

# Centrifugalni kompresor za male dobave

---

Jurina, Karlo

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:197089>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-25**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

Karlo Jurina

ZAGREB, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

CENTRIFUGALNI KOMPRESOR ZA MALE DOBAVE

Mentor:

Prof. dr. sc. Željko Tuković

Student:

Karlo Jurina

ZAGREB, 2022.

*Zahvaljujem profesoru Željku Tukoviću na zanimljivoj temi, pruženoj pomoći i prenesenom znanju pri izradi diplomskog rada. Hvala obitelji na konstantnoj potpori i strpljenju tijekom cijelog studiranja.*

*Hvala kolegama sa zrakoplovstva koji su dodatno uljepšali vrijeme provedeno na fakultetu.*

*Također hvala tvrtki Creative Fields Ltd. na iskustvu koje sam stekao te ugodnoj i motivirajućoj atmosferi na poslu tijekom posljednje godine studija.*

## **Izjava**

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, srpanj 2022.

Karlo Jurina





Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 22 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 22 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Karlo Jurina**

JMBAG: 0035209640

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Centrifugalni kompresor za male dobave**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Centrifugal compressor for low flow rates**

Opis zadatka:

Dobava malih količina komprimiranog zraka ( $<0,1$  kg/s), pri kompresijskim omjerima većim od 8, uglavnom se provodi primjenom volumetrijskih kompresora. Primjena centrifugalnih kompresora je rijetka, a moguća je uz višestupanjsku izvedbu pri vrlo visokim brzinama vrtnje ( $>100000$  min<sup>-1</sup>). Prednost centrifugalnih kompresora je mogućnost rada bez podmazivanja, te mogućnost postizanja bolje efikasnosti.

U ovom diplomskom radu treba ispitati mogućnost prilagodbe jednostupanjskog turbokompresora sa spiralnim kućištem namijenjenog za prednabijanje motora s unutrašnjim izgaranjem, za rad u višestupanjskoj izvedbi, zamjenom spiralnog kućišta prestrujnim kanalom sa statorskim lopaticama. Na temelju rezultata numeričkih simulacija moći će se ocijeniti izvedivost višestupanjske izvedbe kompresora.

U sklopu diplomskog rada potrebno je:

1. Dati pregled literature vezane za primjenu centrifugalnih kompresora kod malih dobava.
2. Rekonstruirati geometrijski model postojećeg jednostupanjskog centrifugalnog kompresora GT1544 GARRETT na temelju aproksimativnog geometrijskog modela rotora kompresora dobivenog 3D skeniranjem.
3. Provesti simulaciju turbulentnog strujanja zraka kroz centrifugalni kompresor za optimalnu radnu točku (0,07 kg/s, 1,9 bar, 170000 min<sup>-1</sup>) te dobivene rezultate usporediti s eksperimentalnim rezultatima proizvođača.
4. Prilagoditi centrifugalni kompresor za rad u višestupanjskoj izvedbi zamjenom spiralnog kućišta prestrujnim kanalom sa statorskim lopaticama, te provesti simulaciju strujanja za prilagođenu izvedbu kompresora.
5. Usporediti karakteristike centrifugalnog kompresora sa spiralnim kućištem i centrifugalnog kompresora s prestrujnim kanalom i statorskim lopaticama.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

5. svibnja 2022.

Zadatak zadao:

Prof.dr.sc. Željko Tuković

Datum predaje rada:

7. srpnja 2022.

Predviđeni datumi obrane:

18. – 22. srpnja 2022.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

# Sadržaj

Sadržaj	vi
Popis slika	viii
Popis tablica	xi
Popis oznaka	xii
Sažetak	xv
Summary	xvi
<b>1. Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2. Centrifugalni kompresor</b>	<b>3</b>
2.1. Komponente kompresora . . . . .	3
2.2. Analiza kompresora . . . . .	6
2.3. Karakteristika kompresora . . . . .	11
2.4. Tipovi impelera . . . . .	13
2.5. Aerodinamičke značajke mikrokompresora . . . . .	15
<b>3. Računalna dinamika fluida</b>	<b>16</b>
3.1. Metoda kontrolnih volumena . . . . .	16
3.2. Konstitutivne jednadžbe stlačivog strujanja . . . . .	17
3.3. Izvod jednadžbe za tlak . . . . .	18



3.4. Rubni uvjeti . . . . .	19
3.5. Metoda pokretnog koordinatnog sustava . . . . .	21
3.6. Modeliranje turbulencije . . . . .	21
<b>4. Rekonstrukcija modela kompresora za prednabijanje</b>	<b>25</b>
4.1. Potencijalno strujanje u meridionalnom presjeku . . . . .	27
4.2. Razvoj lopatica metodom komfornog preslikavanja . . . . .	31
4.3. Difuzor i spiralno kućište . . . . .	36
4.4. Geometrijski i numerički model . . . . .	37
<b>5. Kompresor s prestrujnim kanalom</b>	<b>45</b>
5.1. Dimenzioniranje prestrujnog kanala . . . . .	46
5.2. Dimenzioniranje statorskih lopatica . . . . .	47
5.3. Geometrijski i numerički model . . . . .	51
<b>6. Rezultati</b>	<b>54</b>
6.1. Jednostupanjski kompresor . . . . .	56
6.2. Kompresor s prestrujnim kanalom . . . . .	59
<b>7. Zaključak</b>	<b>64</b>
<b>Literatura</b>	<b>65</b>

# Popis slika

2.1	Skica i glavne komponente jednostupanjskog centrifugalnog kompresora . . . . .	4
2.2	Skica meridionalnog presjeka jednostupanjskog kompresora . . . . .	5
2.3	Skica meridionalnog presjeka kompresora s prestrujnim kanalom . . . . .	5
2.4	Razlika brzina i radijusa na ulazu i izlazu iz rotora . . . . .	7
2.5	Trokut brzina . . . . .	8
2.6	Vrste Trokuta brzina . . . . .	8
2.7	Brzina klizanja . . . . .	11
2.8	Karakteristika kompresora . . . . .	12
2.9	Impeleri s različitim koeficijentom protoka . . . . .	14
3.1	Neumannov rubni uvjet . . . . .	20
3.2	Dirichletov rubni uvjet . . . . .	20
3.3	Reynoldsovo vremensko osrednjavanje . . . . .	23
4.1	Turbo Garrett GT1544 . . . . .	25
4.2	Skenirani model rotora . . . . .	26
4.3	Mapa karaktestika GT1544 turbokompresora . . . . .	26
4.4	Merdionalni presjek u cilindarskom koordinatnom sustavu . . . . .	27
4.5	Proračunska mreža meridionalnog presjeka . . . . .	30
4.6	Vrijednosti strujne funkcije u meridionalnom presjeku . . . . .	30
4.7	Strujnice u meridionalnom presjeku . . . . .	31
4.8	Kaplanova metoda komformnog preslikavanja za razvijanje lopatice . . . . .	32
4.9	Definicija kuta lopatice . . . . .	33

