

# Računalna simulacija hlađenja malog računala

---

**Babić, Mislav**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:239314>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-09**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Mislav Babić**

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

doc. dr. sc. Severino Krizmanić

Student:

Mislav Babić

Zagreb, 2022.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru dr. sc. Severinu Krizmaniću na udijeljenom znanju i susretljivosti prilikom izrade ovog rada.

Posebice se zahvaljujem dr. sc. Franji Juretiću i tvrtki Creative Fields na utrošenom vremenu, trudu i strpljenju. Bez njihove pomoći i računalnih resursa, ovog rada ne bi bilo.

Mislav Babić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

|                                     |        |
|-------------------------------------|--------|
| Sveučilište u Zagrebu               |        |
| Fakultet strojarstva i brodogradnje |        |
| Datum                               | Prilog |
| Klasa: 602 – 04 / 22 – 6 / 1        |        |
| Ur.broj: 15 - 1703 - 22 -           |        |

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Mislav Babić** JMBAG: **0035219521**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Računalna simulacija hlađenja malog računala**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical simulation of single-board computer cooling**

Opis zadatka:

Prilikom rada elektroničkog računala, cjelokupna snaga preuzeta iz strujnog izvora, u njegovim aktivnim komponentama disipira putem topline u okoliš. Istodobno, kako bi se osigurao pouzdan rad, temperature pojedinih komponenti je potrebno održati unutar predviđenih temperaturnih intervala. Ovo se osigurava hlađenjem prisilnom ili prirodnom konvekcijom, te u posebnim slučajevima zasebnim sustavom hlađenja s rashladnom tekućinom i hladnjakom.

Mala računala su svojom namjenom i tržišnim zahtjevima na cijenu, gabarite, buku i potrošnju energije, ograničena na primjenu slobodne konvekcije (tzv. "pasivno hlađenje"), dok su zbog međusobne blizine aktivnih komponenti i malog kućišta više izložena mogućnosti pregrijavanja.

U ovom radu potrebno je provesti računalnu simulaciju hlađenja malog računala (klase Arduino) koristeći metode računalne dinamike fluida. Pri izradi rada se preporučuje primjena slobodno dostupnog programskog paketa OpenFOAM koji se temelji na metodi konačnih volumena.

U sklopu rada potrebno je:

- pronaći geometrijski model računala ili izraditi ga na temelju dostupne dokumentacije, te prema potrebi uvesti pojednostavljenja geometrije;
- obaviti sve postupke računalnog proračuna: prostorna diskretizacija geometrijskog modela, odabir i podešavanje numeričkog postupka, post-procesiranje rješenja;

Rad treba sadržavati:

- uvod;
- opis problema i metoda primijenjenih za njihovo rješavanje;
- odgovarajuće prikaze dobivenih rezultata i osvrt na rezultate;
- zaključke.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2021.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Severino Krizmanić

Datum predaje rada:

1. rok: 24. 2. 2022.  
2. rok (izvanredni): 6. 7. 2022.  
3. rok: 22. 9. 2022.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 28. 2. – 4. 3. 2022.  
2. rok (izvanredni): 8. 7. 2022.  
3. rok: 26. 9. – 30. 9. 2022.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

**SADRŽAJ**

|   |     |
|---|-----|
| SADRŽAJ .....   | I   |
| POPIS SLIKA .....   | III |
| POPIS TABLICA.....  | IV  |
| POPIS OZNAKA .....  | V   |
| SAŽETAK.....  | 1   |
| SUMMARY .....   | 2   |
| 1. UVOD .....   | 3   |
| 2. TEORIJSKE OSNOVE.....                                    | 5   |
| 2.1. Kontrolni i materijalni volumen .....                  | 5   |
| 2.2. Osnovni zakoni dinamike fluida .....                   | 6   |
| 2.2.1. Zakon očuvanja mase ili jednadžba kontinuiteta ..... | 6   |
| 2.2.2. Zakon očuvanja količine gibanja.....                 | 7   |
| 2.2.3. Zakon očuvanja momenta količine gibanja.....         | 7   |
| 2.2.4. Zakon očuvanja energije .....                        | 8   |
| 2.2.5. Drugi zakon termodinamike.....                       | 8   |
| 2.2.6. Jednadžba stanja idealnog plina .....                | 9   |
| 2.2.7. Opći oblik zakona očuvanja fizikalnog svojstva.....  | 9   |
| 2.3. Prijenos topline konvekcijom.....                      | 9   |
| 3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA .....                          | 11  |
| 3.1. Metoda konačnih volumena .....                         | 12  |
| 4. CFD ANALIZA HLAĐENJA MALOG RAČUNALA.....                 | 16  |
| 4.1. Geometrijski model .....                               | 16  |
| 4.2 Prostorna diskretizacija .....                          | 19  |
| 4.3. Modeliranje konvekcijskog hlađenja .....               | 22  |
| 4.4. Računalna simulacija.....                              | 24  |
| 4.4.1.Korišteni solver .....                                | 24  |
| 4.4.2. Korišteni model turbulencije.....                    | 24  |

---

|   |    |
|---|----|
| 4.4.3. Termalni model .....                         | 25 |
| 4.4.4. Rubni uvjeti .....                           | 25 |
| 4.5. Prikaz i analiza dobivenih rezultata .....     | 27 |
| 4.5.1. Rezultati na gruboj mreži .....              | 27 |
| 4.5.2. Rezultati na finoj mreži .....               | 32 |
| 4.5.3 Usporedba i komentar dobivenih rješenja ..... | 32 |
| ZAKLJUČAK .....                                     | 34 |
| LITERATURA .....                                    | 35 |

**POPIS SLIKA**

|   |    |
|---|----|
| Slika 1. Ilustracija veličine malog računala [2].....   | 3  |
| Slika 2. Dvije vrste konvekcije [5].....  | 10 |
| Slika 3. Prikaz toka numeričke simulacije [6].....  | 11 |
| Slika 4. Dio diskretiziranog područja proračuna [6].....  | 13 |
| Slika 5. Donji dio zaštitnog kućišta.....   | 16 |
| Slika 6. Gornji dio zaštitnog kućišta .....   | 17 |
| Slika 7. Geometrijski model Raspberry PI-a.....   | 17 |
| Slika 8. Raspberry PI unutar zaštitnog kućišta.....   | 18 |
| Slika 9. Prikaz položaja kućišta unutar domene.....   | 19 |
| Slika 10. Uvećani detalj nastalih <i>patcheva</i> .....   | 20 |
| Slika 11. Uvećani detalj nastalih <i>patcheva</i> .....   | 20 |
| Slika 12. Prikaz mreže kontrolnih volumena i geometrijskog modela .....   | 21 |
| Slika 13. Uvećani detalj mreže kontrolnih volumena oko jedne ulazno/izlazne jedinice.....                                     | 21 |
| Slika 14. Termalna snimka modela Rspberry PI 3B+ [9] .....  | 22 |
| Slika 15. Imena pojedinih <i>patcheva</i> .....   | 23 |
| Slika 16. Imena pojedinih <i>patcheva</i> .....   | 24 |
| Slika 17. Graf konvergencije maksimalne i minimalne vrijednosti tlaka $p$ i brzine $U$ za <i>grubu</i> mrežu.....             | 27 |
| Slika 18. Graf konvergencije minimalne i maksimalne vrijednosti temperature $\vartheta$ za <i>grubu</i> mrežu .....           | 28 |
| Slika 19. Graf konvergencije temperature $\vartheta$ i brzine $U$ u proizvoljno odabranim točkama na <i>gruboj</i> mreži..... | 28 |
| Slika 20. Prikaz lokacije dvaju proizvoljno odabranih točaka .....  | 29 |
| Slika 21. Prikaz temperaturnog polja .....  | 30 |
| Slika 22. Prikaz temperaturnog polja s ucrtanim vektorima brzine .....  | 30 |
| Slika 23. Prikaz temperaturnog polja s ucrtanim vektorima brzine u ravnini s Chip1 i Chip2.....                               | 31 |
| Slika 24. Prikaz strujnica fluida obojenih temperaturnom raspodjelom .....  | 31 |
| Slika 25. Prikaz strujnica fluida obojenih temperaturnom raspodjelom .....  | 32 |



**POPIS TABLICA**

|   |    |
|---|----|
| Tablica 1. Dimenzije domene i kućišta .....                                       | 18 |
| Tablica 2. Granice s pripadajućim rubnim uvjetima .....                           | 26 |
| Tablica 3. Granice s pripadajućim rubnim uvjetima .....                           | 26 |
| Tablica 4. Vrijednosti fizikalnih veličina dobivenih na <i>gruboj</i> mreži ..... | 29 |
| Tablica 5. Vrijednosti fizikalnih veličina dobivenih na <i>finoj</i> mreži.....   | 32 |
| Tablica 6. Usporedba rezultata dobivenih na dvije geometrijske mreže.....         | 33 |

**POPIS OZNAKA**

| Oznaka              | Jedinica   | Opis  |
|---------------------|------------|---|
| $A$                 | $[m^2]$    | površina                                      |
| $D_n$               | $[kg/s]$   | jačina difuzije                               |
| $F_n$               | $[kg/s]$   | jačina konvekcije                             |
| $f_i$               | $[N/kg]$   | vektor specifične masene sile                 |
| $J_j$               | $[-]$      | vektor toka fizikalne veličine                |
| $L$                 | $[m]$      | karakteristična duljina                       |
| $n_j$               | $[-]$      | vektor normale                                |
| $p$                 | $[N/m^2]$  | tlak  |
| $q_j$               | $[J/kg]$   | vektor specifičnog toplinskog toka            |
| $R$                 | $[J/kgK]$  | plinska (individualna) konstanta              |
| $s$                 | $[J/kgK]$  | specifična entropija                          |
| $T$                 | $[K]$      | apsolutna temperatura                         |
| $u$                 | $[J/kg]$   | specifična unutrašnja energija                |
| $V$                 | $[m^3]$    | volumen                                       |
| $v_j$               | $[m/s]$    | vektor brzine strujanja                       |
| $\alpha$            | $[W/m^2K]$ | koeficijent konvektivnog prijenosa topline    |
| $\Gamma$            | $[kg/ms]$  | koeficijent difuzije                          |
| $\Delta n$          | $[m]$      | udaljenost između čvorova kontrolnog volumena |
| $\delta_{ji}$       | $[-]$      | Kroneckerov delta simbol                      |
| $\varepsilon_{kji}$ | $[-]$      | permutacijski simbol                          |
| $\lambda$           | $[m]$      | slobodna putanja molekule                     |
| $\mu$               | $[Pa s]$   | dinamička viskoznost                          |
| $\rho$              | $[kg/m^3]$ | gustoća                                       |

|               |                     |                                       |
|---------------|---------------------|---------------------------------------|
| $\Sigma_{ji}$ | [N/m <sup>2</sup> ] | tenzor viskoznih naprezanja           |
| $\sigma$      | [J/kgK]             | produkcija specifične entropije       |
| $\sigma_{ji}$ | [N/m <sup>2</sup> ] | tenzor naprezanja                     |
| $\Phi$        | [W]                 | toplinski tok                         |
| $\phi$        | [-]                 | volumenska gustoća fizikalne veličine |
| $\varphi$     | [-]                 | masena gustoća fizikalne veličine     |

## **SAŽETAK**

Mala računala (klase Arduino), poznatija kao Single-Board Computers (SBC), imaju široku primjenu u industriji, a najčešće se koriste kao ugrađene upravljačke jedinice. Zbog svojih malih dimenzija, uglavnom se ugrađuju u uređaje sa limitiranim prostorom. Kako sva dovedena električna energija unutar računala disipira u toplinu, za optimalno funkcioniranje računala, posebice u tako skućenim uvjetima, potrebno je osigurati dostatno hlađenje komponenti uz minimalni utrošak energije.

U ovom radu se uz pomoć računalne dinamike fluida provela simulacija hlađenja modela Raspberry PI prirodnom konvekcijom. Cilj simulacije je ispitati efikasnost hlađenja putem slobodne konvekcije, te stvoriti podlogu za validaciju daljnjih simulacija hlađenja. Također, provedeno je ispitivanje neovisnosti geometrijske mreže s ciljem kreiranja pouzdane geometrijske mreže koja bi bila pogodna za te daljnje simulacije. Geometrijska mreža načinjena je pomoću komercijalnog programskog paketa CF-MESH+.

Sva generirana toplina koncentrirana je u dvije komponente računala za koje je dokazano da se najviše zagrijavaju, a strujanje fluida ostvareno je u zatvorenoj domeni sa stijenkama konstantne temperature. Proračun je proveden pomoću programskog paketa OpenFOAM.

Ključne riječi: računalna dinamika fluida, Raspberry PI, konvekcija, hlađenje, CF-MESH+

**SUMMARY**

Small computers (Arduino class), known as Single-Board Computers (SBC), are widely used in industry and are very often used as embedded control units. Due to their small dimensions, they are mainly installed in devices with limited space. As all the supplied electrical energy dissipates into heat inside the computer, for the optimal functioning of the computer it is necessary to ensure sufficient cooling of the components with minimal energy consumption, especially in such cramped conditions

In this thesis, a computational fluid dynamics simulation of the cooling of the Raspberry PI model by natural convection was carried out. The goal of the simulation is to test the efficiency of cooling through free convection and to create a basis for validating further cooling simulations. Also, mesh independence test was carried out with the aim of creating a reliable geometric mesh that would be suitable for further simulations. The geometric mesh was created using the commercial software package CF-MESH+.

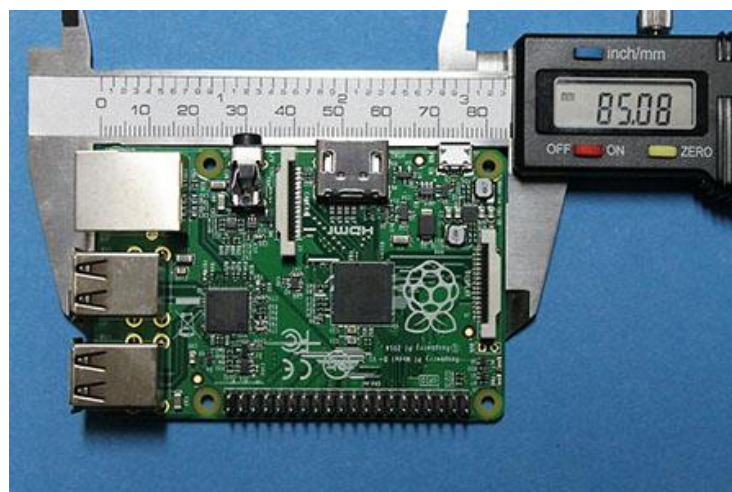
All generated heat is concentrated in two computer components that have been proven to heat up the most. Fluid flow is realized in a closed domain with constant temperature walls. The calculation was performed using OpenFOAM software package.

