} = 30 \text{ A}$ , za  $\xi_0 = 20\%$

## 4. ZAKLJUČAK

U ovom radu izvedene su i realizirane dvije vrste estimatora parametara nadomjesnog strujnog kruga litij-titanat baterije (30Ah/2,4V/6C). Oba estimatora realizirana su u MATLAB/Simulink okruženju te je MATLAB kod zajedno sa Simulink modelima dan u prilogu rada.

Najprije je izveden estimator parametara temeljen na proširenom obliku Kalmanovog filtra. On je prvo primijenjen na modelu baterije s konstantnim parametrima. Na ulaz takvog modela stavljen je generator slučajnih brojeva koji predstavlja signal struje sa šumom mjerenja. Rezultati takve simulacije pokazuju da estimirani parametri u relativno brzom roku dostižu vrijednosti vrlo bliske pravima, te prate te vrijednosti bez značajnih oscilacija.

Zatim je prethodni model baterije zamijenjen modelom baterije koji koristi eksperimentalno dobivene mape parametara. Za ovaj smo slučaj na ulazu modela koristili signal struje za koji imamo snimljene vrijednosti parametara baterije na testnom postavu. Rezultati takve simulacije pokazuju da parametri  $a_0$ ,  $b_0$  i  $b_1$  konvergiraju prema stvarnim vrijednostima, dok napon otvorenog kruga periodično u potpunosti prati stvarnu vrijednost no uz vidljivo kašnjenje.

Drugi estimator parametara nadomjesnog strujnog kruga zasnovan je na konceptu adaptivnog modela procesa. On je integriran u model sustava punjenja koji se bazira na izmjeničnim periodima punjena konstantnom strujom i konstantnim naponom. Za ovaj su slučaj provedene detaljnije simulacije kako bi se mogla analizirati kvaliteta dobivenih rezultata za različite režime punjenja, tj. za različite struje punjenja i za različite početne uvjete stanja napunjenosti baterije. Prvo značajno zapažanje kod primjene SRAM estimatora u sklopu sustava punjenja je da ovakvim pristupom uspijevamo na značajan vremenski period zadržati režim punjenja koji koristi konstantnu struju punjenja. To ima pozitivan utjecaj na sustav s obzirom na to da se ovakvim režimom postiže brži proces punjenja uz istovremeno poštivanje sigurnosnih ograničenja baterije. Drugo zapažanje se odnosi na utjecaj variranja vrijednosti struje  $I_{max}$  na točnost estimiranih parametara. Rezultati simulacije ukazuju na to da povećanje vrijednosti struje  $I_{max}$  utječe na smanjenje točnosti rezultata estimatora. Budući bi se rad na ovu temu mogao usmjeriti upravo na taj utjecaj te na mogućnosti podešavanja estimatora na način da zadrži točnost za širok spektar režima rada i početnih uvjeta.

Navedeni rezultati pokazuju da prikazane metode estimacija parametara u realnom vremenu imaju značajan potencijal za primjenu u praksi. Zato je nužno napraviti sljedeći korak, a to je detaljna eksperimentalna provjera, no to prevazilazi opseg i temu ovoga rada.

**LITERATURA**

- [1] Tsiropoulos, I. & Tarvydas, D., Lebedeva, N., Li-ion batteries for mobility and stationary storage applications Scenarios for costs and market growth, 2018., [https://www.researchgate.net/publication/329467984\\_Li-ion\\_batteries\\_for\\_mobility\\_and\\_stationary\\_storage\\_applications\\_Scenarios\\_for\\_costs\\_and\\_market\\_growth](https://www.researchgate.net/publication/329467984_Li-ion_batteries_for_mobility_and_stationary_storage_applications_Scenarios_for_costs_and_market_growth)
- [2] IRENA (2017), Electricity Storage and Renewables: Costs and Markets to 2030, International Renewable Energy Agency, Abu Dhabi, <https://www.irena.org/publications/2017/Oct/Electricity-storage-and-renewables-costs-and-markets>
- [3] Tomasov, M., Kajanova, M., Bracinik, P., Motyka, D., Overview of Battery Models for Sustainable Power and Transport Application, Transportation Research Procedia, Vol. 40, pp. 548-555, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2019.07.079>
- [4] Wang, K., Feng, X., Pang, J., Ren, J., Duan, C., Li, Liwei, State of Charge (SOC) Estimation of Lithium-ion Battery Based on Adaptive Square Root Unscented Kalman Filter, International Journal of Electrochemical Science, Vol. 15, pp. 9499-9516, 2020, [https://www.researchgate.net/publication/348097751\\_State\\_of\\_Charge\\_SOC\\_Estimation\\_of\\_Lithium-ion\\_Battery\\_Based\\_on\\_Adaptive\\_Square\\_Root\\_Unscented\\_Kalman\\_Filter](https://www.researchgate.net/publication/348097751_State_of_Charge_SOC_Estimation_of_Lithium-ion_Battery_Based_on_Adaptive_Square_Root_Unscented_Kalman_Filter)
- [5] Ljung, L., System identification—theory for the user, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1987.
- [6] Alapić, M., Velčić, I., Izvod jednadžbi diskretnog Kalmanovog filtera
- [7] M. S. Grewal & A. P. Andrews, Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.
- [8] Jurić, D., Object Tracking: Kalman Filter with Ease, [ift.tt/1zmxSer](http://ift.tt/1zmxSer), posjećeno: 17.11.2023.
- [9] Pavković, D., Kasać, J., Krznar, M., Cipek, M., Adaptive Constant-Current/Constant-Voltage Charging of a Battery Cell Based on Cell Open-Circuit Voltage Estimation, World Electric Vehicle Journal, 2023, Vol. 14, No. 6, Paper No. 155, 24 pages, <https://doi.org/10.3390/wevj14060155>



---

**PRILOZI**

- I. Prilog A – Glavna skripta za pokretanje simulink modela s EKF-om i s modelom baterije temeljenim na Theveninovom modelu
- II. Prilog B – Simulink model s EKF-om i s modelom baterije temeljenim na Theveninovom modelu
- III. Prilog C – Model baterije temeljen na Theveninovom modelu
- IV. Prilog D – Simulink model EKF-a za estimaciju parametara
- V. Prilog E – Glavna skripta za pokretanje simulink modela s EKF-om i s nelinearnim modelom baterije
- VI. Prilog F - Simulink model s EKF-om i s linearnim modelom baterije
- VII. Prilog G – Glavna skripta za pokretanje simulink modela SRAM estimatora
- VIII. Prilog H – Simulink model SRAM estimatora u sklopu sustava punjenja
- IX. Prilog I – Rezultati simulacija za SRAM estimator za različite režime punjenja i uz različite početne uvjete SoC-a

## Prilog A – Glavna skripta za pokretanje simulink modela s EKF-om i s modelom baterije temeljenim na Theveninovom modelu

```
% Serijski otpor baterije
Rb = 0.001; % [Ohm]
% Polarizacijski otpor baterije
Rp = 0.0005;
% Vremenska konstanta polarizacije
Tp = 13.0; % [s]
% Definiranje maksimalne vrijednosti struje i napona
U0 = 2.7636; % max(ubm)
I0 = 76.6963; % min(ibm)
% Napon otvorenog kruga
Uoc = 2.68; % [V]
% Pocetni uvjet za napon u modelu (normirana velicina)
Uoc_ = 2.68/U0;
% Vrijeme uzorkovanja estimatora
Tps = 1.0; % [s]

% Parametri vremenski-diskretnog modela baterije
a0 = exp(-Tps/Tp);
b1 = Rb;
b0 = (Rp - a0*(Rb + Rp));

% Normirani parametri nazivnika prijenosne funkcije
b1_ = b1*(I0/U0);
b0_ = b0*(I0/U0);

% Filtar struje i napona
Tfilt = 1.0; % [s]
% Koeficijent za normiranje ulaza modela
Knu = I0; Knu_inv = 1.0/Knu;
% Koeficijent za normiranje izlaza modela
Kny = U0; Kny_inv = 1.0/Kny;
% Koeficijent normiranja djeluje na brojnik (pojacanje):
% Knu ~= 1 -> b0e = b0e_*Knu
% Kny ~= 1 -> b0e = b0e_/Kny
% Knu > 1 -> b0e_ < b0e
% Kny > 1 -> b0e_ > b0e

q11 = 1.0e-8; q22 = 1.0e-8; q33 = 1.0e-8; q44 = 1.0e-8;
Q = 1e0*[q11 0 0 0;0 q22 0 0;0 0 q33 0;0 0 0 q44];
R = 1.0e-5;

sim_len = 1200.0;

sim_mdl_est4par2;

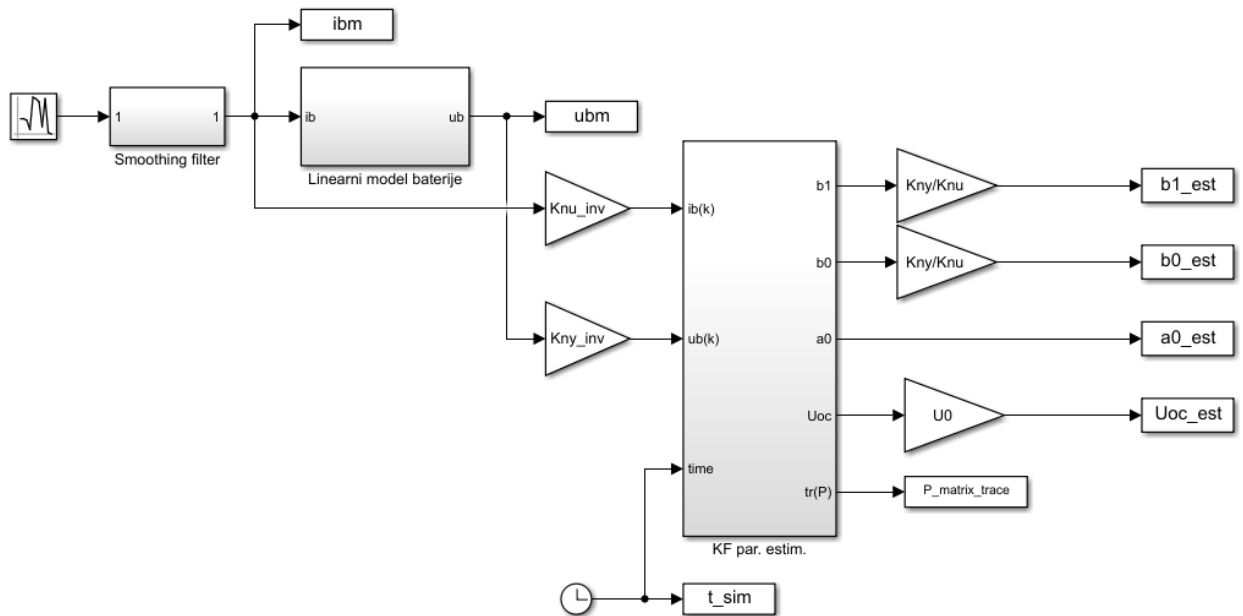
sim('sim_mdl_est4par2');

figure(1),
```

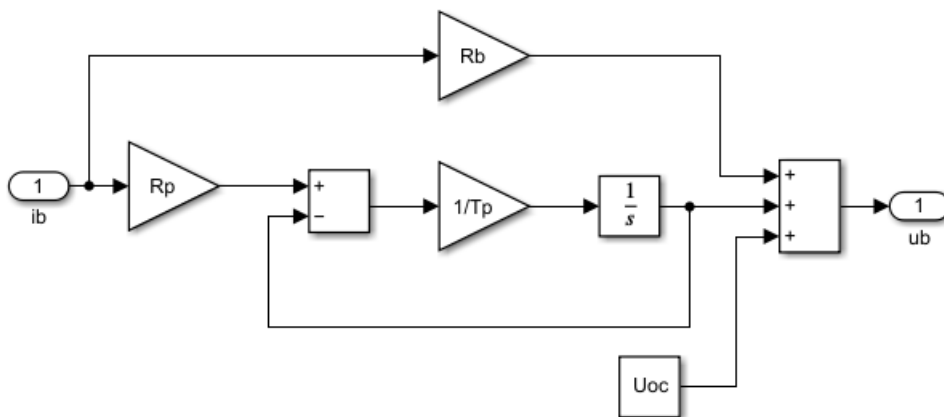
```
subplot(211),plot(t_sim/60,1000*b1*ones(size(t_sim)),'b','LineWidth',2),grid on,hold on
subplot(211),plot(t_sim/60,1000*b1_est,'r--','LineWidth',2)
ylabel('b_1 [mOhm]'),legend('Actual','Estimated')
subplot(212),plot(t_sim/60,1000*b0*ones(size(t_sim)),'b','LineWidth',2),grid on,hold on
subplot(212),plot(t_sim/60,1000*b0_est,'r--','LineWidth',2)
ylabel('b_0 [mOhm]'),legend('Actual','Estimated')
xlabel('t [min]')

figure(2),
subplot(211),plot(t_sim/60,a0*ones(size(t_sim)),'b','LineWidth',2),grid on,hold on
subplot(211),plot(t_sim/60,a0_est,'r--','LineWidth',2)
ylabel('a_0'),legend('Actual','Estimated')
subplot(212),plot(t_sim/60,Uoc*ones(size(t_sim)),'b','LineWidth',2),grid on,hold on
subplot(212),plot(t_sim/60,Uoc_est,'r--','LineWidth',2)
ylabel('U_o_c [V]'),legend('Actual','Estimated')
xlabel('t [min]')
```

