

# Procjena otpora i odabranih performansi hidroaviona za četiri putnika

---

**Rožić, Patrik**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:414537>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-10**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Patrik Rožić**

Zagreb, 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**PROCJENA OTPORA I ODABRANIH  
PERFORMANSI HIDROAVIONA ZA  
ČETIRI PUTNIKA**

Mentor:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak, dipl.ing

Student:

Patrik Rožić

Zagreb, 2023.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na savjetima i pomoći prilikom pisanja rada te svojoj obitelji koja mi je bila podrška.

Patrik Rožić



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 23 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 23 -	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Patrik Rožić** JMBAG: **0035221194**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Procjena otpora i odabranih performansi hidroaviona za četiri putnika**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Estimation of drag and selected performance of four-passenger seaplane**

Opis zadatka:

Hidroavion za četiri putnika zanimljiva je konfiguracija za koju se može procijeniti da bi bila zanimljiva na tržištu, s rekreativnom i turističkom namjnom, ali i uslužnom, posebice za obalno područje s otocima.

Za takav avion od interesa su performanse horizontalnog leta, poput doleta i istrajnosti, penjanja, zaokreta i dr. Kod hidroaviona primarna je namjena slijetanje na vodenu površinu, no od velikog značaja predstavlja i mogućnost slijetanja na klasične, pripremljene poletno-sletne staze. U tom slučaju za očekivati je da će podvozje biti uvlačivo. Tada je od interesa promatrati dvije konfiguracije: s izvučenim te s uvučenim podvozjem. Konfiguracije od interesa također mogu biti definirane kombinacijom broja putnika i tereta.

U završnom radu predmet analize je hidroavion, četverosjed, poznate geometrije u nekoliko odabranih konfiguracija. Za razmatrani avion potrebno je:

- prikazati geometriju aviona i sve korištene podatke;
- prikazati značajke pogonske grupe;
- odrediti aerodinamički koeficijent otpora aviona u promatranim konfiguracijama;
- analizirati odabrane performanse u horizontalnom letu, zaokretu te penjanju i to za promatrane konfiguracije.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Datum predaje rada:	Predviđeni datumi obrane:
30. 11. 2022.	<b>1. rok:</b> 20. 2. 2023. <b>2. rok (izvanredni):</b> 10. 7. 2023. <b>3. rok:</b> 18. 9. 2023.	<b>1. rok:</b> 27. 2. – 3. 3. 2023. <b>2. rok (izvanredni):</b> 14. 7. 2023. <b>3. rok:</b> 25. 9. – 29. 9. 2023.

Zadatak zadao: **Predsjednik Povjerenstva:**

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

## SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. PODACI O ZRAKOPLOVU .....	2
3. POGONSKA GRUPA .....	3
3.1. BMW R1200 GS .....	3
3.2. Propeler VPH3-BE-HHS .....	4
3.3. Karakteristika pogonske grupe.....	5
4. PROCJENA OTPORA .....	6
4.1. Geometrijske značajke .....	8
4.2. Izračun nultog otpora $C_{D0}$ .....	13
4.3. Računanje koeficijenta $K$ induciranog otpora .....	19
4.4. Udio segmenata zrakoplova u otporu.....	20
5. PERFORMANSE ZRAKOPLOVA .....	22
5.1. Horizontalni let .....	22
5.2. Penjanje .....	30
5.3. Horizontalni zaokret.....	35
6. ZAKLJUČAK.....	41

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Hidroavion za 4 osobe.....	1
Slika 2. CAD model zrakoplova .....	2
Slika 3. BMW R1200 GS .....	3
Slika 4. Ovisnost snage o visini BMW R1200 GS.....	4
Slika 5. Propeler VPH3-BE-HHS .....	4
Slika 6. Karakteristika pogonske grupe.....	5
Slika 7. Tlocrt i nacrt zrakoplova .....	6
Slika 8. Bokocrt zrakoplova .....	7
Slika 9. NACA 64-418.....	10
Slika 10. NACA 63-015.....	11
Slika 11. Polare zrakoplova.....	20
Slika 12. Udio u otporu s izvučenim podvozjem .....	20
Slika 13. Udio u otporu s izvučenim podvozjem .....	21
Slika 14. Grafovi raspoložive i dostupne snage i sile s izvučenim podvozjem .....	24
Slika 15. Ovojnica zrakoplova s izvučenim podvozjem .....	26
Slika 16. Grafovi raspoložive i dostupne snage i sile s uvučenim podvozjem .....	27
Slika 17. Ovojnica zrakoplova s uvučenim podvozjem .....	28
Slika 18. Usporedba ovojnica za dvije promatrane konfiguracije (1.-izvučeno) ,(2.-uvučeno) .....	29
Slika 19. Potrebna sila $T_r(V, \gamma)$ i raspoloživa sila $T_a(V)$ zrakoplova s izvučenim podvozjem za visinu od 2000 m.....	31
Slika 20. Brzina penjanja $V_v$ zrakoplova s izvučenim podvozjem na visini od 2000 m .....	31
Slika 21. Penjanje u režimu BRC za zrakoplov s izvučenim podvozjem .....	32
Slika 22. Potrebna sila $T_r(V, \gamma)$ i raspoloživa sila $T_a(V)$ zrakoplova s uvučenim podvozjem za visinu od 2000 m.....	33
Slika 23. Brzina penjanja $V_v$ zrakoplova s uvučenim podvozjem na visini od 2000 m .....	33
Slika 24. Penjanje u režimu BRC za zrakoplov s uvučenim podvozjem .....	34
Slika 25. Ograničenja kutnih brzina zrakoplova s izvučenim podvozjem .....	38
Slika 26. Ograničenja kutnih brzina zrakoplova s uvučenim podvozjem .....	39

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Općeniti podaci o zrakoplovu	2
Tablica 2. Geometrijski podaci zrakoplova	8
Tablica 3. Usporedba horizontalnog leta u promatranim konfiguracijama	29
Tablica 4. Usporedba penjanja u promatranim konfiguracijama	35
Tablica 5. Usporedba horizontalnog zaokreta u promatranim konfiguracijama	40



**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$\eta_{propelera}$	-	stupanj korisnosti propelera
$P_a$	kW	raspoloživa snaga
$\bar{t}$	-	najveća relativna debljina aeroprofila
$\bar{x}_t$	-	pozicija najveće relativne debljine aeroprofila
$b$	m	raspon krila sa podtrupnim dijelom
$b_W$	m	raspon krila bez podtrupnog dijela
$c$	m	tetiva krila
$\Lambda$	°	kut strijele krila
$b_h$	m	raspon horizontalnog repa
$c_r$	m	korijenska tetiva
$c_t$	m	vršna tetiva
$\Lambda_{LE}$	°	kut strijele napadnog ruba
$\Lambda_{1/4}$	°	kut strijele geometrijskog mjesta točaka 25% tetive
$b_v$	m	raspon vertikalnog repa
$l_b$	m	duljina trupa
$D_{max}$	m	maksimalni promjer trupa
$u$	°	kut srednje crte stražnjeg dijela trupa
$b_n$	m	ukupna duljina nosećih profila nosača motora
$S_W$	m <sup>2</sup>	površina krila
$S_{ref}$	m <sup>2</sup>	referentna površina zrakoplova s podtrupnim dijelom
$AR$	-	vitkost krila
$c_A$	m	srednja aerodinamička tetiva
$S_h$	m <sup>2</sup>	površina horizontalnog repa
$\lambda_h$	-	suženje horizontalnog repa
$S_h$	m <sup>2</sup>	površina vertikalnog repa
$\lambda_v$	-	suženje vertikalnog repa
$S_b$	m <sup>2</sup>	oplahivana površina trupa
$D_m$	m	promjer kućišta motora
$l_m$	m	duljina kućišta motora
$S_m$	m <sup>2</sup>	površina kućišta motora
$S_n$	m <sup>2</sup>	površina nosača motora
$V$	m/s	brzina
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	kinematička viskoznost
$Re$	-	Reynoldsov broj
$c_f$	-	koeficijent otpora ploče
$c_d$	-	koeficijent otpora profila

$F_F$	-	koeficijent korekcije oblika
$F_{Ma}$	-	koeficijent stlačivosti
$C_d$	-	koeficijent otpora profila
$F_s$	-	koeficijent prelaska strujanja iz 2D u 3D
$(C_D)_W$	-	koeficijent otpora krila
$(C_D)_H$	-	koeficijent otpora horizontalnog repa
$(C_D)_V$	-	koeficijent otpora vertikalnog repa
$f$	-	vitkost tijela
$S_{max}$	m <sup>2</sup>	površina maksimalne širine trupa
$(C_D)_B$	-	koeficijent otpora trupa
$(C_D)_m$	-	koeficijent otpora kućišta motora
$(C_D)_n$	-	koeficijent otpora nosača motora
$S_{kotača}$	m <sup>2</sup>	frontalna površina kotača
$S_{prednje\ noge}$	m <sup>2</sup>	površina prednje noge podvozja
$S_{stražnje\ noge}$	m <sup>2</sup>	površina stražnje noge podvozja
$S_{nosača\ aktuatora\ stražnje\ noge}$	m <sup>2</sup>	površina nosača aktuatora stražnje noge podvozja
$(C_D)_{izvučenog\ podvozja}$	-	koeficijent otpora izvučenog podvozja
$(C_D)_{uvučenog\ podvozja}$	-	koeficijent otpora uvučenog podvozja
$S_p$	m <sup>2</sup>	površina plovaka
$S_{np}$	m <sup>2</sup>	površina nosača plovaka
$(C_D)_{plovaka}$	-	koeficijent otpora plovaka
$C_{D0\ izvučeno\ podvozje}$	-	otpor zrakoplova s izvučenim podvozjem
$C_{D0\ uvučeno\ podvozje}$	-	otpor zrakoplova s uvučenim podvozjem
$e$	-	Oswaldov koeficijent
$K$	-	koeficijent induciranog otpora
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća
$W$	N	težina
$L$	N	sila uzgona
$T$	N	potisak
$C_L$	-	koeficijent uzgona
$T_r$	N	potrebna pogonska sila
$P_r$	W	potrebna snaga
$D$	N	sila otpora
$C_{D0}$	-	koeficijent nultog otpora
$V_{stall}$	m/s	brzina sloma uzgona
$\chi$	rad	kut skretanja
$\phi$	rad	kut valjanja
$\gamma$	rad	kut penjanja

---

$V_v$	m/s	brzina penjanja
$g$	m/s <sup>2</sup>	ubrzanje sile teže
$n$	-	normalno opterećenje
$n_s$	-	maksimalno normalno opterećenje konstrukcije
$n_{rasp}$	-	raspoloživo normalno opterećenje
$\dot{\chi}$	rad/s	kutna brzina
$\dot{\chi}_L$	rad/s	kutna brzina u odnosu na aerodinamičko ograničenje
$\dot{\chi}_p$	rad/s	kutna brzina koordiniranog zaokreta
$\dot{\chi}_{corner\ speed}$	rad/s	maksimalna brzina zaokreta
$R$	m	radijus zaokreta

**SAŽETAK**

Tema ovog završnog rada je procjena otpora i analiza performansi u horizontalnom letu, penjanju i horizontalnom zaokretu hidroaviona za četiri putnika u samogradnji u dvije konfiguracije, s izvučenim i uvučenim podvozjem. Rezultati za odabrane performanse zrakoplova dobivene ovim radom predstavljat će preliminarnu potvrdu projekta promatranog zrakoplova. Prilagođen je CAD model zrakoplova te je dobivena geometrija zrakoplova koja se koristi u proračunu pomoću koje je izračunat ukupni otpor zrakoplova za promatrane konfiguracije. Nadalje, dobiveni otpor koristio se kako bi se izračunale performanse u horizontalnom letu te odredila ovojnica zrakoplova. Zatim su izračunate performanse za penjanje zrakoplova i mogućnosti pri horizontalnom zaokretu.

Ključne riječi: hidroavion , otpor zrakoplova, performanse zrakoplova, horizontalni let, penjanje zrakoplova, horizontalni zaokret, samogradnja

**SUMMARY**

Topic of this bachelor thesis is drag assessment and performance analysis in horizontal flight, during climb and in horizontal turn of seaplane for four passengers in self-construction in two configurations, with extended and retracted undercarriage. The results of performance obtained by this thesis will present a preliminary check of the project for the observed aircraft. The CAD model of the aircraft was adapted and, with the aircraft geometry used in calculation, total drag for given configurations was calculated. Furthermore, obtained drag was used to calculate performance in horizontal flight and the envelope of the aircraft. Lastly performance of climb and possibilities in horizontal turn of the aircraft were calculated.

Key words: seaplane, aircraft drag, aircraft performance, horizontal flight, aircraft climb, horizontal turn, self-construction

## 1. UVOD

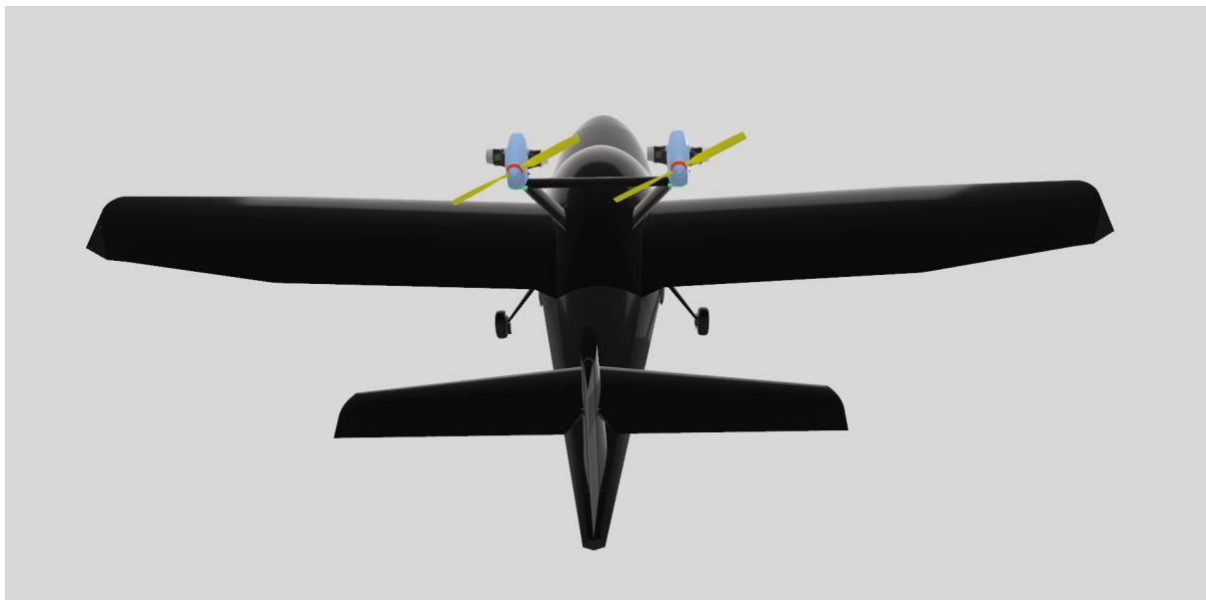
Promatrani zrakoplov prikazan na slici 1. trenutačno je u fazi razvoja te je zamišljen kao hidroavion u samogradnji koji može izvršiti slijetanje i polijetanje s vodene površine i sa kopna. Mogućnost polijetanja s vodene površine osigurana je dnom oblikovanim tako da ima maksimalnu nosivost na vodi i minimalni otpor prilikom polijetanja. Zrakoplov će biti u mogućnosti prevesti četiri osobe zajedno s manjom putnom prtljagom što ga čini savršenim za izlete na udaljene otoke ili teže dostupna jezera. Zanimljiva karakteristika zrakoplova je da će u potpunosti biti izrađen od kompozita karbonskih vlakana i epoksidne smole što će osiguravati nisku težinu i visoku čvrstoću. Cilj rada je proračunati otpor zrakoplova u dvije konfiguracije s izvučenim podvozjem te s uvučenim podvozjem, no prije izračuna otpora potrebno je prilagoditi dostupan CAD model te izračunati geometrijske karakteristike promatranog zrakoplova. Izračunati otpor koristit će se za određivanje performansi zrakoplova u dvije konfiguracije. Performanse koje će se promatrati su horizontalni let, iz kojeg je vidljiva potrebna snaga i sila u ovisnosti o brzini leta za visinu od 2000 m te će biti prikazana i ovojnica zrakoplova iz koje su vidljive mogućnosti zrakoplova, kao što su maksimalna i minimalna brzina te maksimalna visina leta. Nadalje, analizirati će se penjanje zrakoplova te performanse prilikom horizontalnog zaokreta. Dobiveni rezultati koristiti će se za procjenu mogućnosti eksploatacije promatranog zrakoplova.



