

Numerička analiza utjecaja zaostalih naprezanja nastalih postupkom zavarivanja na deformiranje konstrukcije pri vlačnom opterećenju

Vrbanus, Antonio

Undergraduate thesis / Završni rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:952367>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-12**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Antonio Vrbanus

Zagreb, 2023.

ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković, dipl. ing.
Dr. sc. Boris Jalušić, mag. ing. mech.

Student:

Antonio Vrbanus

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc Zdenku Tonkoviću na prilici pisanja završnog rada koji mi je omogućio nova znanja na području simulacija i metode konačnih elemenata.

Zahvaljujem se komentoru dr. sc. Borisu Jalušiću i asistentu mag. ing. Marinu Vukovojcu na svim korisnim savjetima, strpljenju, literaturi i vodstvu tijekom izrade završnog rada

Zahvaljujem se roditeljima, obitelji i prijateljima na potpori, strpljenju te razumijevanju tijekom studiranja i izrade završnog rada.

Antonio Vrbanus



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite

Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:

Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 23 – 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 23 -	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Antonio Vrbanus** JMBAG: **0035210916**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza utjecaja zaostalih naprezanja nastalih postupkom zavarivanja na deformiranje konstrukcije pri vlačnom opterećenju**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of the influence of residual stresses caused by welding on the deformation of the structure under tensile load**

Opis zadatka:

Zavarivanje je jedan od najjeftinijih i najzastupljenijih postupaka spajanja metalnih dijelova u konstrukcijske elemente. Međutim, uz karakteristične prednosti, postupak zavarivanja ima i određene nedostatke u vidu pojave distorzije zavarenog spoja i neželjenih zaostalih naprezanja. Postupak otklanjanja neželjenih zaostalih naprezanja je vrlo složen proces koji često zahtjeva novo uloženo vrijeme i dodatne financijske troškove. Stoga se, u vidu smanjenja troškova već u fazi projektiranja umjesto skupih eksperimentalnih postupaka sve češće koriste numeričke simulacije. U današnje se vrijeme, za modeliranje procesa zavarivanja te naknadnog deformiranja pri eksploataciji zavarene konstrukcije, sve češće primjenjuje metoda konačnih elemenata koja nastoji nadopuniti eksperimentalna istraživanja. Stoga je od iznimne važnosti poznavati veličinu zaostalih naprezanja nastalih nakon zavarivanja te njihov utjecaj na deformiranje konstrukcije.

Na temelju prethodno izrađenog i eksperimentalno validiranog numeričkog modela sučeono zavarene dvije čelične ploče, u radu je potrebno provesti analizu utjecaja zaostalih naprezanja na deformiranje konstrukcije pri vlačnom opterećenju. Potrebni podaci i literatura vezana za prethodno izrađeni numerički model bit će dani od strane mentora. Potrebno je s postojećeg numeričkog modela preseliti dobivena zaostala naprezanja tehnikom mapiranja na vlastito izrađeni numerički model. Nadalje, potrebno je izraditi i numerički model koji u sebi ne sadrži početna naprezanja. Oba izrađena modela potrebno je opteretiti s više različitih vlačnih opterećenja te nakon toga prikazati i usporediti dobivene rezultate polja naprezanja, deformacija i pomaka. Za numeričke analize primijeniti program *Abaqus* koji se temelji na metodi konačnih elemenata.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

20. 4. 2023.

Datum predaje rada:

2. rok (izvanredni): 12. 7. 2023.
3. rok: 21. i 22. 9. 2023.

Predviđeni datumi obrane:

2. rok (izvanredni): 14. 7. 2023.
3. rok: 25. 9. – 29. 9. 2023.

Zadatak zadao:


Predsjednik Povjerenstva:


Prof. dr. sc. Zdenko Tonković

Dr. sc. Boris Jalušić



Prof. dr. sc. Vladimir Soldo



SADRŽAJ

POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA.....	V
SAŽETAK	VI
SUMMARY	VII
1. UVOD	1
2. ZAVARIVANJE	3
2.1 Sučeoni zavar	3
2.2 MAG zavarivanje.....	5
2.2.1 Zakopani luk.....	7
3. ZAOSTALA NAPREZANJA U ZAVARENIM SPOJEVIMA	9
3.1 Nastanak zaostalih naprezanja	11
3.2 Deformacije zaostalih naprezanja	12
3.3 Posljedice zaostalih naprezanja	13
3.4 Smanjenje i mjerenje zaostalih naprezanja.....	13
4. METODA KONAČNIH ELEMENATA.....	15
4.1 Mehanička analiza	16
4.2 Element za mehaničku analizu	18
5. NUMERIČKA ANALIZA	21
5.1 Verifikacija konačnog elementa	21
5.2 Numerički model i formulacija problema	26
5.3 Zaostala naprezanja i gustoća mreže	29
5.4 Pomak 5 mm.....	40
5.5 Pomak 7 mm.....	45
5.6 Pomak 9 mm.....	49
6. ZAKLJUČAK.....	54

POPIS SLIKA

Slika 1. Sučeoni zavar opterećen na vlak [7].....	4
Slika 2. Normalna poprečna naprezanja sučeonog zavara [7].....	4
Slika 3. Uzdužne napetosti sučeonog zavara [7].....	5
Slika 4. MAG zavarivanje [8].....	6
Slika 5. Shematski prikaz MAG zavarivanja i zakopanog luka [4].....	7
Slika 6. Prikaz zakopanog luka [1].....	8
Slika 7. Prikaz nastanka zaostalih naprezanja [1].....	9
Slika 8. Prikaz osnovnih konačnih elemenata [5].....	16
Slika 9. Osnovni prizmatični element s 8 čvorova [11].....	18
Slika 10. C3D8 element [12].....	18
Slika 11. Verifikacijski problem s prikazanim rubnim uvjetima.....	23
Slika 12. Normalna deformacija ϵ_2 u smjeru y osi.....	24
Slika 13. Normalno naprezanje σ_2 u smjeru y osi.....	25
Slika 14. Normalna deformacija ϵ_1 u smjer x osi.....	25
Slika 15. Geometrija modela i rubni uvjeti.....	26
Slika 16. Geometrija ploče i rubni uvjeti pomaka.....	27
Slika 17. Mreža sa 48960 C3D8l elemenata.....	27
Slika 18. Mreža sa 83448 C3D8l elemenata.....	28
Slika 19. Mreža sa 122980 C3D8l elemenata.....	28
Slika 20. Konturni prikaz normalne komponente naprezanja σ_y za mrežu od 122980 C3D8l elemenata.....	30
Slika 21. Konturni prikaz normalne komponente naprezanja σ_x za mrežu od 122980 C3D8l elemenata.....	30
Slika 22. Konturni prikaz normalne komponente naprezanja σ_y za mrežu od 83448 C3D8l elemenata.....	31
Slika 23. Konturni prikaz normalne komponente naprezanja σ_x za mrežu od 83448 C3D8l elemenata.....	31
Slika 24. Konturni prikaz normalne komponente naprezanja σ_y za mrežu od 48960 C3D8l elemenata.....	32
Slika 25. Konturni prikaz normalne komponente naprezanja σ_x za mrežu od 48960 C3D8l elemenata.....	32
Slika 26. Konturni prikaz normalne komponente naprezanja σ_y i σ_x za ispitani model [3].....	33
Slika 27. Zaostala naprezanja za mrežu od 48960 C3D8l elemenata.....	34
Slika 28. Zaostala naprezanja za mrežu od 83448 C3D8l elemenata.....	34
Slika 29. Zaostala naprezanja za mrežu od 122980 C3D8l elemenata.....	35
Slika 30. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_y po presjeku A-A.....	36
Slika 31. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_y po presjeku A-A ispitnog modela [3].....	36
Slika 32. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_x po presjeku A-A.....	37
Slika 33. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_x po presjeku A-A ispitnog modela [3].....	37
Slika 34. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_y po presjeku B-B.....	38
Slika 35. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_y po presjeku B-B ispitnog modela [3].....	38

Slika 36. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_x po presjeku B-B	39
Slika 37. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_x po presjeku B-B ispitanog modela.....	39
Slika 38. Naprezanja po von Misesu – mreža sa 48960 C3D8l elemenata	40
Slika 39. Naprezanja po von Misesu - mreža sa 83448 C3D8l elemenata	41
Slika 40. Naprezanja po von Misesu - mreža sa 122980 C3D8l elemenata	41
Slika 41. Normalna komponenta naprezanja σ_y za mrežu sa 48960 C3D8l elemenata	42
Slika 42. Normalna komponenta naprezanja σ_y za mrežu sa 83448 C3D8l elemenata.....	42
Slika 43. Normalna komponenta naprezanja σ_y za mrežu sa 122980 C3D8l elemenata.....	43
Slika 44. Plastična ekvivalentna deformacija za mrežu sa 48960 C3D8l elemenata	43
Slika 45. Plastična ekvivalentna deformacija za mrežu sa 83448 C3D8l elemenata	44
Slika 46. Plastična ekvivalentna deformacija za mrežu sa 122980 C3D8l elemenata	44
Slika 47. Naprezanja po von Misesu – 48960 C3D8l elemenata.....	45
Slika 48. Naprezanja po von Misesu – 83448 C3D8l elemenata.....	45
Slika 49. Naprezanja po von Misesu – 122980 C3D8l elemenata.....	46
Slika 50. Normalna komponenta naprezanja σ_y - 48960 C3D8l elemenata	46
Slika 51. Normalna komponenta naprezanja σ_y – 83448 C3D8l elemenata	47
Slika 52. Normalna komponenta naprezanja σ_y - 122980 C3D8l elemenata	47
Slika 53. Plastična ekvivalentna deformacija – 48960 C3D8l elemenata	48
Slika 54. Plastična ekvivalentna deformacija – 83448 C3D8l elemenata	48
Slika 55. Plastična ekvivalentna deformacija –122980 C3D8l elemenata	49
Slika 56. Naprezanja po von Misesu – 48960 C3D8l elemenata.....	49
Slika 57. Naprezanja po von Misesu – 83448 C3D8l elemenata.....	50
Slika 58. Naprezanja po von Misesu – 122980 C3D8l elemenata.....	50
Slika 59. Normalna komponenta naprezanja σ_y - 48960 C3D8l elemenata	51
Slika 60. Normalna komponenta naprezanja σ_y - 83448 C3D8l elemenata	51
Slika 61. Normalna komponenta naprezanja σ_y - 122980 C3D8l elemenata	52
Slika 62. Plastična ekvivalentna deformacija – 48960 C3D8l elemenata	52
Slika 63. Plastična ekvivalentna deformacija – 83448 C3D8l elemenata	53
Slika 64. Plastična ekvivalentna deformacija – 122980 C3D8l elemenata	53

POPIS TABLICA

Tablica 1. Najveća naprezanja prema Von Misesu za 3 različite mreže i usporedba sa ispitanim modelom	29
--	----

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
B	-	operator rubnih veličina
D	N/m ²	matrica elastičnosti
D_k	-	kinematički diferencijalni operator
E	N/m ²	Youngov modul elastičnosti
F_s	N	vektor čvornih sila uslijed vanjskih površinskih opterećenja
F_v	N	vektor čvornih sila uslijed vanjskih volumskih sila
k	Nm	lokalna matrica krutosti konačnog elementa
K	Nm	globalna matrica krutosti konačnog elementa
N	-	matrica funkcija oblika
R	N	globalni vektor čvornih sila
S	-	matrica raspodjele naprezanja
q_v	N	vektor volumskih sila
q_s	N	vektor površinskih sila
u	-	vektor lokalnih stupnjeva slobode gibanja
v	m	vektor pomaka
V	m	vektor globalnih stupnjeva slobode gibanja
α	K ⁻¹	koeficijent toplinskog naprezanja
ε	-	tenzor deformacija
ε_q	-	poprečna deformacija
ε_x, ε_y, ε_z	-	linijska deformacija
ν	-	Poissonov faktor
ξ, η, ζ	-	bezdimenzijske prirodne koordinate
ξ_i, η_i, ζ_i	-	prirodne koordinate i-tog čvora konačnog elementa
σ	N/m ²	tenzor naprezanja
σ_x, σ_y, σ_z	N/m ²	normalna naprezanja

SAŽETAK

Razvojem tehnologije pokušavaju se unaprijediti i postupci zavarivanja. Široko primjenjiv MAG postupak zavarivanja pokazuje nedostatke kod zavarivanja debelih ploča zbog velikog broja prolaza. Rješenje tog problema nalazi se u njegovoj modifikaciji, zavarivanju tehnologijom zakopanog električnim lukom, koja omogućuje zavarivanje uzoraka veće debljine u jednom prolazu. Međutim, zavarivanje u konstrukciji uzrokuje zaostala naprezanja koja mogu dostići vrijednosti granice tečenja. Štoviše, uz navedena zaostala naprezanja na konstrukciju djeluju i vanjska opterećenja pa iznosi naprezanja mogu dostići vrijednosti iznad granice tečenja, što može uzrokovati neželjene posljedice.

Zbog toga je u radu detaljno ispitan utjecaj zaostalih naprezanja na vlačno opterećeni sučeono zavareni spoj izrađen postupkom zakopanog luka. Tehnikom mapiranja zaostala naprezanja su prebačena s validiranog modela na identični model za koji su napravljene 3 različite gustoće mreža i koji je naknadno opterećen sa 3 različita iznosa pomaka. Nadalje, provedena je numerička analiza metodom konačnih elemenata u programu *Abaqus* te su rezultati uspoređeni s dosadašnjim istraživanjem.

Ključne riječi: zakopani električni luk, zaostala naprezanja, mapiranje naprezanja, numerička analiza, metoda konačnih elemenata, *Abaqus*, vlačno opterećenje

SUMMARY

Engineers are trying to improve welding procedures with the development of new technologies. Widely used MAG welding process shows disadvantages when it comes to welding thick plates due to the large number of passes needed. The solution to this problem is found in its modification, buried-arc welding, which enables welding of thick specimens in one pass. However, welding causes residual stress within the structure, which can reach the values of yield point. Moreover, in addition to the mentioned residual stresses, extreme loads also act on the structure so the amount of stress can be much higher than the yield stress, causing undesired consequences.

For this reason, the impact of the residual stresses on a butt-welded joint, welded by buried arc methodology was investigated in this paper. Using the mapping technique, the residual stresses were transferred from the validated model to an identical model for which 3 different finite element mesh densities. After that, 3 different values of displacements were prescribed onto the meshes. Numerical analysis was then carried out using the finite element method in the Abaqus program, and the results were compared with previous research.

Key words: buried arc, residual stresses, stress mapping, numerical analyses, finite element method, Abaqus, tensile load

1. UVOD

U današnje vrijeme zavarivanje je jedno od najvažnijih načina spajanja industrijskih komponenti zbog svojih prednosti kao što su ušteda troškova za modele ili alate te manji utrošak materijala nasuprot lijevanim i kovanima dijelovima. Spretno oblikovani zavareni dijelovi, bez gubitaka svojstava čvrstoće i krutosti, mogu biti proizvedeni i do 50% lakši. Također zavarene konstrukcije su bolje od onih spojenih zakovicama zbog jednostavnijeg oblikovanja [1]. U industriji, zavareni spojevi su pronašli svoju upotrebu zbog pouzdanosti i niskih troškova izrade. Stoga je teško zamisliti izradu mnogih konstrukcija, kao što su mostovi, brodovi, automobili, vlakovi, posude pod tlakom, cjevovodi i ostalo, bez upotrebe tehnologije zavarivanja [2].

Jedan od najraširenijih oblika zavora jest sučeoni zavar, koji se koristi u brodogradnji, građevini, energetici te mnogim drugim industrijskim područjima. Zavarivanje takvih konstrukcija obično se izvodi metodom MAG zavarivanja (s aktivnim plinom) koja uključuje velike količine unesene topline [3].

Do sada su razvijeni različiti postupci zavarivanja zbog brojnih zahtjeva koji su se postavljali na konstrukcije. Ti zahtjevi uključuju veću kvalitetu i sigurnost zavarenog spoja, smanjenje troškova, utroška materijala i energije te minimalno onečišćenje okoliša. MAG (*Metal Active Gas*) zavarivanje jedan je od najčešće korištenih postupaka zavarivanja. Izrazito je fleksibilan i široko primjenjiv postupak zbog različitih materijala koje je moguće zavarivati, načina prijenosa metala u električnom luku te izbora parametara zavarivanja. Najviše se koristi za mehanizaciju, automatizaciju i robotizaciju [4]. Uz sve te prednosti, veliki nedostatak MAG zavarivanja jest zavarivanje debelih ploča, jer je potreban veliki broj prolaza, što povećava utrošak materijala i vrijeme procesa zavarivanja.

Zadnjih godina elektrolučno zavarivanje nailazi na sve veći tehnički napredak te postaje atraktivan postupak za zavarivanje debelih ploča. Rješenje za problem zavarivanja debelih ploča, koje bi bilo razumno i zavarivanje debelih ploča čini visoko produktivnim, jest upotreba modificiranog MAG postupka zavarivanja koji koristi fenomen luka visokog prodiranja, tj. koristi se fenomen zakopanog električnog luka. Primjenom ovakvog električnog luka ostvarive su velike količine nataljenog metala te se otvara mogućnost jednoprolaznog zavarivanja debelostijenih konstrukcija [3].

Postupak zavarivanja posjeduje također i negativne aspekte. Uslijed velikog lokalnog unosa topline te naknadnog brzog hlađenja, u samom zavaru i njegovoj blizini javljaju se opasne, ali neizbježne posljedice. Pojavljuju se velika zaostala naprezanja, trajna plastična deformacija te dolazi do promjena u kristalnoj strukturi oko područja zavara. Pojavom zaostalih naprezanja, vrlo lako i često se dostignu granice tečenja materijala te se mogu potaknuti i ubrzati zamor te krhki lom zavara. Plastično deformiranje konstrukcije uslijed zavarivanja može rezultirati komponentom netočnih dimenzija, što uzrokuje problem pri montaži konstrukcija. Često nije moguće otkloniti nepoželjni deformirani oblik naknadnim konvencionalnim mehaničkim (mehaničko izravnavanje na hladno ili toplo) ili toplinskim metodama (toplinsko izravnavanje) jer one zahtijevaju dodatno vrijeme i ekonomske troškove, a također problem znaju biti prevelike dimenzija zavarenog dijela [3].

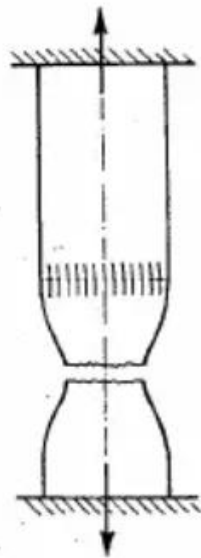
Većinu problema deformiranja realnih konstrukcija nije moguće lako riješiti analitičkim metodama pa se iz tog razloga već u fazi projektiranja za izračun zaostalih naprezanja i deformacija koriste numeričke simulacije [3]. Razvoj računalne tehnologije omogućio je učestaliju upotrebu numeričkih metoda u inženjerstvu i znanosti. Iako približna metoda, metoda konačnih elemenata (MKE) postaje nezaobilazna u inženjerskim proračunima. U današnje vrijeme ima veći broj računalnih programa temeljenih na MKE, a jedan od njih jest i programski paket *Abaqus* [5].

2. ZAVARIVANJE

Zavarivanjem se spajaju dva ili više dijela (osnovni materijal) u nerastavljivu i neprekinutu cjelinu pomoću topline ili pritiska, bez dodavanja ili s dodavanjem materijala (dodatni materijal). Moguće je zavarivati različite vrste materijala: kovine, polimere, staklo, keramiku, karbide, kompozite itd. Također upotrebljavaju se različiti postupci zavarivanja kao što su: elektrolučni, elektrootporni, plinski, pritiskom i drugi manje poznati [6]. Osim postupka zavarivanja, bitan je odabir i oblika zavara. Oblici zavara mogu biti sučeoni spoj, preklopni, kutni i ostali. Ploče koje su korištene u ovaj rad su sučeono zavarene elektrolučnim postupkom zakopanog luka [3].

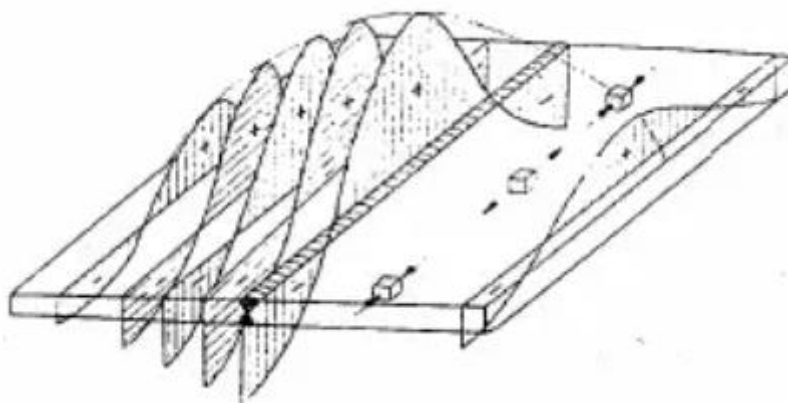
2.1 Sučeoni zavar

Sučeonim zavarom spajaju se dijelovi u jednoj ravnini. Sam oblik zavara ovisi o zahtjevima koji se na njega stavljaju (vrsta opterećenja, nepropusnost, itd.) te o debljini zavara. Uz pretpostavku o kvalitetno izvedenom zavaru te ispravno odabranom osnovnom i dodatnom materijalu, kod ispitivanja na kidalici, do loma dolazi u osnovnom materijalu, a ne u zavaru. Kada za zavar možemo reći da je izvedba zavara besprijeorna (faktor slabljenja $v = 1$), znači da je vlačna čvrstoća spoja jednaka čvrstoći osnovnog materijala kod statičkog opterećenja. To se postiže tako da se kvaliteta zavara strogo kontrolira, odnosno potrebno je izvoditi zavar s provarenim korijenom, bez zareza i 100 postotnim prosvjetljavanjem. Navedeni zahtjevi se ne primjenjuju na sve zavare [7].

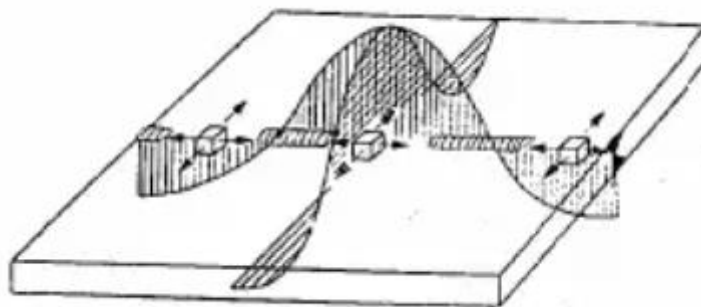


Slika 1. Sučeoni zavar opterećen na vlak [7]

Kod zavarivanja dviju limenih ploča sučeonim zavarom, zavarivanje se provodi na relativno malom prostoru te talina napreduje u smjeru zavarivanja prema hladnim i čvrstim slojevima. Na hladnim dijelovima uzduž zavara dolazi do plastičnog sabijanja koje je izrazito izraženo u blizini zavara. Uz pretpostavku istovremenog zavarivanja doći će do jačeg stezanja na mjestu zavara od onog na vanjskim krajevima. Ako se zavarene ploče razrežu po zavaru doći će do znatnih deformacija razrezanih polovica. Ove deformacije su zbog zavara koji je sprječavao stezanja, a napetosti koje su se suprotstavile stezanju morale su biti velike [7].