Key words: computational fluid dynamics, Raspberry PI, convection, cooling, CF-MESH+

## 1. UVOD

Prilikom rada električnog računala, sva električna energija koja se dovede računalu preko napajanja, pretvara se u njegovim aktivnim komponentama u toplinsku energiju koja disipira u okoliš. Ključne komponente računala koje su zadužene za obavljanje kompleksnih procesa poput središnje upravljačke jedinice (CPU) i grafičke procesorske jedinice (GPU), zagrijavaju se znatno više od ostalih dijelova. Za optimalni rad računala potrebno je održati temperaturu CPU-a unutar predviđenih temperaturnih intervala određenih od strane proizvođača. Kako bi se spriječilo prekomjerno zagrijavanje koje dovodi do usporenog rada računala i koje uglavnom nastupa iznad temperatura od 80 stupnjeva Celzija, potrebno je osigurati dostatno hlađenje CPU-a [1]. Hlađenje se može provesti u obliku prirodne ili prisilne konvekcije, te uporabom hladnjaka s rashladnom tekućinom. Prirodna konvekcija temelji se na izmjeni topline između čestica fluida koje se gibaju zbog razlike u gustoći, odnosno, razlike u temperaturi dvaju točaka fluida. Za razliku od prirodne konvekcije, za koju nije potrebno imati gibajuće komponente, prisilna konvekcija kod računala ostvaruje se upuhivanjem ili ispuhivanjem zraka pomoću ventilatora.

Posebnu klasu računala čine mala računala (klasa Arduino), poznatija kao Single-Board Computers (SBC). Takva računala sastoje se od jedne tiskane pločice koja sadrži mikroprocesor, memoriju i ulazno/izlazne jedinice, a nerijetko se nalaze unutar zaštitnih kućišta. Zbog svoje jednostavnosti i male dimenzije, često se ugrađuju kao upravljačke jedinice u uređaje s limitiranim prostorom ugradnje. U tako skućenim uvjetima teško je postići dostatno hlađenje putem prirodne konvekcije, te je potrebno koristiti pomoć ventilatora. Pronalazak optimalnog položaja i oblika ventilatora, te položaja i veličine izlaza za zrak na kućištu, uvelike olakšava metoda računalne dinamike fluida (CFD). Računalnom dinamikom fluida može se prikazati temperaturno polja i polje strujanja fluida iz kojih se, iterirajući konfiguraciju ventilatora, može odrediti optimalno rješenje.



Slika 1. Ilustracija veličine malog računala [2]

U ovom radu provest će se CFD analiza hlađenja modela Raspberry PI prirodnom konvekcijom. Raspberry PI jedan je najpopularnijih malih računala koji zbog svoje male cijene, modularnosti i jednostavnosti ima širok spektar primjene, od robotike do meteorologije. Slika 1. ilustrira male dimenzije jednog od modela Raspberry PI. Ovdje načinjena CFD simulacija hlađenja prirodnom konvekcijom služi samo kao podloga za validaciju daljnjih proračuna hlađenja.

## 2. TEORIJSKE OSNOVE

Mehanika fluida grana je fizike koja proučava gibanje fluida i sile koje djeluju na fluid ili od fluida. Osnovna pretpostavka na kojoj počiva mehanika fluida i njezini zakoni je da je fluid kontinuum, odnosno da fluid u potpunosti ispunjava prostor u kojem se nalazi. Jasno je da je svaki realni fluid korpuskularne strukture (sastoji se od atoma i/ili molekula) te da pri definiranju svojstava izraženih po jedinici volumena, smanjivanjem volumena ka nuli možemo doći u situaciju da dođemo do volumena u kojem nema niti jednog atoma ili molekule [3]. Kako su atomi i molekule nositelji fizikalnih svojstava bilo koje tvari, u takvoj situaciji ne bismo mogli definirati fizikalna svojstva. Iz tog razloga uvodimo pojam kontinuuma, idealiziranog fluida koji je kontinuirano raspoređen po prostoru i kod kojeg, ma koliko mali volumen uzeli, uvijek nalazimo materiju i fizikalna svojstva. Prema toj teoriji, svaka čestica fluida zauzima jednu točku prostora, a u svakoj točki prostora nalazi se samo jedna čestica fluida. Gustoća tako definirane čestice može se matematički zapisati kao:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}, \quad (2.1)$$

a iz izraza (2.1) dolazi se do mase čestice fluida infinitezimalnog volumena  $dV$ :  $dm = \rho dV$ .

Primjenjivost teorije kontinuuma određuje se preko bezdimenzijskog Knudsenova broja koji je definiran kao:

$$Kn = \frac{\lambda}{L} = \frac{\text{slobodna putanja molekule}}{\text{karakteristična duljina}}, \quad (2.2)$$

gdje  $\lambda$  predstavlja slobodnu putanju molekule, odnosno prosječnu vrijednost puta koju molekula prođe između dva sudara, a  $L$  označava neku karakterističnu duljinu unutar promatranog slučaja. Hipoteza kontinuuma može se primijeniti u slučajevima kad je Knudsenov broj puno manji od jedinice, a za Knudsenov broj veći od 100 smatra se da su sudari molekula toliko rijetki da se može promatrati svaku molekulu za sebe (ne primjenjuje se hipoteza kontinuuma). U ovom će se radu analizirati strujanje u kojem vrijediti hipoteza kontinuuma.

### 2.1. Kontrolni i materijalni volumen

Za daljnje obrazlaganje osnovnih zakona mehanike fluida, bitno je definirati pojmove materijalni i kontrolni volumen. Materijalni volumen je volumen koji se tijekom svog gibanja stalno sastoji od jednih te istih čestica fluida. Svi zakoni mehanike fluida zadani su za materijalni volumen. U većini slučajeva interes mehanike fluida nije promatrati točno određene čestice fluida, već utjecaj fluida na konstrukcije s kojima je u dodiru. Zbog toga se uvodi pojam kontrolnog



volumena, volumena čije su granice fiksno zadane za neku konstrukciju. Zakoni mehanike fluida mogu se pomoću Reynoldsovog transportnog teorema preformulirati s materijalnog na kontrolni volumen:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \phi dV = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \phi dV + \int_{S(t)} \phi (v_j - u_j) n_j dS. \quad (2.3)$$

Veličina  $u_j$  u zapisu (2.3) predstavlja brzinu gibanja granice  $S$  kontrolnog volumena. Za mirujući kontrolni volumen uzima se da je  $u_j$  jednak nuli.

## 2.2. Osnovni zakoni dinamike fluida

U osnovne zakone dinamike fluida spadaju:

- zakon očuvanja mase ili jednadžba kontinuiteta,
- zakon očuvanja količine gibanja,
- zakon očuvanja momenta količine gibanja,
- zakon očuvanja energije,
- drugi zakon termodinamike.

Ovih pet zakona opisuju strujanje fluida, te će se njihov zapis u integralnom obliku za materijalni volumen i diferencijalni zapis, bitan za računalnu dinamiku fluida, dati u nastavku. Svi ti zapisi se pomoću izraza (2.3) mogu preoblikovati u zapise koje vrijede za kontrolni volumen. Uz osnovne zakone spomenut ćemo još i jednadžbu stanja idealnog plina i opći oblik zakona očuvanja fizikalnog svojstva koji je bitan za računalnu dinamiku fluida.

### 2.2.1. Zakon očuvanja mase ili jednadžba kontinuiteta

Zakon očuvanja mase kaže da je brzina promjene mase materijalnog volumena jednaka nuli. U integralnom obliku za materijalni volumen taj zakon se zapisuje kao:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \rho dV, \quad (2.4)$$

a u diferencijalnom obliku kao:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0. \quad (2.5)$$

### 2.2.2. Zakon očuvanja količine gibanja

Zakon očuvanja količine gibanja kaže da je brzina promjene momenta količine gibanja materijalnog volumena jednaka sumi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen.

U integralnom obliku za materijalni volumen taj zakon se zapisuje kao:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \rho v_i dV = \int_{V_M} \rho f_i dV + \int_{S_M} n_j \sigma_{ji} dS, \quad (2.6)$$

a u diferencijalnom obliku kao:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j}. \quad (2.7)$$

Izraz  $\sigma_{ji}$  predstavlja tenzor naprezanja koji se, uz pretpostavku da u mirujućem fluidu vlada termodinamički tlak  $p$  i da su tangencijalna naprezanja jednaka nuli, može zapisati kao:

$$\sigma_{ji} = -p\delta_{ji} + \Sigma_{ji}. \quad (2.8)$$

Izraz  $\Sigma_{ji}$  označava simetrični tenzor viskoznih naprezanja koji se prema Newtonovom zakonu viskoznosti i uz zanemarivanje volumenske viskoznosti može modelirati kao:

$$\Sigma_{ji} = \mu \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ji}. \quad (2.9)$$

### 2.2.3. Zakon očuvanja momenta količine gibanja

Zakon očuvanja momenta količine gibanja kaže da je brzina promjene momenta količine gibanja materijalnog volumena u odnosu na odabrani pol jednaka sumi momenata vanjskih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen u odnosu na taj isti pol. U slučaju da nema momenata raspodijeljenih po površini i volumenu materijalnog volumena, ovaj zakon svodi se na simetričnost tenzora naprezanja.

U integralnom obliku za materijalni volumen taj zakon se zapisuje kao:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \varepsilon_{kji} x_j \rho v_i dV = \int_{V_M} \varepsilon_{kji} x_j \rho f_i dV + \int_{S_M} \varepsilon_{kji} x_j n_m \sigma_{mi} dS, \quad (2.10)$$

a u diferencijalnom obliku (simetričnost tenzora naprezanja) kao:

$$\sigma_{ji} = \sigma_{ij}. \quad (2.11)$$

### 2.2.4. Zakon očuvanja energije

Zakon očuvanja energije kaže da je brzina promjene zbroja kinetičke i unutarnje energije unutar materijalnog volumena jednaka snazi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen te brzini izmjene topline između materijalnog volumena i okoline.

U integralnom obliku za materijalni volumen taj zakon se zapisuje kao:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \rho e dV = \int_{V_M} \rho f_i v_i dV + \int_{S_M} n_j \sigma_{ji} v_i dS - \int_{S_M} q_j n_j dS, \quad (2.12)$$

a u diferencijalnom obliku ako:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j e)}{\partial x_j} = \rho f_i v_i + \frac{\partial \sigma_{ji} v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j}. \quad (2.13)$$

U izrazima (2.12) i (2.13) izraz  $e$  predstavlja zbroj specifične unutarnje i kinetičke energije unutar materijalnog volumena:

$$e = \frac{v}{2} + u. \quad (2.14)$$

### 2.2.5. Drugi zakon termodinamike

Drugi zakon termodinamike govori o jednosmjernosti odvijanja spontanij procesa. Opisan je skalarnom jednadžbom koja sadrži entropiju, a koja se ne pojavljuje u dosad navedenim zakonima mehanike fluida. Zbog toga se drugi zakon termodinamike naziva još i pasivnom jednadžbom i uglavnom služi za provjeru fizikalnosti dobivenih rješenja.

Produkcija entropije izoliranog ili neizoliranog sustava za neravnotežne procese mora biti pozitivna, a za povratne procese mora biti jednaka nuli, što se može zapisati kao:

$$\sigma = \left( ds - \frac{\delta q}{T} \right) \geq 0. \quad (2.15)$$

Brzina produkcija entropije unutar čestice fluida jednaka je:

$$\dot{\sigma} = \frac{\Phi_v}{T} + \frac{\lambda}{T^2} \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2, \quad (2.16)$$

gdje prvi član s desne strane zapisa (2.16) označava produkciju entropije uslijed djelovanja viskoznih sila i pretvorbe mehaničke u unutarnju energiju, a drugi član uslijed izmjene topline.

### 2.2.6. Jednadžba stanja idealnog plina

Jednadžba stanja idealnog plina ne spada u osnovne zakone mehanike fluida, već u konstitutivne (dopunske) jednadžbe. Daje nam poveznicu između tlaka, gustoće i temperature idealnog plina preko relacije:

$$p = \rho RT, \quad (2.17)$$

gdje je  $R$  individualna (specifična) plinska konstanta poznata za svaki plin.

### 2.2.7. Opći oblik zakona očuvanja fizikalnog svojstva

Zakon očuvanja fizikalnog svojstva kaže da je brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva unutar materijalnog volumena jednaka izvoru ili ponoru tog fizikalnog svojstva. Za računalnu dinamiku fluida bitan je konzervativni oblik ovog zakona za mirujućí kontrolni volumen, koji se može zapisati kao:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) = S_\varphi, \quad (2.18)$$

gdje prvi član lijeve strane zapisa (2.18) označava brzinu promjene fizikalnog svojstva unutar kontrolnog volumena, drugi član lijeve strane označava neto protok fizikalnog svojstva kroz kontrolnu površinu, a desna strana zapisa označava brzinu nastajanja (izvor) ili nestajanja (ponor) fizikalnog svojstva unutar kontrolnog volumena. Treba napomenuti da izraz  $\Gamma$  označava koeficijent difuzije.

## 2.3. Prijenos topline konvekcijom

Kako će se u ovom radu provesti CFD analiza hlađenja modela Raspberry PI prirodnom konvekcijom, potrebno je proći kroz osnove konvekcijskog prijenosa topline.

Pod konvekcijom se podrazumijeva predaja topline od fluida u gibanju na neku krutu stijenku i obrnuto. Proračun se bazira na Newtonovu iskustvenom stavku (Newtonov zakon hlađenja) koji se iskazuje kao:

$$d\Phi = \alpha(\vartheta_s - \vartheta_\infty)dA, \quad (2.19)$$

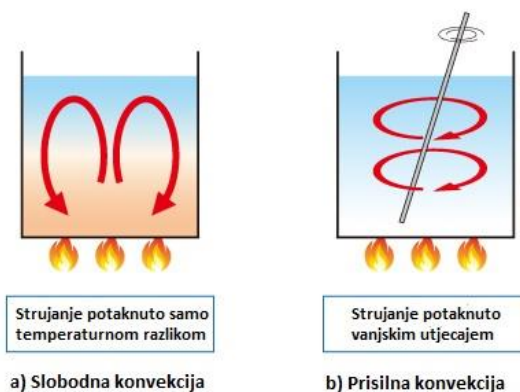
pri čemu  $d\Phi$  označava diferencijalnu vrijednost toplinskog toka,  $W$ , koji se konvekcijom izmijeni s elemenata vanjske krute površine  $dA$ , temperature  $\vartheta_s$ , s okolišnim fluidom temperature  $\vartheta_\infty$  [4].