**Slika 1. Hidroavion za 4 osobe**

## 2. PODACI O ZRAKOPLOVU

Promatrani zrakoplov je trenutno u fazi razvoja te su podaci dobiveni od konstruktora gospodina Trpina [1] te iz CAD modela zrakoplova prikazanog na slici 2.



Slika 2. CAD model zrakoplova

U tablici 1. prikazani su općeniti podaci zrakoplova.

Tablica 1. Općeniti podaci o zrakoplovu

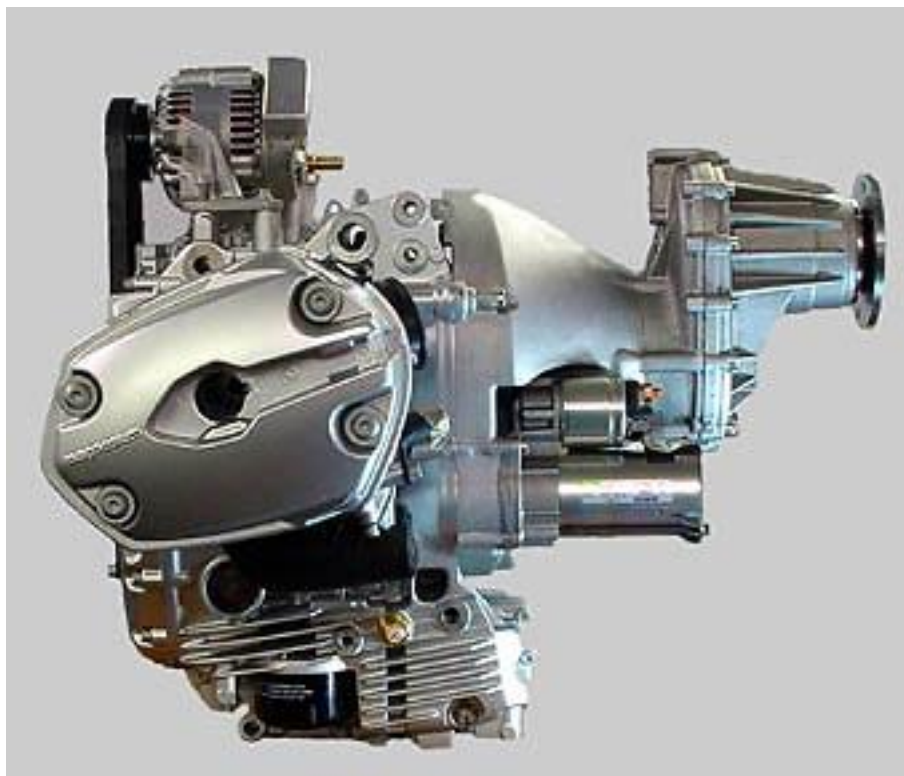
<b>Težina</b>	700 kg
<b>Maksimalna nosivost</b>	500 kg
<b>Gorivo</b>	180 L
<b>Duljina</b>	8.5 m
<b>Raspon krila</b>	11.42 m
<b>Visina</b>	5.1 m
<b>Maksimalna snaga motora</b>	172 kW

### 3. POGONSKA GRUPA

Pogonska grupa sastoji se od dva BMW-ova motora za motocikle R1200 GS, montiranih iznad trupa, reduktora GT3 s prihvatom za propeler te dvokrakim propelerom promjenjivog koraka VPH3-BE-HHS.

#### 3.1. BMW R1200 GS

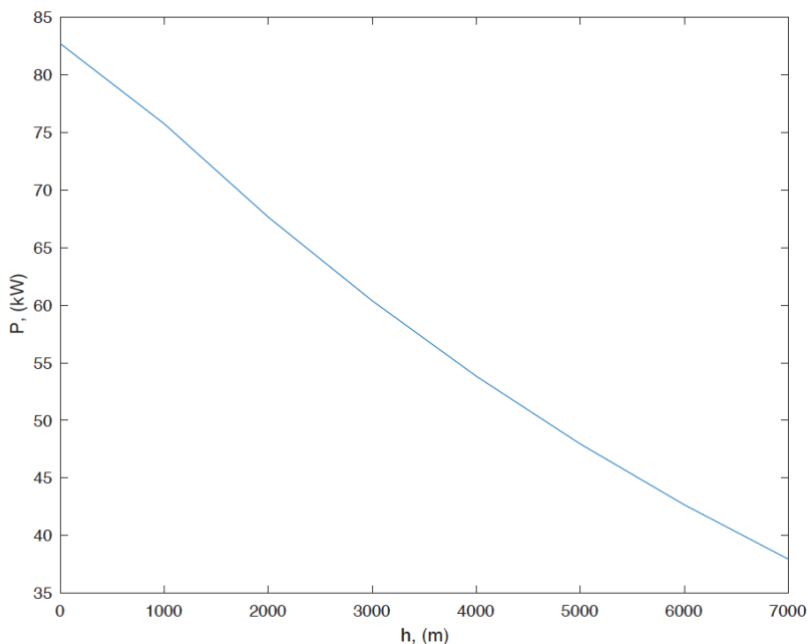
BMW R1200 GS prikazan na slici 3. je bokser motor zapremnine  $1170 \text{ cm}^3$  s dva cilindra te četiri ventila po cilindru. Ukupna masa motora i reduktora iznosi 74.3 kg. Motor ima elektronski sustav za ubrizgavanje goriva te posebno prerađeno centralno računalo motora (engl. electronic computer unit, ECU) pomoću kojeg je osigurana pouzdanost motora u predviđenim uvjetima rada. Maksimalna snaga od 86 kW (112 KS) postiže se pri 8000 okretaja po minuti.



Slika 3. BMW R1200 GS

Snaga motora mijenja se s gustoćom zraka, a gustoća zraka ovisi o visini, iz čega se zaključuje da je snaga funkcija visine. Za potrebe ovog rada razmatra se samo maksimalna snaga motora te je u Matlab-u modeliran model motora i promjena snage u ovisnosti o visini u kojem se pomoću poznate gustoće zraka na određenoj visini računa smanjenje snage motora. Dobiveni rezultat vidljiv je na slici 4.





Slika 4. Ovisnost snage o visini BMW R1200 GS

### 3.2. Propeler VPH3-BE-HHS

Potisni propeler VPH3-BE-HHS prikazan na slici 5. ima dva kraka varijabilnog koraka promjera 1.7 m koji su izrađeni od aluminijskih legura. Maksimalna brzina vrtnje propelera je 2200 okretaja u minuti kako ne bi došlo do pojave udarnih valova. Korisnost ovog propelera je konstantna u ovisnosti o brzini leta zbog promjenjivog koraka te je procijenjena na 80%. Kontrola koraka propelera vrši se pomoću elektromotora. Kontrola koraka propelera može se ostvariti na tri načina: manualno (pomoću indikatora koraka propelera), poluautomatski (pomoću brzine vrtnje propelera) i automatski (pomoću brzine vrtnje propelera i nadziranjem ECU-a motora).

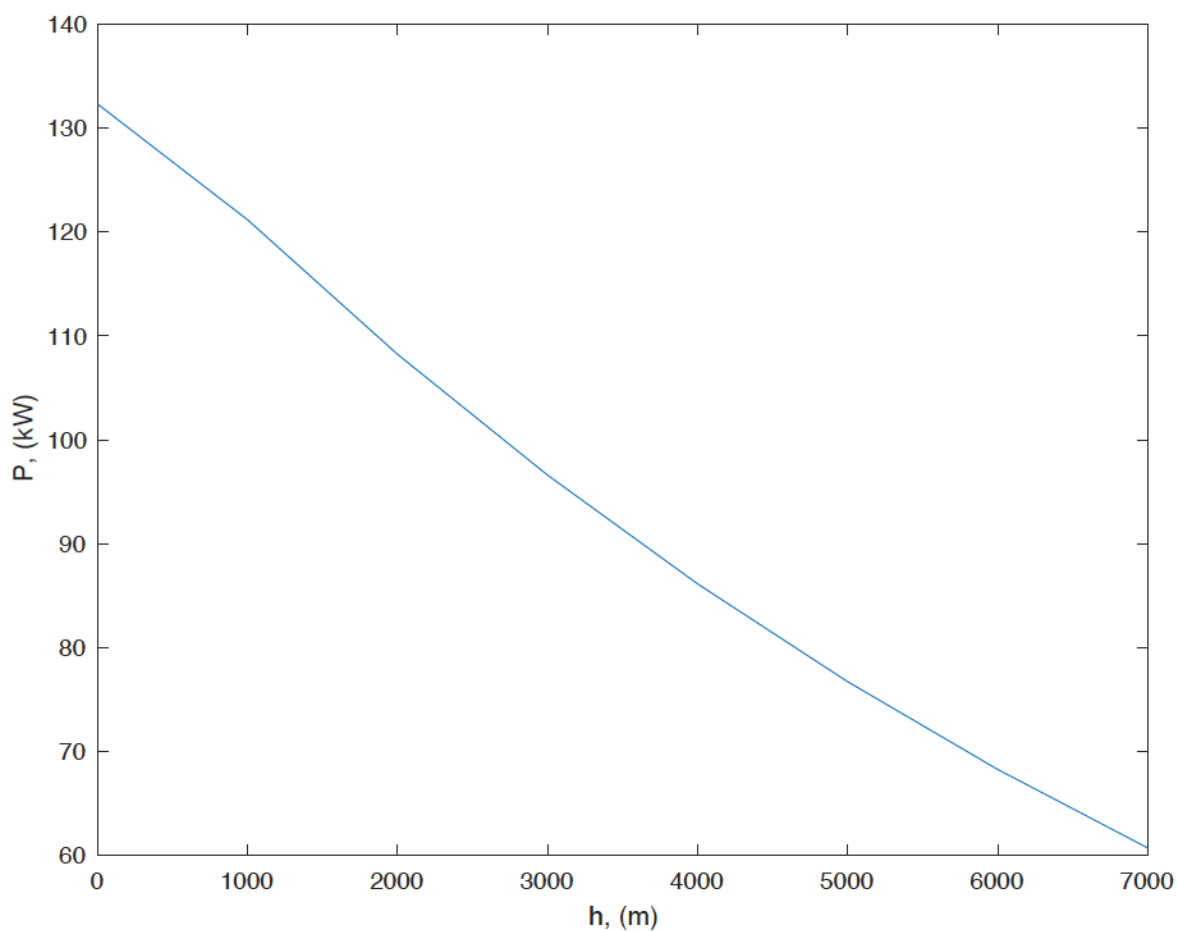


Slika 5. Propeler VPH3-BE-HHS

### 3.3. Karakteristika pogonske grupe

Karakteristika pogonske grupe prikazana na slici 6. dobivena je modeliranjem u Matlab-u koristeći karakteristike oba motora i propelera. Razmatrana je samo maksimalna snaga koju motori mogu proizvesti, a stupanj korisnosti propelera razmatran je kao konstantan ( $\eta_{propelera} = 0.8$ ). Raspoloživa snaga je umnožak snage pojedinačnog motora, broja motora i stupnja korisnosti propelera.

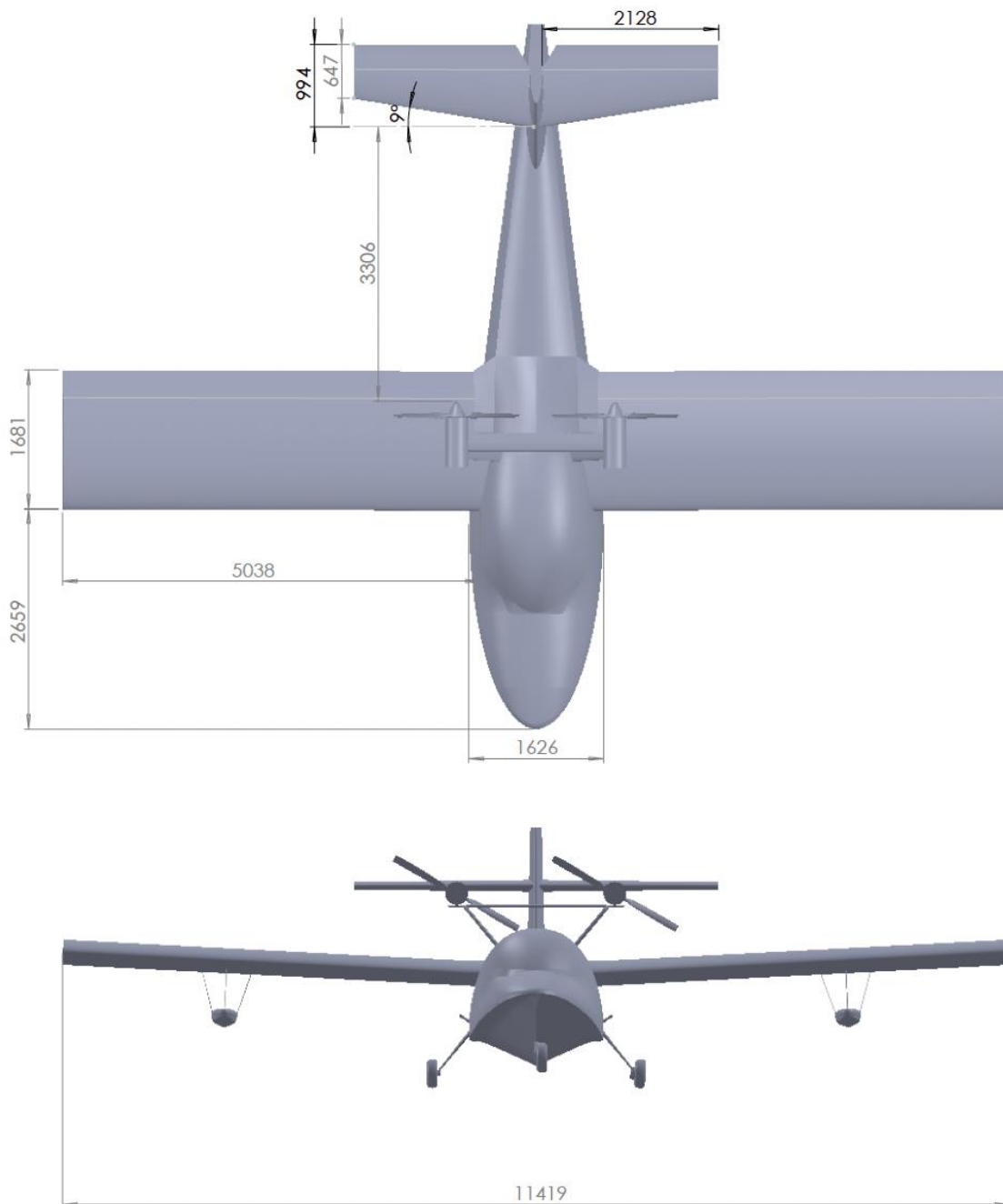
$$P_a = 2 \cdot P \cdot \eta_{propelera}$$



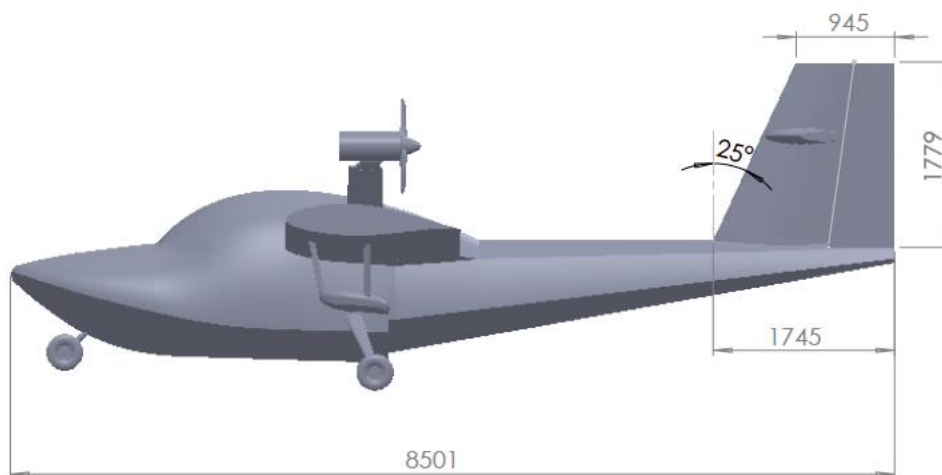
Slika 6. Karakteristika pogonske grupe

#### 4. PROCJENA OTPORA

Prije procjene aerodinamičkog koeficijenta otpora potrebno je izraditi model aviona koji dimenzijama odgovara promatranom modelu zrakoplova s uvedenim pojednostavljenjima. Na slici 7. i slici 8. kotirane su dimenzije korištene u daljnjem proračunu. Formule korištene za proračun preuzete su iz literature [2] i [3].