Slika 2. Normalna poprečna naprezanja sučeonog zavara [7]



Slika 3. Uzdužne napetosti sućeonog zavara [7]

2.2 MAG zavarivanje

MAG zavarivanje, odnosno elektrolučno zavarivanje taljivom elektrodom u zaštitnoj atmosferi aktivnog plina, postupak je kojim se električni luk uspostavlja i održava između kontinuirane, taljive elektrode (žice) i radnog komada. Kvaliteta zavara ovisi o određenim parametrima: jakosti struje, brzini zavarivanja, naponu, protoku zaštitnog plina i drugim. Kao pomoćni materijal tijekom zavarivanja upotrebljava se CO_2 , aktivni zaštitni plin i zadaća mu je štiti električni luk i rastaljeni metal od negativnog utjecaja okoline te ionizirati vodljivi prostor za održavanje električnog luka. Električni luk je snažno i trajno pražnjenje u ionizirajućem plinu između radnog komada i elektrode u obliku žice, koja je u pravilu spojena na „+“ pol istosmjernog (DC) izvora struje, u strujnom krugu. Proces se odvija tako da pogonski sistem konstantnom brzinom dodaje žicu u električni luk kroz kabel i pištolj, a žica istovremeno obavlja zadaću elektrode i dodatnog materijala, odnosno njenim taljenjem popunjava se unaprijed pripremljeni žlijeb. MAG postupak lako je automatizirati i danas se njime omogućuje zavarivanje u svim položajima [4].



Slika 4. MAG zavarivanje [8]

Prednosti MAG postupka zavarivanja [4]:

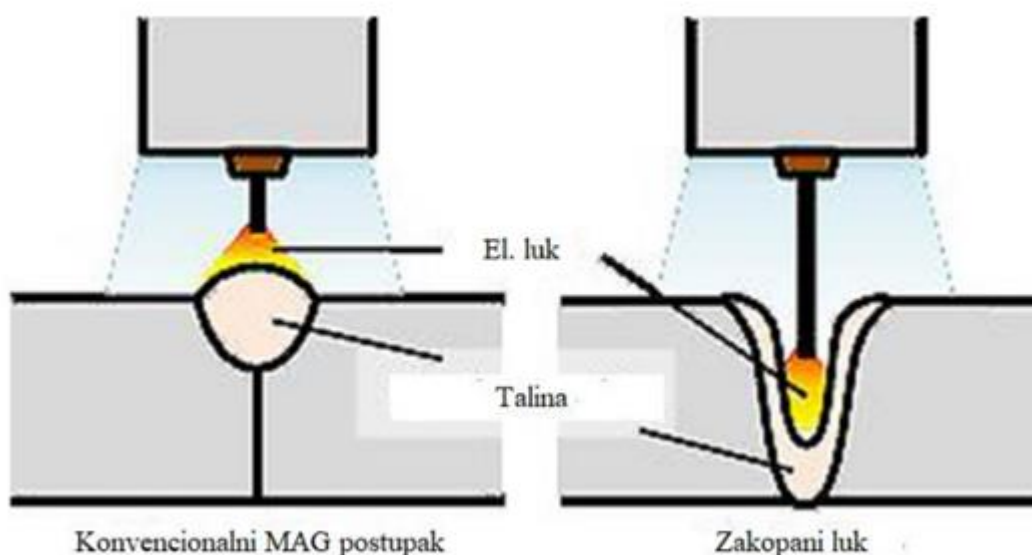
- postupak je primjenjiv za zavarivanje gotovo svih vrsta materijala,
- veliki izbor parametara zavarivanja,
- veliki izbor načina prijenosa metala,
- mogućnost zavarivanja u svim položajima,
- mogućnost zavarivanja u radionici i na terenu,
- mogućnost primjene raznih plinskih mješavina,
- mogućnost primjene praškom punjene žice
- širok raspon debljine materijala,
- velika učinkovitost i proizvodnost,
- moguća primjena za lemljenje,
- pogodnost za automatizaciju.

Nedostaci MAG postupka zavarivanja [4]:

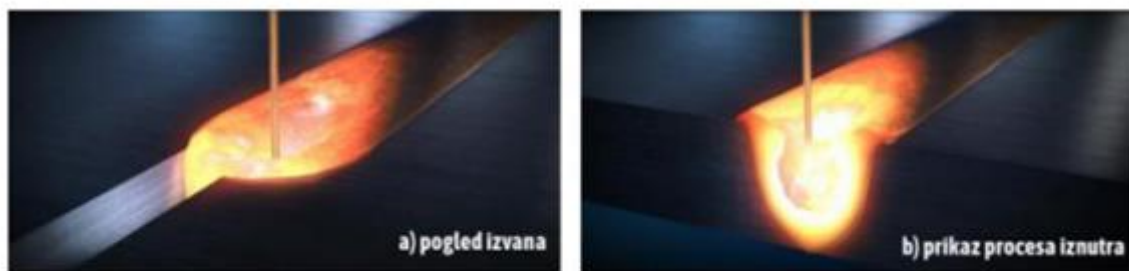
- otežana zaštita plinskom atmosferom na terenu,
- problemi pri dovođenju žice,
- greške uslijed neodgovarajuće tehnike i loše izabranih parametara zavarivanja,
- pojava rasprskavanja prilikom zavarivanja kratkim spojevima,
- relativno složen uređaj,

2.2.1 Zakopani luk

Zakopani električni luk (eng. Buried arc) je visokoučinski i modificirani postupak MAG zavarivanja. Kod ovog postupka, prijenos metala se odvija na način da je električni luk, zajedno s vrhom rastaljene žice, postavljen ispod razine površine rastaljenog metala zavara. Postizanje veće penetracije, čini ga prikladnim za zavarivanje debljih inženjerskih komponenti zbog toga što se izvor topline postavlja dublje u odnosu na konvencionalni električni luk. Za uobičajeni MAG postupak zavarivanja potrebne su velike količine dodatnog materijala te zavarivanje u više prolaza. Stoga on nije dovoljno učinkovit za zavarivanje debljih materijala jer dolazi do velikih deformacija radnog komada. Svi navedeni nedostaci mogu se uspješno eliminirati primjenom zakopanog luka. Zavarivanje zakopanim lukom rijetko se upotrebljava u proizvodnji zbog svoje podložnosti nestabilnom ponašanju i povremenoj pojavi kratkih spojeva, tj. potrebna je vrlo zahtjevna stabilizacija procesa naročito u području jakih struja [8]. U usporedbi s konvencionalnim MAG zavarivanjem, njegovom pravilnom upotrebom moguća je oko 73% ušteda dodatnog materijala i 59% ušteda energije, dok se smanjuje emisiju CO₂ u atmosferu za 83% [3].



Slika 5. Shematski prikaz MAG zavarivanja i zakopanog luka [4]



Slika 6. Prikaz zakopanog luka [1]

Prethodno navedeni razlozi doveli su do brojnih istraživanja na području tehnike stabilizacije zakopanog luka te je sukladno tome razvijen visokoučinkoviti robotizirani sustav nazvan „D-Arc. Ovim sustavom uspješno se održava stabilan proces pri jakim strujama. Koristi ga se uz zaštitni plin 100% CO₂ i primjenu pune žice te omogućuje zavarivanje nelegiranih čelika debljine do 20 mm u jednom prolazu [4].

Prednosti korištenja tehnologije zakopanog električnog luka u odnosu na konvencionalni MAG postupak [4]:

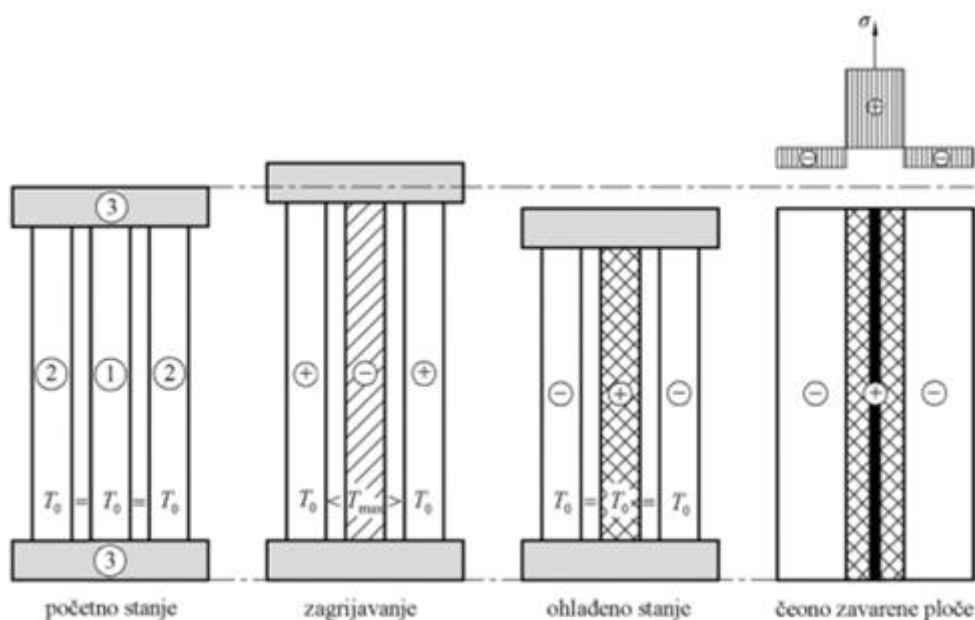
- veća penetracija,
- veća količina nataljenog metala,
- veća produktivnost,
- manje deformacija uslijed manjeg broja prolaza.

Nedostaci tehnologije u usporedbi s MAG zavarivanjem su [4]:

- zahtjevnija stabilizacija procesa,
- cijena.

3. ZAOSTALA NAPREZANJA U ZAVARENIM SPOJEVIMA

Intenzivan unos topline pri zavarivanju, dovodi do visokih temperatura u blizini zavara. Hlađenjem se materijal skuplja i to dovodi do pojave vlačnih napreznja u blizini zavara te tlačnih napreznja podalje od zavara. Ta napreznja uslijed nastale razlike temperatura očituju se kao zaostala napreznja. Ovisno o iznosu, vlačna napreznja mogu prijeći granicu tečenja, a s time dolazi do pojave trajnih plastičnih deformacija. Fazne promjene u materijalu pri procesu zavarivanja također mogu biti uzrok zaostalih napreznja. Nastanak zaostalih napreznja može se objasniti jednostavnim modelom s 3 štapa sa slike.



Slika 7. Prikaz nastanka zaostalih napreznja [1]

Model se sastoji od 3 štapa i krute baze označene brojem 3. Štap 1 je središnji štap i predstavlja područje zavara i oko njega, a štapovi označeni s 2 su granični i drže se na konstantnoj temperaturi te time predstavljaju ostatak zavarenih ploča. Duljine su im u svakom trenutku jednake, a temperatura u početnom stanju za 3 štapa je jednaka i iznosi T_0 . Štap 1 zagrijavanjem na neku temperaturu ima tendenciju produljenja za iznos $\Delta l = \alpha_T l \Delta T$, gdje l predstavlja početnu duljinu štapova. Granični štapovi ne dopuštaju širenje zbog ukruta pa u središnjem štapu dolazi do porasta tlačnih napreznja. Ako je takvo tlačno napreznja ispod granice tečenja sustav

nakon hlađenja poprima oblik bez deformacija i naprezanja, odnosno vraća se u svoje početno stanje. Ako pak zagrijavanjem tlačna naprezanja pređu granicu razvlačenja, u srednjem štapu će nakon hlađenja do početne temperature doći do trajnih plastičnih deformacija. Kod hlađenja dolazi do porasta vlačnih naprezanja u središnjem štapu jer teži skraćivanju, a granični štapovi ga u tome sprječavaju. Dijagram u desnom kutu predstavlja pojednostavljeno [9].

Stvarno stanje zaostalih naprezanja ovisi o mnogim drugim faktorima kao što su:

- količina unesene topline zavarivanjem,
- broj prolaza pri zavarivanju,
- redoslijed zavarivanja,
- svojstva osnovnog materijala i materijala popune,
- toplinski rubni uvjeti,
- mehanički rubni uvjeti,
- volumen rastaljenog metala,
- dimenzije i oblik konstrukcije.

Odnos zaostalih naprezanja i deformacija u materijalu ovisi rasporedu skupljanja zavara (simetrično ili nesimetrično), debljini materijala i krutosti konstrukcije. U slučaju simetrično raspoređenog skupljanja ili materijala velike debljine ili krute konstrukcije, zaostala naprezanja postaju veća, a deformacije su manje. Ako se dogodi suprotan slučaj, a to je manja debljina materijala ili nesimetrično skupljanje, zaostala naprezanja su manja, ali su s druge strane deformacije veće. Iz toga se zaključuje da su zaostala naprezanja smatraju kao unutarnja naprezanja i prisilno nastala u zavarenim konstrukcijama, a uzrokuje ih neravnomjeran ciklus zagrijavanja i hlađenja [9]. Također, zaostala naprezanja se nalaze u ravnoteži sama sa sobom jer na području zavara su vlačna zaostala naprezanja, a udaljavanjem od zavara opadaju i postaju tlačna i time se uravnotežavaju [10].

Zaostala naprezanja se sastoje od toplinskih i strukturnih naprezanja:

- TOPLINSKA NAPREZANJA – u području zavarenog spoja dolazi do neravnomjernog zagrijavanja i hlađenja na sobnu temperaturu, te tako u tom

području dolazi do nastanka različitih onemogućenih rastezanja i stezanja, čija su posljedica u konačnici toplinska naprezanja.

- STRUKTURNA NAPREZANJA – iz razloga što se proces hlađenja odvija u vremenu i mjestimice različito dolazi do promjena strukture te one uzrokuju povećanje volumena. Posljedica je pojava strukturnih naprezanja [9].

3.1 Nastanak zaostalih naprezanja

Ako bi neki materijal bio slobodan i ravnomjerno se zagrijavao, došlo bi do širenja bez ograničenja. Također bi se ponovnim ravnomjernim hlađenjem skupljao i vratio na početne dimenzije.

U odnosu na prethodno opisano, zavarivanje se razlikuje u nekoliko stvari [9]:

- zagrijavanje i hlađenje odvija se neravnomjerno,
- širenje i skupljanje zagrijanog materijala onemogućava okolni hladniji materijal,
- različita kemijska, fizikalna i mehanička svojstva materijala i različite debljine radnih komada zahtijevaju različite unose toplina,
- različiti postupci zavarivanja imaju različite unose topline, a time i različite tijekove izoterme.

Neke od navedenih razlika uzrokuju pojavu zaostalih naprezanja. Uzroci pojave zaostalih naprezanja mogu se podijeliti u 3 grupe [9]:

- uvjetovani materijalom
 - višefazni sustavi, nemetalni uključci, točkaste nepravilnosti
- uvjetovani izradom
 - lijevanje (toplinska zaostala naprezanja),
 - obrada deformiranjem (posljedica nehomogenih deformacija),
 - razdvajanje (posljedica brušenja),
 - spajanje (zaostala naprezanja zavarivanjem),
 - prevlačenje (zaostala naprezanja slojeva),
 - promjena svojstva materijala (indukcijsko kaljenje, nitiranje, cementiranje).

- uvjetovani eksploatacijom
 - mehanički (plastične deformacije),
 - toplinski (toplinska zaostala naprezanja),
 - kemijski (difuzija vodika kod elektrokemijske korozije).

3.2 Deformacije zaostalih naprezanja

Unošenjem topline te zatim hlađenjem na početnu temperaturu dolazi do odstupanja konstrukcijskog elementa od željenog oblika. Te promjene uslijed zaostalih naprezanja mogu biti trajne ili privremene, a utječu na ukupnu deformaciju zavarene konstrukcije, koja se izražava [9]:

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} + \varepsilon_t + \varepsilon_{\Delta V} + \varepsilon_{trp} \quad (1)$$

gdje su:

ε_{el} – elastična deformacija,

ε_{pl} – plastična deformacija,

ε_t – toplinska deformacija,

$\varepsilon_{\Delta V}$ – volumenska deformacija uslijed faznih promjena materijala,

ε_{trp} – plastična deformacija uslijed faznih promjena materijala.

Kod zavarenih spojeva najčešće nalazimo šest tipičnih vrsta deformacija [9]:

- uzdužna deformacija - skraćenje elemenata u uzdužnom smjeru ,
- poprečna deformacija - skraćenje elemenata poprečno na uzdužnu os ,
- rotacijska deformacija - kutno iskrivljenje u ravnini ploče zbog toplinske ekspanzije ili kontrakcije,
- kutna deformacija - iskrivljenje uzrokovano nejednolikom raspodjelom temperature u poprečnom smjeru,
- savijanje - iskrivljenje u ravnini dužine zavara,
- izvijanje - iskrivljenje uzrokovano tlačnim naprezanjima zbog nestabilnosti (prisutno kod tankih ploča).

3.3 Posljedice zaostalih naprezanja

Kako se zavareni spoj steže, uslijed više ili manje onemogućenog stezanja zavar se prvo plastično, a potom i smanjenjem temperature elastično deformira. Uslijed elastične deformacije zavar je pod zaostalim vlačnim naprezanjem, te iz toga proizlazi da su zadnje ohlađena mjesta pod vlačnim zaostalim naprezanjima, dok se u okolini stvaraju tlačna naprezanja.

Posljedice zaostalih naprezanja i deformacija [9]:

- Zbrajanjem radnih i zaostalih naprezanja smanjuje se nosivost konstrukcije. Pošto zaostala naprezanja mogu dosegnuti granicu razvlačenja R_e , radna naprezanja će uzrokovati lokalne plastične deformacije na određenim mjestima. Plastične deformacije počinju kada su ekvivalentna naprezanja (σ_{ekv}) viša od granice razvlačenja (R_e),
- Kod debelostijenih konstrukcija zaostala naprezanja su troosna čime se povećava sklonost krhkom lomu i olakšava se inicijacija i propagacija pukotina. Posebno nepovoljna su vlačna zaostala naprezanja,
- Visoka razina vlačnih zaostalih naprezanja i zbroj radnih i zaostalih naprezanja povećava sklonost pojavi pukotina zbog korozije uz naprezanje, kao i drugim vrstama korozije. Kod visokih vlačnih naprezanja također se bitno smanjuje i dinamička nosivost,
- Deformacije koje predstavljaju odstupanja od teorijskog oblika uzrokuju dodatna naprezanja na savijanje, smanjuju stabilnost konstrukcije, pa je pouzdanost deformiranih elemenata smanjena. Stezanja i deformacije se ne mogu izbjeći, ali se mogu spriječiti prevelika odstupanja od teorijskog oblika.

3.4 Smanjenje i mjerenje zaostalih naprezanja

Zaostala naprezanja i deformacije nije moguće potpuno otkloniti, ali mogu se smanjiti. Neke od mjera koje se koriste za njihovo smanjenje su [9] :

- smanjenje presjeka i debljine zavara, duljine i broja prolaza;
- primjena steznih naprava,
- prednaprezanjem,

- stavljanje izvan pravog položaja,
- predgrijavanje,
- balansna tehnika.

Usporedno sa spoznajom o zaostalim naprezanjima razvile su se i različite metode za njihovo mjerenje. Mjerenje zaostalih naprezanja uglavnom se dijeli na razorne i polurazorne koji mogu bit mehanički i mehaničko-električni postupci te nerazorne metode kojima pripadaju ultrazvuk i magnetske metode.

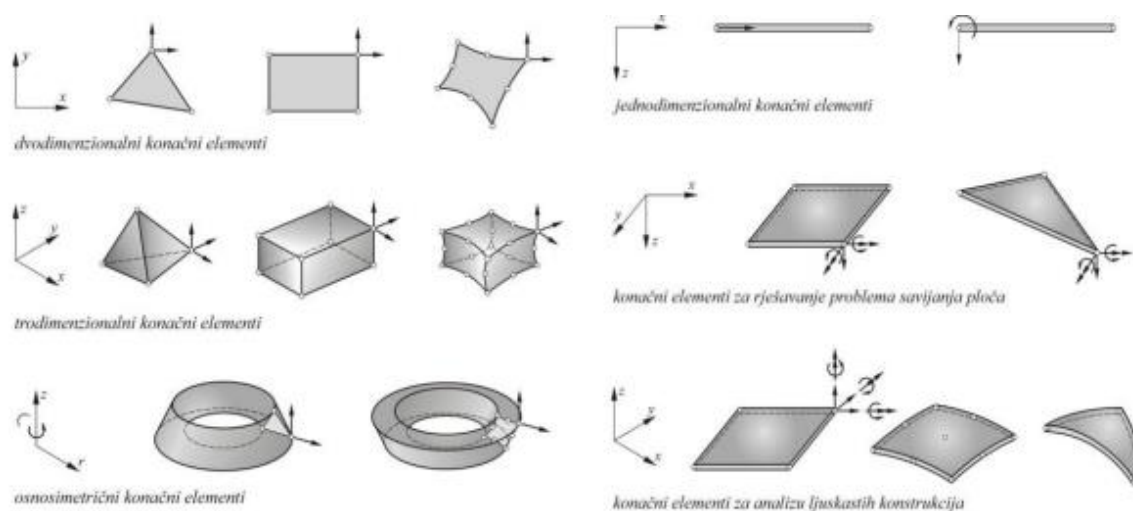
4. METODA KONAČNIH ELEMENATA

Metoda konačnih elemenata, skraćeno MKE, numerička je metoda koja se temelji na tome da se diferencijalne jednačbe zamjenjuju sustavima algebarskih jednačbi. Diferencijalna jednačba, koja opisuje ponašanje konstrukcije, često ne odgovara rješenju na cijelom promatranom modelu. Upotreba metode konačnih elemenata zasniva se na diskretizaciji kontinuiranog sustava. Takav sustav sadrži beskonačno mnogo stupnjeva slobode gibanja pa se zamjenjuje s diskretnim modelom s međusobno povezanim elementima koji ima ograničen broj stupnjeva slobode gibanja. Takvi elementi nazivaju se konačni i povezani su u čvorovima (točke na vanjskim granicama) koje su zajedničke pojedinim elementima. Tako povezani dijele područje kontinuuma na konačni broj potpodručja i stvaraju mrežu konačnih elemenata.

