

# Određivanje preraspodjele zaostalih naprežanja kod zavarivanja u dva prolaza

---

**Bingula, Avelin**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:349668>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-02**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Avelin Bingula**

Zagreb, 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Tomislav Lesičar, mag. ing. mech.

Student:

Avelin Bingula

Zagreb, 2023.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem mentoru doc. dr. sc. Tomislavu Lesičaru na savjetima i prilici za pisanje odabrane teme kao nastavak mojeg napredovanja na području simulacija metodom konačnih elemenata.

Zahvaljujem suradniku Marinu Vukovojcu, mag. ing. mech. na svim korisnim savjetima, literaturi i vodstvu tokom izrade diplomskog rada.

Zahvaljujem kolegama Niki Bonkoviću, Luki Labaru, Antunu Plenkoviću, veslačkoj sekciji FSB-a, ostalim kolegama i obitelji na pomoći, potpori, strpljenju i razumijevanju tijekom studiranja i izrade diplomskog rada.

Avelin Bingula



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 23 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 23 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Avelin Bingula** JMBAG: 0036479090

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Određivanje preraspodjele zaostalih naprezanja kod zavarivanja u dva prolaza**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Determination of residual stress state redistribution in two-pass welding process**

Opis zadatka:

Zavarivanje je jedan od najčešćih postupaka spajanja dvaju ili više istородnih ili raznorodnih materijala na način da se dobije homogeni zavareni spoj. Kako bi se ispitala mehanička svojstva samog zavara, iz zavarenog spoja je potrebno izrezati ispitne epruvete na kojima se provode odgovarajuća mehanička ispitivanja. Kao što je poznato, zbog značajnog lokalnog unosa topline zavarivanjem te naglim hlađenjem, u okolini zavara se javljaju plastične deformacije koje uzrokuju zaostala naprezanja. Njihova raspodjela ima bitan utjecaj na mehanička svojstva samog zavara, kao i dijelova koji su zavareni. Međutim, promjenom geometrije zavarene komponente dolazi do preraspodjele početne konfiguracije zaostalih naprezanja i deformacija, stoga je njihovo određivanje bitan faktor prije bilo kakvih daljnjih ispitivanja. U ovom radu će se razmatrati zavarivanje dviju sučeono spojenih čeličnih ploča u dva prolaza. Potrebno je:

1. Proučiti potrebnu literaturu vezanu uz numeričko modeliranje zavarivanja, te geometrijsku i materijalnu nelinearnost.
2. Provesti numeričku simulaciju zavarivanja dviju sučeono spojenih ploča u dva prolaza.
3. Odrediti zaostala naprezanja i deformacije nakon zavarivanja.
4. Ispitati utjecaj izrezivanja epruveta za mehanička ispitivanja materijala iz prethodno zavarenih ploča na preraspodjelu zaostalih naprezanja i deformacija.

Za provođenje numeričkih simulacija zavarivanja koristiti komercijalni programski paket Abaqus. Prilikom rješavanja problema prijenosa topline spregnutog s nelinearnom mehaničkom analizom primijeniti sekvencijalno spregnutu metodu. Kod modeliranja unosa topline koristiti dostupne metode u programskom paketu Abaqus.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

4. svibnja 2023.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Tomislav Lesičar

Datum predaje rada:

6. srpnja 2023.

Predviđeni datumi obrane:

17. – 21. srpnja 2023.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS OZNAKA .....	VI
SAŽETAK.....	XI
SUMMARY .....	XIII
1. UVOD.....	1
2. ZAVARIVANJE.....	3
2.1. Osnove metode zavarivanja .....	3
2.2. Modeliranje elastoplastičnog ponašanja materijala .....	4
2.2.1. Ukupna deformacija.....	5
2.2.1.1. Elastična deformacija.....	5
2.2.1.2. Plastična deformacija [9] .....	6
2.2.1.3. Toplinske deformacije [7].....	11
2.2.2. Naprezanja .....	12
2.3. Termodinamika zavarivanja.....	13
2.3.1. Osnovni izrazi prijenosa topline .....	14
3. NUMERIČKO MODELIRANJE ZAVARIVANJA.....	16
3.1. Toplinska analiza [7].....	17
3.2. Mehanička analiza [9].....	18
3.3. Primijenjeni konačni element.....	22
3.3.1. Osnovni prizmatični konačni element.....	22
3.4. <i>Abaqus Welding Interface</i> (AWI) [19].....	24
4. SUČEONO ZAVARIVANJE U DVA PROLAZA.....	25
4.1. Svojstva materijala .....	26
4.2. Toplinska analiza .....	27
4.2.1. Rezultati toplinske analize .....	29
4.3. Mehanička analiza ploče .....	31
4.4. Mehanička analiza epruveta .....	34
4.4.1. SENB epruveta bez zareza.....	36
4.4.1.1. Transverzalna SENB epruveta.....	38
4.4.1.2. Longitudinalna SENB epruveta .....	39
4.4.2. EP2 epruveta .....	40
4.4.2.1. Transverzalna EP2 epruveta .....	42
4.4.2.2. Longitudinalna EP2 epruveta.....	43
4.4.3. Usporedba zaostalih naprezanja.....	44
4.4.3.1. Naprezanja transverzalnih epruveta.....	44
4.4.3.2. Naprezanja longitudinalnih epruveta .....	46
4.4.4. Usporedba zaostalih deformacija .....	49
4.4.4.1. Deformacije transverzalnih epruveta .....	49

4.4.4.2. Deformacije longitudinalnih epruveta .....	53
5. ZAKLJUČAK.....	57
LITERATURA.....	58

## POPIS SLIKA

Slika 1 Sučeoni zavar [5] .....	3
Slika 2 Konvencionalni dijagram ovisnosti naprezanja $\sigma$ i deformacije $\epsilon$ [8].....	4
Slika 3 Dijagram naprezanja i deformacija elastično-idealno plastičnog materijala [12].....	8
Slika 4 Von Misesova i Trescina ploha tečenja [12].....	8
Slika 5 Shema izotropnog očvršćenja(lijevo) i kinematičkog očvršćenja(desno) [13].....	9
Slika 6 Linearno očvršćenje [12] .....	10
Slika 7 Ovisnost naprezanja o ukupnoj deformaciji za elastično-linearno očvršćujući materijal [12] .....	10
Slika 8 Pojednostavljeni model nastanka zaostalih naprezanja [14].....	13
Slika 9 Rubne površine čvrstog tijela [7] .....	15
Slika 10 Nelinearna veza između opterećenja $R_j$ i pomaka $V_i$ [20].....	19
Slika 11 Osnovni prizmatični konačni element [18].....	22
Slika 12 Geometrija dviju sučeono zavarenih ploča [16] .....	25
Slika 13 Priprema V zavora [16] .....	26
Slika 14 Toplinska svojstva niskougličnog čelika S355J2+N [17].....	26
Slika 15 Mehanička svojstva niskougličnog čelika S355J2+N [17].....	27
Slika 16 3D numerički model [20].....	27
Slika 17 Model toplinske analize .....	28
Slika 18 Konačni elementi u zavaru.....	28
Slika 19 Temperaturno polje 3D modela u 265. sekundi toplinske analize.....	29
Slika 20 Promjena temperature kroz vrijeme u točki TC3 .....	30
Slika 21 Promjena temperature kroz vrijeme u točki TC5.....	30
Slika 22 Rubni uvjeti ploče za mehaničku analizu .....	31
Slika 23 Von Misesova zaostala naprezanja na 3D modelu ploče.....	32
Slika 24 Transverzalna zaostala naprezanja $\sigma_x$ na 3D modelu ploče .....	32
Slika 25 Longitudinalna zaostala naprezanja $\sigma_y$ na 3D modelu ploče .....	33
Slika 26 Transverzalna zaostala naprezanja $\sigma_x$ .....	33
Slika 27 Longitudinalna zaostala naprezanja $\sigma_y$ .....	34
Slika 28 Položaj EP2 transverzalne (lijevo) i longitudinalne (desno) epruvete.....	35
Slika 29 Položaj SENB transverzalne (lijevo) i longitudinalne (desno) epruvete .....	35
Slika 30 Linije A-A i B-B na transverzalnoj epruveti.....	35
Slika 31 Linije A-A i B-B na longitudinalnoj epruveti .....	36
Slika 32 SENB epruveta bez zareza .....	36
Slika 33 Ploča particionirana za SENB epruvete .....	37
Slika 34 Mreža konačnih elemenata ploče za SENB epruvete .....	37
Slika 35 Von Misesova zaostala naprezanja SENB transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	38
Slika 36 Transverzalna zaostala naprezanja $\sigma_x$ SENB transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	38
Slika 37 Longitudinalna zaostala naprezanja $\sigma_y$ SENB transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	38
Slika 38 Von Misesova zaostala naprezanja SENB longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	39
Slika 39 Transverzalna zaostala naprezanja $\sigma_x$ SENB longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	39



Slika 40 Longitudinalna zaostala naprežanja $\sigma_y$ SENB longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	39
Slika 41 Dimenzije plosnate epruvete po normi HRN EN ISO 6892-1:2019.....	40
Slika 42 Ploča particionirana za EP2 epruvete.....	41
Slika 43 Mreža konačnih elemenata ploče za EP2 epruvete .....	41
Slika 44 Von Misesova zaostala naprežanja EP2 transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	42
Slika 45 Transverzalna zaostala naprežanja $\sigma_x$ EP2 transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	42
Slika 46 Longitudinalna zaostala naprežanja $\sigma_y$ EP2 transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	42
Slika 47 Von Misesova zaostala naprežanja EP2 longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	43
Slika 48 Transverzalna zaostala naprežanja $\sigma_x$ EP2 longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	43
Slika 49 Longitudinalna zaostala naprežanja $\sigma_y$ EP2 longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa .....	43
Slika 50 Dijagram zaostalnih transverzalnih naprežanja $\sigma_x$ transverzalnih epruveta na presjeku A-A .....	44
Slika 51 Dijagram zaostalnih longitudinalnih naprežanja $\sigma_y$ transverzalnih epruveta na presjeku A-A.....	45
Slika 52 Dijagram zaostalnih transverzalnih naprežanja $\sigma_x$ transverzalnih epruveta na presjeku B-B .....	45
Slika 53 Dijagram zaostalnih longitudinalnih naprežanja $\sigma_y$ transverzalnih epruveta na presjeku B-B .....	46
Slika 54 Dijagram zaostalnih transverzalnih naprežanja $\sigma_x$ longitudinalnih epruveta na presjeku A-A.....	47
Slika 55 Dijagram zaostalnih longitudinalnih naprežanja $\sigma_y$ longitudinalnih epruveta na presjeku A-A .....	47
Slika 56 Dijagram zaostalnih transverzalnih naprežanja $\sigma_x$ longitudinalnih epruveta na presjeku B-B .....	48
Slika 57 Dijagram zaostalnih longitudinalnih naprežanja $\sigma_y$ longitudinalnih epruveta na presjeku B-B.....	48
Slika 58 Dijagram zaostalnih longitudinalnih deformacija $\varepsilon_x$ transverzalnih epruveta na presjeku A-A .....	50
Slika 59 Dijagram zaostalnih transverzalnih deformacija $\varepsilon_y$ transverzalnih epruveta na presjeku A-A.....	50
Slika 60 Dijagram zaostalnih ekvivalentnih deformacija $\varepsilon_{ekv}$ transverzalnih epruveta na presjeku A-A .....	51
Slika 61 Dijagram zaostalnih longitudinalnih deformacija $\varepsilon_x$ transverzalnih epruveta na presjeku B-B.....	51
Slika 62 Dijagram zaostalnih transverzalnih deformacija $\varepsilon_y$ transverzalnih epruveta na presjeku B-B .....	52
Slika 63 Dijagram zaostalnih ekvivalentnih deformacija $\varepsilon_{ekv}$ transverzalnih epruveta na presjeku B-B.....	52
Slika 64 Dijagram zaostalnih longitudinalnih deformacija $\varepsilon_x$ longitudinalnih epruveta na presjeku A-A .....	53

---

Slika 65 Dijagram zaostalih transverzalnih deformacija $\varepsilon_y$ longitudinalnih epruveta na presjeku A-A .....	53
Slika 66 Dijagram zaostalih ekvivalentnih deformacija $\varepsilon_{ekv}$ longitudinalnih epruveta na presjeku A-A .....	54
Slika 67 Dijagram zaostalih longitudinalnih deformacija $\varepsilon_x$ longitudinalnih epruveta na presjeku B-B .....	54
Slika 68 Dijagram zaostalih transverzalnih deformacija $\varepsilon_y$ longitudinalnih epruveta na presjeku B-B .....	55
Slika 69 Dijagram zaostalih ekvivalentnih deformacija $\varepsilon_{ekv}$ longitudinalnih epruveta na presjeku B-B .....	55

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$m^2$	površina poprečnog presjeka
$a_0$	$m$	dužina testnog volumena epruvete
$a_i$	-	koeficijenti u interpolacijskim funkcijama
$B$	$m$	širina testne epruvete
$\mathbf{B}_L$	-	linearna matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomak u čvorovima
$\mathbf{B}_N$	-	nelinearna matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima
$b_0$	$m$	širina testnog volumena epruvete
$\mathbf{C}$	-	matrica toplinskog kapaciteta
$c$	$J/(kgK)$	specifični toplinski kapacitet
$\mathbf{D}, D_{ijkl}$	-	tenzor elastičnosti
$\mathbf{D}_{ep}, D_{ijkl}^{ep}$	-	elastoplastični tenzor elastičnosti
$\mathbf{D}_{kL}$	-	linearni kinematički diferencijalni operator
$\mathbf{D}_{kN}$	-	nelinearni kinematički diferencijalni operator
$E$	$N/m^2$	modul elastičnosti
$E_t$	$N/m^2$	tangentni modul
$\mathbf{F}_e$	-	vektor čvornih sila poradi vanjskog opterećenja
$\mathbf{F}_i$	-	vektor unutarnjih čvornih sila
$\mathbf{F}_g$	-	vektor Neumannovih rubnih uvjeta
$\mathbf{F}_q$	-	vektor čvornih sila poradi toplinskog opterećenja
$f$	-	funkcija tečenja

$G$	$N/m^2$	modul smičnosti
$g$	-	plastični potencijal
$h$	m	dimenzija testne epruvete
$I$	A	jakost električne struje
$I_1, I_2, I_3$	-	invarijante tenzora naprežanja
$J_1, J_2, J_3$	-	invarijante tenzora devijatora naprežanja
$\mathbf{K}$	-	globalna matrica krutosti
$\mathbf{K}_T$	-	globalna matrica provođenja, globalna tangencijalna matrica krutosti
$\mathbf{k}_e$	-	linearna elastična matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{k}_{ep}$	-	elastoplastična matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{k}_T$	-	tangencijalna matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{k}_{uL}$	-	linearna matrica početnih pomaka konačnog elementa
$\mathbf{k}_{uN}$	-	nelinearna matrica početnih pomaka konačnog elementa
$\mathbf{k}_{\sigma L}$	-	linearna matrica početnih naprežanja konačnog elementa
$\mathbf{k}_{\sigma N}$	-	nelinearna matrica početnih naprežanja konačnog elementa
$K$	$N/m^2$	modul plastičnosti
$L$	m	duljina ploče
$L_0, L_c, L_t$	m	dimenzije testne epruvete
$l$	m	duljina
$\mathbf{N}$	-	matrica funkcija oblika
$\mathbf{N}_i$	-	matrica funkcije oblika i-tog čvora
$\mathbf{N}_s$	-	matrica rubnih funkcija oblika
$\mathbf{n}$	-	vektor normale

$n$	m	lokalna koordinata u smjeru normale n
$Q$	J	toplina
$q_s$	J/m <sup>2</sup>	površinska gustoća toplinskog toka
$q_v$	J/m <sup>3</sup>	volumna gustoća toplinskog toka
$\bar{\mathbf{q}}$	-	vektor volumnih sila osnovnog stanja
$\Delta\mathbf{q}$	-	vektor volumnih sila bliskog stanja
$\bar{\mathbf{q}}_b$	-	vektor površinskih sila osnovnog stanja
$\Delta\mathbf{q}_b$	-	vektor površinskih sila bliskog stanja
$\mathbf{R}$	-	globalni vektor čvornih sila
$\mathbf{R}_e$	-	globalni vektor čvornih sila poradi vanjskog opterećenja
$\mathbf{R}_i$	-	globalni vektor unutarnjih čvornih sila
$R$	-	rezidual
$r$	m	radijus zakrivljenosti testne epruvete
$S$	-	granična ploha čvrstog tijela
$S_T$	-	granična ploha čvrstog tijela sa zadanom temperaturom
$S_q$	-	granična ploha čvrstog tijela sa zadanim toplinskim tokom
$S_{ij}$	-	tenzor devijatora naprezanja
$\mathbf{T}$	K	vektor čvornih temperatura
$T_i$	K	čvorne temperature
$T_p$	K	početna temperatura
$T_s$	K	temperatura granične plohe tijela
$T_\infty$	K	temperatura fluida podalje od granične plohe tijela
$T$	K	temperatura

$\Delta T$	K	promjena temperature
$t$	m	debljina ploče
$t$	s	vrijeme
$\Delta t$	s	vremenski interval
$U$	V	električni napon
$\mathbf{u}, u_i$	m	vektor pomaka
$u, v, w$	m	komponente pomaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu
$u_i, v_i, w_i$	m	komponente pomaka i-tog čvora u Kartezijevom koordinatnom sustavu
$\mathbf{V}$	-	vektor globalnih stupnjeva slobode
$\bar{\mathbf{V}}$	-	vektor globalnih stupnjeva slobode osnovnog stanja
$\Delta \mathbf{V}$	-	vektor globalnih stupnjeva slobode bliskog stanja
$V_i$	-	globalni stupnjevi slobode
$V$	m <sup>3</sup>	volumen
$\mathbf{v}$	-	vektor stupnjeva slobode konačnog elementa
$\bar{\mathbf{v}}$	-	vektor stupnjeva slobode konačnog elementa u osnovnom stanju
$\Delta \mathbf{v}$	-	vektor stupnjeva slobode konačnog elementa u bliskom stanju
$v_i$	-	lokalni stupnjevi slobode konačnog elementa
$v$	m/s	brzina gibanja elektrode
$W$	m	širina ploče
$w_i$	-	težinske funkcije
X, Y, Z, x, y, z	-	Kartezijeve koordinate
$\alpha$	W/(m <sup>2</sup> K)	koeficijent prijelaza topline
$\alpha_T$	1/K	koeficijent toplinskog rastezanja

$\delta_{ij}$	-	Kroneckerov simbol
$\boldsymbol{\varepsilon}, \varepsilon_{ij}$	-	tenzor deformacije
$\boldsymbol{\varepsilon}^0, \varepsilon_{ij}^0$	-	tenzor početne deformacije
$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$	-	tenzor deformacije osnovnog stanja
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ekv}^{pl}$	-	ekvivalentna plastična deformacija
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{el}$	-	tenzor elastične deformacije
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{pl}$	-	tenzor plastične deformacije
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{\Delta V}$	-	tenzor volumenske deformacije uslijed fazne promjene
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{tp}$	-	tenzor plastične deformacije uslijed fazne promjene
$\kappa$	-	parametar očvršćenja
$\lambda$	-	Laméova elastična konstanta
$\lambda$	W/(mK)	toplinska vodljivost
$d\lambda$	-	plastični multiplikator, skalarni faktor proporcionalnosti
$\mu$	-	Laméova elastična konstanta
$\nu$	-	Poissonov faktor
$\eta$	-	koeficijent učinkovitosti električnog luka
$\xi, \eta, \zeta$	-	bezdimenzijske prirodne koordinate
$\xi_i, \eta_i, \zeta_i$	-	prirodne koordinate i-tog čvora konačnog elementa
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća
$\boldsymbol{\sigma}, \sigma_{ij}$	-	tenzor naprezanja
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	-	normalne komponente naprezanja u Kartezijevom koordinatnom sustavu
$\sigma_Y$	N/m <sup>2</sup>	granica tečenja
$\sigma_{Y_0}$	N/m <sup>2</sup>	početna granica tečenja

## SAŽETAK

Zavarivanje je jedan od najzastupljenijih metoda spajanja metalnih konstrukcija. Zbog svoje jednostavnosti i brzine zastupljena je u gotovo svim industrijama. Unatoč tome postoje i negativne strane, a to su zaostala naprezanja i deformacije u konstrukciji zbog velikog unosa topline u kratkom vremenu na malom prostoru. Za određivanje zaostalih naprezanja i deformacija stvarnih konstrukcijskih rješenja ne postoji analitičko rješenje, a eksperimentalna ispitivanja najčešće su dugotrajna i skupa. Numeričko modeliranje procesa zavarivanja i numeričke simulacije su se pokazale vrlo učinkovitima u realnim problemima zavarivanja. Prednosti numeričkih simulacija su brzina, paralelno rješavanje više problema i točnost rezultata. U ovom radu je prikazan utjecaj zaostalih naprezanja i deformacija kod zavarivanja u dva prolaza te izrezivanja zavarenih ploča.

Za poznavanje procesa zavarivanja potrebno je poznavati izraze i jednadžbe iz područja termodinamike i elastoplastičnog ponašanja materijala. Iznesene su teorijske osnove toplinsko – mehaničkih jednadžbi kod izmjene topline prilikom procesa zavarivanja i konstitutivne jednadžbe ponašanja elastoplastičnog materijala zbog nelinearne prirode procesa zavarivanja. Numeričke simulacije uglavnom koriste metodu konačnih elemenata te su iste jednadžbe pokazane na konačnim elementima i kako se zaostala naprezanja i deformacije određuju inkrementalno – iterativno.

Sučeono zavarivanje dvaju ploča zavarom u dva prolaza modelirano je dodatkom programskom paketu *Abaqus* [4] za lakše i brže izrađivanje modela zavara zvan *Abaqus Welding Interface* (AWI) [19]. AWI sučelje omogućava istovremeno stvaranje dva modela za spregnuto toplinsku – mehaničku analizu. Zbog simetrične karakteristike problema modelirana je samo jedna ploča u procesu zavarivanja. Modeli ploča su diskretizirani osnovnim trodimenzijskim prizmatičnim konačnim elementima, DC3D8 za toplinsku i C3D8 za mehaničku analizu [19]. Rezultati analize su uspoređeni s rezultatima članka Sepe i ostalih [21].

Eksperimentalna istraživanja uzroka i posljedica zaostalih naprezanja i deformacija se provodi na standardiziranim epruvetama za testiranje. Iz numeričkog modela toplinsko – mehaničke analize sučeono zavarene dvije ploče izrezane su dvije epruvete u longitudinalnom i transverzalnom smjeru u odnosu na zavar i promatrani utjecaji zaostalih naprezanja i deformacija nakon izrezivanja iz jednog i dva poteza. Izrezane su SENB plosnata epruveta bez



zareza i plosnata epruveta prema HRN EN ISO 6892-1:2019 normi. Presjecima na srednjoj plohi prikazani su rezultati u dijagramima.

Ključne riječi: zavarivanje, zaostala naprežanja, zaostale deformacije, elastoplastičan materijal, *Abaqus*, *Abaqus Welding Interface*, numerička analiza, metoda konačnih elemenata

## SUMMARY

Welding is one of the most common methods for joining metal structures. Due to its simplicity and speed, it is widely used in almost every industry. However, there are also drawbacks, such as residual stresses and deformations in the structure caused by the high heat input in a short time and a small area. Analytical solutions for determining residual stresses and deformations in actual structural designs are not available, and experimental tests are often time-consuming and expensive. Numerical modelling of the welding process and simulations have proven to be highly effective in addressing real-world welding problems. The advantages of numerical simulations include speed, parallel solving of multiple problems, and result accuracy.

This study examines the influence of residual stresses and deformations in two-pass welding and the cutting of welded plates. Understanding the welding process requires knowledge of expressions and equations from the field of thermodynamics and the elastoplastic behaviour of materials. The theoretical foundations of thermal-mechanical equations for heat transfer in welding processes and the constitutive equations for the behaviour of elastoplastic materials are presented. Numerical simulations primarily employ the finite element method, and the same equations are demonstrated on finite elements to determine residual stresses and deformations incrementally and iteratively.

The butt welding of two plates in two passes is modelled using the *Abaqus* software package [4] with the assistance of the *Abaqus Welding Interface* (AWI) [19] for easier and faster weld model creation. The AWI interface enables the simultaneous creation of two models for coupled thermal-mechanical analysis. Due to the symmetric characteristics of the problem, only one plate is modelled in the welding process. The plate models are discretized using basic three-dimensional prismatic finite elements, DC3D8 for thermal analysis and C3D8 for mechanical analysis [19]. The analysis results are compared with the findings of the study by Sepe et al. [21].

Experimental investigations into the causes and consequences of residual stresses and deformations are conducted using standardized test specimens. From the numerical model of the coupled thermal-mechanical analysis, two specimens were cut in the longitudinal and transverse directions relative to the weld, and the effects of residual stresses and deformations after cutting from one and two passes were observed. SENB (Single-Edge Notched Bend)

specimen and flat specimen according to the HRN EN ISO 6892-1:2019 standard were cut out of the plate. Presented results in the diagrams are from cross-sections on the middle plane.

By conducting these analyses and experiments, valuable insights into the behaviour of welded joints can be obtained. The obtained results contribute to the understanding of residual stresses and deformations in welded structures, and they can be used to improve welding techniques and optimize welding processes in various industries. Further research and development in this field will lead to safer and more efficient welded structures.

Key words: welding, residual stress, residual strain, elastoplastic material, *Abaqus*, *Abaqus Welding Interface*, numerical analysis, finite element method

## 1. UVOD

Zavarivanje je jedan od najčešćih postupaka spajanja metalnih konstrukcija u brodogradnji, građevinskoj industriji i općem strojarstvu zbog svoje jednostavnosti, pouzdanosti i brzine. Spretnim oblikovanjem zavareni spoj može bez gubitka na čvrstoći i krutosti biti i do 50% lakši [1]. Postupak zavarivanja se prvi puta javio u srednjem vijeku kao kovačko zavarivanje pri izradi oružja, oruđa za rad i nakita [2]. Toplinski ciklusi pri izradi istih uzrokuju nejednako zagrijavanje i hlađenje materijala, što rezultira nehomogenom raspodjelom plastične deformacije i zaostalim naprezanjima u zavarenom spoju. Zaostala naprezanja imaju utjecaj na životni vijek i samu izdržljivost konstrukcije zbog povećanja podložnosti koroziji i mogućnosti loma. Osim toga, plastične deformacije mogu utjecati na promjenu dimenzija konstrukcijskih elemenata što može također utjecati na životni vijek konstrukcije, ali i stvoriti probleme oko sastavljanja konstrukcije.

Dosad su provedena mnogobrojna istraživanja postupka zavarivanja i kako odrediti te otkloniti zaostala naprezanja i deformacije. Eksperimentalna istraživanja i analitička rješenja čine pritom temelj razvitka numeričkih metoda simuliranja zavarivanja. Razvojem tehnologije i računala te primjenom metode konačnih elemenata napravljen je veliki napredak u istraživačkom radu i razvoju numeričkih simulacija. Predmet istraživanja je najčešće utjecaj raznih vrsta konačnih elemenata korištenih u simulacijama, način utjecaja unosa topline, rubni uvjeti te vrsta materijala korištena za zavarivanje. Modeliranje zavarivanja je nelinearni nestacionarni problem prijenosa topline, koji uključuje materijalnu i geometrijsku nelinearnost. Kod višeprolaznog zavarivanja te karakteristike dolaze do još jačeg izražaja. Za modeliranje unosa topline tehnikom rađanja elemenata (*element birth and death*) za opisivanje unosa dodatnog materijala zavara uglavnom se koriste trodimenzionalni modeli (3D). Za velike konstrukcije takvi modeli zahtijevaju ogromne računalne resurse stoga se više koriste pojednostavljeni dvodimenzijски modeli (2D) ili kombinacija s trodimenzijskim elementima i postavljanjem toplinskih rubnih uvjeta kako bi se smanjilo trajanje proračuna. Danas je također zastupljena i metoda inherentnih (plastičnih) deformacija (*Inherent strain method*) [3] za koju je potrebno prethodno poznavati raspodjelu plastičnih deformacija.

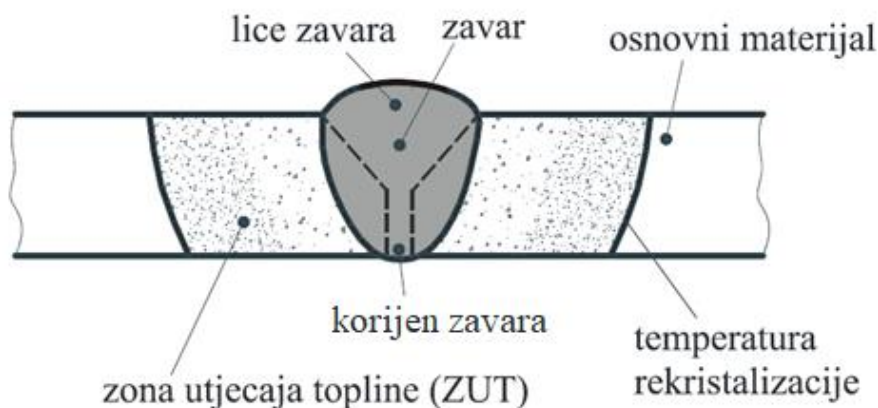
Prethodno provedena istraživanja pokazuju da je potrebno verificirati numeričke modele zavarivanja pomoću eksperimenata, jer su prethodni rezultati bili nedovoljno točni ili je potrebno vrijeme za dobivanje dovoljno dobrih rezultata trajalo predugo. Jedan od najpoznatijih programskih paketa za provođenje numeričkih simulacija metodom konačnih elemenata je *Abaqus* [4].

U ovom radu je korišten poseban dodatak za modeliranje i numeričku simulaciju zavora *Abaqus Welding Interface*(AWI). Tim dodatkom je omogućeno lakše kreiranje numeričkog modela i stvaranje toplinskih tokova, toplinskih rubnih uvjeta za prijenos topline i u konačnici određivanje zaostalih naprezanja. U radu je modeliran sučeoni V zavar proveden u dva prolaza, za zavarivanje dviju čeličnih ploča debljine 10 mm. Radi smanjenja trajanja simulacije korišten je uvjet simetrije. Ploča i zavar su diskretizirani DC3D8 trodimenzijskim konačnim elementima za toplinsku analizu i C3D8I trodimenzijskim konačnim elementima za mehaničku analizu. Prijenos topline je spregnut s nelinearnom mehaničkom analizom i uspoređen s eksperimentalnim rezultatima dostupnima u literaturi.