Slika 7. Tlocrt i nacrt zrakoplova



**Slika 8. Bokocrt zrakoplova**

#### 4.1. Geometrijske značajke

Prije izračuna aerodinamičkog koeficijenta otpora potrebno je definirati geometrijske značajke pojednostavljenog modela čije mjere su navedene u tablici 2.

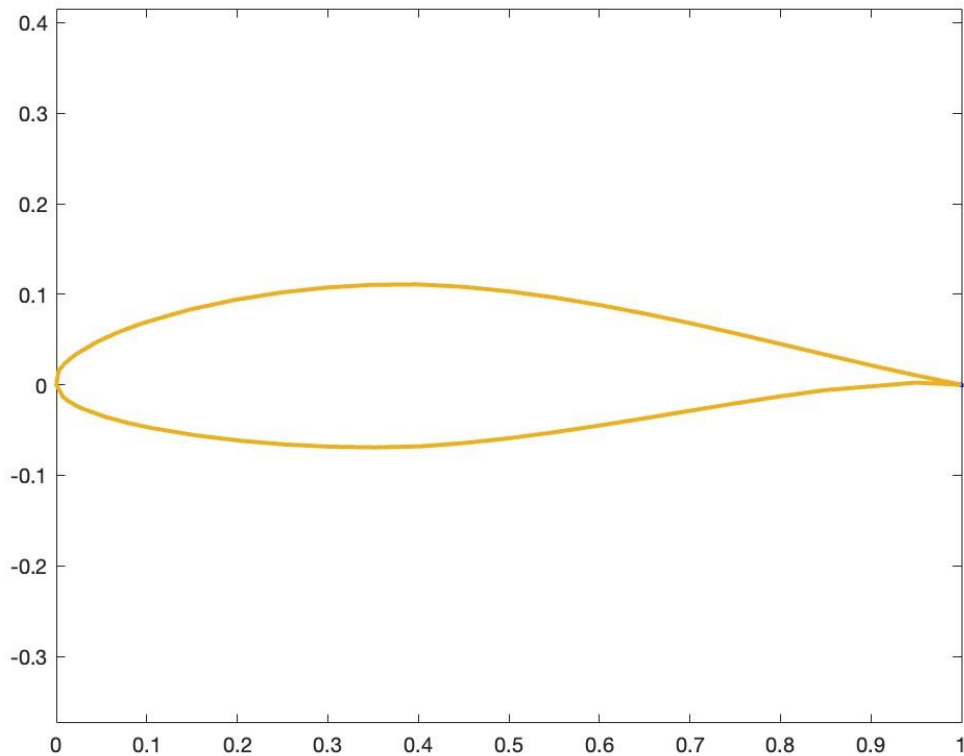
**Tablica 2. Geometrijski podaci zrakoplova**

<b>KRILO</b>	<b>Dimenzije (m)</b>
Karakteristike profila	NACA 64418 $\bar{t}=0.179$ $\bar{x}_t = 0.348$
Raspon krila sa podtrupnim dijelom	$b = 11.42$ m
Raspon krila bez podtrupnog dijela	$b_W = 10.08$ m
Tetiva krila	$c = 1.68$ m
Kut strijele krila	$\Lambda = 0^\circ$
<b>HORIZONTALNI REP</b>	
Karakteristike profila	NACA 63015 $\bar{t}=0.15$ $\bar{x}_t = 0.35$
Raspon	$b_h = 4.26$ m
Korijenska tetiva	$c_r = 0.994$ m
Vršna tetiva	$c_t = 0.647$ m
Kut strijele napadnog ruba	$\Lambda_{LE} = 9^\circ$
Kut strijele geometrijskog mjesta točaka 25% tetive horizontalnog repa	$\Lambda_{1/4} = 5.8^\circ$
<b>VERTIKALNI REP</b>	
Karakteristike profila	NACA 63015 $\bar{t}=0.15$ $\bar{x}_t = 0.35$
Raspon	$b_v = 1.78$ m
Korijenska tetiva	$c_r = 1.75$ m
Vršna tetiva	$c_t = 0.95$ m
Kut strijele napadnog ruba	$\Lambda_{LE} = 25^\circ$

Kut strijele geometrijskog mjesta točaka 25% tetive horizontalnog repa	$\Lambda_{1/4} = 8.6^\circ$
<b>TRUP</b>	
Duljina	$l_b = 8.5 \text{ m}$
Maksimalni promjer trupa	$D_{max} = 1.63 \text{ m}$
Kut srednje crte stražnjeg dijela trupa	$u = 5^\circ$
<b>NOSAČI MOTORA</b>	
Karakteristike profila	NACA 63015 $\bar{t} = 0.15$ $\bar{x}_t = 0.35$
Ukupna duljina nosećih profila	$b_n = 3.45 \text{ m}$
Tetiva nosača	$c = 0.32 \text{ m}$

### 4.1.1. Krilo

Kod krila je korišten aeroprofil 6 znamenkaste serije NACA 64-418. Radi se o nesimetričnom aeroprofilu koji ima maksimalnu debljinu od 17.9 % na 34.8 % tetive. Na slici 9. prikazan je korišteni aeroprofil.



**Slika 9. NACA 64-418**

Površina krila računa se jednadžbom:

$$S_W = c \cdot b_W = 16.93 \text{ m}^2. \quad (1)$$

Referentna površina zrakoplova s podtrupnim dijelom:

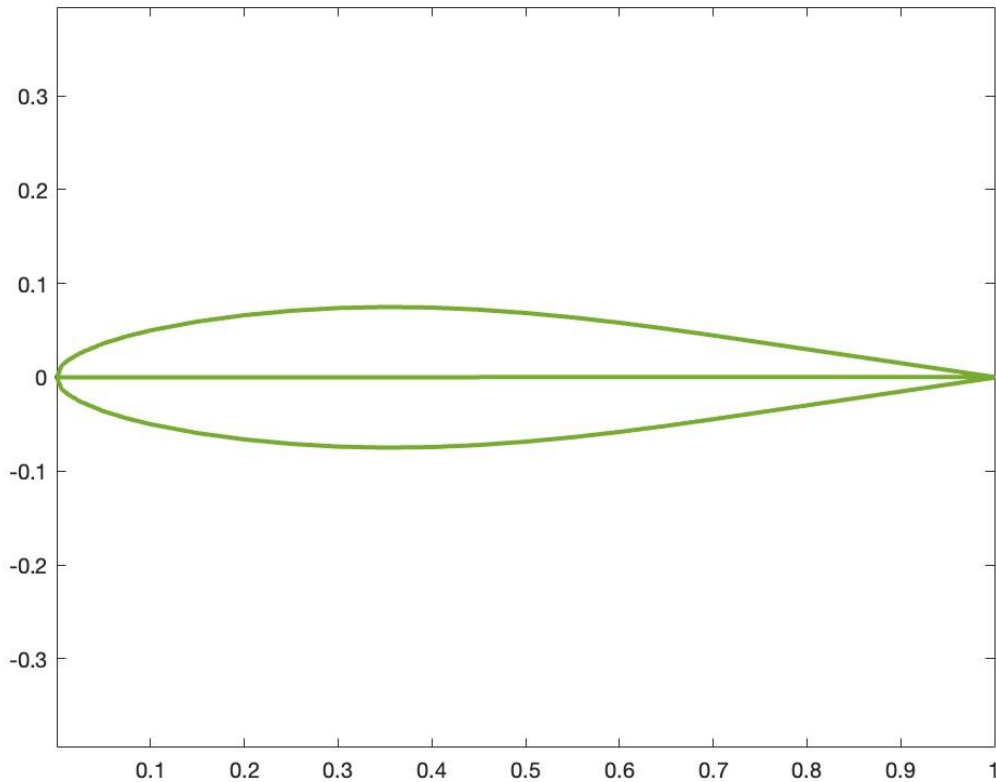
$$S_{Ref} = c \cdot b = 19.19 \text{ m}^2. \quad (2)$$

Vitkost krila:

$$AR = \frac{b_W^2}{S_W} = 6. \quad (3)$$

#### 4.1.2. Horizontalni rep

Kod horizontalnog repa korišten je simetričan aeroprofil 6 znamenkaste serije NACA 63-015. Na slici 10. prikazan je korišteni aeroprofil.



*Slika 10. NACA 63-015*

Površina horizontalnog repa računa se jednadžbom:

$$S_h = \frac{c_r + c_t}{2} \cdot b_h = 3.5 \text{ m}^2. \quad (4)$$

Suženje horizontalnog repa:

$$\lambda_h = \frac{c_t}{c_r} = 0.65. \quad (5)$$

Srednja aerodinamička tetiva:

$$c_A = \frac{4}{3} \cdot \frac{S_h}{b_h} \cdot \left[ 1 - \frac{\lambda_h}{(\lambda_h + 1)^2} \right] = 0.83 \text{ m}. \quad (6)$$



### 4.1.3. Vertikalni rep

Kod vertikalnog repa korišten je simetričan aeroprofil 6 znamenkaste serije NACA 63-015. Na slici 10. prikazan je korišteni aeroprofil.

Površina vertikalnog repa računa se jednadžbom:

$$S_v = \frac{c_r + c_t}{2} \cdot b_v = 2.4 \text{ m}^2. \quad (7)$$

Suženje vertikalnog repa:

$$\lambda_v = \frac{c_t}{c_r} = 0.54. \quad (8)$$

Srednja aerodinamička tetiva:

$$c_A = \frac{4}{3} \cdot \frac{S_v}{b_v} \cdot \left[ 1 - \frac{\lambda_v}{(\lambda_v + 1)^2} \right] = 1.39 \text{ m}. \quad (9)$$

### 4.1.4. Trup

Za izračun aerodinamičkog koeficijenta otpora potrebna je oplahivana površina trupa, koja je zbog složenosti geometrije iščitana iz CAD modela aviona.

$$S_b = 26.19 \text{ m}^2$$

### 4.1.5. Kućište motora

Kućište motora modelirano je kao cilindar promjera  $D_m=0.28$  m i duljine  $l_m=0.6$  m te se njegova površina računa prema izrazu:

$$S_m = \frac{1}{2} \pi D_m^2 + D_m \pi l_m = 0.65 \text{ m}^2. \quad (10)$$

### 4.1.6. Nosači motora

Nosači motora izvedeni su od tri profila oblikovanih kao simetričan aeroprofil 6 znamenkaste serije NACA 63-015.

Površina nosača računa se jednadžbom:

$$S_n = c \cdot b_n = 1.1 \text{ m}^2. \quad (11)$$

Srednja aerodinamička tetiva:

$$c_A = \frac{4}{3} \cdot \frac{S_n}{b_n} = 0.43 \text{ m}. \quad (12)$$

## 4.2. Izračun nultog otpora $C_{D0}$

Ukupni nulti otpor računa se kao zbroj nultih otpora pojedinih segmenata. Najprije se izračunava Reynoldsov broj, koji se računa za brzinu leta  $V=40$  m/s, tj. 144 km/h te na visini od  $h=2000$  m. Na visini  $h$  kinematička viskoznost zraka  $\nu=1.71 \cdot 10^{-5}$ .

### 4.2.1. Otpor krila

Reynoldsov broj računa se prema izrazu:

$$Re = \frac{V \cdot c}{\nu} = 3.93 \cdot 10^6 . \quad (13)$$

Na promatranom krilu Reynoldsov broj uvijek je veći od  $10^6$ , tada je strujanje u potpunosti turbulentno te ne postoji mjesto tranzicije. Pretpostavlja se da je krilo ravna ploča, stoga koeficijent trenja na ploči ovisi samo o Reynoldsovom broju.

Schlichting-ova formula za izračun otpora ploče:

$$c_f = \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} = 0.0035 . \quad (14)$$

Korekcija zbog relativne debljine:

$$F_F = \left( 1 + \frac{0.6 \cdot \bar{t}}{\bar{x}_t} + 100 \cdot t^4 \right) = 1.41 . \quad (15)$$

Koeficijent otpora profila:

$$c_d = 2 \cdot F_F \cdot F_{Ma} \cdot c_f = 0.0099 . \quad (16)$$

U promatranom slučaju brzina leta duboko je u podzvučnom režimu te korekcija za stlačivost nije potrebna, tj.  $F_{Ma}=1$ . Koeficijent otpora profila množi se sa 2 kako bi se u obzir uzela i gornjaka i donjaka promatranog krila.

Koeficijent otpora krila iznosi:

$$(C_D)_W = \frac{S_W}{S_{Ref}} \cdot c_d \cdot F_S = 0.0087 . \quad (17)$$

Koeficijent odnosa otpora krila i otpora ploče jednak je  $F_S=1$  jer promatrano krilo nije strelasto.