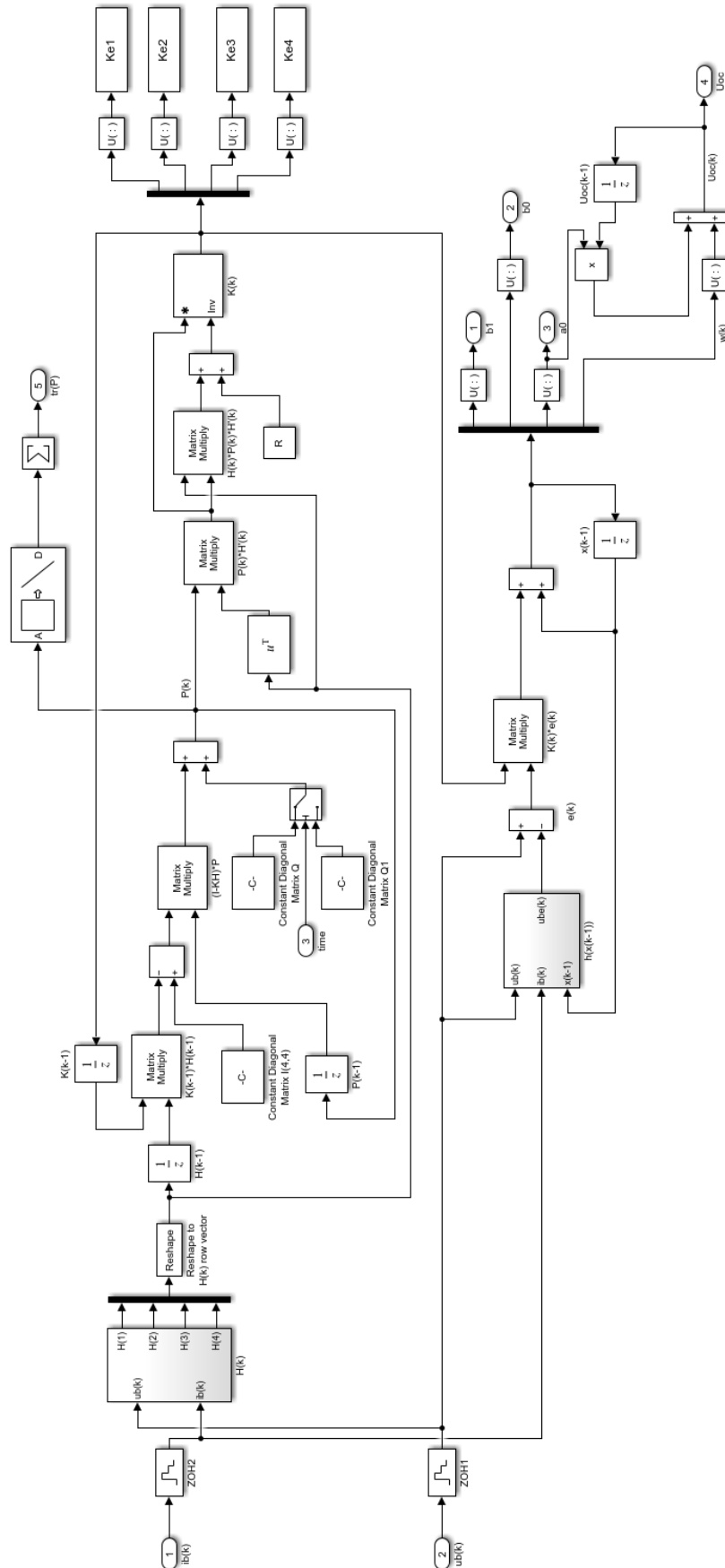
**Prilog B – Simulink model s EKF-om i s modelom baterije temeljen na Theveninovom modelu**



**Prilog C – Model baterije temeljen na Theveninovom modelu**



**Prilog C – Simulink model EKF-a za estimaciju parametara**



**Prilog D – Glavna skripta za pokretanje simulink modela s EKF-om i s nelinearnim****modelom baterije**

```

% Ucitavanje eksperimentalnih podataka i parametara baterije
load BattExpTraces.mat
load BattMdl.mat

Qmax0 = Qmax_map_abs(1);

% Simulacija modela baterije
sim('battery_model')

% Serijski otpor baterije
Rb = Rs_sim; % [Ohm] %Rs
% Polarizacijski otpor baterije
Rp = Rp_sim; % Rp
% Vremenska konstanta polarizacije
Tp = Tp_sim; % [s]

% Definiranje maksimalne vrijednosti struje i napona
U0 = 2.6607; % max(ub_sim)
I0 = 24; % max(ib_exp)
% Napon otvorenog kruga
Uoc = Uoc_sim; % [V]
% Početni uvjet za napon u modelu (normirana velicina)
Uoc_ = Uoc_sim/U0;
% Vrijeme uzorkovanja estimatora
Tps = 1.0; % [s]

% ICs
a0_IC = exp(-Tps/Tp(1));
b1_IC = Rb(1)*(I0/U0);
b0_IC = (Rp(1) - a0_IC*(Rb(1) + Rp(1)))*(I0/U0);

% Parametri vremenski-diskretnog modela baterije
a0 = exp(-Tps./Tp);
b1 = Rb;
b0 = (Rp - a0.*(Rb + Rp));

% Normirani parametri nazivnika prijenosne funkcije
b1_ = b1.*(I0/U0);
b0_ = b0.*(I0/U0);

% Filtar struje i napona
Tfilt = 1.0; % [s]
% Koeficijent za normiranje ulaza modela
Knu = I0; Knu_inv = 1.0/Knu;
% Koeficijent za normiranje izlaza modela
Kny = U0; Kny_inv = 1.0/Kny;
% Koeficijent normiranja djeluje na brojnik (pojacanje):
% Knu ~= 1 -> b0e = b0e_*Knu
% Kny ~= 1 -> b0e = b0e_/Kny
% Knu > 1 -> b0e_ < b0e
% Kny > 1 -> b0e_ > b0e

```

```
q11 = 1.0e-8; q22 = 1.0e-8; q33 = 1.0e-8; q44 = 1.0e-8;  
Q = 1e0*[q11 0 0 0;0 q22 0 0;0 0 q33 0;0 0 0 q44];  
R = 1.0e-15;
```

```
sim_len = 1200.0*9;  
sim_mdl_est4par2;  
sim('sim_mdl_est4par2');
```

```
figure(1),  
plot(t_sim/60,1000*b1,'b','LineWidth',2),grid on,hold on  
plot(t_sim/60,1000*b1_est,'r--','LineWidth',2)  
ylabel('b_1 [mOhm]'),legend('Actual','Estimated')  
xlabel('t [min]')  
set(gca,'FontSize',16)
```

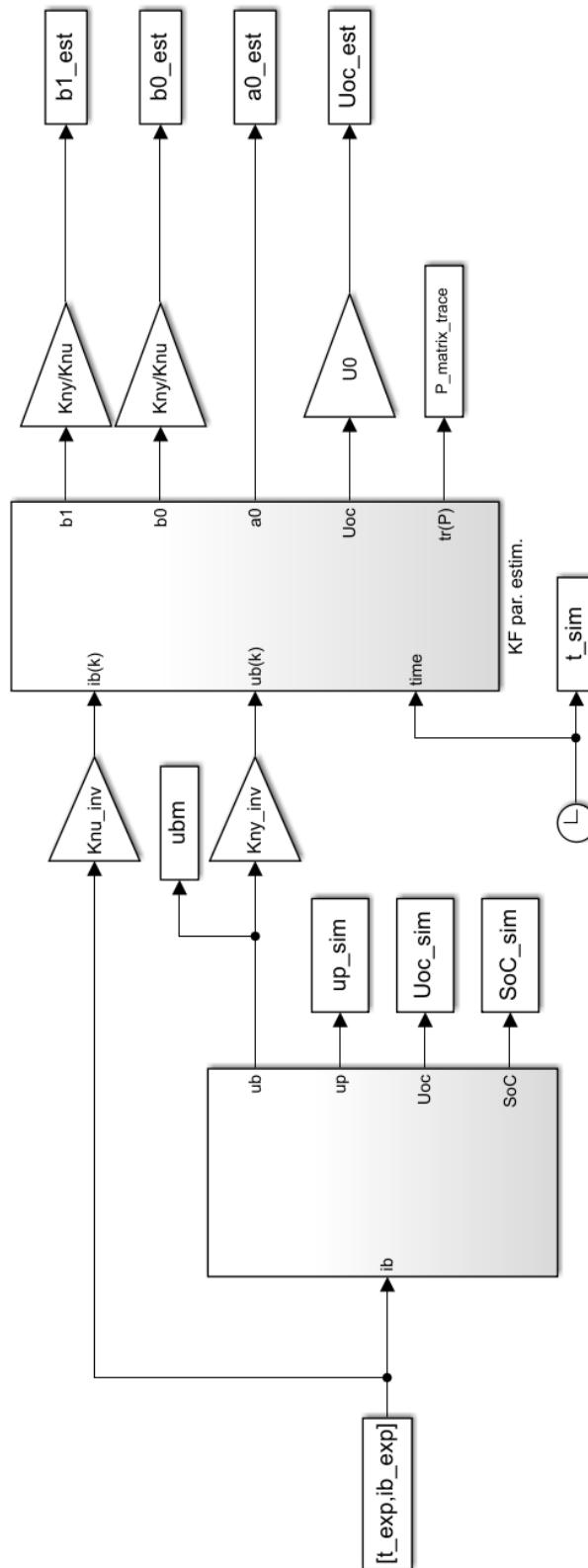
```
figure(2),  
plot(t_sim/60,1000*b0,'b','LineWidth',2),grid on,hold on  
plot(t_sim/60,1000*b0_est,'r--','LineWidth',2)  
ylabel('b_0 [mOhm]'),legend('Actual','Estimated')  
xlabel('t [min]')  
set(gca,'FontSize',16)
```

```
figure(3),  
plot(t_sim/60,a0,'b','LineWidth',2),grid on,hold on  
plot(t_sim/60,a0_est,'r--','LineWidth',2)  
ylabel('a_0'),legend('Actual','Estimated')  
xlabel('t [min]')  
set(gca,'FontSize',16)
```

```
figure(4),  
plot(t_sim/60,Uoc,'b','LineWidth',2),grid on,hold on  
plot(t_sim/60,Uoc_est,'r--','LineWidth',2)  
ylabel('U_o_c [V]'),legend('Actual','Estimated')  
xlabel('t [min]')  
set(gca,'FontSize',16)
```



**Prilog E – Simulink model s EKF-om i s nelinearnim modelom baterije**





**Prilog G – Glavna skripta za pokretanje simulink modela SRAM estimatora**

```
%clear all
%close all
%clc

% Unutarnji (serijski) otpor baterije [Ohm]
Rb = 0.7e-3;
% Polarizacijski otpor baterije [Ohm]
Rp = 1.0e-3;
% Vremenska konstanta polarizacije [s]
Tp = 5.0;
% Karakteristika napona otvorenog kruga (Uoc(ksi) = g1*ksi + Uoff)
k1 = 0.5; % [V]
% Nazivne (normirajuće) velicine baterije
U0 = 2.3; % [V]
I0 = 18.0; % [A]
% Normirajući koeficijent (otpor R0) [Ohm]
R0 = U0/I0;
% Nabojski kapacitet baterije [Ah]*3600 = [As]
Qmax = 30.0*3600.0;
% Vremenska konstanta akumulacije naboja [s]
Tb = Qmax/I0;

soc_init = 0.2;

load('BattMdl.mat')

% Filter polarizacijskog napona
T_f = 5.0; %[s]
Tps = 1.0;

% Filtar za ekstrakciju derivacija odziva struje i napona baterije
Tfd = 1.0; % [s]

% Filtar za filtriranje parametara
Tfp = 10.0; % [s]

% Parametri nazivnog modela bez Uoc
b1 = Rb/R0;
b0 = (Rp + Rb)/R0/Tp;
a0 = 1.0/Tp;

% Pocetna stanja estimiranih parametara
ep = 0.1;
b1_est0 = b1*(1 + ep);
b0_est0 = b0*(1 - ep);
a0_est0 = a0*(1 + (0.9-soc_init)*ep);
uoff_est0 = (1 - 0.0*ep)*2.3*a0/U0;

kn = 1.0e1;
% Pojacanja estimatora

if(1)
K1 = kn*0.5e-2; % za b1 0.5e-3
K2 = kn*0.5e-2; % za b0 0.5e-3
```

```

K3 = kn*0.1e-4; % za a0 0.1e-6
K4 = kn*1.0e-2; % za uoff 1.0e-3
else
K1 = kn*0.5e-3; % za b1 0.5e-3
K2 = kn*(5.0e-4)*(1.0e0); % za b0 0.5e-3
K3 = kn*(1.0e-6)*(1.0e0); % za a0 0.1e-6
K4 = kn*1.0e-4; % za uoff 1.0e-3
end

TS_PRBS = 5.0;

Nbit = 20; Uref = 2.68; Iref = 18.0;
res_ub = Uref/(2^Nbit);
res_ib = Iref/(2^Nbit);

% Vrijeme uzorkovanja za estimator
T = 0.01;

% Parametri modela
Rc = 0.05; % [Ohm]

Rtot = Rb + Rc;
Lc = 0.7e-3;
Tc = Lc/Rtot;
Kc = 1/Rtot;

% Chopper
Tch = 1e-3; % [s]
Kch = 1.0; % [-]

% Filter struje
Tfilt = 5e-3; % [s] % Prije: 4e-3

% Uzorkovanje
Ts = 4e-3; % [s]

% Stacionarni napon DC međukruga
Udc0=40; %[V]

% Pocetni napon
uc0 = 0.0; % [V]
% Pocetna struja
I00 = 0.0;

% Nadomjesna vremenska konstanta procesa s utjecajem uzorkovanja
Tsig0 = Tch + Tfilt + Ts;
D2i = 0.5; D3i = 0.5;

Tei = Tsig0/D2i/D3i/(1 + Tsig0/Tc);

Kci = Rtot*((Tsig0+Tc)/D2i/Tei-1);
Tci = (1-D2i*Tei/(Tsig0+Tc))*Tei;
Tdi = 0;

Kappa_Tei = 1.0;
% Pretpostavljeni iznos Tei za potrebe sinteze