Koeficijent proporcionalnosti  $\alpha$  naziva se koeficijent konvektivnog prijenosa topline i izražava se u  $W/(m^2 K)$ . On izražava uvjete pod kojima se odvija prijenos topline, a ovisi o brojnim faktorima poput oblika krutog tijela, načinu strujanja tekućine, temperaturi i fizikalnim svojstvima fluida.

Za ostvarivanje prijenosa topline konvekcijom potrebno je gibanje fluida koje se može ostvariti na dva načina: prirodnom (slobodnom) konvekcijom i prisilnom (prinudnom) konvekcijom.

Prirodna konvekcija uzrokovana je heterogenošću masenih sila unutar volumena fluida koja je posljedica nejednolike temperaturne distribucije unutar fluida, odnosno, nejednolike gustoće fluida. Čestice koje su najbliže toplijoj stijenci se ugriju i postaju "lakše" zbog čega se uzdižu u vis, a njihovo mjesto zamjenjuju hladnije čestice, tako pobuđujući strujanje fluida.

Kod prisilne konvekcije strujanje je uvjetovano vanjskom razlikom tlakova ostvarenom pomoću ventilatora, pumpe, vjetra, itd. Razlika između ove dvije vrste konvekcije prikazana je na Slici 2.

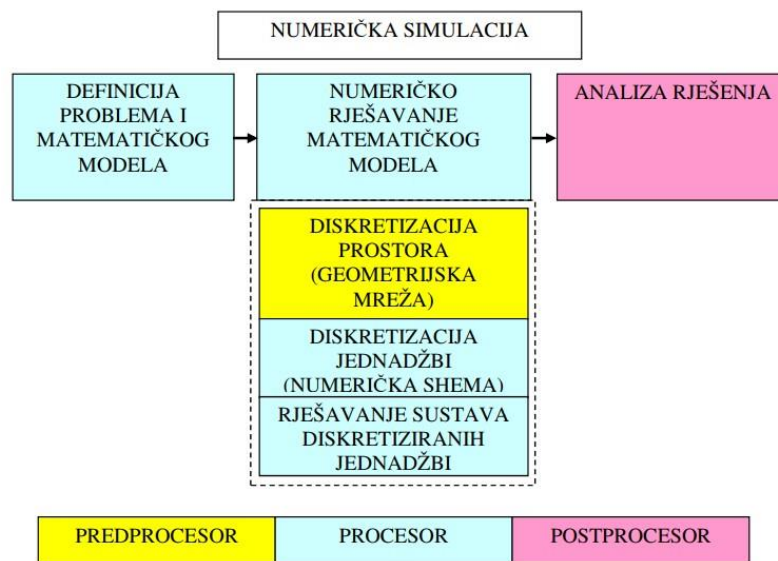


Slika 2. Dvije vrste konvekcije [5]

Kod oba načina strujanja, prijenos topline konvekcijom ostvaruje se miješanjem čestica različitih temperatura. Što je miješanje čestica bolje, efektivniji je prijenos topline.

### 3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA

Mehanika fluida je teorijsko eksperimentalna znanost. Teorijski pristup temelji se na analitičkom rješavanju matematičkog modela strujanja fluida. Nažalost većina problema vezanih za strujanje fluida opisano je nelinearnim parcijalnim diferencijalnim jednadžbama koje, osim u limitiranom broju slučajeva, uopće nemaju rješenje. Zbog toga su se problemi mehanike fluida u prošlosti uglavnom rješavali eksperimentalnim putem. Razvojem računala omogućeno je numeričko rješavanje matematičkih modela koji opisuju strujanje fluida, te se time počela razvijati računalna dinamika fluida.



Slika 3. Prikaz toka numeričke simulacije [6]

Kao što je vidljivo na Slici 3., svaka numerička simulacija započinje s definicijom problema i izborom odgovarajućeg matematičkog modela. Matematički model predstavlja matematički zapis fizikalnog modela, a cilj fizikalnog modela je što realnije opisati stvarni svijet. Pri modeliranju je potrebno naći balans između jednostavnosti matematičkog modela i točnosti fizikalnog modela. Sljedeći korak u numeričkoj simulaciji je numeričko rješavanje matematičkog modela koje se sastoji od tri dijela: diskretizacija prostora, diskretizacija jednadžbi i rješavanje sustava diskretiziranih jednadžbi.

Diskretizacijom prostora, područje proračuna se podijeli na manje volumene koji sadrže određeni broj čvorova u kojima se računaju vrijednosti fizikalnih veličina. Rezultat diskretizacije prostora nazivamo geometrijskom mrežom.

Diskretizacijom jednadžbi se parcijalne diferencijalne jednadžbe nekom od metoda, najčešće metodom konačnih volumena, diskretiziraju na definiranoj geometrijskoj mreži, pritom poštujući specifične rubne uvjete. Rezultat toga postupka je sustav linearnih ili nelinearnih jednadžbi. Nelinearne jednadžbe rješavaju se iterativnim postupkom.

Finalni korak u numeričkoj simulaciji je analiza rješenja u kojoj se vrši integracija i grafički prikaz traženih veličina, polja, itd.

Kako je vidljivo na Slici 3., numeričku simulaciju u organizacijskom smislu provodimo kroz tri programa: predprocesor, procesor i postprocesor. Predprocesor je računalni program za generiranje geometrijske mreže, procesor je program koji numerički rješava numerički model sa zadanim početnim i rubnim uvjetima, a postprocesor je program koji služi za vizualizaciju dobivenih rezultata.

U ovom radu će se kao predprocesor koristiti računalni program CF-MESH+, kao procesor OpenFOAM, a kao postprocesor ParaView.

### 3.1. Metoda konačnih volumena

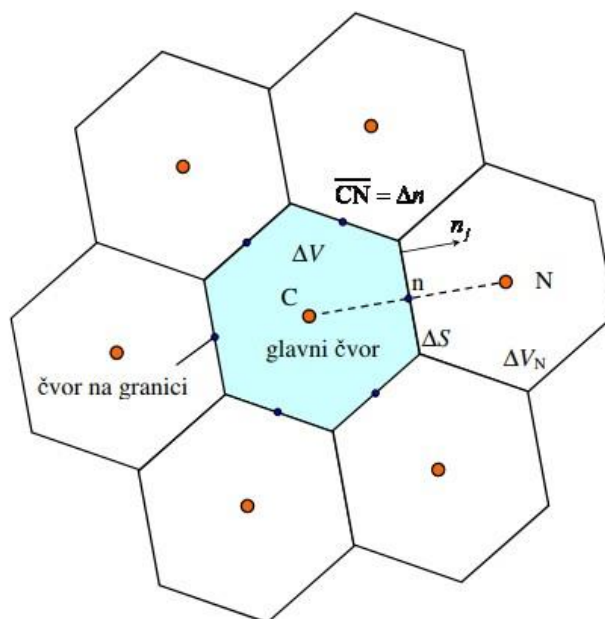
Numeričkim metodama se sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi mehanike fluida, za koje ne postoji analitičko rješenje, pretvara u sustav algebarskih jednadžbi. Numerička metoda koja se najviše koristi za rješavanje problema mehanike fluida i termodinamike je metoda konačnih volumena. Ova metoda se temelji na podijeli prostora strujanja na veliki broj kontrolnih volumena u kojima se računaju vrijednosti fizikalnih veličina. Kontrolni volumeni moraju u potpunosti ispuniti proračunsku domenu i ne smiju se poklapati.

Metoda konačnih volumena integralna je metoda koja se temelji na integriranju konzervativnog oblika transportne jednadžbe (2.18) po konačnim volumenima na koje je podijeljeno područje proračuna. Integral jednadžbe (2.18) po konačnom volumenu prikazanom na Slici 4., je:

$$\frac{D}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = - \int_{\Sigma \Delta S} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV, \quad (3.1)$$

u kojem član na lijevoj strani jednadžbe označava brzinu promjene sadržaja fizikalnog svojstva unutar konačnog volumena, prvi član s desne strane označava konveksijski i difuzijski protok fizikalnog svojstva kroz granice konačnog volumena, a drugi član s desne strane označava izvor ili ponor fizikalnog svojstva unutar konačnog volumena. Protok fizikalnog svojstva definiran je kao pozitivan kad se odvija od konačnog volumena prema okolini, stoga minus ispred prvog integrala s desne strane jednadžbe (3.1) kazuje da će se uslijed takvog protoka sadržaj fizikalnog svojstva unutar volumena smanjivati.

Važno je napomenuti da je jednadžba (3.1) zadovoljena za svaki konačni volumen unutar proračunske domene.



Slika 4. Dio diskretiziranog područja proračuna [6]

Uz pretpostavku da je konačni volumen dovoljno mali da se promjena fizikalnog svojstva unutar volumena može aproksimirati linearnom raspodjelom, lijevi član jednadžbe (3.1) može se pojednostavniti kao:

$$\frac{D}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = \rho \frac{d\varphi_C}{dt} \Delta V, \quad (3.2)$$

gdje izraz  $\varphi_C$  predstavlja iznos fizikalne veličine u težištu C konačnog volumena.

Integral izvorskog člana u izrazu (3.1) može se aproksimirati kao:

$$\int_{\Delta V} S_\varphi dV \approx S_C \Delta V, \quad (3.3)$$

gdje je  $S_C$  vrijednost izvorskog člana u čvoru C kao aproksimacija srednje vrijednosti izvorskog člana unutar volumena  $\Delta V$ .

Površinski integral u izrazu (3.1) se sastoji od vektora konvekcijskog toka  $\rho v_j \varphi$  i vektora difuzijskog toka  $-\Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}$ . Zbroj ta dva vektora je ukupni vektor toka  $J_j$ , a protoku fizikalnog svojstva doprinosi samo njegova normalna komponenta  $J_j n_j$ .

$$J_j n_j = \int_{\Delta S} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS = \int_{\Delta S} \left( \rho v_n \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = \left[ \rho (\overline{v_n \varphi})_{\Delta S} - \Gamma \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{\Delta S} \right] \Delta S \quad (3.4)$$



Uvođenjem aproksimacija  $(\overline{v_n \varphi})_{\Delta S} \approx \bar{v}_{n,\Delta S} \bar{\varphi}_{\Delta S} \approx v_{n,n} \varphi_n$  i  $(\frac{\partial \varphi}{\partial n})_{\Delta S} \approx \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_n$ , te uvođenjem bezdimenzijske koordinate  $\tilde{n} = \frac{n}{\Delta n}$ , gdje je  $\Delta n$  udaljenost između čvorova C i N prema Slici 4, izraz (3.4) prelazi u:

$$J_j n_j = \rho v_{n,n} \Delta S \varphi_n - \frac{\Gamma \Delta S}{\Delta n} \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n = F_n \varphi_n - D_n \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n. \quad (3.5)$$

Izraz  $F_n$  predstavlja jačinu konvekcije, tj. maseni protok fluida kroz površinu  $\Delta S$ , a izraz  $D_n$  jačinu difuzije, tj. difuzijsku vodljivost.

Uvrštavanjem izraza (3.2), (3.3) i (3.5) u izraz (3.1) dobiva se:

$$\rho \frac{d\varphi_C}{dt} \Delta V = - \sum_{nb=1}^{N_{nb}} \left( F_n \varphi_n - D_n \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n \right)^{nb} + S_C \Delta V, \quad (3.6)$$

gdje suma po  $nb$  označuje zbrajanje po svim  $N_{nb}$  stranicama konačnog volumena.

Ako se koristi neka od shema diferencije koja koristi samo čvorne vrijednosti  $\varphi_C$  i  $\varphi_N$  za aproksimaciju, izraz (3.4) može se zapisati kao:

$$J_j n_j = F_n \varphi_n - D_n \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n = F_n \varphi_C + \alpha_N (\varphi_C - \varphi_N), \quad (3.7)$$

gdje koeficijent  $\alpha_N$  zavisi od primijenjene sheme diferencije.

S ciljem dobivanja linearne algebarske jednadžbe, izvorski član se može linearizirati u obliku:

$$S_C \Delta V_C = \alpha + g \varphi_C. \quad (3.8)$$

Raspisivanjem vremenske derivacije implicitnom metodom i uvrštavanjem izraza (3.8) i (3.7) u izraz (3.6), dobiva se:

$$\begin{aligned} \rho \Delta V \frac{\varphi_C - \varphi_C^{\text{old}}}{\Delta t} &= -\varphi_C \sum_{nb=1}^{N_{nb}} \alpha_N^{nb} + \sum_{nb=1}^{N_{nb}} [\alpha_N^{nb} \varphi_N^{nb}] + \alpha + g \varphi_C, \\ \underbrace{\left( \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} + \sum_{nb=1}^{N_{nb}} \alpha_N^{nb} - g \right)}_{a_C} \varphi_C &= \sum_{nb=1}^{N_{nb}} [\alpha_N^{nb} \varphi_N^{nb}] + \underbrace{\alpha + \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} \varphi_C^{\text{old}}}_b, \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$a_C \varphi_C = \sum_{nb=1}^{N_{nb}} [\alpha_N^{nb} \varphi_N^{nb}] + b. \quad (3.10)$$

Jednadžba (3.9) je linearna algebarska jednadžba dobivena diskretizacijom integrala po konačnom volumenu s centralnim čvorom C. Ponavljanjem postupka za svaki konačni volumen unutar proračunske domene dobiva se sustav linearnih algebarskih jednadžbi u kojem je nepoznanica čvorna vrijednost polja  $\varphi$ . Broj jednadžbi jednak je broju konačnih volumena. Sustav jednadžbi se može matrično zapisati kao:

$$[A_{ji}][\varphi_i] = [b_j], \quad (3.11)$$

gdje je  $[A_{ji}]$  matrica sustava u kojoj retke čine koeficijenti  $a_C$  i  $\alpha_N^{nb}$ , pri čemu su koeficijenti  $a_C$  na glavnoj dijagonali.  $[\varphi_i]$  predstavlja vektor nepoznatih čvornih vrijednosti polja  $\varphi$ , a  $[b_j]$  predstavlja vektor u kojeg ulaze sve poznate veličine.