**4.2.2. Otpor horizontalnog repa**

Reynoldsov broj računa se prema izrazu:

$$Re = \frac{V \cdot c_A}{\nu} = 1.95 \cdot 10^6. \quad (18)$$

Schlichting-ova formula za izračun otpora ploče:

$$c_f = \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} = 0.004. \quad (19)$$

Korekcija zbog relativne debljine:

$$F_F = \left(1 + \frac{0.6 \cdot \bar{t}}{\bar{x}_t} + 100 \cdot t^4\right) = 1.31. \quad (20)$$

Koeficijent odnosa otpora horizontalnog repa i otpora ploče:

$$F_S = (\cos \Lambda_{1/4})^{0.28} = 0.9986. \quad (21)$$

Koeficijent otpora profila:

$$c_d = 2 \cdot F_F \cdot F_{Ma} \cdot c_f = 0.0103. \quad (22)$$

Koeficijent otpora horizontalnog repa iznosi:

$$(C_D)_H = \frac{S_h}{S_{Ref}} \cdot c_d \cdot F_S = 0.0019. \quad (23)$$

**4.2.3. Otpor vertikalnog repa**

Reynoldsov broj računa se prema izrazu:

$$Re = \frac{V \cdot c_A}{\nu} = 3.17 \cdot 10^6. \quad (24)$$

Schlichting-ova formula za izračun otpora ploče:

$$c_f = \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} = 0.0036. \quad (25)$$

Korekcija zbog relativne debljine:

$$F_F = \left(1 + \frac{0.6 \cdot \bar{t}}{\bar{x}_t} + 100 \cdot t^4\right) = 1.31. \quad (26)$$

Koeficijent odnosa otpora vertikalnog repa i otpora ploče:

$$F_S = (\cos \Lambda_{1/4})^{0.28} = 0.9968. \quad (27)$$

Koeficijent otpora profila:

$$c_d = 2 \cdot F_F \cdot F_{Ma} \cdot c_f = 0.0095. \quad (28)$$

Koeficijent otpora vertikalnog repa iznosi:

$$(C_D)_V = \frac{S_h}{S_{Ref}} \cdot c_d \cdot F_S = 0.0012. \quad (29)$$

#### 4.2.4. Trup

Reynoldsov broj računa se prema izrazu:

$$Re = \frac{V \cdot l_b}{\nu} = 1.99 \cdot 10^6. \quad (30)$$

Za promatrani trup Reynoldsov broj uvijek je veći od  $10^6$  te je tada strujanje u potpunosti turbulentno:

$$c_f = \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} = 0.0027. \quad (31)$$

Vitkost tijela:

$$f = \frac{l_b}{D_{max}} = 5.25. \quad (32)$$

Faktor korekcije zbog oblika tijela:

$$F_F = 1 + \frac{60}{f^3} + \frac{f}{400} = 1.43. \quad (33)$$

Nadalje, potrebno je uračunati otpor koji se javlja uslijed suženja zadnjeg dijela trupa koje je veće od kritičnog, te se pojavljuje dodatni otpor koji se računa empirijskom formulom:

$$\Delta C_D = 3.83u^{2.5} \frac{S_{max}}{S_{ref}} = 0.000926. \quad (34)$$

Gdje je  $S_{max}$  površina maksimalne širine trupa:

$$S_{max} = \frac{D_{max}^2 \cdot \pi}{4} = 2.06 \text{ m}^2. \quad (35)$$

Otpor trupa iznosi:

$$(C_D)_B = \left( \frac{S_b}{S_{Ref}} \cdot c_f \cdot F_F \cdot F_{Ma} + \Delta C_D \right) * 1.2 = 0.0074. \quad (36)$$

Izračunati koeficijent otpora potrebno je korigirati zbog „stepenice“ na dnu promatranog zrakoplova, te se uvećava za 20% prema [4].

#### 4.2.5. Kućište motora

Reynoldsov broj računa se prema izrazu:

$$Re = \frac{V \cdot l_m}{\nu} = 1.4 \cdot 10^6. \quad (37)$$

Za promatrano kućište Reynoldsov broj je uvijek veći od  $10^6$  te je tada strujanje u potpunosti turbulentno:

$$c_f = \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} = 0.0042. \quad (38)$$

Vitkost kućišta:

$$f = \frac{l_m}{D_m} = 2.14. \quad (39)$$

Faktor korekcije zbog oblika tijela:

$$F_F = 1 + \frac{60}{f^3} + \frac{f}{400} = 7.1. \quad (40)$$

Otpor kućišta motora iznosi:

$$(C_D)_m = \frac{S_m}{S_{Ref}} \cdot c_f \cdot F_F \cdot F_{Ma} = 0.001. \quad (41)$$

#### 4.2.6. Nosači motora

Reynoldsov broj računa se prema izrazu:

$$Re = \frac{V \cdot c}{\nu} = 1 \cdot 10^6. \quad (42)$$

Schlichting-ova formula za izračun otpora ploče:

$$c_f = \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} = 0.0045. \quad (43)$$

Korekcija zbog relativne debljine:

$$F_F = \left( 1 + \frac{0.6 \cdot \bar{t}}{\bar{x}_t} + 100 \cdot t^4 \right) = 1.31. \quad (44)$$

Koeficijent otpora profila:

$$c_d = F_F \cdot F_{Ma} \cdot c_f = 0.0117. \quad (45)$$

Koeficijent otpora nosača motora iznosi:

$$(C_D)_n = \frac{S_n}{S_{Ref}} \cdot c_d \cdot F_S = 0.00067. \quad (46)$$

#### 4.2.7. Otpor podvozja

Podvozje se sastoji od jedne prednje noge te dvije stražnje noge. U slučaju uvučenog podvozja unutar trupa nalaziti će se prednja noga, nosači aktuatora stražnje noge i sva tri kotača, no stražnje noge podvozja će se i dalje nalaziti izvan trupa te stvarati otpor.

Frontalna površina kotača izračunava se kao površina elipse:

$$S_{kotača} = a \cdot b \cdot \pi = 0.128 \text{ m}^2 \quad (47)$$

Gdje je  $a=0.34$  m i  $b=0.12$  m.

Površina prednje noge iščitana je iz CAD modela aviona:

$$S_{prednje\ noge} = 0.039 \text{ m}^2.$$

Površina stražnje noge zbog složene geometrije iščitana je iz CAD modela aviona :

$$S_{stražnje\ noge} = 0.0745 \text{ m}^2.$$

Površina nosača aktuatora stražnje noge iščitana je iz CAD modela aviona:

$$S_{nosača\ aktuatora\ stražnje\ noge} = 0.026 \text{ m}^2.$$

Također moramo razmotriti faktore korekcije, te oni iznose  $k_{kotača}=0.25$  i  $k_{noge}=1.2$

Tada ukupni otpor izvučenog podvozja iznosi:

$$\begin{aligned} (C_D)_{izvučenog\ podvozja} &= 3 \cdot k_{kotača} \cdot \frac{S_{kotača}}{S_{ref}} + k_{noge} \\ &\cdot \left( 2 \cdot \frac{S_{stražnje\ noge}}{S_{ref}} + \frac{S_{prednje\ noge}}{S_{ref}} \right) + \\ &2 \cdot \frac{S_{nosača\ aktuatora\ stražnje\ noge}}{S_{ref}} = 0.0195. \end{aligned} \quad (48)$$

Ukupni otpor uvučenog podvozja uvučenog podvozja iznosi:

$$\begin{aligned} (C_D)_{uvučenog\ podvozja} &= 2 \cdot \frac{S_{stražnje\ noge}}{S_{ref}} \cdot k_{noge} + 2 \cdot \frac{S_{nosača\ aktuatora\ stražnje\ noge}}{S_{ref}} \\ &= 0.0120. \end{aligned} \quad (49)$$

**4.2.8. Otpor plovaka**

Za izračun otpora plovaka potrebno je poznavati površinu plovaka i pripadajućih nosača.

Površina plovaka iščitana iz CAD modela:

$$S_p = 0.0314 \text{ m}^2.$$

Površina nosača plovaka iščitana iz CAD modela:

$$S_{np} = 0.006 \text{ m}^2.$$

Također moramo razmotriti faktore korekcije, te oni iznose  $k_{plovka}=0.25$  i  $k_{nosača}=1.2$

$$(C_D)_{plovaka} = 2 \cdot \left( k_{plovka} \cdot \frac{S_p}{S_{ref}} + k_{nosača} \cdot \frac{S_{np}}{S_{ref}} \right) = 0.0031. \quad (50)$$

#### 4.2.9. Otpor cijelog zrakoplova

Ukupni otpor cijeloga zrakoplova dobiva se zbrojem otpora pojedinih segmenata. Zbog dvije promatrane konfiguracije postojati će dva različita ukupna otpora, kod konfiguracije s izvučenim i uvučenim podvozjem.

Otpor zrakoplova s izvučenim podvozjem dodatno se uvećava za 10% radi sigurnosti:

$$\begin{aligned}
 C_{D0} \text{ izvučeno podvozje} \\
 &= 1.1[(C_D)_W + (C_D)_B + (C_D)_H + (C_D)_V + (C_D)_m + (C_D)_n \\
 &\quad + (C_D)_{\text{izvučenog podvozja}} + (C_D)_{\text{plovaka}}] = 0.0478.
 \end{aligned} \quad (51)$$

Otpor zrakoplova s uvučenim podvozjem dodatno se uvećava za 5% radi sigurnosti:

$$\begin{aligned}
 C_{D0} \text{ uvučeno podvozje} \\
 &= 1.05[(C_D)_W + (C_D)_B + (C_D)_H + (C_D)_V + (C_D)_m \\
 &\quad + (C_D)_n + (C_D)_{\text{uvučenog podvozja}} + (C_D)_{\text{plovaka}}] = 0.0378.
 \end{aligned} \quad (52)$$

#### 4.3. Računanje koeficijenta $K$ induciranog otpora

Oswaldov koeficijent induciranog otpora za krilo bez strijele dobiven je prema formuli:

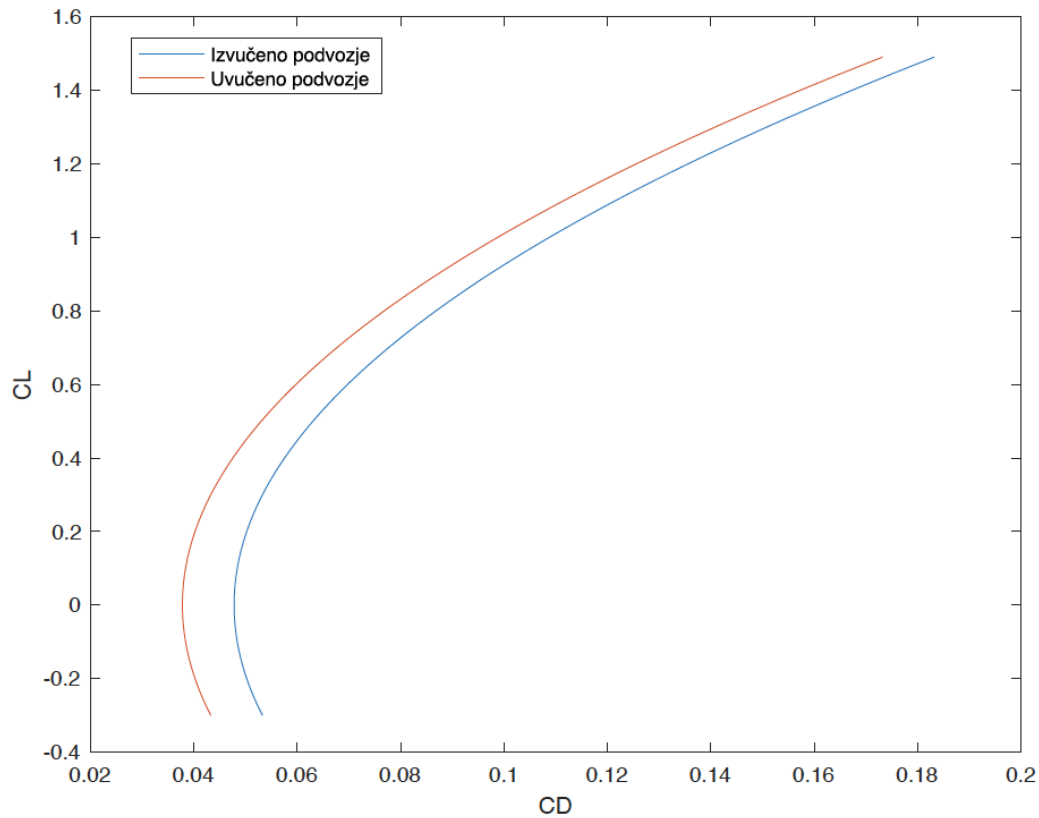
$$e = 1.78(1 - 0.045AR^{0.68}) - 0.64 = 0.8691. \quad (53)$$

Koeficijent induciranog otpora  $K$  iznosi:

$$K = \frac{1}{e \cdot AR \cdot \pi} = 0.061. \quad (54)$$

Prema dobivenim rezultatima iz formula (51), (52) i (54) mogu se odrediti polare prikazane na slici 11.

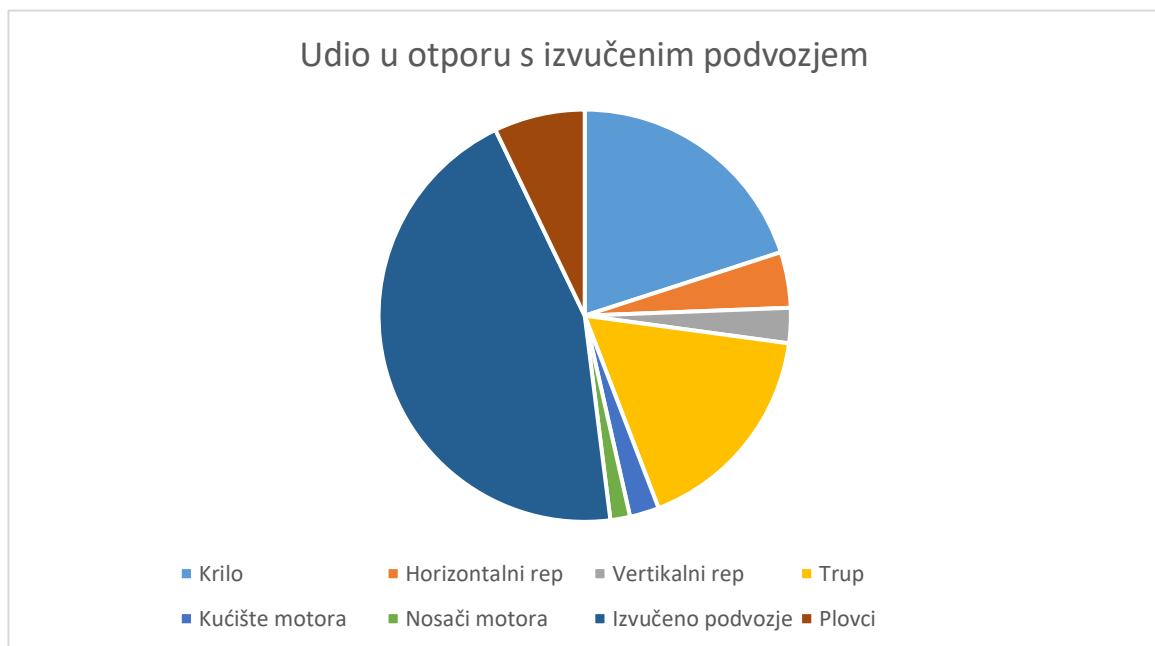




Slika 11. Polare zrakoplova

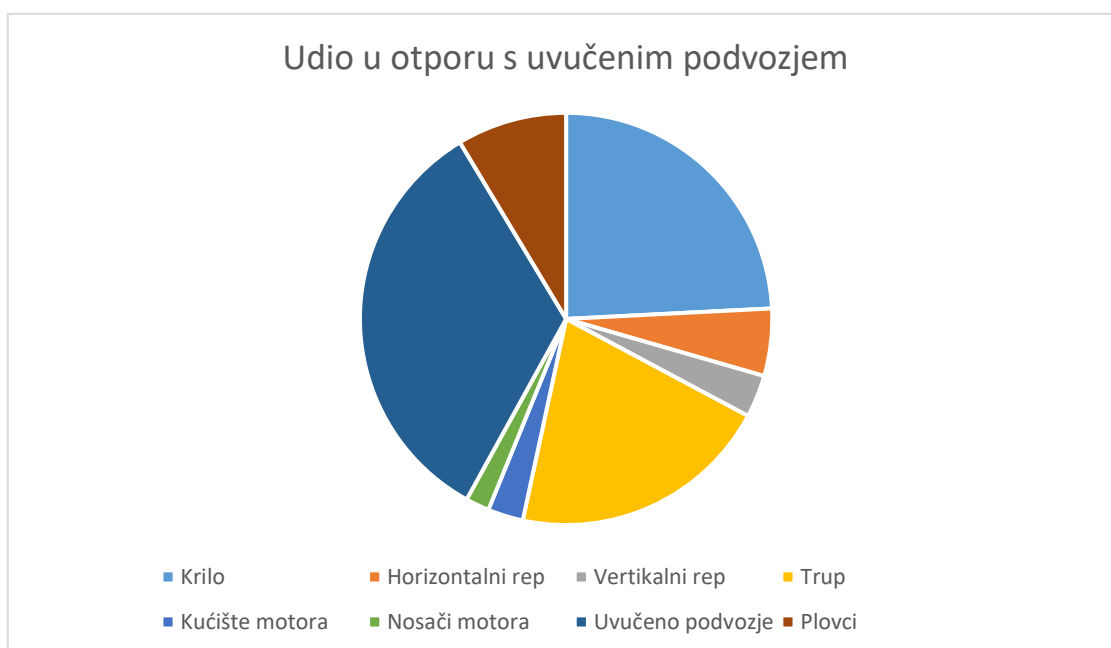
#### 4.4. Udio segmenata zrakoplova u otporu

Na slici 12. prikazan je udio segmenata zrakoplova u otporu s izvučenim podvozjem.