## 2. ZAVARIVANJE

### 2.1. Osnove metode zavarivanja

Po definiciji zavarivanje je spajanje dvaju ili više, istorodnih ili raznorodnih materijala, sa ili bez dodavanja dodatnog materijala, taljenjem ili pritiskom, tako da se dobije homogeni zavareni spoj [1]. Pri zavarivanju toplinskom energijom (taljenjem) dodaje se dodatni materijal koji se zagrijava na višu temperaturu višu od tališta materijala dijelova koji se zavaruju. Zavareni spoj nastaje zbog kohezijskih sila koje postoje između atoma nakon hlađenja zavara. Neki od najzastupljenijih načina zavarivanja taljenjem za metale su plinsko zavarivanje, otporno zavarivanje i elektro-lučno zavarivanje. Na slici 1 vidljiv je sučeoni zavar nastao taljenjem i zona utjecaja topline na osnovni materijal.

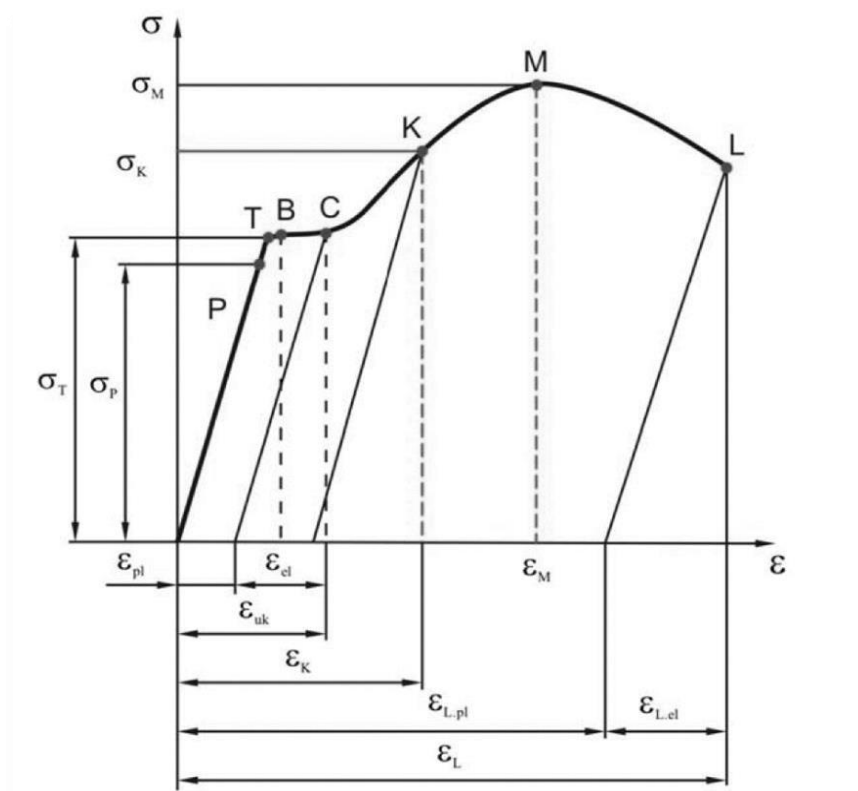


Slika 1 Sučeoni zavar [5]

Nakon lokalnog postepenog zagrijavanja i stvaranja zavara dolazi do hlađenja zavara odvođenjem topline kroz osnovni materijal kondukcijom i u okolinu konvekcijom i radijacijom. Na nižim temperaturama dominantna je izmjena topline s okolinom konvekcijom, dok je pri višim temperaturama značajna izmjena topline radijacijom. Velike razlike u temperaturi okoline i elektrode uzrokuju velike gradijente temperature te zbog toga postoje velike promjene u volumenu materijala i mikrostrukтури koji stvaraju elastične i plastične deformacije, a posljedično i zaostala naprezanja.

## 2.2. Modeliranje elastoplastičnog ponašanja materijala

Omjer narinute sile  $F$  i početnog poprečnog presjeka standardne epruvete  $A_0$  daje konvencionalno naprezanje  $\sigma_0$ . Stvarno naprezanje uzima u obzir stvarni poprečni presjek  $A$  koji se mijenja s povećanjem naprezanja. Ovisnost deformacije  $\varepsilon$  o naprezanju  $\sigma_0$  najlakše je odrediti vlačnim/tlačnim testom na kidalici. Na slici 2 prikazan je konvencionalni dijagram ovisnosti naprezanja i deformacija u kojem je vidljiv linearni dio ovisnosti od ishodišta do točke P koji je opisan Hookeovim zakonom.



Slika 2 Konvencionalni dijagram ovisnosti naprezanja  $\sigma$  i deformacije  $\varepsilon$  [8]

Hookeov zakon određuje linearno-elastično ponašanje materijala preko Youngovog modula elastičnosti  $E$  i glasi:

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (2.6)$$

$\sigma_p$  predstavlja granicu proporcionalnosti do koje vrijedi linearni zakon. Do granice tečenja  $\sigma_T$  u točki T materijal se ponaša elastično i vraća u se u prvotno stanje nakon rasterećenja. Točka B prikazuje donju granicu tečenja, a točka C gornju granicu tečenja te zajedno se prikazuju posebno kao ploha tečenja određenog materijala. Iznad granice tečenja materijal nakon

rasterećenja poprima plastične deformacije  $\varepsilon_{pl}$  skupa s elastičnim deformacijama  $\varepsilon_{el}$  kako je vidljivo na slici 2 u točki K.

Pri cikličkom opterećivanju materijala pojavljuje se Bauschingerov efekt koji predstavlja snižavanje granice tečenja ako se promjeni predznak opterećenja.

### 2.2.1. Ukupna deformacija

Ukupnu deformaciju kod zavarivanja najjednostavnije je prikazati preko prirasta tenzora deformacija koju čine elastična deformacija  $\varepsilon^{el}$ , plastična deformacija  $\varepsilon^{pl}$ , toplinska deformacija  $\varepsilon^0$ , volumenska deformacija uslijed fazne promjene  $\varepsilon^{\Delta V}$  i plastična deformacija uslijed fazne promjene  $\varepsilon^{\Delta Trp}$ :

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{el} + d\varepsilon_{ij}^{pl} + d\varepsilon_{ij}^0 + d\varepsilon_{ij}^{\Delta V} + d\varepsilon_{ij}^{\Delta Trp}. \quad (2.7)$$

U okviru ovog rada koristi se konstrukcijski čelik S355J2+N koji je nisko-ugljični čelik, pa se ne uzimaju u obzir prirasti deformacija prilikom faznih promjena jer su zanemarive.

#### 2.2.1.1. Elastična deformacija

Elastične deformacije, kako je prije objašnjeno, ovise linearno o naprezanju, stoga i komponente elastičnog tenzora deformacije  $\varepsilon_{ij}$  linearno ovise o komponentama tenzora naprezanja  $\sigma_{ij}$  i prikazana su konstitutivnom relacijom:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{el}. \quad (2.8)$$

$D_{ijkl}$  predstavlja simetričnu matricu elastičnosti koja se u općem obliku sastoji od 36 komponenti od kojih je 21 nezavisna. S 21 nezavisnom konstantom je definiran anizotropni materijal, no u ovom radu razmatramo homogeni izotropni materijal za koje su potrebne dvije nezavisne konstante materijala. Odabir između modula elastičnosti  $E$ , modula smicanja  $G$  i Poissonovog faktora  $\nu$  je proizvoljan, a povezani su relacijom:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (2.9)$$

Tenzor elastičnosti  $D_{ijkl}$  definiran je Laméovim konstantama  $\lambda$  i  $\mu$  i Kroneckerovim simbolom  $\delta$  izrazima:

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (2.10)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad (2.11)$$



$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (2.12)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{za } i = j \\ 0, & \text{za } i \neq j \end{cases} \quad (2.13)$$

### 2.2.1.2. Plastična deformacija [9]

Ukupnu deformaciju tijela dijelimo na povrativu elastičnu deformaciju i nepovrativu plastičnu deformaciju zanemarujući toplinske deformacije. U troosnom stanju naprezanja prirast ukupne deformacije glasi:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{\text{el}} + d\varepsilon_{ij}^{\text{pl}}. \quad (2.14)$$

Konstitutivna relacija je definirana Cauchyjevim tenzorom naprezanja  $\sigma_{ij}$  i Green-Lagrangeovim tenzorom deformacija  $\varepsilon_{kl}$ :

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^{\text{pl}}), \quad (2.15)$$

Cauchyjev tenzor naprezanja  $\sigma_{ij}$  dijeli se na sferni (hidrostatski) dio  $\sigma_{\text{h}}$  koji opisuje promjenu volumena i devijatorski  $\sigma_{\text{dev}}$  koji utječe na promjenu oblika tijela i važan je za plastične deformacije:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{\text{h}} + \sigma_{\text{dev}} = \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} + S_{ij}, \quad (2.16)$$

a Green-Lagrangeov tenzor deformacija  $\varepsilon_{kl}$  sastoji se od pomaka  $u_k$  u materijalnom koordinatnom sustavu u smjeru osi  $k$  i derivacija tog pomaka u smjeru osi  $l$   $u_{k,l}$  i obratno:

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k} + u_{m,k}u_{m,l}). \quad (2.17)$$

Pri jednoosnom stanju naprezanja, plastično deformiranje tijela započinje kad naprezanje dosegne granicu tečenja. Time je definiran uvjet tečenja (*yield condition*) i naprezanje ima oblik:

$$\sigma = \sigma_Y, \quad (2.18)$$

dok pri troosnom stanju naprezanja uvjet tečenja je opisan skalarnom funkcijom tečenja (*yield function*):

$$f = f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{\text{pl}}, \kappa). \quad (2.19)$$

Funkcija tečenja osim o naprezanju  $\sigma_{ij}$  i plastičnoj deformaciji  $\varepsilon_{ij}^{pl}$  ovisi o parametru očvršćenja  $\kappa$  koji opisuje povijest plastične deformacije (*strain hardening parameter*).

Funkcija tečenja se može koristiti za prikazivanje plohe tečenja (*yield surface*) u prostoru naprezanja. Svako stanje naprezanja u nekoj čestici tijela odgovara točki u prostoru naprezanja.

Tri su moguća položaja:

- $f < 0$  - točka se nalazi unutar plohe tečenja, odnosno materijal se nalazi u elastičnom području i nema povećanja plastične deformacije,
- $f = 0$  - pojava plastične deformacije,
- $f > 0$  - nema značenja i ne može se dogoditi u stvarnosti [10].

Funkcija tečenja izvodi se preko invarijanti tenzora naprezanja (*stress invariants*), a tri glavne invarijante tenzora naprezanja glase:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{kk}, \\ I_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{ij}\sigma_{ij} - \sigma_{ii}\sigma_{jj}), \\ I_3 &= \frac{1}{3}\sigma_{ij}\sigma_{jk}\sigma_{ki} + \frac{1}{6}\sigma_{ii}\sigma_{jj}\sigma_{kk} - \frac{1}{2}\sigma_{kk}\sigma_{ij}\sigma_{ij}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

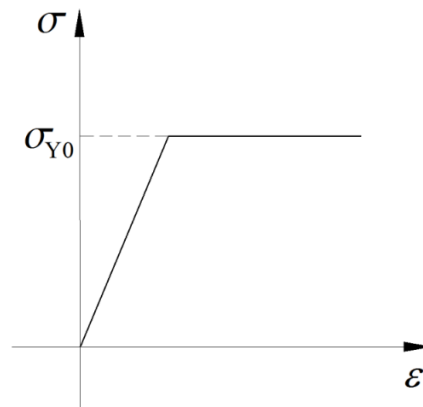
Budući da se plastično tečenje odvija pod djelovanjem devijatora tenzora naprezanja  $S_{ij}$  njegove varijante glase:

$$\begin{aligned} J_1 &= S_{ii}, \\ J_2 &= \frac{1}{2}(S_{ij}S_{ij} - S_{ii}S_{jj}), \\ J_3 &= \frac{1}{3}S_{ij}S_{jk}S_{ki} + \frac{1}{6}S_{ii}S_{jj}S_{kk} - \frac{1}{2}S_{kk}S_{ij}S_{ij}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Funkcija tečenja ovisi samo o naprezanju za izotropno elastično-idealno plastične materijale kod kojih u tijeku plastičnog deformiranja ne nastaje očvršćenje i jednake su:

$$f(\sigma_{ij}) = 0. \quad (2.22)$$

U ovom radu pretpostavljeno je da se materijal ponaša elastično-idealno plastično jer je utjecaj očvršćenja materijala na zaostala naprezanja zanemariv kod niskougličnih čelika [11]. Na slici 3 prikazana je ovisnost naprezanja i deformacija elastično - idealno plastičnog materijala.

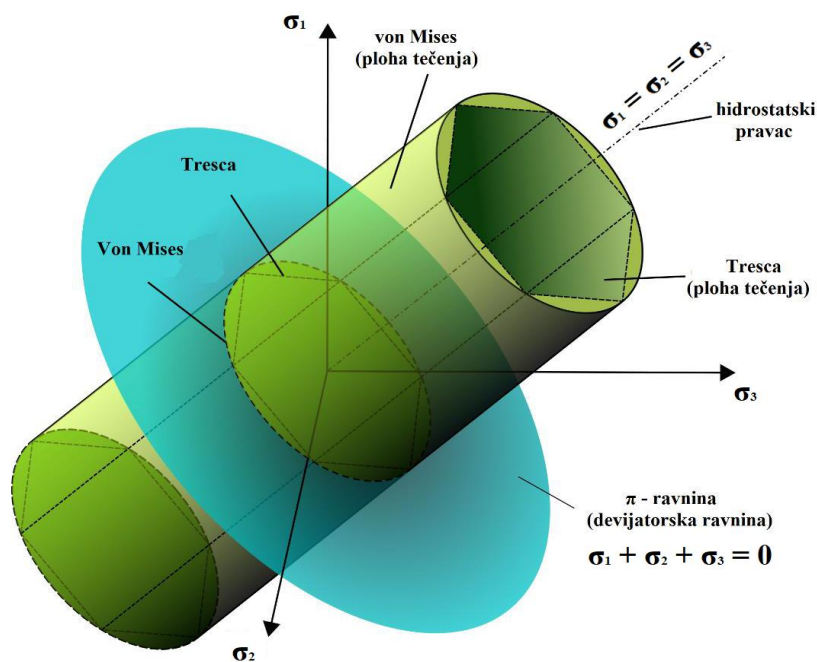


**Slika 3** Dijagram naprezanja i deformacija elastično-idealno plastičnog materijala [12]

Kod izotropnih materijala funkcija tečenja ne ovisi o pravcima glavnih naprezanja nego samo o glavnim naprežanjima:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0. \quad (2.23)$$

Na slici 4 prikazane su Von Misesova ploha tečenja oblika valjka i Trescina pravilna šesterostrana prizma. Vektor koji polazi iz ishodišne točke može predstavljati stanje naprežanja bilo koje točke tijela. Prema jednadžbi (2.16) možemo ju rastaviti na dvije komponente, odnosno na sferni dio naprežanja koji je paralelan s hidrostatskim pravcem i devijatorski dio naprežanja koji je okomit na sferni dio i leži u devijatorskoj ravnini  $\pi$ . Za sve točke koje leže na plohi tečenja odgovara stanje plastične deformacije, a za točke unutar nje vrijede elastične deformacije.



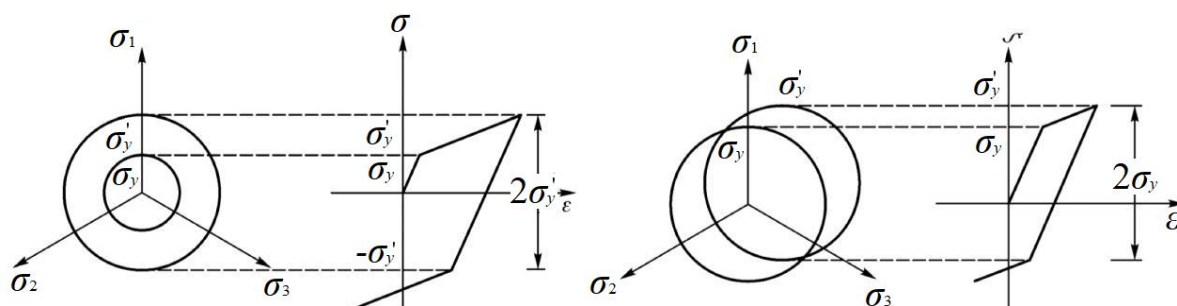
**Slika 4** Von Misesova i Trescina ploha tečenja [12]

Za materijal s očvršćenjem veličina i oblik krivulje tečenja ovise o ukupnoj povijesti deformiranja, dok za neočvršćujući materijal krivulja tečenja ostaje konstantna tijekom deformiranja. Razlikujemo izotropno očvršćenje materijala (*isotropic hardening*) i kinematičko očvršćenje (*kinematic hardening*).

Izotropno očvršćenje materijala temelji se na izotropnosti samog materijala i zanemarivanju Bauschingerovog efekta. Izotropno očvršćenje karakterizira jednako širenje krivulje tečenja u svim smjerovima, tj. granica tečenja se mijenja s pojavom plastične deformacije.

Kinematičko očvršćenje uzima Bauschingerov efekt u obzir i smatra tijelo neizotropnim kontinuumom. Koristi se u modelima s naizmjeničnim cikličkim opterećenjem jer tamo Bauschingerov efekt najviše dolazi do izražaja.

U realnim situacijama očvršćenje je kombinacija obje teorije koje su prikazane na slici 5.



**Slika 5 Shema izotropnog očvršćenja(lijevo) i kinematičkog očvršćenja(desno) [13]**

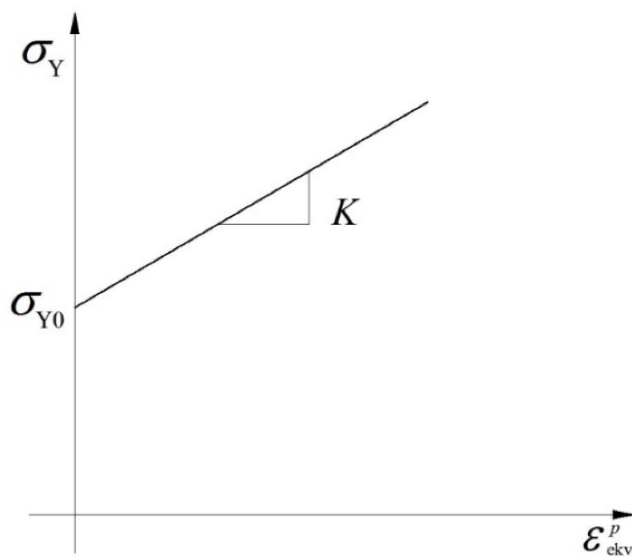
Von Misesov kriterij tečenja uzimajući u obzir izotropno očvršćenje se može zapisati u ovisnosti o drugoj invarijanti tenzora naprezanja  $J_2$ :

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{pl}) = J_2 - \frac{1}{3} \sigma_Y^2 = 0. \quad (2.24)$$

$\sigma_Y$  predstavlja jednoosno naprezanje tečenja, gdje za linearno očvršćujući materijal vrijedi:

$$\sigma_Y = \sigma_{Y0} + K \varepsilon_{ekv}^{pl}, \quad (2.25)$$

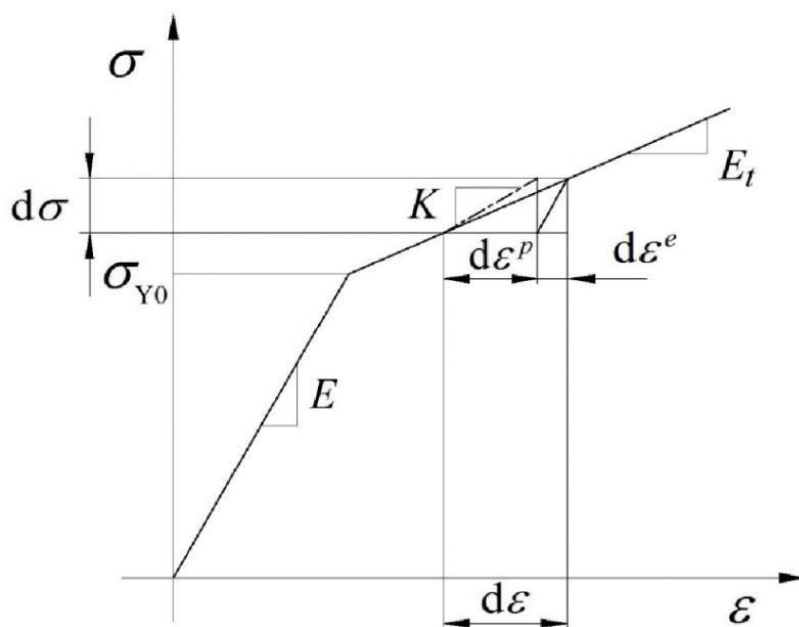
pri čemu je  $\sigma_{Y0}$  početna granica tečenja, a  $K$  modul plastičnosti koji opisuje nagib krivulje očvršćenja  $\sigma_Y - \varepsilon_{ekv}^{pl}$  kao što je vidljivo na slici 6.



Slika 6 Linearno očvršćenje [12]

Na slici 7 prikazan je dijagram ovisnosti naprezanja o ukupnom deformiranju s ucrtanim modulom elastičnosti  $E$ , tangentnim modulom  $E_t$  i modulom plastičnosti  $K$  koji su povezani relacijom:

$$K = \frac{E_t E}{E - E_t}. \quad (2.26)$$



Slika 7 Ovisnost naprezanja o ukupnoj deformaciji za elastično-linearno očvršćujući materijal [12]

Inkrement plastične deformacije u općem slučaju prikazane neasociranim zakonom tečenja glasi:

$$d\varepsilon_{ij}^{\text{pl}} = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (2.27)$$

gdje su  $d\lambda$  skalarni faktor proporcionalnosti i  $g$  plastični potencijal definiran izrazom:

$$g = g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{\text{pl}}, \kappa). \quad (2.28)$$

Ukoliko je plastični potencijal  $g$  jednak funkciji tečenja dobije se izraz za asocirani zakon tečenja:

$$d\varepsilon_{ij}^{\text{pl}} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (2.29)$$

Za metodu konačnih elemenata potrebno je izraziti ovisnost naprezanja o deformaciji, za što je potrebno definirati elastoplastični tenzor krutosti za slučaj Von Misesovog kriterija tečenja:

$$D_{ijkl}^{\text{ep}} = D_{ijkl} - \frac{3G^2}{J_2(K+G)} S_{ij} S_{kl}, \quad (2.30)$$

u kojem je veza između inkrementa naprezanja i inkrementa ukupne deformacije jednak:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{\text{ep}} \varepsilon_{kl}. \quad (2.31)$$

### 2.2.1.3. Toplinske deformacije [7]

Toplinske deformacije  $\varepsilon_{ij}^0$  pojavljuju se promjenom temperature  $\Delta T$ . Toplinska deformacija u slučaju linearne termoelastičnosti povezana je linearno s promjenom temperature koeficijentom toplinskog rastezanja  $\alpha_T$  (*thermal expansion*) izrazom:

$$\varepsilon_{ij}^0 = \alpha_T \Delta T. \quad (2.32)$$

Izraz (2.15) uzimanjem u obzir toplinske deformacije prelazi u:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^{\text{pl}} - d\varepsilon_{kl}^0). \quad (2.33)$$

Elastoplastični tenzor krutosti u tom slučaju ostaje isti izrazu (2.30), ali se konstitutivna relacija (2.31) mijenja:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{\text{ep}} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^0). \quad (2.34)$$

### 2.2.2. Naprezanja

Zavarivanjem nastaju naprezanja koja možemo podijeliti prema:

- podrijetlu nastanka,
- smjeru djelovanja,
- vijeku trajanja.

Po podrijetlu nastanka, naprezanja mogu nastati faznom promjenom materijala, plastičnom deformacijom materijala ili toplinskim naprezanjem zbog velikih promjena temperatura između zagrijavanja i hlađenja. Naprezanja uzrokovana plastičnom deformacijom gotovo uvijek postoje u zavaru i u njegovoj neposrednoj blizini, a naprezanja uslijed fazne transformacije su puno manja u odnosu na druge i kako je već navedeno neće se razmatrati u ovom radu.

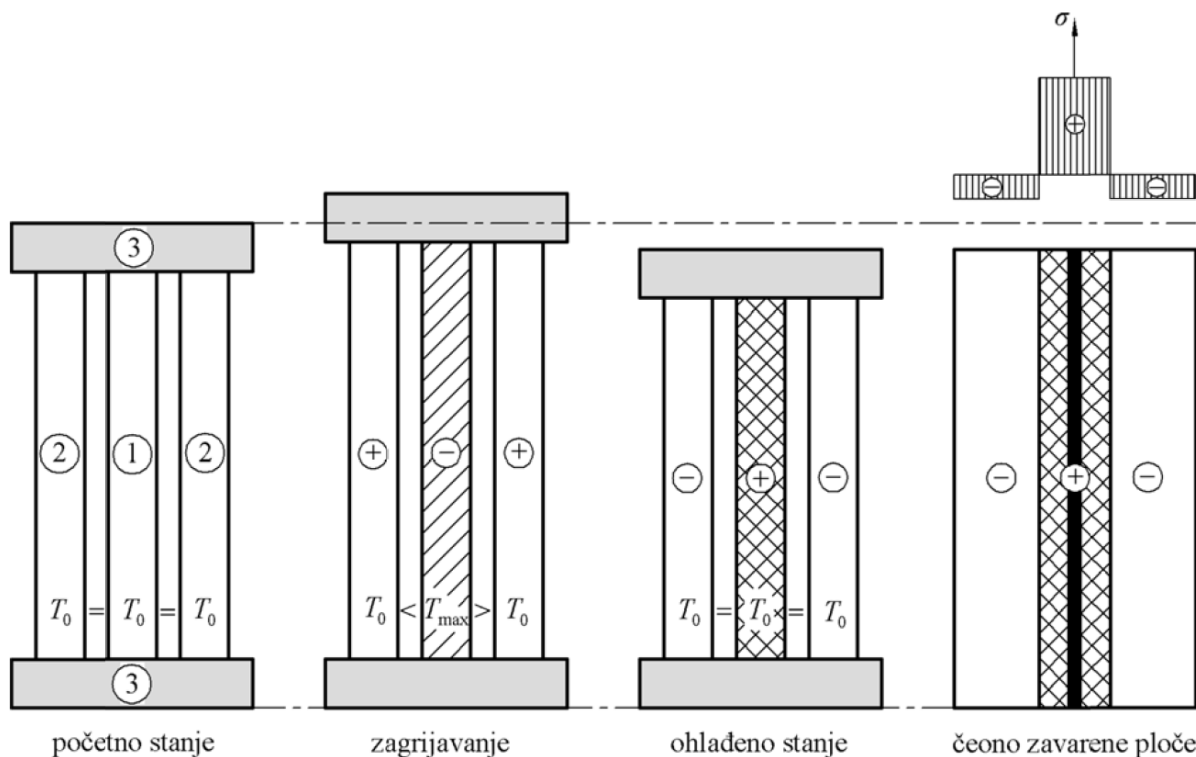
Po smjeru u kojem djeluju u zavarenoj konstrukciji razlikujemo longitudinalna, naprezanja paralelna sa zavarom, i transverzalna, naprezanja okomita na zavar.

Naprezanja također mogu biti samo prolazna prilikom nestacionarnog procesa izmjene topline ili zaostala koja su trajna i javljaju se nakon završenog postupka zavarivanja zbog zagrijavanja na visoke temperature i naglog hlađenja na temperaturu okoliša [14],[15].

Materijal u zoni zavara zagrijava se na nekoliko tisuća stupnjeva te se naglo hladi čime je raspodjela temperature nejednolika. Lokalno zagrijavanje i hlađenje uzrokuje promjene u volumenu čime nastaju deformacije i naprezanja. U realnim situacijama toplinska raspodjela uzrokuje troosno stanje naprezanja, ali se često razmatra dvoosno ili u posebnim slučajevima jednoosno stanje naprezanja. Na slici 8 je prikazan pojednostavljeni model nastajanja zaostalih naprezanja s tri štapa jednake duljine (1 - srednji štap, 2 - granični štapovi) koji su spojeni krutim pločama (3). Donja ploča (3) je ukliještena, a gornja se slobodno može pomicati u smjeru osi štapa. Srednji štap (1) ima ulogu zavara te se zagrijava, a granični štapovi (2) imaju ulogu ostatka ploče konstantne temperature  $T_0$ . Nastanak zaostalih naprezanja podijeljen je u tri faze prema slici 8:

1. početno stanje - svi su štapovi na početnoj temperaturi  $T_0$ ,
2. zagrijavanje – srednji štap (1) se zagrijava na temperaturu  $T > T_0$  i dolazi do produljenja sva tri štapa. Na štapovima je predznakom označeno naprezanje. Granični štapovi (2) su vlačno opterećeni, a srednji štap (1) tlačno,

3. hlađenje – nakon hlađenja materijala doći će do pojave trajne plastične deformacije ako se srednji štap (1) zagrije na dovoljno visoku temperaturu u kojem tlačna naprezanja premašuju granicu tečenja. Predznaci naprezanja postaju suprotni jer srednji štap (1) nastoji smanjiti svoju duljinu, a bočni štapovi (2) se opiru.



**Slika 8 Pojednostavljeni model nastanka zaostalih naprezanja [14]**

Analogne su pojave pri zavarivanju sučeonih ploča gdje srednji štap (1) ima ulogu zavora.

Dijagrami naprezanja prikazani na slici su pojednostavljeni radi lakšeg prikaza, ali se vidi zaostalo vlačno naprezanje u zoni utjecaja topline oko zavora i tlačno naprezanje u ostatku ploče. Prisutna vlačna naprezanja u području zavora su potencijalno opasna jer utječu na radni vijek konstrukcije, pošto povećavaju rizik nastanka oštećenja i u konačnici do pojave loma.

### 2.3. Termodinamika zavarivanja

Prijenos topline svodi se na tri glavna načina [6]:

- Kondukcijom ili provođenjem – topline prelazi s tijela više temperature na tijelo niže temperature u točkama dodira materijala,
- Konvekcijom – izmjena topline između fluida i čvrstog tijela,
- Radijacijom ili zračenjem – izmjena topline elektromagnetskim valovima.



Kako je već navedeno primarni način u postupku zavarivanja je prijenos topline kondukcijom. Zbog karakteristike načina zavarivanja prijenos topline je nestacionaran proces jer su rubni uvjeti modela ovisni o vremenu. Nestacionarno provođenje je moguće promatrati kao linearni problem, no u ovom slučaju je razmatrana kao nelinearni problem jer su fizikalna svojstva materijala, toplinski izvori i ponori, toplinski tokovi i koeficijenti prijelaza topline konvekcijom ovisni o temperaturi.