```

```

Tei_ = Kappa_Tei*Tei;

% Kappa_Teu - faktor skaliranja Teu u odnosu na minimalni iznos:
% < 1 -> zeli se postici brza dinamika od minimalne dopustene za
dobar odziv (moguca oscilatornost)
% > 1 -> zeli se postici sporija dinamika od nominalne radi
robustnosti reg. sustava na promjene parametara (Tei)
Kappa_Teu = 1.0;

% Uoc vs. SoC gain maximum
Ksm = 1.0;

Tee = 50.0;
% Regulator napona -> parametri sinteze
Tpar = Tps + Tfilt + Tei_ + Tee + 0*Tp;
D2u = 0.5; D3u = 0.5;

% Proracun parametara regulatora
Teu = Kappa_Teu*Tpar/D2u/D3u;
KR = Qmax/D2u/Teu/Ksm;
TI = Teu;

% Limiti struje
Imax = 18.0; % 30A, 24A, 18A or 12A
Imin = 0.3;

% Kompenzacija prenapona na bateriji ...
%KR_cmp = 100.0; KI_cmp = 100.0;

D2c = 0.5;
Tsigc = Tei + Ts + Tfilt;
Tec = 0.9*Tsigc/D2c;

KR_cmp = (1/Rb)*(Tsigc/D2c/Tec - 1);
TI_cmp = Tec*(1 - D2c*Tec/Tsigc);
KI_cmp = KR_cmp/TI_cmp;

Tacq = T; % vremenski korak spremanja podataka

tfin = 2.5*3600;

% error(' ');

charging_simple_uoc_comp2;
sim('charging_simple_uoc_comp2')

err_Uoc = ((Uoc-Uoc_ly)./Uoc)*100;

figure(1),
plot(t,Uoc_ref,'k--','LineWidth',1.5),grid on, hold on
plot(t,Uoc,'r','LineWidth',1.5)
plot(t,Uoc_ly,'b:','LineWidth',1.5),grid on
legend('Referenca','Eksperiment','Estimator')
ylabel('U_o_c [V]'),xlabel('t [s]'), set(gca,'FontSize',16)

figure(2)

```

```
stairs(t, ibR, 'r'), grid on, hold on
plot(t, ibR_, 'k', 'LineWidth', 1.5), grid on
legend('Referenca struje', 'Struja')
ylabel('i_b [A]'), xlabel('t [s]'), set(gca, 'FontSize', 16)

figure(3),
plot(t, 100*SoC, 'r', 'LineWidth', 1.5), grid on, hold on
ylabel('SoC [%]'), xlabel('t [s]'), set(gca, 'FontSize', 16)

figure(4)
plot(t, ub, 'r', 'LineWidth', 1.5), grid on
ylabel('u_b [V]'), xlabel('t [s]'), set(gca, 'FontSize', 16)

figure(5),
plot(t/60, 1000*Rb_sim, t/60, 1000*Rb_est, 'LineWidth', 2), grid on
ylabel('R_b [mOhm]'), legend('Eksperiment', 'Estimator')
xlabel('t [min]'), set(gca, 'FontSize', 16)

figure(6)
plot(t/60, Uoc, t/60, Uoc_ly, 'LineWidth', 2), grid on
ylabel('U_o_c [V]'), legend('Eksperiment', 'Estimator')
xlabel('t [min]'), set(gca, 'FontSize', 16)

figure(7),
plot(t/60, 1000*Rp_sim, t/60, 1000*Rp_est, 'LineWidth', 2), grid on
ylabel('R_p [mOhm]'), legend('Eksperiment', 'Estimator')
xlabel('t [min]'), set(gca, 'FontSize', 16)

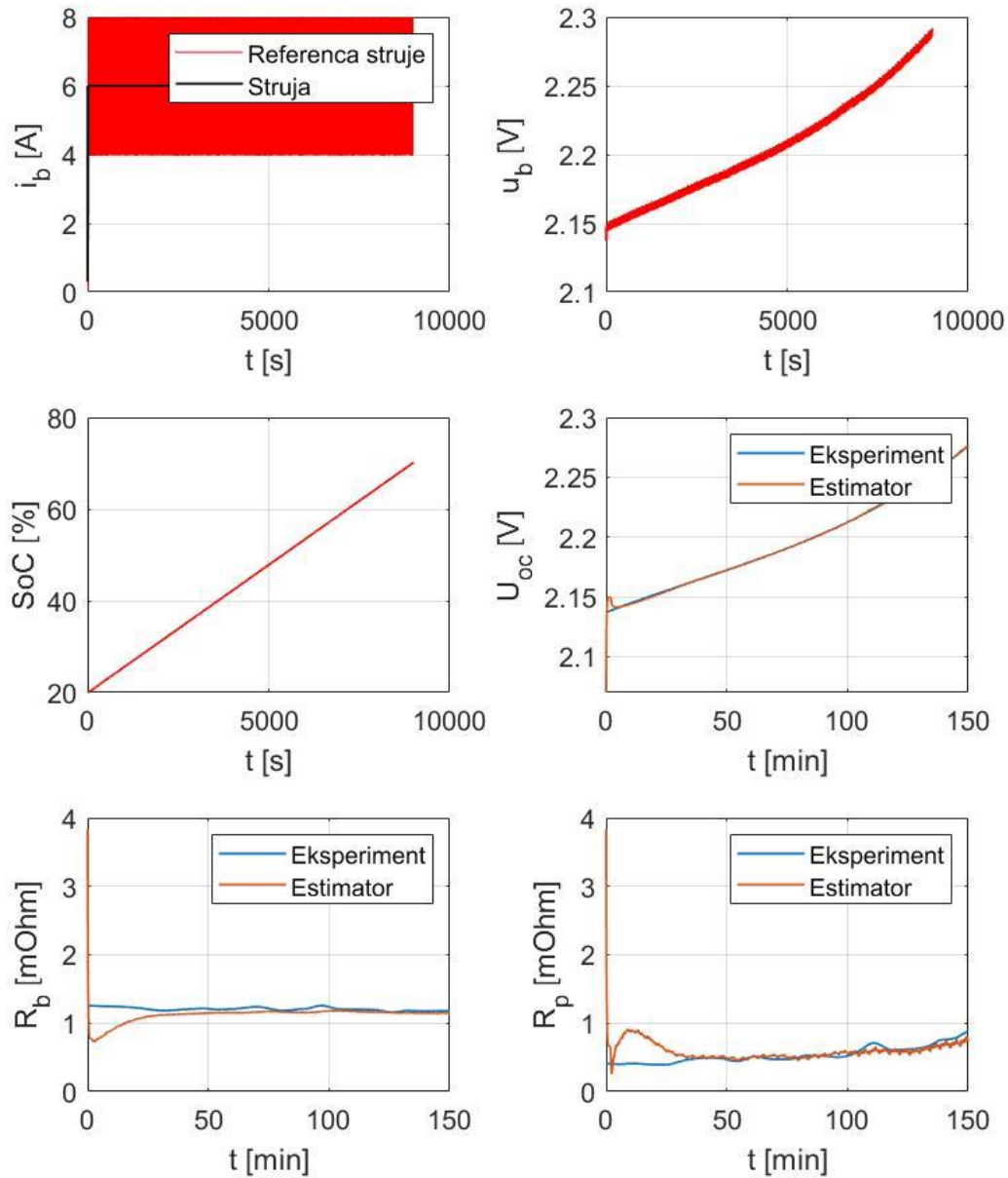
figure(8)
plot(t/60, Tp_sim, t/60, Tp_est, ':', 'LineWidth', 2), grid on
ylabel('T_p [s]'), legend('Eksperiment', 'Estimator')
xlabel('t [min]'), set(gca, 'FontSize', 16)

figure(9)
plot(t/60, err_Uoc, 'LineWidth', 2), grid on
ylabel('e_U_o_c [%]')
xlabel('t [min]'), set(gca, 'FontSize', 16)

figure(10)
plot(t/60, Uoc-Uoc_ly, 'LineWidth', 2), grid on
ylabel('e_U_o_c [V]')
xlabel('t [min]'), set(gca, 'FontSize', 16)
```