Glavna zadaća metode konačnih elemenata je diskretizirani model što više približiti ponašanju kontinuiranog sustava, a posljedično se dolazi do približavanja točnom rješenju. To se postiže tako da se povećava broj elemenata, odgovarajuće formira konačni elementi te da interpolacijske funkcije zadovoljavaju određene uvjete. Kako bi se osigurala monotona konvergencija, potrebno je da interpolacijske funkcije mogu opisati pomake krutog tijela i polje konstantnih deformacija (za jako male dimenzije elemenata deformacija se mora približiti konstantnoj vrijednosti). Pomaci krutog tijela nastaju kad se element pomiče kao kruto tijelo, pritom se ne pojavljuju deformacije ni naprezanja. Osim toga, moraju se zadovoljiti svi potrebni uvjeti kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata (zahtijeva da struktura zadržava cjelovitost prije i nakon opterećenja). Interpolacijskim funkcijama mogu se opisivati deformacije, naprezanja, temperature, polje pomaka i drugo, odnosno može se opisati stanje u svakom pojedinom elementu. Za konačni element izvode se jednačbe, čije su nepoznanice neovisne varijable u čvorovima. Vektori lokalnih stupnjeva slobode gibanja, vektori sila i matrice krutosti transformiraju se u pravcu globalnih koordinatnih osi. Provođenjem tih postupaka za svaki element te metodom direktne superpozicije dolazi se do globalne jednačbe za diskretizirani model. Izračunavanjem čvornih veličina, primjenom već poznatih kinematskih i konstitutivnih relacija prikazanih preko

pomaka i odgovarajućim rubnim uvjetima, mogu se odrediti sve potrebne veličine za analizu kontinuiranog sustava [5].

Postoje različiti tipovi konačnih elemenata zbog različitih oblika samog sustava te parametara u čvorovima. Složeni modeli zahtijevaju diskretizaciju s velikim brojem elemenata te sustav algebarskih jednažbi posjeduje puno nepoznanica, što je bez korištenja nekog računala ili programa vrlo teško rješivo. U radu je korišten programski paket *Abaqus* u kojem postoje razni tipovi konačnih elemenata često korišteni u današnje vrijeme.



Slika 8. Prikaz osnovnih konačnih elemenata [5]

4.1 Mehanička analiza

Mehanička analiza provodi se uz pretpostavku velikih pomaka. Koristi se minimum potencijalne energije koji služi kako bi se dobio konačni element za mehaničku analizu:

$$\delta\pi = 0 \quad (2)$$

gdje π označava ukupnu potencijalnu energiju koja je opisana sa:

$$\pi = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_V \mathbf{u}^T \mathbf{q} dV - \int_V \mathbf{u}_s^T \mathbf{q}_s dS - \mathbf{u}^T \mathbf{F} \quad (3)$$

Članovi jednadžbe redom glase: potencijalna energija deformiranja, potencijalna energija volumnih sila, površinskih te koncentriranih sila.

ε - predstavlja deformacije,

\mathbf{D} - matrica elastičnosti [N/m²],

\mathbf{q} - vektor volumnih sila [N],

\mathbf{u}_s - vektor pomaka na granici deformabilnog tijela [mm],

\mathbf{q}_s - vektor površinskih sila [N] i

\mathbf{F} - vektor koncentriranih sila [N].

Polje pomaka može se prikazati preko pomaka u čvorovima i funkcija oblika:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{v}, \quad (4)$$

\mathbf{v} – vektor stupnjeva slobode gibanja

\mathbf{N} – matrica funkcija oblika.

Polje deformacija se može opisati pomoću kinematskih relacija:

$$\varepsilon = \mathbf{D}_k \mathbf{u} = \mathbf{D}_k \mathbf{N}\mathbf{v} = \mathbf{B}\mathbf{v}, \quad (5)$$

\mathbf{D}_k – kinematski diferencijalni operator

Nakon provedbe varijacije te uvrštavanjem formula (4) u (3) te potom (3) u (2) dobiva se:

$$\delta \mathbf{v}^T \left(\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \right) \mathbf{v} - \delta \mathbf{v}^T \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{q} dV - \delta \mathbf{v}^T \int_S \mathbf{N}_S^T \mathbf{q}_S dS - \delta \mathbf{v}^T \mathbf{N}^T \mathbf{F} = 0 \quad (6)$$

ako se u prethodnoj jednadžbi ispusti varijacija pomaka $\delta \mathbf{v}$ dolazi se do jednadžbe za jedan konačni element:

$$\mathbf{k}\mathbf{v} = \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_t, \quad (7)$$

gdje su:

$\mathbf{k} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV$ – lokalna matrica krutosti elemenata,

$\mathbf{F}_v = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{q} dV$ – vektor opterećenja uslijed volumskih sila,

$\mathbf{F}_s = \int_S \mathbf{N}_S^T \mathbf{q}_S dS$ – vektor opterećenja uslijed površinskih sila,

$\mathbf{F}_t = \mathbf{N}^T \mathbf{F}$ – vektor opterećenja uslijed koncentriranih sila.

Izrazi li se jednadžba preko globalnih stupnjeva slobode \mathbf{V} za sve konačne elemente dobiva se jednadžba :

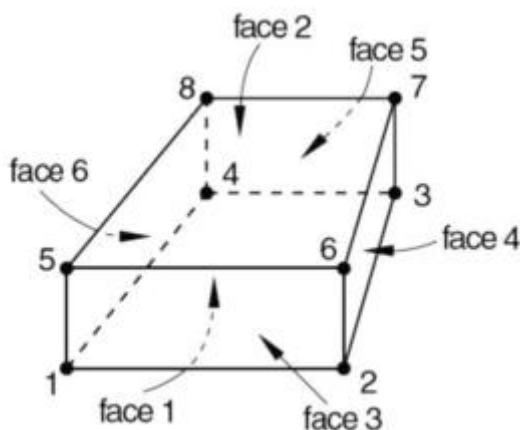
$$\mathbf{K} = \mathbf{VR} \quad (8)$$

\mathbf{K} – globalna matrica krutosti

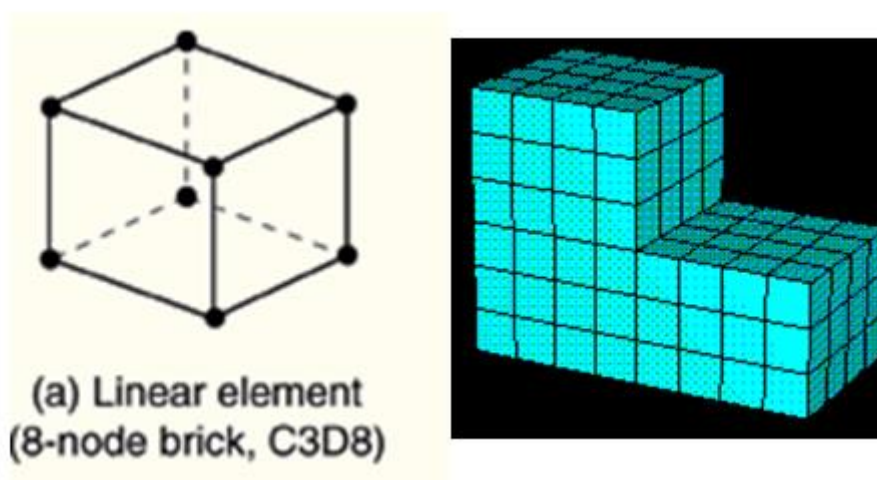
\mathbf{R} – vektor opterećenja

4.2 Element za mehaničku analizu

Za mehaničke analize korišten je osnovni prizmatični konačni element, eng. *Brick* element. Uz tetraedarske najčešće su primjenjivani elementi u trodimenzijskoj analizi. Za potrebe ove analize korišten je prizmatični element u obliku heksaedra s 8 čvorova. U programu *Abaqus* zadani element nosi naziv C3D8.



Slika 9. Osnovni prizmatični element s 8 čvorova [11]



Slika 10. C3D8 element [12]

Kod osnovnog prizmatičnog elementa, po 3 stupnja slobode nalaze se u svakom čvoru prizmatičnog elementa koji su komponente pomaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu. Vektor stupnjeva slobode tada glasi:

$$\mathbf{v}^T = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4 \ v_5 \ v_6 \ v_7 \ v_8] \quad (9)$$

$$\mathbf{v}_i = [u \ v \ w] \quad i = 1,2,3,\dots,8$$

Raspodjela pomaka je:

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6yz + a_7zx + a_8xyz \quad (10)$$

$$v = a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z + a_{13}xy + a_{14}yz + a_{15}zx + a_{16}xyz$$

$$w = a_{17} + a_{18}x + a_{19}y + a_{20}z + a_{21}xy + a_{22}yz + a_{23}zx + a_{24}xyz$$

Prikazana raspodjela pomaka omogućuje zadovoljavanje svih potrebnih kriterija za monotonu konvergenciju rješenja, odnosno [11]:

- interpolacijske funkcije mogu opisivati pomake krutog tijela,
- mogućnost opisivanja polja konstantnih deformacija,
- zadovoljavanje svih potrebnih uvjeta kompatibilnosti duž rubova elementa.

Funkcije oblika izvedene su u prirodnim koordinatama ξ , η i ζ , s ishodištem u težištu elementa. Funkcije oblika prikazane su izrazom:

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i) \quad i = 1 \dots 8. \quad (11)$$

Gdje su ξ_i, η_i i ζ_i koordinate čvorova, a vrijednost koordinata ξ, η i ζ je u području između -1 i +1. Matrica funkcija oblika tada je:

$$\mathbf{N} = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6 \ N_7 \ N_8] \quad (12)$$

Polje pomaka sada zapisano preko funkcija oblika i stupnjeva slobode u čvorovima i glasi:

$$\mathbf{u} = \mathbf{Nv} \quad (13)$$

Matrica \mathbf{B} određuje se deriviranjem funkcija oblika prema relaciji:

$$\mathbf{B} = \mathbf{D}_k \mathbf{N} \quad (14)$$

Matrica raspodjele naprezanja jednaka je produktu matrice elastičnosti i matrice \mathbf{B} :

$$\mathbf{S} = \mathbf{DB} \quad (15)$$

Izraz za deformacije opisan je relacijom (5), a naprezanja u elementu izračunavaju se pomoću izraza:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S}\mathbf{v} \quad (16)$$

Veza između naprezanja i deformacija dobiva se konstitutivnom jednačinom:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (17)$$

Nakon deriviranja funkcija oblika zaključuje se da je raspodjela deformacija u konačnom elementu linearna te je na taj način i raspodjela naprezanja također linearna.

5. NUMERIČKA ANALIZA

Dvije ploče dimenzija 300 mm x 300 mm debljine 20 mm zavarene su u jednom prolazu metodom zakopanog luka. Razmak od 3 mm ostavljen je kako bi se postigla potpuna penetracija i osigurao rastopljeni metal. Materijal zavarenih ploča je nisko ugljični čelik S355 J2 + N s granicom tečenja od 344 MPa. Postupak zavarivanja se izvodio pomoću 7-osnog robota koji koristi dva digitalna invertera od 500 A. Hlađenje je bilo vodom sa zasebnim cirkulacijskim sustavom. Parametri zavarivanja su bili sljedeći: promjer žice je 1,6 mm, sastav zaštitnog plina 100% CO₂, protok plina 25 L/min, brzina dodavanja žice 12,3 m/min, struja zavarivanja 540 A, napon od 41 V te brzina zavarivanja 300 mm/min. Zatim je napravljen numerički model te je provedena toplinska analiza (sa DC3D8 konačnim elementima) i analiza zaostalih naprezanja (sa C3D8I konačnim elementima). Uspoređivanjem rezultata dobivenih numeričkom analizom i eksperimentalnim mjerenjem, zaključuje se da je numerički model prikladan za numeričku simulaciju zavarivanja tehnologijom zakopanog električnog luka [3].

Na temelju prethodno izrađenog i eksperimentalno validiranog numeričkog modela sučeno zavarene dvije čelične ploče potrebno je izraditi model istih dimenzija i svojstava materijala te na njega preseliti zaostala naprezanja tehnikom mapiranja. Da bi se uspješno preselila zaostala naprezanja sa validiranog numeričkog modela na novi model, potrebno je koristiti iste konačne elemente, u ovom slučaju C3D8I konačne elemente. Nadalje, takav model potrebno je opteretiti vlačnim opterećenjem za različite gustoće mreže te prikazati utjecaj zaostalih naprezanja na zavareni spoj. Korištene su 3 različite gustoće mreže: najrjeđa mreža s 48960, 83448 i najgušća mreža sa 122980 C3D8 konačnih elemenata te je svaka od diskretiziranih konstrukcija opterećena vlačno pomacima iznosa 5, 7 i 9 mm.

5.1 Verifikacija konačnog elementa

U svrhu provjere podobnosti odabranih konačnih elemenata ovdje će se za početak prikazati standardni postupak verifikacije. Verifikacija se provodi tako da se

analitička rješenja jednostavnog problema usporede s onima dobivenima računalnim postupkom.

Povećanjem opterećenja povećavaju se naprezanja i deformacije dok se smanjenjem opterećenja smanjuju i deformacije. Iz toga se može zaključiti da

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij}), \quad \varepsilon_{ij} = f(\sigma_{ij}) \quad (18)$$

Također, postoji povezanost između deformacije i pomaka i za statičke slučajeve ona glasi[12]:

$$u = f_1(x, y, z) \quad (19)$$

$$v = f_2(x, y, z)$$

$$w = f_3(x, y, z)$$

Deformacija, ε (u ovom slučaju linijska), nastaju pod utjecajem opterećenja kada se događaju promjene dužine na nekom čvrstom tijelu. Deformacija u smjeru osi x bila bi relativna promjena duljine i mogla bi se zapisati prema [13] kao:

$$\varepsilon_x = \frac{dx' - dx}{dx} \quad (20)$$

Ako se okrugli štap optereti na rastezanje u smjeru osi x, njegova početna duljina l povećat će se za duljinu Δl , a promjer će se smanjiti za Δd . Iz tog slučaja može se doći do relacije koje glase:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l}{l}, \quad \varepsilon_q = \frac{\Delta d}{d} \quad (21)$$

Gdje ε_x predstavlja linijsku deformaciju, a ε_q poprečnu deformaciju. Pokusima je dokazana proporcionalnost između naprezanja i linijske deformacija, te veza između linijske i poprečne deformacije:

$$\sigma = E\varepsilon \quad \varepsilon_q = -\nu\varepsilon \quad (22)$$

gdje E predstavlja Youngov modul elastičnosti, a ν Poissonov koeficijent, a ti izrazi predstavljaju Hookeov zakon za jednoosno stanje naprezanja. Ako u ploči, u kojoj vlada ravninsko stanje naprezanja ($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$), izreže element, deformacija ε_x se dobiva tako da se zbroje deformacije koje izazivaju σ_x i σ_y :

$$\varepsilon'_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon''_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E} \quad (23)$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon'_x + \varepsilon''_x$$

Te se tako dobije:

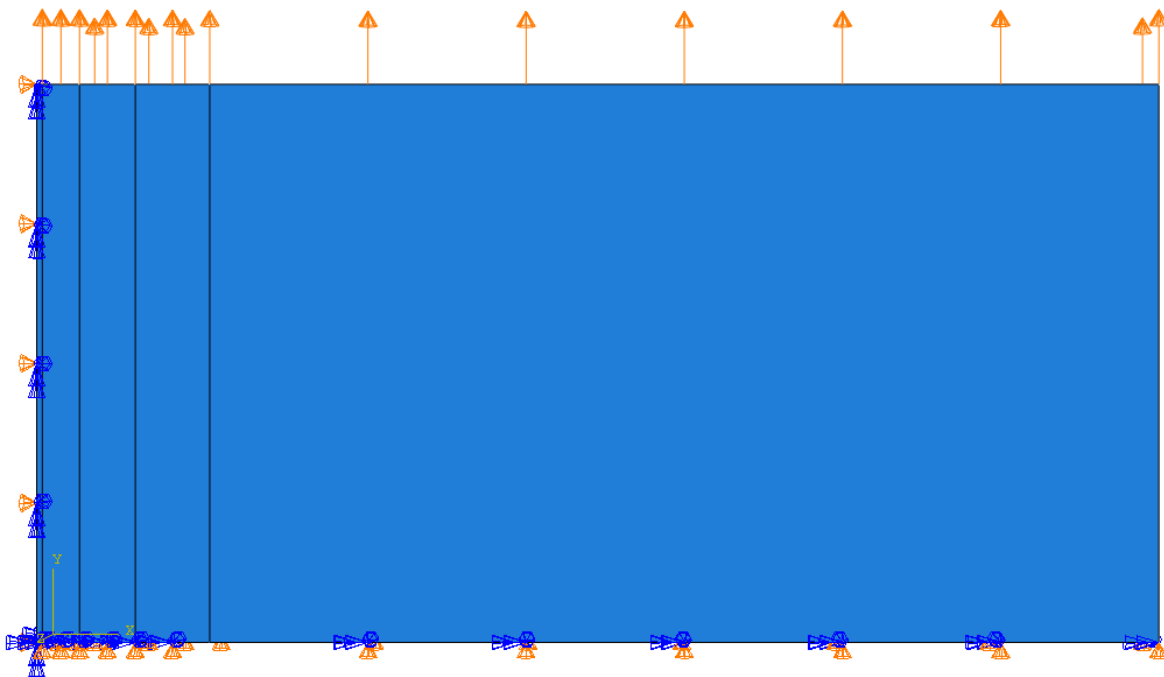
$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad (24)$$

Za troosno stanje naprezanja formula (20) poprima oblik:

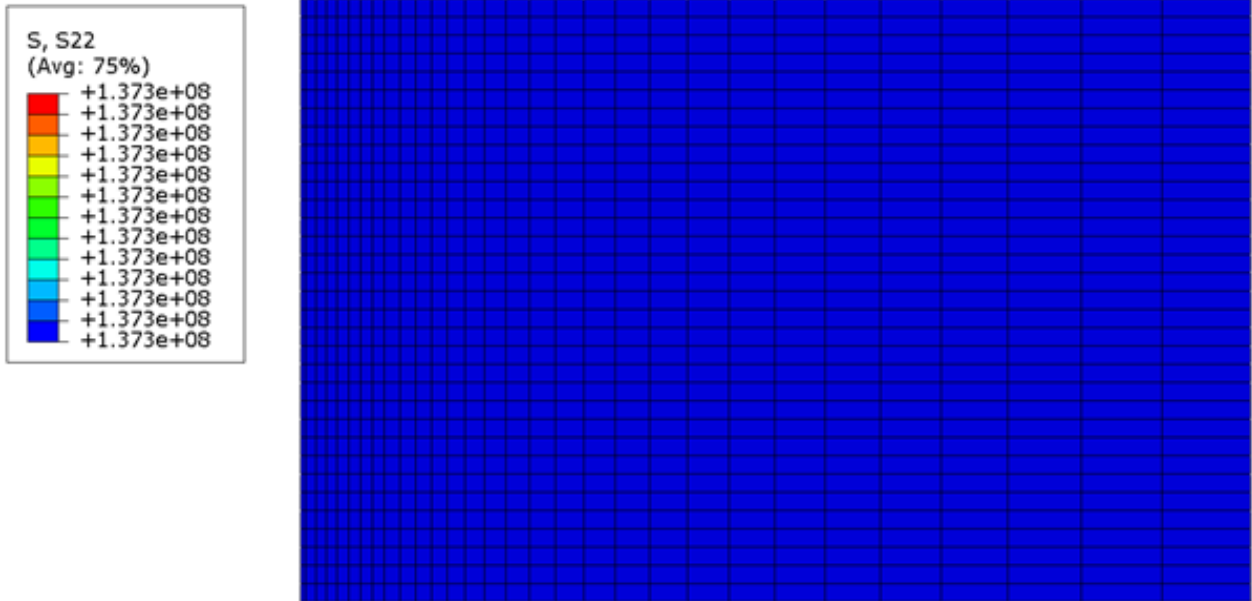
$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (25)$$

Svi izrazi vrijede za linearne deformacije ε_y i ε_z [14].