Slika 12. Udio u otporu s izvučenim podvozjem

Na slici 13. prikazan je udio segmenata zrakoplova u otporu s uvučenim podvozjem.



**Slika 13. Udio u otporu s izvučenim podvozjem**

Na slici 12. i 13. vidljivo je da će u obje konfiguracije najveći udio u otporu zrakoplova imati podvozje.

## 5. PERFORMANSE ZRAKOPLOVA

Performanse zrakoplova daju uvid u mogućnosti i ograničenja promatranog zrakoplova. U nastavku će se analizirati performanse u horizontalnom letu, horizontalnom zaokretu te penjanju i to za dvije promatrane konfiguracije, sa spuštenim i uvučenim podvozjem. Formule korištene za proračune preuzete su iz literature [2] i [3].

### 5.1. Horizontalni let

Jednadžbe gibanja kojima opisujemo gibanje zrakoplova kao materijalne točke glase:

$$m \cdot V \cdot \frac{d\gamma}{dt} = L \cdot \cos(\Phi) - W \cdot \cos(\gamma) \quad (55)$$

$$m \cdot V \cdot \cos(\gamma) \cdot \frac{d\chi}{dt} = L \cdot \sin(\Phi). \quad (56)$$

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = T - D - W \cdot \sin(\gamma) \quad (57)$$

Uvodimo pretpostavke da zrakoplov leti horizontalno ( $\gamma = 0$ ) i pravocrtno ( $\frac{d\chi}{dt} = 0$ ) te jednadžbe (55) i (56) glase:

$$L \cdot \cos(\Phi) = W \quad (58)$$

$$L \cdot \sin(\Phi) = 0. \quad (59)$$

Nakon dodatnih pojednostavljenja:

$$L = W \quad (60)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_L = W. \quad (61)$$

Iz jednadžbe (60) zaključuje se da je sila uzgona u horizontalnom letu jednaka težini zrakoplova. Iz jednadžbe (61) zaključuje se da je uvjet horizontalnog leta ostvaren za sve kombinacije brzina i visina, jer gustoća zraka ovisi o visini, koji zadovoljavaju jednadžbu. Također je potrebno da pogonska sila bude jednaka sili otpora kako bi bio zadovoljen uvjet pravocrtnosti i stacionarnosti leta.

Jednadžba za potrebnu pogonsku silu glasi:

$$T_r = D = \frac{\rho V^2}{2} S (C_{D0} + K C_L^2). \quad (62)$$

Koeficijent uzgona u horizontalnom letu jednak je:

$$C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S}. \quad (63)$$

Konačna jednačba za potrebnu pogonsku silu glasi:

$$T_r = D = \frac{\rho S}{2} C_{D0} V^2 + 2 \frac{KW^2}{\rho S} \frac{1}{V^2}. \quad (64)$$

Potrebna snaga za pogon zrakoplova jednaka je umnošku potrebne pogonske sile i brzine.

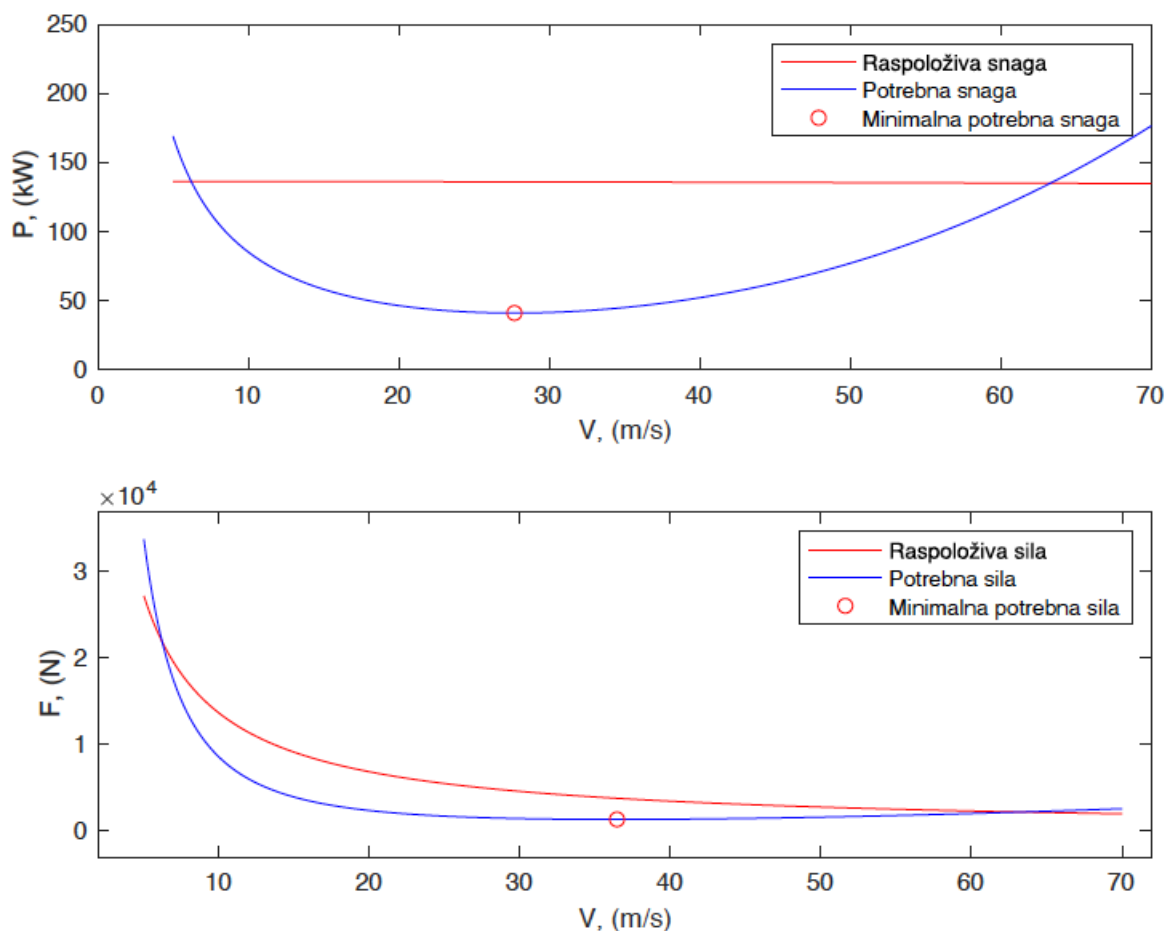
Jednačba za potrebnu snagu glasi:

$$P_r = T_r \cdot V = D \cdot V = \frac{\rho S}{2} C_{D0} V^3 + 2 \frac{KW^2}{\rho S} \frac{1}{V}. \quad (65)$$

### 5.1.1. Horizontalni let s izvučenim podvozjem

Analiza horizontalnog leta s izvučenim podvozjem provedena je za konstantnu visinu  $h=2000$  m, koristeći jednadžbe iz poglavlja 5.1. i funkciju za izračun promjene raspoložive snage motora s obzirom na visinu. Horizontalni let ostvaruje se kada je raspoloživa snaga motora veća od dostupne:

$$P_a \geq P_r = D \cdot V. \quad (66)$$



Slika 14. Grafovi raspoložive i dostupne snage i sile s izvučenim podvozjem

Iz grafova na slici 14. vidljivo je kako je horizontalni let s izvučenim podvozjem na nadmorskoj visini od 2000 m ostvariv do brzine 63.3 m/s (228 km/h), jer nakon te brzine nema dovoljno snage za horizontalni let, raspoloživa snaga je manja od potrebne snage.

$$\frac{d(DV)}{dV} = 0 \quad (67)$$

$$KC_L^2 = 3C_{D0} \quad (68)$$

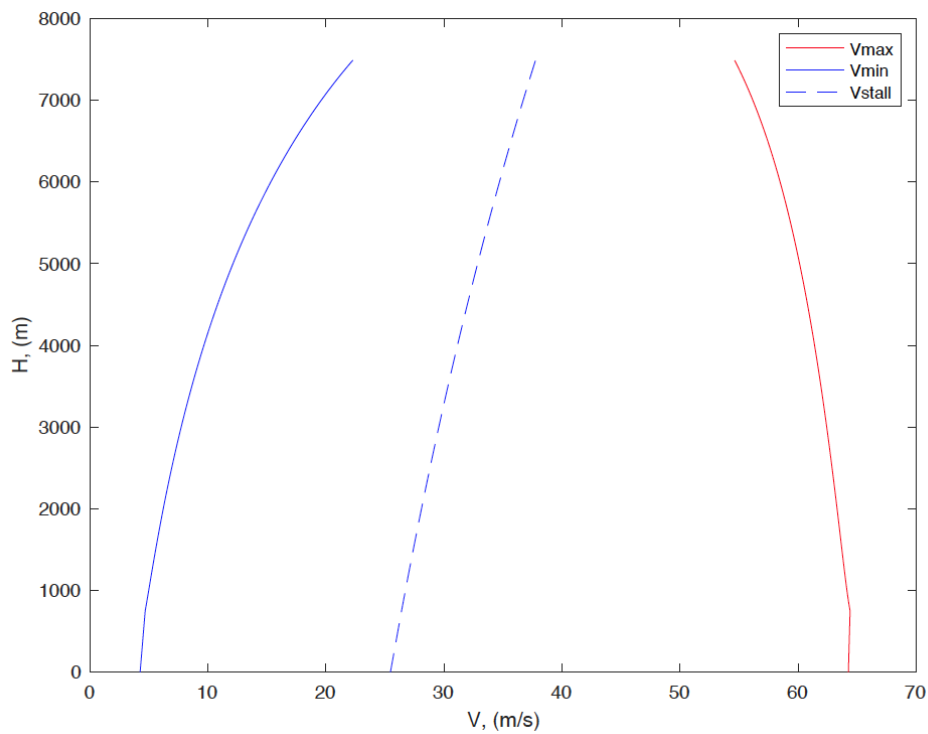
Na grafu je također vidljiva točka minimalne potrebne snage, koja se dobiva deriviranjem snage po brzini te izjednačavanjem rezultata s nulom. To je točka u kojoj je snaga potrebna za svladavanje induciranog otpora jednaka trostrukoj vrijednosti otpora nultog uzgona  $C_{D0}$ . Nadalje ukoliko zrakoplov leti u režimu minimalne snage potrošnja goriva je minimalna za zadanu visinu i horizontalni let. Za horizontalni let na nadmorskoj visini od 2000 m režim minimalne potrebne snage ostvaren je za brzinu od 27.7 m/s (100 km/h).

$$\frac{P_{\text{mot}}(H)}{V} = \frac{\rho S}{2} C_{D0} V^2 + 2 \frac{KW^2}{\rho S} \frac{l}{V^2} \quad (69)$$

U jednadžbi (69) izjednačava se raspoloživa sila  $T_a$  i potrebna sila  $T_r$ , te se dobiva  $V_{\text{min}}$  i  $V_{\text{max}}$  u ovisnosti o visini leta. Potrebno je izračunati i maksimalnu brzinu prije sloma uzgona  $V_{\text{stall}}$ :

$$V_{\text{stall}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S_{\text{ref}} C_{L\text{max}}}} \quad (70)$$

$c_{l\text{max}}$  je izračunat u programu XFOIL za aeroprofil NACA 64-418 te iznosi 1.78, prema [5] i [6]. Procjena maksimalnog koeficijenta uzgona aviona iz poznatog maksimalnog koeficijenta uzgona profila može se provesti prema [7]. Za krilo bez strijele potrebno je dodati korekciju zbog suženja krila  $(C_{L\text{max}})_W = \frac{c_{l\text{max}}}{k_\lambda}$  gdje je  $k_\lambda = 0.88$  za krilo s  $\lambda = 1$ . Za maksimalni koeficijent sile uzgona krila pretpostavlja se da mora biti veći za 5% od maksimalnog koeficijenta sile uzgona cijelog zrakoplova zbog negativnog doprinosa horizontalnog stabilizatora te je  $C_{L\text{max}} = \frac{(C_{L\text{max}})_W}{1.05} = 1.49$ .



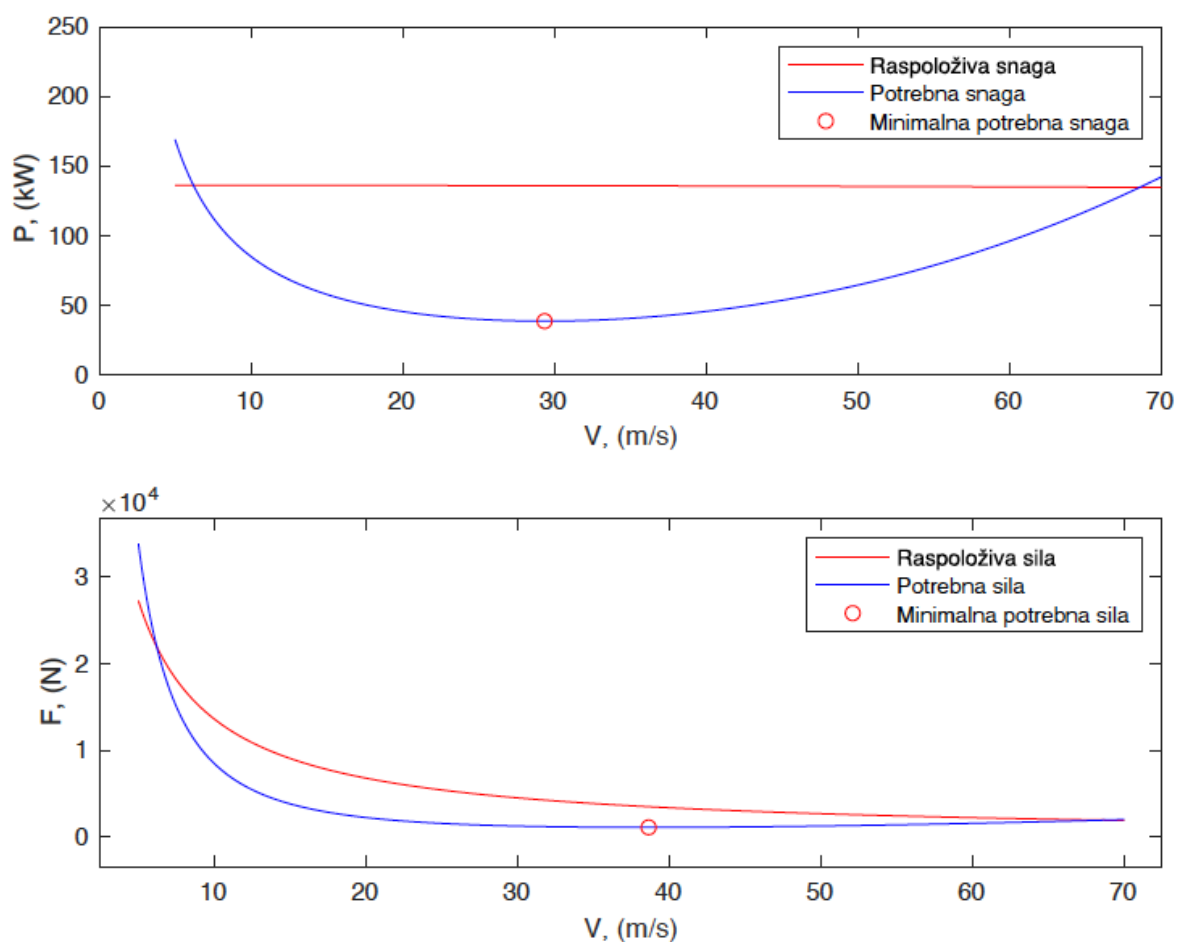
**Slika 15. Ovojnica zrakoplova s izvučenim podvozjem**

Iz slike 15. moguće je iščitati ograničenja leta zrakoplova, kao što su maksimalna i minimalna brzina leta, te brzina sloma uzgona na određenoj visini  $V_{stall}$ . Visina leta u proračunu ograničena je na 7500 m kako bi se prikazale mogućnosti zrakoplova, no u stvarnoj eksploataciji visina leta trebala bi biti manja jer avion nema kabinu pod tlakom te zbog putnika nije preporučljivo ići na visine veće od 3800 m.