4.10	Raspodjela funkcije $u(m)$ korijenske i vršne tetive . . . . .	34
4.11	Srednja površina lopatice u odnosu na meridionalni presjek . . . . .	35
4.12	Srednja površina glavne i razdjelne lopatice . . . . .	35
4.13	Raspodjela kuta rotorske lopatice . . . . .	36
4.14	3D model impelera . . . . .	38
4.15	3D model jednostupanjskog kompresora . . . . .	38
4.16	Prikaz izlaza iz kompresora i presjeka na početku izlaznog difuzora . . . . .	39
4.17	Proračunska mreža jednostupanjskog kompresora . . . . .	40
4.18	Proračunska mreža oko ulaznog brida lopatica . . . . .	40
4.19	Proračunska mreža oko jezička spirale . . . . .	41
4.20	Proračunska mreža oko izlaznog ruba lopatica . . . . .	41
4.21	Presjek mreže uz podjelu na zone . . . . .	42
4.22	Ortogonalne ćelije na granici zona . . . . .	42
5.1	Skica prestrujnog kanala . . . . .	45
5.2	Skica meridionalnog presjeka prestrujnog kanala . . . . .	47
5.3	Proračun statorskih lopatica . . . . .	48
5.4	Srednje linije statorskih lopatica . . . . .	49
5.5	Raspodjela kuta statorskih lopatica . . . . .	50
5.6	3D model kompresora s prestrujnim kanalom . . . . .	51
5.7	Statorske lopatice u prestrujnom kanalu . . . . .	52
5.8	Proračunska mreža kompresora s prestrujnim kanalom . . . . .	52
5.9	Proračunska mreža na statorskim lopaticama . . . . .	53
5.10	Detaljan prikaz mreže statorske lopatice . . . . .	53
6.1	Dobivene karakteristike kompresora . . . . .	55
6.2	Iskoristivost u odnosu na maseni protok . . . . .	55
6.3	Konture statičkog tlaka . . . . .	56
6.4	Konture statičke temperature . . . . .	57
6.5	Konture tlaka u meridionalnom presjeku . . . . .	57
6.6	Konture temperature u meridionalnom presjeku . . . . .	58
6.7	Konture tlaka . . . . .	60
6.8	Konture temperature . . . . .	60
6.9	Konture tlaka u meridionalnom presjeku . . . . .	61

6.10	Konture temperature u meridionalnom presjeku . . . . .	61
6.11	Konture Machovog broja u presjeku statorskih lopatica . . . . .	62
6.12	Vektori brzine oko statorske lopatice . . . . .	62

# Popis tablica

4.1	Očitani kutevi lopatice [°] . . . . .	34
4.2	Postavke simulacije u <i>Fluent</i> -u . . . . .	43
5.1	Parametri statorske lopatice . . . . .	51
6.1	Koeficijenti gubitka i tlakovi na izlazu . . . . .	54
6.2	Izračunate prosječne veličine na karakterističnim presjecima jednostupanjskog kompresora . . . . .	59
6.3	Izračunate prosječne veličine na karakterističnim presjecima kompresora s prestrujnim kanalom . . . . .	63

# Popis oznaka

$A$	Koeficijenti polinoma . . . . .	33
$C_p$	Koeficijent tlaka, [-] . . . . .	28
$\mathbf{D}_f^v$	Matrica koeficijenata iz diskretizirane momentne jednadžbe, [ $\text{m}^2/\text{Pa s}$ ] . . . . .	19
$F$	Sila, [N] . . . . .	6
$\mathbf{I}$	Jedinični tenzor . . . . .	18
$I$	Specifična rotalpija, [J/kg] . . . . .	10
$J_b^\Phi$	Protok fizikalne veličine na granici domene . . . . .	21
$K_6$	Koeficijent opterećenja za ulazni brid statorske lopatice . . . . .	49
$K_7$	Koeficijent opterećenja za izlazni brid statorske lopatice . . . . .	49
$M$	Moment torzije, [Nm] . . . . .	6
$P$	Snaga, [W] . . . . .	7
$R$	Plinska konstanta, [J/kgK] . . . . .	18
$\mathbf{S}$	Površinski vektor normale, [m] . . . . .	19
$T$	Statička temperatura, [K] . . . . .	17
$T_0$	Zaustavna temperatura, [K] . . . . .	17
$b$	Širina . . . . .	37
$c$	Apsolutna brzina, [m/s] . . . . .	6
$c_s$	Brzina klizanja, [m/s] . . . . .	11
$e$	Specifična totalna energija, [J/kg] . . . . .	17
$\mathbf{f}_b$	Vektor masenih sila, [N] . . . . .	17
$h$	Specifična statička entalpija, [J/kg] . . . . .	9
$h_0$	Specifična totalna entalpija, [J/kg] . . . . .	9