### 2.3.1. Osnovni izrazi prijenosa topline

Temperaturno polje u nestacionarnoj kondukciji je funkcija prostornih koordinata i vremena definirano izrazom:

$$T = f(x, y, z, t). \quad (2.1)$$

Za nestacionarno provođenje topline s unutarnjim izvorom/ponorom topline za kontrolni volumen  $V$  koji je omeđen površinom  $S$  potreban je Fourierov zakon za provođenje topline dan jednadžbom (2.2). Uvrštavanjem Fourierovog zakona jednadžba za nestacionarno provođenje topline izražen je u jednadžbi (2.3):

$$q_s = -k \frac{\partial T}{\partial n}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.3)$$

gdje su  $k$  koeficijent toplinske vodljivosti,  $T$  temperatura,  $Q$  iznos topline po jedinici volumena,  $\rho$  gustoća materijala,  $c$  specifični toplinski kapacitet materijala i  $t$  vrijeme. Pretpostavka je da su čelične ploče homogene i da je materijal zavara identičan osnovnom materijalu ploča, odnosno da imaju ista mehanička i toplinska svojstva. Zbog te pretpostavke koeficijent toplinske vodljivosti  $k$  ne ovisi o prostornim koordinatama i moguće ga je izlučiti ispred zgrade u prethodnom izrazu (2.3). U slučaju elektrolučnog zavarivanja iznos topline  $Q$  iz jednadžbe (2.3) definiran je izrazom:

$$Q = \frac{\eta IU}{V}, \quad (2.4)$$

gdje su  $\eta$  korisnost procesa,  $I$  jakost struje,  $U$  napon struje, a  $V$  volumen zavara.

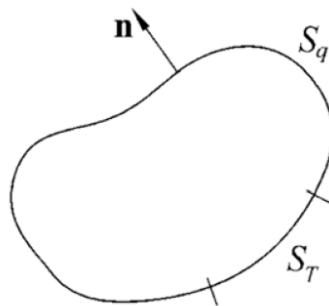
Za potpuno definiranje toplinskog stanja potrebno je postaviti toplinske rubne uvjete. Rubni uvjeti opisuju toplinski odnos između okoliša i vanjske površine čvrstog tijela.

Najčešće se koriste tri vrste toplinskih rubnih uvjeta:

- Dirichletov rubni uvjet ili rubni uvjet 1. vrste – u svakom trenutku su propisane temperature na graničnoj plohi  $S$  funkcijom  $T_S = T_S(x, y, z, t)$ ,
- Neummanov (Cauchyev) rubni uvjet ili uvjet 2. vrste – u svakom trenutku je zadana gustoća toplinskog toka na graničnoj plohi  $S$  funkcijom  $q_S = q_S(x, y, z, t)$ ,
- Newtonov mješoviti rubni uvjet ili rubni uvjet 3. vrste – čvrsto tijelo izmjenjuje toplinu s okolišnim fluidom  $q_s = \alpha(T_S - T_\infty)$  pri čemu su  $T_S$  temperatura granične plohe  $S$ ,  $T_\infty$  temperatura fluida dalje od granične plohe i  $\alpha$  ukupni koeficijent prijelaza topline.

U nekoj odabranoj točki ruba  $S = S_T \cup S_q$  moguće je dodijeliti samo jedan tip rubnog uvjeta.

Rubne površine čvrstog tijela prikazane su na slici 9.



**Slika 9 Rubne površine čvrstog tijela [7]**

Početni rubni uvjeti definirani u trenutku  $t = 0$  s i u početnom temperaturnom polju zadanim izrazom (2.1):

$$T = f(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z). \quad (2.5)$$

### 3. NUMERIČKO MODELIRANJE ZAVARIVANJA

Numeričko modeliranje procesa zavarivanja u ovom radu bazira se na metodi konačnih elemenata. Metoda konačnih elemenata je približna numerička metoda. Metoda u kojoj se razmatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom međusobno povezanih konačnih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode gibanja. Konačni elementi međusobno su povezani u čvorovima na konturi elementa. Ponašanje kontinuumata opisuje se diferencijalnim jednadžbama koje nakon diskretizacije prelaze u algebarske te su zbog toga rješenja dobivena metodom konačnih elemenata približna. Vještinom postavljanja konačnih elemenata i povećavanjem njihovog broja rješenja su bliža realnima. U svakom elementu se interpolacijskim funkcijama opisuje traženo stanje kao što su polje pomaka, temperatura, naprezanja i deformacije itd. [18]

Metoda konačnih elemenata jedna je od neizostavnih metoda pri numeričkom modeliranju zbog svoje široke primjene i brzine izrade proračuna pomoću računala. Prednost je i izvršavanje više paralelnih proračuna i eksperimenata u isto vrijeme čime se osim uštede vremena omogućuje i brža optimizacija konstrukcija. Jedan od najpoznatijih računalnih paketa koji se temelji na metodi konačnih elemenata je *Abaqus* [4].

Proces zavarivanja je nelinearni proces i potrebno je poznavati metode rješavanja toplinske i mehaničke analize. Pri rješavanju toplinsko – mehaničkih problema metodom konačnih elemenata postoje dva pristupa [15]:

- sekvencijalno spregnuta toplinsko – mehanička analiza,
- potpuno spregnuta toplinsko – mehanička analiza.

Sekvencijalno spregnuti pristup koristi se za razumijevanje utjecaja temperature na mehanička svojstva materijala. Temelji se na podjeli simulacije na dva dijela. Prvi dio rješava problem topline neovisno o raspodjeli deformacija i naprezanja u modelu, dok drugi dio izračunava raspodjelu deformacija i naprezanja uzimajući prethodno izračunato temperaturno polje kao ulazni podatak. Tako toplinska analiza nije povezana s mehaničkom, a mehanička je povezana s toplinskom. Računalno je manje zahtjevan od potpuno spregnutog pristupa te se koristi u problemima u kojima utjecaj raspodjele deformacija i naprezanja na temperaturno polje nije značajan, kao što je slučaj kod zavarivanja.

Potpuno spregnuta toplinsko-mehanička analiza uključuje istovremeno rješavanje toplinskog i mehaničkog problema. Drugim riječima, svaki korak simulacije uključuje uzajamni utjecaj temperaturne raspodjele na raspodjelu deformacija i naprezanja te obrnuto, gdje raspodjela deformacija i naprezanja utječe na temperaturno polje. Stoga je potrebno koristiti konačne elemente sa stupnjevima slobode temperature i pomaka. Potpuno spregnuta analiza obično je nelinearna i rezultira nesimetričnim matricama, što otežava pohranu i rješavanje u usporedbi sa simetričnim matricama. Zbog toga, potpuno spregnuti pristup je računalno zahtjevniji od sekvencijalno spregnutog. Koristi se u rješavanju problema u kojima postoji velika razlika u temperaturama i snažna međuovisnost između toplinskih i mehaničkih veličina, primjerice u procesima oblikovanja deformiranjem poput dubokog vučenja i prešanja. U tim procesima brze promjene oblika deformiranog metala rezultiraju velikim plastičnim deformacijama i otpuštanjem topline.

### 3.1. Toplinska analiza [7]

Za rješavanje problema nestacionarnog provođenja topline ne mogu se primijeniti klasični varijacijski principi, nego Galerkinova metoda težinskog reziduala. Ideja je izjednačiti rezidual s nulom u čvornoj točki što se postiže tako da se integral umnoška reziduuma  $R$  i težinske funkcije  $w$  izjednači s nulom kao u izrazu:

$$\int_V R(x) \cdot w(x) dV = 0. \quad (3.1)$$

Kod Galerkinove metode u konačnim elementima kao težinska funkcija  $w_i(x)$  koriste se funkcije oblika  $N_i(x)$ :

$$\int_V R(x) \cdot N_i(x) dV = 0. \quad (3.2)$$

Uvrštavanjem aproksimacije raspodjele temperature po konačnom elementu  $T = \mathbf{NT}$  u jednadžbu za opći slučaj nestacionarnog nelinearnog provođenja topline dobije se izraz:

$$-c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v = 0, \quad (3.3)$$

koji nije jednak nuli, nego predstavlja rezidual:

$$R(x) = -c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v. \quad (3.4)$$

Globalna nestacionarna jednažba osnovnog konačnog elementa u matricnom zapisu gdje je  $\mathbf{C}$  matrica specifičnog toplinskog kapaciteta,  $\mathbf{K}_T$  matrica provođenja topline,  $\mathbf{F}_q$  vektor toplinskih opterećenja i  $\mathbf{F}_g$  vektor Neummanovih rubnih uvjeta glasi:

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{T}}(t) + \mathbf{K}_T\mathbf{T}(t) = \mathbf{F}_q(t) + \mathbf{F}_g(t). \quad (3.5)$$

### 3.2. Mehanička analiza [9]

Zavarivanje je u nelinearni proces, a nelinearnost može biti uzrokovana:

- geometrijski – veliki pomaci, velike deformacije, gubitak stabilnosti konstrukcije, nekonzervativno opterećenje,
- materijalno – plastičnost, viskoelastičnost, viskoplastičnost, puzanje materijala,
- nelinearnim rubnim uvjetima.

Naravno problem može sadržavati kombinaciju više vrsta nelinearnosti. Pomaci kod linearne analize su direktno proporcionalni opterećenju za razliku od nelinearnog ponašanja konstrukcije gdje jednažba konačnih elemenata glasi:

$$\mathbf{K}(\mathbf{V}, \mathbf{R})\mathbf{V} = \mathbf{R}, \quad (3.6)$$

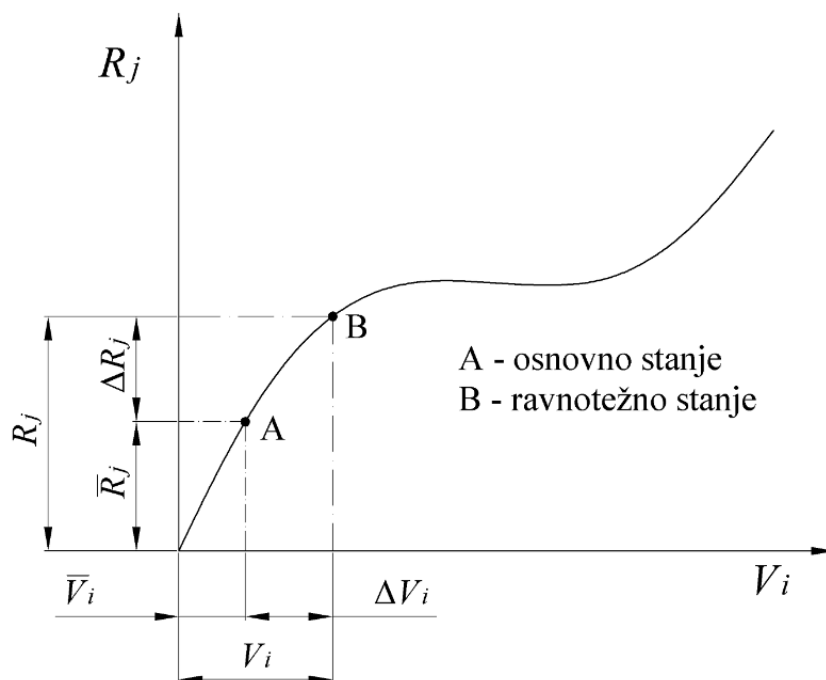
gdje je  $\mathbf{K}$  matrica krutosti,  $\mathbf{V}$  vektor čvornih stupnjeva slobode, a  $\mathbf{R}$  vektor čvornih sila. Iz jednažbe (3.6) je vidljivo da je rješenje potrebno naći inkrementalno – iterativnim metodama koje su moguće uz linearizaciju. To je moguće učiniti tako da se iz osnovnog ravnotežnog položaja traži ravnoteža bliskog stanja koje je definirano prirastom pomaka ili opterećenja. U određenom inkreментu to se postiže iterativnim postupkom, pa nelinearna jednažba konačnih elemenata glasi:

$$\mathbf{K}_T(\bar{\mathbf{V}})\Delta\mathbf{V} = \mathbf{R}_e - \mathbf{R}_i(\bar{\mathbf{V}}). \quad (3.7)$$

Tangencijalna matrici krutosti  $\mathbf{K}_T$  u osnovnom poznatom stanju ravnoteže  $\bar{\mathbf{V}}$  množi se vektorom inkrementalnih pomaka  $\Delta\mathbf{V}$  koji moraju biti uravnoteženi razlici vektoru vanjskih opterećenja  $\mathbf{R}_e$  i vektoru unutarnjih sila  $\mathbf{R}_i$  u osnovnom stanju ravnoteže. Drugim riječima, ravnoteža je postignuta kada desna strana jednažbe bude jednaka nuli. To je moguće kada je razlika unutarnjih i vanjskih sila jednak nuli ili kada je vektor inkrementalnih pomaka  $\Delta\mathbf{V}$  jednak nuli. Uz jednažbu (3.6) vrijedi i ukupno stanje pomaka  $\mathbf{V}$  koje u svakom koraku iteracije postaje osnovno stanje  $\bar{\mathbf{V}}$ :

$$\mathbf{V} = \bar{\mathbf{V}} + \Delta\mathbf{V}. \quad (3.8)$$

Na slici 10 prikazana je nelinearna veza opterećenja i pomaka.



**Slika 10 Nelinearna veza između opterećenja  $R_j$  i pomaka  $V_i$  [20]**

Nelinearna analiza započinje rješavanjem jednadžbe krutosti proračunskog modela gdje je jednadžbom (3.6) moguće dobiti inkremente vektora pomaka  $\Delta \mathbf{V}$ . Vektor globalnih pomaka matricom transformacija moguće je prebaciti u lokalne stupnjeve slobode konačnih elemenata te se dobiju lokalni pomaci  $\Delta v$  koji služe za određivanje inkremenata deformacije  $\Delta \varepsilon$ . Na točkama integracije svakog elementa provodi se integriranje konstitutivne jednadžbe (2.31) i gdje vrijedi:

$$\Delta \sigma = \int_{\varepsilon}^{\varepsilon + d\varepsilon} \mathbf{D}^{\text{ep}} d\varepsilon. \quad (3.9)$$

Najčešće se koristi Eulerova unazadna metoda za integriranje, koja se temelji na algoritmu povratnog projiciranja. Algoritam se sastoji od elastičnog prediktora i plastičnog korektora u svakom intervalu. Elastični prediktor predstavlja pokusno (*trial*) naprezanje da bi se odredilo je li model u elastičnom ili plastičnom području na odgovarajućoj točki integracije, provjerava se uvjet tečenja. Plastični korektor se primjenjuje samo ako je tečenje veće od nule i sastoji se od iterativnog postupka koji vraća prediktorsko naprezanje na plohu tečenja. Nakon izračuna inkrementa naprezanja, moguće je odrediti ukupno naprezanje  $\sigma$  na razini konačnog elementa. Na temelju ukupnog naprezanja moguće je izračunati elastoplastični tenzor krutosti i ažurirati

jednadžbu krutosti (3.7). Za slučaj geometrijske nelinearnosti, kao u zavarivanju, tangencijalna matrica krutosti jednaka je:

$$\mathbf{k}_T = \mathbf{k}_e + \mathbf{k}_{uL} + \mathbf{k}_{uN} + \mathbf{k}_{\sigma L} \mathbf{k}_{\sigma N}, \quad (3.10)$$

gdje su  $\mathbf{k}_e$  linearna elastična matrica krutosti,  $\mathbf{k}_{uL}$  linearna matrica početnih pomaka,  $\mathbf{k}_{uN}$  nelinearna matrica početnih pomaka,  $\mathbf{k}_{\sigma L}$  linearna matrica početnih naprezanja i  $\mathbf{k}_{\sigma N}$  nelinearna matrica početnih naprezanja. Prve tri matrice su definirane sljedećim izrazima:

$$\mathbf{k}_e = \int_V \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L dV, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{k}_{uL} = \int_V \left( \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) + \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_L \right) dV, \quad (3.12)$$

$$\mathbf{k}_{uN} = \int_V \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) dV. \quad (3.13)$$

Matrica  $\mathbf{B}_L$  predstavlja linearnu matricu ovisnosti deformacije u elementu o pomacima u čvorovima koja je definirana linearnim kinematičkim diferencijalnim operatorom  $\mathbf{D}_{kL}$  i matricom funkcija oblika konačnog elementa  $\mathbf{N}$ :

$$\mathbf{B}_L = \mathbf{D}_{kL} \mathbf{N}. \quad (3.14)$$

Analogno izrazu (3.14) matrica  $\mathbf{B}_N$  predstavlja nelinearnu matricu definiranu nelinearnim kinematičkim operatorom  $\mathbf{D}_{kN}$  i funkcijom oblika  $\mathbf{N}$ :

$$\mathbf{B}_N = \mathbf{D}_{kN} \mathbf{N}. \quad (3.15)$$

Matricu početnih naprezanja čine linearna i nelinearna matrica početnih naprezanja koje se ne mogu eksplicitno izraziti u općem obliku, stoga se dobiju sljedećim izrazima:

$$\int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta \mathbf{v}) \bar{\boldsymbol{\sigma}} dV = \int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta \mathbf{v}) \mathbf{D} \left( \mathbf{B}_L + \frac{1}{2} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) \right) dV \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_{\sigma} \Delta \mathbf{v}, \quad (3.16)$$

$$\int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta \mathbf{v}) \mathbf{D} \mathbf{B}_L dV \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_{\sigma L} \Delta \mathbf{v}, \quad (3.17)$$

$$\int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta \mathbf{v}) \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) dV \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_{\sigma N} \Delta \mathbf{v}. \quad (3.18)$$

Matrice  $\mathbf{k}_{uN}$  i  $\mathbf{k}_{\sigma N}$  sadrže drugu potenciju  $\bar{\mathbf{v}}$  kao što je vidljivo u izrazima (3.13) i (3.18), a matrice  $\mathbf{k}_{uL}$  i  $\mathbf{k}_{\sigma L}$  linearno ovise o pomacima osnovnog stanja  $\bar{\mathbf{v}}$ , vidljivo u izrazima (3.12) i (3.17).

U slučaju geometrijske nelinearne elastoplastične analize tangencijalna matrica krutosti još je kompliciranija i zbog toga se neće u ovom radu razmatrati.

Na razini konačnog elementa se u istom koraku određuje razlika vanjskih i unutarnjih sila i tangencijalna matrica krutosti. Vanjske i unutarnje sile su definirane izrazima:

$$\mathbf{F}_e = \int_V \mathbf{N}^T (\bar{\mathbf{q}} + \Delta \mathbf{q}) dV + \int_V \mathbf{N}_S^T (\bar{\mathbf{q}}_b + \Delta \mathbf{q}_b) dS, \quad (3.19)$$

$$\mathbf{F}_i = \int_V (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}))^T \mathbf{D} \left( \mathbf{B}_L + \frac{1}{2} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) \right) dV, \quad (3.20)$$

pri čemu su  $\mathbf{q}$  volumno opterećenje,  $\mathbf{N}_S$  matrica rubnih funkcija oblika i  $\mathbf{q}_b$  površinsko opterećenje. Ako postoji početna deformacija, ukupna deformacija osnovnog stanja  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$  više ne označava samo elastičnu deformaciju jer u ukupnu deformaciju uključena je i početna deformacija.

U slučaju toplinske deformacije jednadžba glasi:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \boldsymbol{\varepsilon}^0) = \mathbf{D}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \alpha_T \Delta T) = \mathbf{D}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \boldsymbol{\sigma}^0 = \mathbf{D} \left( \mathbf{B}_L + \frac{1}{2} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) \right) \bar{\mathbf{v}} - \boldsymbol{\sigma}^0. \quad (3.21)$$

Kako su  $\Delta T$  i  $\boldsymbol{\sigma}^0$  poznati kao rješenja toplinske analize izraz (3.21) prelazi na desnu stranu početne jednadžbe krutosti kao vektor vanjskog opterećenja  $\mathbf{F}_e$ . Time se vektor vanjskog opterećenja proširuje vektorom toplinskih sila za modeliranje toplinskog širenja te izraz (3.19) onda glasi:

$$\mathbf{F}_e = \int_V \mathbf{N}^T (\bar{\mathbf{q}} + \Delta \mathbf{q}) dV + \int_V \mathbf{N}_S^T (\bar{\mathbf{q}}_b + \Delta \mathbf{q}_b) dS + \mathbf{F}_e^h, \quad (3.22)$$

$$\mathbf{F}_e^h = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^0 dV.$$

Matricu elastičnosti  $\mathbf{D}$  u izrazu (3.21) zamijenio bi elastoplastični tenzor krutosti  $\mathbf{D}^{ep}$  ako bi se razmatralo plastično ponašanje materijala.

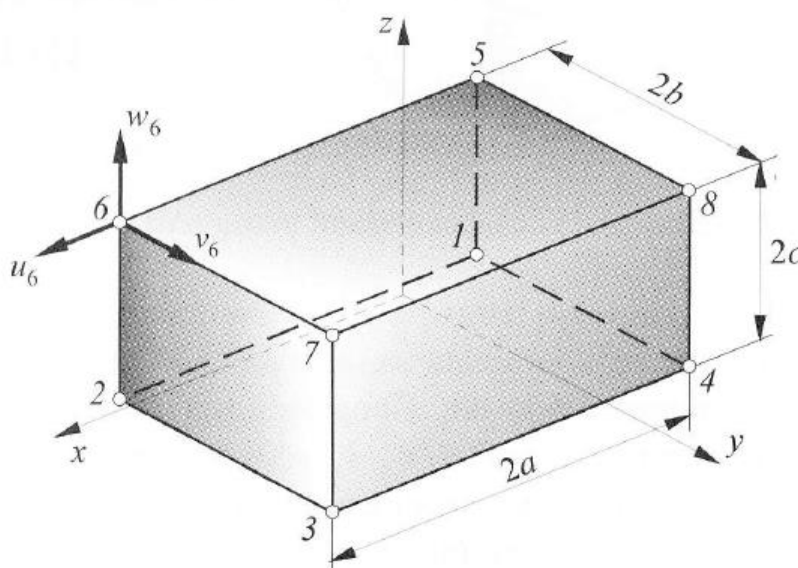


### 3.3. Primijenjeni konačni element

U trodimenzijskim analizama najčešće se primjenjuju prizmatični i tetraedarski konačni elementi. Konačni elementi korišteni u toplinskoj i mehaničkoj analizi ovog rada su prizmatični (*brick*) konačni elementi iz baze programskog paketa *Abaqus* [19].

#### 3.3.1. Osnovni prizmatični konačni element

Osnovni prizmatični konačni element je u obliku paralelepipeda (heksaedra) s osam čvorova kao što je na slici 11.



Slika 11 Osnovni prizmatični konačni element [18]

U slučaju toplinske analize korišten je konačni element definiran u *Abaqusu* [19] kao DC3D8. Svakom čvoru elementa pridružen je samo jedan stupanj slobode, a to je temperatura. Vektor stupnjeva slobode osnovnog prizmatičnog elementa za toplinsku analizu definiran je izrazom (3.23), a raspodjela temperature po elementu opisana je nepotpunim polinomom trećeg stupnja izrazom (3.24).

$$\mathbf{T}^T = [T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5 \quad T_6 \quad T_7 \quad T_8], \quad (3.23)$$

$$T = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6yz + a_7zx + a_8xyz. \quad (3.24)$$

Funkcije oblika izvedene su u prirodnim koordinatama  $\xi, \eta$  i  $\zeta$ . S ishodištem u središtu elementa koordinate čvorova mogu biti +1 i -1, pa funkcije oblika pojedinog čvora su prikazane jednačinom (3.25), a matrica funkcija oblika jednačinom (3.26).

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i), \quad i = 1 \dots 8, \quad (3.25)$$

$$\mathbf{N} = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4 \quad N_5 \quad N_6 \quad N_7 \quad N_8]. \quad (3.26)$$

Raspodjela temperature po elementu je preko funkcija oblika i čvornih temperatura zapisana jednadžbom:

$$T = \mathbf{N}\mathbf{T}. \quad (3.27)$$

U mehaničkoj analizi svaki čvor ima tri stupnja slobode,  $v$ ,  $u$  i  $w$ , odnosno tri komponente pomaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu. Vektor stupnjeva slobode svakog konačnog elementa glasi:

$$\mathbf{v}^T = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_3 \quad \dots \quad u_8 \quad v_8 \quad w_8]. \quad (3.28)$$

Raspodjela pomaka kao i kod toplinske analize opisana je nepotpunim polinomom trećeg stupnja:

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6yz + a_7zx + a_8xyz, \quad (3.29)$$

$$v = a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z + a_{13}xy + a_{14}yz + a_{15}zx + a_{16}xyz, \quad (3.30)$$

$$w = a_{17} + a_{18}x + a_{19}y + a_{20}z + a_{21}xy + a_{22}yz + a_{23}zx + a_{23}xyz. \quad (3.31)$$

Potrebni kriteriji za monotonu konvergenciju rješenja ispunjeni su raspodjelom pomaka nepotpunim polinomom trećeg stupnja. To implicira da interpolacijske funkcije mogu opisivati pomake krutog tijela, da su zadovoljeni svi potrebni uvjeti kompatibilnosti duž rubova konačnih elemenata te da je moguće opisati polje konstantnih deformacija.

Polje pomaka je zadano funkcijama oblika iz izraza (3.25) i stupnjevima slobode jednadžbom:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{v}. \quad (3.32)$$

Osnovni prizmatični elementi s potpunom integracijom imaju 8 integracijskih točaka. Zbog toga su podložni parazitskim *locking* efektima kao što su *shear locking* i *volumetric locking*. *Shear locking* je pojava kod elemenata prvog reda s potpunom integracijom gdje zbog numeričke formulacije udio energije posmične deformacije postaje precijenjen u ukupnoj energiji deformiranja uslijed čega konačni elementi slabo opisuju stvarno ponašanje konstrukcije i postaju sve više kruti. *Volume locking* se pojavljuje kod elemenata s potpunom integracijom kad se diskretizira materijal koji je gotovo nestlačiv. U integracijskim točkama pojavljuju se prividni tlakovi koji uzrokuju kruto ponašanje elemenata. Zbog pojave tih efekata moguće je koristiti C3D8R konačne elemente s reduciranom integracijom, no kako bi htjeli

rezultate što sličnije stvarnima potrebno je koristiti C3D8I konačne elemente koji su s potpunom integracijom i pogodni za modeliranje nestlačivih materijala [19].

### 3.4. *Abaqus Welding Interface (AWI)* [19]

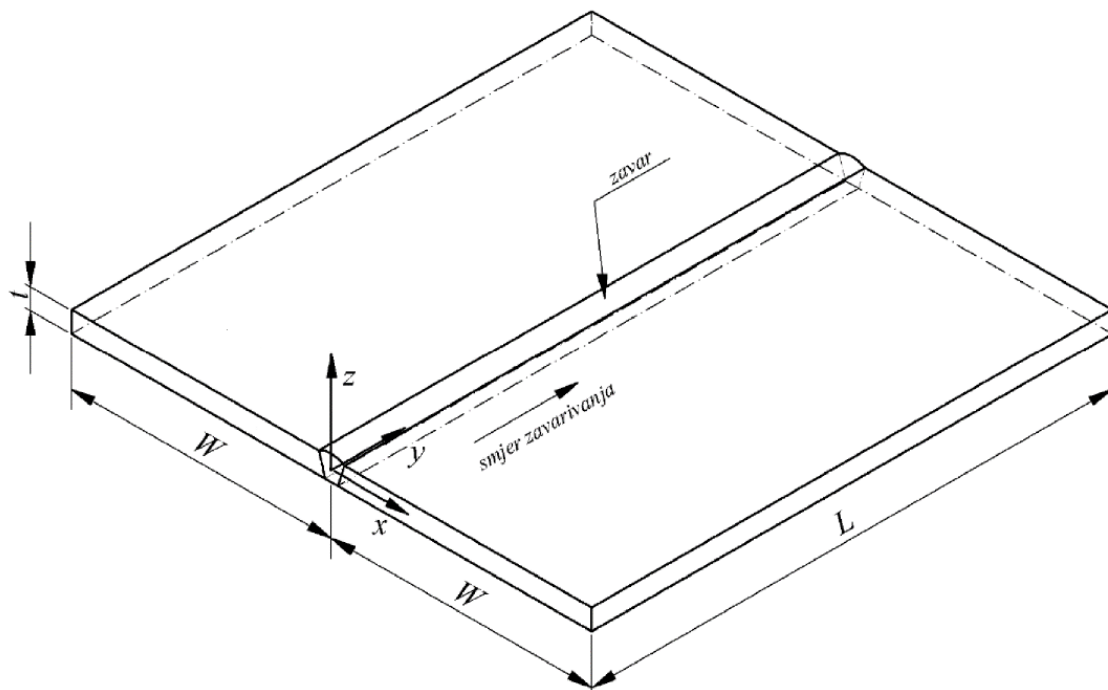
*Abaqus Welding Interface* (AWI) [19] dodatak programskom paketu *Abaqus* [4], osmišljen s ciljem značajnog smanjenja korisničkog vremena potrebnog za pripremu numeričkog modela. Automatizacijom vremenski najzahtjevnijih zadataka poput odabira setova konačnih elemenata, stvaranja koraka i generiranja elemenata, AWI [19] efikasno ubrzava proces. Integriran u grafičko sučelje *Abaqus*-a [4], AWI je besplatno dostupan korisnicima s postojećom *Abaqus* [4] licencom.

Kada je riječ o spregnutom problemu prijenosa topline i nelinearnoj mehaničkoj analizi, primjenjuje se sekvencijalno spregnuta metoda, dok se modeliranje unosa topline obavlja putem metode rađanja elemenata koji se aktiviraju na zadanoj temperaturi. AWI [19] koristi temperaturu taljenja materijala kao opterećenje u toplinskoj analizi umjesto toplinskog toka. Ova karakteristika može predstavljati nedostatak jer se temperatura taljenja razlikuje za svaki materijal, dok je toplinski tok uvijek određen stvarnim parametrima zavarivanja kao što su napon i jakost struje.