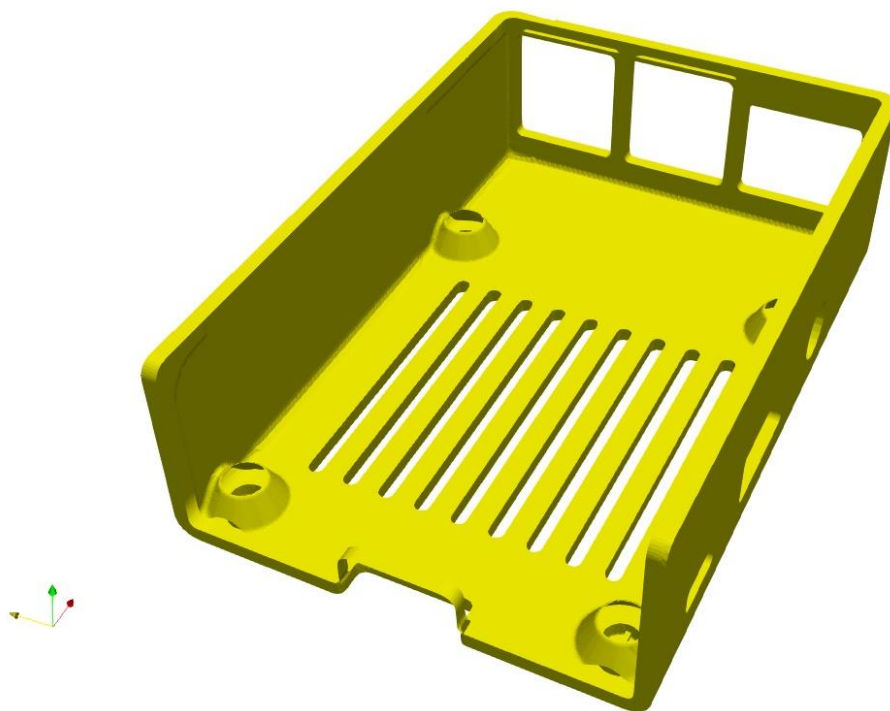
## 4. CFD ANALIZA HLAĐENJA MALOG RAČUNALA

U ovom poglavlju će se ukratko opisati i prikazati tijek CFD analize hlađenja modela Raspberry PI-a. Svaka CFD analiza, pa tako i ova, započinje s izradom geometrijskog modela koji mora biti što jednostavniji kako bi se pojednostavnio daljnji proračun, ali i dalje dovoljno točan kako bi se što vjernije opisao zadani problem. Sljedeći korak je diskretizacija proračunskog volumena, odnosno izrada geometrijske mreže. Nakon toga slijedi zadavanje matematičkog modela i rubnih uvjeta, a na samom kraju dolazi analiza i grafički prikaz dobivenih rezultata.

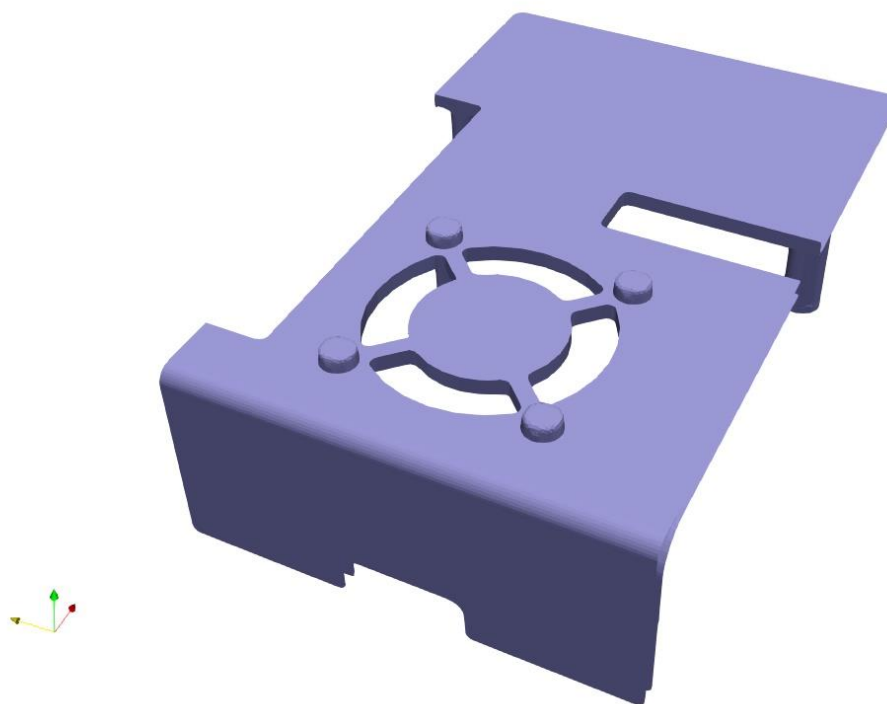
Jedan od ciljeva ove analize je provesti ispitivanje neovisnosti geometrijske mreže (eng. *Grid independence test*), odnosno pronaći geometrijsku mrežu koja dovoljno točno opisuje geometrijski model i koja daljnjim profinjenjem mreže daje gotovo pa iste rezultate. Jednostavno rečeno, traži se najmanji broj kontrolnih volumena koji će dati točno rješenje. Takva geometrijska mreže može poslužiti u daljnjim proračunima prisilne konvekcije.

### 4.1. Geometrijski model

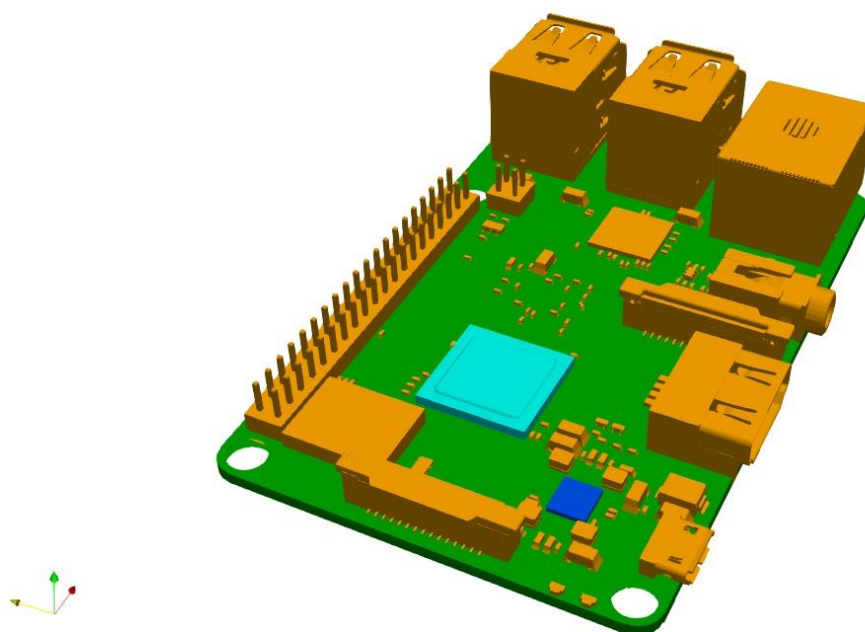
Kako bi se izbjegao postupak izrade geometrijskog modela koji bi zbog velikog broja komponenti bio relativno zahtjevan, geometrijski model preuzet je s internetske stranice GrabCAD [7] u STP formatu. Sastoji se od geometrije Raspberry PI 3 modela B i zaštitnog Vortex kućišta, prikazanih na Slici 5., Slici 6., Slici 7. i Slici 8. Na slikama je vidljivo da kućište ima otvore za ventilaciju i otvore za ulazno/izlazne jedinice. Predviđeno mjesto za ugradnju ventilatora nalazi se na gornjem dijelu kućišta. Dimenzije geometrijskog modela odgovaraju stvarnim dimenzijama.



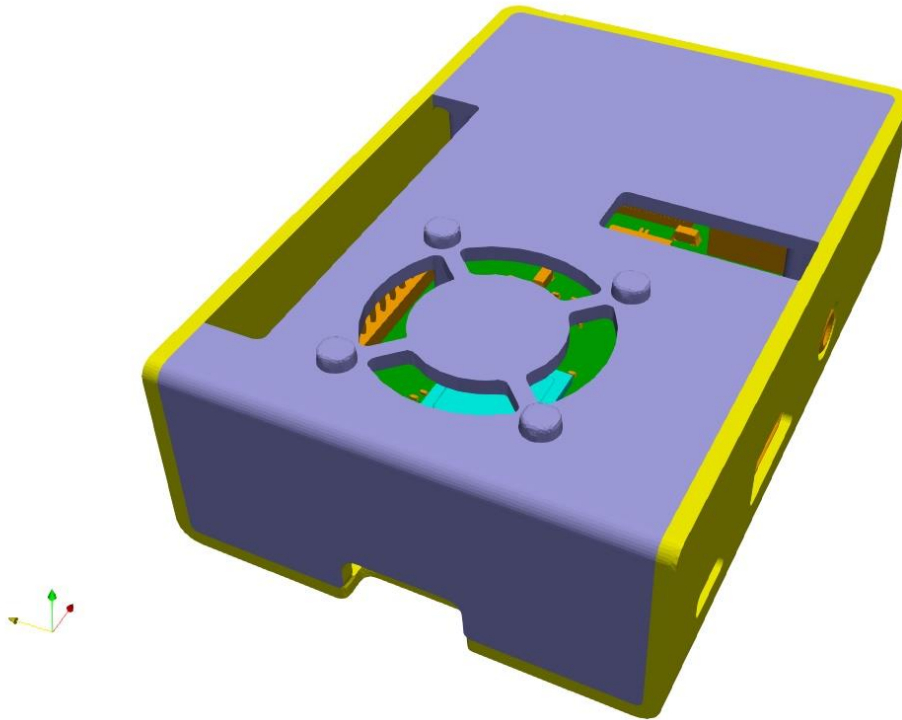
Slika 5. Donji dio zaštitnog kućišta



Slika 6. Gornji dio zaštitnog kućišta



Slika 7. Geometrijski model Raspberry PI-a

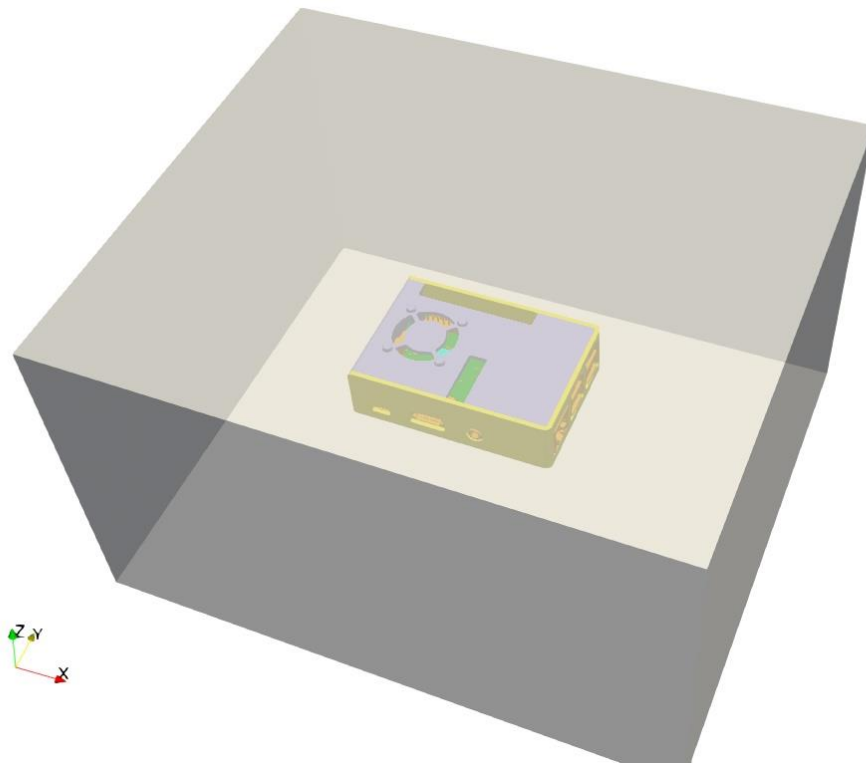


Slika 8. Raspberry PI unutar zaštitnog kućišta

Uz geometrijski model zaštitnog kućišta i Raspberry PI-a, potrebno je kreirati i zatvorenu proračunsku domenu unutar koje će se ostvariti strujanje fluida. Domena će biti što manja radi smanjenja broja kontrolnih volumena i olakšavanja proračuna, ali ipak dovoljno velika kako bi fluid mogao nesmetano cirkulirati. Male dimenzije također pomažu u oponašanju skučenih prostora u koje se mala računala često ugrađuju. Domena je kreirana u računalnom paketu CF-MESH+ o kojem će se nešto više reći u sljedećem poglavlju. Odnos dimenzija domene i kućišta dane su u Tablici 1., a vizualni prikaz kućišta unutar domene na Slici 9.