$k$	Turbulentna kinetička energija, [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ] . . . . .	23
$k_t$	Koeficijent toplinske vodljivosti, [W/mK] . . . . .	17
$\omega$	Specifična brzina disipacije turbulentne kinetičke energije, [1/s] . . . . .	23
$m$	Masa, [kg] . . . . .	6
$\dot{m}$	Maseni protok, [kg/s] . . . . .	7
$p$	Statički tlak, [Pa] . . . . .	10
$p_0$	Zaustavni tlak, [Pa] . . . . .	10
$q_{12}$	Specifični toplinski tok, [J/kg] . . . . .	10
$q_b$	Protok fizikalne veličine po jedinici površine na granici domene . . . . .	21
$\dot{q}_V$	Toplinski izvor, [W] . . . . .	17
$r$	Polumjer, [m] . . . . .	6
$r_k$	Stupanj reakcije, [-] . . . . .	9
$\mathbf{r}$	Vektor položaja, [m] . . . . .	21
$t$	Vrijeme, [s] . . . . .	17
$t_b$	Debljina statorsche lopatice, [m] . . . . .	50
$u$	Obodna brzina, [m/s] . . . . .	7
$u$	Specifična unutarnja energija, [J/kg] . . . . .	17
$\mathbf{v}$	Vektor brzine, [m/s] . . . . .	17
$v_m$	Meridionalna brzina u cilindarskom koordinatnom sustavu, [m/s] . . . . .	28
$v_r$	Komponenta brzine u smjeru osi $r$ u cilindarskom koordinatnom sustavu, [m/s]	28
$v_z$	Komponenta brzine u smjeru osi $z$ u cilindarskom koordinatnom sustavu, [m/s]	28
$w$	Relativna brzina, [m/s] . . . . .	9
$w_{s12}$	Specifični rad, [J/kg] . . . . .	7
$\alpha$	Kut struje zraka, [°] . . . . .	50
$\beta$	Kut lopatice, [°] . . . . .	11
$\delta$	Kut klizanja, [°] . . . . .	11
$\epsilon$	Kut razmotavanja, [°] . . . . .	34
$\eta_{tt}$	Isentropska iskoristivost, [-] . . . . .	10
$\kappa_L$	Koeficijent gubitaka . . . . .	44
$\Lambda$	Volumenska viskoznost, [Pa/s] . . . . .	18

$\lambda$	Koeficijent rada, [-] . . . . .	7
$\mu$	Molekularna viskoznost, [Pa/s] . . . . .	17
$\mu_t$	Turbulentna viskoznost, [m <sup>2</sup> /s] . . . . .	23
$\Omega$	Kutna brzina, [rad/s] . . . . .	7
$\phi$	Lokalni koeficijent protoka, [-] . . . . .	8
$\Psi$	Kompresibilnost, [kgK <sup>2</sup> /J] . . . . .	18
$\psi$	Strujna Funkcija, [m <sup>2</sup> /s] . . . . .	28
$\rho$	Gustoća, [kg/m <sup>3</sup> ] . . . . .	17
$\tau$	Tenzor naprežanja, [Pa] . . . . .	18

## Indeksi

0	Ulaz u prvi stupanj . . . . .	6
1	Ulaz u rotor . . . . .	6
2	Izlaz iz rotora/Ulaz u difuzor . . . . .	6
3	Izlaz iz difuzora/Ulaz u spiralno kućište . . . . .	6
4	Izlaz iz jednostupanjskog kompresora . . . . .	6
5	Izlaz iz difuzora/Ulaz u prestrujni kanal . . . . .	6
6	Ulaz u lopatični dio prestrujnog kanala . . . . .	6
7	Izlaz iz lopatičnog dijela prestrujnog kanala . . . . .	6
8	Izlaz iz zadnjeg zavoja . . . . .	6
9	Ulaz u drugi stupanj . . . . .	6
$f$	Veličina na stranici kontrolnog volumena . . . . .	19
$m$	Meridionalna komponenta . . . . .	8
$r$	Rotor . . . . .	50
$s$	Stator . . . . .	50
$u$	Obodna komponenta . . . . .	6

## Akcenti

'	Korektivna veličina . . . . .	18
*	Veličina iz prošle iteracije . . . . .	18



# Sažetak

U ovom je diplomskom radu ispitana mogućnost višestupanjske izvedbe centrifugalnog kompresora za velike brzine vrtnje i male dobave, aerodinamičkom i termodinamičkom analizom strujanja zraka. Glavni dio proračuna strujanja zraka kroz kompresor je proveden metodom kontrolnih volumena u komercijalnom paketu *Ansys Fluent*, dok je geometrijska domena diskretizirana nestrukturiranom kartezijskom mrežom konstruiranom u *CF-MESH+* alatu, baziranom na *inside-out* metodologiji. Proračun i dimenzioniranje pojedinih komponenti kompresora proveden je u programskom jeziku *Python*. Rekonstrukcija kompresora za prednabijanje je zapravo postupak obrnutog inženjerstva, ali uz korištenje standardnih procedura projektiranja rotorskih lopatica. Prestrujni kanal i statorske lopatice su dimenzionirane prema preporukama iz literature, te uz cilj što manjih gubitaka. Usporedbom rezultata provedenih simulacija pokazano je kako dodavanjem prestrujnog kanala ne dolazi do velikog pada zaustavnog tlaka i iskoristivosti kompresora u odnosu na jednostupanjsku izvedbu sa spiralnim kućištem.

**Ključne riječi:** centrifugalni kompresor, visoke brzine vrtnje, mala dobava, višestupanjska izvedba, prestrujni kanal, metoda kontrolnih volumena, *Python*, *Ansys Fluent*, *CF-MESH+*

# Summary

In this Master thesis the possibility of a multi-stage design of a centrifugal compressor for high rotational speeds and low flow rates, was examined by aerodynamic and thermodynamic analysis of airflow. The main part of the calculation of the airflow through the compressor was carried out using the finite volume method in commercial package *Ansys Fluent*, while the geometric domain was discretized with a unstructured Cartesian mesh, constructed in the *CF-MESH+* tool, that is based on inside-out method. Calculation and dimensioning of individual components of the compressor was carried out in the programming language *Python*. The reconstruction of the precharger compressor is actually a reverse engineering process, but with the use of standard methods for designing rotor blades. The return channel and stator vanes are dimensioned according to recommendations from the literature, and with the aim of reducing losses as much as possible. By comparing the results of the simulations, it was shown that the addition of a return channel does not result in a large stagnation pressure and efficiency drop compared to the single-stage configuration with spiral volute.