Prije korištenja dodatka AWI [19] potrebno je odrediti osnovne pripreme zavara. To su kreiranje modela koji će se zavarivati, definiranje setova, površina i particioniranje u modulu *Part*. U području zavarivanja strukture, korisnici imaju fleksibilnost samostalnog odabira smjera, broja i brzine prolaza, kao i postavljanja toplinskih rubnih uvjeta koji uključuju konvekciju i radijaciju između osnovnog materijala, materijala za zavarivanje i okoline. Nakon unosa svih potrebnih parametara, AWI [19] automatski generira numerički model za toplinsku i mehaničku analizu, uključujući stvaranje koraka, postavljanje toplinskih rubnih uvjeta i uspostavljanje temperaturnih polja u mehaničkoj analizi. Ova automatizacija značajno smanjuje korisničko vrijeme i napor. S AWI-jem [19] korisnici mogu postići brže i preciznije rezultate, što konačno dovodi do poboljšanog dizajna zavara i unaprijeđenih postupaka zavarivanja.

#### 4. SUČEONO ZAVARIVANJE U DVA PROLAZA

U prethodnom je poglavlju objašnjeno kako će se unositi toplina zavarivanja definiranjem temperature zavara pomoću dodatka AWI [19]. Utjecaj temperature, zaostalih naprezanja i deformacija pri zavarivanju istražen je na dvije sučeono zavarene ploče V zavarom. Proces zavarivanja proveden je u dva prolaza elektrode. Na slici 12 su prikazane ploče i njihove dimenzije.



Slika 12 Geometrija dviju sučeono zavarenih ploča [16]

Dimenzije ploča su:

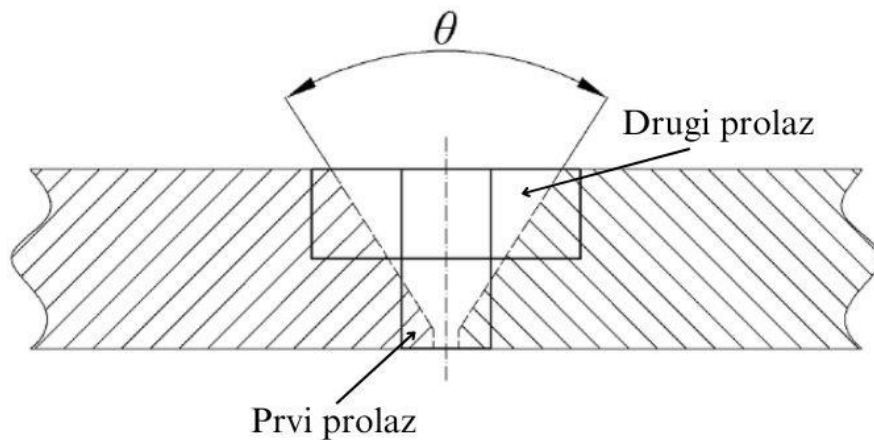
duljina ploče  $L = 0,350$  m,

širina ploče  $W = 0,150$  m,

debljina ploče  $t = 0,010$  m.

Zavarivanje se provodi lučno-elektrolučno (*arc-welding*) brzinom zavarivanja od 5 mm/s pa su i konačni elementi dužine 5 mm. Nakon prvog prolaza ostavljeno je 180 sekundi radi hlađenja prvog zavara, potom je napravljen drugi prolaz jednakom brzinom, nakon čega se ploče hlade 14400 sekundi, što odgovara hlađenju do sobne temperature od 25°C. V zavar modeliran je pojednostavljeno prizmatičnim C3D8 elementima kao što je vidljivo na slici 13 tako da je u

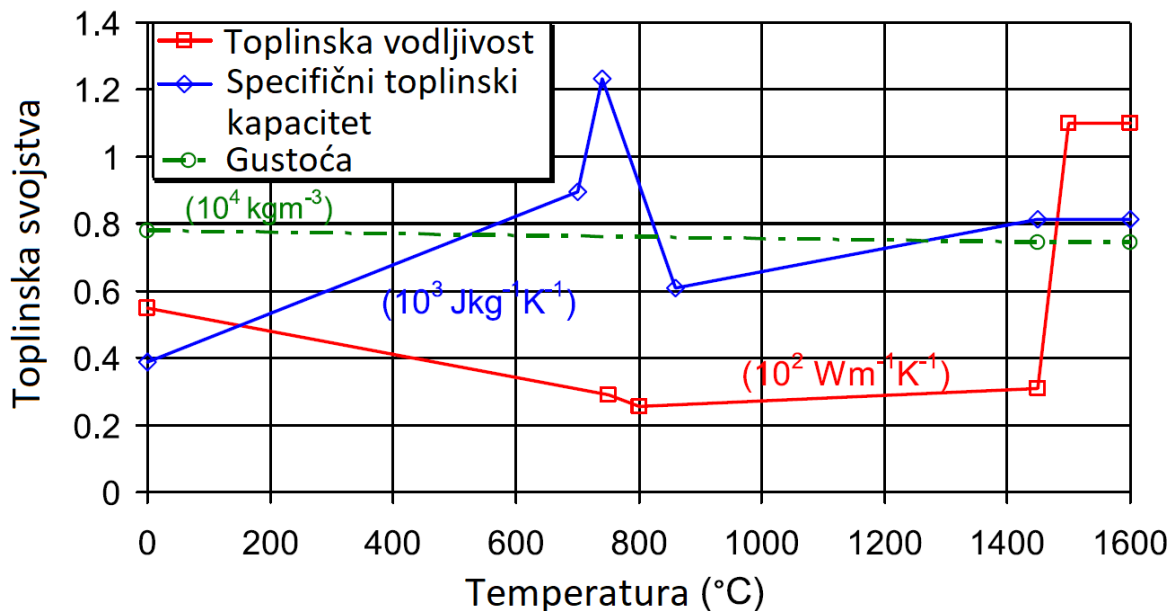
drugom prolazu zavara korišteno tri puta više elemenata za unos topline u odnosu na prvi prolaz. Korijen zavara je veličine 4 mm, a kut zavara  $\theta$  iznosi  $45^\circ$ .



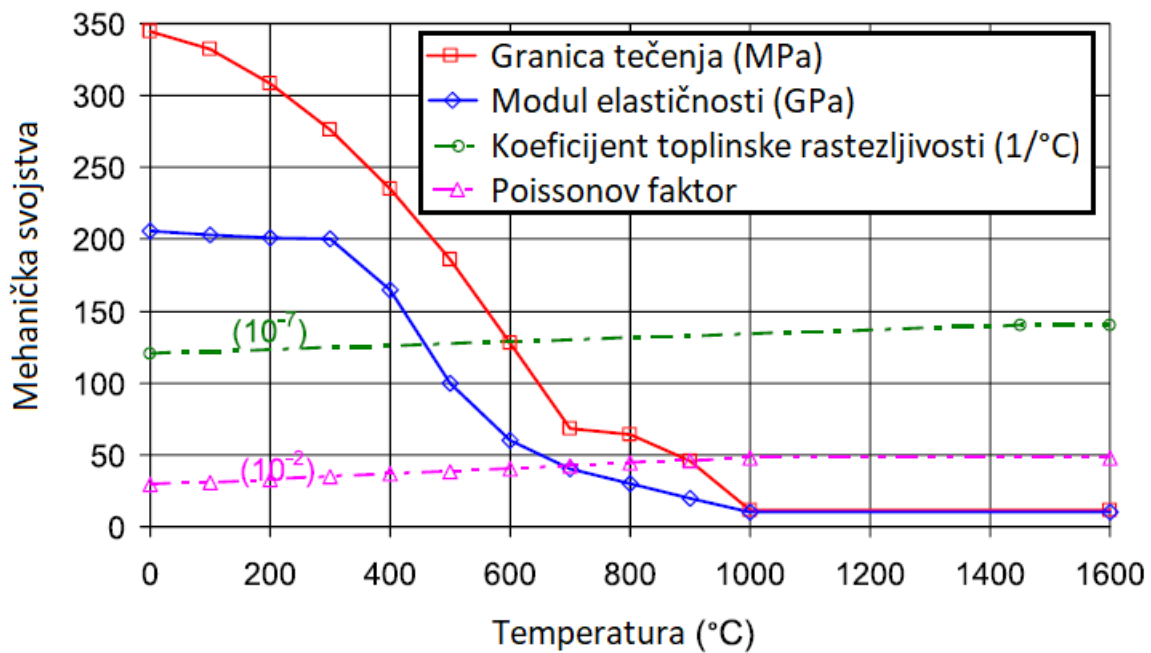
Slika 13 Priprema V zavara [16]

#### 4.1. Svojstva materijala

Odabrana su svojstva niskougličnog čelika S355J2+N. Pretpostavljeno je da su materijal ploče i zavara isti, odnosno da imaju ista toplinska i mehanička svojstva. Pretpostavljeno je da se materijal ponaša elastično-idealno plastično s toplinskim svojstvima prikazanim na slici 14 i mehaničkim svojstvima na slici 15.



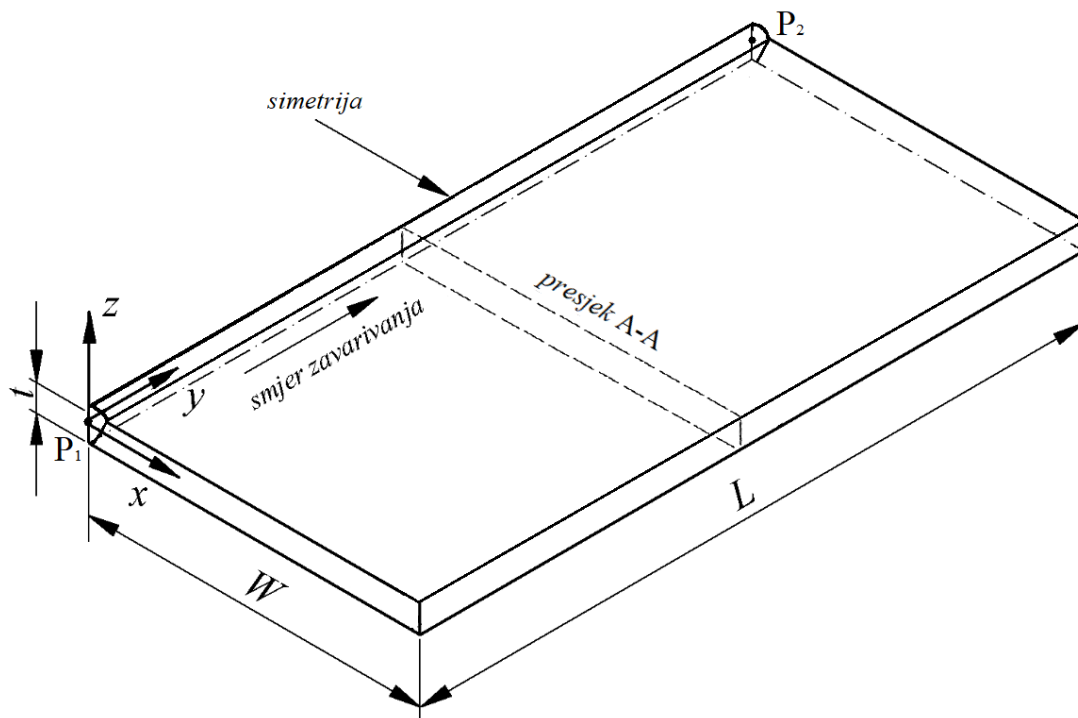
Slika 14 Toplinska svojstva niskougličnog čelika S355J2+N [17]



Slika 15 Mehanička svojstva niskougličnog čelika S355J2+N [17]

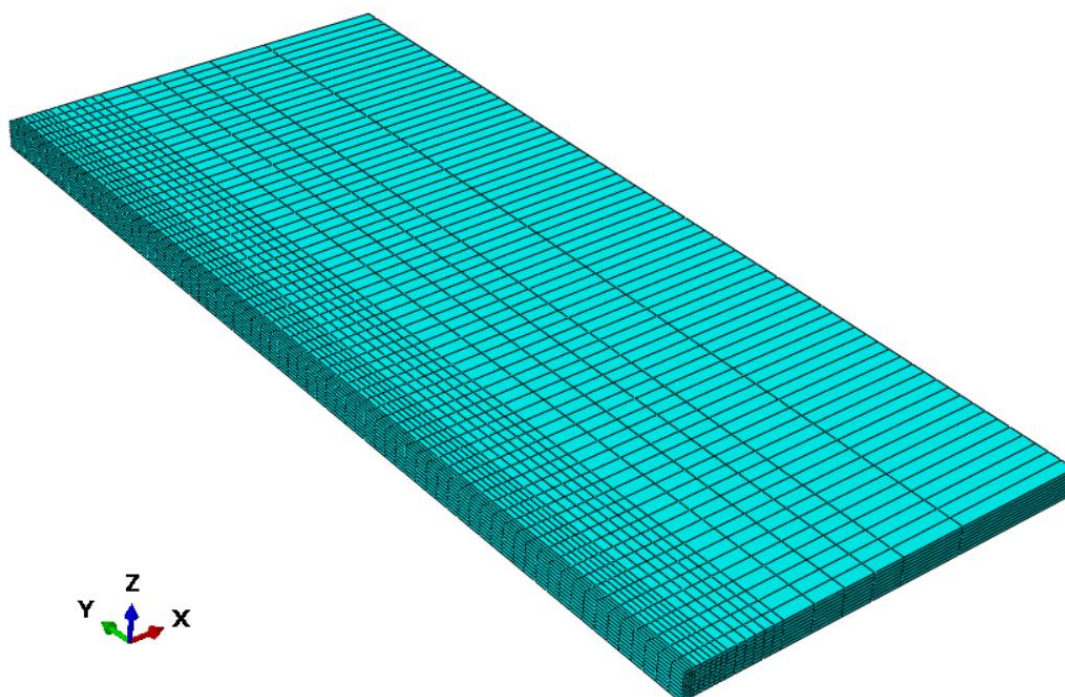
#### 4.2. Toplinska analiza

Za provođenje numeričke simulacije izrađen je 3D numerički model prikazan na slici 16. S obzirom na to da se radi o simetričnom problemu, modelirana je samo desna ploča, simetrična u odnosu na yz ravninu.



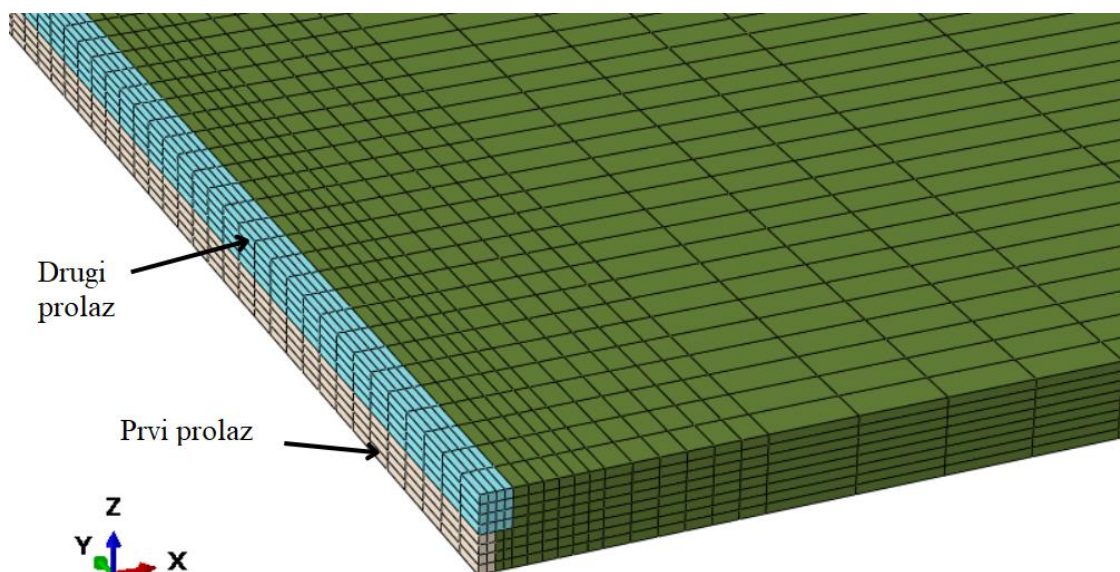
Slika 16 3D numerički model [20]

Na slici 17 je proračunski model od 12320 konačnih elemenata vrste DC3D8 [19] objašnjenih u prethodnom poglavlju.



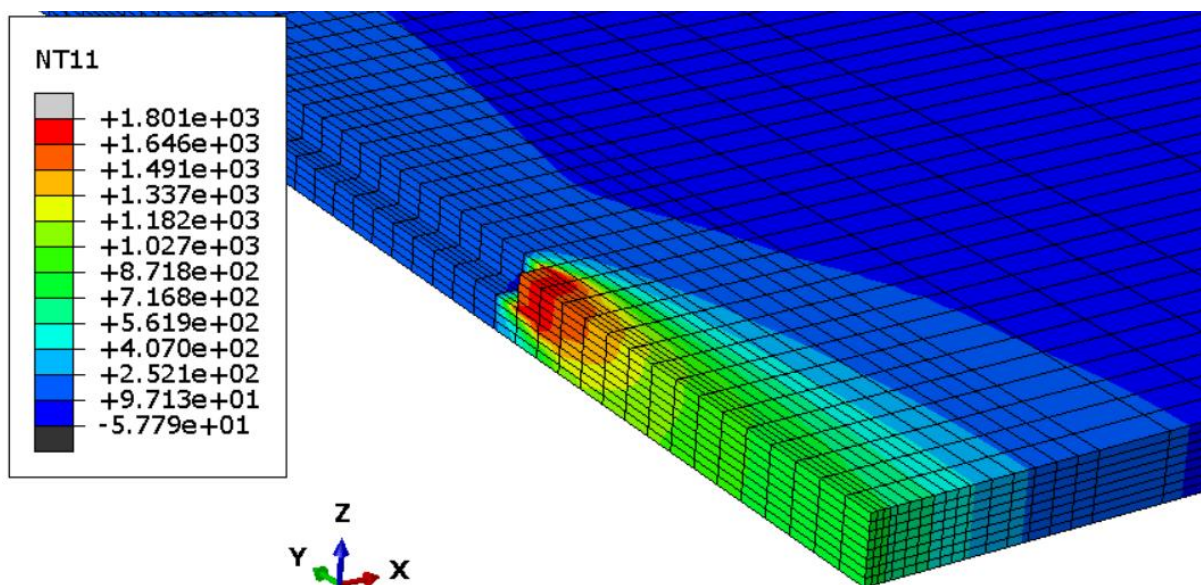
Slika 17 Model toplinske analize

Pokretanjem AWI dodatka u *Abaqusu* [19] odabiru se svojstva materijala ploče i zavara, i postojeći elementi koji će preuzeti ulogu zavara, odnosno u koje elemente će biti ubačena toplina. Odabiru se elementi po prolazu u tzv. *beads*. Na slici 18 je različitim bojama vidljiva podjela između elemenata za prvi i drugi prolaz zavara.



Slika 18 Konačni elementi u zavaru

Kako je svaki element duljine 5 mm, a dužina ploče 350 mm, zavar u jednom prolazu podijeljen je na 70 grumena (*chunks*) s temperaturom taljenja od 1500°C koji će se zagrijavati elektrodom temperature 1800°C tijekom jedne sekunde. Odabran je konstantan konveksijski toplinski koeficijent  $h_c = 10 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$  i koeficijent emisivnosti  $\varepsilon = 0,9$  [17]. Na slici 19 je prikazana raspodjela temperature pri drugom prolazu zavara u 265. sekundi.

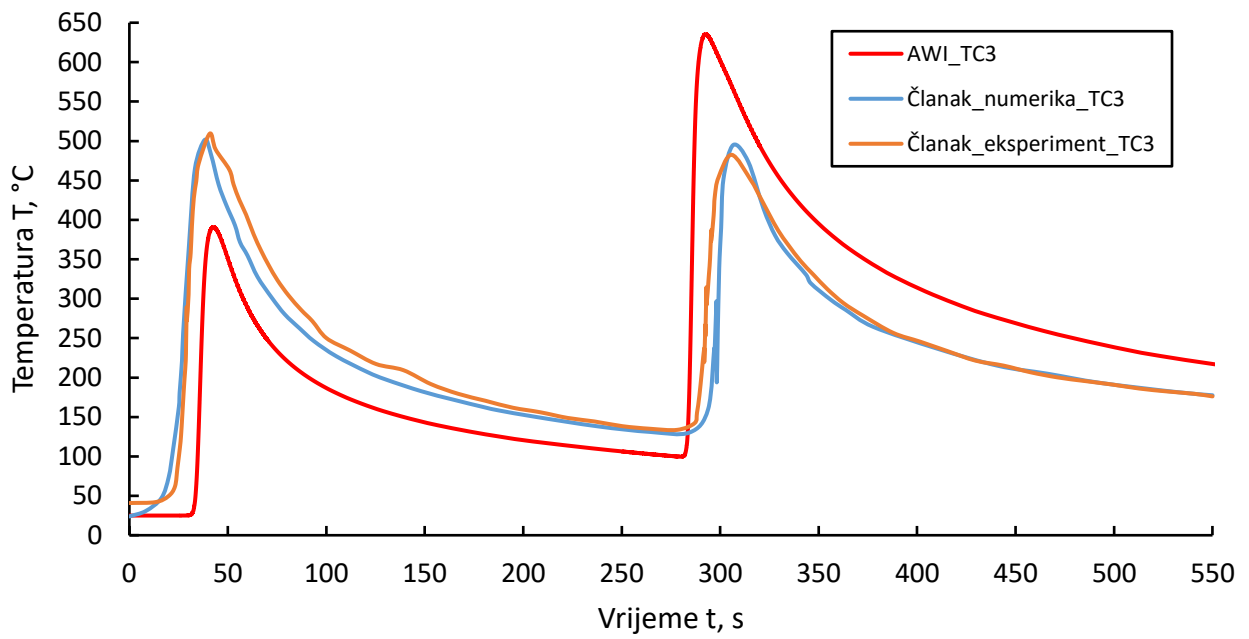


Slika 19 Temperaturno polje 3D modela u 265. sekundi toplinske analize

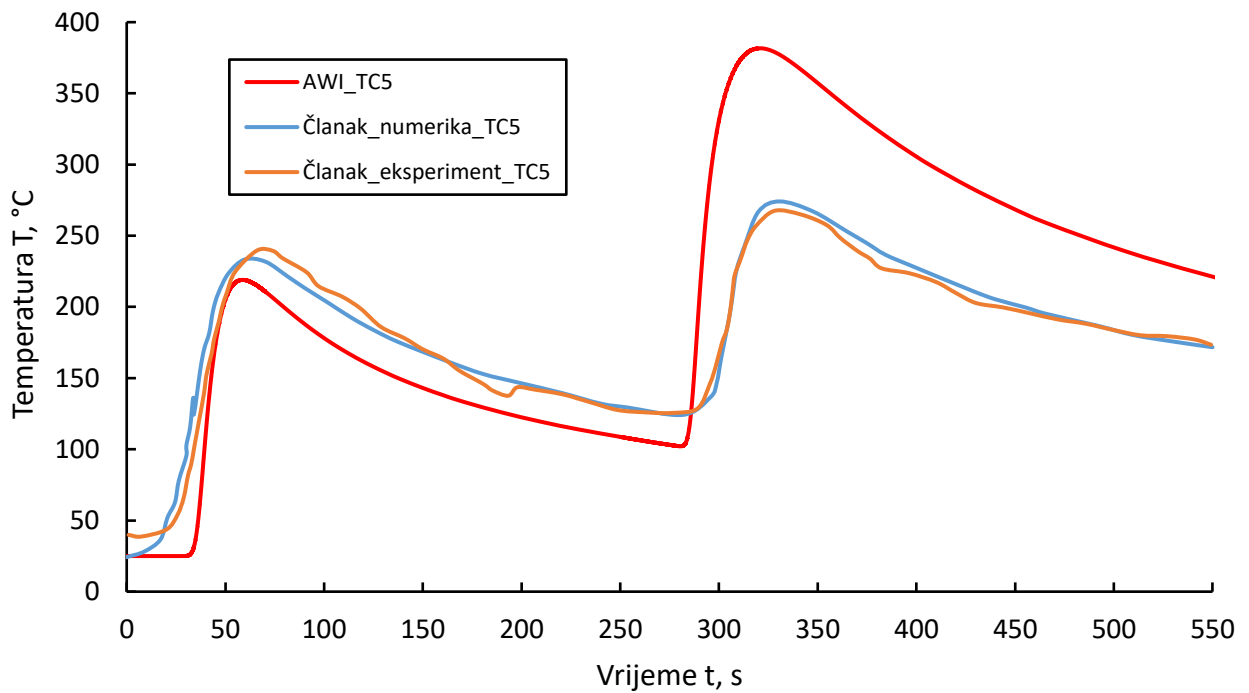
#### 4.2.1. Rezultati toplinske analize

Sa srednje plohe na visini od 5 mm i na polovici duljine ploče na 175 mm, odnosno na presjeku A-A kao što je na slici 16, izvučene su temperature kroz vrijeme. Na udaljenostima zadanim kao u članku Sepe [21] uspoređene su vrijednosti točaka TC3 udaljene 8 mm od simetrije zavara i točka TC5 udaljena 23 mm od simetrije zavara. Na slikama 20 i 21 prikazane su promjene temperatura u vremenu i vidljivi su isti temperaturni gradijenti nakon prvog i drugog prolaza zavara iako su karakteristike samog zavarivanja u članku malo drugačije od karakteristika zadanih u ovom radu. AWI\_TC3 i AWI\_TC5 su točke mjerene u ovom radu.





Slika 20 Promjena temperature kroz vrijeme u točki TC3

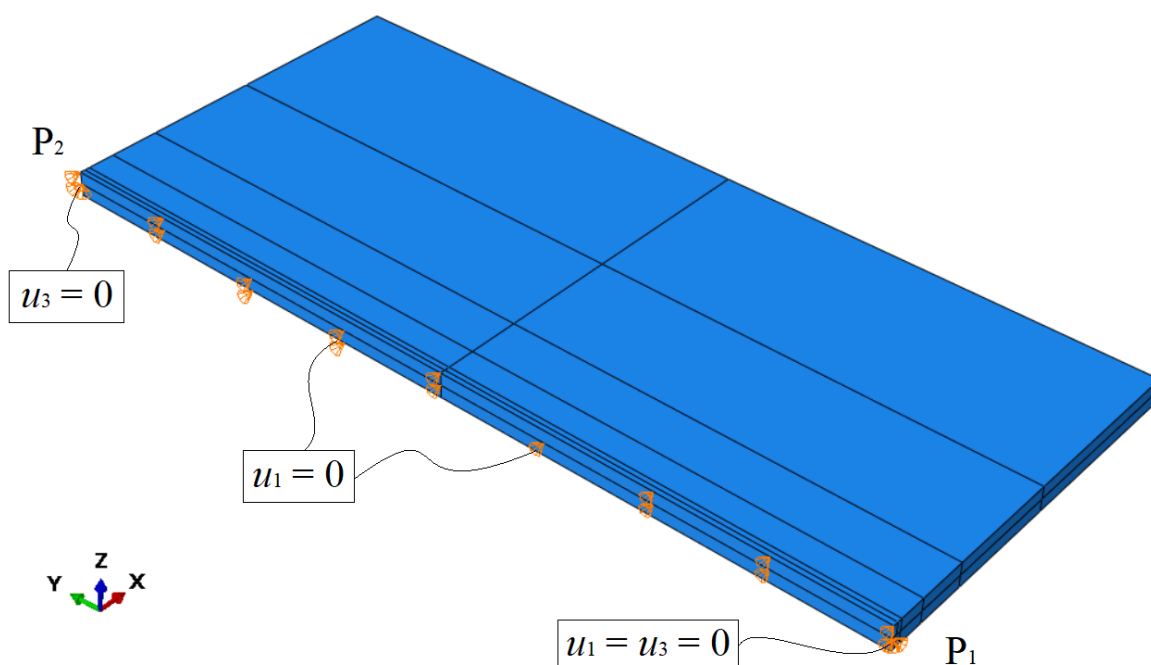


Slika 21 Promjena temperature kroz vrijeme u točki TC5

### 4.3. Mehanička analiza ploče

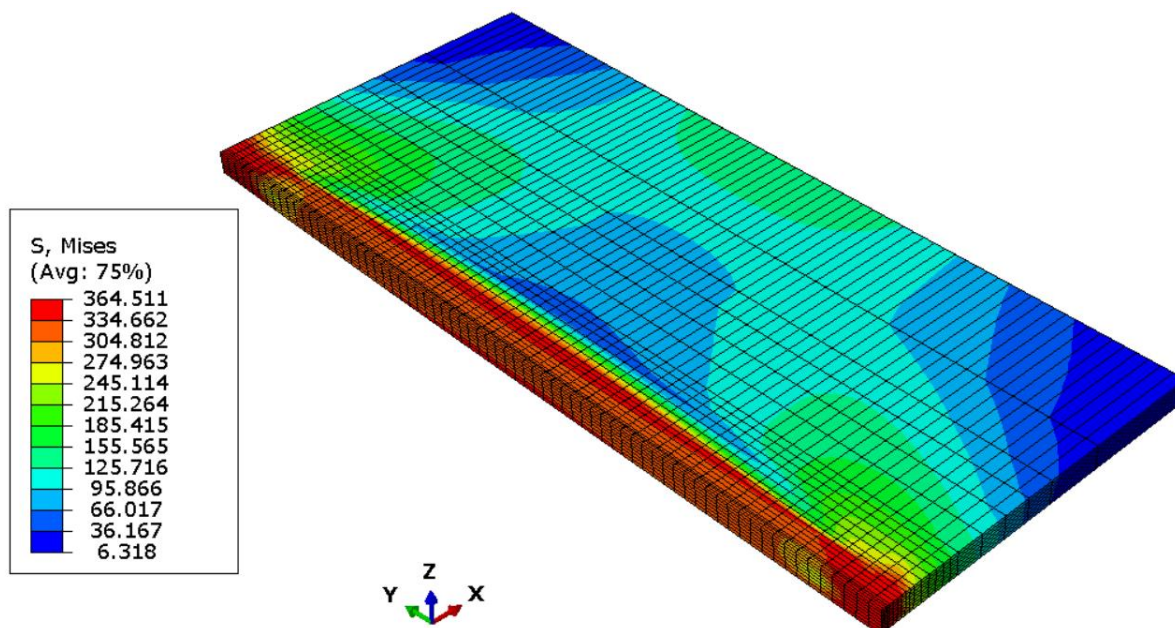
Nakon dobivenih rezultata u obliku temperaturnog polja iz toplinske analize, isto se temperaturno polje koristi kao opterećenje u mehaničkoj analizi, kako je opisano AWI [19] radi novi numerički model za mehaničku analizu. Modelu je automatski namještena vrsta konačnih elemenata na C3D8, koju je potrebno promijeniti na C3D8I kako je objašnjeno u prethodnom poglavlju.