### 5.1.2. Horizontalni let s uvučenim podvozjem

Analiza horizontalnog leta s uvučenim podvozjem provedena je za konstantnu visinu  $h=2000$  m, koristeći jednadžbe iz poglavlja 5.1. i funkciju za izračun promjene raspoložive snage motora s obzirom na visinu. Horizontalni let ostvaruje se kada je raspoloživa snaga motora veća od dostupne:

$$P_a \geq P_r = D \cdot V \quad (71)$$

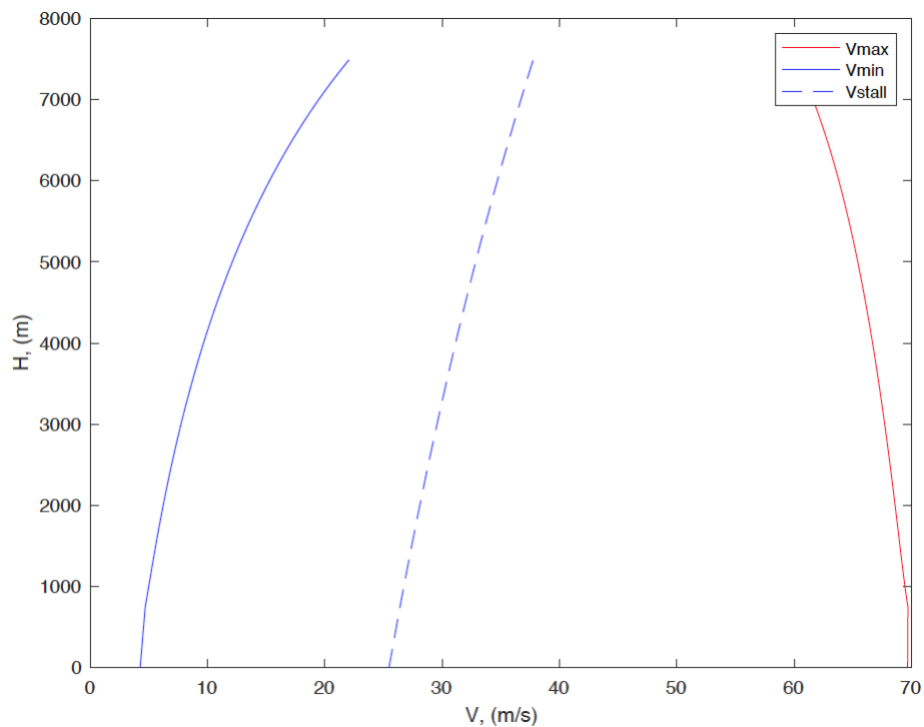


**Slika 16. Grafovi raspoložive i dostupne snage i sile s uvučenim podvozjem**

Iz grafova na slici 16. vidljivo je kako je horizontalni let s uvučenim podvozjem na nadmorskoj visini od 2000 m ostvariv do brzine 68.6 m/s (247 km/h), jer nakon te brzine nema dovoljno snage za horizontalni let, raspoloživa snaga je manja od potrebne snage. Na grafu je također vidljiva točka minimalne potrebne snage, koja se dobiva deriviranjem snage po brzini te izjednačavanjem rezultata s nulom. To je točka u kojoj je snaga potrebna za svladavanje induciranog otpora jednaka trostrukoj vrijednosti otpora nultog uzgona  $C_{D0}$ .



Nadalje ukoliko zrakoplov leti u režimu minimalne snage potrošnja goriva je minimalna za zadanu visinu i horizontalni let. Za horizontalni let na nadmorskoj visini od 2000 m režim minimalne potrebne snage ostvaren je za brzinu od 29.4 m/s (106 km/h).



**Slika 17. Ovojnica zrakoplova s uvučenim podvozjem**

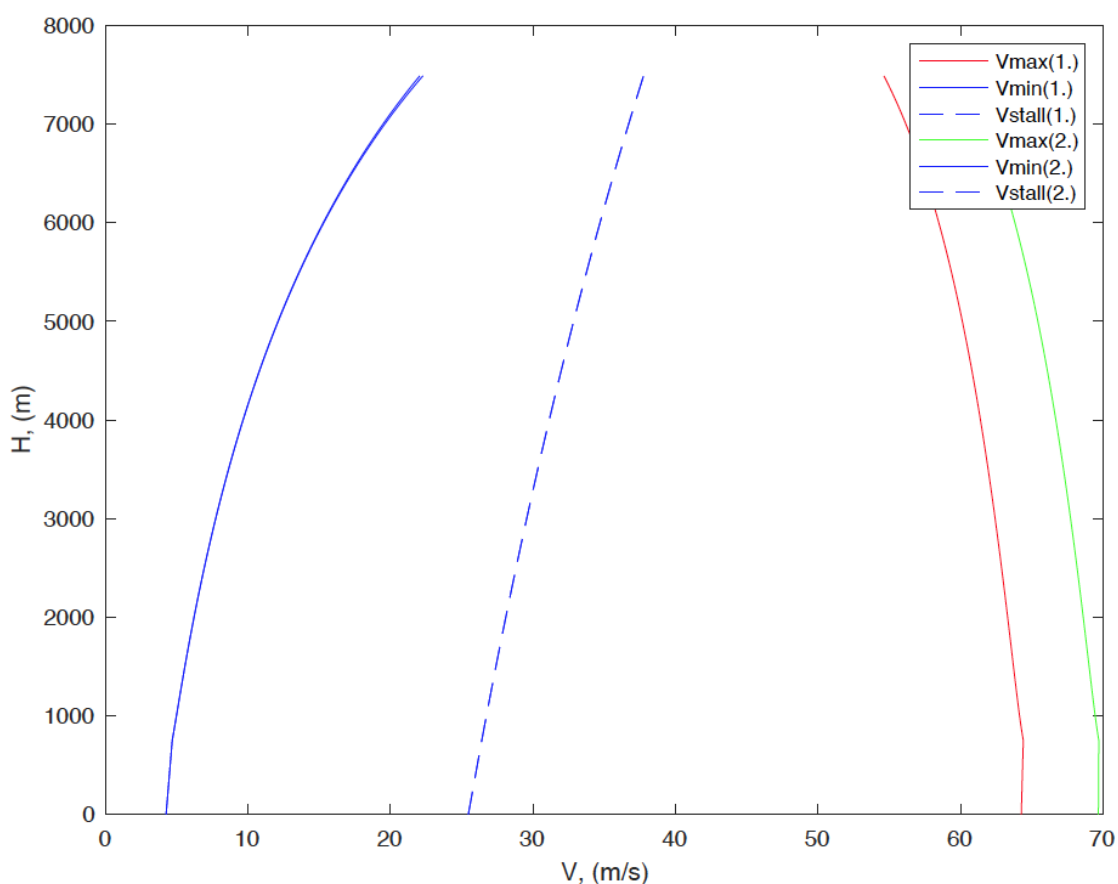
Iz slike 17. moguće je iščitati ograničenja leta zrakoplova, kao što su maksimalna i minimalna brzina leta, te brzina sloma uzgona na određenoj visini  $V_{stall}$ .

### 5.1.3. Usporedba dobivenih rezultata pri horizontalnom letu za promatrane konfiguracije

U tablici 3. prikazane su vrijednosti dobivene za promatrane konfiguracije. Vidljivo je da će veća maksimalna brzina biti moguća s uvučenim podvozjem, kada je otpor zrakoplova manji, te je tada i brzina zrakoplova za režim minimalne snage veća.

Tablica 3. Usporedba horizontalnog leta u promatranim konfiguracijama

H=2000 m	IZVUČENO PODVOZJE	UVUČENO PODVOZJE
$V_{max}$	63.3 m/s (228 km/h)	44.5 m/s (160 km/h)
$V_{P_{min}}$	27.7 m/s (100 km/h)	29.4 m/s (106 km/h)



Slika 18. Usporedba ovojnica za dvije promatrane konfiguracije (1.-izvučeno), (2.-uvučeno)

Na slici 18. prikazane su ovojnice za obje konfiguracije, izvučeno podvozje (1.) i uvučeno podvozje (2.). Vidljivo je da će maksimalna brzina na svim visinama biti veća za zrakoplov s uvučenim podvozjem.

## 5.2. Penjanje

Prilikom analize penjanja zrakoplova promatra se stacionarno penjanje u vertikalnoj ravnini. Prilikom gibanja u vertikalnoj ravnini smatra se da je kut skretanja  $\chi$  konstantan, te je iz jednadžbe (56) vidljivo da je kut valjanja  $\phi$  jednak nuli. Nadalje zbog pravocrtnosti gibanja vrijedi da je kut penjanja  $\gamma$  konstantan, te zbog stacionarnog penjanja brzina zrakoplova  $V$  je konstantna.

Jednadžbe koje opisuje penjanje zrakoplova tada glase:

$$T = D + W \sin \gamma \quad (72)$$

$$L = W \cos \gamma. \quad (73)$$

Iz jednadžbe (72) može se izraziti kut penjanja  $\gamma$

$$\sin \gamma = \frac{T - D}{W} \quad (74)$$

$$V_v = V \sin \gamma = V \frac{T - D}{W}. \quad (75)$$

Gdje  $V_v$  označava brzinu penjanja, koja se u zrakoplovnoj praksi naziva R/C (engl. Rate of Climb).

Iz jednadžbe (73) dobiva se relacija za penjanje na određenoj visini:

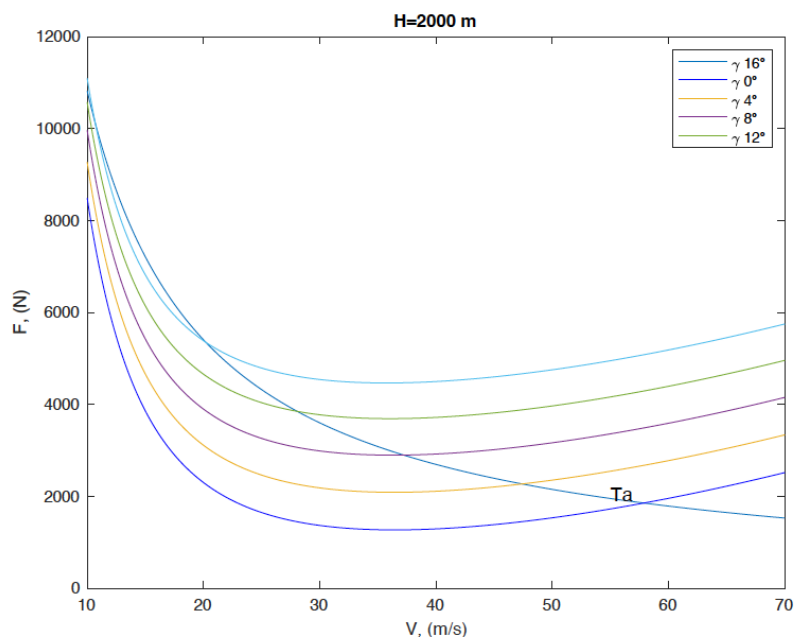
$$\frac{V^2 C_L}{\cos \gamma} = \frac{2W}{\rho S}. \quad (76)$$

Pomoću jednadžbe (76) vrši se optimizacija brzine leta  $V$ , koeficijenta uzgona  $C_L$  i kuta  $\gamma$  s kojima bi se zrakoplov trebao penjati. Optimizacija se može izvršiti na dva načina:

- Izražavanjem najvećeg kuta penjanja  $\gamma_{max}$  (engl. Best Angle of Climb)
- Izražavanjem najveće brzine penjanja  $V_{v \max}$  (engl. Best Rate of Climb)

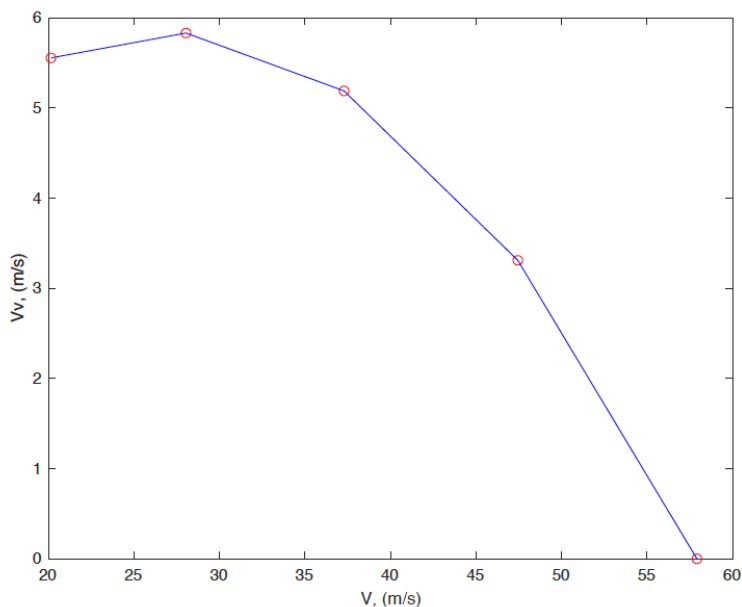
U daljnjem proračunu vršiti će se optimizacija pomoću najveće brzine penjanja (engl. Best Rate of Climb)

### 5.2.1. Penjanje s izvučenim podvozjem



**Slika 19. Potrebna sila  $T_r(V, \gamma)$  i raspoloživa sila  $T_a(V)$  zrakoplova s izvučenim podvozjem za visinu od 2000 m**