**Keywords:** centrifugal compressor, high rotational speeds, low flow rates, multistage, return channel, finite volume method, *Python*, *Ansys Fluent*, *CF-MESH+*

# 1 | Uvod

Centrifugalni kompresori se koriste za brojne primjene kao što su motori zrakoplova, turbopunjači, sustavi za proizvodnju energije, klimatizacijski sustavi itd. Njihova učinkovitost varira od 70% do 90% ovisno o dimenzijama kompresora i izlaznoj snazi. Značajnim napretkom u području razvoja elektromotora otvorila se mogućnost za mnoge inovativne primjene kompresora vrlo malih dimenzija i visokih brzina vrtnji ( $>100\ 000\ \text{min}^{-1}$ ), od upotrebe u mikroplinskim turbinama pa sve do kućanskih aparata, alata i malih rashladnih sustava. Njihova efikasnost manja je od konvencionalnih kompresora zbog povećanih gubitaka uslijed trenja i sekundarnih strujanja. Ipak, mikrokompresori i dalje imaju veću efikasnost od volumenskih kompresora s pozitivnim pomakom, stoga se nameću kao njihova alternativa. Dodatna velika prednost je što centrifugalne kompresore nije potrebno podmazivati. Danas aktualne dizalice topline, upravo su mjesto gdje mikrokompresori mogu zamijeniti volumenske kompresore. Naravno, u takvim postrojenjima zahtijeva se od kompresora sposobnost rada na širokom rasponu ulaznih tlakova i masenih protoka, prisutni su problemi proizvodnje malih tolerancija zazora između kućišta i rotora te ograničenost omjera tlakova. Povećanje omjera tlakova se postiže višestupanjskom konfiguracijom koja, povećava kompleksnost i dimenzije sustava. Upravo je tema ovog rada uvođenje novog stupnja u minijturni kompresor dodavanjem prestrujnog kanala te provedba analize strujanja zraka. Postoji čitav niz radova koji ispituju mogućnost upotrebe mikrokompresora ([1], [2], [3]), ponajprije, u dizalicama topline, ali potencijal višestupanjske konfiguracije još je uvijek, barem prema saznanju autora diplomskog rada, neistražen. Ispitivanje kompresora ovako ekstremno malih dimenzija eksperimentalno bilo bi iznimno nepraktično i skupo,

stoga su za proračun strujanja u ovom radu korištene numeričke metode, točnije metoda kontrolnih volumena, koja se s razvojem računala danas široko koristi u industriji i znanosti.

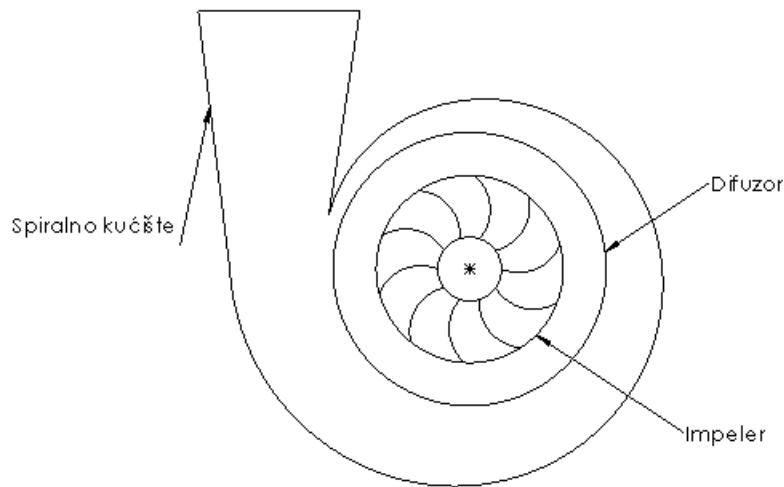
Na početku rada u 2. i 3. poglavlju kratko je predstavljen princip rada i elementi centrifugalnog kompresora, odnosno metoda kontrolnih volumena. U poglavlju 4 rekonstruiran je model rotora kompresora za prednabijanje te je provedena numerička simulacija istog. U idućoj fazi dimenzionirani su prestrujni kanal te lopatice prestrujnog kanala, na temelju rezultata simulacije jednostupanjskog kompresora. Na kraju je prikazana usporedba rezultata te je dan zaključak uz preporuke za budući rad.

## 2 Centrifugalni kompresor

Centrifugalni i aksijalni kompresori spadaju u dinamički tip kompresora, odnosno, dio su veće skupine strojeva pod nazivom turbostrojevi. U odnosu na volumenske kompresore, koji ostvaruju prirast tlaka pozitivnim pomakom stapa, dinamički kompresori kontinuirano prenose energiju na struju zraka rotacijskim gibanjem impelera, povećavajući pritom brzinu i tlak zraka. Kod centrifugalnih kompresora je prisutno znatno povećanje radijusa između ulaza i izlaza u rotirajuće lopatice, što je glavna razlika u odnosu na aksijalne kompresore. Posljedično, centrifugalni kompresori postižu veće omjere tlakova po stupnju, ali i manji maseni protok po jediničnoj frontalnoj površini. Pumpe i ventilatori su po principu rada slični centrifugalnom kompresoru, gdje je kod pumpe radni medij u tekućem stanju, a kod ventilatora zbog malih brzina strujanja ne dolazi do znatne promjene gustoće.

### 2.1. Komponente kompresora

Jednostupanjski centrifugalni kompresor čine 3 glavne komponente: impeler, difuzor i izlazno kućište. Slika 2.1 prikazuje tipičan radijalni kompresor s bezlopatičnim difuzorom. Prije ulaska u impeler nalazi se uvodna ili usisna cijev koja ubrzava struju zraka s kompresorke prirubnice ili okoline. Važno je da se to odvija uz minimalno izobličenje profila brzine. Ulazni kanal može biti aksijalan ili radijalan i može biti opremljen ulaznim lopaticama s promjenjivim kutem na ulazu u impeler kako bi se kontrolirale performanse kompresora.