AWI [19] zadaje temperaturno polje svakom elementu preko *Predefined field*-a, ali je potrebno dodatno zadati početne rubne uvjete. U točki  $P_1$  kao što je vidljivo na slici 22 spriječen je pomak u smjeru x osi, u točki  $P_2$  spriječen je pomak u smjerovima x i z osi, a na cijeloj plohi u yz ravnini spriječen je pomak u smjeru x osi zbog uvjeta simetrije.

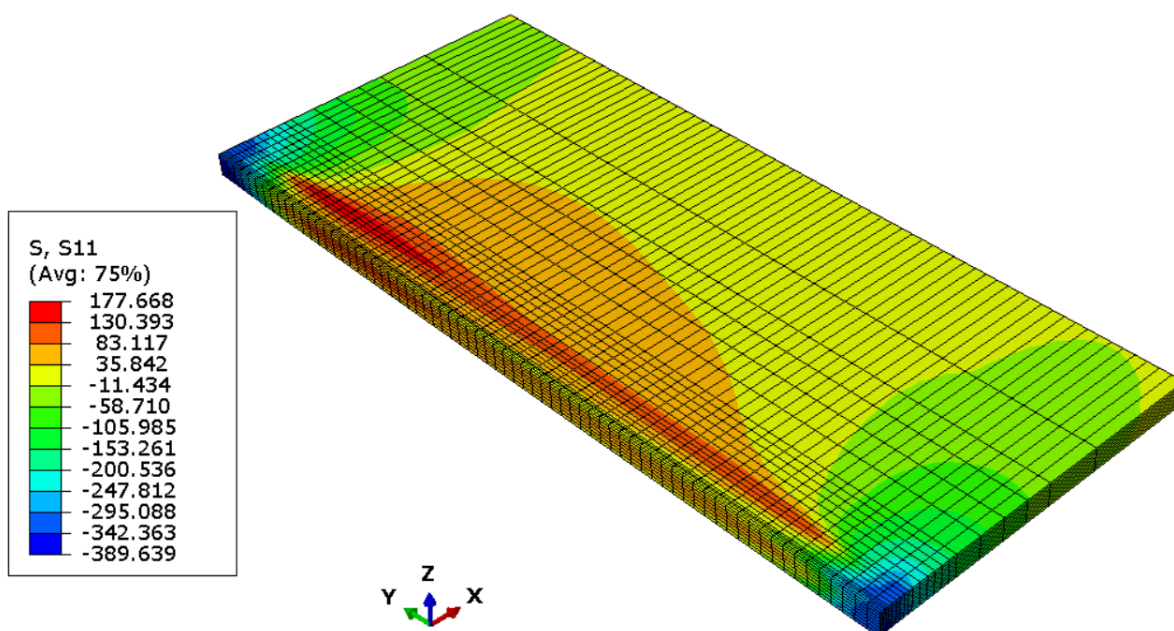


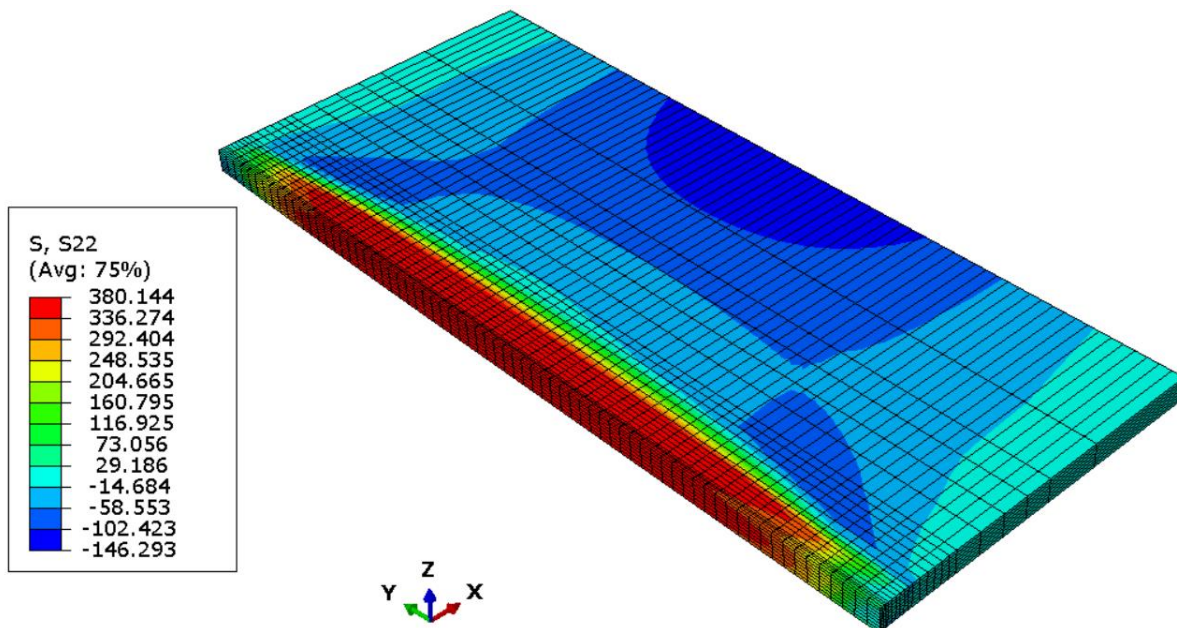
Slika 22 Rubni uvjeti ploče za mehaničku analizu

Nakon hlađenja modela do sobne temperature od  $25^\circ\text{C}$  zaostala su toplinska naprezanja i deformacije. Von Misesova ekvivalentna naprezanja cijelog modela prikazana su na slici 23. Na slici 24 prikazana su zaostala transverzalna naprezanja  $\sigma_x$ , odnosno S11, a na slici 25 prikazana su zaostala longitudinalna naprezanja  $\sigma_y$ , odnosno S22. Po rezultatima je lako zaključiti da su najveća zaostala naprezanja u neposrednoj blizini zavara, odnosno u zoni utjecaja zavara (ZUT).



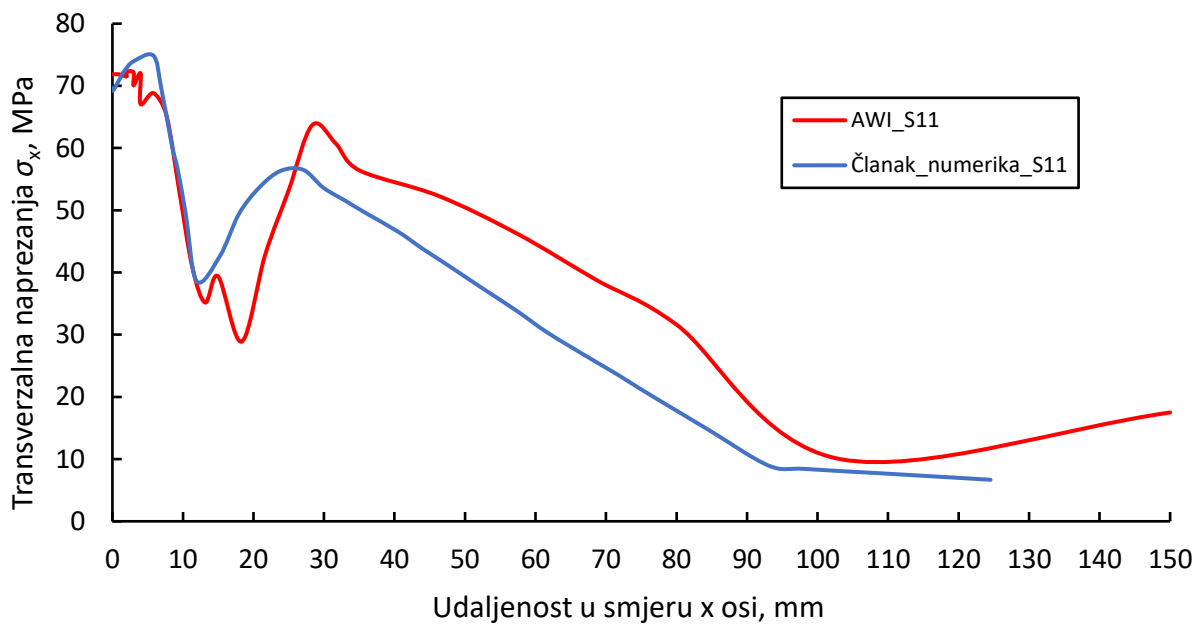
Slika 23 Von Misesova zaostala naprezanja na 3D modelu ploče

Slika 24 Transverzalna zaostala naprezanja  $\sigma_x$  na 3D modelu ploče

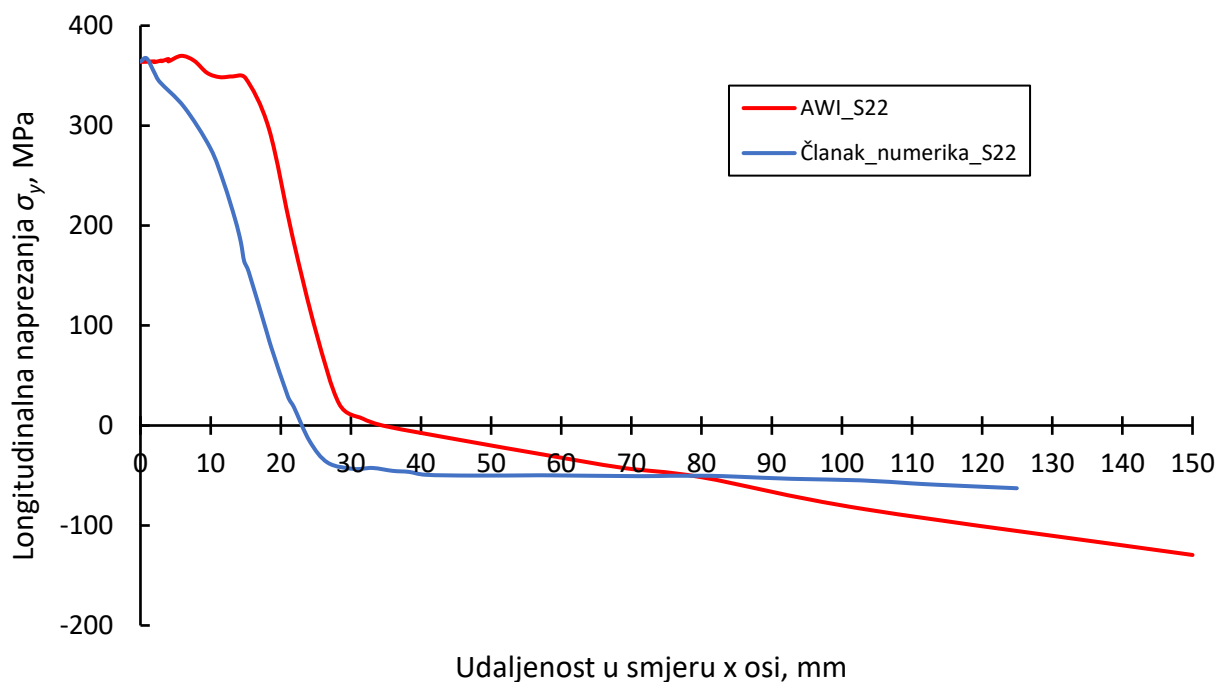


Slika 25 Longitudinalna zaostala naprezanja  $\sigma_y$  na 3D modelu ploče

Kao i kod promjene temperature uzete su vrijednosti longitudinalnih i transverzalnih zaostalih naprezanja na presjeku srednje plohe ploče i presjeka A-A kao na slici 16. Na slici 26 su prikazana longitudinalna zaostala naprezanja  $\sigma_x$ , a na slici 27 zaostala transverzalna naprezanja  $\sigma_y$ . Vidljivi su isti uzorci zaostalih naprezanja u ploči unatoč razlikama u dimenzijama i temperaturama zavarivanja.

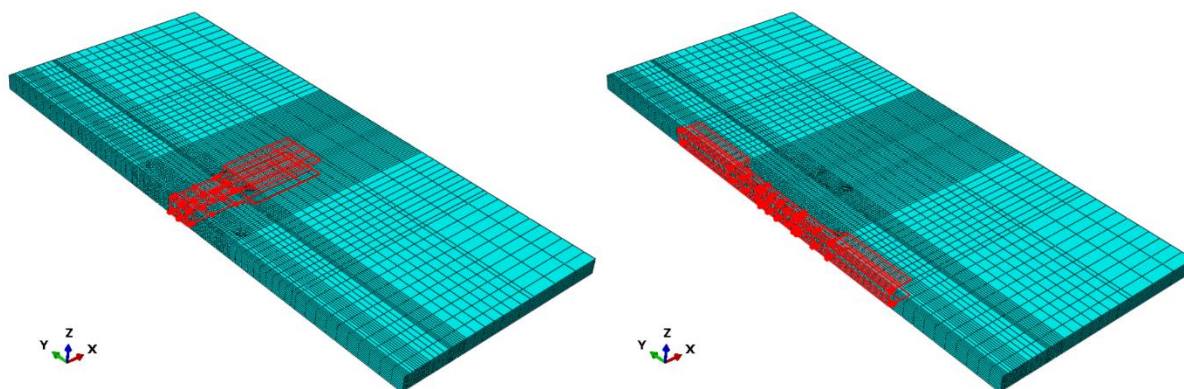


Slika 26 Transverzalna zaostala naprezanja  $\sigma_x$

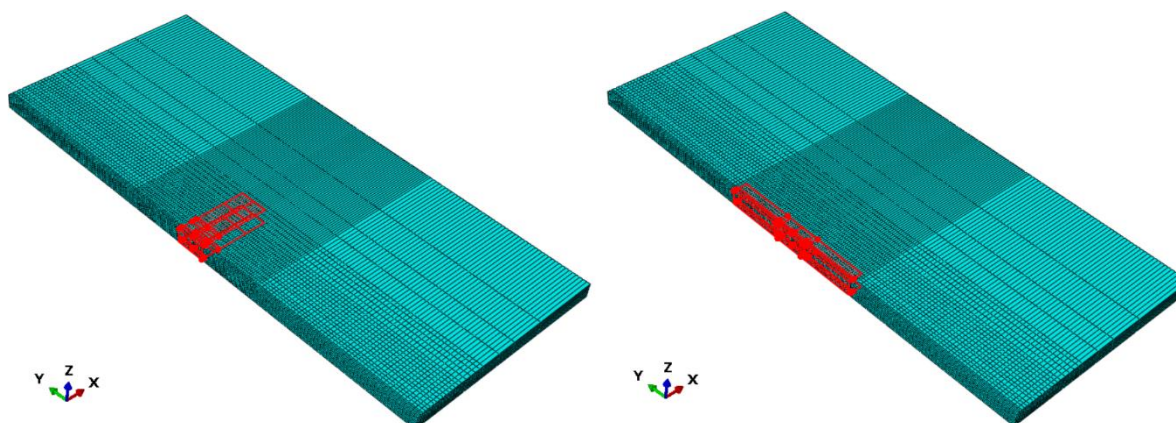
Slika 27 Longitudinalna zaostala naprezanja  $\sigma_y$ 

#### 4.4. Mehanička analiza epruveta

Za ispitivanje vlačne čvrstoće i istežljivosti zavara potrebno je izraditi standardizirane epruvete kojima će se to moći analizirati. Za ispitivanje su odabrane dvije vrste plosnatih epruveta, SENB epruveta za savijanje, bez zareza, i plosnata epruveta prema normi HRN EN ISO 6892-1:2019 (EP2). Epruvete je potrebno izrezati iz ploče iz prethodnog poglavlja longitudinalno i transverzalno na zavar te usporediti njihova zaostala naprezanja i deformacije. Također će se usporediti zaostala naprezanja i deformacije rezanja ploča u jednom potezu i u dva poteza gdje će se prvo izrezati kvadar veći za 3 mm sa svih strana i u konačnici na dimenzije epruvete. Napravljene su dvije ploče istih početnih dimenzija kao na slici 12 koje su particionirane na način kako bi se iz njih mogle izrezati epruvete. Mehanička analiza iz zavarene ploče je mapirana na nove ploče naredbom *Map solution* kako bi se zadržala naprezanja i deformacije u novoj mreži konačnih elemenata i omogućilo brisanje elemenata iz mreže. Zadavanje naprezanja i deformacija preko *Predefined field*-a onemogućilo bi kasnije brisanje elemenata rezanjem. Rezanje ploče izvodi se u modulu *Interaction* gdje se kreira *Model change* naredba kojom se deaktiviraju traženi konačni elementi u određenom koraku analize. Na slici 28 i 29 prikazani su položaji epruveta na pločama.



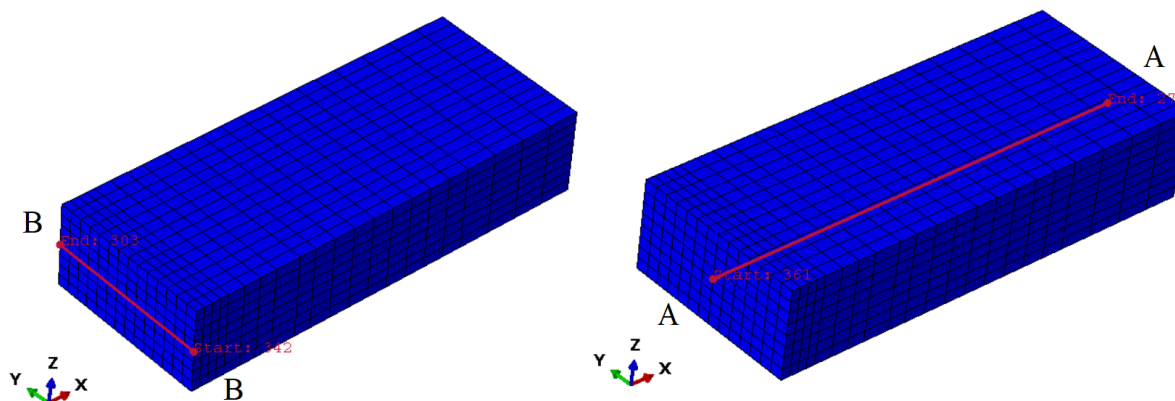
Slika 28 Položaj EP2 transverzalne (lijevo) i longitudinalne (desno) epruvete



Slika 29 Položaj SENB transverzalne (lijevo) i longitudinalne (desno) epruvete

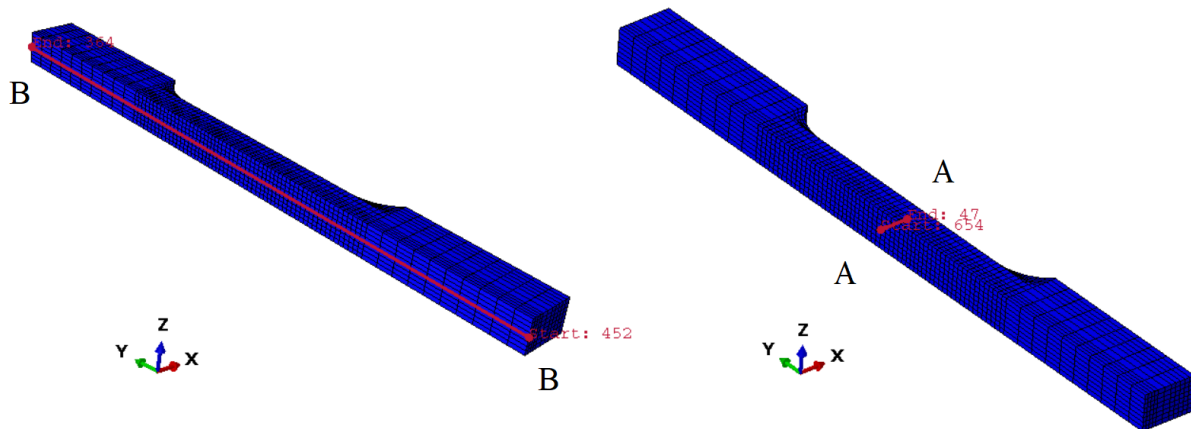
Rubni uvjeti postavljeni tijekom mehaničke analize vidljive na slici 22 analogni su rubnim uvjetima postavljenim na epruvete, odnosno na istim mjestima gdje je zavar.

Na epruvetama su određene linije A-A i B-B na kojima su očitani podaci zaostalih naprezanja i deformacija. Sve linije se nalaze na srednjoj plohi ploče. Na primjeru konačnih elemenata SENB transverzalne epruvete prikazane su pozicije linija na slici 30.



Slika 30 Linije A-A i B-B na transverzalnoj epruveti

Na analogan način su definirane linije A-A i B-B na EP2 epruveti. Iste linije postavljene na longitudinalno postavljenoj epruveti prikazane su na slici 31.

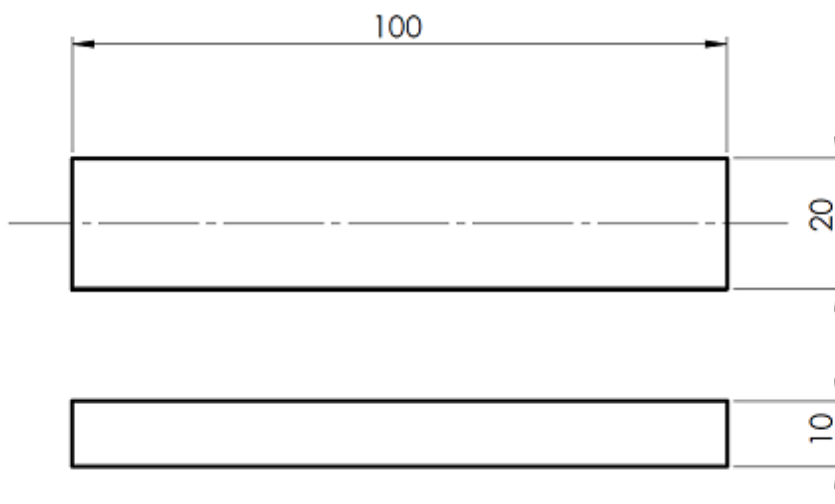


Slika 31 Linije A-A i B-B na longitudinalnoj epruveti

Nakon prikazanih raspodjela zaostalih napreznja na konačnim elementima svih epruveta prikazana je usporedba zaostalih napreznja i deformacija između longitudinalnih i transverzalnih epruveta po pojedinom presjeku.

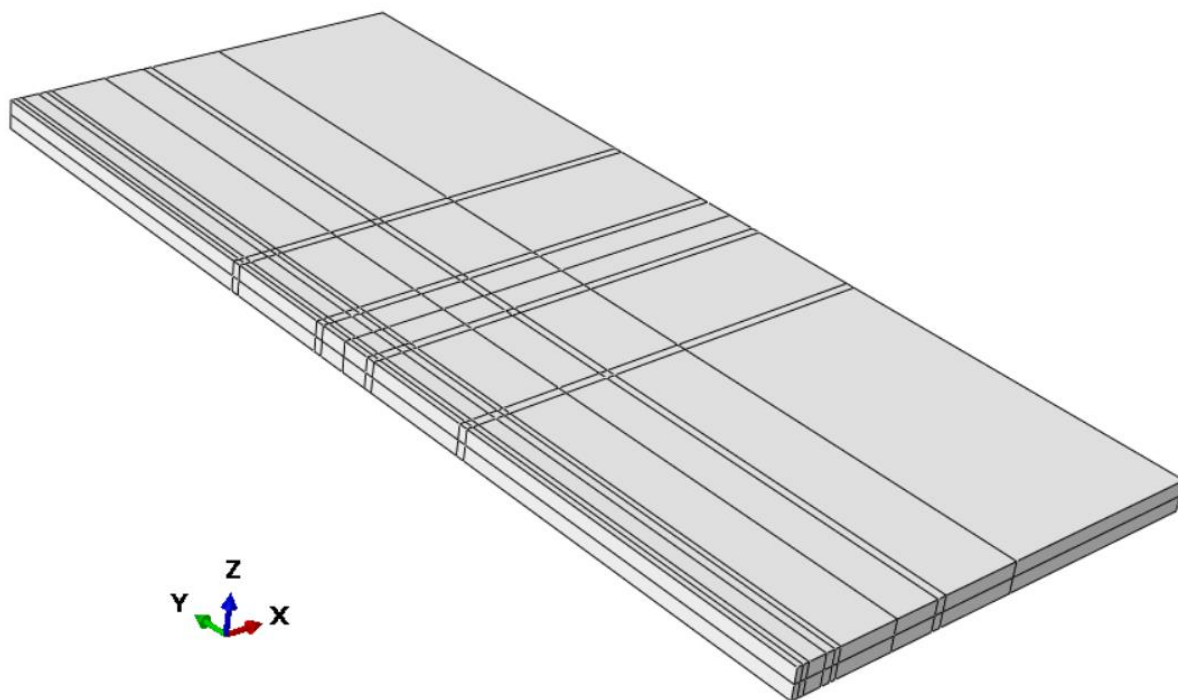
#### 4.4.1. SENB epruveta bez zareza

Na slici 32 su prikazane zadane dimenzije SENB epruvete bez zareza.



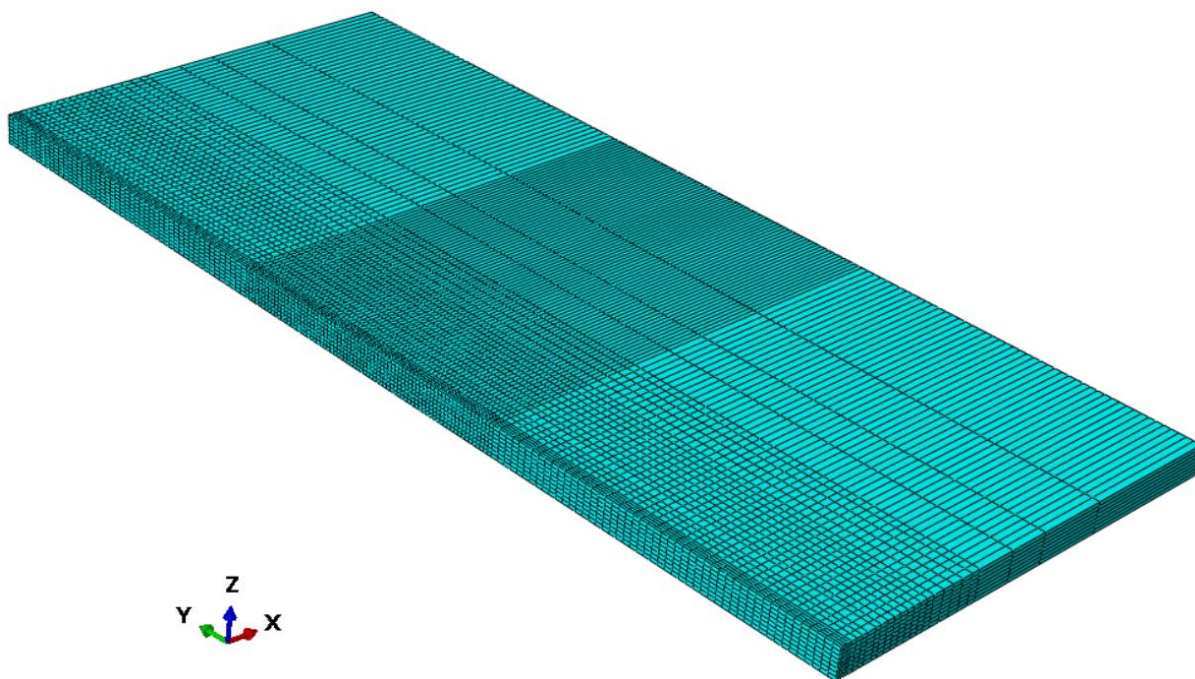
Slika 32 SENB epruveta bez zareza

Ploča je particionirana za longitudinalno i transverzalno rezanje epruvete u jednom i dva poteza. Na slici 33 je prikazana ploča s particijama.



**Slika 33** Ploča partitionirana za SENB epruvete

Mreža konačnih elemenata partitionirane ploče progušćena je na mjestu naknadnog rezanja ploče na epruvete kako bi rezultati zaostalih napreznja i deformacija bili što precizniji. Na slici 34 je vidljiva mreža od 35360 prizmatičnih konačnih elemenata.

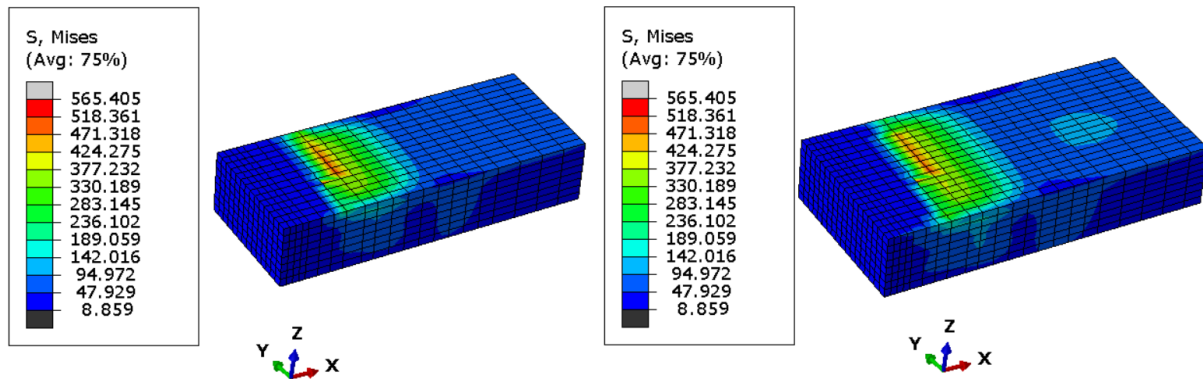


**Slika 34** Mreža konačnih elemenata ploče za SENB epruvete



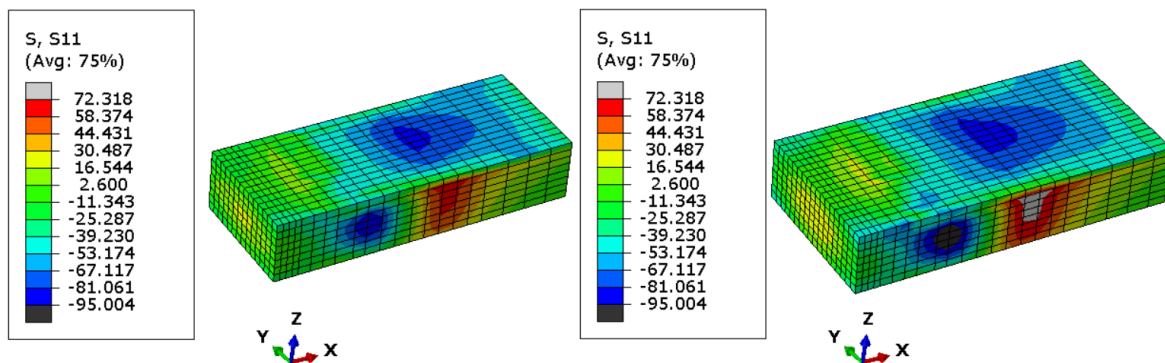
#### 4.4.1.1. Transverzalna SENB epruveta

Na slici 35 su prikazana Von Misesova zaostala naprežanja transverzalne SENB epruvete izrezane iz jednog poteza i nakon prvog rezanja na epruvetu iz dva poteza. Najveća naprežanja iznose 565 MPa koja su na rubu zone utjecaja zavarivanja.