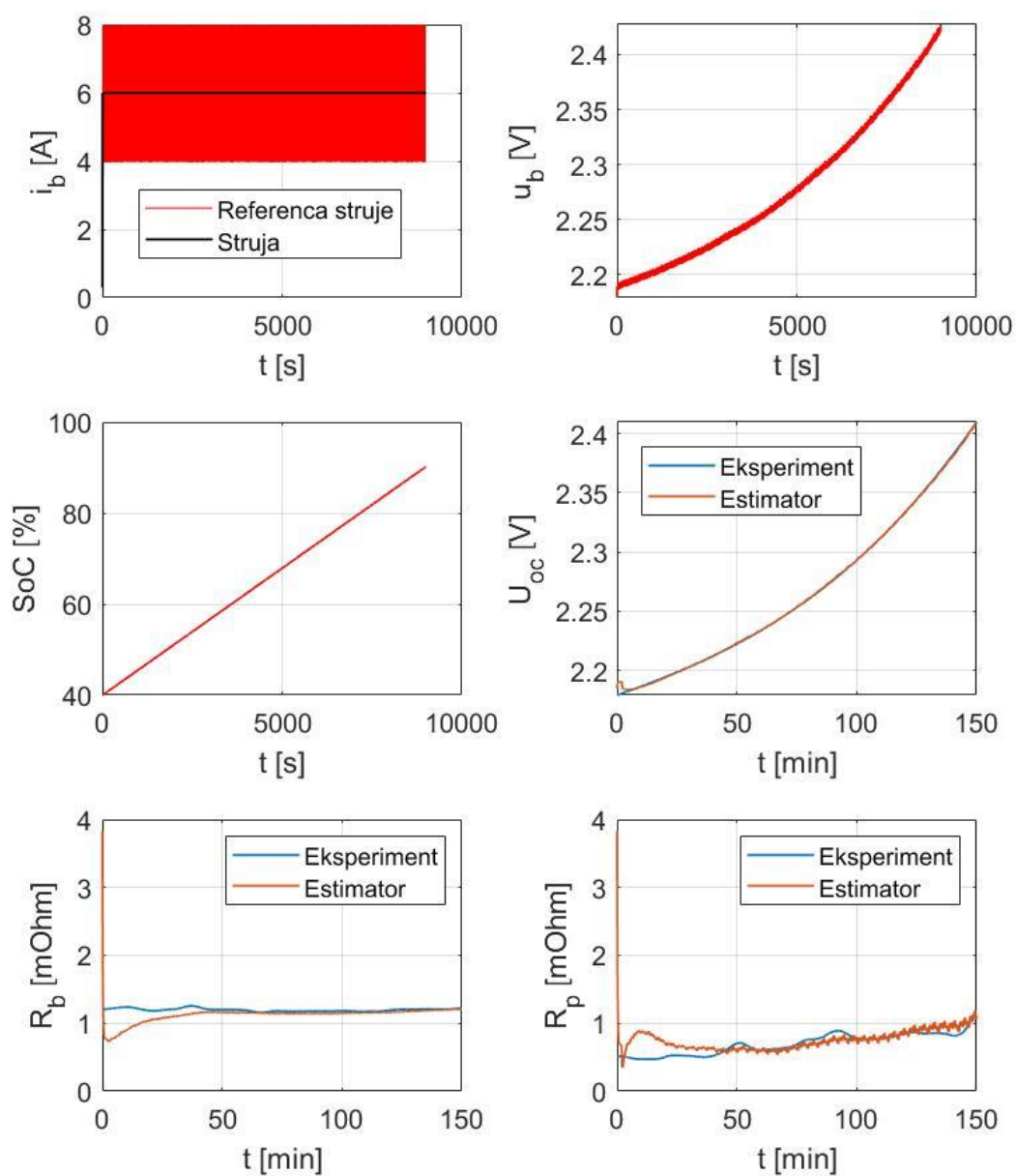


**Prilog I – Rezultati simulacija za SRAM estimator za različite režime punjenja i uz različite početne uvjete SoC-a**

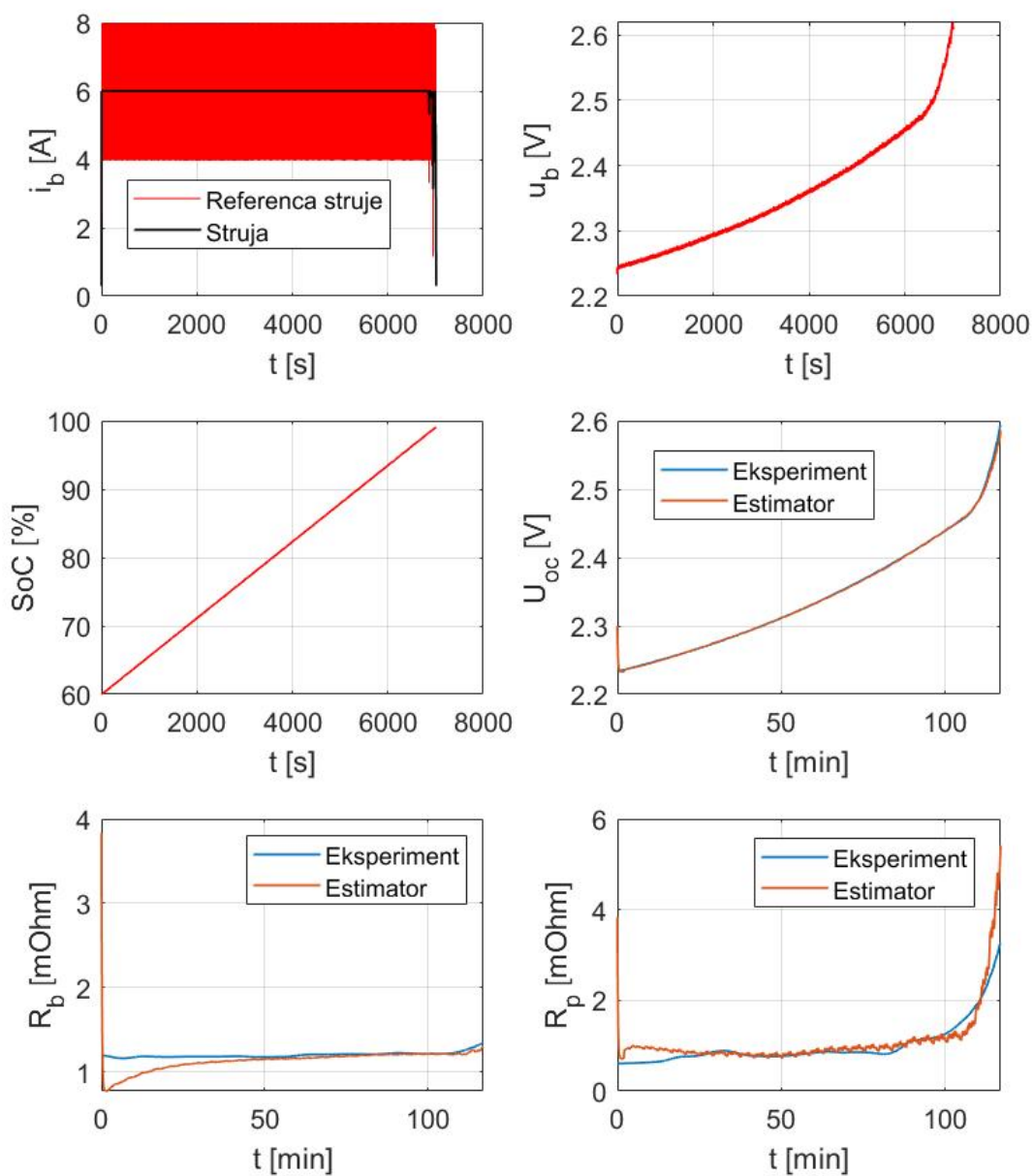


**Slika 30** Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 6 A, za  $\xi_0 = 20\%$

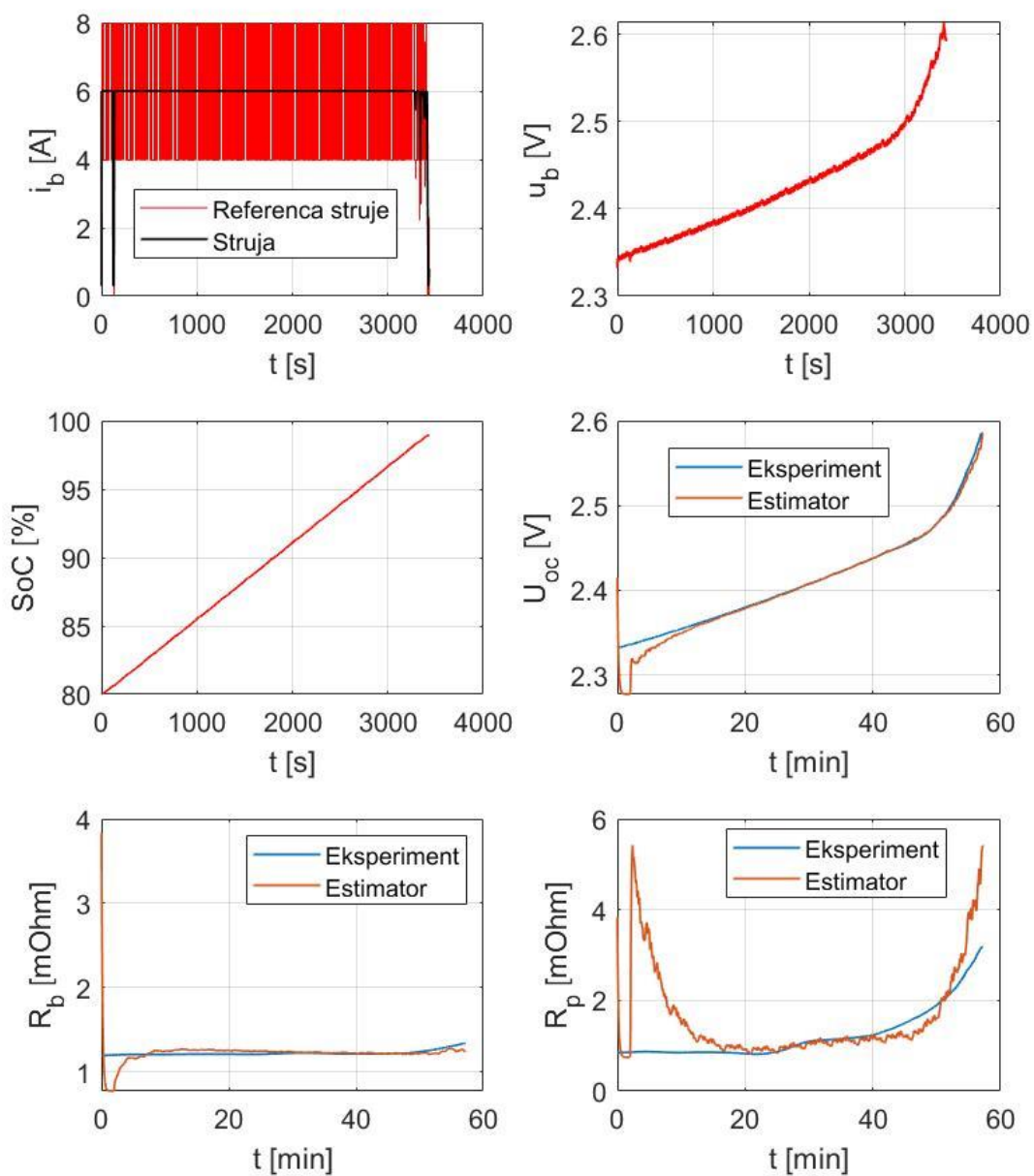




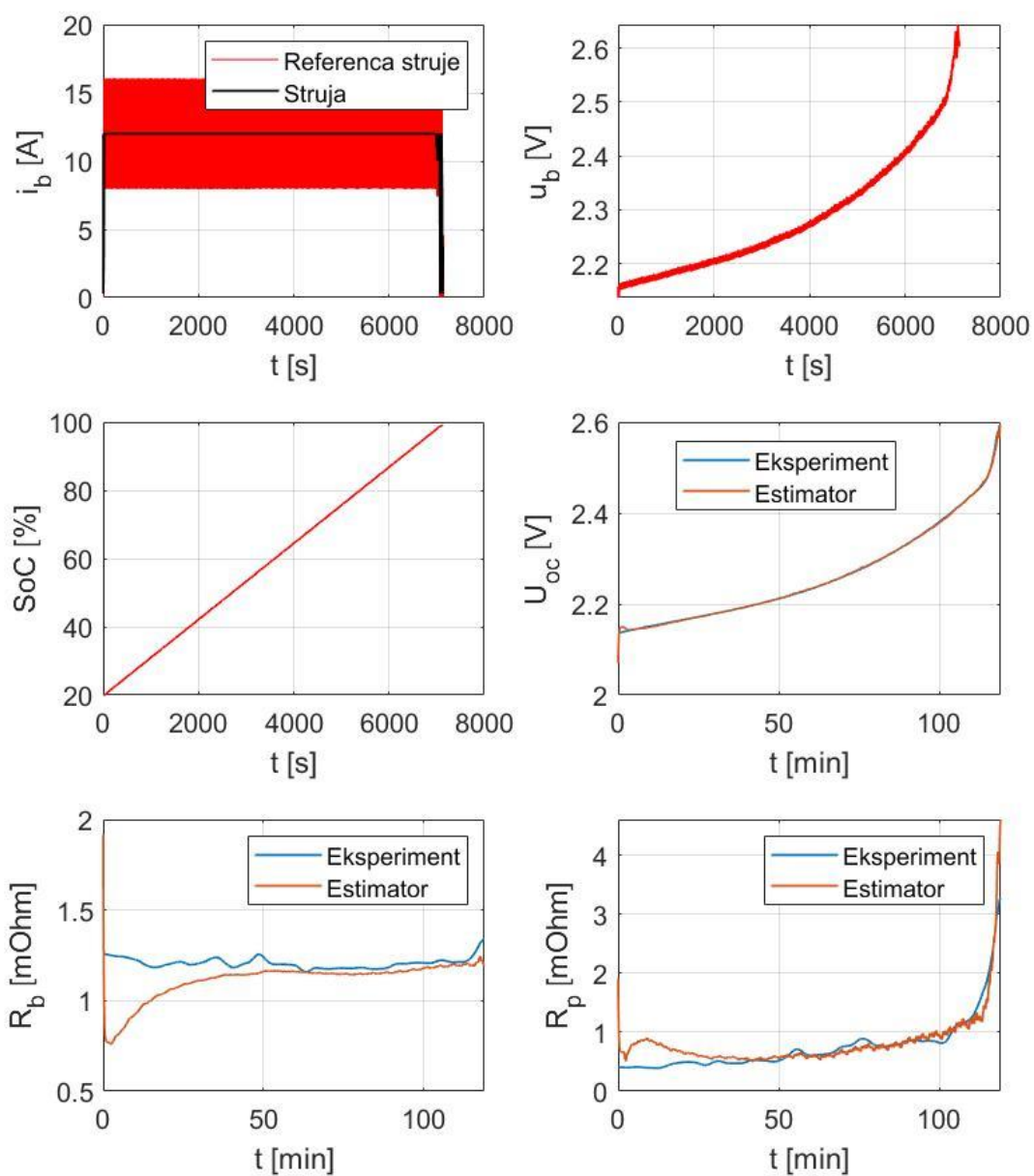
Slika 31 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 6 A, za  $\xi_0 = 40\%$



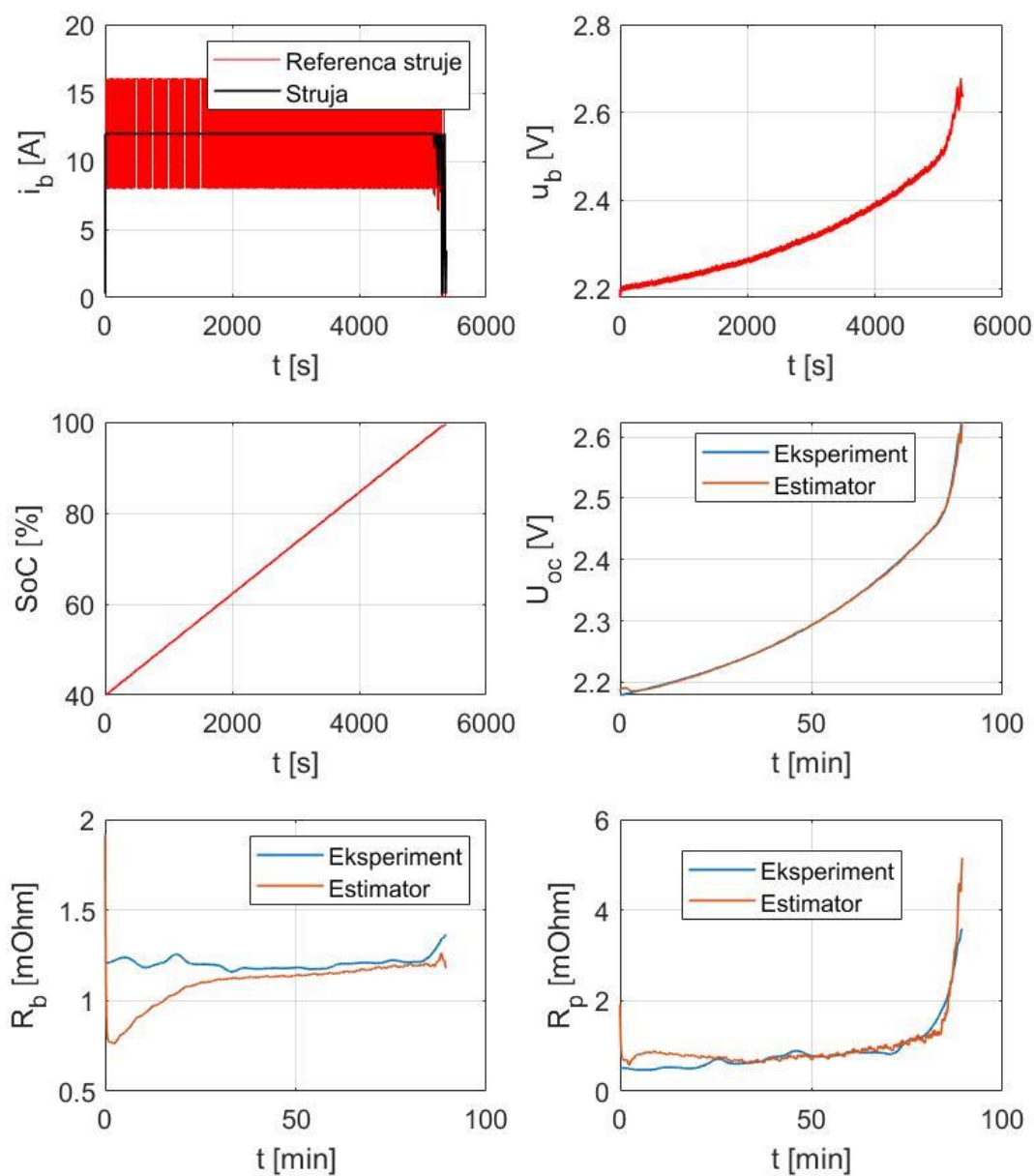
Slika 32 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 6 A, za  $\xi_0 = 60\%$