Slika 2.1: Skica i glavne komponente jednostupanjskog centrifugalnog kompresora

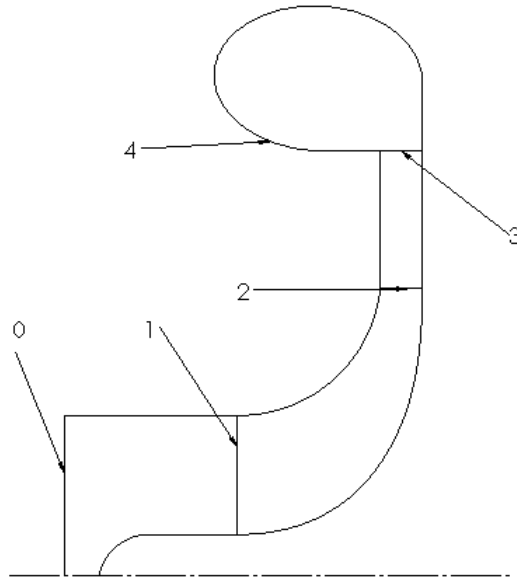
Impeler prenosi energiju na plin, podižući tlak i apsolutnu brzinu. Impeler se izvodi kao otvoreni ili zatvoreni. Zatvoreni impeler se obično koristi u višestupanjskim izvedbama gdje je teško održati male tolerancije između lopatica i stacionarnog kućišta preko svih stupnjeva. Lopatice su uglavnom dvostruko savinute, što znači da je savijanje prisutno u različitim ortogonalnim ravninama. Na izlazu iz rotora lopatice su uglavnom povinute unazad, čime se povećava iskoristivost, ali smanjuje rad kompresora.

Difuzor pretvara kinetičku energiju na izlazu iz impelera u statički tlak. Nema daljnjeg prijenosa energije s vratila, pa zaustavna entalpija ostaje konstantna, ali zaustavni tlak pada zbog gubitaka. Difuzor može biti lopatičan ili bez lopatica. Iako naizgled geometrijski jednostavna komponenta, u difuzoru su prisutna dva problema mehanike fluida. Primarni problem je tendencija razdvajanja graničnih slojeva sa stijenki difuzora ako je lokalna brzina difuzije prebrza, što rezultira miješanjem struja zraka i velikim gubicima u zaustavnom tlaku. S druge strane, ako je brzina difuzije preniska, fluid je dugo izložen duljini stijenke i gubici trenja ponovno postaju preveliki.

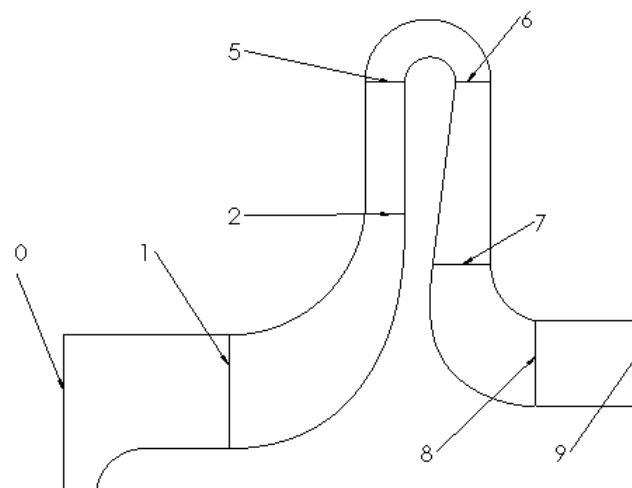
Izlazno kućište dovodi zrak do izlazne prirubnice, do ulaza u sljedeći stupanj ili u komoru za izgaranje. U mnogim konstrukcijama, daljnje smanjenje kinetičke energije provodi se nizvodno od svitka pomoću konusnog izlaznog difuzora.

U višestupanjskoj izvedbi izlazno kućište je zamijenjeno povratnim kanalom s lopaticama koje uklanjaju vrtložnu komponentu brzine i usmjeravaju tok prema unutra u

ulaz sljedećeg stupnja. Skice karakterističnih meridionalnih presjeka jednostupanjskog i višestupanjskog kompresora prikazane su na slikama 2.2 i 2.3.



Slika 2.2: Skica meridionalnog presjeka jednostupanjskog kompresora



Slika 2.3: Skica meridionalnog presjeka kompresora s prestrujnim kanalom

Sa gornjih slika važno je usvojiti brojeve stanica kompresora koje će biti korištene u ostatku rada. Dakle, stanice kompresora redom su:

0. Ulaz u prvi stupanj
1. Ulaz u rotor
2. Izlaz iz rotora/Ulaz u difuzor
3. Izlaz iz difuzora/Ulaz u spiralno kućište
4. Izlaz iz jednostupanjskog kompresora
5. Izlaz iz difuzora/Ulaz u prestrujni kanal
6. Ulaz u lopatični dio prestrujnog kanala
7. Izlaz iz lopatičnog dijela prestrujnog kanala
8. Izlaz iz zadnjeg zavoja
9. Ulaz u drugi stupanj

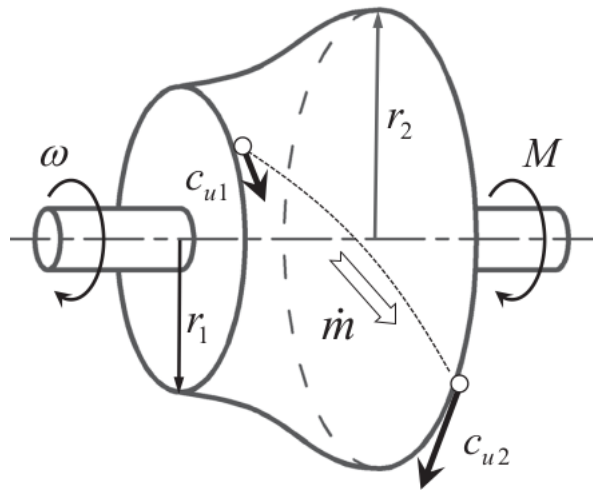
## 2.2. Analiza kompresora

Euler je, shvativši važnost momenta količine gibanja, izveo, za stacionaran proces, sljedeću jednadžbu:

$$M = \sum r F_u = \frac{d}{dt}(m r c_u) = \dot{m}(r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}), \quad (2.1)$$

prema kojoj samo sila u smjeru rotacije ima utjecaj na moment torzije  $M$ . Za strujanje kroz rotor radijalnog kompresora, fluid ulazi na radijusu  $r_1$  s tangencijalnom brzinom  $c_{u1}$  i izlazi na većem radijusu  $r_2$  s tangencijalnom brzinom  $c_{u2}$ , slika 2.4.