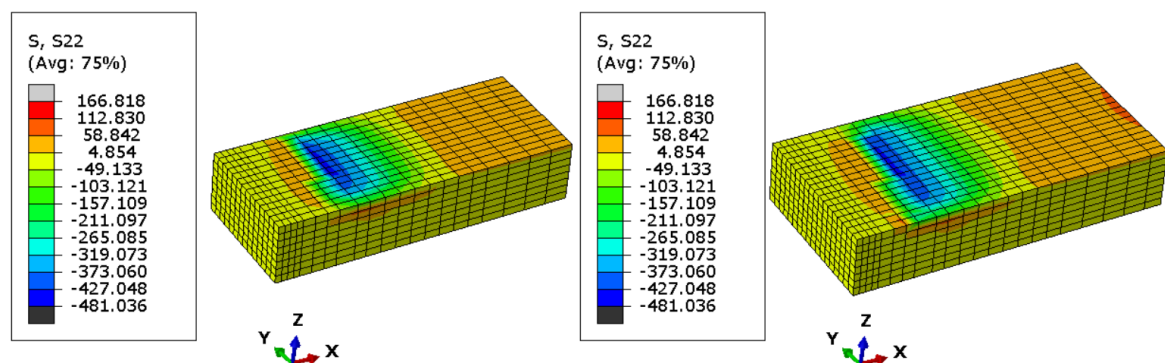


Slika 35 Von Misesova zaostala naprežanja SENB transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa

Na slikama 36 i 37 su prikazana zaostala transverzalna naprežanja  $\sigma_x$  i zaostala longitudinalna naprežanja  $\sigma_y$ .



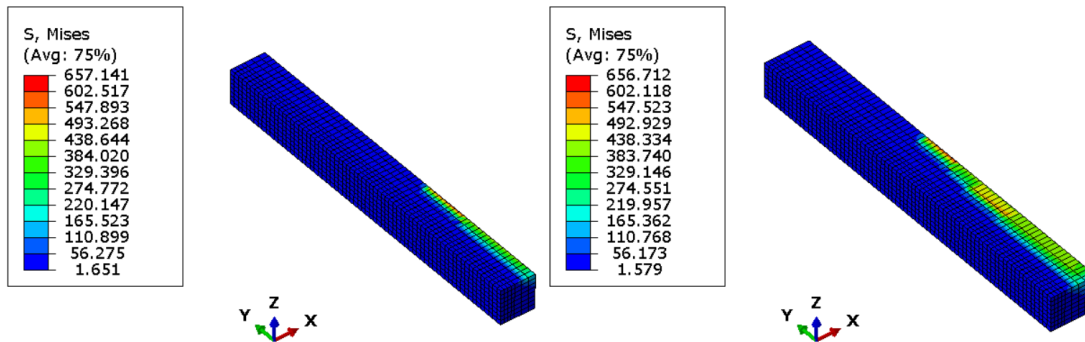
Slika 36 Transverzalna zaostala naprežanja  $\sigma_x$  SENB transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa



Slika 37 Longitudinalna zaostala naprežanja  $\sigma_y$  SENB transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa

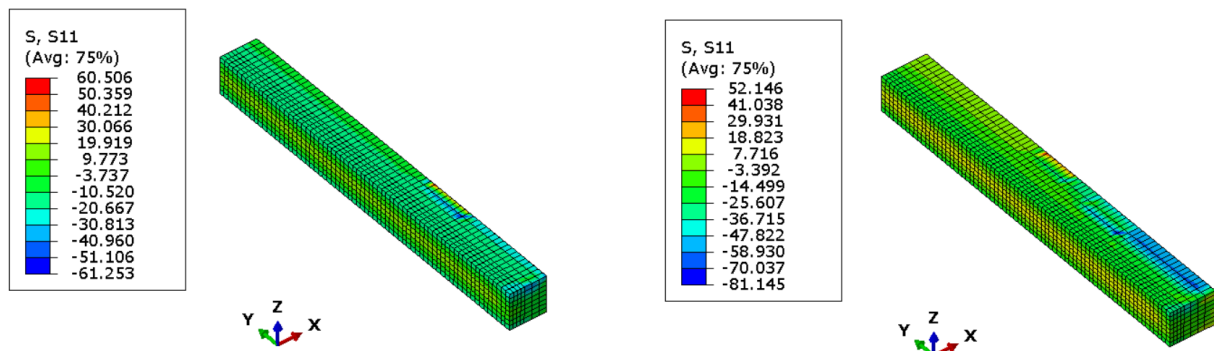
#### 4.4.1.2. Longitudinalna SENB epruveta

Zaostala naprezanja po longitudinalno postavljenoj SENB epruveti prikazana su usporedno za izrezivanje epruvete u jednom potezu i nakon prvog rezanja na epruvetu iz dva poteza. Na slici 38 su prikazana von Misesova zaostala naprezanja, a najveća iznose 657 MPa.

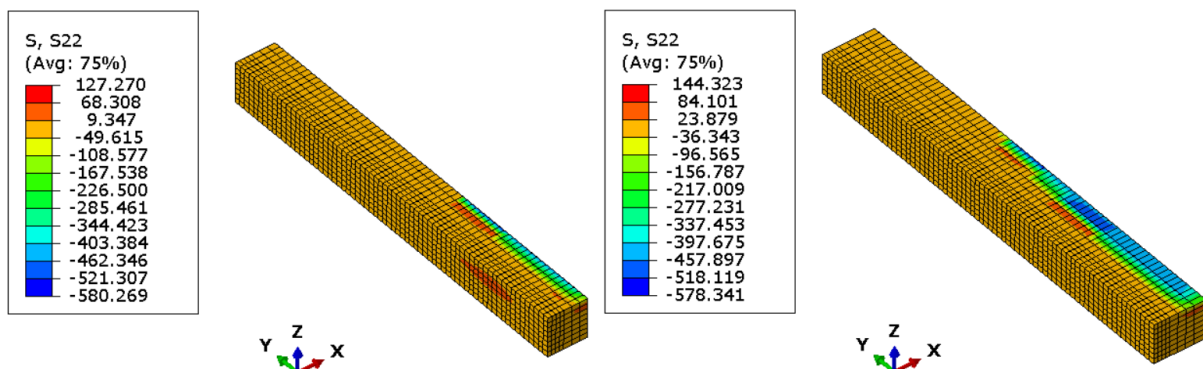


Slika 38 Von Misesova zaostala naprezanja SENB longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa

Na slici 39 su prikazana transverzalna zaostala naprezanja  $\sigma_x$ , a na slici 40 longitudinalna zaostala naprezanja  $\sigma_y$ .



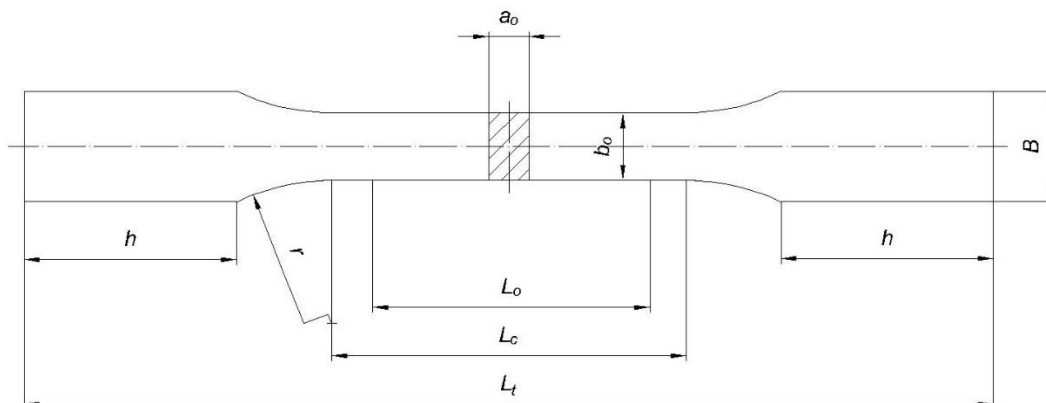
Slika 39 Transverzalna zaostala naprezanja  $\sigma_x$  SENB longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa



Slika 40 Longitudinalna zaostala naprezanja  $\sigma_y$  SENB longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa

#### 4.4.2. EP2 epruveta

Po normi HRN EN ISO 6892-1:2019. plosnata epruveta određena je standardiziranim veličinama. Na slici 41 su prikazane dimenzije i izgled epruvete.

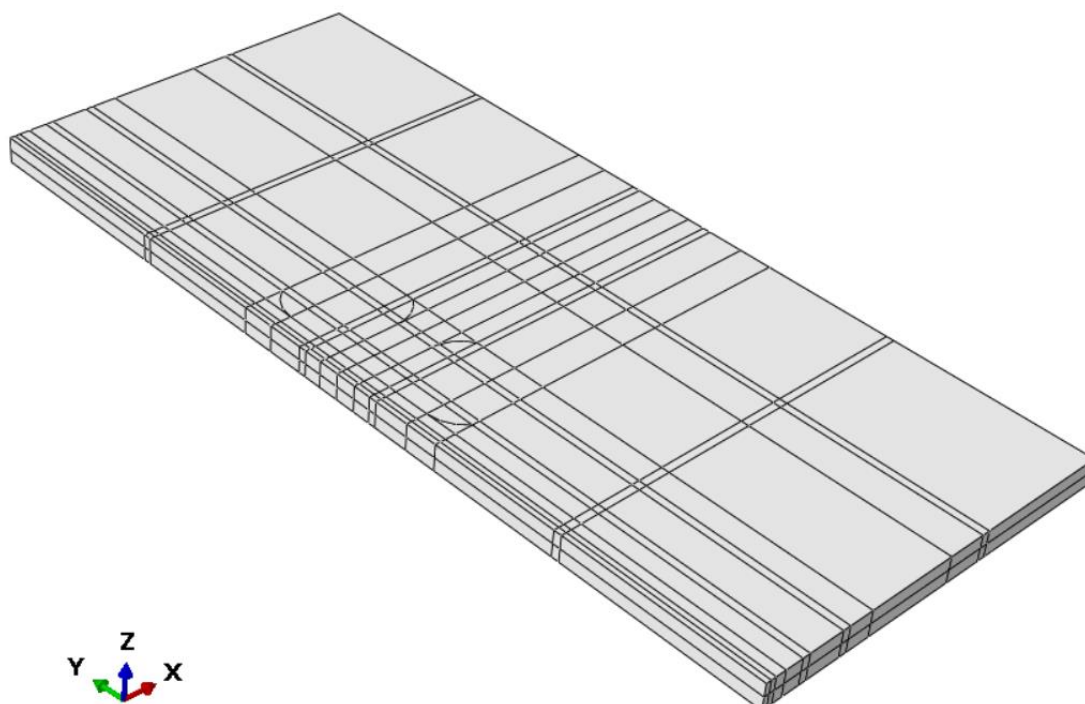


**Slika 41 Dimenzije plosnate epruvete po normi HRN EN ISO 6892-1:2019.**

Odabrane dimenzije epruvete su:

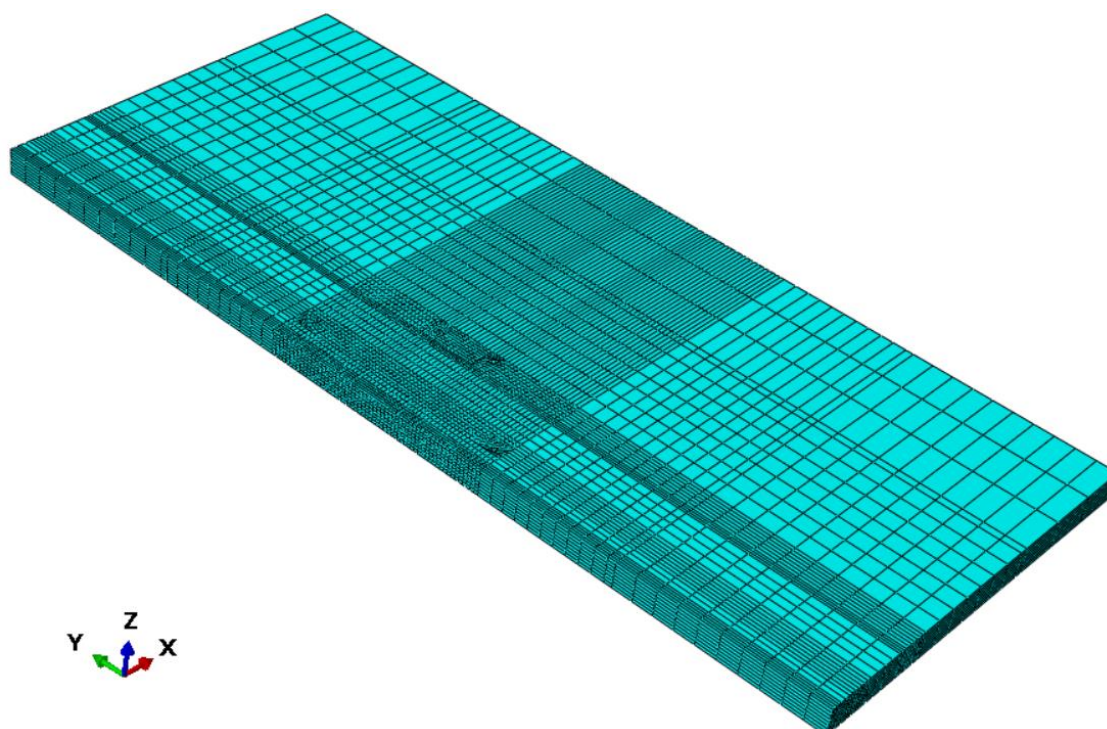
$$\begin{aligned}
 a_0 &= 0,005 \text{ m}, & b_0 &= 0,016 \text{ m}, & L_0 &= 0,050 \text{ m}, \\
 B &= 0,030 \text{ m}, & r &= 0,015 \text{ m}, & h &= 0,050 \text{ m}, \\
 L_c &= 0,064 \text{ m}, & L_t &\approx 0,190 \text{ m}.
 \end{aligned}$$

Potrebno je particionirati ploču zakrivljenim particijama kako bi bilo moguće izrezati epruvetu EP2. Na slici 42 je prikazana particionirana ploča za longitudinalnu i transverzalnu epruvetu EP2. Za analizu epruvete nastale rezanjem u dva poteza prvim potezom je izrezan kvadar čija je širina  $B$  uvećana za 6 mm.



**Slika 42** Ploča partitionirana za EP2 epruvete

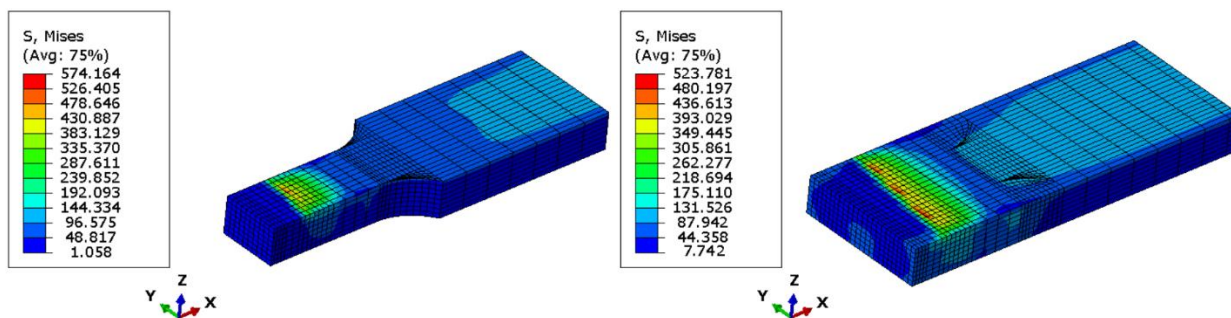
Mrežu konačnih elemenata ploče za izrezivanje EP2 epruveta zbog zakrivljenih kontura treba progustiti na mjestima za izrezivanje epruveta. Na slici 43 je prikazana mreža sa 30968 C3D8I konačnih elemenata definiranih u prethodnim poglavljima.



**Slika 43** Mreža konačnih elemenata ploče za EP2 epruvete

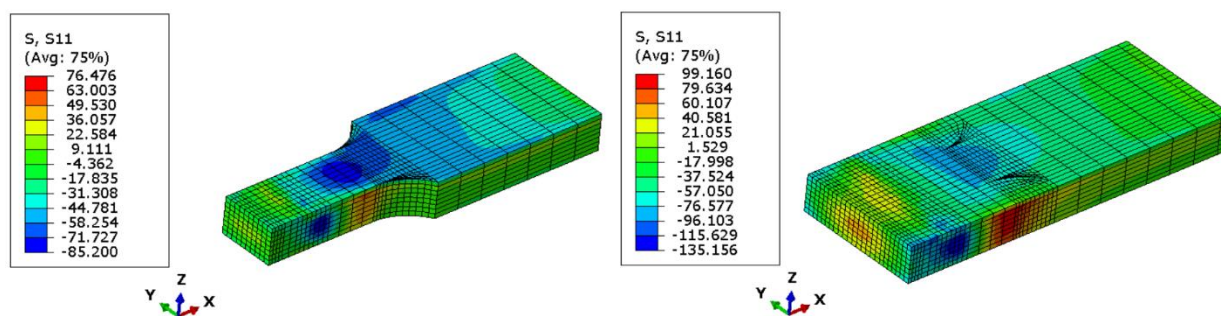
## 4.4.2.1. Transverzalna EP2 epruveta

Na slici 44 su prikazana von Misesova zaostala naprezanja transverzalne EP2 epruvete izrezane iz jednog poteza i nakon prvog rezanja na epruvetu iz dva poteza. Najveća naprezanja iznose 574 MPa koja su na rubu zone utjecaja zavara.

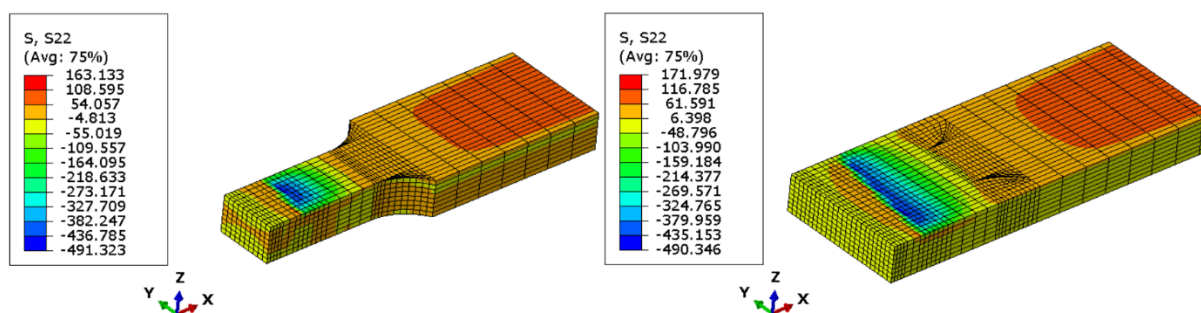


**Slika 44 Von Misesova zaostala naprezanja EP2 transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa**

Na slici 45 su prikazana transverzalna zaostala naprezanja  $\sigma_x$ , a na slici 46 longitudinalna zaostala naprezanja  $\sigma_y$ .



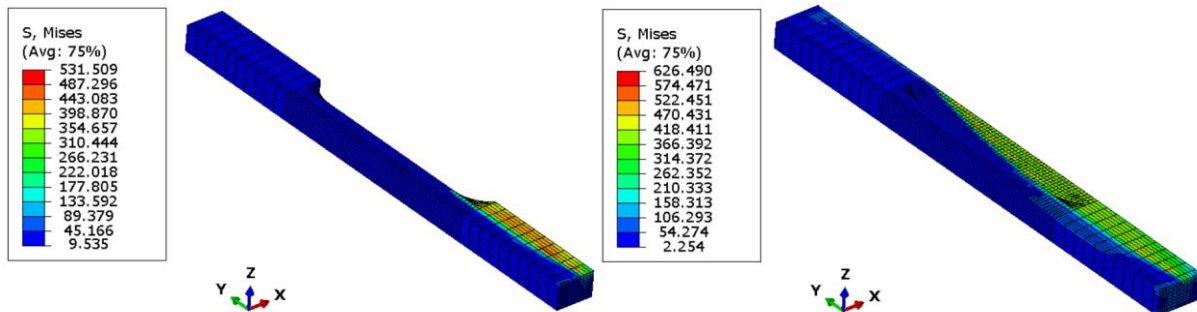
**Slika 45 Transverzalna zaostala naprezanja  $\sigma_x$  EP2 transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa**



**Slika 46 Longitudinalna zaostala naprezanja  $\sigma_y$  EP2 transverzalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa**

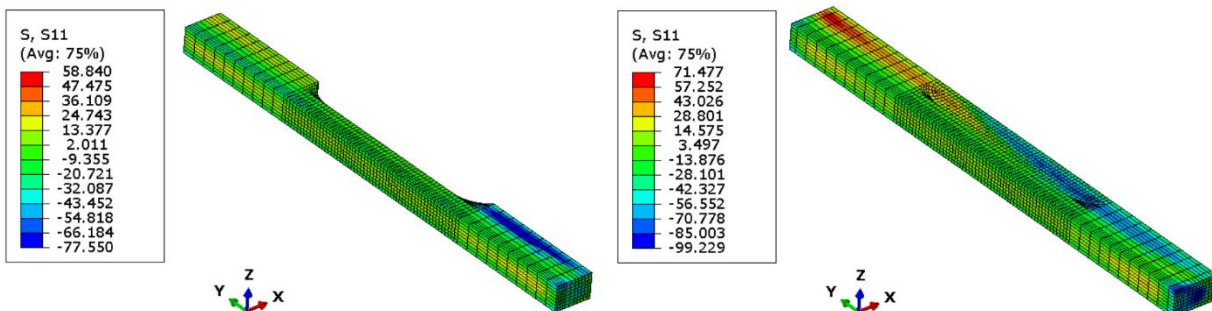
#### 4.4.2.2. Longitudinalna EP2 epruveta

Zaostala naprezanja koja se pojavljuju na longitudinalno postavljenoj EP2 epruveti prikazana su usporedno za izrezivanje epruvete u jednom potezu i nakon prvog rezanja na epruvetu iz dva poteza. Na slici 47 su prikazana von Misesova zaostala naprezanja, a najveća iznose 532 MPa.

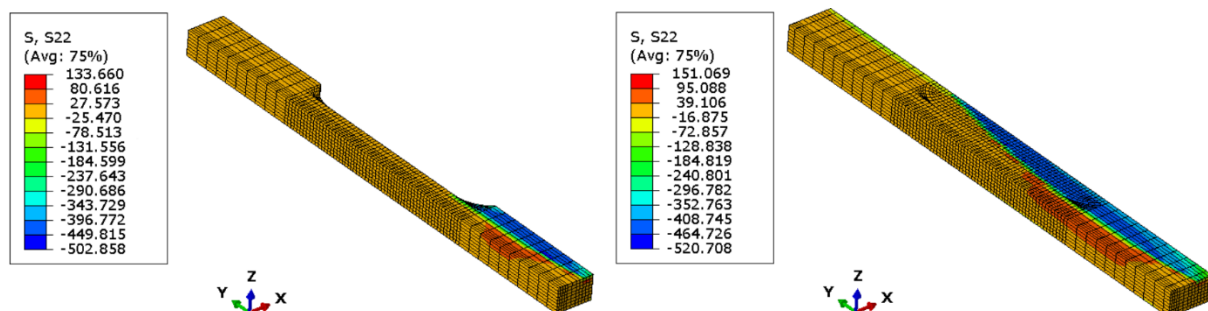


Slika 47 Von Misesova zaostala naprezanja EP2 longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa

Zaostala transverzalna naprezanja  $\sigma_x$  i transverzalna zaostala naprezanja  $\sigma_y$  su redom prikazana na slikama 48 i 49.



Slika 48 Transverzalna zaostala naprezanja  $\sigma_x$  EP2 longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa



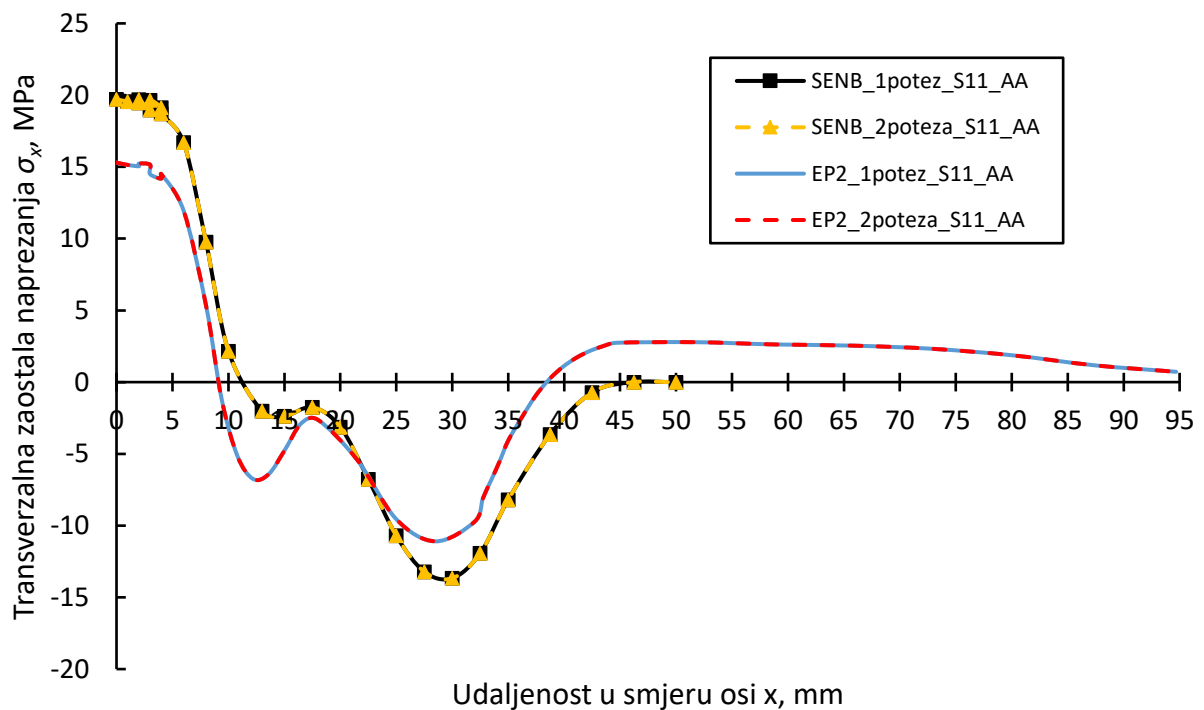
Slika 49 Longitudinalna zaostala naprezanja  $\sigma_y$  EP2 longitudinalne epruvete iz jednog poteza (lijevo) i dva poteza (desno) u MPa

#### 4.4.3. Usporedba zaostalih napreznja

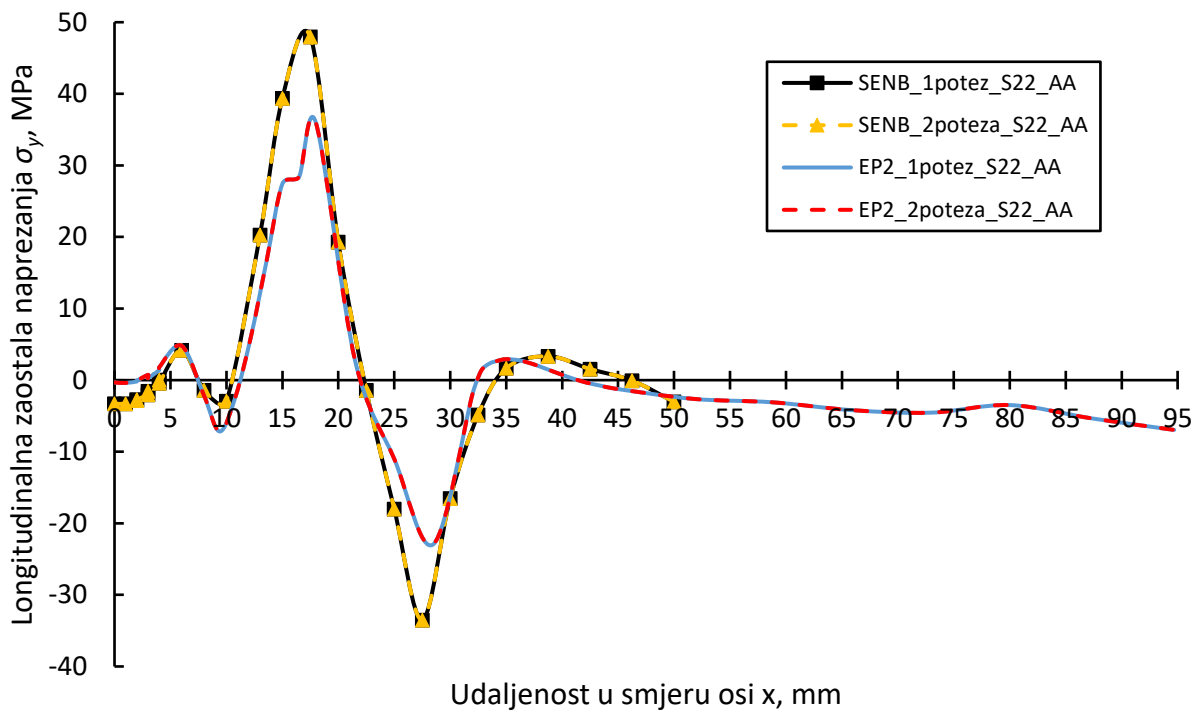
Usporedba zaostalih napreznja primarno je podijeljena na longitudinalne i transverzne epruvete. Na svakoj epruveti izvučeni su zaostala napreznja u longitudinalnom i transverznom smjeru po linijama A-A i B-B koje su definirane u poglavlju 4.4. Također je napravljena usporedba zaostalih napreznja u epruvetama izrezanih iz jednog i dva poteza.

##### 4.4.3.1. Napreznja transverzalnih epruveta

Na slikama 50 i 51 prikazani su dijagrami zaostalih transverzalnih napreznja  $\sigma_x$  i longitudinalnih zaostalih  $\sigma_y$  po liniji A-A i uspoređena između transverzne SENB i EP2 epruvete.