Tablica 1. Dimenzije domene i kućišta

|        | $\Delta x$ [mm] | $\Delta y$ [mm] | $\Delta z$ [mm] | $V$ [mm <sup>3</sup> ] |
|--------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------------|
| Domena | 260,00          | 225,00          | 150,00          | 8 775 000,00           |
| Kućiče | 90,00           | 61,00           | 24,00           | 131 760,00             |



Slika 9. Prikaz položaja kućišta unutar domene

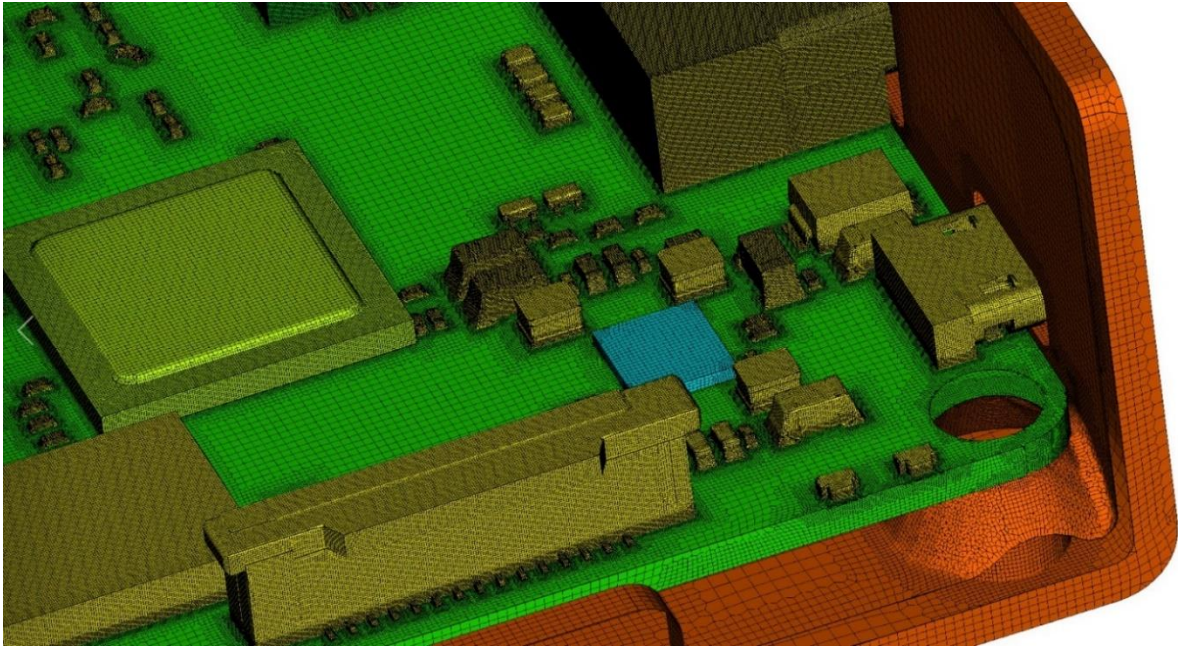
#### 4.2 Prostorna diskretizacija

Mreža konačnih volumena izrađena je pomoću komercijalnog programskog paketa CF-MESH+ tvrtke Creative Fields. Ovaj programski paket omogućuje automatsku diskretizaciju prostora generiranjem nestrukturiranih mreža. Geometrija se u program učitava u STL formatu. Potrebni parametri diskretizacije mogu se postaviti unutar datoteke *meshDict* ili koristeći korisničko sučelje programa. Za početak je potrebno definirati maksimalnu veličinu ćelije (konačnog volumena) za cijelu domenu u donosu na koju se odabiru profinjena ćelija u pojedinim dijelovima geometrije. Profinjenja se određuju pomoću *patcheva*, *subsets* ili geometrijskih primitiva. Više informacija o mogućnostima i postavkama samog programskog paketa može se pronaći na [8].

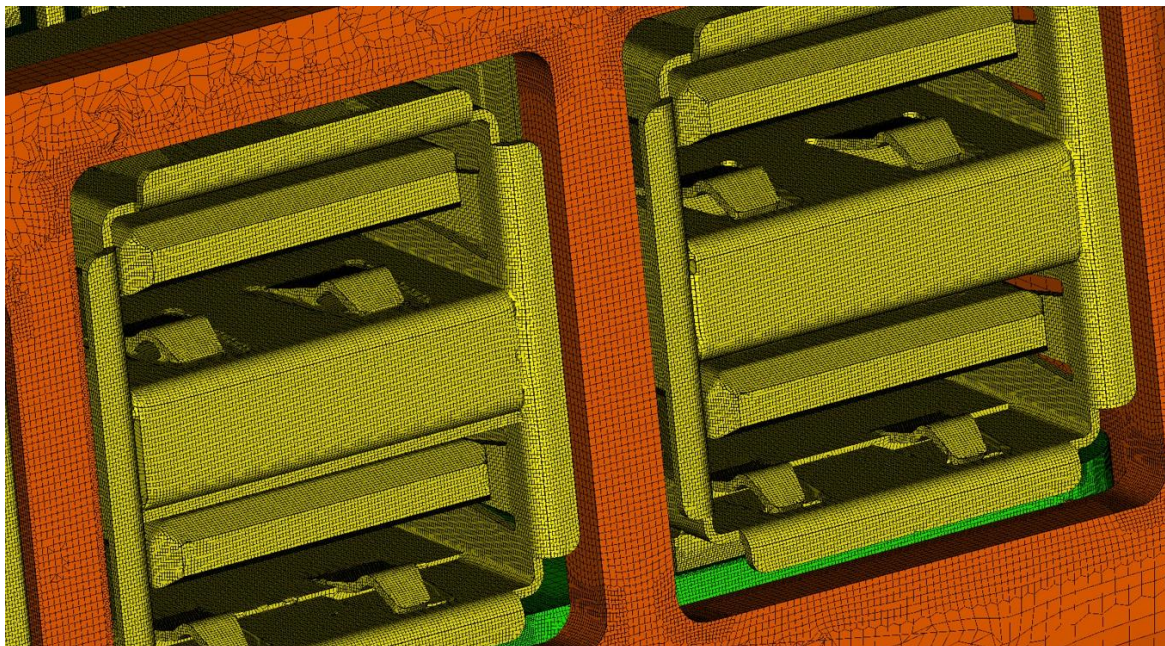
U svrhu ove CFD analize, načinjene su dvije različite geometrijske mreže: *gruba* i *fina*. *Gruba* mreža sastoji se od 12 018 232 konačnih volumena s maksimalnom dimenzijom volumena ograničenom na 3,5 mm x 3,5 mm x 3,5 mm. *Fina* mreža sastoji se od 18 840 715 konačnih volumena s maksimalnom dimenzijom volumena ograničenom na 80% vrijednosti maksimalne dimenzije volumena u gruboj mreži, odnosno 2,8 mm x 2,8 mm x 2,8 mm. Prilikom izrade obje geometrijske mreže, zadržane su identične postavke unutar *meshDicta* (osim maksimalne veličine). Najsitniji volumeni nalaze se na mjestu gdje će se kasnije u simulaciji generirati najveći toplinski tok, s ciljem što točnijeg opisivanja prijenosa topine. U mreži po brojnosti prevladavaju

heksaedarski konačni volumeni, a slijede ih poliedarski i prizmatični. Na Slici 10. i Slici 12. prikazani su uvećani detalji *patcheva* nastalih generiranjem grube geometrijske mreže. Na tim slikama može se jasno vidjeti visoki stupanj finoće mreže na određenim područjima geometrije. Slike su nastale u programskom paketu CF-MESH+.

Potrebno je napomenuti da zbog lošeg opisivanja površine i rubova geometrijskog modela, nije načinjena geometrijska mreža s maksimalnim dimenzijama kontrolnih volumena većih od maksimalnih dimenzija kontrolnih volumena *grube* mreže.

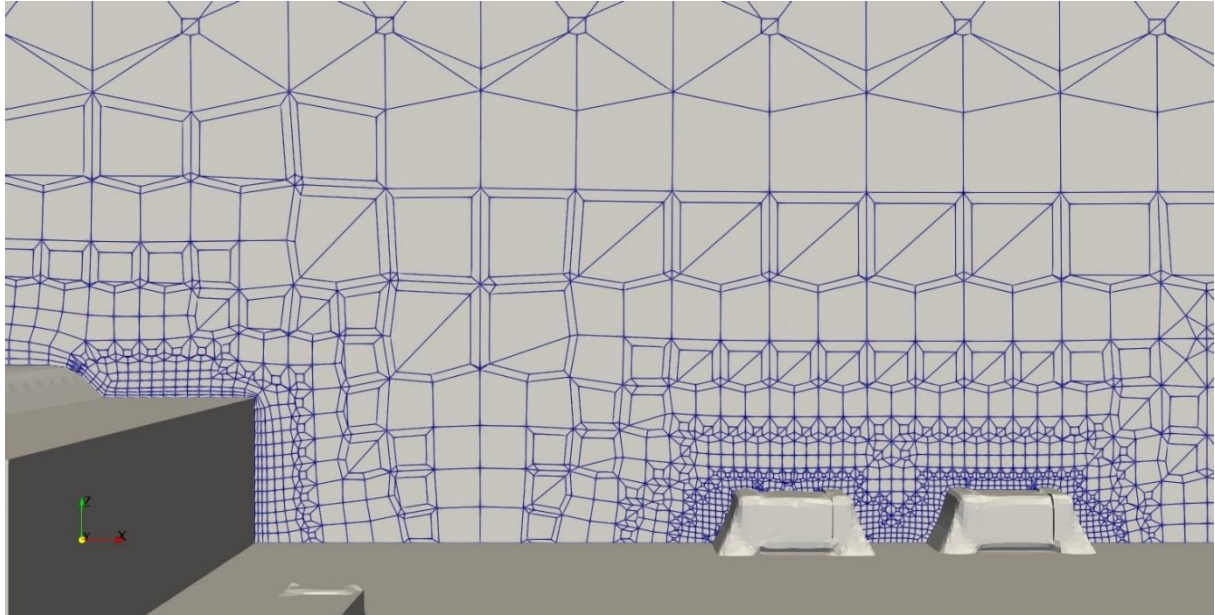


Slika 10. Uvećani detalj nastalih *patcheva*

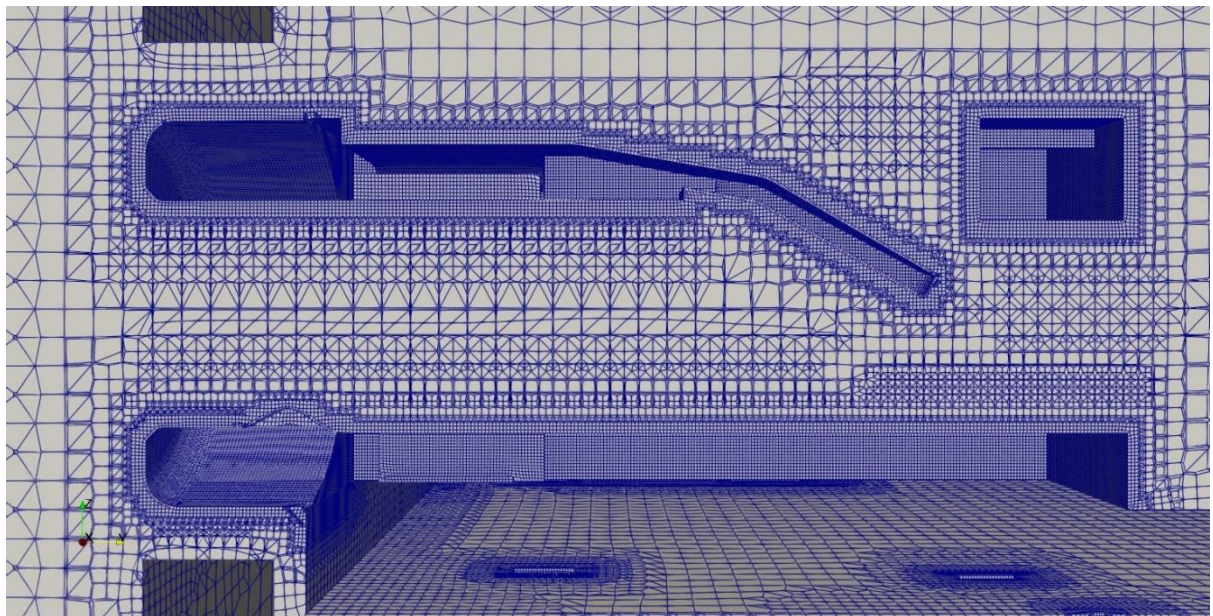


Slika 11. Uvećani detalj nastalih *patcheva*

Slika 12. i Slika 13. prikazuju uvećane detalje mreže konačnih volumena. Na Slici 12. prikazan je isječak geometrijskog modela okruženog pripadajućim kontrolnim volumenima. Slike su nastale u računalnom paketu ParaView.



**Slika 12. Prikaz mreže kontrolnih volumena i geometrijskog modela**

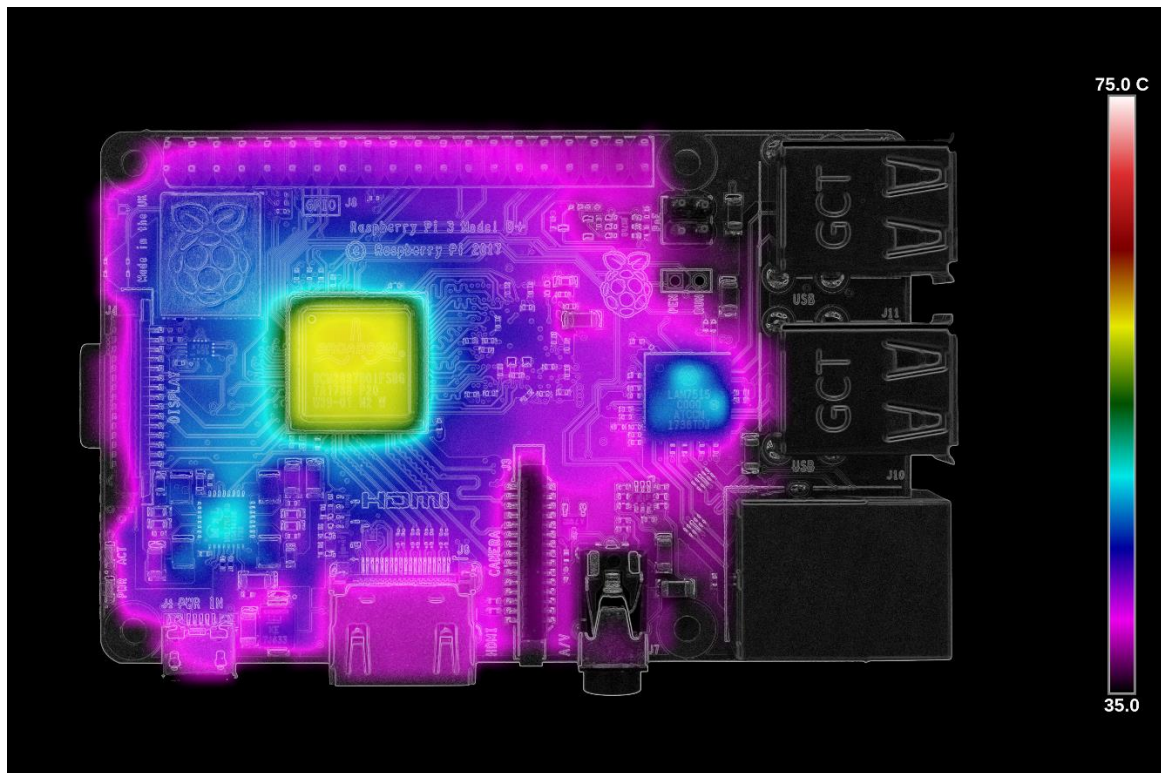


**Slika 13. Uvećani detalj mreže kontrolnih volumena oko jedne ulazno/izlazne jedinice**



### 4.3. Modeliranje konvekcijskog hlađenja

Kako je već napomenuto, u slučaju slobodne konvekcije do strujanja fluida dolazi zbog nejednolike temperaturne distribucije unutar samog fluida. Nejednolika temperaturna distribucija u ovoj analizi javlja se kao posljedica zagrijavanja komponenti modela Raspberry PI-a koje svu svoju toplinu predaju zraku koji ih okružuje. Prema termalnoj snimci na Slici 14. jasno se vidi da se dvije komponente zagrijavaju znatno više od ostatka, te će se u ovoj analizi pretpostaviti da se sva toplina generira upravo u njima.