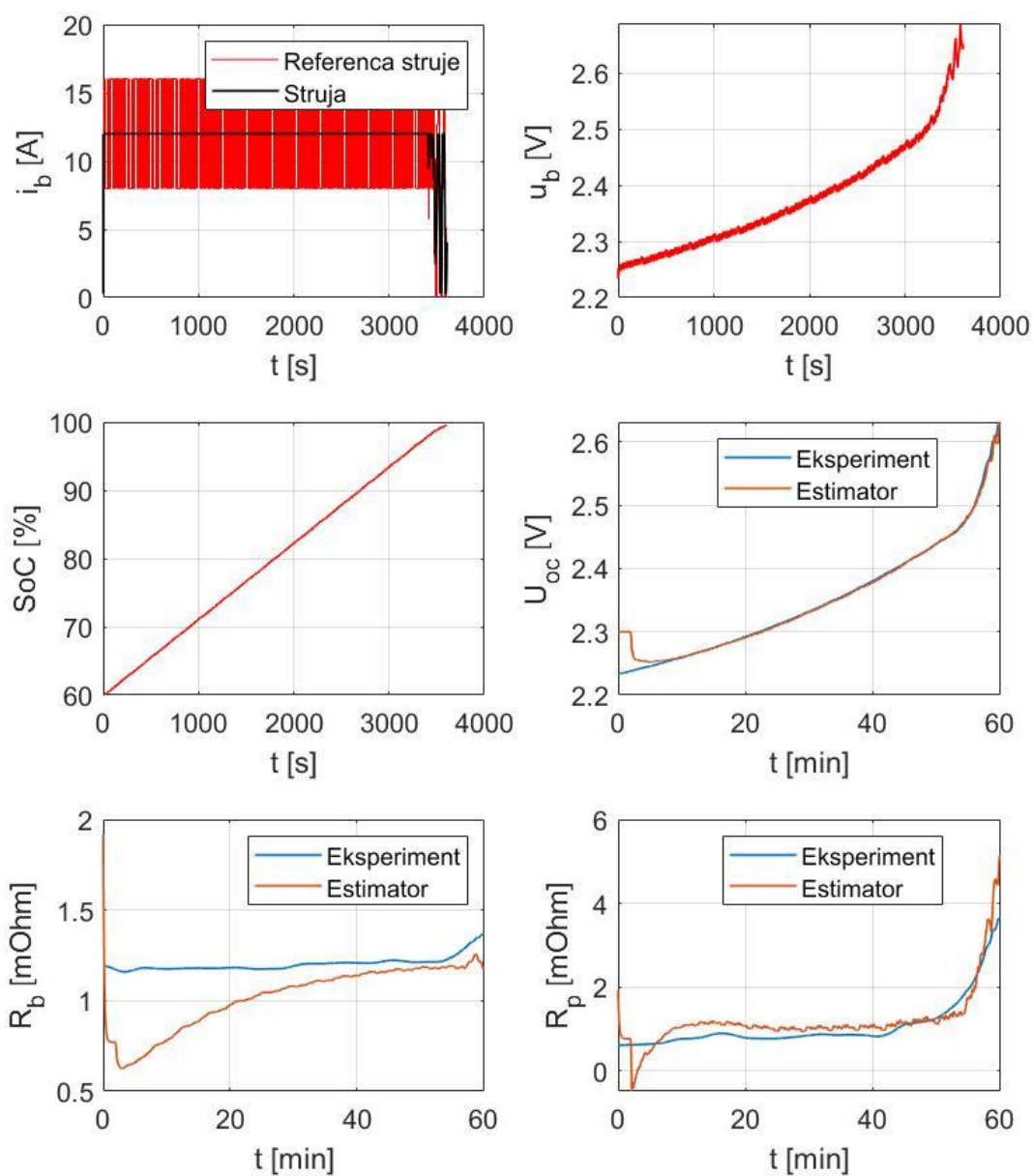
Slika 33 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 6 A, za  $\xi_0 = 80\%$



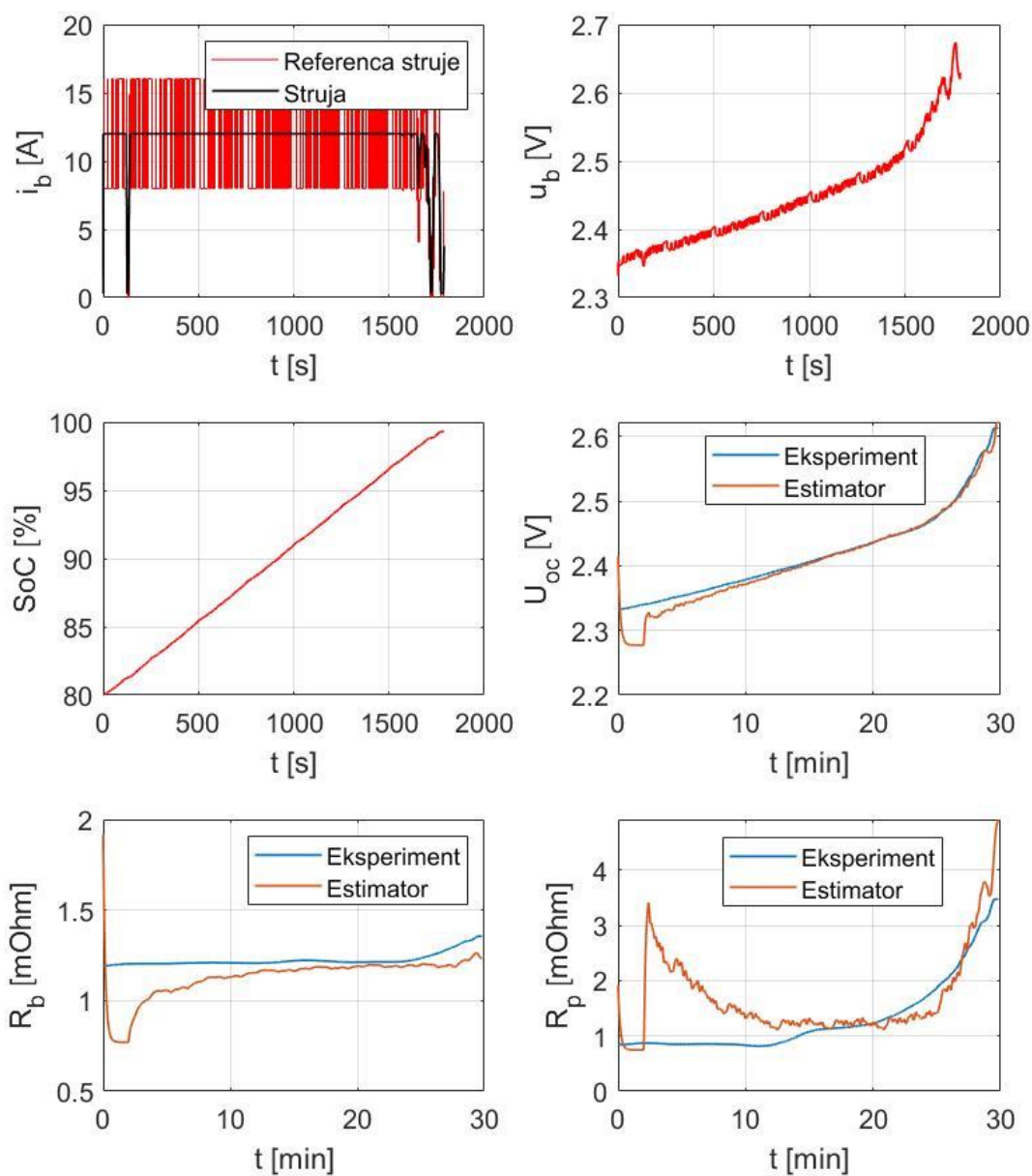
Slika 34 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 12 A, za  $\xi_0 = 20\%$



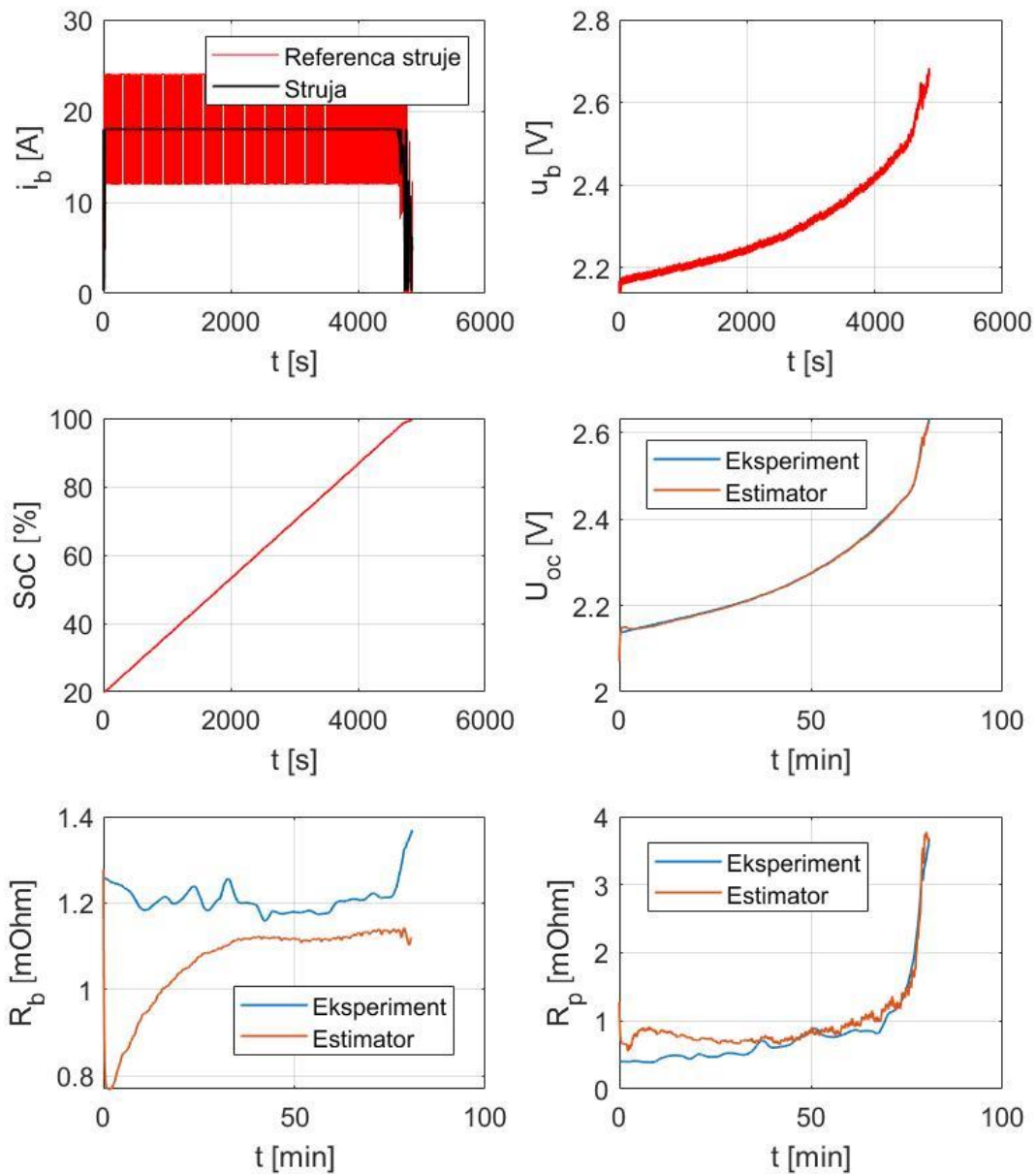
Slika 35 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 12 A, za  $\xi_0 = 40\%$



Slika 36 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 12 A, za  $\xi_0 = 60\%$