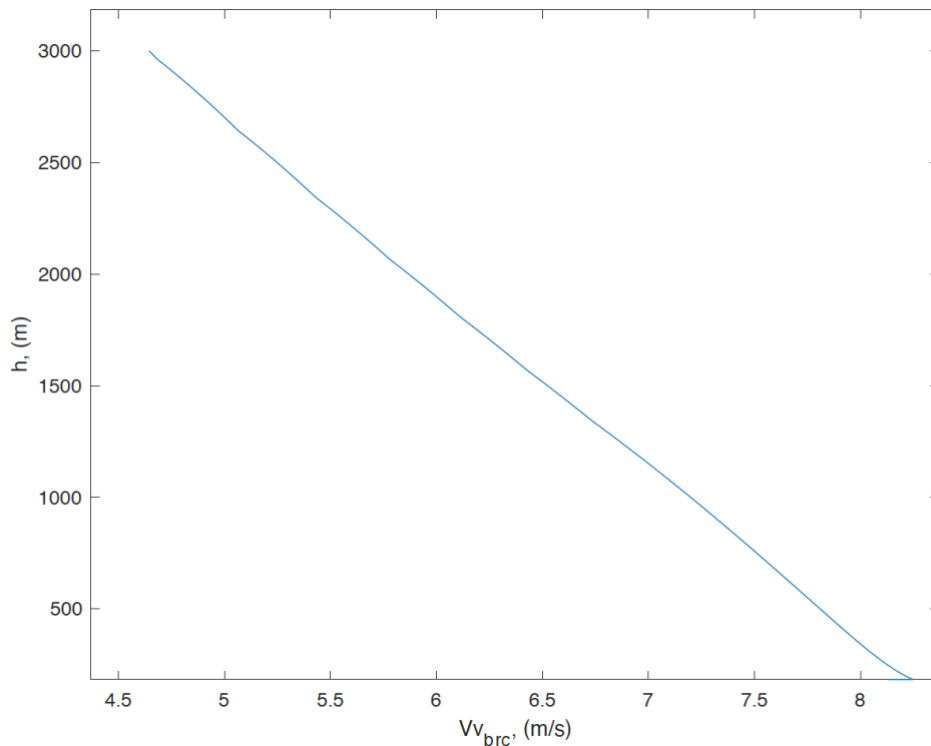
Na slici 19. prikazana je ovisnost potrebne sile o brzini i kutu penjanja te ovisnost dostupne sile o brzini za visinu od 2000 m. Na sjecištu krivulja  $T_a$  i  $T_r$  dobiva se brzina  $V_{max}$  koja ovisi o kutu penjanja i predstavlja maksimalnu brzinu penjanja koju zrakoplov može postići na toj visini. Drugim riječima u svakoj točki presjeka dobiva se par vrijednosti  $V_{max}$  i  $\gamma$ . Pomoću tih parova crta se dijagram:



**Slika 20. Brzina penjanja  $V_v$  zrakoplova s izvučenim podvozjem na visini od 2000 m**

U dijagramu na slici 20. na apscisi se nalazi najveća brzina leta  $V_{\max}$ , a na ordinati se nalazi najveća brzina penjanja  $V_v = V \sin \gamma$ . Iz tog dijagrama moguće je iščitati maksimalnu brzinu penjanja na određenoj visini, koja se nalazi na tjemenu funkcije za promatrani zrakoplov na visini od 2000 m iznosi  $V_{v \text{ brc}} = 5.8 \text{ m/s}$ .

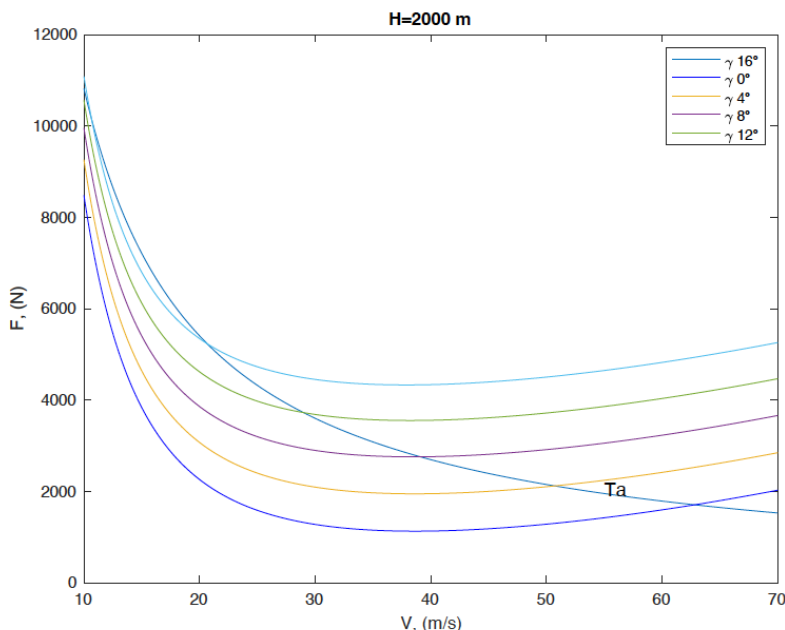
Budući da je maksimalna brzina penjanja različita za svaku visinu, pomoću Matlab-a je izračunata maksimalna brzina penjanja za visinu od 0 m do 3000 m i kutove penjanja od  $0^\circ$  do  $16^\circ$ .



**Slika 21. Penjanje u režimu BRC za zrakoplov s izvučenim podvozjem**

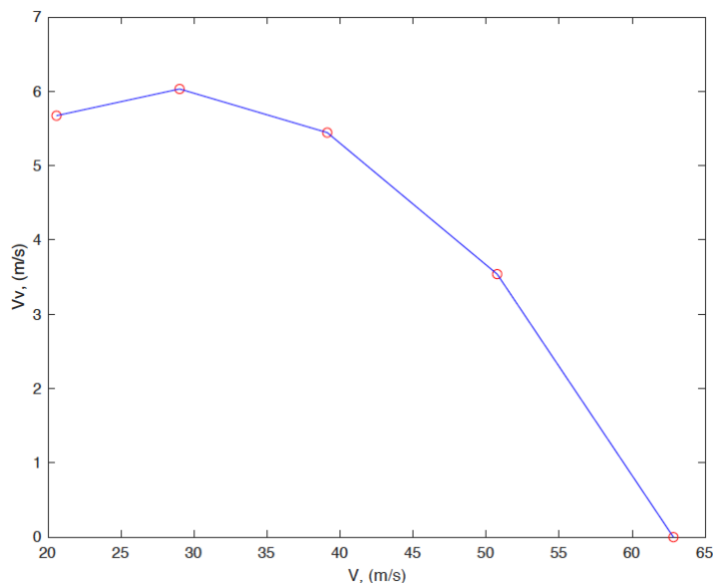
Iz slike 21. vidljivo je da će se maksimalna brzina penjanja smanjivati s visinom leta, te da svoj maksimum postiže na razini mora.

### 5.2.2. Penjanje s uvučenim podvozjem



**Slika 22. Potrebna sila  $T_r(V, \gamma)$  i raspoloživa sila  $T_a(V)$  zrakoplova s uvučenim podvozjem za visinu od 2000 m**

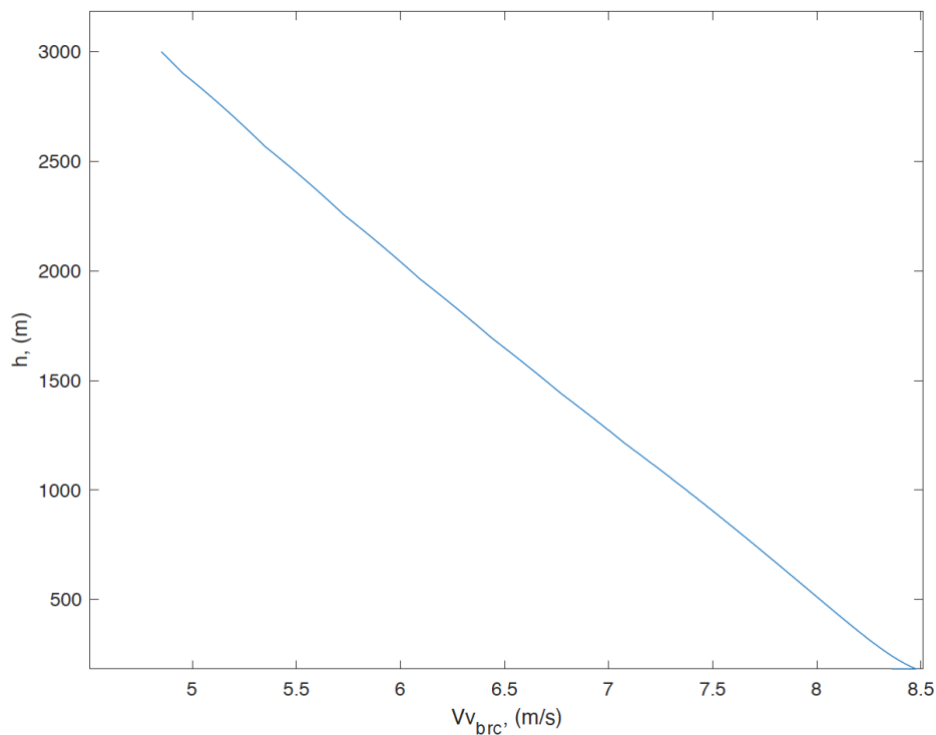
Na slici 22. prikazana je ovisnost potrebne sile o brzini i kutu penjanja te ovisnost dostupne sile o brzini za visinu od 2000 m. Na sjecištu krivulja  $T_a$  i  $T_r$  dobiva se brzina  $V_{max}$  koja ovisi o kutu penjanja i predstavlja maksimalnu brzinu penjanja koju zrakoplov može postići na toj visini. Drugim riječima u svakoj točki presjeka dobiva se par vrijednosti  $V_{max}$  i  $\gamma$ . Pomoću tih parova crta se dijagram:



**Slika 23. Brzina penjanja  $V_v$  zrakoplova s uvučenim podvozjem na visini od 2000 m**

U dijagramu na slici 23. na apscisi se nalazi najveća brzina leta  $V_{\max}$ , a na ordinati se nalazi najveća brzina penjanja  $V_v = V \sin \gamma$ . Iz tog dijagrama moguće je iščitati maksimalnu brzinu penjanja na određenoj visini, koja se nalazi na tjemenu funkcije za promatrani zrakoplov na visini od 2000 m iznosi  $V_{v \text{ brc}} = 6 \text{ m/s}$ .

Budući da je maksimalna brzina penjanja različita za svaku visinu, pomoću Matlab-a je izračunata maksimalna brzina penjanja za visinu od 0 m do 3000 m i kutove penjanja od  $0^\circ$  do  $16^\circ$ .



**Slika 24. Penjanje u režimu BRC za zrakoplov s uvučenim podvozjem**

Iz slike 24. vidljivo je da će se maksimalna brzina penjanja smanjivati s visinom leta, te da svoj maksimum postiže na razini mora.

### 5.2.3. Usporedba dobivenih rezultata pri penjanju za promatrane konfiguracije

U tablici 4. prikazane su vrijednosti dobivene za promatrane konfiguracije. Vidljivo je da će veća maksimalna brzina penjanja biti moguća s uvučenim podvozjem.

Tablica 4. Usporedba penjanja u promatranim konfiguracijama

	IZVUČENO PODVOZJE	UVUČENO PODVOZJE
$V_{v\ brc}$	5.8 m/s	6 m/s
$V$	28 m/s (100.8 km/h)	29 m/s (104.4 km/h)

### 5.3. Horizontalni zaokret

Prilikom analize horizontalnog zaokreta uvode se pretpostavke da avion leti konstantnom brzinom, u horizontalnoj ravnini  $\gamma=0$ , bez kuta klizanja  $\beta = 0$  te  $\alpha_T \approx \alpha_{rav}$  i  $\mu_A \approx \phi$ . Tada jednadžbe gibanja centra mase zrakoplova glase:

$$0 = T - D \quad (77)$$

$$mV \frac{d\chi}{dt} = L \sin\phi \quad (78)$$

$$0 = L \cos\phi - W. \quad (79)$$

Kako bi bio zadovoljen uvjet leta u horizontalnoj ravnini, iz jednadžbe (79) vertikalna komponenta uzgona mora biti jednaka težini:

$$L \cos\phi = W. \quad (80)$$

Iz jednadžbe (78) horizontalna komponenta će prouzročiti centripetalno ubrzanje koje je okomito na brzinu leta:

$$m \frac{V^2}{R} = L \sin\phi. \quad (81)$$

Kutna brzina vektora brzine jednaka je:

$$\dot{\chi} = \frac{d\chi}{dt} \cdot \frac{ds}{ds} = \frac{d\chi}{ds} \cdot V = \frac{V}{R}. \quad (82)$$

Polumjer zakrivljenosti  $R$ :

$$R = \frac{ds}{d\chi}. \quad (83)$$

Jednadžba (82) može se zapisati i u ovisnosti o normalnom opterećenju  $n$ :



$$\dot{\chi} = \frac{g\sqrt{n^2 - 1}}{V}. \quad (84)$$

Također i jednačba (84) može se zapisati u ovisnosti o normalnom opterećenju  $n$ :

$$R = \frac{V^2}{g\sqrt{n^2 - 1}}. \quad (85)$$

Opterećenje koje djeluje na zrakoplov prilikom horizontalnog zaokreta ne smije biti veće od vrijednosti koju konstrukcija može izdržati, stoga se nameće uvjet  $n < n_s$ . Iz tog uvjeta dobiva se maksimalna kutna brzina koju zrakoplov može izdržati, te jednačba (84) poprima oblik:

$$\dot{\chi}_s = \frac{g\sqrt{n_s^2 - 1}}{V}. \quad (86)$$

Gdje je maksimalno opterećenje za promatrani zrakoplov:  $n_s = 3$ .