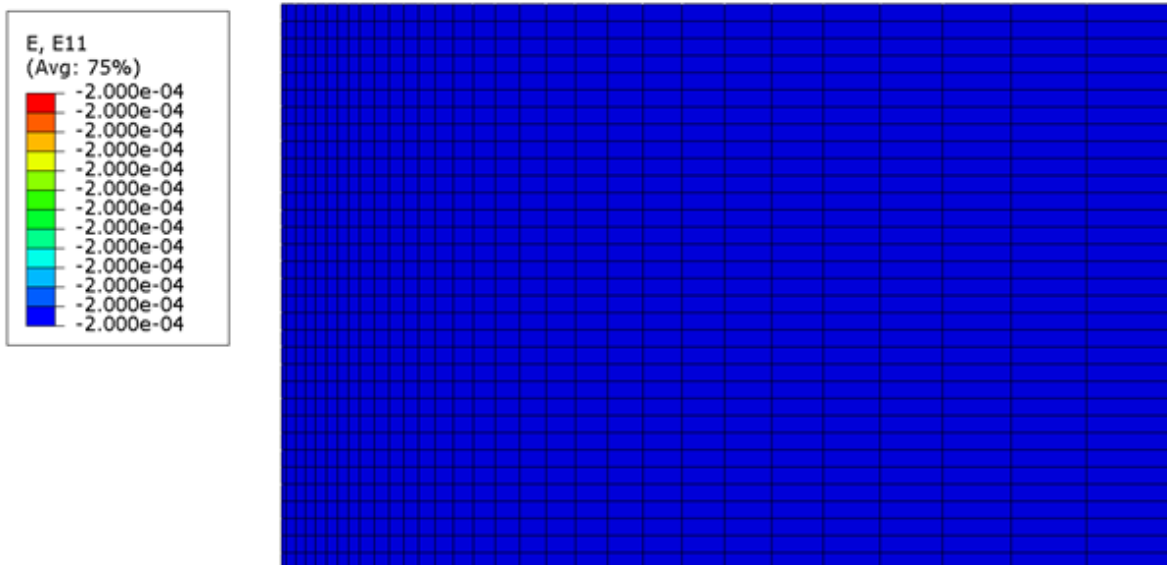
Za analitičko rješavanje uzima se četvrtina spoja dimenzija 301,5 mm x 150 mm, modula elastičnosti $E = 206$ GPa i Poissonova koeficijenta $\nu = 0,3$. Na ploču su postavljeni rubni uvjeti simetrije u smjeru x i y osi. Rubni uvjeti u smjeru x osi postavljeni su na lijevoj plohi duljine 150 mm i onemogućavaju pomak u smjeru x osi te kuteve zakreta u smjeru y i z osi. Rubni uvjeti u smjeru y osi postavljeni su na donjoj plohi duljine 301,5 mm te onemogućavaju pomake u smjeru y osi te kuteve zakreta u smjeru x i z osi. Ploča je zatim opterećena pomakom $u = 0,1$ mm kao što je prikazano na slici:



Slika 11. Verifikacijski problem s prikazanim rubnim uvjetima



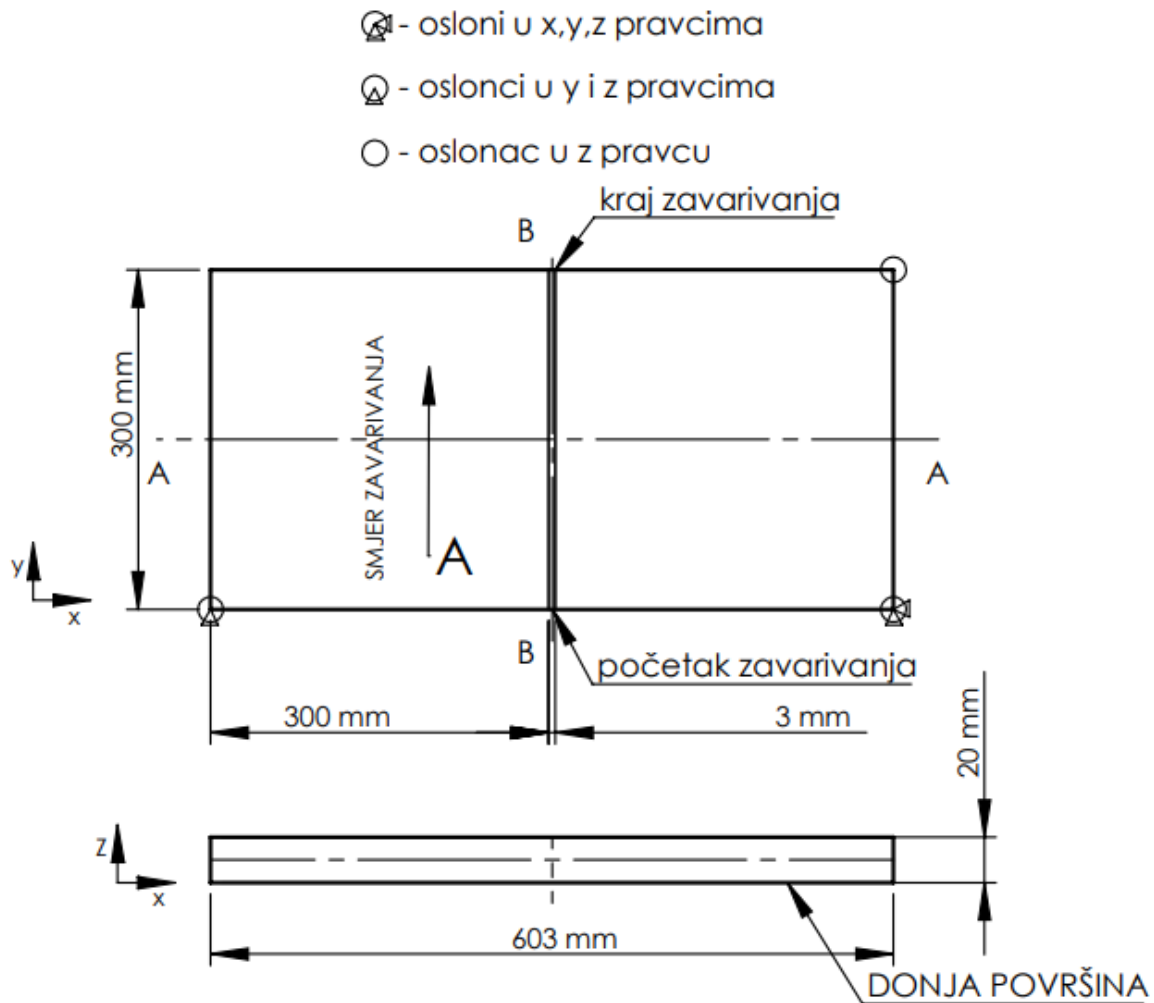
Slika 13. Normalno naprezanje σ_2 u smjeru y osi



Slika 14. Normalna deformacija ε_1 u smjer x osi

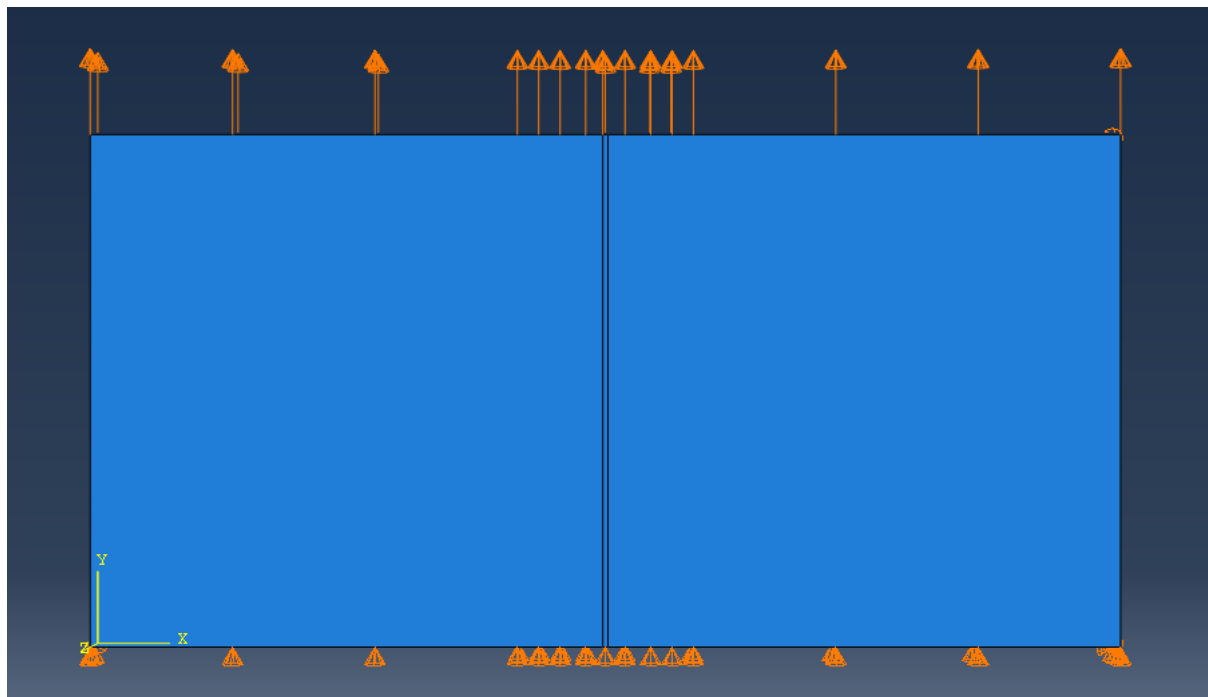
5.2 Numerički model i formulacija problema

Ploče su slobodno zavarene (bez ikakvih mehaničkih ograničenja), ali u mehaničkoj analizi dodani su početni rubni uvjeti, koji služe za mapiranje zaostalih naprezanja. Rubni uvjeti ograničavaju pomake u 3 rubne točke ploča kao što je prikazano na slici, a konstrukcija je i dalje statički određena.



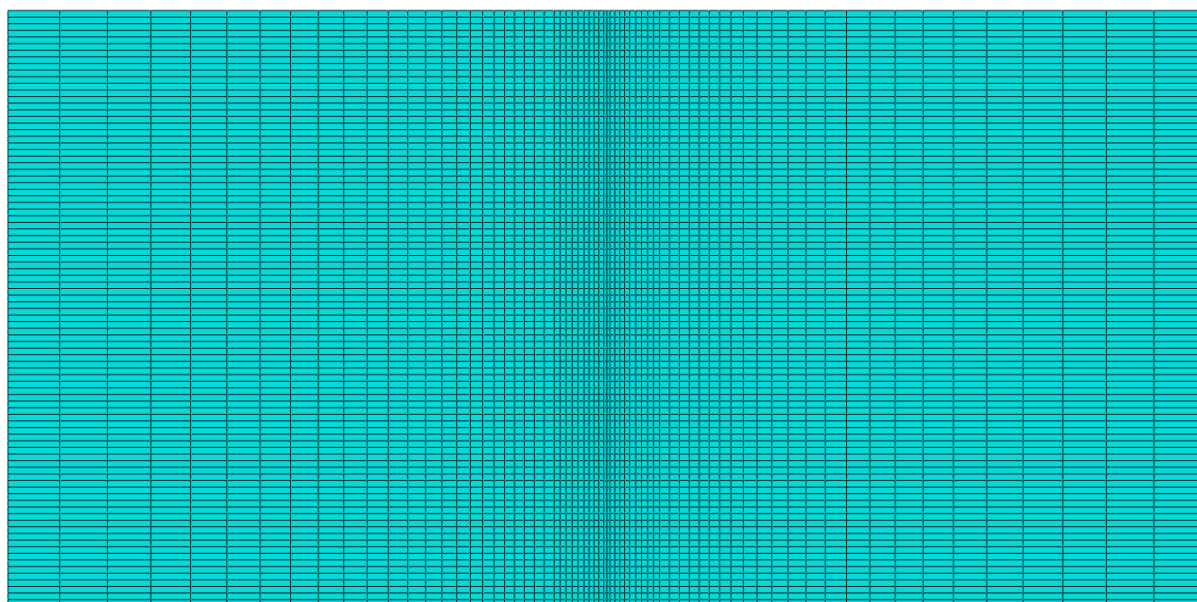
Slika 15. Geometrija modela i rubni uvjeti

Za uvjete vlačnog opterećenja, oslonci se nalaze sa donje strane plohe i onemogućuju pomake u smjeru y osi, a opterećenje djeluje sa gornje strane ploče također u smjeru y osi.

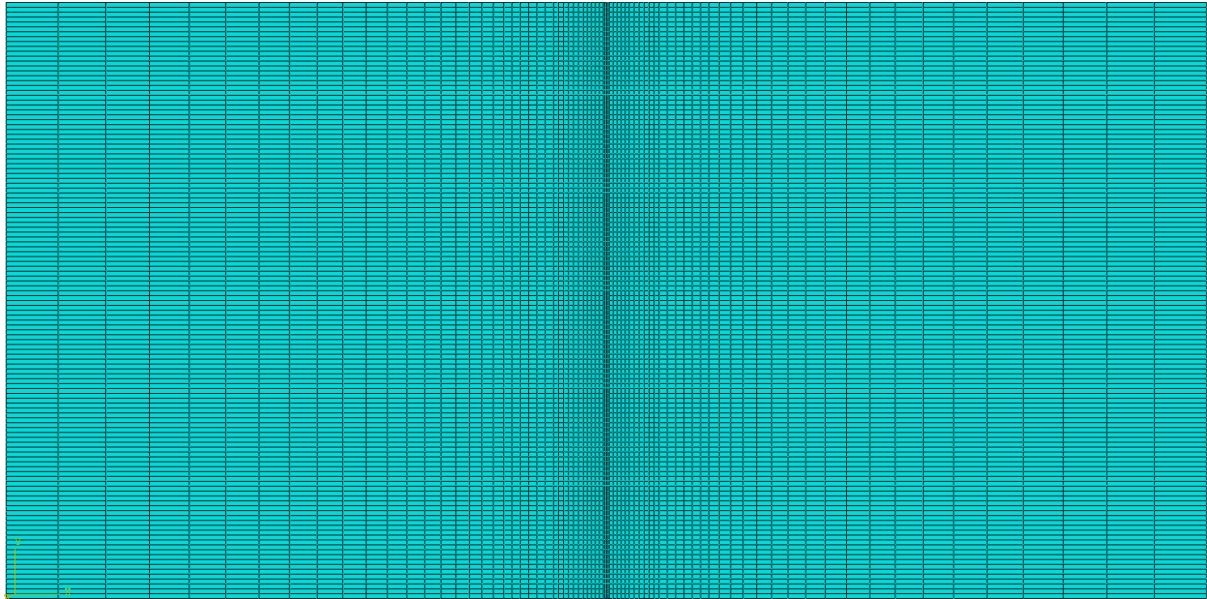


Slika 16. Geometrija ploče i rubni uvjeti pomaka

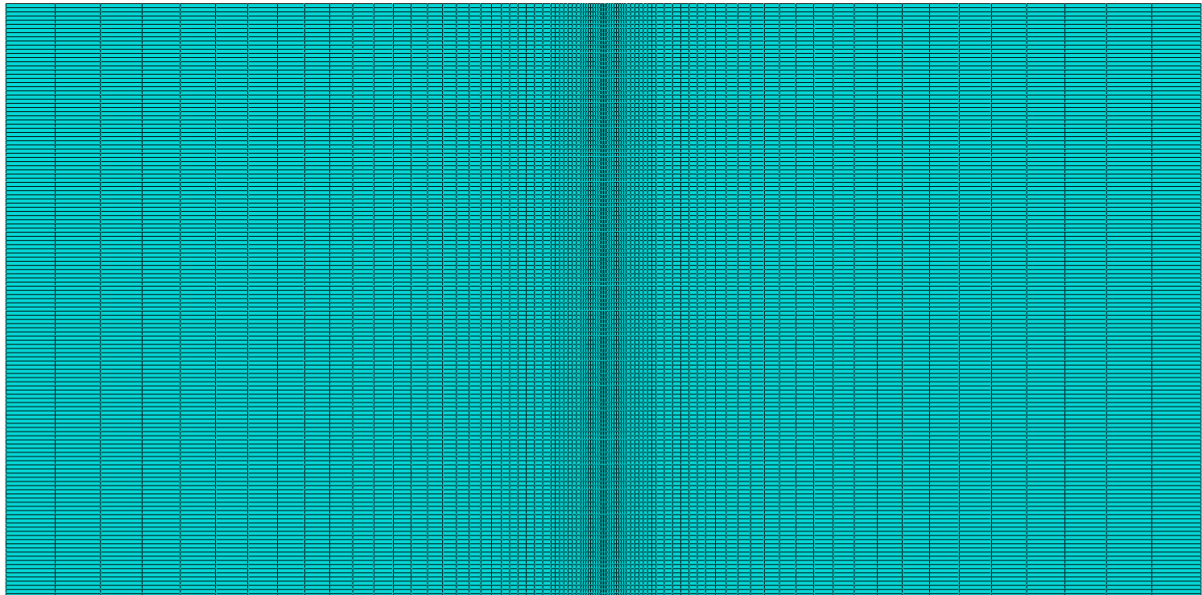
Kao što je navedeno za analizu se koriste heksaedarski elementi prvog reda C3D8I, koji su se koristili i za mehaničku analizu prethodno izrađenog modela te su izrađeni modeli diskretizirani s 3 različite gustoće mreže.



Slika 17. Mreža sa 48960 C3D8I elemenata



Slika 18. Mreža sa 83448 C3D8I elemenata



Slika 19. Mreža sa 122980 C3D8I elemenata

5.3 Zaostala naprezanja i gustoća mreže

Nakon završenog procesa mapiranja zaostalih naprezanja slijedi usporedba iznosa i raspodjele zaostalih naprezanja.

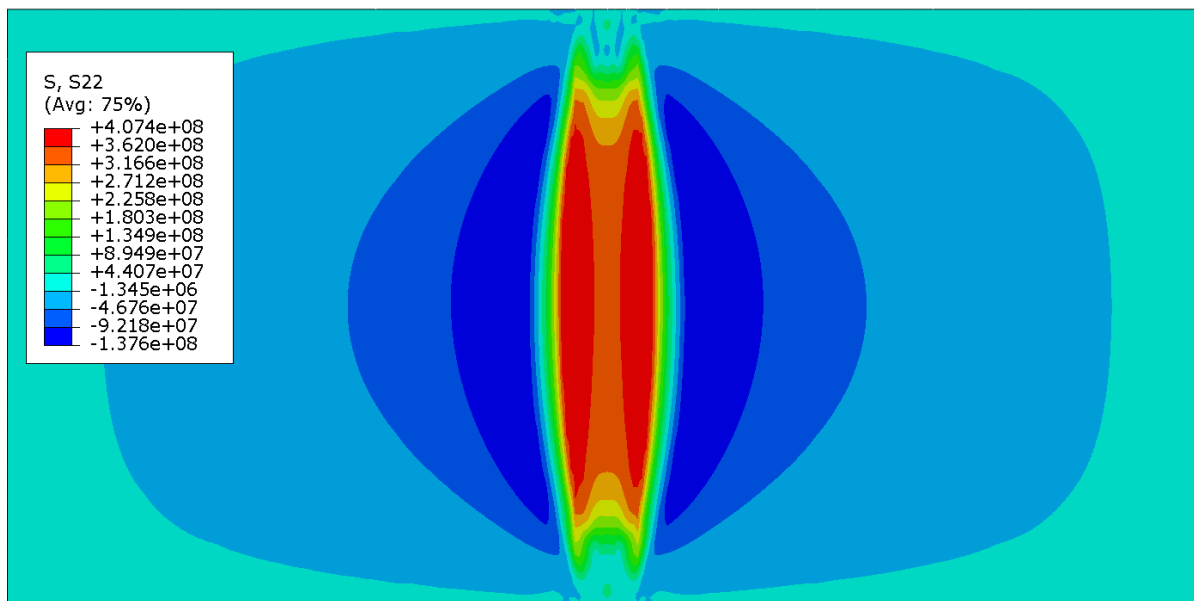
U usporedbi sa validiranim numeričkim modelom, maksimalno naprezanje S22 u longitudinalnom smjeru poklapa se sa mrežom od 122980 elemenata i iznosi $\sigma_y = 407,4$ MPa u blizini zavora, dok za dvije mreže sa manjim brojem elemenata maksimalno naprezanje je neznatno manje i iznosi 403 MPa i 403,7 MPa.

Kod transverzalnih naprezanja, S11, mreža sa 122980 elemenata najbliža je rezultatu ispitanog modela sa iznosom $\sigma_x = -361,4$ MPa koja nastupaju na početku i kraju zavora. Najveća vlačna naprezanja su uz zavor. Naprezanja σ_x i σ_y za sve 3 mreže i naprezanja ispitanog modela dane su u tablici.

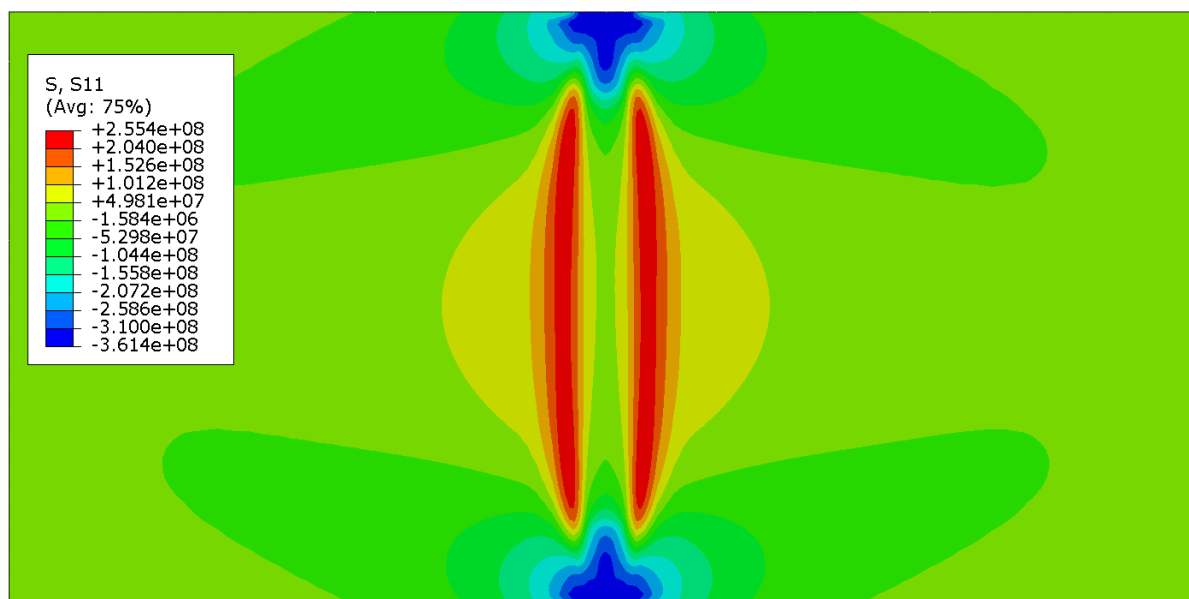
Dolazi do odstupanja mjesta na kojima se nalaze najveća i najmanja naprezanja za σ_y i σ_x .