Slika 14. Termalna snimka modela Raspberry PI 3B+ [9]

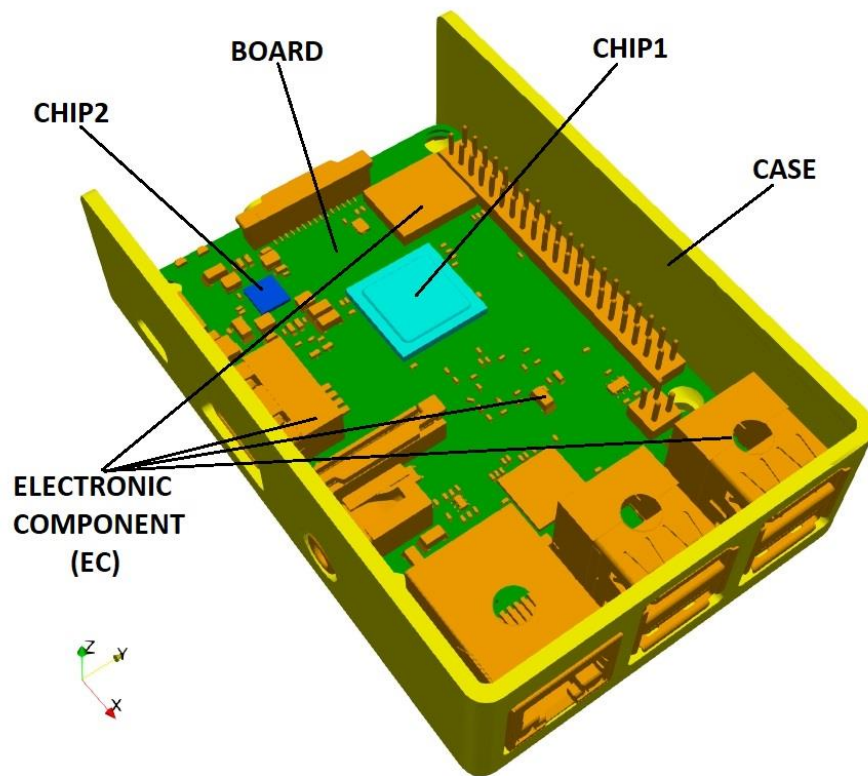
Toplinski tok koji se generira u te dvije komponente, prema navedenoj pretpostavci, jednak je svoj snazi dovedene električne energije koja prema [10] pri najvećem opterećenju računala iznosi 5,77W. Slika 15. prikazuje spomenute komponente u kontekstu geometrijskog modela, a dodijeljena su im imena Chip1 i Chip2.

Temperatura komponenti Chip1 i Chip2 će se zadati kao konstantna i iznositi će 80 stupnjeva Celzija što je ujedno i maksimalna temperatura neometanog rada procesora. Naime, nakon doseganja temperature od 80 stupnjeva Celzija, procesor Raspberry Pi-a započinje proces rasterećenja, a pri temperaturi od 85 stupnjeva Celzija dolazi do njegovog gašenja, sve kako bi se spriječilo daljnje zagrijavanje i njegovo pregorijevanje [11]. Ovako izračunat toplinski tok na

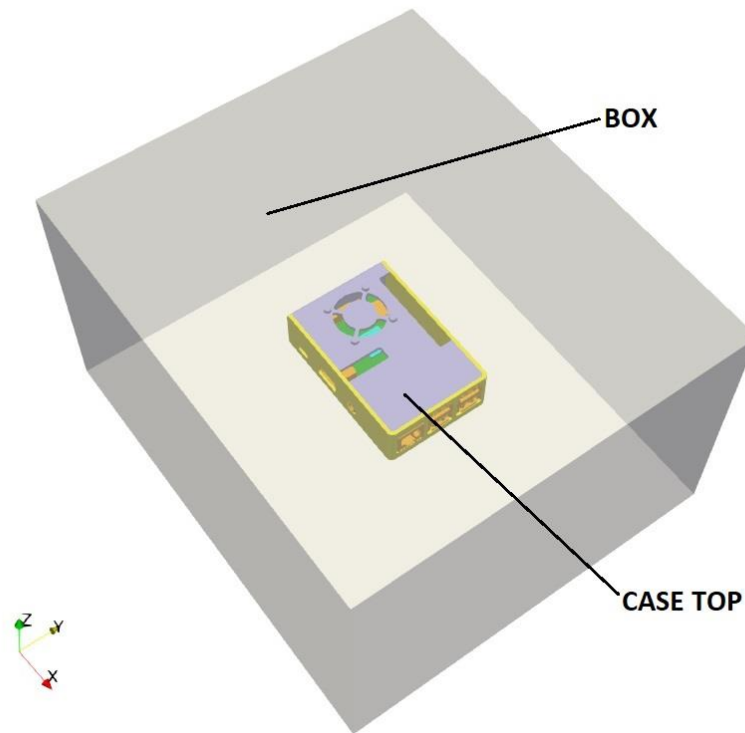
komponentama Chip1 i Chip2 usporedit će se sa snagom računala pri najvećem opterećenju s ciljem procijene efikasnosti hlađenja računala.

Da bi došlo do stacionarnog strujanja fluida unutar zatvorene domene s dvama izvorima topline, potrebno je nekako osigurati hlađenje fluida, inače će temperatura fluida rasti sve dok ne dosegne temperaturu komponenti Chip1 i Chip2. Zbog toga je uveden rubni uvjet konstantne temperature na stijenke proračunske domene, označene na Slici 16. kao Box. Temperatura stijenki je zadana kao 20 stupnjeva Celzija. Potrebno je napomenuti kako u ovoj analizi neće biti uračunato provođenje topline kroz komponente tiskane pločice.

Na Slici 15. i Slici 16. prikazani su nazivi pojedinih dijelova geometrijskog modela (ili *patcheva* u slučaju geometrijske mreže) koji će biti potrebni za jasno definiranje rubnih uvjeta.



Slika 15. Imena pojedinih *patcheva*

Slika 16. Imena pojedinih *patcheva*

#### 4.4. Računalna simulacija

Proračun strujanja fluida i prijenosa topline izveden je pomoću slobodno dostupnog programskog paketa OpenFOAM. OpenFOAM (eng. Open source Field Operation And Manipulation) odlikuje dostupnost i izmjenjivost programskog koda koji je pisan u programskom jeziku C++. Ovaj programski paket sadrži veliki broj *solvera* koji su prikladni za rješavanje širokog spektra problema mehanike fluida i termodinamike. Sadrži i veliku biblioteku primjera koji se lako modificiraju i prilagode tipu problema koji se analizira.

##### 4.4.1. Korišteni solver

U ovoj analizi korišten je *solver* buoyantSimpleFoam koji se koristi u slučaju stacionarnih problema konvektivnog prijenosa topline. On u proračunu koristi hidrostatski tlak, važan za pojavu konvekcije. Više o ovom *solveru* može se pronaći na [12].

##### 4.4.2. Korišteni model turbulencije

U ovoj analizi korišten je  $k-\omega$  STT model turbulencije. Ovaj model sastoji se od dvije parcijalne diferencijalne jednačbe gdje jedna opisuje transport turbulentne kinetičke energije  $k$ , a druga opisuje specifičnu brzinu disipacije  $\omega$ . STT (eng. Shear Stress Transport) je formulacija koja kombinira dva modela turbulencije:  $k-\omega$  i  $k-\epsilon$ . Za područje strujanja daleko od stijenke koristi se  $k-\epsilon$  model, a u području uz stijenku koristi se  $k-\omega$  model. Više o ovome modelu turbulencije može se pronaći na [13].

#### 4.4.3. Termalni model

Važno je napomenuti da su se u računanju termalnih i fizičkih svojstava fluida koristili modeli *Sutherland* i *Janaf*. *Sutherland* transportni model računa dinamičku viskoznost fluida kao funkciju temperature, a *Janaf* termalni model računa specifični toplinski kapacitet fluida pri konstantnom tlaku, također kao funkciju temperature.

#### 4.4.4. Rubni uvjeti

Rješenja jednadžbi strujanja uvelike ovise o zadanim rubnim uvjetima. Jako je bitno pravilno odabrati rubne uvjete kako bi se što realnije opisalo stvarno ponašanje fluida, ali i osigurala konvergencija numeričkog postupka.

Kako je već bilo rečeno, proračunska domena je zatvorena, odnosno fluid niti ulazi niti izlazi iz nje. Zbog toga se na svim stijenkama može zadati rubni uvjet mirujućeg zida (*noSlip*) kao rubni uvjet brzine.

Za temperaturni rubni uvjet na stijenkama komponenti *Chip1* i *Chip2* zadat će se fiksna temperatura (*fixedValue*) u iznosu od 80 stupnjeva Celzija, a na stijenkama *Box-a* temperatura (*fixedValue*) u iznosu od 20 stupnjeva Celzija. Na svim drugim stjenkama zadat će se nulti temperaturni gradijent (*zeroGradient*).

Rubni uvjet dinamičkog tlaka  $p_{rgh}$  na svim stijenkama zadan je tako da se gradijent tlaka računa prema vektoru brzine na stijenci (*fixedFluxPressure*), a rubni uvjet tlaka  $p$  zadan je tako da se tlak računa prema izrazu:

$$p = p_{rgh} + \rho gh, \quad (4.1)$$

gdje  $\rho gh$  predstavlja hidrostatski tlak fluida (*calculated*).

Ostali rubni uvjeti dani su u Tablici 2.

Tablica 2. Granice s pripadajućim rubnim uvjetima

| Naziv granice | Vrsta granice | Rubni uvjet            |                         |                          |                           |
|---------------|---------------|------------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
|               |               | $k$                    | $nut$                   | $omega (\omega)$         | $\alpha$                  |
| CASE          | <i>wall</i>   | <i>kqRWallFunction</i> | <i>nutkWallFunction</i> | <i>omegaWallFunction</i> | <i>alphanWallFunction</i> |
| CASE TOP      | <i>wall</i>   | <i>kqRWallFunction</i> | <i>nutkWallFunction</i> | <i>omegaWallFunction</i> | <i>alphanWallFunction</i> |
| BOARD         | <i>wall</i>   | <i>kqRWallFunction</i> | <i>nutkWallFunction</i> | <i>omegaWallFunction</i> | <i>alphanWallFunction</i> |
| BOX           | <i>wall</i>   | <i>kqRWallFunction</i> | <i>nutkWallFunction</i> | <i>omegaWallFunction</i> | <i>alphanWallFunction</i> |
| EC            | <i>wall</i>   | <i>kqRWallFunction</i> | <i>nutkWallFunction</i> | <i>omegaWallFunction</i> | <i>alphanWallFunction</i> |
| CHIP1         | <i>wall</i>   | <i>kqRWallFunction</i> | <i>nutkWallFunction</i> | <i>omegaWallFunction</i> | <i>alphanWallFunction</i> |
| CHIP2         | <i>wall</i>   | <i>kqRWallFunction</i> | <i>nutkWallFunction</i> | <i>omegaWallFunction</i> | <i>alphanWallFunction</i> |

Tablica 3. Granice s pripadajućim rubnim uvjetima

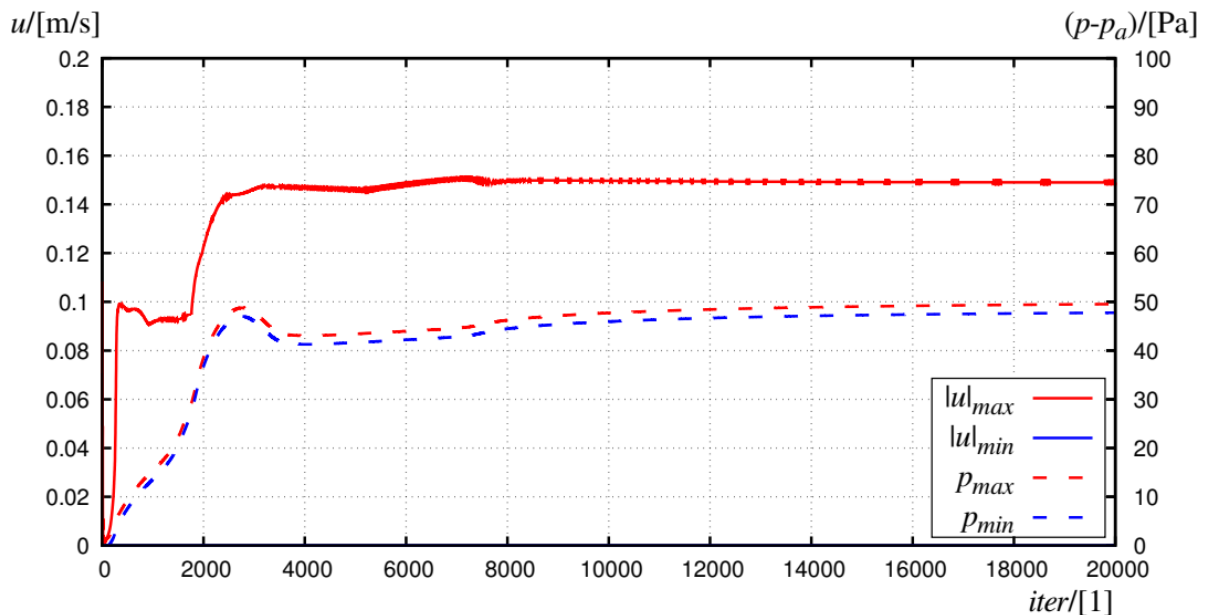
| Naziv granice | Rubni uvjet   |                                  |                   |                          |
|---------------|---------------|----------------------------------|-------------------|--------------------------|
|               | $U$           | $T$                              | $p$               | $p\_rgh$                 |
| CASE          | <i>noSlip</i> | <i>zeroGradient</i>              | <i>calculated</i> | <i>fixedFluxPressure</i> |
| CASE TOP      | <i>noSlip</i> | <i>zeroGradient</i>              | <i>calculated</i> | <i>fixedFluxPressure</i> |
| BORD          | <i>noSlip</i> | <i>zeroGradient</i>              | <i>calculated</i> | <i>fixedFluxPressure</i> |
| BOX           | <i>noSlip</i> | <i>fixedValue, uniform 20° C</i> | <i>calculated</i> | <i>fixedFluxPressure</i> |
| EC            | <i>noSlip</i> | <i>zeroGradient</i>              | <i>calculated</i> | <i>fixedFluxPressure</i> |
| CHIP1         | <i>noSlip</i> | <i>fixedValue, uniform 80° C</i> | <i>calculated</i> | <i>fixedFluxPressure</i> |
| CHIP2         | <i>noSlip</i> | <i>fixedValue, uniform 80° C</i> | <i>calculated</i> | <i>fixedFluxPressure</i> |