Slika 2.4: Razlika brzina i radijusa na ulazu i izlazu iz rotora  
[4]

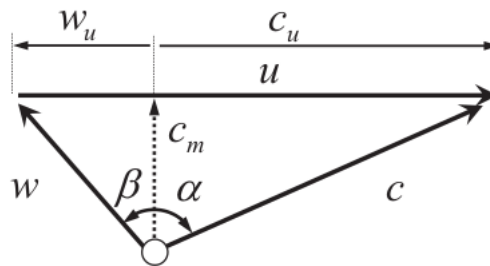
Brzina promjene energije na izlazu i ulazu rotora, odnosno snaga rotora je  $P = \Omega M$ , a specifični rad se računa prema jednadžbi

$$w_{s12} = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{\Omega M}{\dot{m}} = \Omega(r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}. \quad (2.2)$$

Izvod Eulerove jednadžbe ne postavlja nikakve uvjete u pogledu vrste fluida i nema pretpostavki o gubicima zbog trenja i prijenosa topline. Jednadžba u ovom obliku je univerzalna i primjenjuje se za sve turbostrojeve. Eulerova jednadžba turbostroja identificira da je prijenos energije po jedinici mase proporcionalan promjeni umnoška dviju komponenti brzine, koja ima jedinicu kvadrata brzine. U radijalnom kompresoru, koeficijent rada može se definirati dijeljenjem uloženog rada s kvadratom referentne brzine, a to je uglavnom obodna brzina na izlazu iz rotora:

$$\lambda = \frac{w_{s12}}{u_2^2} = \frac{c_{u2}}{u_2} = \frac{c_{u2}}{u_2} - \frac{u_1 c_{u1}}{u_2 u_2}. \quad (2.3)$$

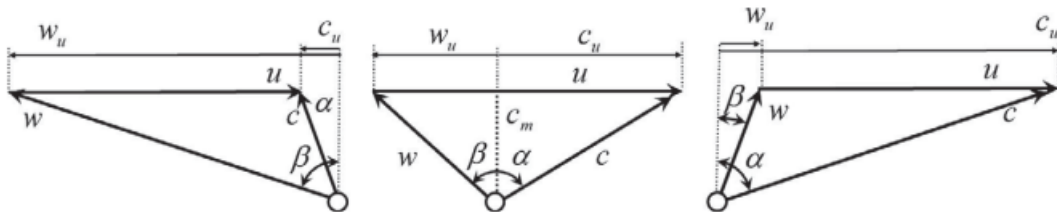
Da bi se izdimenzionirao stupanj turbostroja visoke efikasnosti, važno je odabrati polje brzine koje uvažava principe aerodinamičkog projektiranja te u skladu s time i lopatice rotora. Polje brzine je najbolje opisano terminima vektora brzine ili trokuta brzine. Karakterističan trokut brzina prikazan je na slici 2.5. Preko trokuta brzina, u svakoj točki strujanja može se prikazati apsolutna brzina,  $c$ , brzina lopatice,  $u = \Omega r$  i relativna brzina,  $w$ .



Slika 2.5: Trokut brzina

[4]

U turbostroju, brzina lopatica, uvijek je okomita na meridionalnu komponentu brzine,  $c_m$ . To dovodi do tri različita oblika trokuta brzine koji se mogu pojaviti u turbostroju, slika 2.6, ovisno o veličini i smjeru vektora apsolutne brzine u odnosu na lopaticu koja se giba brzinom  $u$ .



Slika 2.6: Vrste Trokuta brzina

[4]

Važan bezdimenzijski parametar koji karakterizira meridionalnu brzinu kroz kompresor je lokalni koeficijent protoka prema:

$$\phi = c_m/u. \quad (2.4)$$

Iz trokuta brzina, jasno je da visoka vrijedost koeficijenta protoka ukazuje na male kuteve strujanja, a male vrijednosti visoke kuteve u odnosu na radijalni smjer. Važan korak u konstruiranju trokuta brzine za turbostroj je razmotriti trokute brzine na ulazu i na izlazu iz rotora. Oni pokazuju obodnu komponentu apsolutne brzine,  $c_u$ , kako je navedeno u Eulerovoj jednadžbi turbostroja, a razlika tih brzina je direktno povezana s uloženim radom.

Ključna razlika između centrifugalnog i aksijalnog rotora vidljiva je kada se Eulerova jednadžba napiše preko relativnih brzina:

$$w_{s12} = u_2(w_{u2} - \frac{r_1}{r_2}w_{u1}) + u_2^2(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}). \quad (2.5)$$

Prvi član predstavlja rad obavljen uslijed odklona fluida lopaticama, a drugi član je rad obavljen zbog centrifugalnih sila uzrokovanih promjenom radijusa. U aksijalnom stroju nema promjene radijusa i vrijednost drugog člana je nula. Daljnjim uvidom u trigonometriju trokuta brzina specifični rad može se zapisati kao:

$$w_{s12} = \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + \frac{1}{2}(w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2). \quad (2.6)$$

Tri člana na desnoj strani su, redom, povećanje kinetičke energije apsolutnog toka kroz rotor, smanjenje kinetičke energije relativnog toka kroz rotor i centrifugalni efekt koji se manifestira kao povećanje brzine lopatica s polumjerom u rotoru. Budući da je u kontrolnom volumenu u kompresoru rad pozitivan, sva tri člana trebaju biti pozitivna kako bi se maksimizirao rad osovine. Korisno je uzeti u obzir numeričke vrijednosti iz jednadžbe 2.6, npr. za stanje 2 na izlazu iz rotora, parametar za karakterizaciju kinetičke energije na toj lokaciji je kinematički stupanj reakcije koji se definira prema jednadžbi:

$$r_k = \frac{\Delta h_r}{\Delta h_r + \Delta h_s} = \frac{h_2 - h_1}{h_2 - h_1 + h_3 - h_2} = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1}, \quad (2.7)$$

te preko totalnih veličina:

$$r_k = 1 - \frac{1/2c_2^2}{h_{02} - h_{01}}. \quad (2.8)$$

Kombinacijom jednadžbe prvog stavka termodinamike za stacionarno strujanje kroz turbostroj:

$$h_{02} - h_{01} = w_{s12} + q_{12} \quad (2.9)$$

i Eulerove jednadžbe dobije se:

$$h_{02} - h_{01} = u_2c_{u2} - u_1c_{u1}. \quad (2.10)$$

Premještanjem članova slijedi izraz:

$$h_{02} - u_2c_{u2} = h_{01} - u_1c_{u1} = I \quad \text{ili} \quad I_2 = I_1, \quad (2.11)$$

gdje  $I$  označava rotalpiju, veličinu koja ostaje sačuvana preko rotora. Uz jednadžbe 2.11 i 2.6 dobije se drugi izraz za rotalpiju:

$$I = h + \frac{1}{2}w^2 - \frac{1}{2}u^2 = h_{0,R} - \frac{1}{2}u^2. \quad (2.12)$$