Tablica 1. Najveća naprezanja za različite mreže i usporedba sa ispitanim modelom

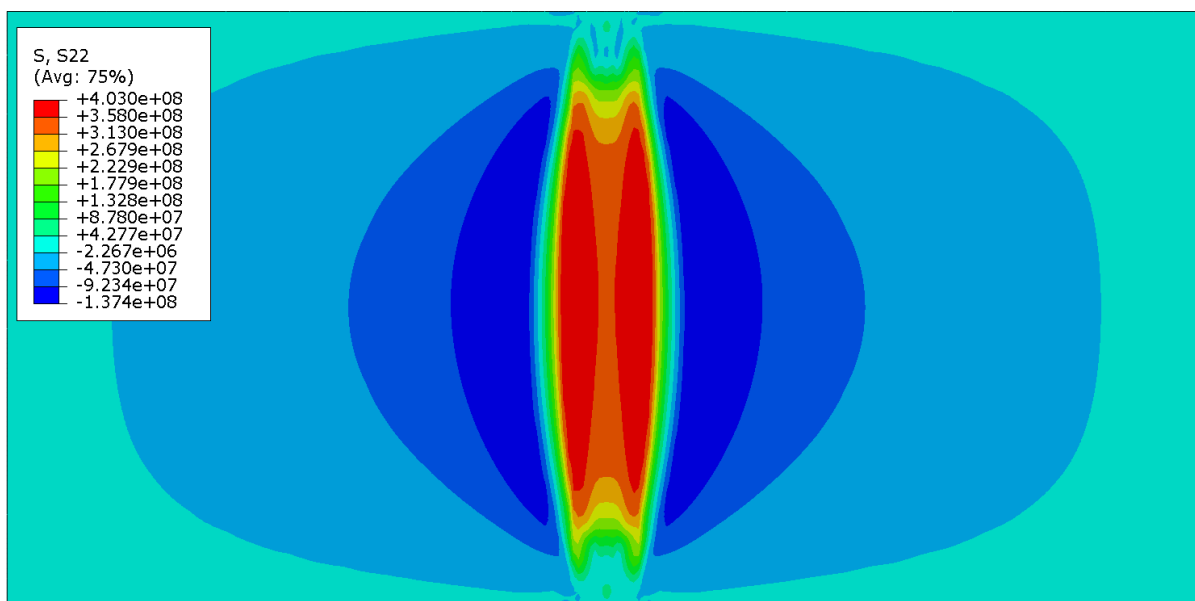
Naprezanja / MPa	48960 KE	83448 KE	122980 KE	Ispitani model [3]
σ_y	403,7	403	407,4	407,4
$\sigma_x - tlak$	-359,3	-360,9	- 361,4	-368
$\sigma_x - vlak$	249	254,6	255,4	260,2



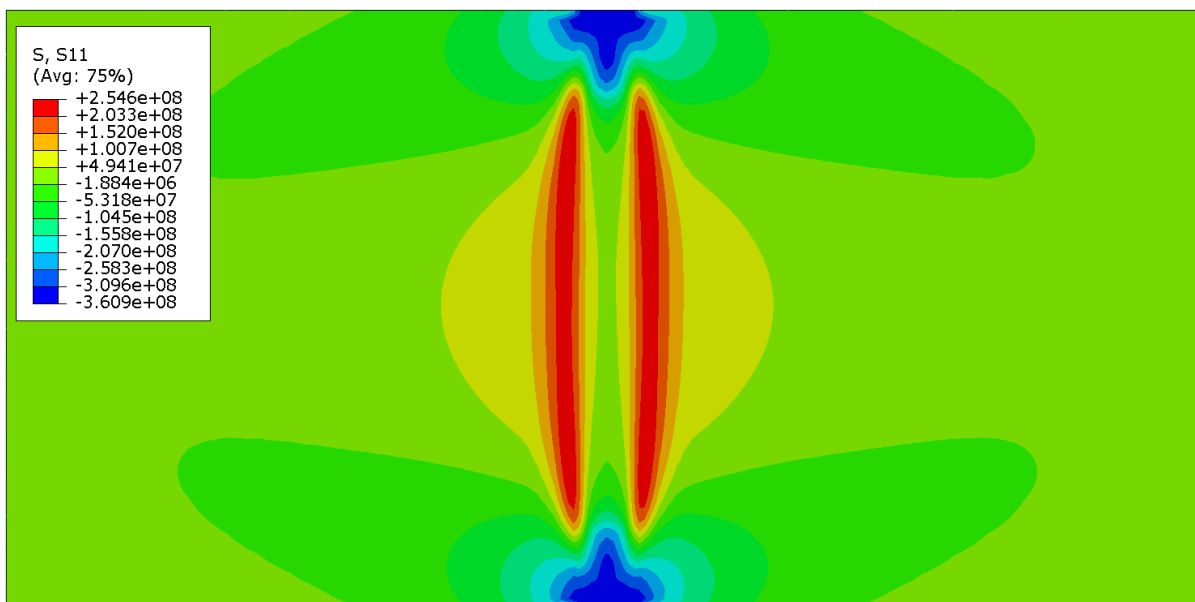
Slika 20. Konturni prikaz normalne komponente naprežanja σ_y za mrežu od 122980 C3D8l elemenata



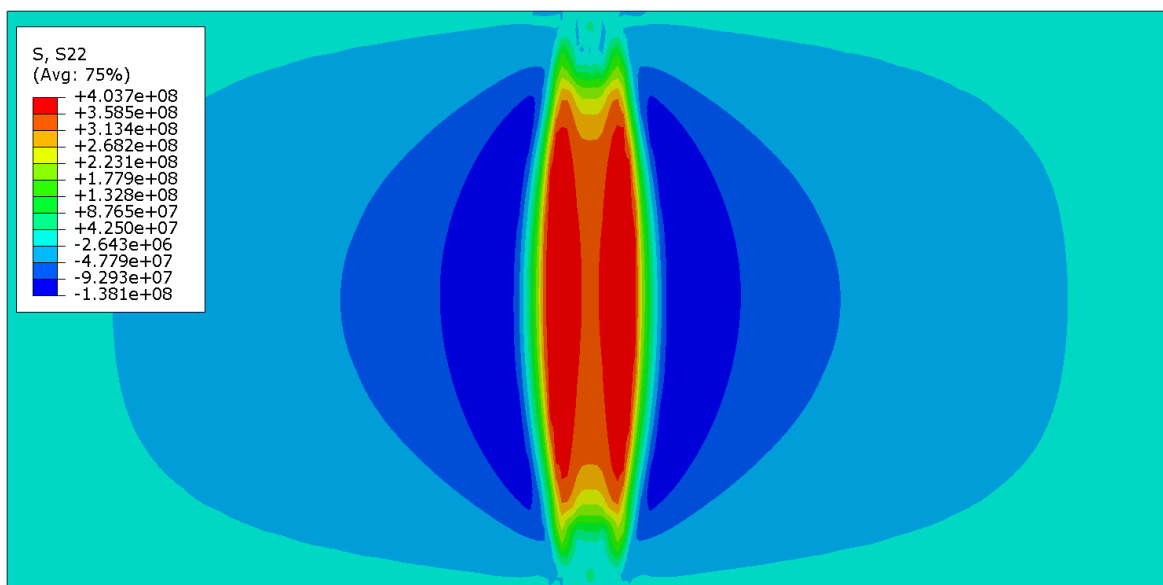
Slika 21. Konturni prikaz normalne komponente naprežanja σ_x za mrežu od 122980 C3D8l elemenata



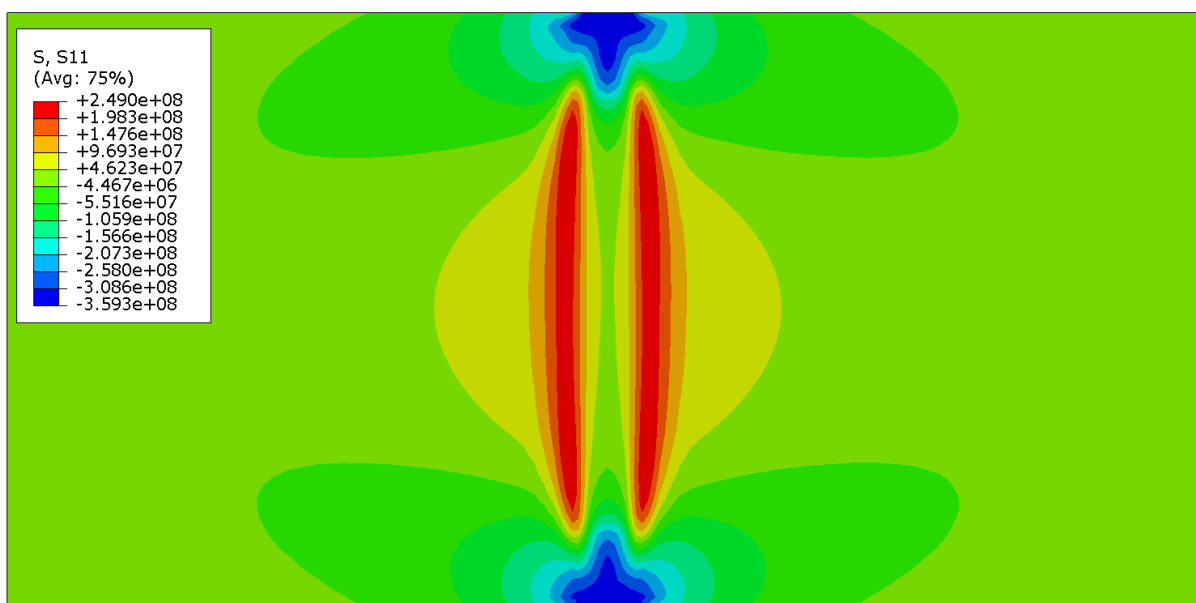
Slika 22. Konturni prikaz normalne komponente napreznja σ_y za mrežu od 83448 C3D8I elemenata



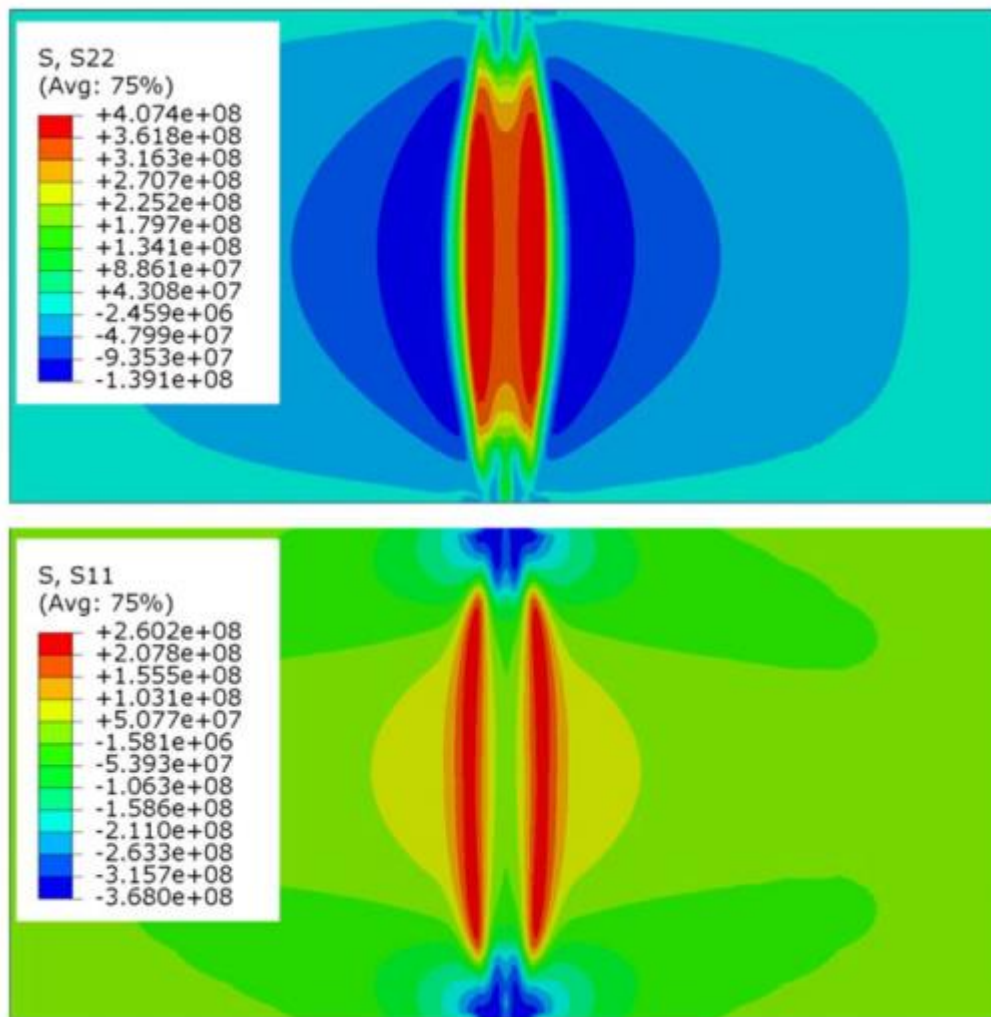
Slika 23. Konturni prikaz normalne komponente napreznja σ_x za mrežu od 83448 C3D8I elemenata



Slika 24. Konturni prikaz normalne komponente napreznja σ_y za mrežu od 48960 C3D8I elemenata

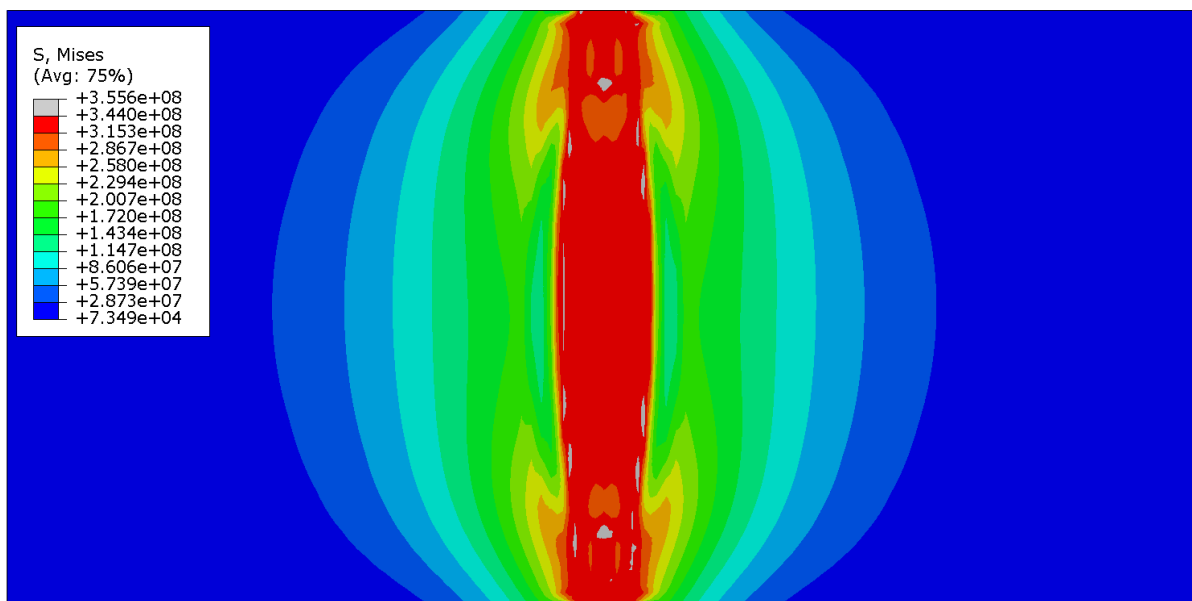


Slika 25. Konturni prikaz normalne komponente napreznja σ_x za mrežu od 48960 C3D8I elemenata

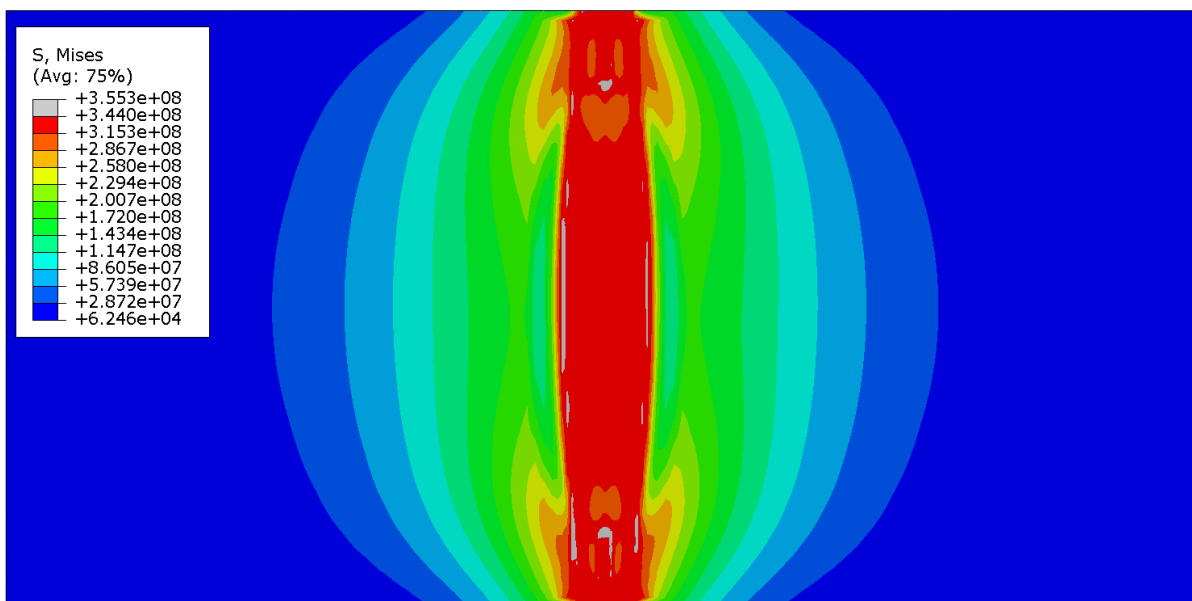


Slika 26. Konturni prikaz normalne komponente naprezanja σ_y i σ_x za ispitani model [3]

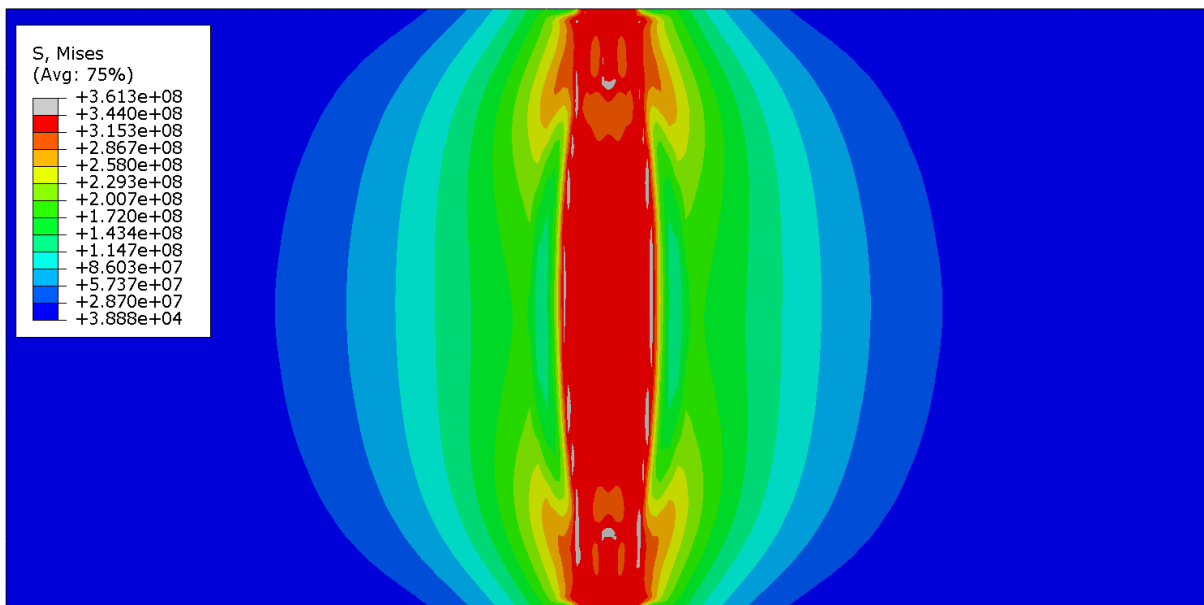
Zaostala naprezanja rješavaju se u prvom koraku u kojem dolazi do uravnoteženja naprezanja. Najmanja maksimalna naprezanja po von Misesu uzrokovana zaostalim naprezanjima iznose 355,3 MPa, a najveća 361,3 MPa te je njihovo odstupanje manje od 2%. Kako su naprezanja veća od granice tečenja, vidljivo je nastajanje plastične deformacije oko područja zavara. Pojava naprezanja iznad granice tečenja javlja se na početku zavara i na kraju zavara, a nešto veća razlika u pojavi plastičnih deformacija vidljiva je na gušćim mrežama, gdje se plastična deformacija javlja u smjeru zavarivanja oko sredine na obje strane ploče.



Slika 27. Zaostala naprezanja za mrežu od 48960 C3D8I elemenata



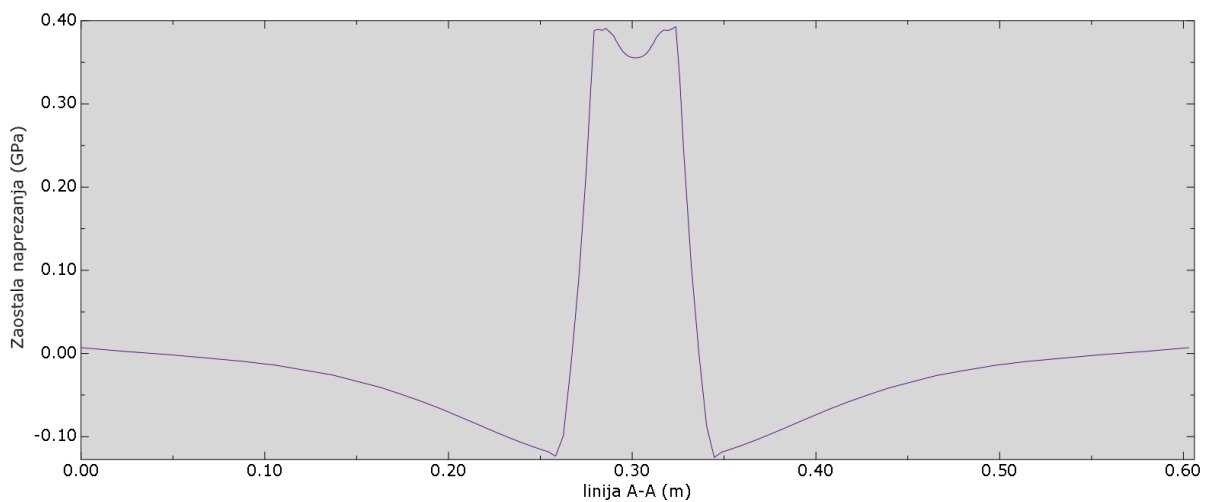
Slika 28. Zaostala naprezanja za mrežu od 83448 C3D8I elemenata



Slika 29. Zaostala napreznja za mrežu od 122980 C3D8I elemenata

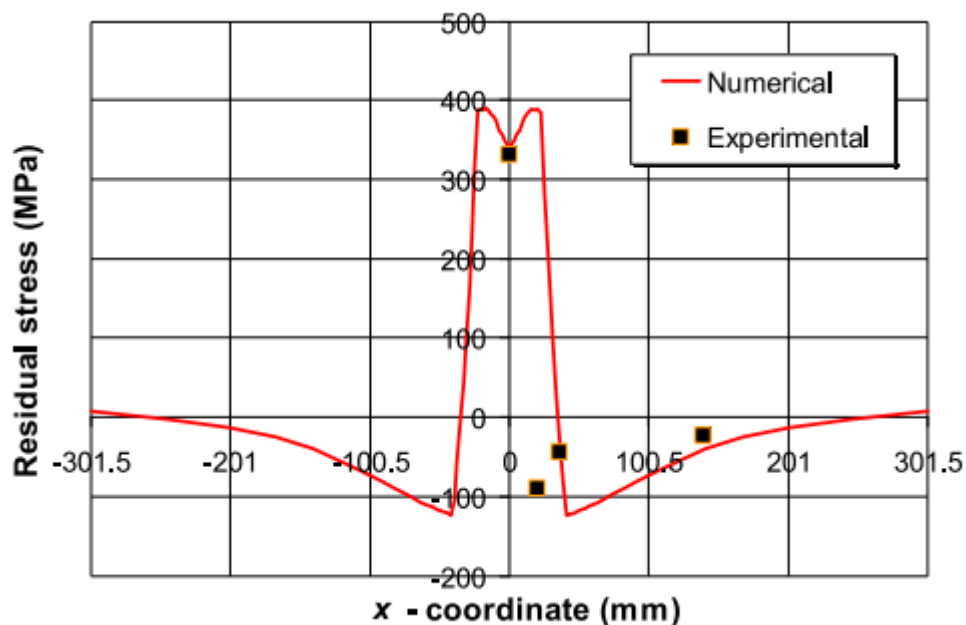
Zaostala napreznja mjerena su, kako prikazuje slika 15., duž linija A-A i B-B na donjoj površini. Pošto je pokazano kako mreža sa 122980 elemenata ima vrijednosti koje su najbliže ispitanom modelu, za tu mrežu prikazat će se raspodjela σ_x i σ_y po x i y osi te usporediti sa rezultatima eksperimenta i validiranim numeričkim modelom iz literature.

Na slici 30. prikazan je dijagram poprečnih zaostalih napreznja duž linije A-A. Na njima je vidljivo da u zavaru i njegovoj blizini vladaju vlačna zaostala napreznja, dok u ostalim dijelovima ploča su tlačna napreznja. Vršna napreznja za sve mreže iznose neznatno iznad granice tečenja materijala, dok su van područja zavara gotovo jednaka nuli. Udaljenost 0,3015 m predstavlja središte zavara.