#### 4.5. Prikaz i analiza dobivenih rezultata

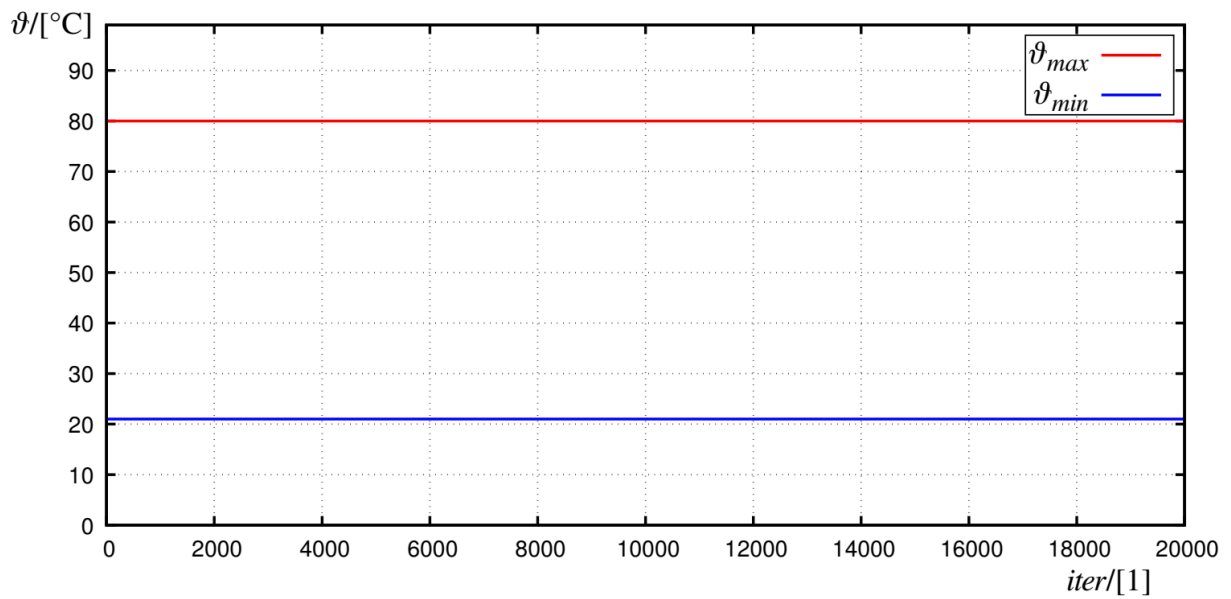
U ovom poglavlju dat će se tablični i grafički prikaz, te usporedba rezultata dobivenih na dvije različite mreže: *gruboj* i *finoj*. Budući da je strujanje u ovom proračunu stacionarno, prikazani rezultati predstavljaju stanje fluida koje bi se ustabililo u vremenskom trenutku dovoljno dalekom od trenutka pokretanja računala. Ako ne bi bilo nikakvih vanjskih poremećaja, takvo strujanje fluida bi se teoretski održalo u beskonačnost. Grafički prikaz temperaturnog polja i strujnica napravljen je u programskom paketu ParaView.

##### 4.5.1. Rezultati na gruboj mreži

Slika 17. prikazuju grafove konvergencije maksimalnih i minimalnih vrijednosti tlaka  $p$  i brzine  $U$ . Minimalna vrijednost brzine (0 m/s) zadana je rubnim uvjetima i njezin graf nije vidljiv pošto se poklapa s osi apscisom. Na Slici 18. dani su grafovi konvergencije minimalne i maksimalne temperature  $\vartheta$ . Na osi apscisi prikazani su brojevi iteracija.

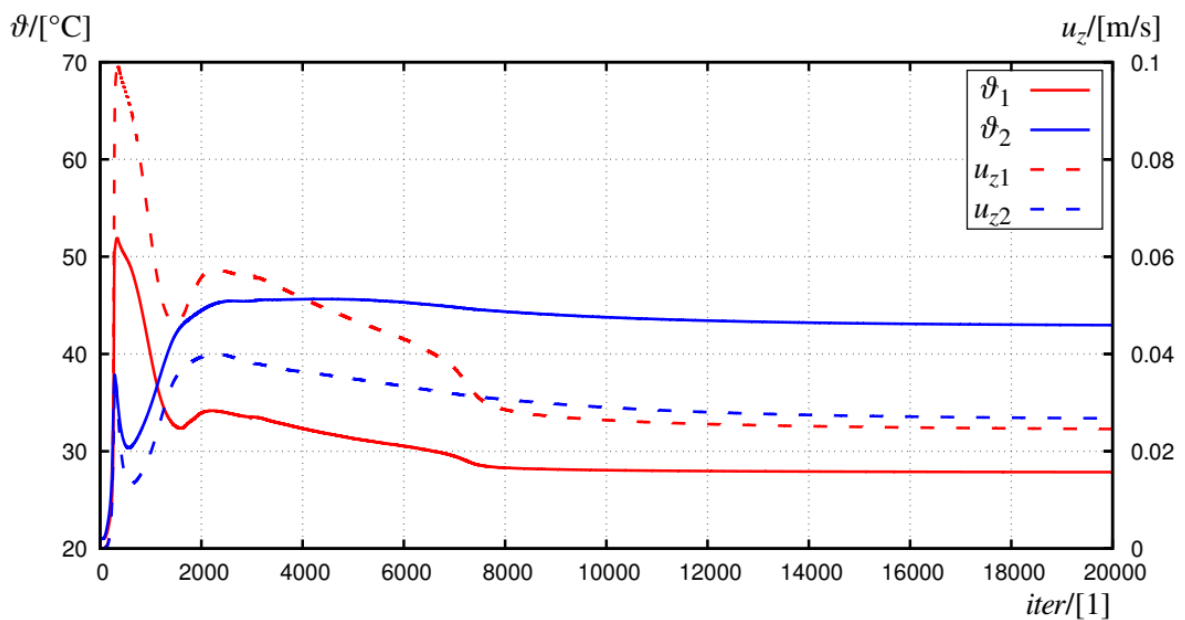


Slika 17. Graf konvergencije maksimalne i minimalne vrijednosti tlaka  $p$  i brzine  $U$  za *grubu* mrežu

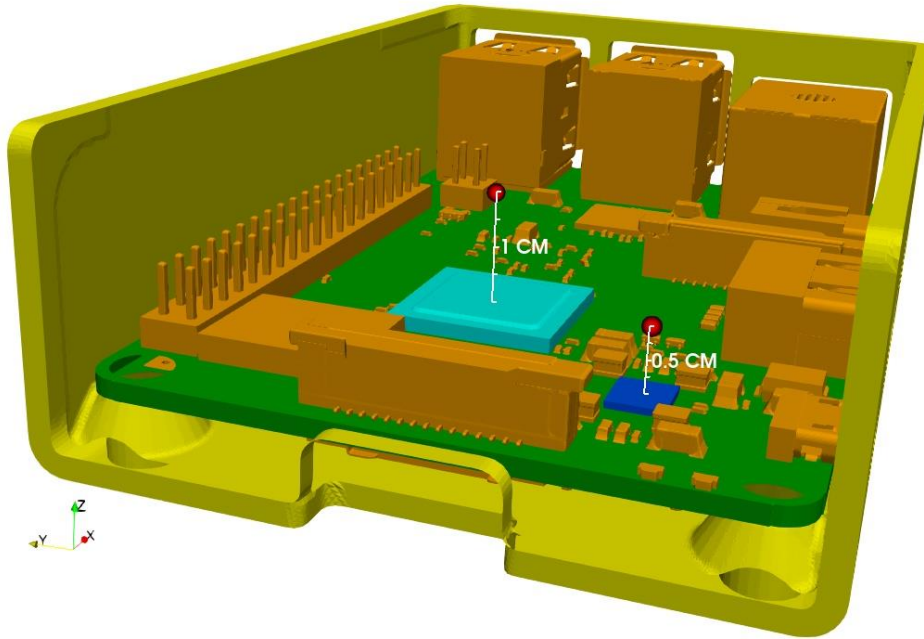


Slika 18. Graf konvergencije minimalne i maksimalne vrijednosti temperature  $\vartheta$  za grubu mrežu

Slika 19. prikazuje grafove brzine i temperature u dvije proizvoljno odabrane točke unutar proračunske domene s ciljem praćenja konvergencije rješenja. Prikaz lokacije dvaju točaka dan je na Slici 20.



Slika 19. Graf konvergencije temperature  $\vartheta$  i brzine  $U$  u proizvoljno odabranim točkama na gruboj mreži



Slika 20. Prikaz lokacije dvaju proizvoljno odabranih točaka

Iz grafova je vidljivo da je za konvergenciju rješenja bilo potrebno malo manje od 20 000 iteracija. Vrijednosti fizikalnih veličina prikazanih na grafovima dane su u Tablici 4.

Tablica 4. Vrijednosti fizikalnih veličina dobivenih na *gruboj* mreži

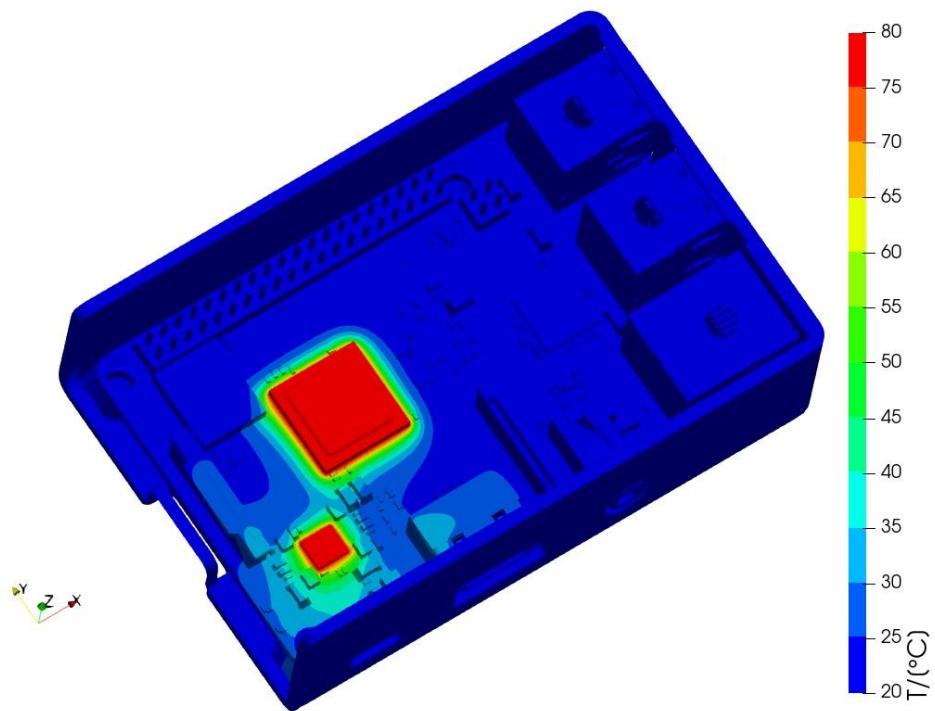
| Max $p$ [Pa] | Min $p$ [Pa] | Max $U$ [m/s] | Min $U$ [m/s] | Max $\vartheta$ [°C] | Min $\vartheta$ [°C] |
|--------------|--------------|---------------|---------------|----------------------|----------------------|
| 101 374,00   | 101 372,00   | 0,149         | 0,00          | 80,00                | 20,00                |

Integriranjem toplinskog toka po površinama komponenti dolazi se do ukupnog toplinskog toka generiranog od strane pojedine komponente. Toplinski tok dobiven u ovom proračunu na *gruboj* mreži za komponentu Chip1 ( $\Phi_1$ ) iznosi 30,145W, a za komponentu Chip2 ( $\Phi_2$ ) 3,796W.

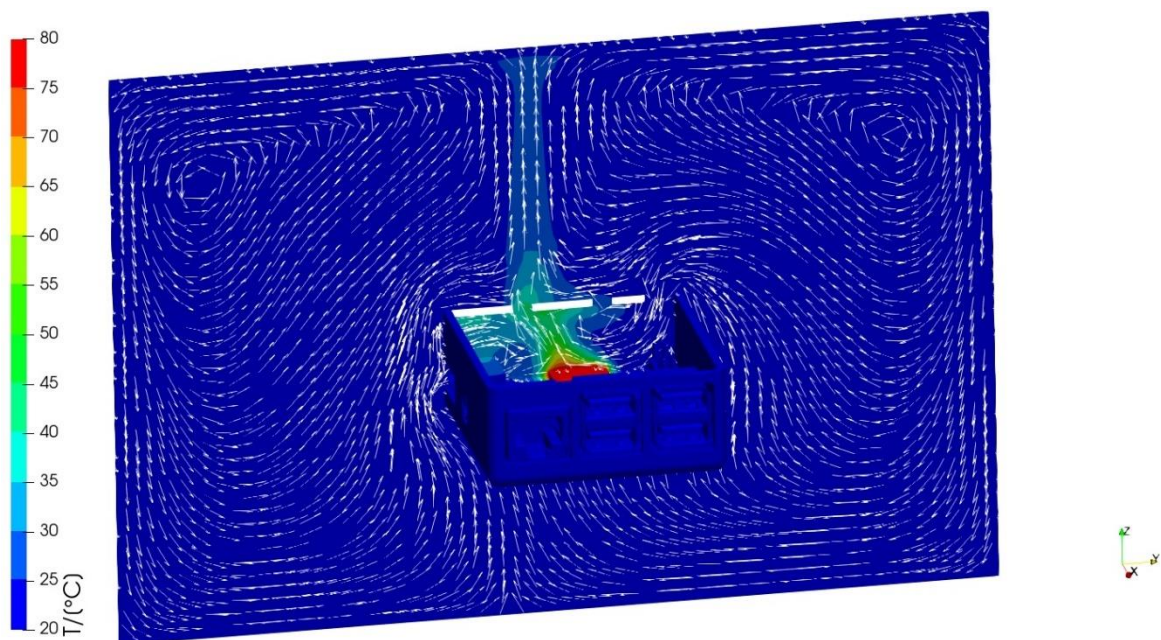
Na Slici 21. i Slici 23. prikazano je temperaturno polje fluida. U usporedbi sa snimkom učinjenom termalnom kamerom (Slika 14), vidljivo je da je temperaturno polje poprilično nejednoliko raspoređeno, s visokim vrijednostima temperature koncentriranim u uskom području komponenti Chip1 i Chip2. Uzrok takve razlike u temperaturnoj raspodjeli je taj što u ovom modelu nije uračunat kondukcijski prijenos topline kroz komponente računala.