Iskoristivost kompresora uglavnom se određuje na temelju totalnih stanja na ulazu i izlazu iz stupnja. Totalno stanje na ulazu također se uzima kao referentna veličina pri određivanju bezdimenzijskih parametara. Shodno tome, izentropska učinkovitost kompresora računa se prema formuli:

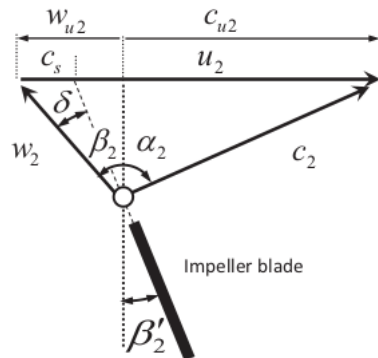
$$\eta_{tt} = \frac{h_{04s} - h_{00}}{h_{04} - h_{00}} = \frac{\Delta h_{0s}}{\Delta h_0} \quad (2.13)$$

Nadalje, omjer tlakova na ulazu i izlazu iz jednostupanjskog kompresora računa se prema izrazu:

$$\frac{p_{04}}{p_{00}} = \left(\frac{T_{04s}}{T_{00}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.14)$$

Veći omjeri tlakova mogu se postići s jednim stupnjem radijalnog kompresora uz veliku obodnu brzinu, ali kompresor tada ima ograničen operativni raspon. U praksi, primjenjuju se radijalni kompresori s omjerom tlaka oko 4 jer pri omjeru tlakova iznad te vrijednosti, strujanje na ulazu u difuzor postaje nadzvučno te se pojavljuju udarni valovi koji smanjuju efikasnost. Jednostupanjski radijalni kompresori s omjerom tlaka 6 ili čak 8 postoje, ali su vrlo rijetki i ograničene primjene.

Čak i u idealnim uvjetima bez trenja, struja zraka na izlazu iz rotora odstupa od smjera lopatica, što dovodi do smanjenja proizvedenog rada u usporedbi s idealnim lopaticama. Odstupanje između kuta izlaznog toka i kuta lopatice poznat je kao kut odstupanja kod aksijalnih kompresora, a kod radijalnih kompresora ovaj se učinak modelira korištenjem takozvane brzine klizanja, kao što je prikazano u trokutu brzine na slici 2.7.



Slika 2.7: Brzina klizanja

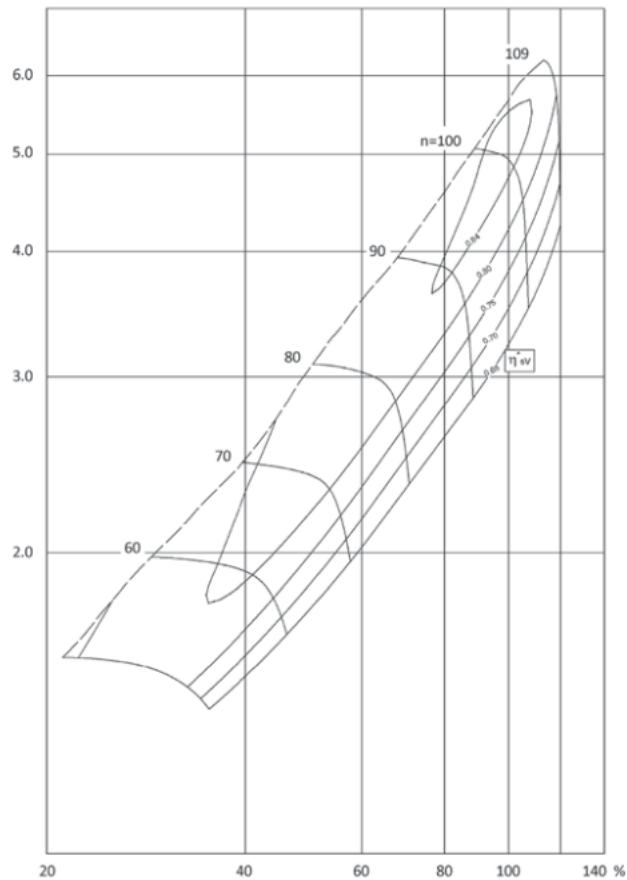
[4]

Klizanje nije primarno povezano s gubicima u impeleru, ali može biti povećano zbog odvajanja strujanja na pretlačnoj strani lopatice. Jednadžba koja povezuje odstupanje između izlaznog kuta strujanja impelera i lopatice radijalnog rotora mogu se izvesti iz trokuta brzine kao:

$$\delta = \beta'_2 - \tan^{-1}\left(\tan \beta'_2 - \frac{c_s/u_2}{c_m/u_2}\right) \quad (2.15)$$

### 2.3. Karakteristika kompresora

Performanse kompresora obično se prikazuju pomoću krivulja koje definiraju omjer tlakova u odnosu na maseni protok pri fiksnim brzinama vrtnje. Na slici 2.8 prikazane su karakteristike kompresora sa omjerom tlakova 5 u optimalnoj radnoj točki.



Slika 2.8: Karakteristika kompresora

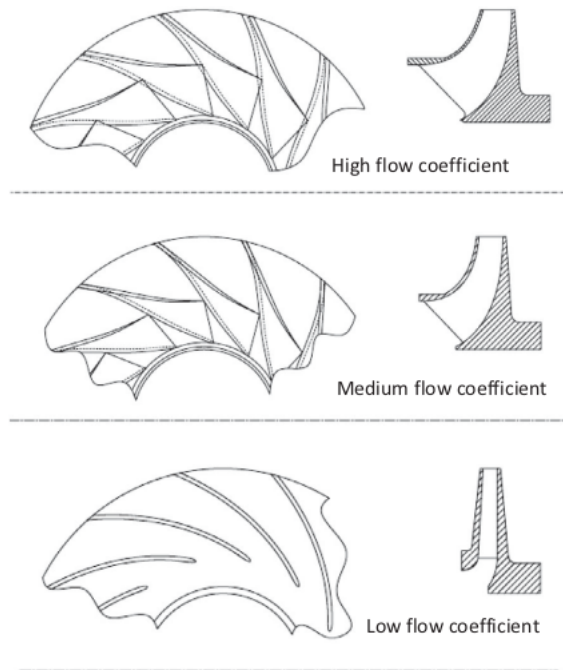
[5]