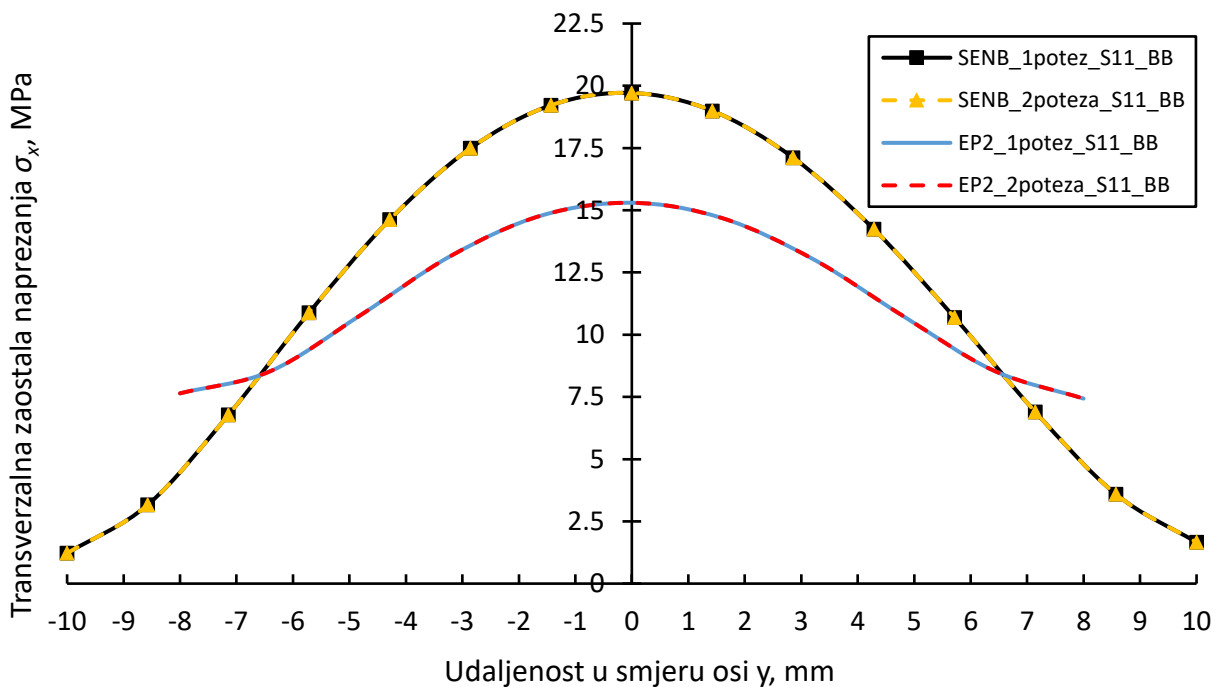


Slika 50 Dijagram zaostalih transverzalnih napreznja  $\sigma_x$  transverzalnih epruveta na presjeku A-A



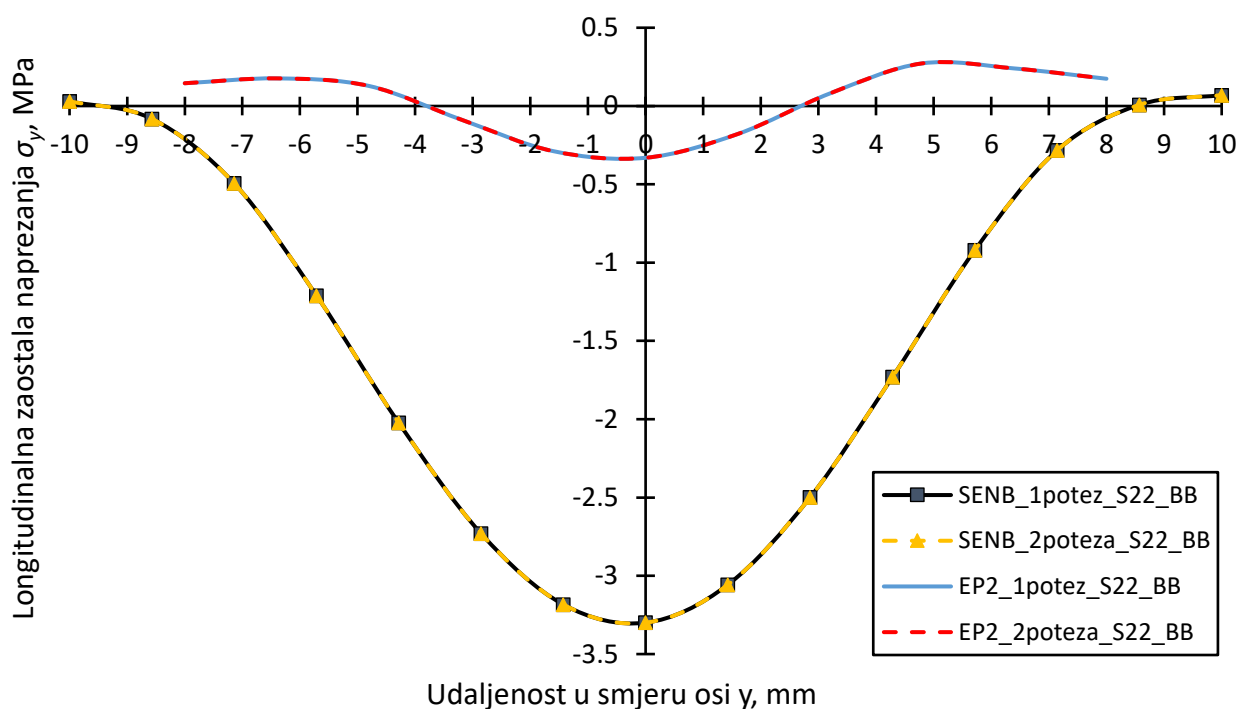
**Slika 51** Dijagram zaostalih longitudinalnih napreznja  $\sigma_y$  transverzalnih epruveta na presjeku A-A

Na slikama 52 i 53 prikazani su dijagrami zaostalih transverzalnih napreznja  $\sigma_x$  i longitudinalnih zaostalih  $\sigma_y$  po liniji B-B i uspoređena između transverzalne SENB i EP2 epruvete.



**Slika 52** Dijagram zaostalih transverzalnih napreznja  $\sigma_x$  transverzalnih epruveta na presjeku B-B





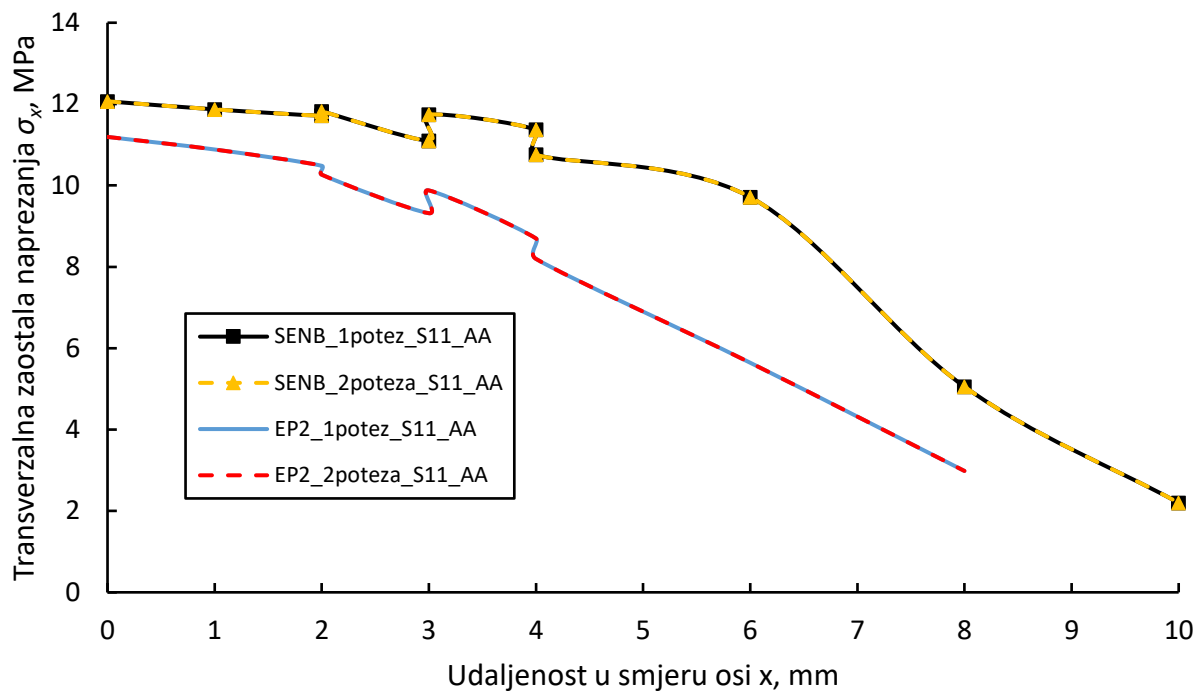
**Slika 53** Dijagram zaostalih longitudinalnih naprezanja  $\sigma_y$  transverzalnih epruveta na presjeku B-B

Iz prethodnih dijagrama lako je zaključiti da razlike između izrezivanja epruveti SENB i EP2 iz ploča u jednom potezu ili u dva poteza nema. Zaostala naprezanja na tako malenoj razlici u dimenzijama između modela u jednom potezu i dva poteza čine nezamjetnu razliku kod izrezivanja transverzalnih epruveta.

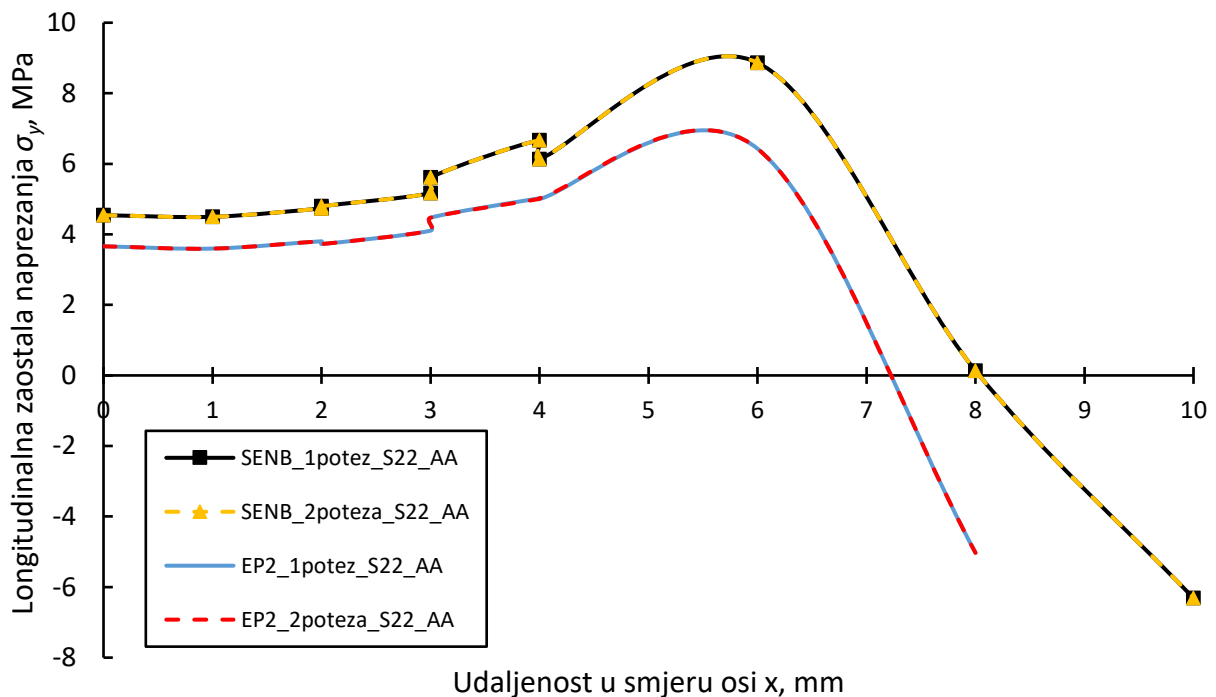
Zaostala naprezanja u usporedbi između SENB i EP2 epruvete prate isti uzorak vlačnih i tlačnih naprezanja samo s razlikom u iznosu. Najveća zaostala naprezanja su vlačna longitudinalna naprezanja  $\sigma_y$  između 15 i 20 mm od simetrale zavara kod transverzalne epruvete SENB na presjeku A-A u iznosu od 48 MPa, a najmanja zaostala naprezanja su longitudinalna naprezanja  $\sigma_y$  transverzalne epruvete EP2 po čitavom presjeku B-B.

#### 4.4.3.2. Naprezanja longitudinalnih epruveta

Na slikama 54 i 55 prikazani su dijagrami zaostalih transverzalnih naprezanja  $\sigma_x$  i longitudinalnih zaostalih  $\sigma_y$  po liniji A-A i uspoređena između longitudinalne SENB i EP2 epruvete.

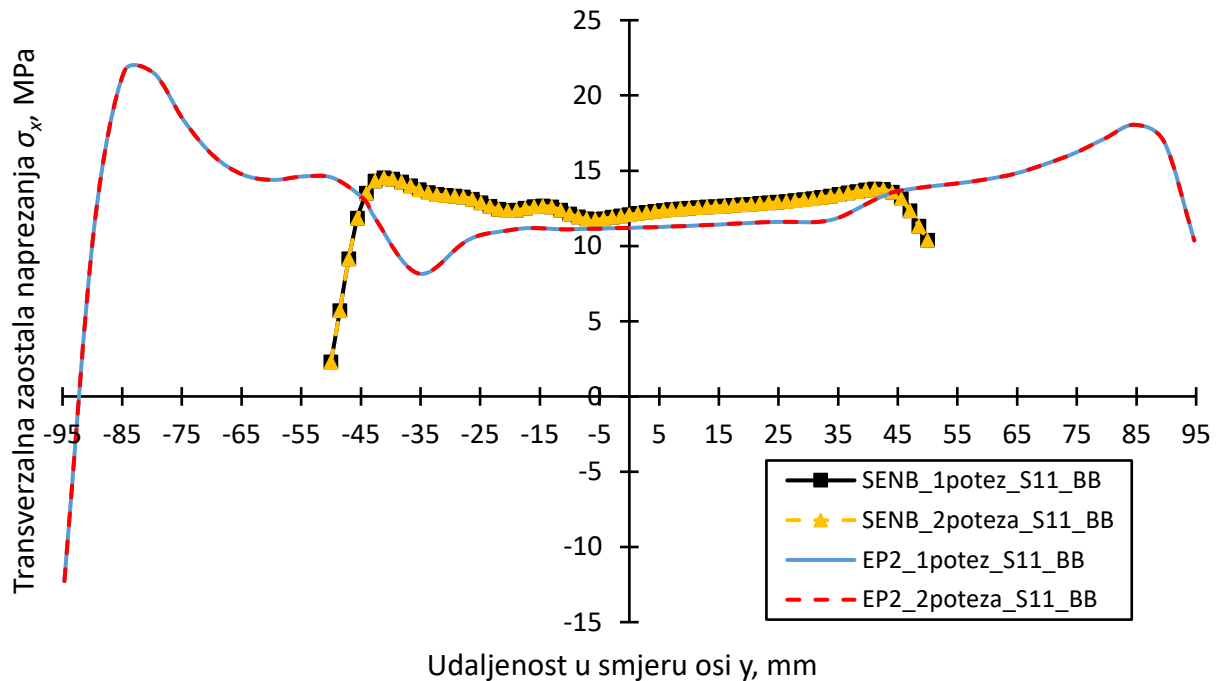


Slika 54 Dijagram zaostalih transverzalnih naprezanja  $\sigma_x$  longitudinalnih epruveta na presjeku A-A

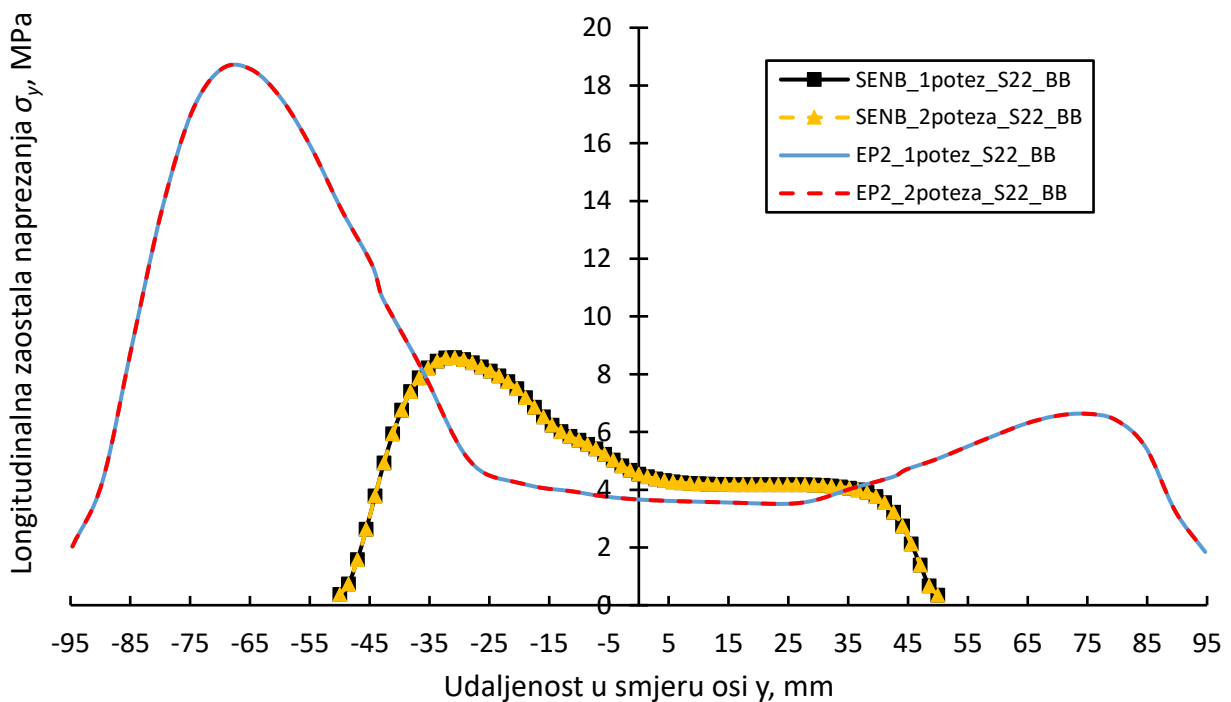


Slika 55 Dijagram zaostalih longitudinalnih naprezanja  $\sigma_y$  longitudinalnih epruveta na presjeku A-A

Na slikama 56 i 57 prikazani su dijagrami zaostalih transverzalnih napreznja  $\sigma_x$  i longitudinalnih zaostalih  $\sigma_y$  po liniji B-B i uspoređena između longitudinalne SENB i EP2 epruvete.



**Slika 56** Dijagram zaostalih transverzalnih napreznja  $\sigma_x$  longitudinalnih epruveta na presjeku B-B



**Slika 57** Dijagram zaostalih longitudinalnih napreznja  $\sigma_y$  longitudinalnih epruveta na presjeku B-B

Iz prethodnih dijagrama također je moguće zaključiti da razlike između izrezivanja epruveti SENB i EP2 iz ploča u jednom potezu ili u dva poteza nema. Zaostala naprezanja na tako malenoj razlici u dimenzijama između modela u jednom potezu i dva poteza čine nezamjetnu razliku kod izrezivanja longitudinalnih epruveta.

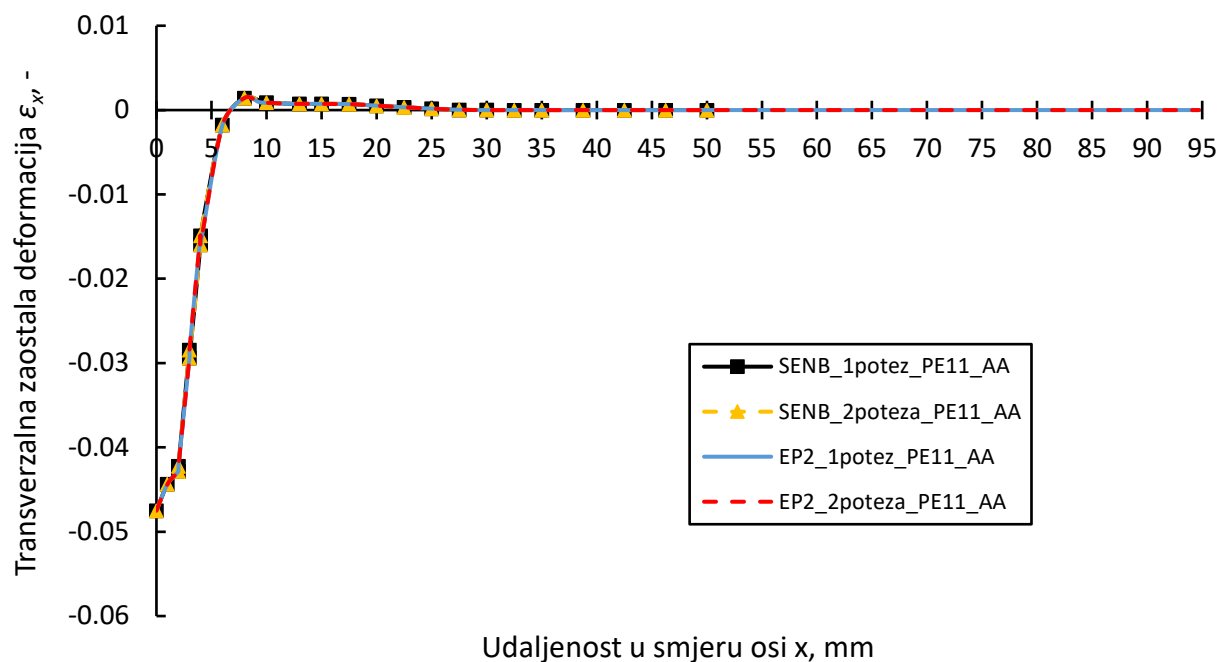
Zaostala naprezanja u usporedbi između SENB i EP2 epruvete prate isti uzorak vlačnih i tlačnih naprezanja samo s razlikom u iznosu. Najveća zaostala naprezanja su tri puta niža nego kod transverzalnih epruveta i to vlačna transverzalna naprezanja  $\sigma_x$  pri kraju EP2 epruvete u iznosu od 21,5 MPa. Najmanja zaostala naprezanja su longitudinalna naprezanja  $\sigma_y$  epruvete EP2 na presjeku A-A.

#### **4.4.4. Usporedba zaostalih deformacija**

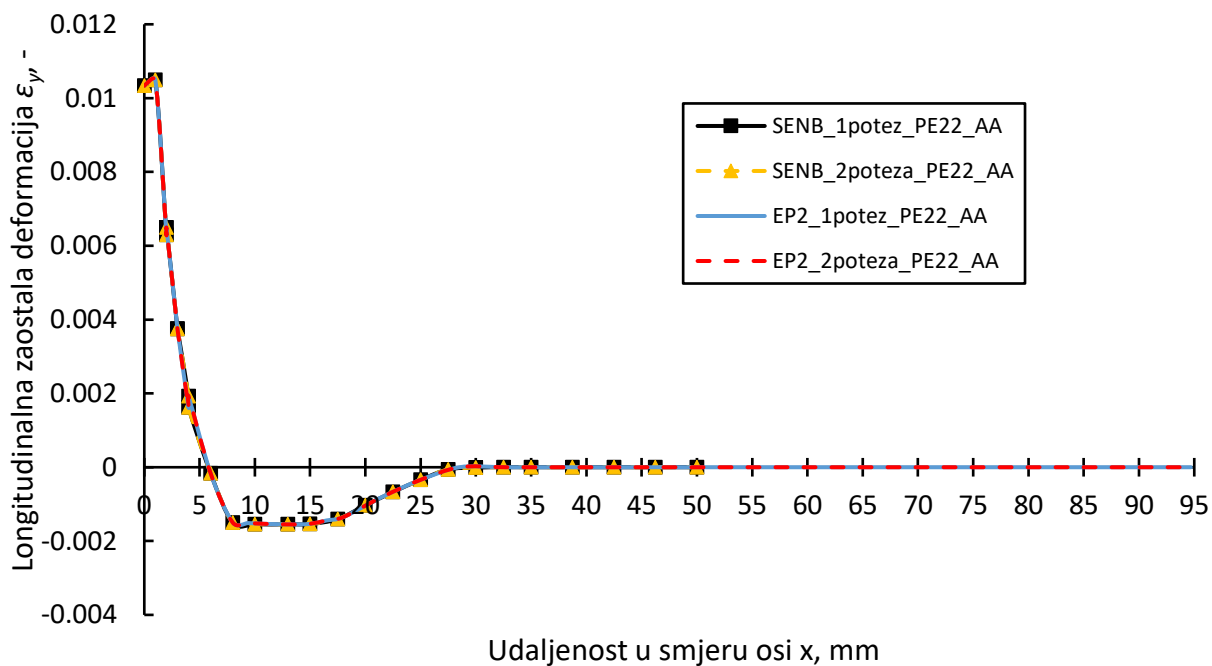
Kao i u poglavlju zaostalih naprezanja rezultati će biti podijeljeni prema orijentaciji epruveta, odnosno na longitudinalne i transverzalne epruvete. Na svakoj epruveti izvučene su zaostale deformacije u longitudinalnom smjeru (PE22), transverzalnom smjeru (PE11) i ekvivalentne deformacije (PEEQ) po linijama A-A i B-B koje su definirane u poglavlju 4.4. Također uspoređene će biti i epruvete iz jednog poteza izrezane i dva poteza.

##### **4.4.4.1. Deformacije transverzalnih epruveta**

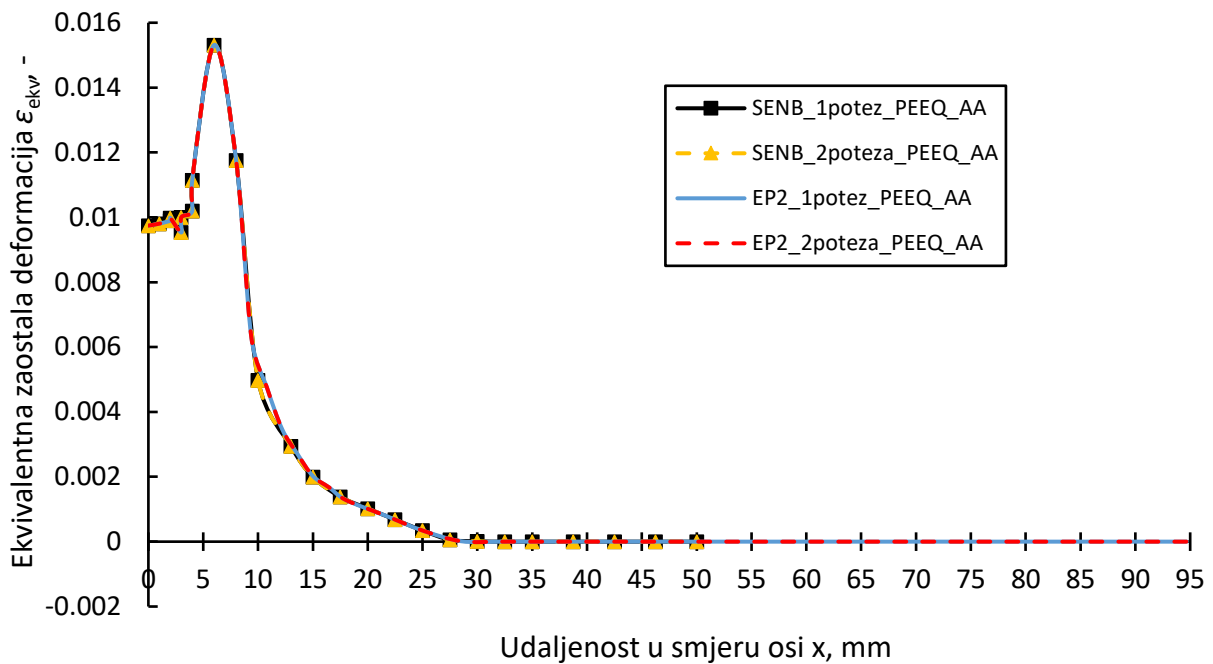
Na slici 58 prikazan je dijagram zaostalih transverzalnih deformacija  $\varepsilon_x$ , na slici 59 dijagram longitudinalnih zaostalih deformacija  $\varepsilon_y$ , a na slici 60 dijagram zaostalih ekvivalentnih deformacija  $\varepsilon_{ekv}$  po liniji A-A i uspoređeni između transverzalne SENB i EP2 epruvete.