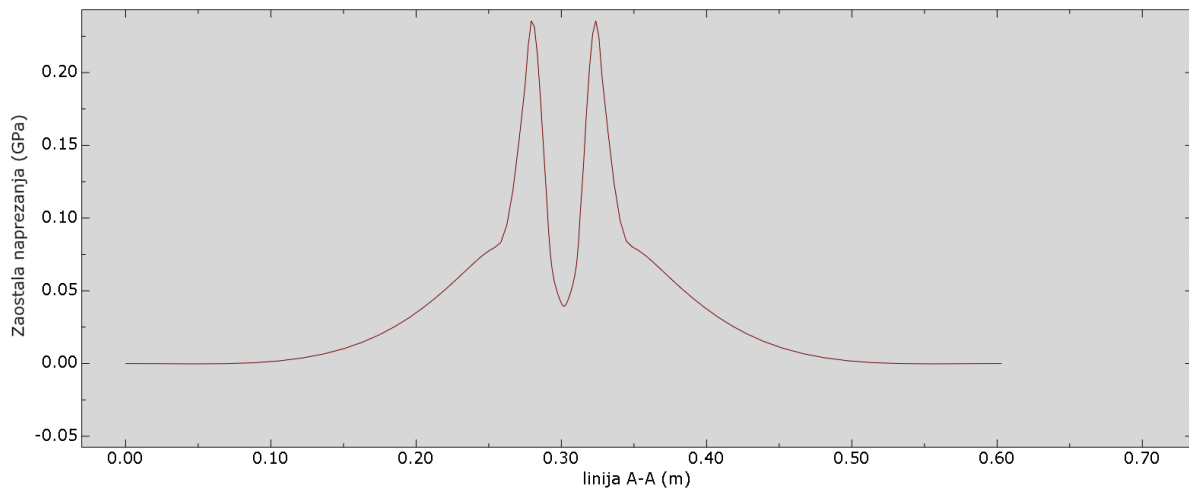
Slika 30. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_y po presjeku A-A

Vršno naprezanje doseže 392 MPa, što je malo više od 388 MPa koje se dobilo na ispitanom modelu (slika 31.) Najveće naprezanje nalazi se na udaljenosti od 279,29 mm, a to je za 22,21 mm udaljeno od središta zavora. Usporedbom slike 30. i slike 31. vidljivo je da nema odstupanja od raspodjele naprezanja.

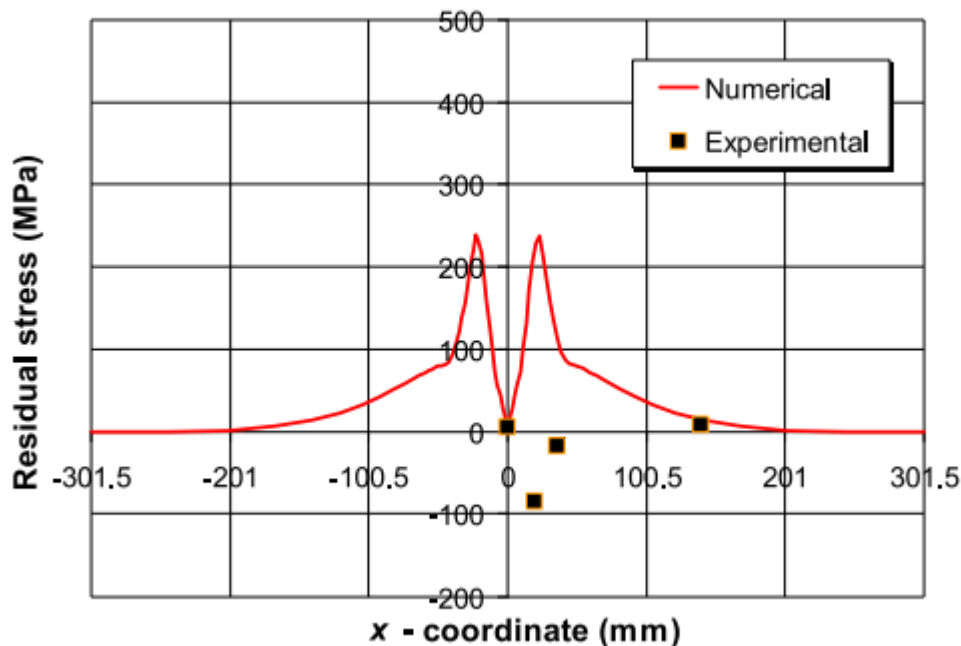


Slika 31. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_y po presjeku A-A ispitanog modela [3]

Uzdužna vlačna naprezanja na liniji A-A dosežu vrijednosti od 235 MPa u blizini zavora i na kraju ploče vrijednosti su im oko 0. Na ispitanom modelu vršno naprezanje postiglo je vrijednost od 237 MPa te ostvarena jednaka raspodjela naprezanja. Razlika se događa u samom središtu zavora gdje su vrijednosti naprezanja oko 40 MPa, dok su eksperimentalne vrijednosti približavaju 0. Najveće uzdužno i poprečno naprezanje nalaze se na udaljenosti od 279,29 mm, a to je za 22,21 mm udaljeno od središta zavora.

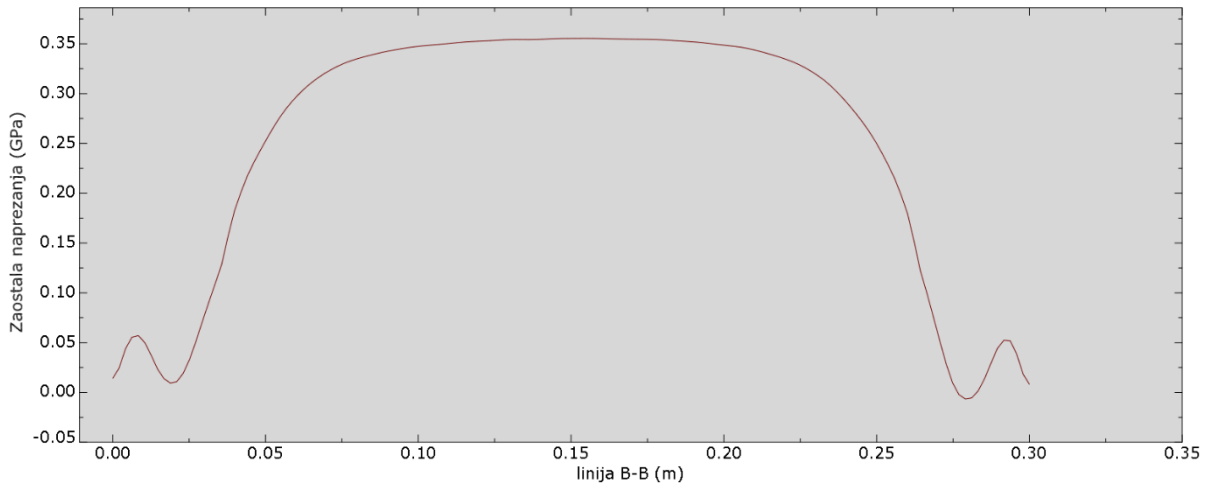


Slika 32. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_x po presjeku A-A

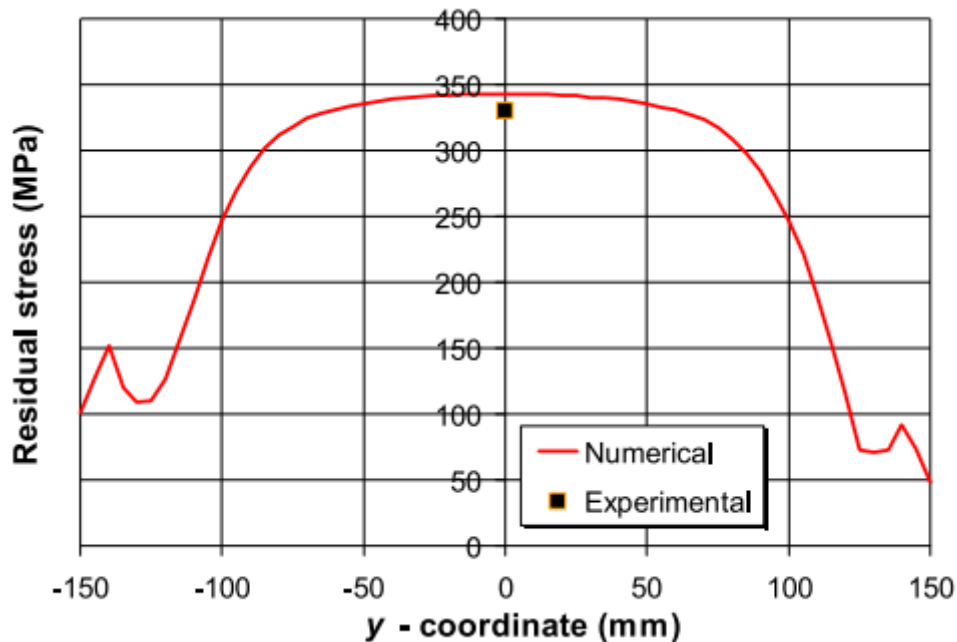


Slika 33. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_x po presjeku A-A ispitanog modela [3]

Raspodjela poprečnih naprezanja po liniji B-B pokazuje da su naprezanja pretežno vlačna. Maksimalno naprezanje iznosi 355 MPa, dok na slici maksimalno naprezanje je nešto manje ispod 350 MPa.

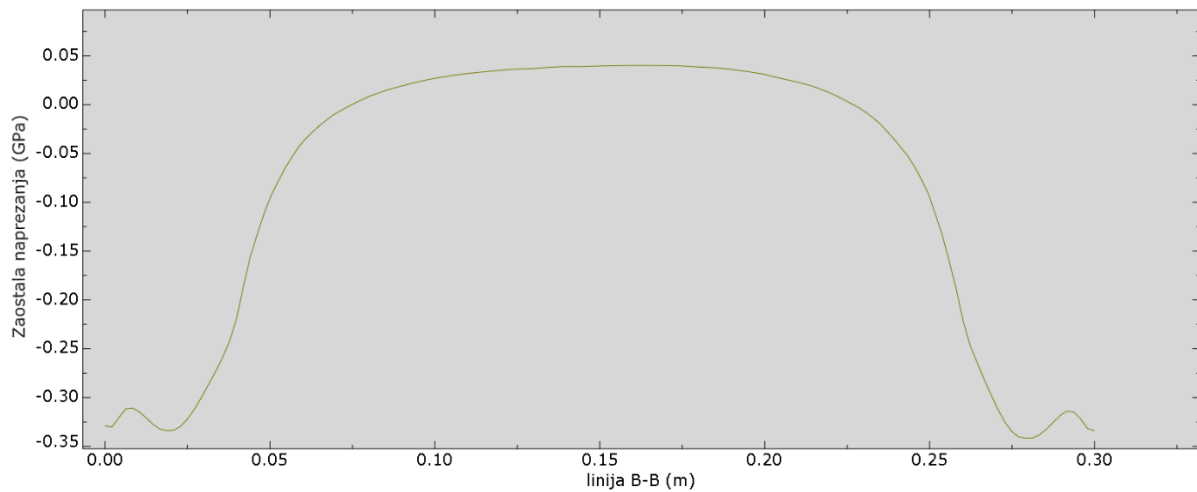


Slika 34. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_y po presjeku B-B

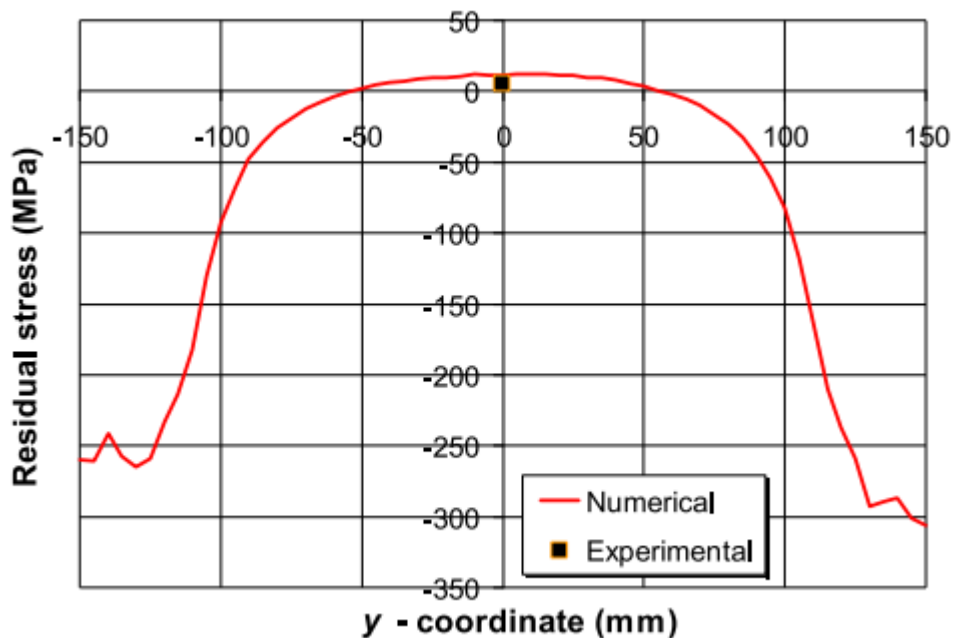


Slika 35. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_y po presjeku B-B ispitnog modela [3]

Slika 36. pokazuje da su najveća uzdužna naprezanja tlačna i javljaju se najveća naprezanja na krajevima zavora te dostižu vrijednosti od -342 MPa, dok središtem zavora prevladavaju naprezanja nešto veća od 0.



Slika 36. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_x po presjeku B-B

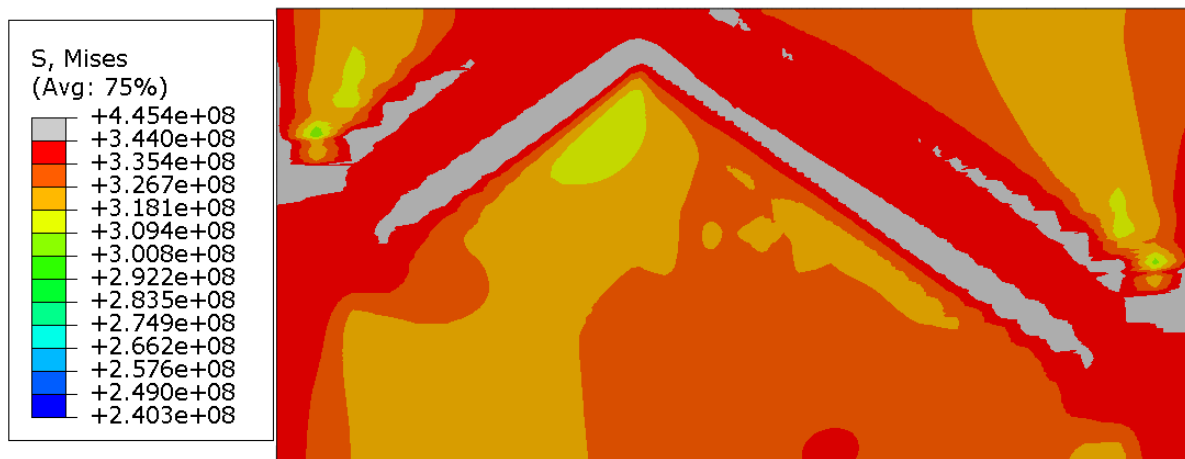


Slika 37. Raspodjela normalne komponente naprezanja σ_x po presjeku B-B ispitnog modela

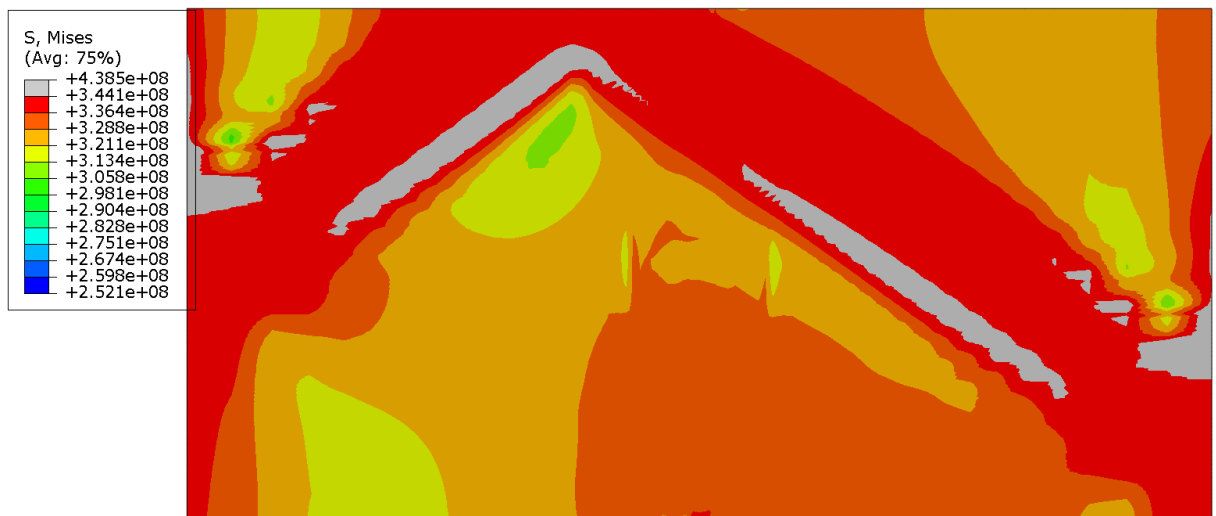
5.4 Pomak 5 mm

Pomakom u vrijednosti od 5 mm, javljaju se naprezanja koja su iznad granice razvlačenja osnovnog materijala te su na slikama prikazane sivom bojom. Povećanjem broja konačnih elemenata naprezanje po von Misesu opada. Za najrjeđu mrežu maksimalno naprezanje iznosi 445,4 MPa , a za najgušću 435,4 MPa. Za srednju mrežu iznosi 438,5 MPa i bliže je vrijednosti gušće mreže što znači da se naprezanje približava određenoj vrijednosti.

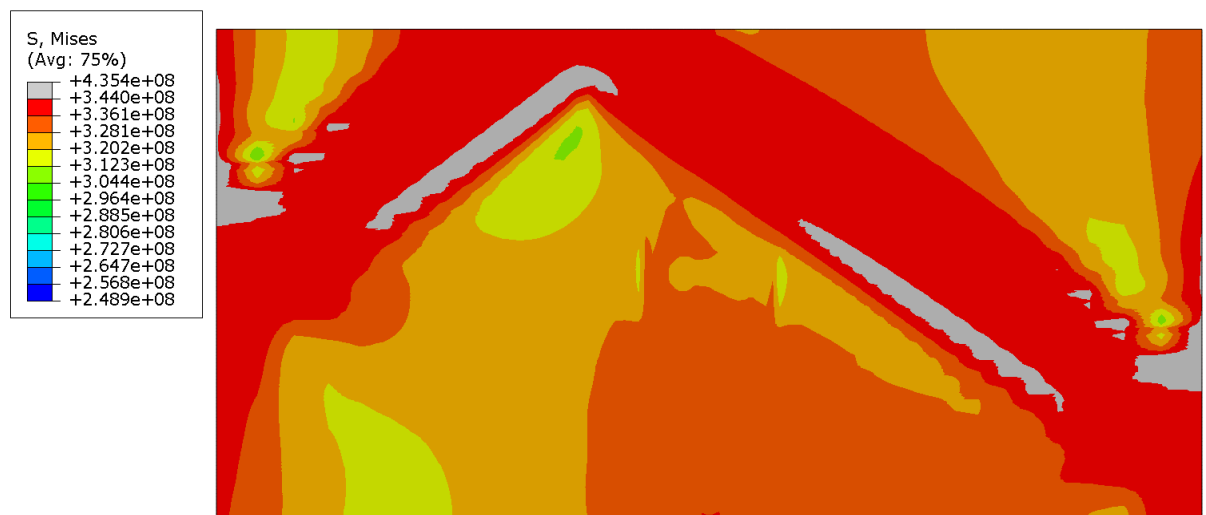
Zone plastične deformacije, označene sivom bojom, jasnije su prikazane na gušćim mrežama te su vidljiva područja na kojima se javljaju i završavaju. Također, jasnije su prikazane i druge zone čija naprezanja su manja od 344 MPa. Na dvije gušće mreže vidljivo je neznatno povećanje površina koja imaju iznos naprezanja oko 300 MPa te nešto veće povećanje površina sa naprezanjem od 310 MPa do 318 MPa



Slika 38. Naprezanja po von Misesu – mreža sa 48960 C3D8I elemenata

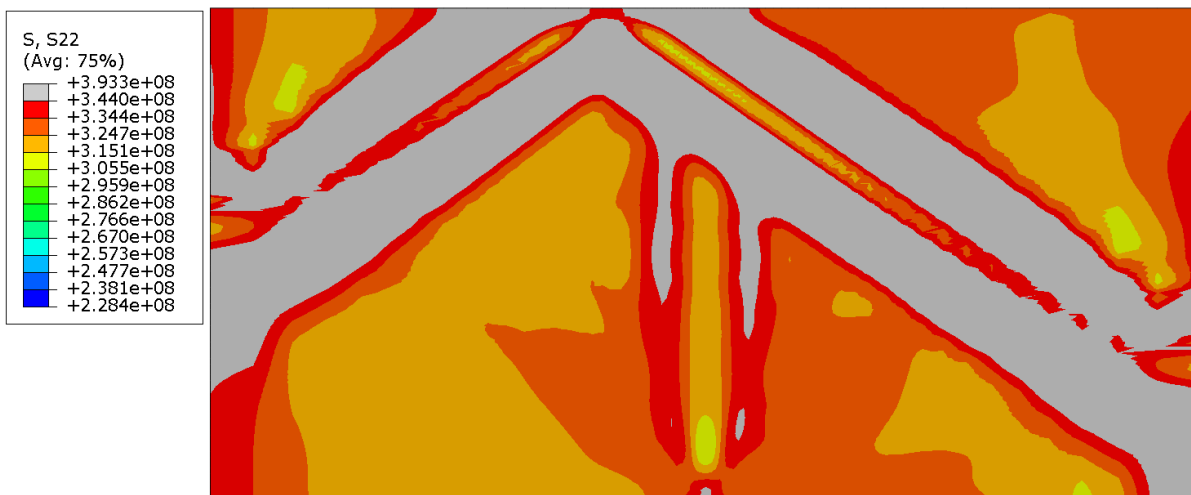


Slika 39. Naprezanja po von Misesu - mreža sa 83448 C3D8I elemenata

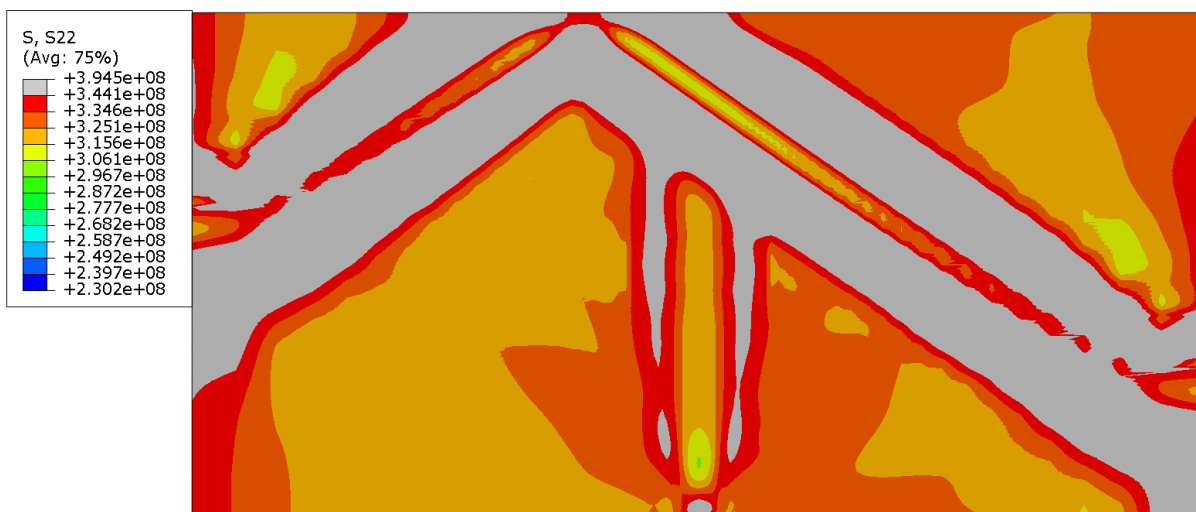


Slika 40. Naprezanja po von Misesu - mreža sa 122980 C3D8I elemenata

Kod prikaza naprezanja u smjeru y , vršna naprezanja za dvije gušće mreže se poklapaju i iznose 394,5 MPa, dok za mrežu od 48960 elemenata iznosi 393,3 MPa. Kod dvije gušće mreže, također su jasnije konture plastične deformacije u neposrednoj blizini zavora te na kraju zavora gdje se nalaze oslonci. Uočljiva je pojava naprezanja od 300 MPa do 315 MPa između dvije velikih zona plastičnih deformacija na gušćim mrežama.