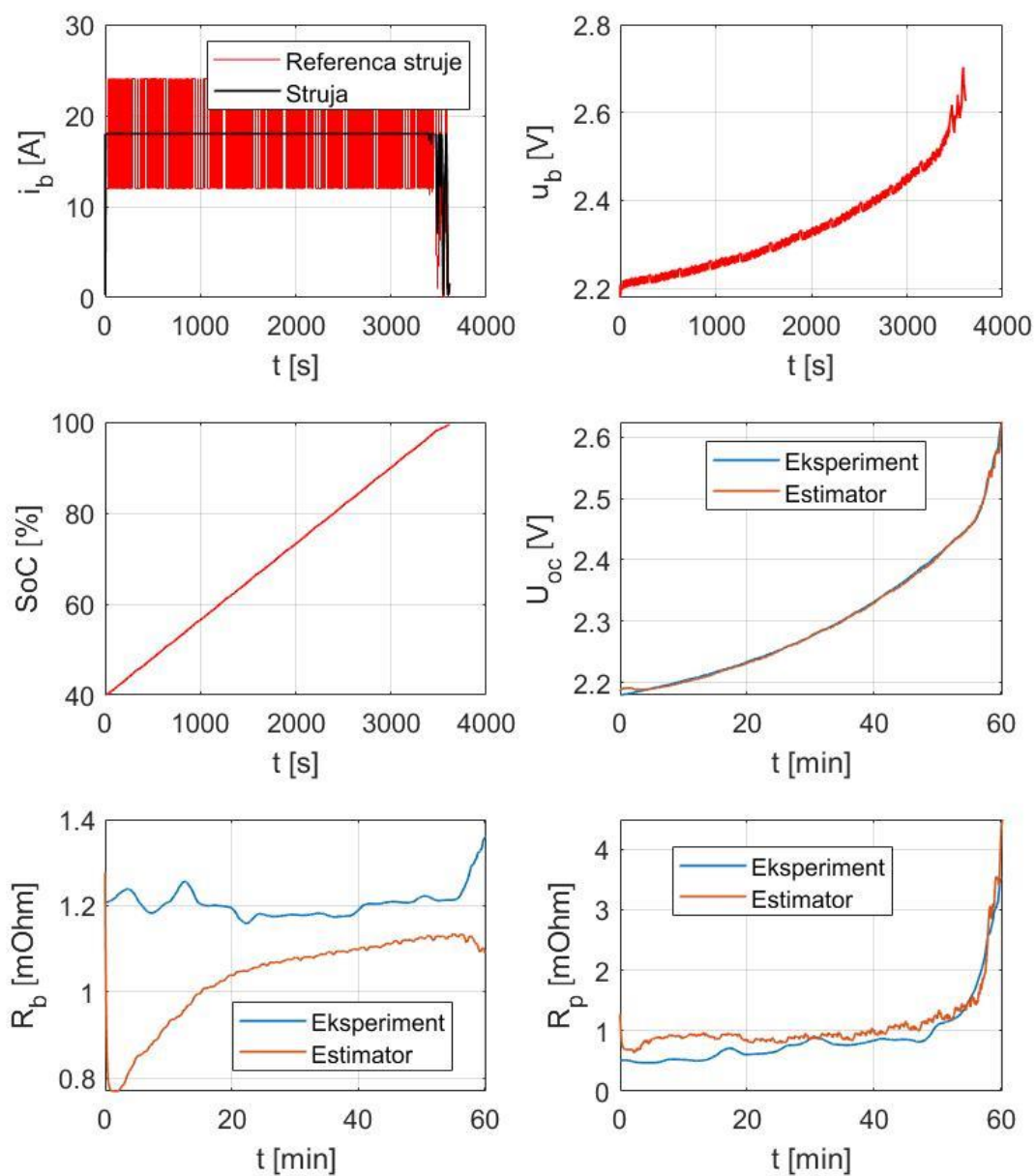


Slika 37 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 12 A, za  $\xi_0 = 80\%$

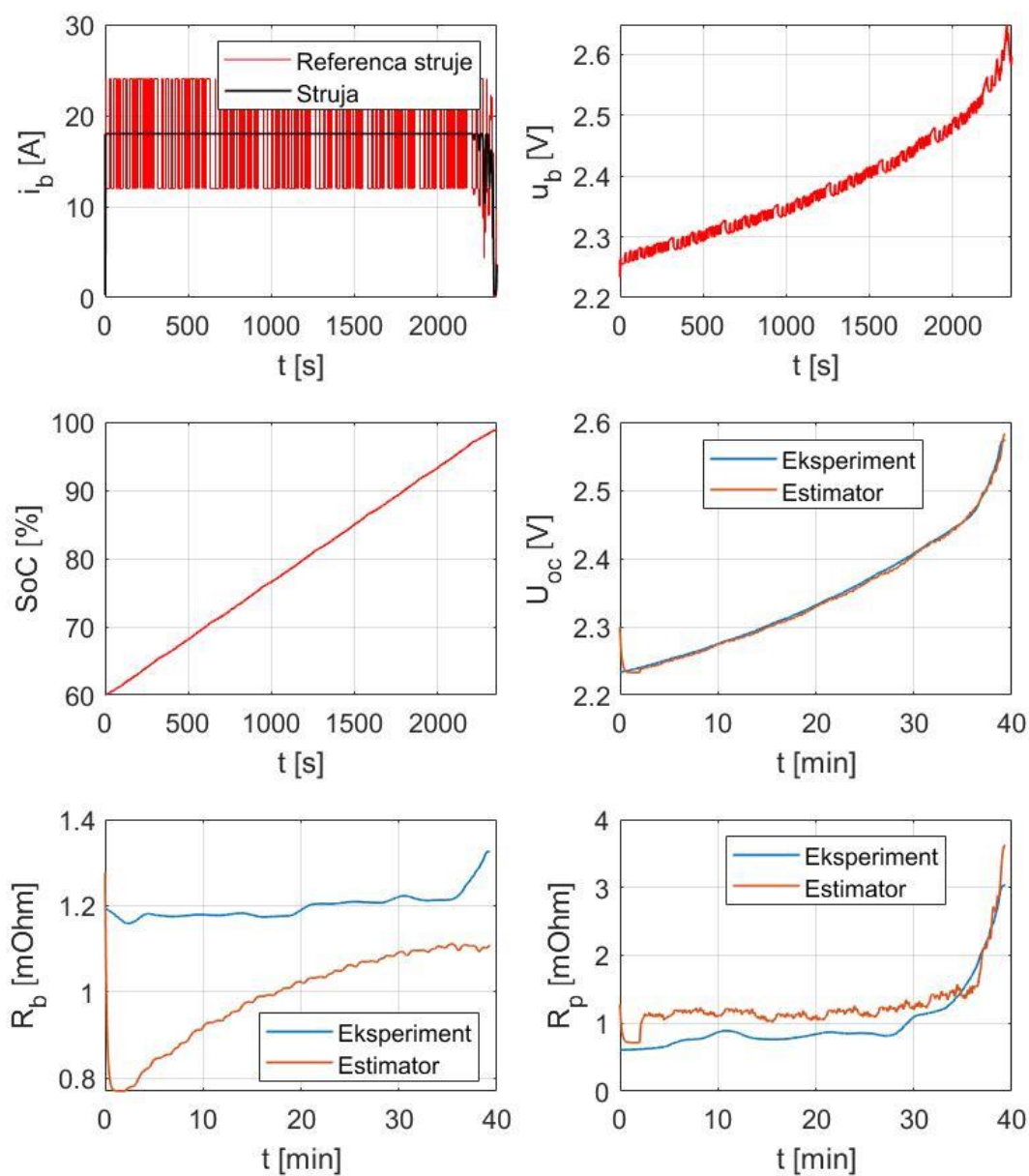


Slika 38 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 18 A, za  $\xi_0 = 20\%$

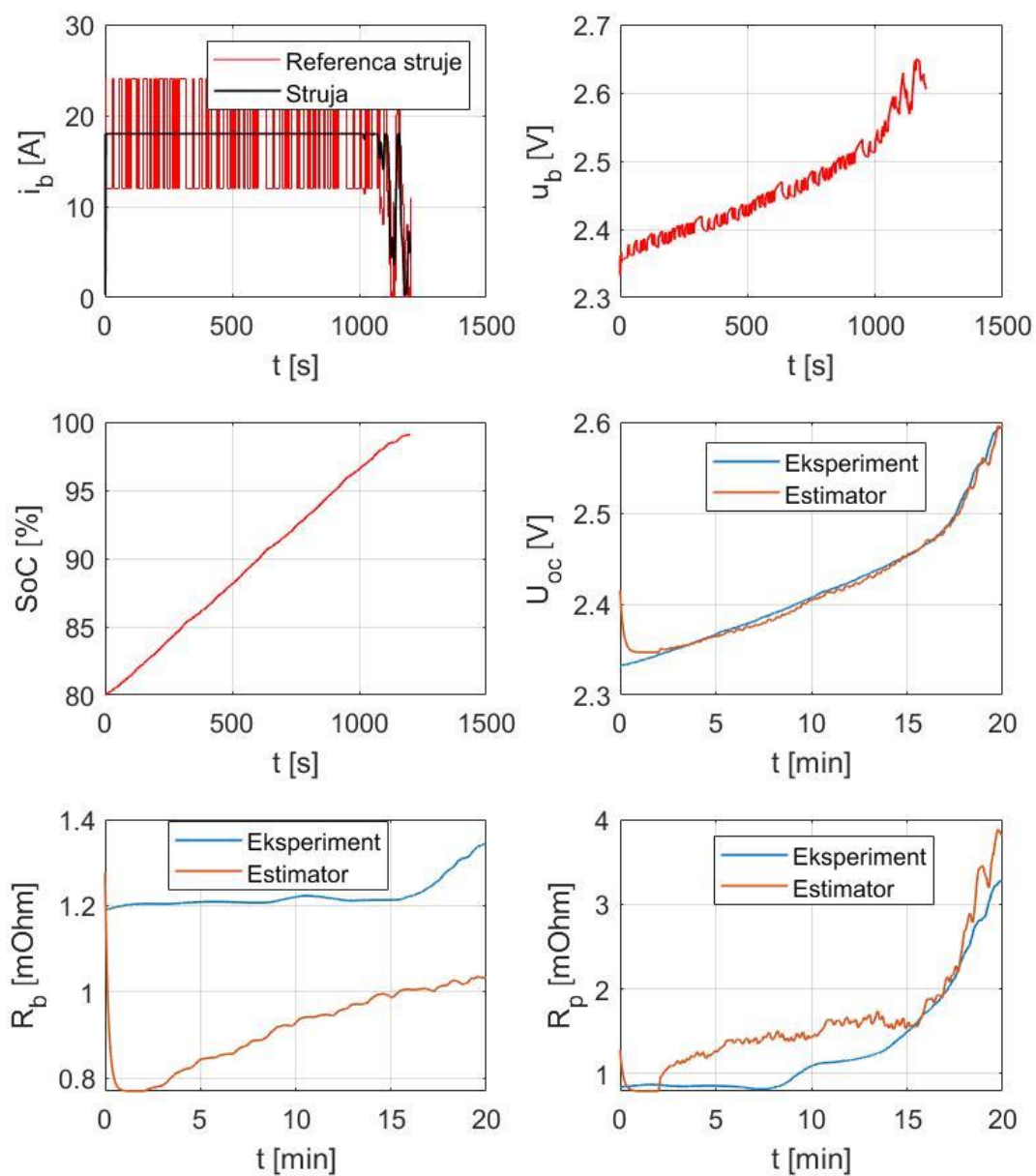




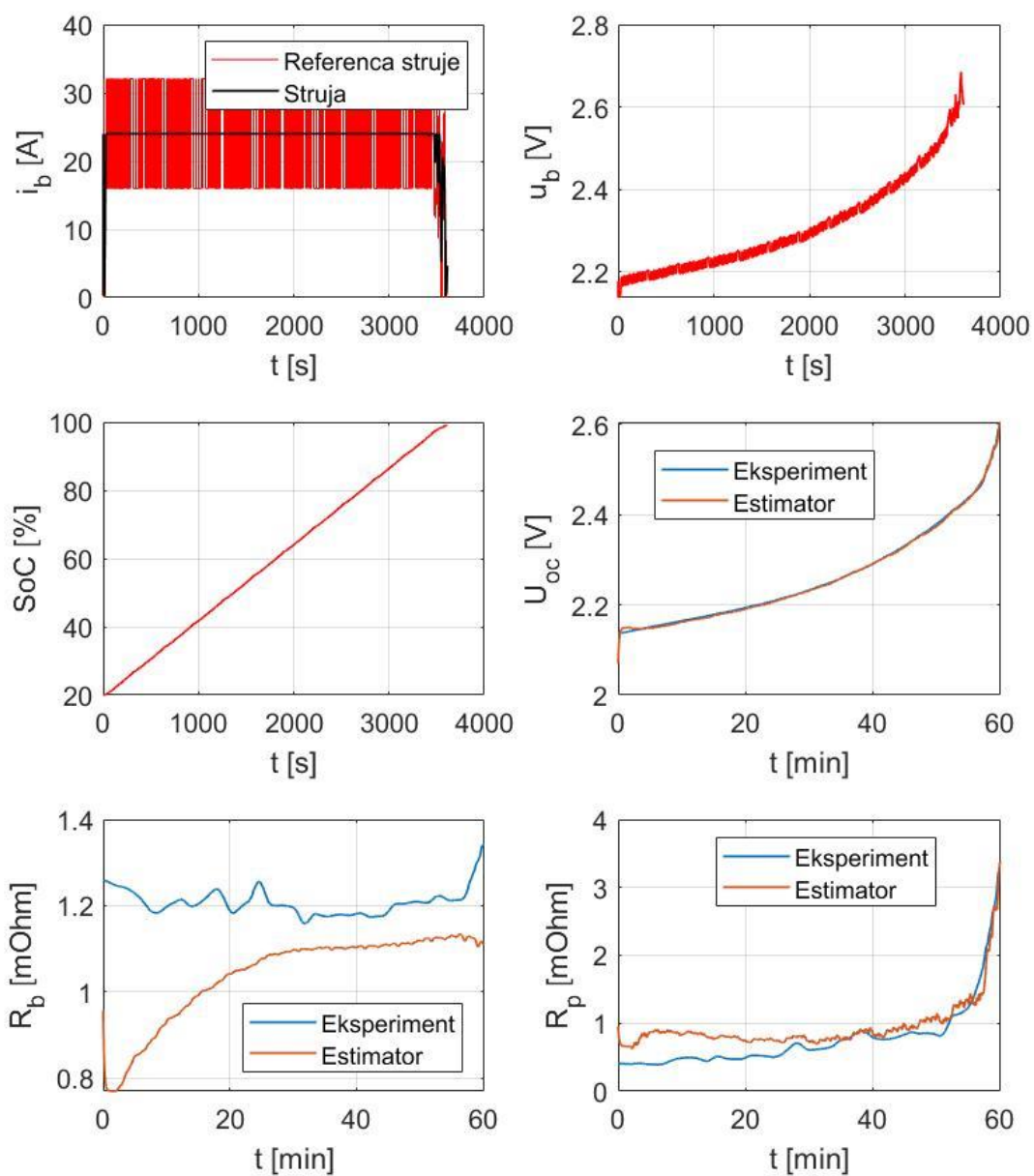
Slika 39 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 18 A, za  $\xi_0 = 40\%$