Na Slici 24. i Slici 25. vidljive su strujnice fluida koje prikazuju na koji način se odvija cirkulacija fluida kroz zaštitno kućište.

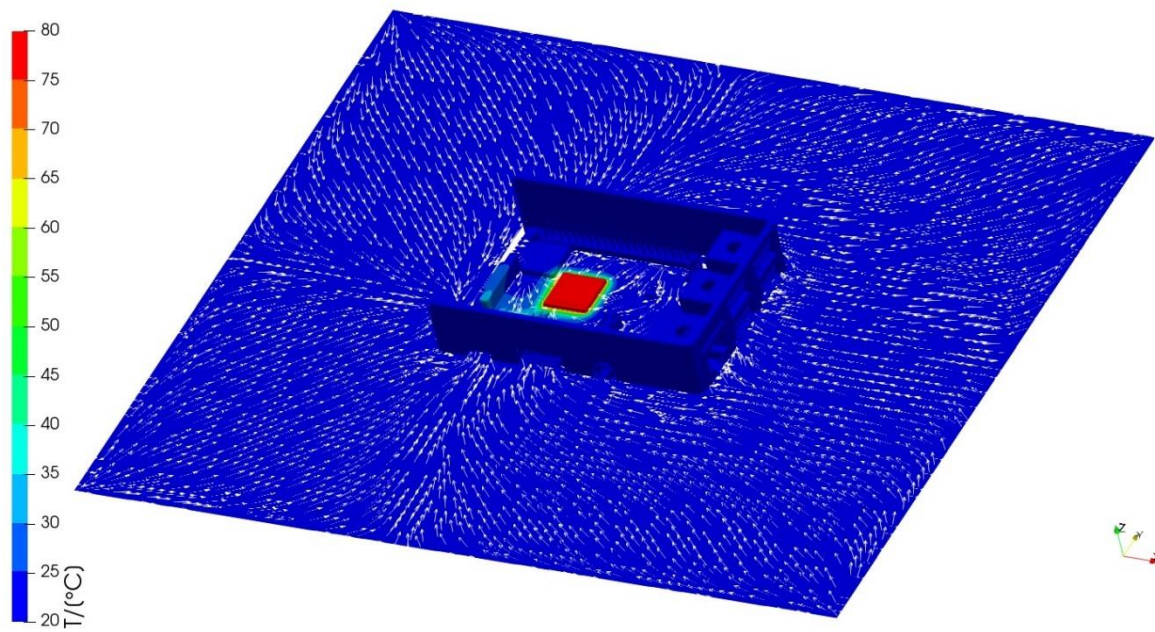




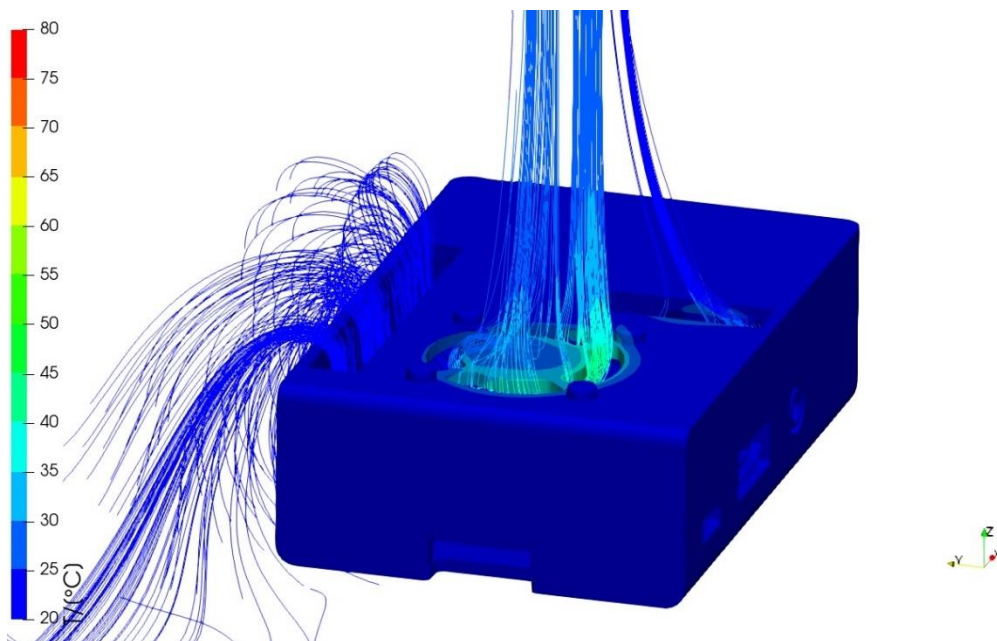
Slika 21. Prikaz temperaturnog polja



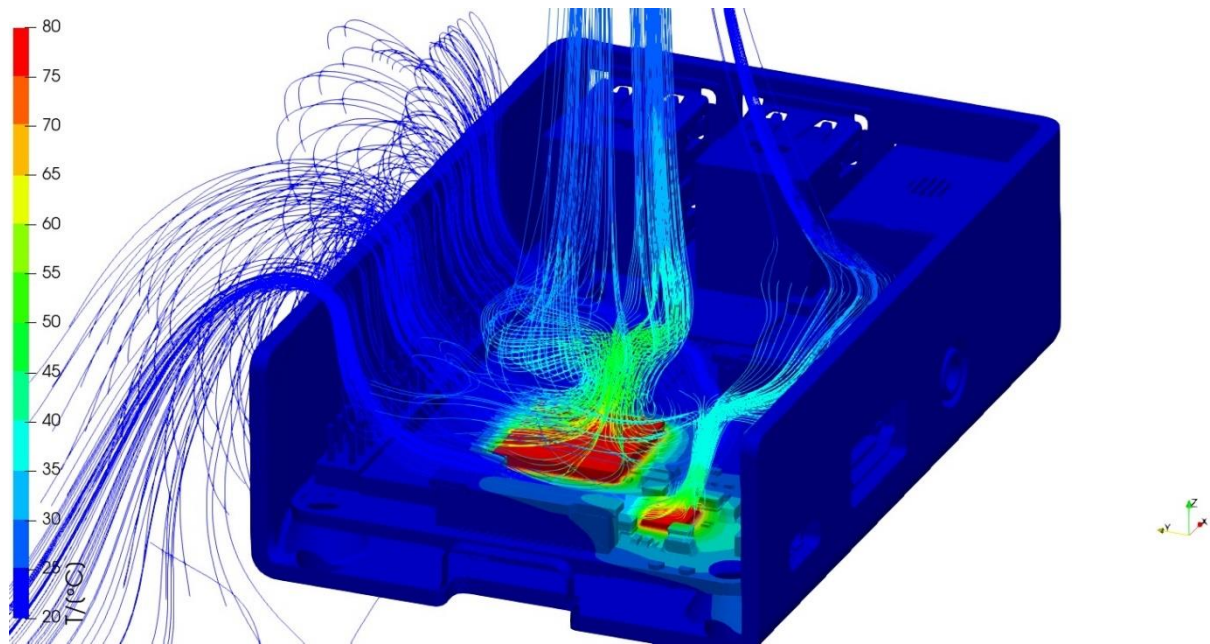
Slika 22. Prikaz temperaturnog polja s ucrtanim vektorima brzine



Slika 23. Prikaz temperaturnog polja s ucrtanim vektorima brzine u ravnini s Chip1 i Chip2



Slika 24. Prikaz strujnica fluida obojenih temperaturnom raspodjelom



Slika 25. Prikaz strujnica fluida obojenih temperaturnom raspodjelom

#### 4.5.2. Rezultati na finoj mreži

U ovom poglavlju dat će se tablični prikazi vrijednosti fizikalnih veličina dobivenih na *finoj* mreži. Grafički prikaz temperaturnog polja i polja strujanja za *finu* geometrijsku mrežu neće se dati jer se vrijednosti fizikalnih veličina prikazanih u Tablici 4. i u Tablici 5. neznatno razlikuju.

Tablica 5. Vrijednosti fizikalnih veličina dobivenih na *finoj* mreži

| Max $p$ [Pa] | Min $p$ [Pa] | Max $U$ [m/s] | Min $U$ [m/s] | Max $\vartheta$ [°C] | Min $\vartheta$ [°C] |
|--------------|--------------|---------------|---------------|----------------------|----------------------|
| 101 387,00   | 101 384,00   | 0,153         | 0,00          | 80,00                | 20,00                |

Toplinski tok dobiven u ovom proračunu na *finoj* mreži za komponentu Chip1 iznosi 30,151W, a za komponentu Chip2 3,820W.

#### 4.5.3 Usporedba i komentar dobivenih rješenja

Kako je već rečeno, jedan od ciljeva ove CFD analize hlađenja je provesti ispitivanje neovisnosti rezultata geometrijske mreže o daljnjem smanjenju dimenzija kontrolnih volumena. Tablični prikaz rezultata proračuna na *finoj* i *gruboj* mreži, te vrijednosti odstupanja pojedinog rezultata na *finoj* mreži od rezultata na *gruboj* mreži dan je u Tablici 6.

Tablica 6. Usporedba rezultata dobivenih na dvije geometrijske mreže

|               | <i>Gruba mreža</i> | <i>Fina mreža</i> | Odstupanje [%] |
|---------------|--------------------|-------------------|----------------|
| Max $p$ [Pa]  | 101 374,00         | 101 387,00        | 0,013          |
| Min $p$ [Pa]  | 101 372,00         | 101 384,00        | 0,012          |
| Max $U$ [m/s] | 0,149              | 0,153             | 2,685          |
| $\Phi_1$ [W]  | 30,145             | 30,151            | 0,020          |
| $\Phi_2$ [W]  | 3,796              | 3,820             | 0,632          |

Iz Tablice 6. je vidljivo da je maksimalno odstupanje rezultata na ove dvije mreže jednako 2,685%, dok je za ostale rezultate to odstupanje manje od 1%. Time se može ustvrditi da je s *grubom* geometrijskom mrežom postignuta neovisnost rezultat o njenom daljnjem profinjenju.

Potrebno je prokomentirati visoke vrijednosti toplinskih tokova dobivenih u ovom proračunu. Kako je već spomenuto, maksimalni toplinski tok koji se može ostvariti na komponentama računala jednak je maksimalnoj snazi dovedene električne energije koja za ovaj model Raspberry PI-a iznosi 5.77W. U provedenom proračunu dobivena je vrijednost ukupnog toplinskog toka od 33,941W. Razlika između zadanog i izračunatog toplinskog toka ukazuje na to da bi u stvarnosti temperatura procesora bila znatno manja od ograničavajućih 80 stupnjeva Celzija, te da je hlađenjem slobodnom konvekcijom pomoću zraka, ulazne temperature 20°C, osiguran pouzdan rad računala. Naravno, ovi zaključci vrijede isključivo za strujanje fluida ostvareno unutar domene zadane u ovom radu. Smanjenjem dimenzija domene i povećanjem temperature stijenki domene (temperature zraka), moglo bi doći do povećanja temperature procesora i potrebe za hlađenjem prisilnom konvekcijom. Rezultati dobiveni u ovom proračunu mogu poslužiti kao podloga za validaciju rezultata simulacija hlađenja prisilnom konvekcijom. Također, rezultati mogu poslužiti u pronalasku optimalnog dizajna zaštitnog kućišta.

## **ZAKLJUČAK**

Cilj ovog rada je bio ispitati efikasnost hlađenja malog računala putem slobodne konvekcije. Geometrijski model područja proračuna izrađen je korištenjem pojednostavljenog geometrijskog modela računala Raspberry PI. Toplinsko opterećenje i temperaturne granice računala preuzete su iz specifikacije proizvođača. Prostorna diskretizacija područja proračuna izrađena je komercijalnim računalnim paketom CF-MESH+. Proračuni su izvedeni metodom konačnih volumena uz primjenu modela stacionarnog, nestlačivog strujanja s izmjenom topline i uz ovisnost fizikalnih svojstava o temperaturi, onako kako je to implementirano u programu buoyantSimpleFoam u sklopu OpenFOAM biblioteke. U sklopu rada je provedena i analiza mrežne nezavisnosti rješenja putem proračuna na mrežama konačnih volumena s različitim koracima prostorne diskretizacije.

Temeljem rezultata proračuna, zaključuje se da primjena računala pri punoj propisanoj snazi u uvjetima hlađenja slobodnom konvekcijom putem zraka sobne temperature osigurava pouzdan rad, bez prekoračenja temperaturnih granica.

**LITERATURA**

- [1] <https://www.techadvisor.com/article/726264/whats-the-best-cpu-temperature.html>
- [2] <http://www.spazztech.net/raspberry-pi-b-.html>
- [3] Virag, Z.: Dinamika plinova, Zagreb, 2013.
- [4] Galović, A.: Termodinamika 2, Zagreb, 2014.
- [5] <https://www.cradle-cfd.com/media/column/a73>
- [6] Virag, Z., Džijan, I.: Računalna dinamika fluida, Zagreb, 2014.
- [7] <https://grabcad.com/library/raspberry-pi-3b-cover-1>
- [8] <https://cfmesh.com/help/cf-mesh+/latest/index.html>
- [9] <https://www.raspberrypi.com/app/uploads/2019/11/pi3bplus-load.png>
- [10] <https://www.raspberrypi.com/news/thermal-testing-raspberry-pi-4/>
- [11] <https://copperhilltech.com/content/The%20Operating%20Temperature%20For%20A%20Raspberry%20Pi%20E2%80%93%20Technologist%20Tips.pdf>
- [12] <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-applications-solvers-heat-transfer-buoyantSimpleFoam.html>
- [13] [https://www.cfd-online.com/Wiki/SST\\_k-omega\\_model](https://www.cfd-online.com/Wiki/SST_k-omega_model)