Slika 41. Normalna komponenta naprezanja σ_y za mrežu sa 48960 C3D8I elemenata

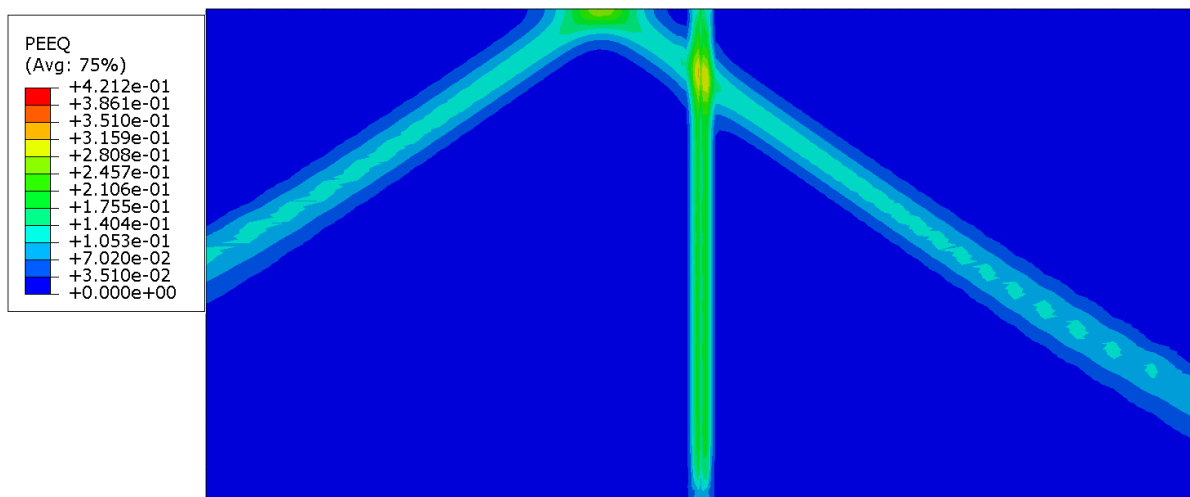


Slika 42. Normalna komponenta naprezanja σ_y za mrežu sa 83448 C3D8I elemenata

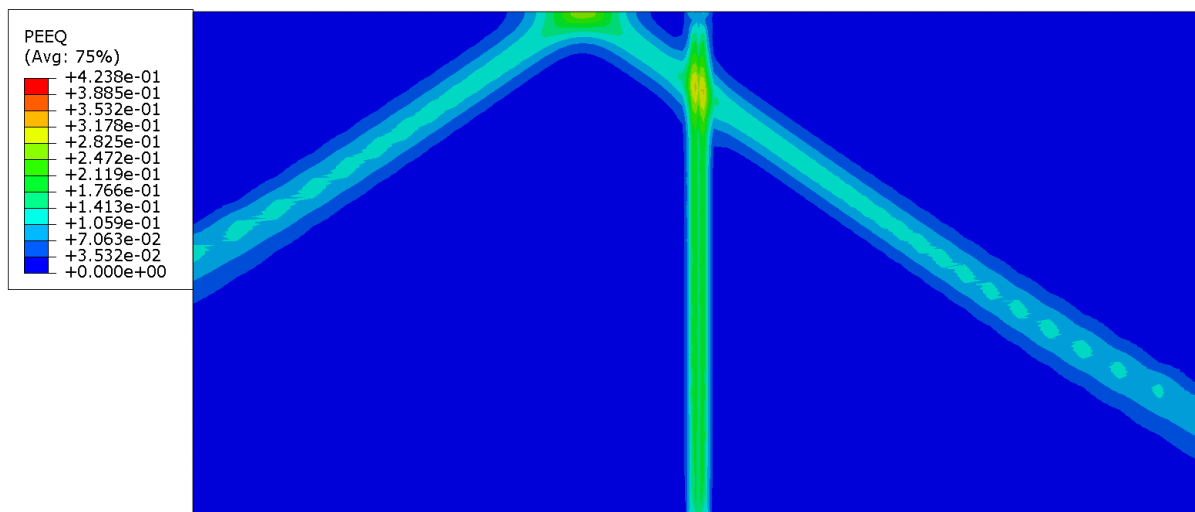


Slika 43. Normalna komponenta naprezanja σ_y za mrežu sa 122980 C3D8I elemenata

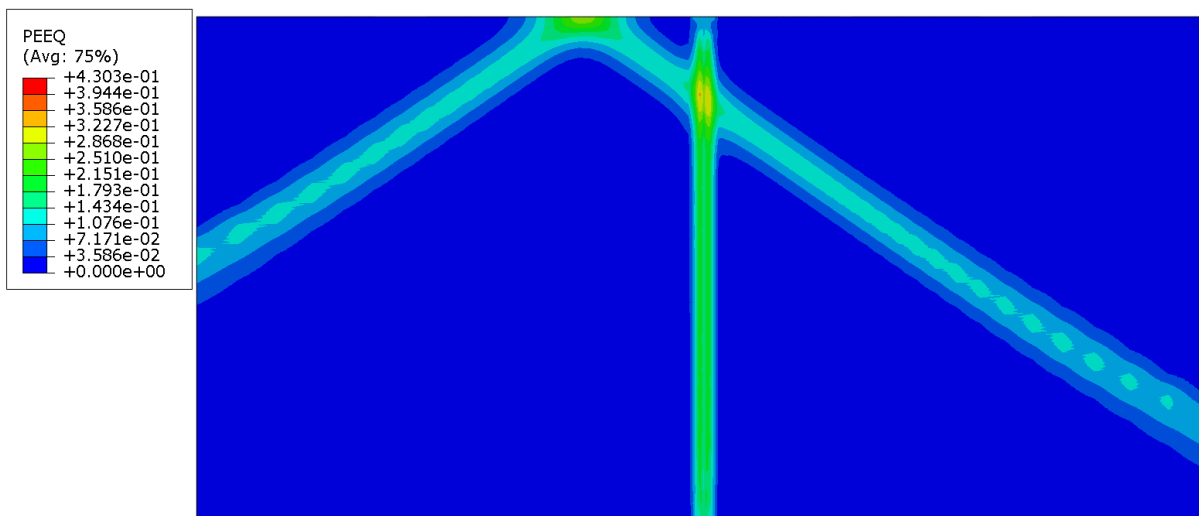
Iznosi plastične ekvivalentne deformacije se razlikuju te s porastom gustoće mreže, iznosi rastu. Od najrjeđe do najgušće mreže, vrijednosti iznose: 0,44212; 0,4238; 0,4303. Male razlike u deformacijama su vidljive u krajnjem i početnom dijelu zavora.



Slika 44. Plastična ekvivalentna deformacija za mrežu sa 48960 C3D8I elemenata



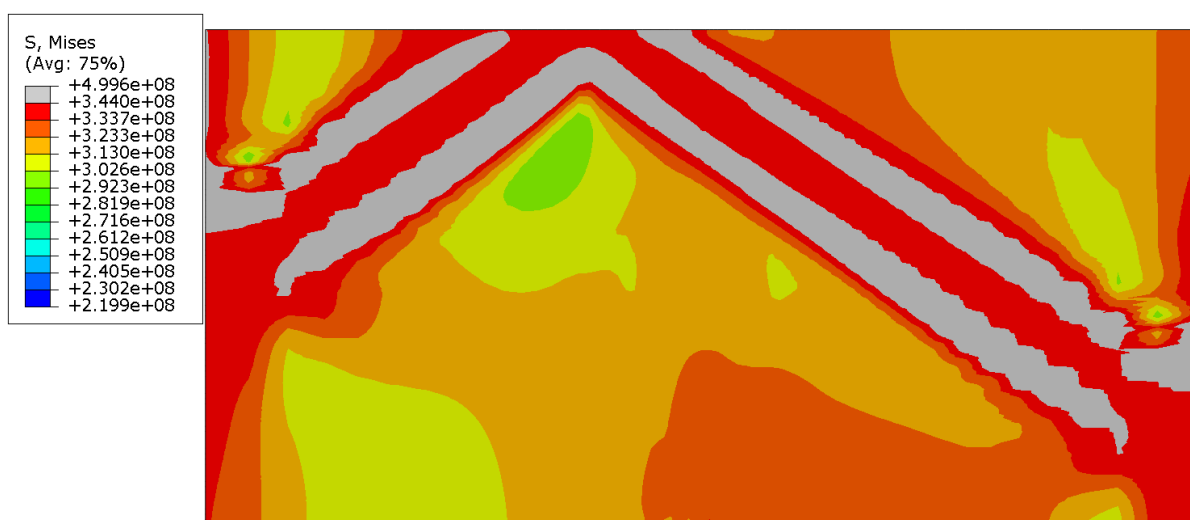
Slika 45. Plastična ekvivalentna deformacija za mrežu sa 83448 C3D8I elemenata



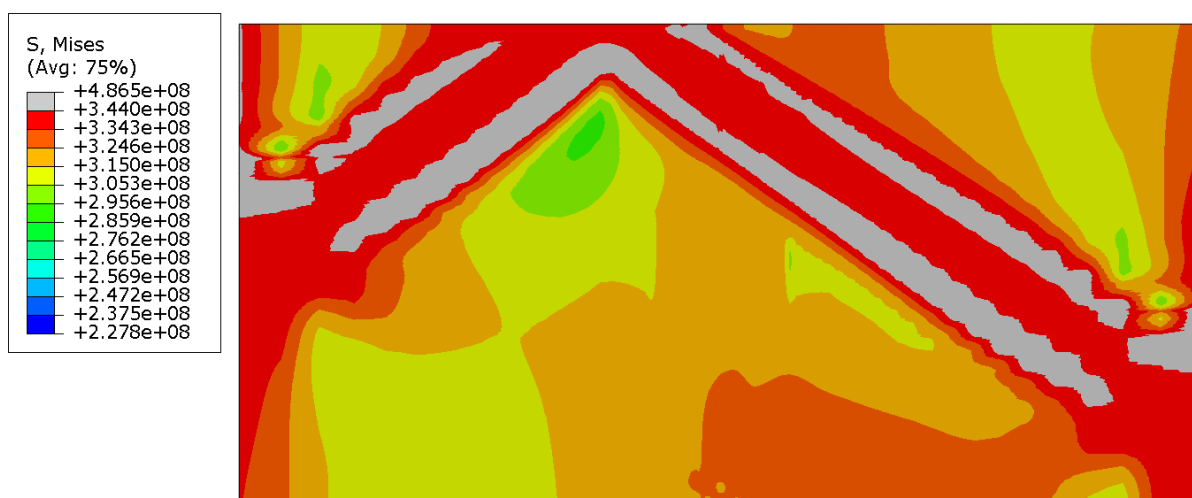
Slika 46. Plastična ekvivalentna deformacija za mrežu sa 122980 C3D8I elemenata

5.5 Pomak 7 mm

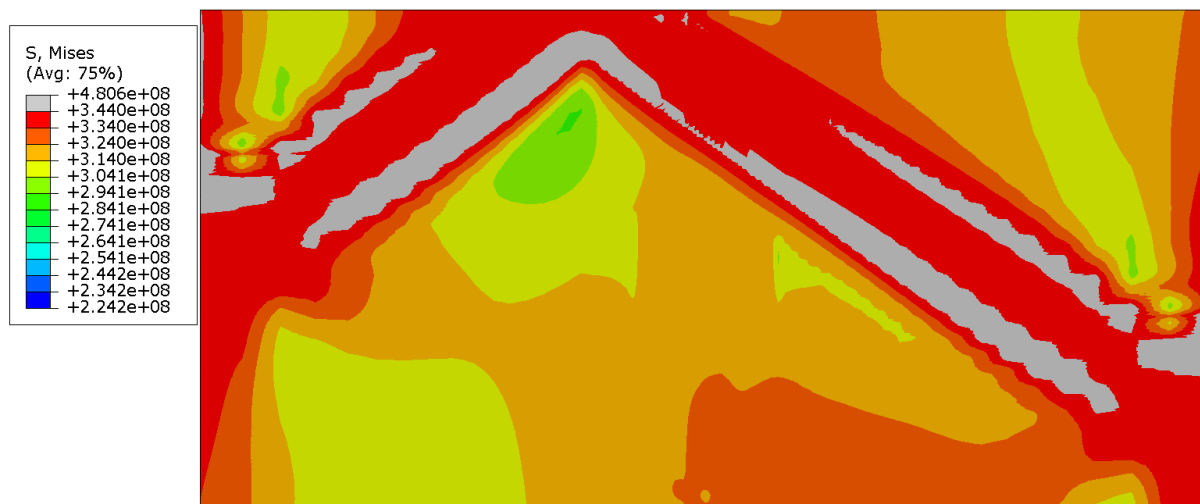
Ovim opterećenjem nastupaju veća napreznja i veća plastična deformacija. Kao i kod pomaka od 5 mm, sa smanjenjem broja konačnih elemenata opada najveće napreznje te se približava određenoj vrijednosti. Maksimalna napreznja iznose redom : 499,6; 486,5 i 480,6 MPa. Područja plastične deformacije (siva boja) su veća na slici 47, dok su konture jasnije prikazane na ostale dvije slike. Bolje prikazane su i područja čija napreznja su ispod granice razvlačenja čije vrijednosti se kreću oko 300 MPa.



Slika 47. Napreznja po von Misesu – 48960 C3D8I elemenata

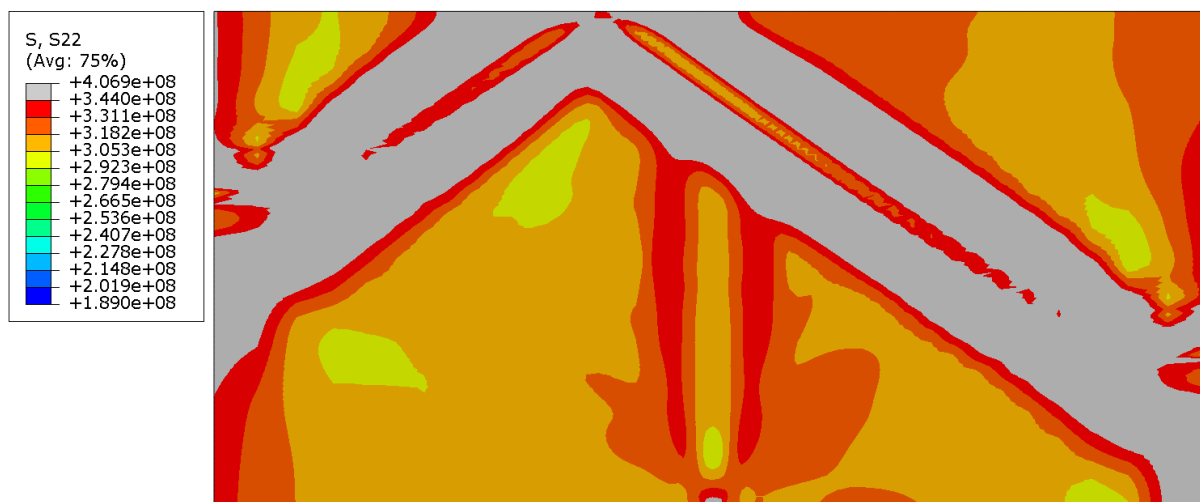


Slika 48. Napreznja po von Misesu – 83448 C3D8I elemenata

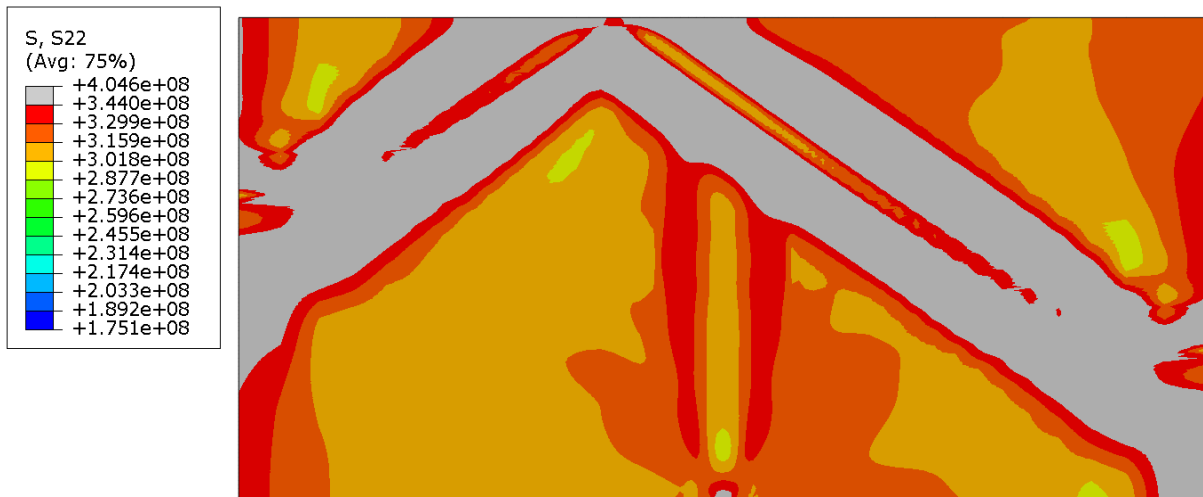


Slika 49. Naprezanja po von Misesu – 122980 C3D8I elemenata

Za razliku od naprezanja u smjeru y za pomak 5 mm, kod pomaka od 7 mm udaljavajući se od površine na kojoj je opterećenje nestaju zone plastične deformacije uz zavar i u njegovoj blizini. Osim u blizini opterećenja, naprezanja veća od granica razvlačenja se javlja kod mjesta gdje je bio početak zavarivanja. Najveća naprezanja su približno jednaka te se razlikuju za nekoliko MPa. Na najgušćoj mreži, uočava se da naprezanja koja su manja od 300 MPa gotovo pa da ne postoje, osim u blizini desnog ruba, nego prevladavaju naprezanja u iznosu od 311 do 327 MPa. Na ostale dvije mreže nešto više ima područja koja su opterećena neznatno manje od 300 MPa, a dominiraju naprezanja iznad 300 MPa do 315, odnosno 318 MPa.