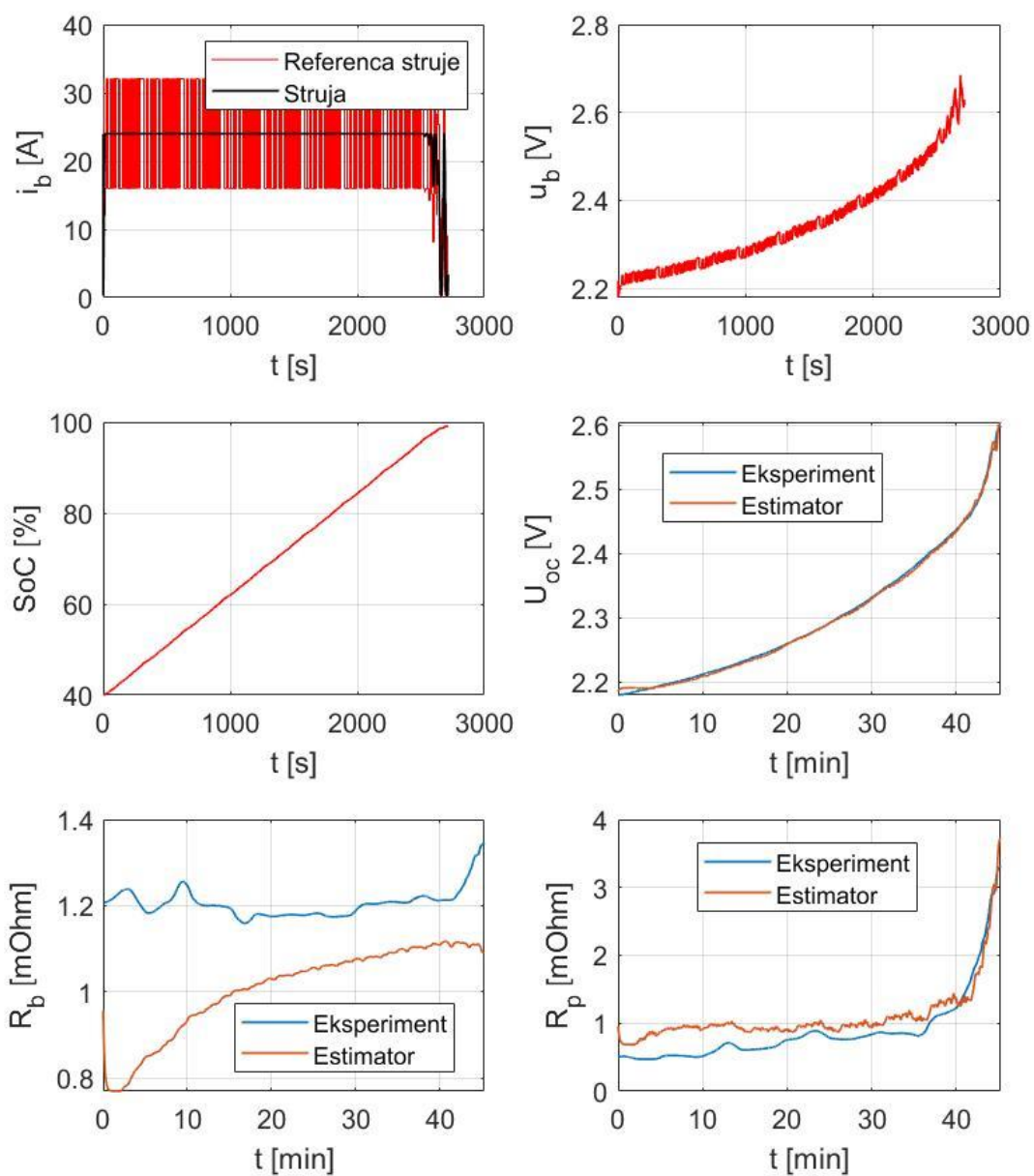
Slika 40 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 18 A, za  $\xi_0 = 60\%$



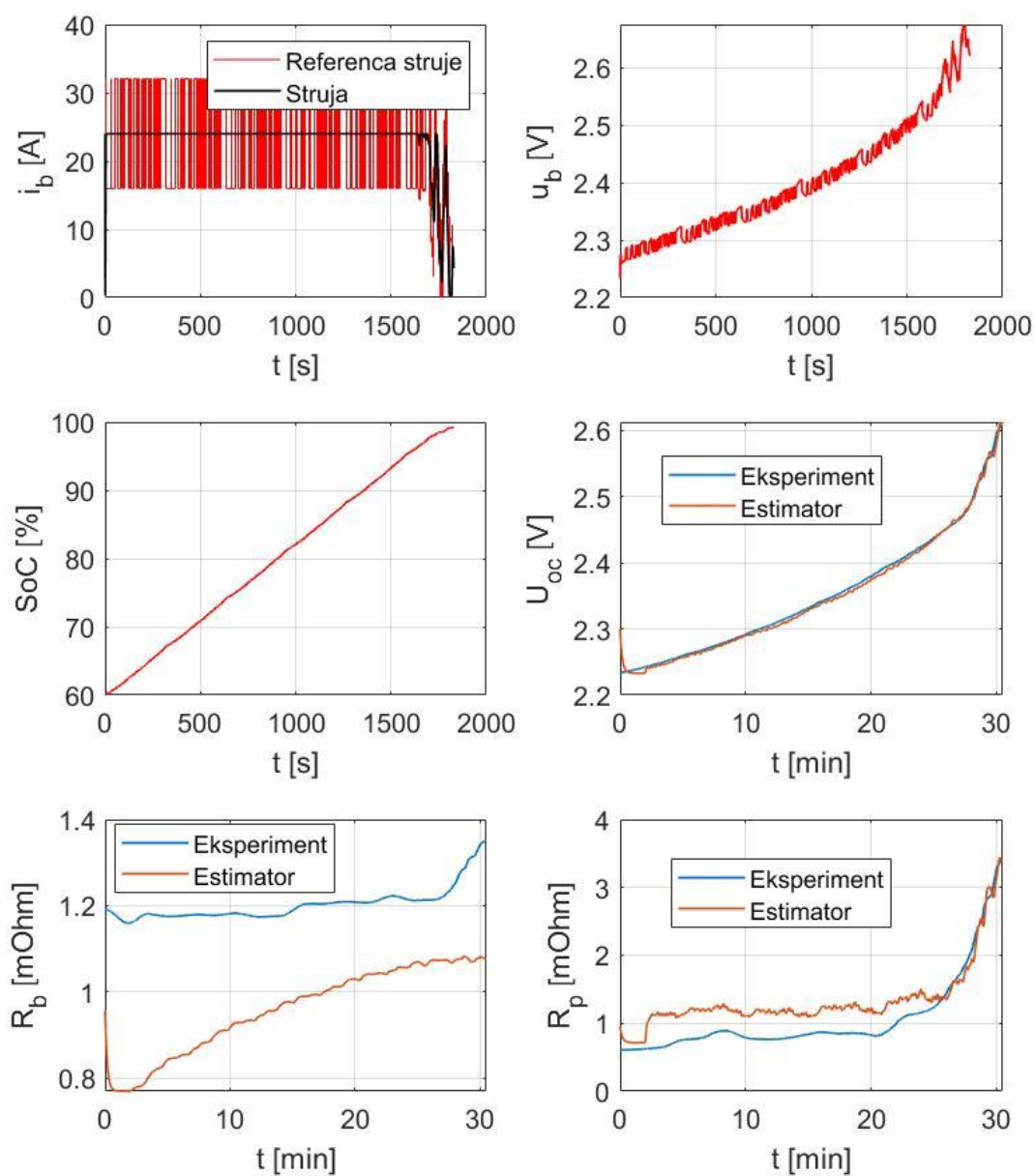
Slika 41 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 18 A, za  $\xi_0 = 80\%$



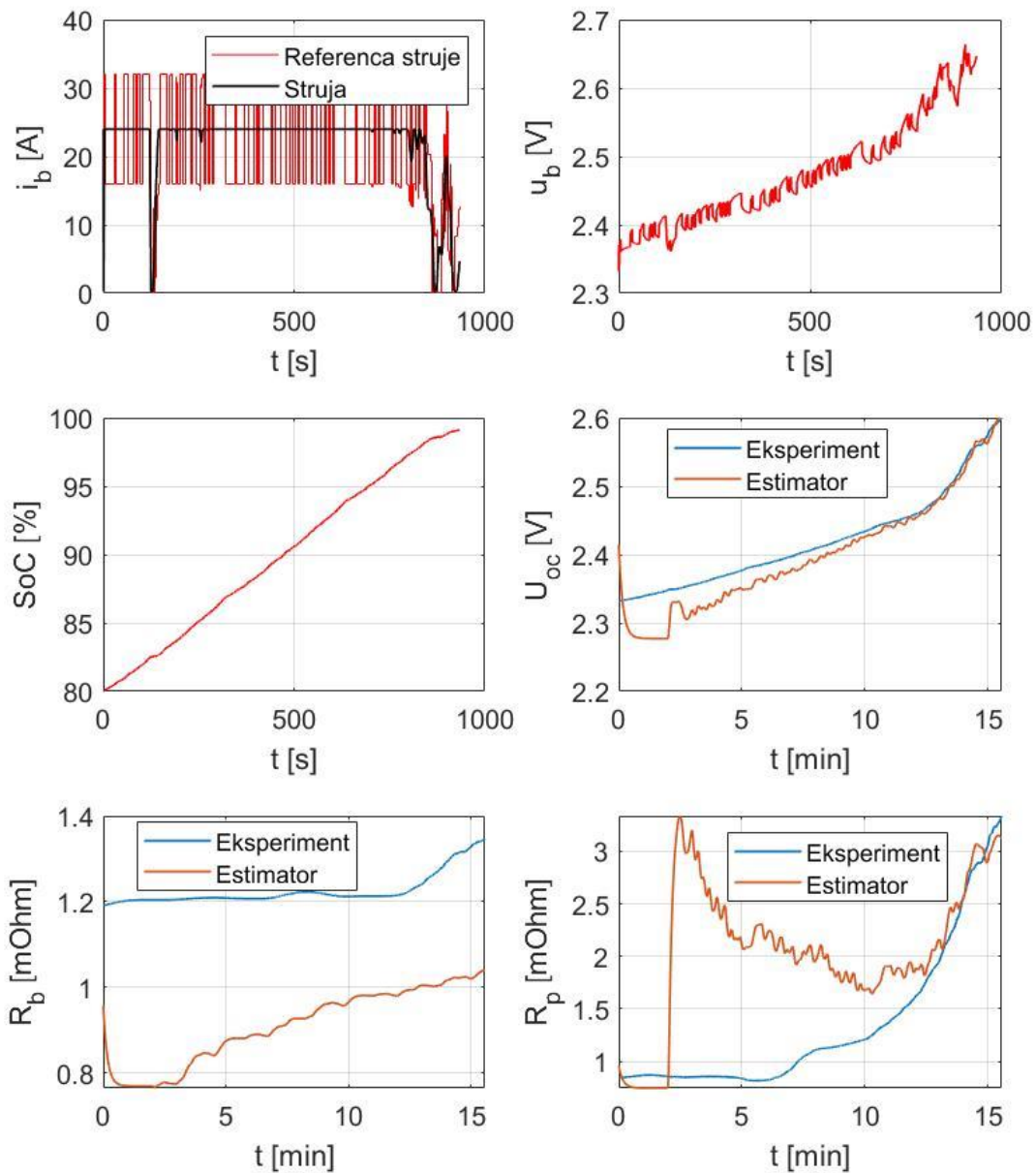
Slika 42 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 24 A, za  $\xi_0 = 20\%$



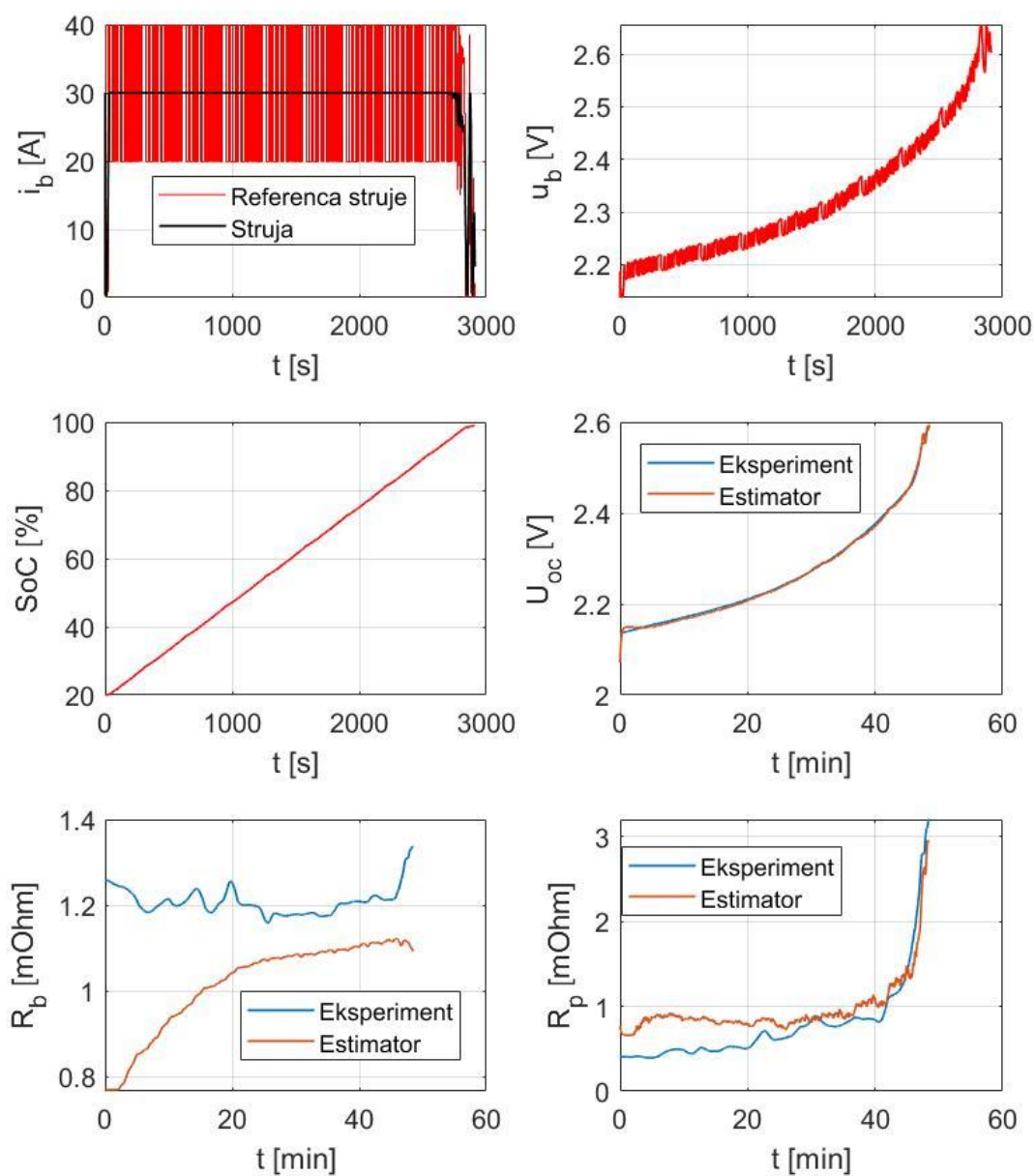
Slika 43 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 24 A, za  $\xi_0 = 40\%$