Koeficijent uzgona mora biti manji od maksimalnog  $C_L \leq C_{Lmax}$ , te ako se u jednačbi (84) izrazi opterećenje preko relacije  $n = \frac{L}{W}$ , dobiva se utjecaj koeficijenta uzgona na kutnu brzinu:

$$\dot{\chi}(V) = \frac{g}{V} \sqrt{\left(\frac{\rho V^2 S C_L}{2W}\right)^2 - 1}. \quad (87)$$

Kada se u jednačbu (87) uvrsti maksimalni koeficijent uzgona, dobiva se najveća dopuštena kutna brzina u odnosu na slom uzgona:

$$\dot{\chi}_L(V) = g \sqrt{\left(\frac{\rho S C_{Lmax}}{2W}\right)^2 V^2 - \frac{1}{V^2}}. \quad (88)$$

Uzgon u horizontalnom zaokretu:

$$L = \frac{W}{\cos\phi}. \quad (89)$$

Iz jednačbe (89) vidljivo je da će se koeficijent uzgona povećati u horizontalnom zaokretu, što će dovesti do povećanja induciranog otpora. Kako bi brzina leta ostala konstantna i koordinirani zaokret bio ostvaren, potrebno je povećati pogonsku silu za iznos porasta otpora. Vrijednost opterećenja  $n$  računa se:

$$n = \sqrt{\left(\frac{V^2}{gR}\right)^2 + 1}. \quad (90)$$

Za ostvarivanje koordiniranog zaokreta potrebno je uskladiti: otklon krilaca  $\delta_t$ , otklon kormila visine  $\delta_m$  i otklon ručice pogona  $\delta_p$ . Kako je potrebno povećati pogonsku silu da se ostvari koordinirani zaokret bez promjene brzine leta, postavlja se pitanje koliko je moguće povećati raspoloživo opterećenje s obzirom na raspoloživu silu (snagu motora). Potrebna sila za let zrakoplova brzinom  $V$ :

$$T_r = \frac{\rho V^2}{2} S \left[ C_{D0} + K \left( \frac{L}{\frac{\rho V^2 S}{2}} \right)^2 \right]. \quad (91)$$

Iz relacije  $L = nW$  jednadžba (91) poprima oblik:

$$T_r = \frac{\rho S C_{D0} V^2}{2} + 2 \frac{K (nW)^2}{\rho S} \frac{1}{V^2}. \quad (92)$$

Kako bi koordinirani horizontalni zaokret bio moguć, raspoloživa sila  $T_a$  mora biti veća ili jednaka potrebnoj, te jednadžba (92) poprima oblik:

$$T_a = \frac{\rho S C_{D0} V^2}{2} + 2 \frac{K (nW)^2}{\rho S} \frac{1}{V^2}. \quad (93)$$

Iz jednadžbe (93) može se izraziti  $n_{rasp}$ :

$$n_{rasp}^2 = \frac{T_a \rho S}{2KW^2} V^2 - \frac{(\rho S)^2 C_{D0}}{4KW^2} V^4. \quad (94)$$

Za promatrani zrakoplov potrebno je uvesti relaciju za elisne zrakoplove, jer je jednadžba (94) izvedena za mlazne zrakoplove:

$$T_a = \frac{P_a}{V}. \quad (95)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (95) u jednadžbu (94) dobiva se raspoloživo opterećenje za elisne zrakoplove:

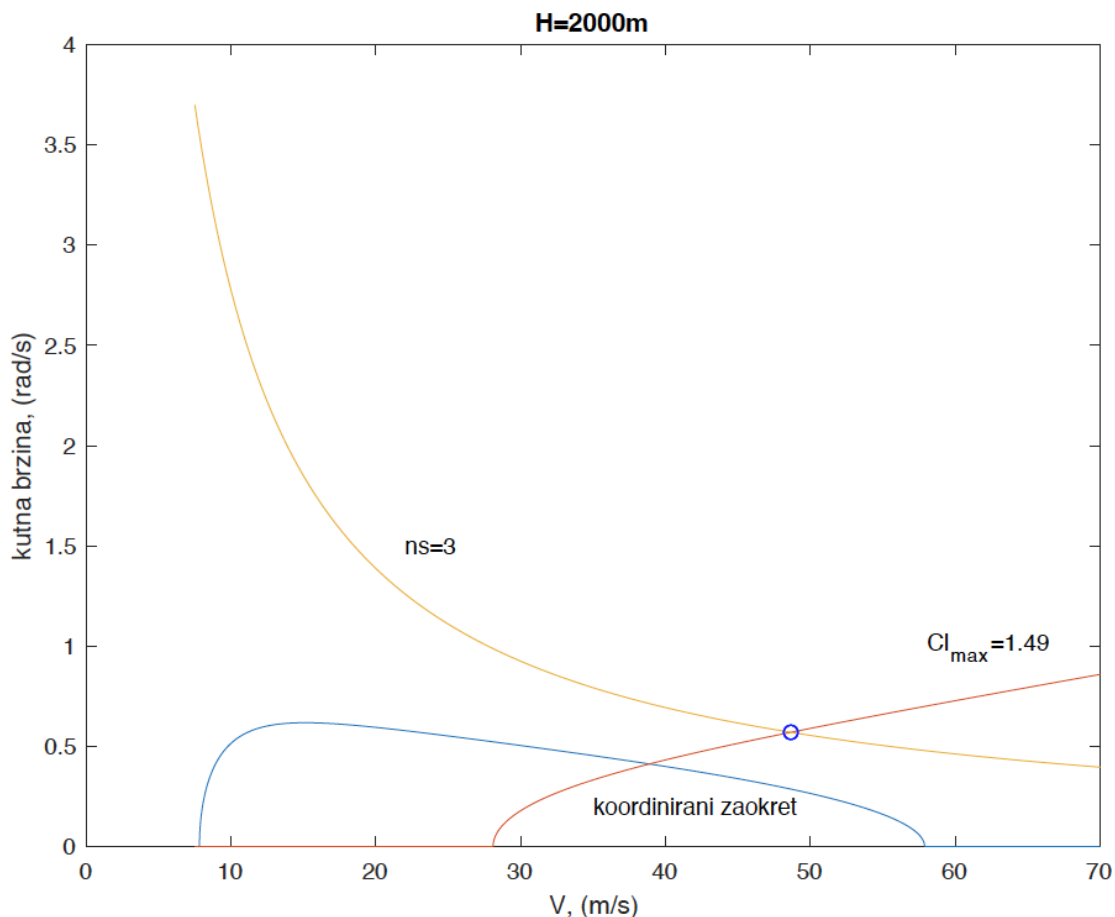
$$n_{rasp}^2 = \frac{P_a \rho S}{2KW^2} V - \frac{(\rho S)^2 C_{D0}}{4KW^2} V^4. \quad (96)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (96) u jednadžbu (84) dobiva se ovojnica koordiniranog horizontalnog zaokreta zrakoplova  $\dot{\chi}_p$ :

$$\dot{\chi}_p = g \sqrt{\frac{P_a \rho S}{2KW^2} \frac{1}{V} - \frac{(\rho S)^2 C_{D0}}{4KW^2} V^2 - \frac{1}{V^2}}. \quad (97)$$

### 5.3.1. Horizontalni zaokret s izvučenim podvozjem

Proračun horizontalnog zaokreta za zrakoplov s izvučenim podvozjem vršio se za visinu od 2000 m.

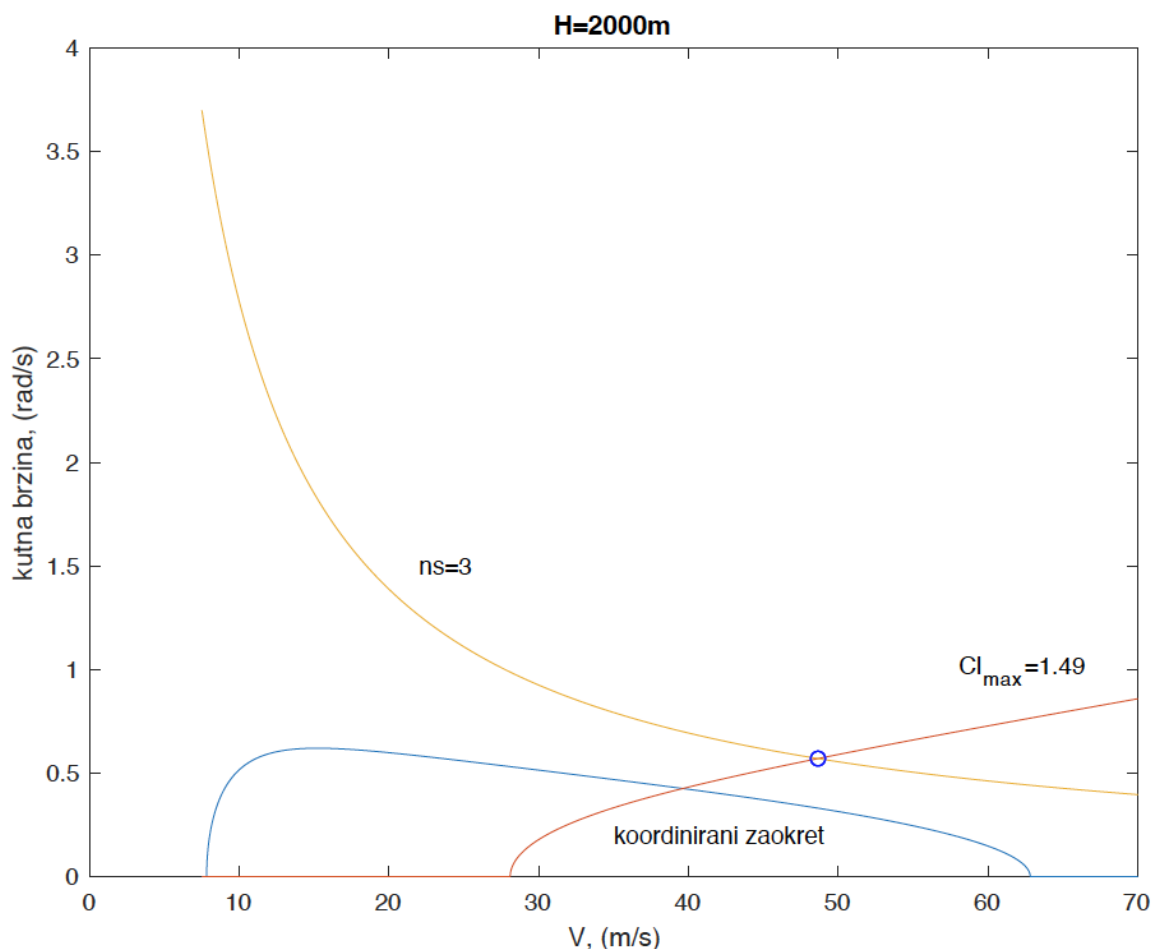


**Slika 25. Ograničenja kutnih brzina zrakoplova s izvučenim podvozjem**

Iz slike 25. vidljivo je kako je maksimalna kutna brzina zrakoplova s izvučenim podvozjem ograničena maksimalnim opterećenjem konstrukcije  $\dot{\chi}_S$  (krivulja žute boje) i aerodinamičkim ograničenjem  $\dot{\chi}_L$  (krivulja narančaste boje). U presjeku te dvije krivulje nalazi se najveća moguća kutna brzina s danim ograničenjima, naziva corner speed, te se ona postiže pri brzini leta od  $V_c = 48.6$  m/s (175 km/h) i iznosi  $\dot{\chi}_{corner\ speed} = 0.57$  rad/s. Koordinirani horizontalni zaokret za zrakoplov s izvučenim podvozjem prikazan je plavom bojom, te će maksimalna kutna brzina koordiniranog zrakoplova iznositi  $\dot{\chi}_{max} = 0.41$  rad/s pri brzini leta od  $V_{max(\dot{\chi})} = 38.9$  m/s (140 km/h).

### 5.3.2. Horizontalni zaokret s uvučenim podvozjem

Proračun horizontalnog zaokreta za zrakoplov s uvučenim podvozjem vršio se za visinu od 2000 m.



**Slika 26. Ograničenja kutnih brzina zrakoplova s uvučenim podvozjem**

Iz slike 26. vidljivo je kako je maksimalna kutna brzina zrakoplova s uvučenim podvozjem ograničena maksimalnim opterećenjem konstrukcije  $\dot{\chi}_S$  (krivulja žute boje) i aerodinamičkim ograničenjem  $\dot{\chi}_L$  (krivulja narančaste boje). U presjeku te dvije krivulje nalazi se najveća moguća kutna brzina s danim ograničenjima, naziva corner speed, te se ona postiže pri brzini leta od  $V_c = 48.6$  m/s (175 km/h) i iznosi  $\dot{\chi}_{corner\ speed} = 0.57$  rad/s. Koordinirani horizontalni zaokret za zrakoplov s uvučenim podvozjem prikazan je plavom bojom, te će maksimalna kutna brzina koordiniranog zrakoplova iznositi  $\dot{\chi}_{max} = 0.43$  rad/s pri brzini leta od  $V_{max(\dot{\chi})} = 39.6$  m/s (143 km/h).

### 5.3.3. Usporedba dobivenih rezultata pri horizontalnom zaokretu za promatrane konfiguracije

U tablici 5. prikazane su vrijednosti dobivene za promatrane konfiguracije. Vidljivo je da se maksimalna kutna brzina zrakoplova ograničena konstrukcijskim i aerodinamičkim ograničenjima ne mijenja s promjenom konfiguracije, dok se kutna brzina koordiniranog zaokreta neznatno mijenja promjenom konfiguracije.

Tablica 5. Usporedba horizontalnog zaokreta u promatranim konfiguracijama

	IZVUČENO PODVOZJE	UVUČENO PODVOZJE
$V_c$	48.6 m/s (175 km/h)	48.6 m/s (175 km/h)
$\dot{\chi}_{corner\ speed}$	0.57 rad/s	0.57 rad/s
$V_{max(\dot{\chi})}$	38.9 m/s (140 km/h)	39.6 m/s (143 km/h)
$\dot{\chi}_{max}$	0.41 rad/s	0.43 rad/s
$R_{min}$	85.1 m	85.1 m

## 6. ZAKLJUČAK

U radu je prvotno usvojena geometrija zrakoplova prema kojoj je proveden proračun. Nadalje, procijenjen je otpor zrakoplova u dvije konfiguracije, s uvučenim i izvučenim podvozjem te je usvojen model raspoložive snage pogonske grupe (motora i propelera) u ovisnosti o visini leta. Provedena je analiza performansi u horizontalnom letu, penjanju i horizontalnom zaokretu za dvije promatrane konfiguracije. Također je određena i ovojnica zrakoplova za dvije promatrane konfiguracije.

Promatrani zrakoplov ima potrebne performanse za obavljanje zadaća zamišljenih pri konstruiranju u promatranim konfiguracijama. Prilikom izračuna dobivene su očekivane vrijednosti otpora zrakoplova. U horizontalnom letu pri 2000 m s izvučenim podvozjem zrakoplov ostvaruje maksimalnu brzinu leta od 63.3 m/s (228 km/h), dok s uvučenim podvozjem ostvaruje maksimalnu brzinu leta od 68.6 m/s (247 km/h). Iz ovojnice zrakoplova vidljivo je da neovisno o konfiguraciji zrakoplov ima mogućnost leta na visini 7500 m (24600 ft). Ta visina trebala bi se ograničiti na 3800 m (12500 ft) jer zrakoplov nema kabinu pod tlakom, iznad te visine počinju problemi s disanjem pilota i putnika. Prilikom penjanja u režimu BRC na 2000 m s izvučenim podvozjem brzina penjanja iznosi 5.8 m/s dok s uvučenim podvozjem iznosi 6 m/s. Nadalje vidljivo je da konfiguracija zrakoplova ne utječe značajno na kutnu brzinu zrakoplova u horizontalnom zaokretu. Za obje konfiguracije maksimalna kutna brzina (corner speed) iznosi 0.57 rad/s, dok se kutna brzina koordiniranog zaokreta zrakoplova minimalno mijenja u ovisnosti konfiguracije i iznosi 0.41 rad/s za konfiguraciju s izvučenim podvozjem te 0.43 rad/s za konfiguraciju s uvučenim podvozjem.

Za potpuni uvid u mogućnosti promatranog hidroaviona potrebno je izvršiti analizu ravnotežnog leta, odrediti maksimalni dolet i trajanje leta. Nadalje, bilo bi korisno izračunati potrebnu duljinu piste za slijetanje i polijetanje te odrediti potrebnu duljinu za polijetanje i slijetanje s vodene površine što je predmet kompleksnih analiza kao što je [8].

---

**LITERATURA**

- [1] Trpin, A.: Konstruktor aviona u samogradnji, osobna komunikacija, 14.10.2022
- [2] Slobodan, J.: *Mehanika leta zrakoplova*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2001.
- [3] Raymer, D.: *Aircraft Design: A Conceptual Approach*, AIAA Education Series, Washington, 1992.
- [4] Stinton, D. *Flying Qualities and Flight Testing of the Aeroplane*, Blackwell Science, Oxford, 1996.
- [5] M. Drela. XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils. In T. J. Mueller, editor, *Low Reynolds Number Aerodynamics*, number 54 in *Lecture Notes in Engineering*, pages 1–12. Springer Verlag, 1989.
- [6] XFLR5, Analysis of foils and wings operating at low Reynolds numbers, 2009
- [7] Roskam, Jan.: *Aircraft design; Part II: Preliminary configuration design and integration of the propulsion system*, Roskam Aviation and Engineering Corp., Ottawa, Kansas, 1985.
- [8] Guo, Y.; Ma, D.; Yang, M.; Liu, X. Numerical Analysis of the Take-Off Performance of a Seaplane in Calm Water, *Applied Sciences*, 2021, 11, 6442.