Slika 58 Dijagram zaostalih longitudinalnih deformacija  $\epsilon_x$  transverzalnih epruveta na presjeku A-A

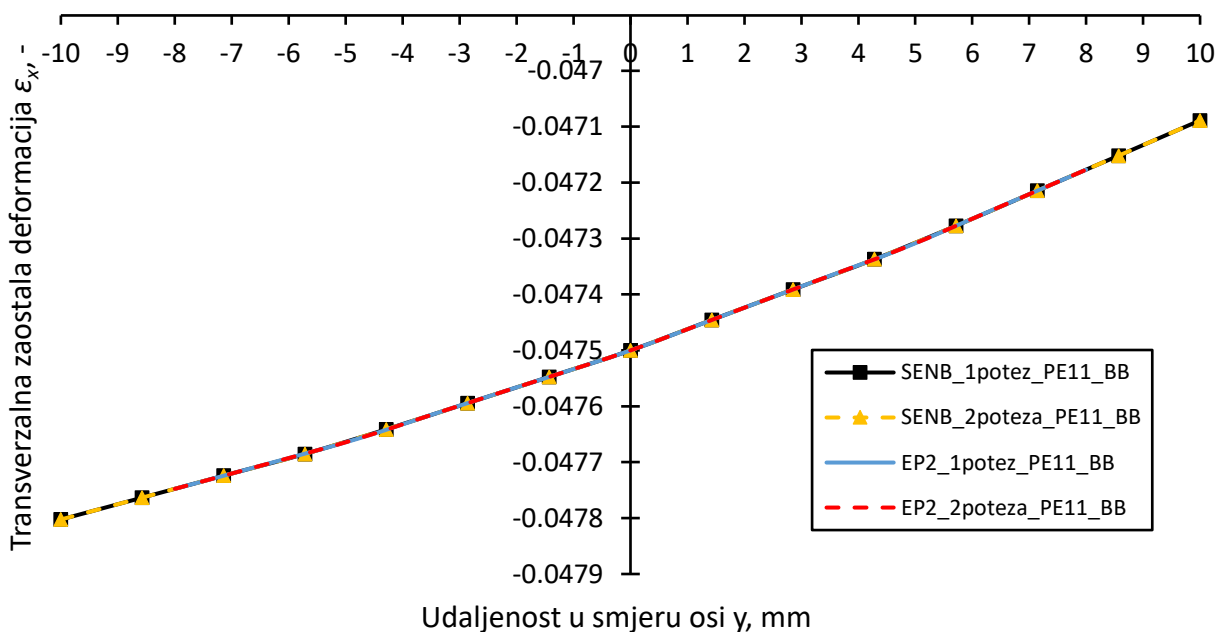


Slika 59 Dijagram zaostalih transverzalnih deformacija  $\epsilon_y$  transverzalnih epruveta na presjeku A-A

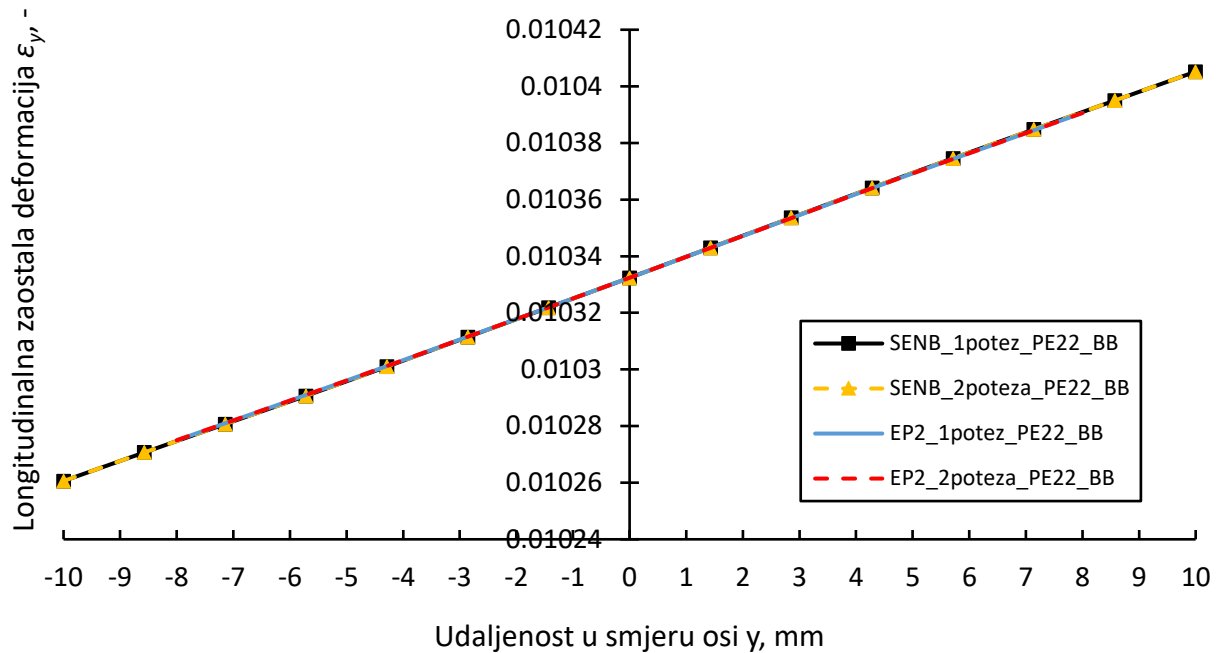


Slika 60 Dijagram zaostalih ekvivalentnih deformacija  $\epsilon_{ekv}$  transverzalnih epruveta na presjeku A-A

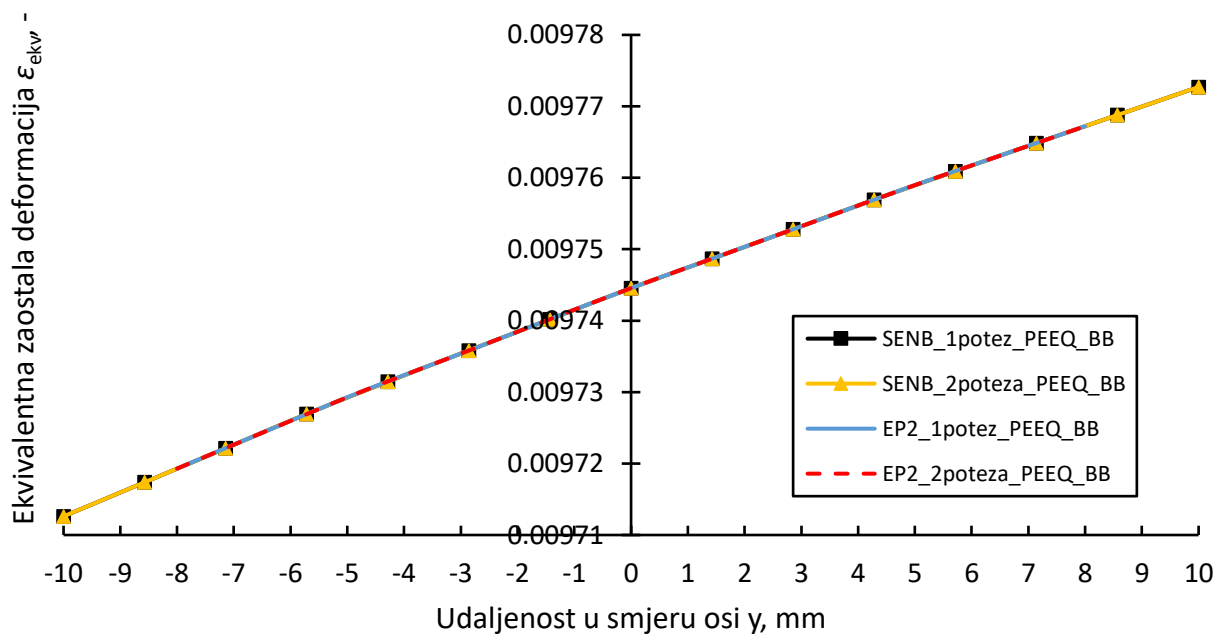
Na slici 61 prikazan je dijagram zaostalih transverzalnih deformacija  $\epsilon_x$ , na slici 62 dijagram longitudinalnih zaostalih deformacija  $\epsilon_y$ , a na slici 63 dijagram zaostalih ekvivalentnih deformacija  $\epsilon_{ekv}$  po liniji B-B i uspoređeni između transverzalne SENB i EP2 epruvete.



Slika 61 Dijagram zaostalih longitudinalnih deformacija  $\epsilon_x$  transverzalnih epruveta na presjeku B-B



Slika 62 Dijagram zaostalih transverzalnih deformacija  $\epsilon_y$  transverzalnih epruveta na presjeku B-B

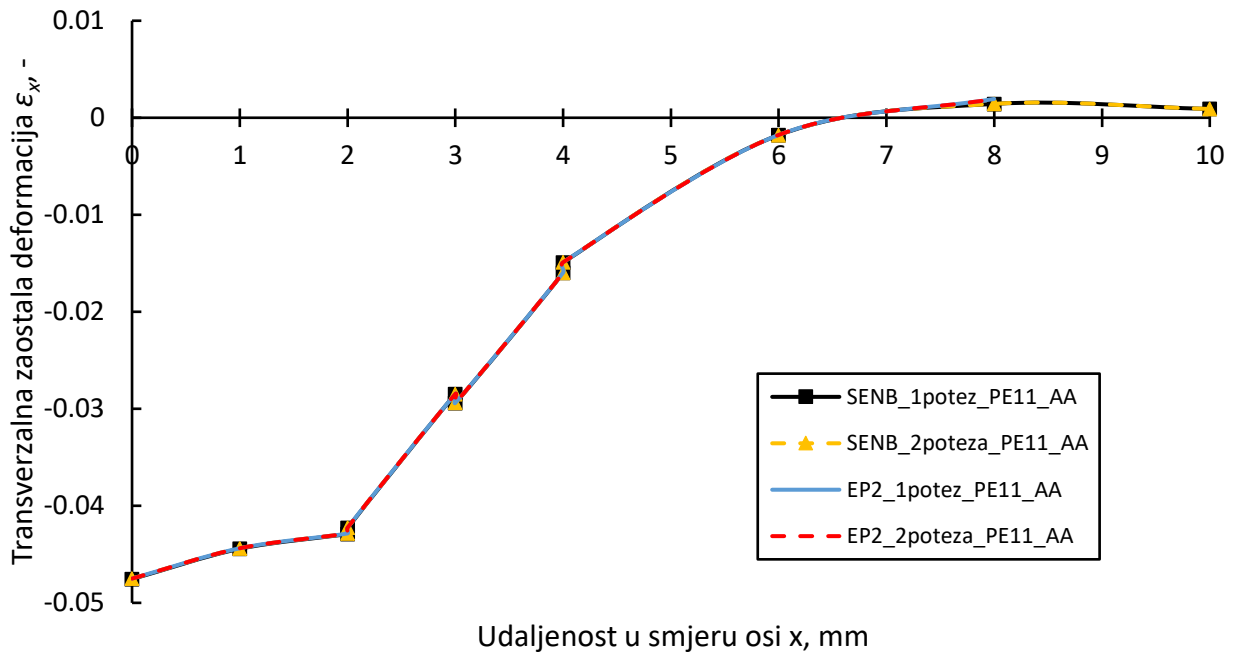


Slika 63 Dijagram zaostalih ekvivalentnih deformacija  $\epsilon_{ekv}$  transverzalnih epruveta na presjeku B-B

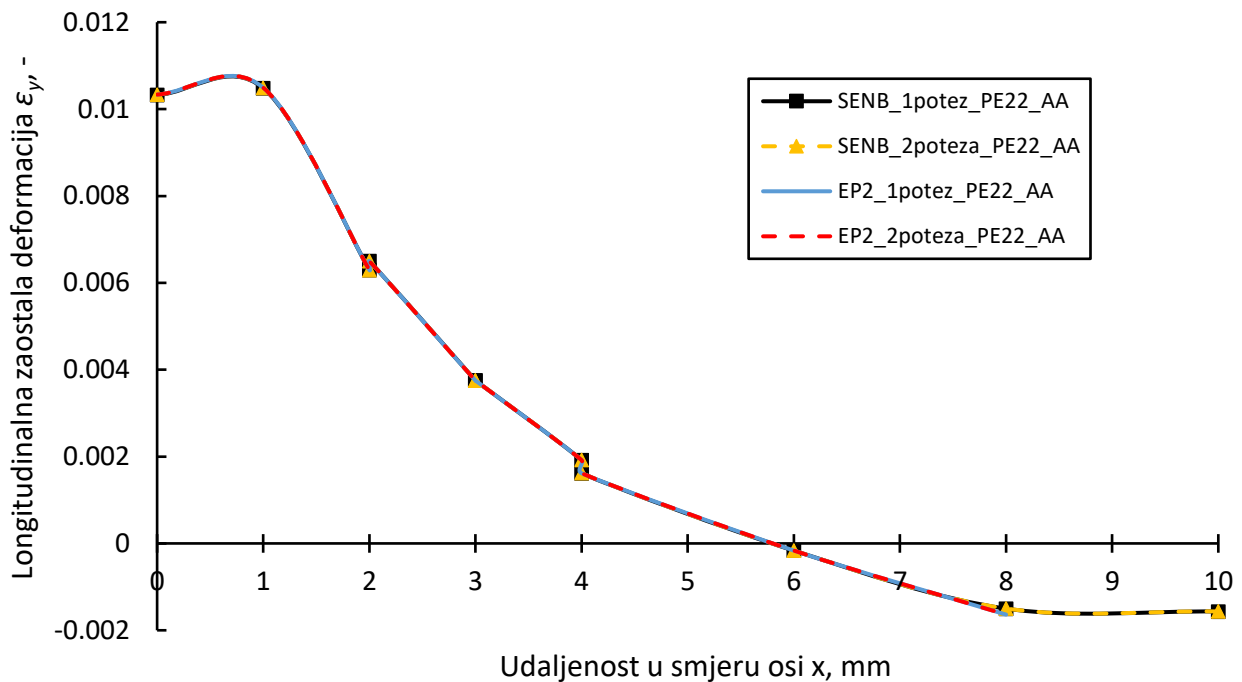
Uglavnom se svi dijagrami zaostalih deformacija poklapaju za SENB i EP2 transverzalne epruvete, čak kao i u prethodnom poglavlju nema razlike između epruveta izrezanih iz jednog poteza i iz dva. Najveća zaostala deformacija je longitudinalna deformacija  $\epsilon_x$  transverzalnih epruveta na presjeku A-A s iznosom -0,0475.

#### 4.4.4.2. Deformacije longitudinalnih epruveta

Na slici 64 prikazan je dijagram zaostalih transverzalnih deformacija  $\varepsilon_x$ , na slici 65 dijagram longitudinalnih zaostalih deformacija  $\varepsilon_y$ , a na slici 66 dijagram zaostalih ekvivalentnih deformacija  $\varepsilon_{ekv}$  po liniji A-A i uspoređeni između longitudinalne SENB i EP2 epruvete.

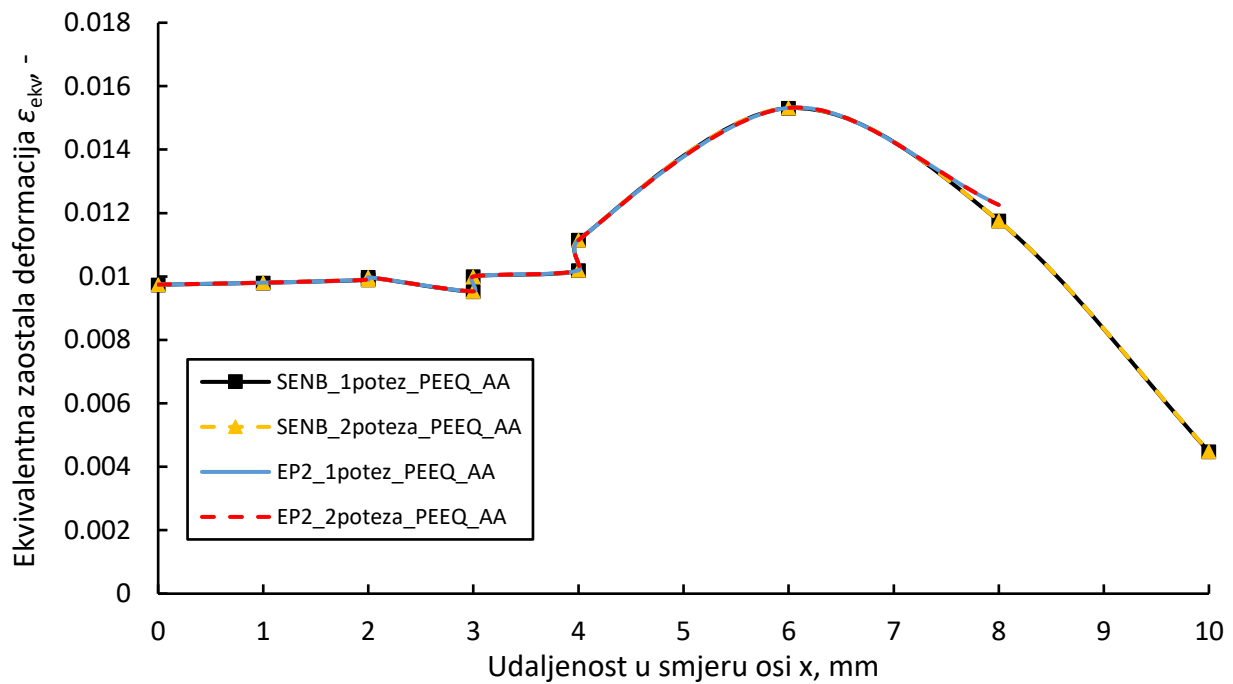


Slika 64 Dijagram zaostalih longitudinalnih deformacija  $\varepsilon_x$  longitudinalnih epruveta na presjeku A-A



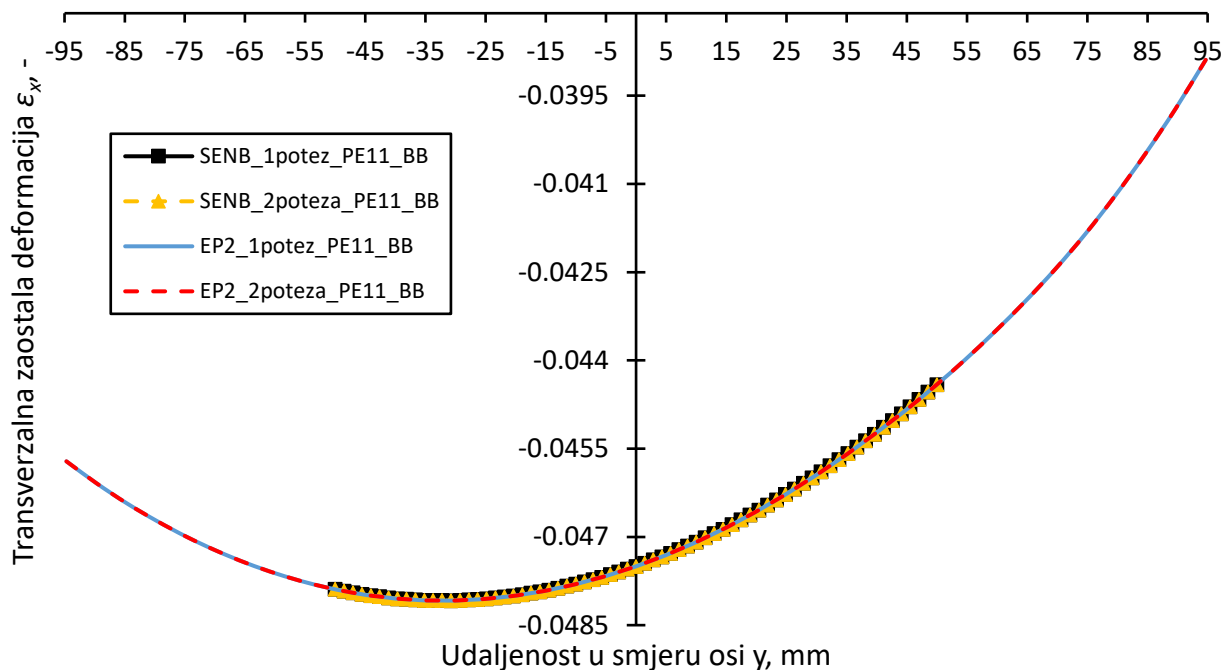
Slika 65 Dijagram zaostalih transverzalnih deformacija  $\varepsilon_y$  longitudinalnih epruveta na presjeku A-A



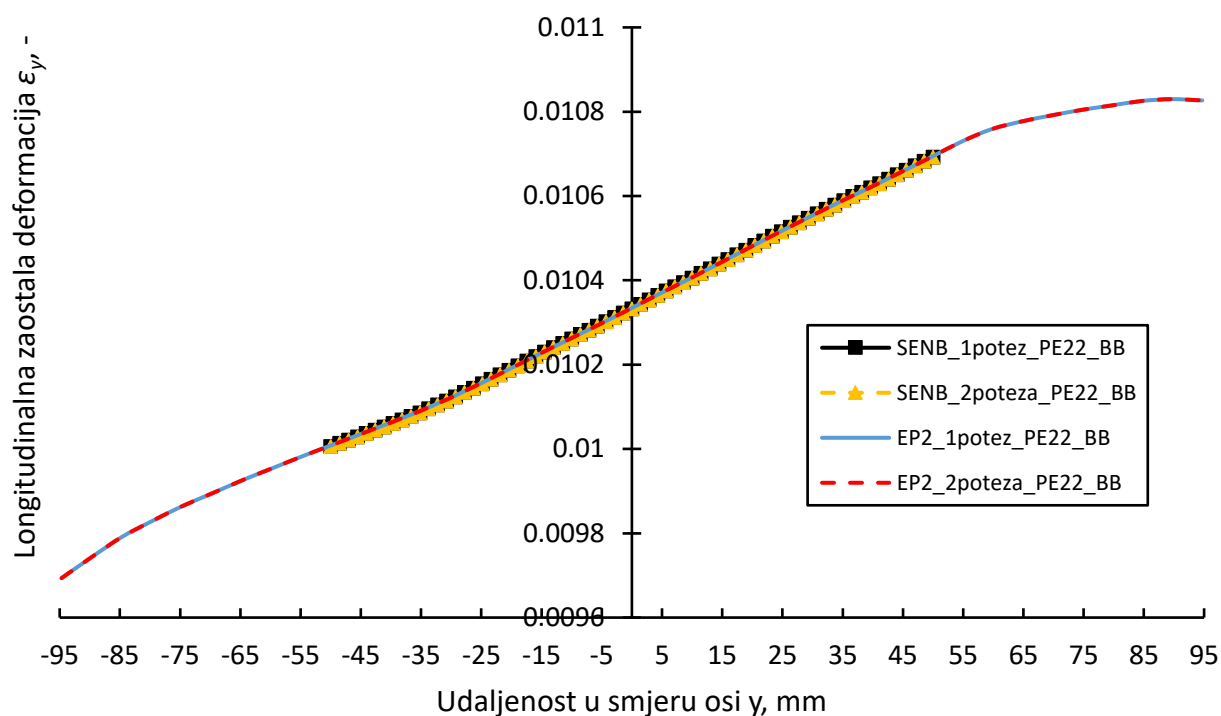


Slika 66 Dijagram zaostalih ekvivalentnih deformacija  $\epsilon_{ekv}$  longitudinalnih epruveta na presjeku A-A

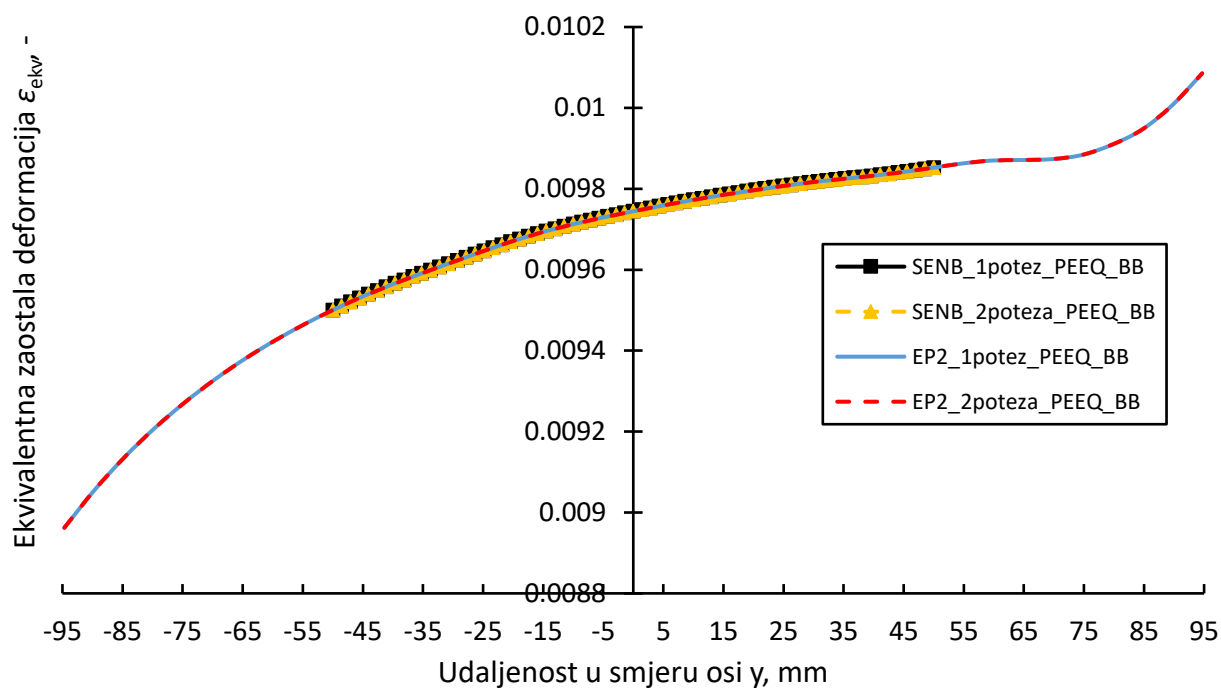
Na slici 67 prikazan je dijagram zaostalih transverzalnih deformacija  $\epsilon_x$ , na slici 68 dijagram longitudinalnih zaostalih deformacija  $\epsilon_y$ , a na slici 69 dijagram zaostalih ekvivalentnih deformacija  $\epsilon_{ekv}$  po liniji B-B i uspoređeni između transverzalne SENB i EP2 epruvete.



Slika 67 Dijagram zaostalih longitudinalnih deformacija  $\epsilon_x$  longitudinalnih epruveta na presjeku B-B



Slika 68 Dijagram zaostalih transverzalnih deformacija  $\varepsilon_y$  longitudinalnih epruveta na presjeku B-B



Slika 69 Dijagram zaostalih ekvivalentnih deformacija  $\varepsilon_{ekv}$  longitudinalnih epruveta na presjeku B-B

Iz prethodnih dijagrama također je moguće zaključiti da razlike u zaostalim deformacijama između izrezivanja epruveti SENB i EP2 iz ploča u jednom potezu ili u dva poteza nema. Zaostale deformacije u usporedbi između SENB i EP2 epruvete prate isti obrazac ponašanja u transverzalnom i longitudinalnom smjeru gotovo identično.

Najveći iznos zaostale deformacije je longitudinalna deformacija  $\varepsilon_x$  longitudinalnih epruveta na presjeku B-B u iznosu od -0,048. Najmanje zaostalih deformacija pokazuju dijagrami transverzalnih deformacija  $\varepsilon_y$  longitudinalnih i transverzalnih epruveta na presjeku A-A.

## 5. ZAKLJUČAK

U radu je prikazana toplinska i mehanička analiza dviju sučeono zavarenih ploča u dva prolaza. Numerička simulacija je odrađena pomoću *Abaqus Welding Interface* [19] dodatka u programskom paketu *Abaqus* [4] čime se cijeli proces modeliranja ubrzao i pojednostavio. Korištena je metoda spregnute toplinsko – mehaničke analize. Rezultati analize uspoređeni su s radom autora Sepe i ostali [21], pri čemu su dobiveni kvalitativno isti temperaturni profili i raspodjela zaostalih naprezanja.

Numeričkom simulacijom izrezane su SENB i plosnata epruveta prema HRN EN ISO 6892-1:2019 normi (EP2) iz zavarene ploče u transversalnom i longitudinalnom smjeru. Uspoređeni su rezultati izrezivanja u jednom i u dva poteza te su određena zaostala naprezanja i deformacije u epruvetama.

Rezultati analize pokazuju da utjecaj u izrezivanju epruveta u jednom ili u dva poteza gotovo i nema na zaostala naprezanja i deformacije, za slučaj idealno – plastičnog materijala. Zaostala naprezanja između epruveta orijentiranih u istom smjeru prate isti obrazac raspodjele vlačnih i tlačnih naprezanja. Zaostale deformacije u longitudinalnom, transversalnom smjeru i ekvivalentna zaostala naprezanja imaju gotovo identičnu raspodjelu za obje epruvete neovisno bile izrezane transversalno ili longitudinalno.

Također, važno je istaknuti da su rezultati ove analize pokazali konzistentnost s prethodnim istraživanjima i radovima koji su se bavili sličnim temama. Međutim, iako su dobiveni rezultati zadovoljavajući, postoje i neke mogućnosti za daljnje poboljšanje i istraživanje. Jedno od područja za buduća istraživanja je bolje razumijevanje utjecaja zavarivanja u više poteza na zaostala naprezanja i deformacije. Iako su rezultati pokazali da izrezivanje epruveta u jednom ili dva poteza ima malo ili gotovo nikakav utjecaj na zaostala naprezanja i deformacije, važno je provesti dodatne eksperimente i numeričke simulacije kako bi se bolje razumjelo ovo pitanje. Takva istraživanja mogu uključivati varijacije u broju poteza, različite postupke zavarivanja i različite geometrije zavarenih spojeva.

## LITERATURA

- [1] Decker H.: *Elementi strojeva*, Golden marketing – Tehnička knjiga, Zagreb, 2006.
- [2] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Zavarivanje>, 25.06.2023.
- [3] Murakawa H., Deng D., Ma N., Wang J.: *Applications of inherent strain and interface element to simulation of welding deformation in thin plate structures*, *Comput Mater Sci* 2011;51(1):43-52.
- [4] <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/abaquscae/>, 25.06.2023.
- [5] Jelaska D.: *Elementi strojeva*, skripta za studente Industrijskog inženjerstva, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, Split, 2005.
- [6] Galović A.: *Termodinamika II*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2010.
- [7] Tonković Z.: *Numerička analiza konstrukcija, Toplinska analiza*, predavanja, 2022.
- [8] Pustaić D., Cukor I., *Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti*, Sažetak predavanja, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2009.
- [9] Sorić J.: *Nelinearna numerička analiza konstrukcija*, predavanja.
- [10] Alfirević I.: *Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma*, Golden marketing, Zagreb, 2003.
- [11] Deng D, Liang W, Murakawa H.: *Determination of welding deformation in fillet welded joint by means of numerical simulation and comparison with experimental measurements*, *J Mater Process Technol* 2004;153:457–63
- [12] Tonković, Z.: *Mehanika oštećenja i mehanika loma, Nelinearna formulacija metode konačnih elemenata*, materijali s predavanja, Zagreb, 2014.
- [13] Seleš K.: *Numerička simulacija procesa zavarivanja u velikim konstrukcijama*, diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2016.
- [14] Perić M.: *Numeričko modeliranje zaostalih naprezanja i pukotina u zavarenim konstrukcijama*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, doktorski rad, Zagreb, 2015.
- [15] Pilipenko A.: *Computer simulation of residual stress and distortion of thick plates in multi-electrode submerged arc welding and their mitigation techniques*, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2001.
- [16] Franin B.: *Numeričko modeliranje zaostalih naprezanja pri zavarivanju*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, diplomski rad, Zagreb, 2016.

- 
- [17] Perić M., Garašić I., Tonković Z., Vuherer T., Nižetić S., Dedić-Jandrek H.: *Numerical prediction and experimental validation of temperature and residual stress distributions in buried-arc welded thick plates*, Int J Energy Res. 2019.; 1-11., <https://doi.org/10.1002/er.4506>
- [18] Sorić J.: *Metoda konačnih elemenata*, Biblioteka TEHNIČKA MEHANIKA, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [19] *Abaqus/CAE 6.14-1 Documentation*, 20.06.2023.
- [20] Debelec A.: *Numerička simulacija procesa zavarivanja*, diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2015.
- [21] Sepe R., De Luca A., Greco A., Armentani E.: *Numerical evaluation of temperature fields and residual stresses in butt weld joints and comparison with experimental measurements*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2020;1-17., <https://doi.org/10.1111/ffe.13351>