Slika 44 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 24 A, za  $\xi_0 = 60\%$

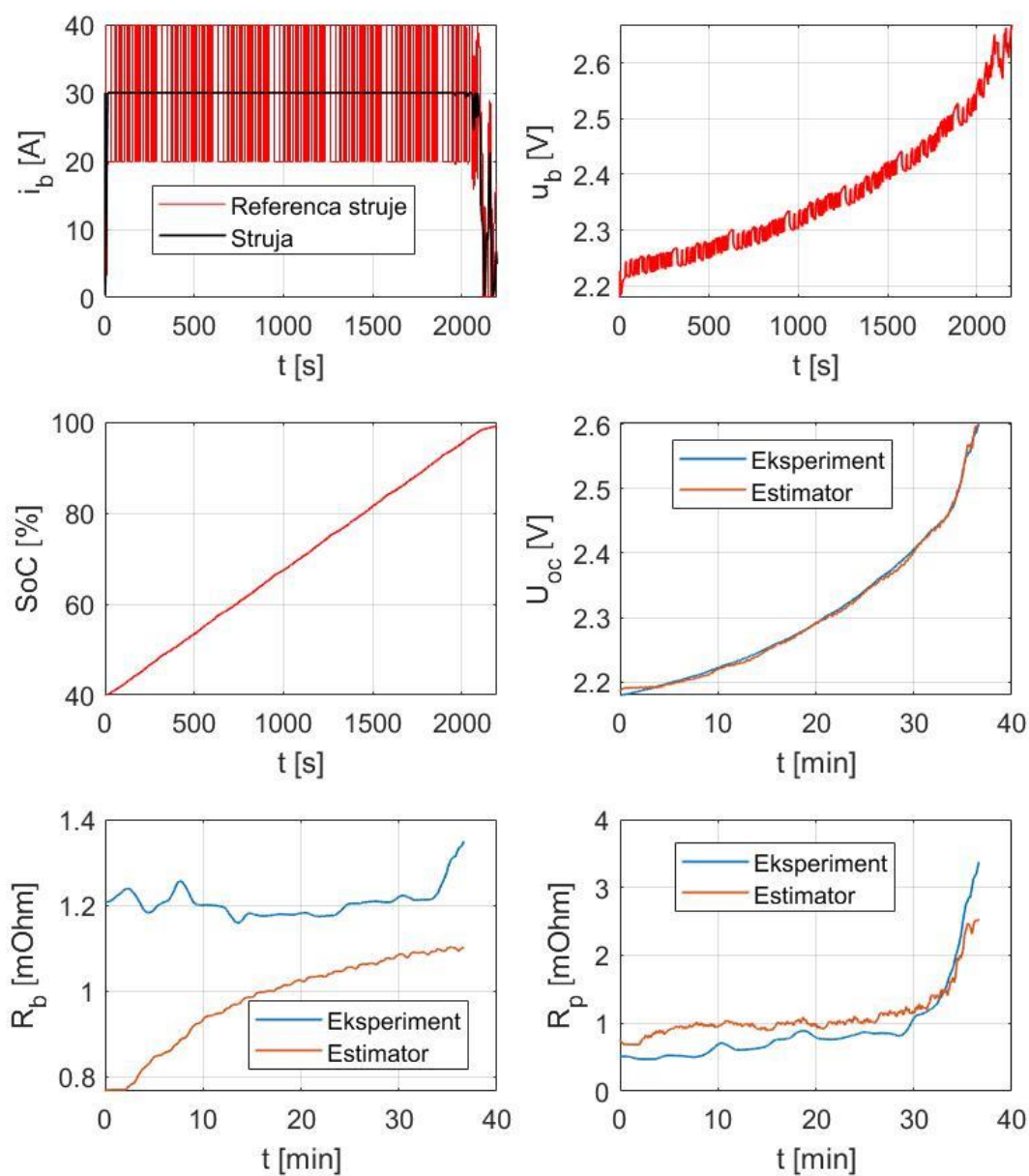


Slika 45 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 24 A, za  $\xi_0 = 80\%$

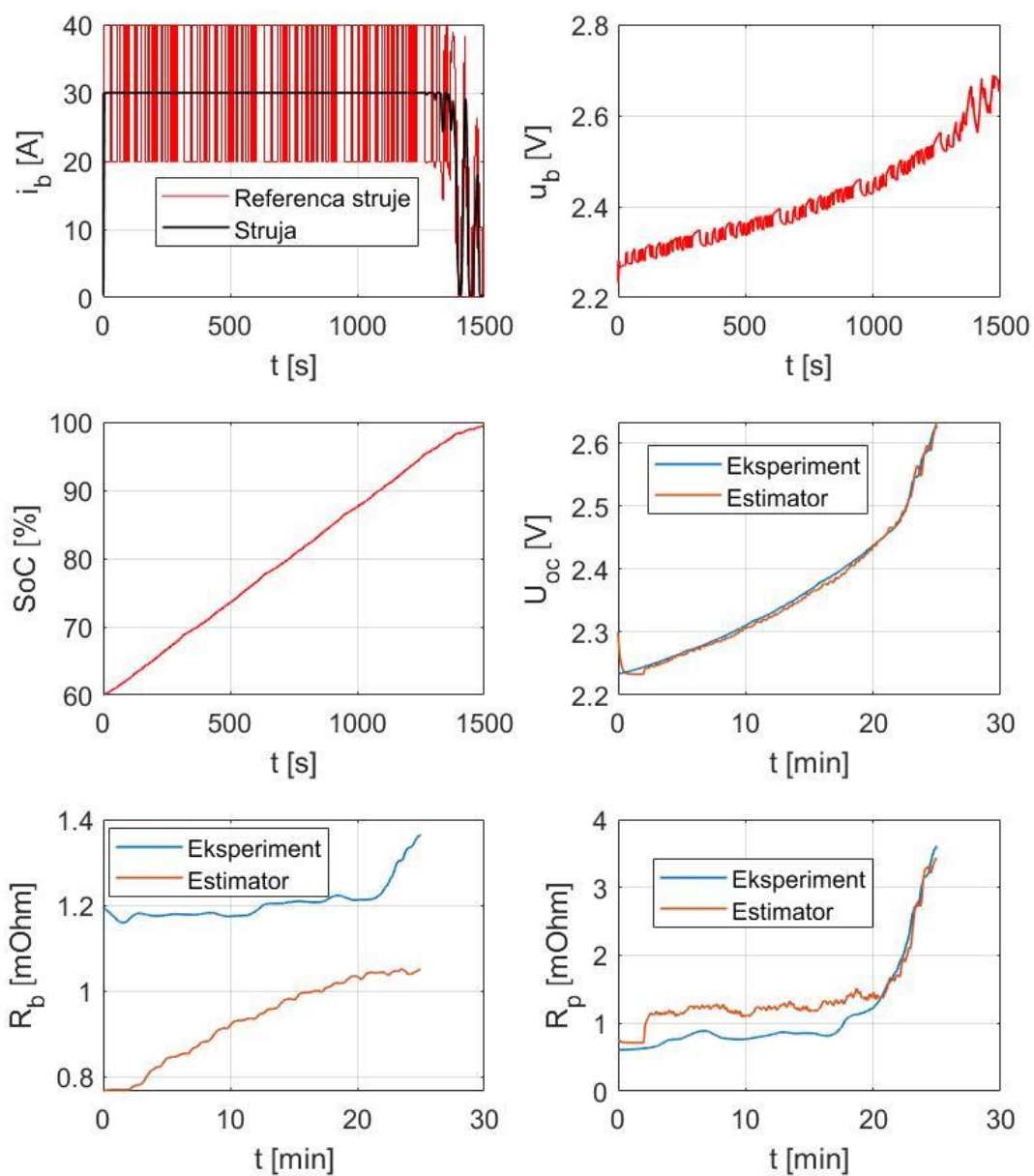


Slika 46 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 30 A, za  $\xi_0 = 20\%$

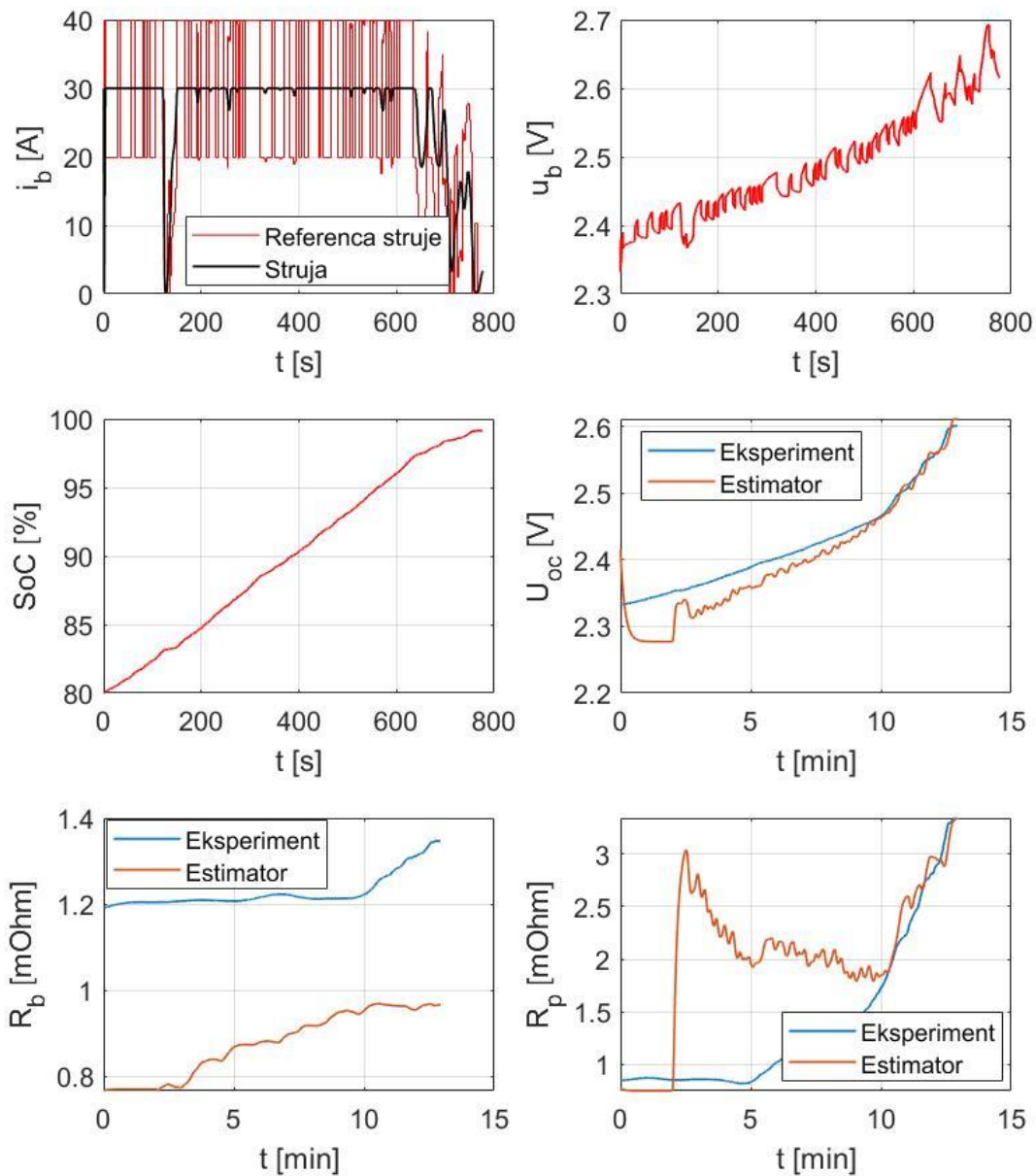




Slika 47 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 30 A, za  $\xi_0 = 40\%$



Slika 48 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 30 A, za  $\xi_0 = 60\%$



Slika 49 Vrijednosti dobivene simulacijom provedenom s limitom struje od 30 A, za  $\xi_0 = 80\%$