Slika 50. Normalna komponenta naprezanja σ_y - 48960 C3D8I elemenata

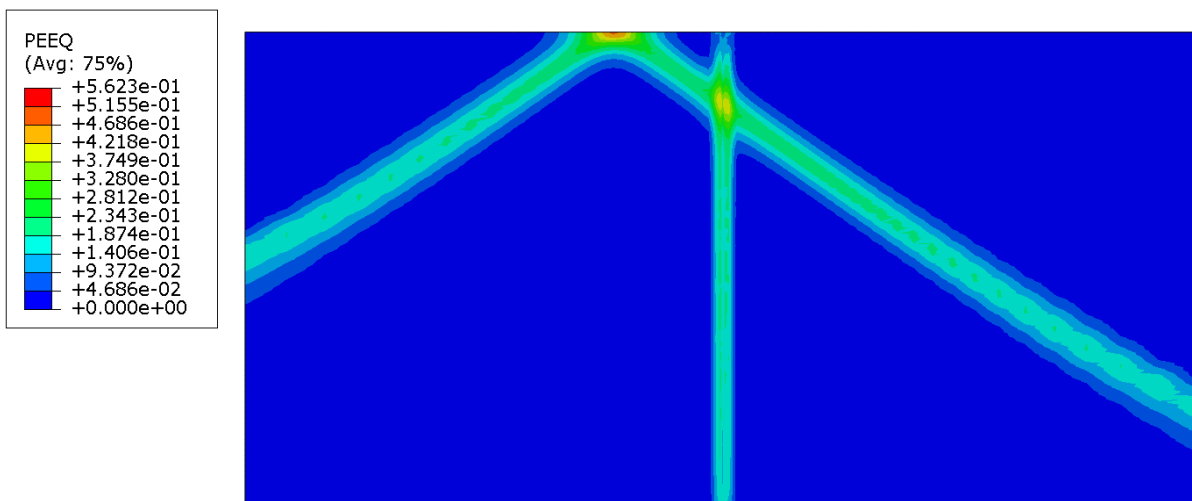


Slika 51. Normalna komponenta napreznja σ_y – 83448 C3D8I elemenata

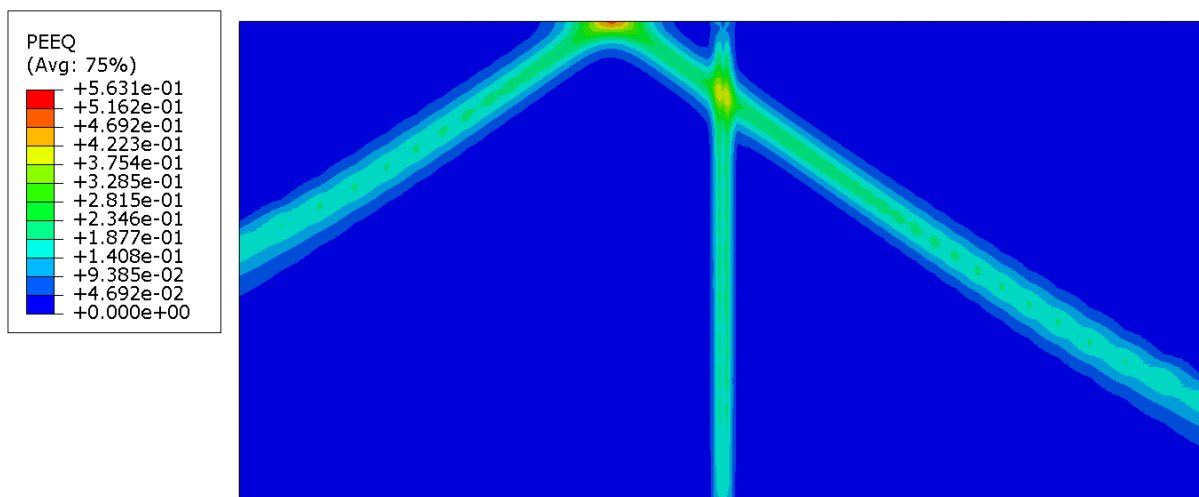


Slika 52. Normalna komponenta napreznja σ_y - 122980 C3D8I elemenata

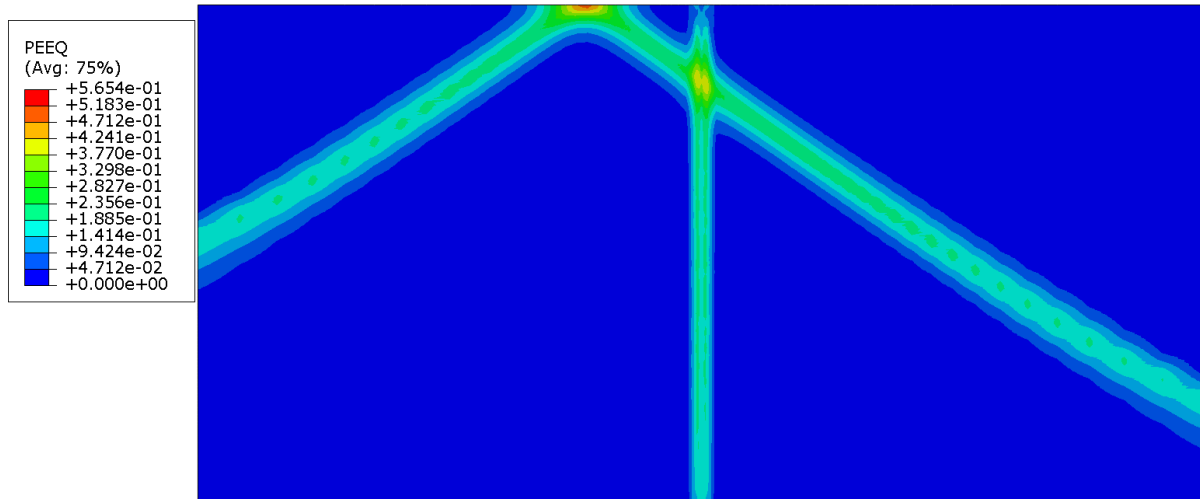
Vrijednosti plastične ekvivalentne deformacije se ne razlikuju previše. Usporedivši sa pomakom od 5 mm, razlike su vidljive na početku i kraju zavora gdje su vrijednosti manje u odnosu na ranije rezultate. Isto tako, uočljiva je veća gustoća na lijevom i desnim rubu. Najveći iznos plastične ekvivalentne deformacije nalazi se na gornjoj plohi gdje djeluje i opterećenje.



Slika 53. Plastična ekvivalentna deformacija – 48960 C3D8I elemenata



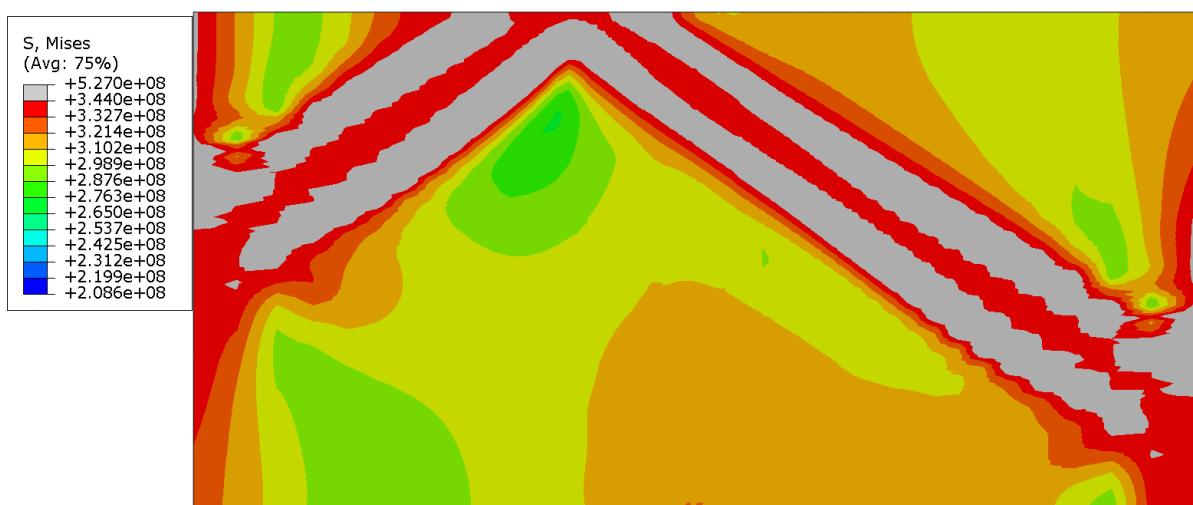
Slika 54. Plastična ekvivalentna deformacija – 83448 C3D8I elemenata



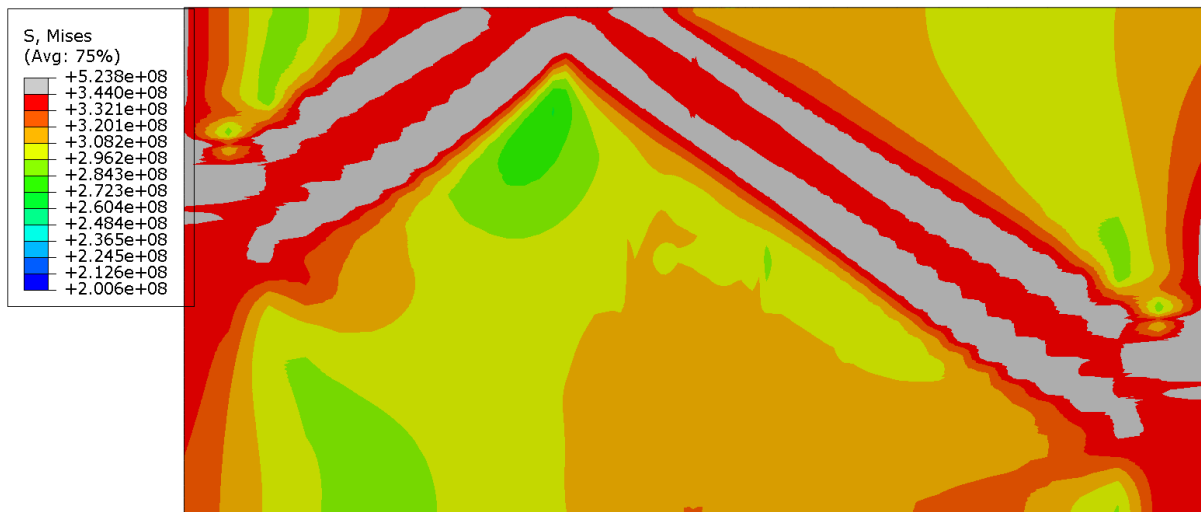
Slika 55. Plastična ekvivalentna deformacija –122980 C3D8I elemenata

5.6 Pomak 9 mm

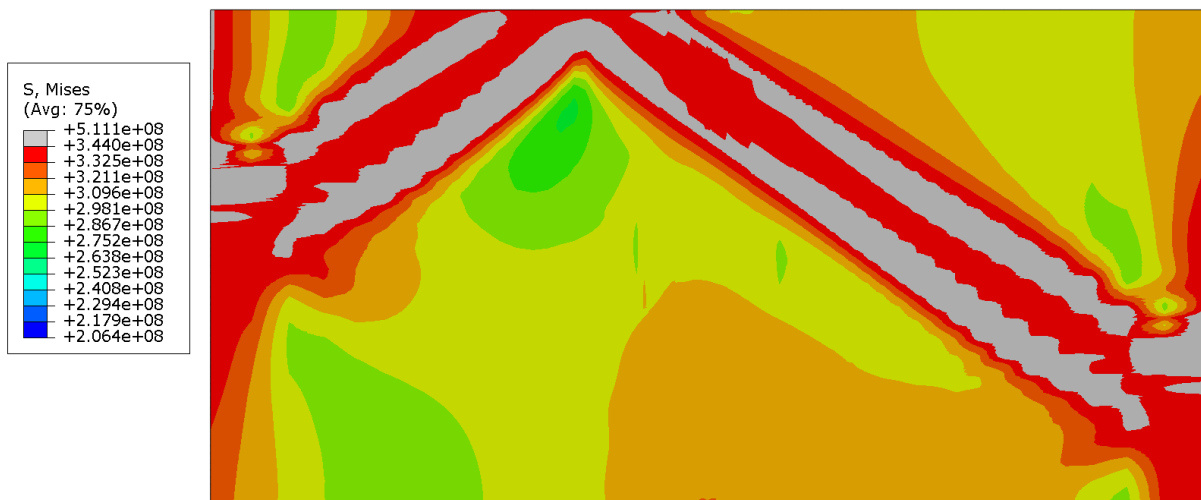
Ovolikim iznosom pomaka dobivaju se naprezanja koja su iznosom veća preko 150 MPa od granice razvlačenja, što iznosi više od 40 % . Zbog povećanja opterećenja, mnogo su veće i jasnije konture plastične deformacije na sve 3 slike. Maksimalna naprezanja su u razmaku od 16 MPa, između 527 MPa i 511 MPa. Za razliku od manjih pomaka, na ovim mrežama uočavaju se više površina čija najmanja naprezanja imaju vrijednosti oko 275 MPa i dosežu naprezanja od oko 300 MPa



Slika 56. Naprezanja po von Misesu – 48960 C3D8I elemenata



Slika 57. Naprezanja po von Misesu – 83448 C3D8I elemenata



Slika 58. Naprezanja po von Misesu – 122980 C3D8I elemenata

Kod σ_y , najveća naprezanja se nalaze u rasponu od približno 7 MPa. Na području oko zavora ispod površina s naprezanjima iznad 344 MPa, na mreži sa 122980 elemenata javljaju se zone od 287 do 325 MPa te je manji utjecaj naprezanja koja su iznosa oko granice razvlačenja za razliku od druge dvije ploče sa manjim brojem elemenata.

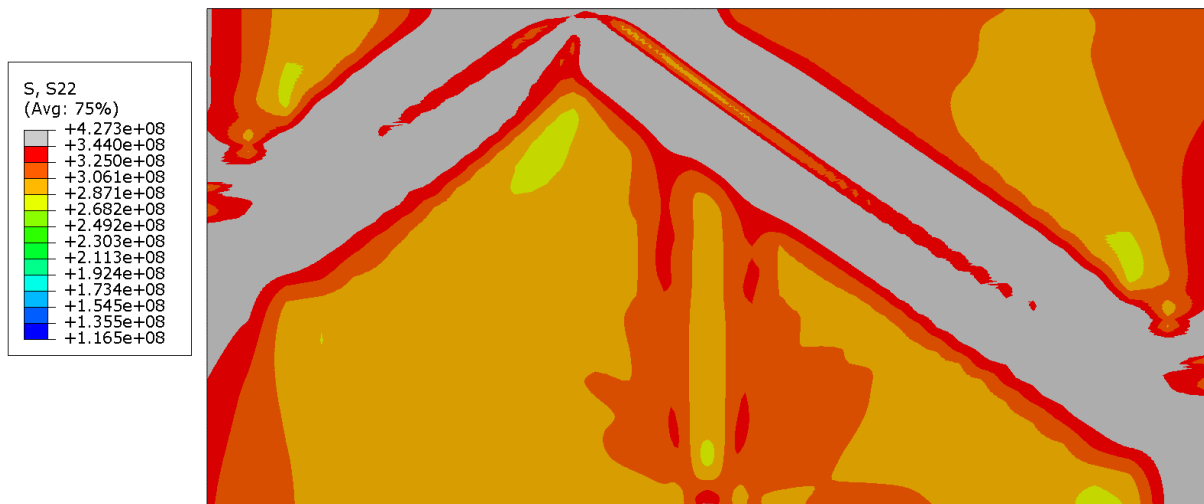
Navedene zone dominiraju područjem ispod plastičnih deformacija.



Slika 59. Normalna komponenta napreznaja σ_y - 48960 C3D8I elemenata

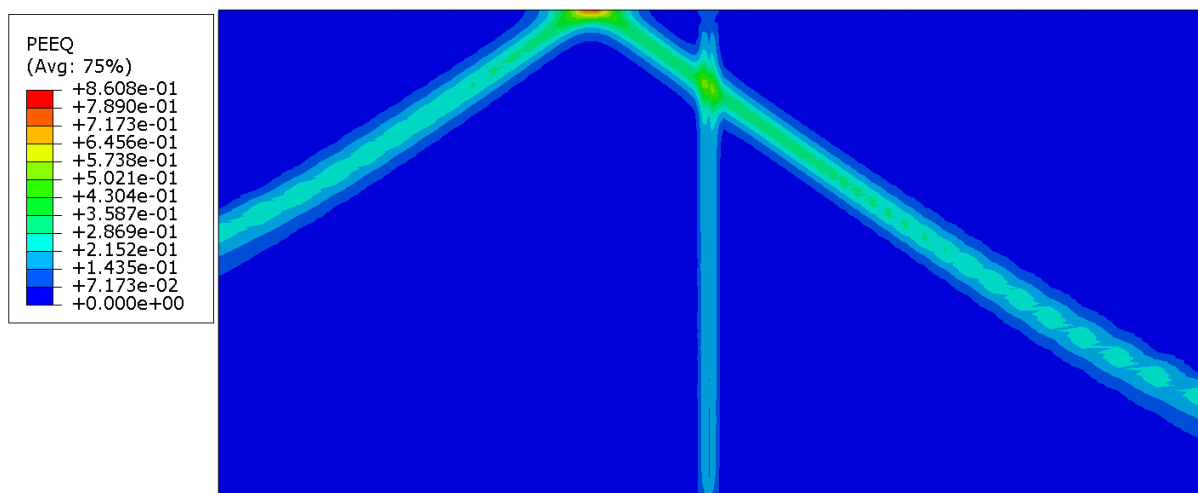


Slika 60. Normalna komponenta napreznaja σ_y - 83448 C3D8I elemenata

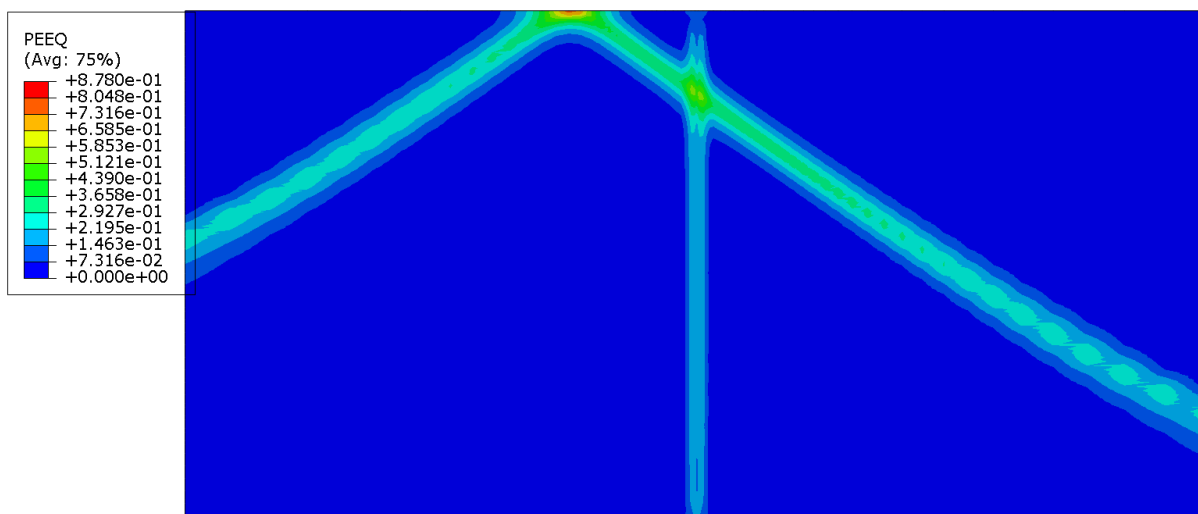


Slika 61. Normalna komponenta naprezanja σ_y - 122980 C3D8I elemenata

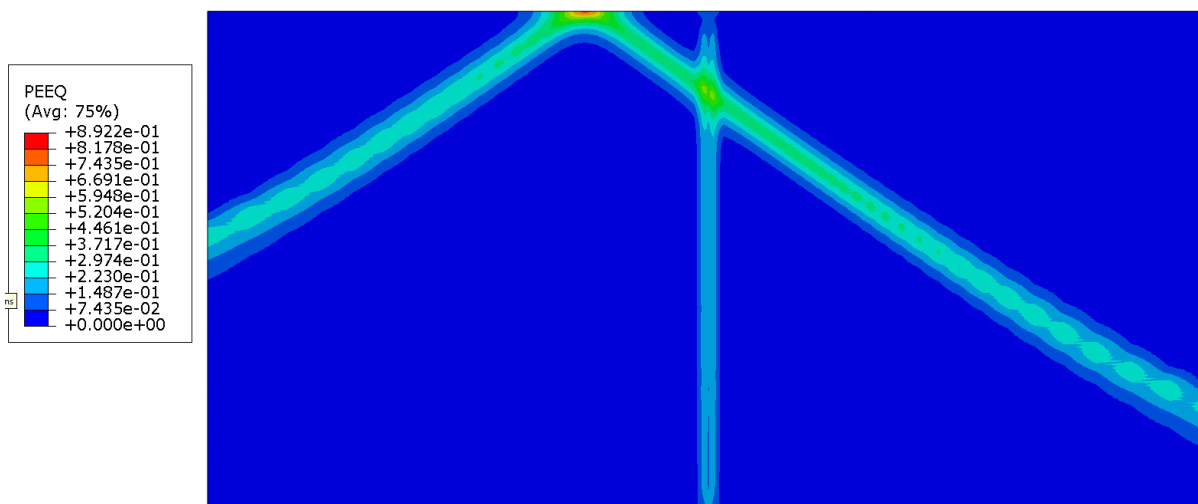
Područja plastične ekvivalentne deformacije uzrokovana opterećenjem izraženija su nego ona uzrokovana zaostalim naprezanjima kod zavarivanja zbog velikog iznosa vlačnog pomaka. Najveći iznosi deformacije nalazi se a gornjoj plohi. Također izraženije je područje deformacije od vlačnog opterećenja koja se spaja na gornjem rubu.



Slika 62. Plastična ekvivalentna deformacija – 48960 C3D8I elemenata



Slika 63. Plastična ekvivalentna deformacija – 83448 C3D8I elemenata



Slika 64. Plastična ekvivalentna deformacija – 122980 C3D8I elemenata

6. ZAKLJUČAK

Prethodno dobiveni rezultati zaostalih naprezanja pokazuju da je numerički model, prema [3], na temelju eksperimentalnih mjerenja pogodan za numeričku simulaciju procesa zavarivanja zakopanog lukom. U ovom radu provedena je tehnika mapiranja zaostalih naprezanja preuzetih iz literature na validirani model. Primijenjena su tri različita opterećenja modela te tri različite gustoće mreža konačnih elemenata. Dobiveni numerički rezultati na kraju su analizirani i uspoređeni. Prema tim dobivenim rezultatima vidljivo je da se povećanjem gustoće mreže modela te korištenjem adekvatnih konačnih elemenata (C3D8I) rezultati dobiveni numeričkim simulacijama približavaju onima izmjerena eksperimentom. Također ispunjavanjem tih istih uvjeta moguće je bolje razumjeti stanje materijala nakon opterećivanja te tako doći do više saznanja o kritičnim mjestima u spoju te raspodjeli naprezanja i deformacija. Tako se model s mrežom od 122980 elemenata najviše približava dobivenim rezultatima te odstupanja svih rezultata iznose manje od 2%, dok je naprezanje σ_y kod zaostalih naprezanja identično te se dobila ista raspodjela naprezanja po zadanim linijama A-A i B-B. Nadalje, na toj istoj mreži nakon opterećivanja vlačnim pomakom vidljive su jasnije konture početka i završetka plastičnih deformacija te područja na kojima se nalaze. Za eventualno još bolja rješenja, mogao bi se koristiti model s još gušćom mrežom, no s povećanjem gustoće mreže povećava se i vrijeme potrebno za izvršavanje zadane numeričke simulacije.

Daljnjim razvojem numeričkih simulacija i računalnih tehnologija, sam proces moći će se još ubrzati, a rezultati dobiveni numeričkim metodama će se sve više približiti stvarnim rješenjima. To će dovesti do boljeg razumijevanja općenito stvarnih procesa, a u ovom slučaju, i postupka zavarivanja zakopanog lukom koji se danas sve više koristi.

LITERATURA

- [1] Decker, K. H.: Elementi strojeva, Tehnička knjiga Zagreb, 1975.
- [2] Jukić, K.: Numeričko modeliranje pukotina u zavarenom spoju, Završni rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2020.
- [3] Perić, M., Garašić, I., Tonković, Z., Vuherer, T., Nižetić, S., Dedić-Jandrek, H. Numerical prediction and experimental validation of temperature and residual stress distributions in buried-arc welded thick plates. *Int J Energy Res.* 2019; 43; 3590-3600
- [4] Mikulić, M.: Modificirani MAG postupci za visokoučinsko zavarivanje, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2022.
- [5] Sorić, J., Metoda konačnih elemenata, Biblioteka TEHNIČKA MEHANIKA, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [6] Kraut, B.: Strojarski priručnik, Tehnička knjiga Zagreb, 1970.
- [7] Oberšmit, E.: Osnove konstruiranja, Sveučilišna naklada, Zagreb, 1991.
- [8] Perić, Mato., Numeričko modeliranje zaostalih naprezanja i pukotina u zavarenim konstrukcijama, Doctoral thesis, University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, 2015.
- [9] Matija, D.: Analiza zaostalih naprezanja pri zavarivanju nelegiranih čelika primjenom programa Visual Weld, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.
- [10] Barjašić, D.: Utjecaj zaostalih naprezanja uslijed zavarivanja na rast zamornih pukotina, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.
- [11] Seleš, K.: Numerička simulacija procesa zavarivanja u velikim konstrukcijama, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.
- [12] ABAQUS Analysis User's Manual, Version 6.6, 21.1.1
- [13] Jecić, S., Semenski, D.: Jednadžbe teorije elastičnosti, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2001.
- [14] Alfirević, I.: Nauka o čvrstoći, Tehnička knjiga, Zagreb, 1989.