Operativni raspon kompresora se smanjuje kako se povećava omjer tlakova u nominalnoj radnoj točki. Iako je širok operativan raspon poželjan, u nekim slučajevima nije od važnosti, npr. kod turbovrtilnih motora za helikoptere. Omjeri tlakova često budu preko i 4, a mali operativni raspon u nominalnoj točki ne predstavlja problem jer kompresor većinu vremena provodi u režimu maksimalne snage. S druge strane, kompresor kod dizel motora zahtijeva širok operativni raspon u nominalnoj točki. U situaciji kada brzine strujanja postignu brzinu zvuka na nekom presjeku kompresora, strujanje se zagušuje. Za stacionarni ulazni dio, to znači da više nije moguće povećanje masenog protoka, smanjivanjem tlaka na izlazu ili povećanjem brzine vrtnje. U suprotnom slučaju, kada je maseni protok na ulazu nizak te ne može nadvladati tlak na izlazu dolazi do velikih nestacionarnosti u sustavu, pa čak i povratnog strujanja. Dva navedena slučaja

označuju rubove operativnog raspona kompresora.

## 2.4. Tipovi impelera

Generalno postoje tri načina kategorizacije impelera. Prva kategorizacija dijeli impelere na otvorene i zatvorene. Druga je vrijednost globalnog koeficijenta protoka koji određuje širinu potrebnih protočnih kanala, a treći ima li impeler razdijelne lopatice između glavnih lopatica ili ne. Povijesno postoji i četvrta razlika između impelera čije su lopatice radijalne na izlazu i one s unazad povinutim lopaticama. Danas gotovo svi impeleri imaju malo unazad povinute lopatice na izlazu rotora. U jednostupanjskim primjenama rotor je obično otvoren, visokog koeficijenta protoka s aksijalnim ulazom, širokim kanalima i trodimenzionalnim lopaticama, zajedno s razdijelnim. U višestupanjskim kompresorima najčešće se koriste zatvoreni rotori, prije svega jer je teško održavati tako mali zazor između impelera i kućišta u svim stupnjevima. U višestupanjskom kompresoru, volumenski protok se smanjuje kroz stroj tako da su na različitim pozicijama potrebni rotori različitog koeficijenta protoka. Zatvoreni rotori za kompresore s visokim, srednjim i niskim koeficijentom protoka prikazani su na slici [2.9](#).



Slika 2.9: Impeleri s različitim koeficijentom protoka

[4]

Rotori s visokim koeficijentom protoka obično se koriste u ulaznom dijelu kompresora višestupanjske konfiguracije i imaju trodimenzionalne oblike lopatica, aksijalni ulaz i široke protočne kanale. Rotori srednjeg koeficijenta protoka imaju uže kanale, kraći su od onih s visokim koeficijentima protoka te se obično koriste nizvodno od impelera visokog protoka. Rotori s niskim koeficijentom protoka imaju uski protočni kanal s ulaznim bridom u području radijalnog toka. Lopatice su često dvodimenzionalne s konstantnim profilom lopatice u aksijalnom smjeru. Zatvoreni impeleri obično rade na nižim obodnim brzinama od otvorenih zbog većih mehaničkih naprezanja uzrokovanih teškim kućištem na velikom radijusu, pri čemu se najviše razine naprezanja javljaju u impelerima s visokim koeficijentom protoka. Međutim, zatvoreni impeleri daju robusniju komponentu koja je manje sklona na probleme s vibracijama lopatica. Kao takvi, vrlo su prikladni za industrijske aplikacije.



## 2.5. Aerodinamičke značajke mikrokompresora

Glavni aerodinamički tehnički izazovi u razvoju mikrokompresora u usporedbi s većim kompresorima su efekti skaliranja [3]. Ključni aspekt je proizvodnja s mikronskom preciznošću kako bi se izbjegla ograničenja relativne točnosti koja bi se dogodila s izravnim skaliranjem tehnike proizvodnje makro sustava. Brzina izlaznog ruba lopatice ne mijenja se s veličinom, tako da za dane ulazne uvjete i plin koji dovode do određene brzine zvuka, vrijednosti Machovog broja također ostaju konstantne kako se kompresor skalira. Ako se maseni protok zadrži konstantan dok se stroj smanjuje, tada se razine Machovog broja prirodno povećavaju. Općenito, nikakav stvarni nedostatak performansi nije povezan s ovim, osim ako kapacitet protoka ne uzrokuje lokalne Machove brojeve iznad 1,3.

Ključni nedostaci u izvedbi koji se mogu izravno pripisati maloj veličini su:

- Niski Reynoldsovi brojevi s uskim kanalima protoka i visokom relativnom hrapavošću, što sve dovodi do relativno velikih gubitaka uslijed viskoznosti. Ovaj gubitak u performansama može se smanjiti poliranjem lopatica, ali inače se jednostavno mora procijeniti i prihvatiti kao neizbježan.
- Zazori na vrhovima koji su visoki u odnosu na promjer zbog proizvodnih tolerancija i ograničenja ležaja, također dovode do većih gubitaka i veće blokade protoka, a moguće i do smanjenja radnog raspona. Ovdje se ovaj učinak može oslabiti samo minimiziranjem zazora, ali inače se također mora prihvatiti.
- Mehanička robusnost tijekom proizvodnje i rada zahtijeva relativno debele ( $> 0,3$  mm) lopatice, s ulaznim i izlaznim rubovima koji su relativno debeli u usporedbi s tetivom.
- Manji broj lopatica zbog ograničenja proizvodnje u uskim kanalima protoka dovodi do visokog aerodinamičkog opterećenja. Razdijelne lopatice koriste se za povećanje broja lopatica na izlazu, ako je moguće. Mnogi mali turbopunjači opremljeni su s 5, 6 ili 7 glavnih lopatica i iskustvo iz njih pokazuje da broj lopatica nema veliki učinak na iskoristivost i performanse malih turbopunjača.

# 3 Računalna dinamika fluida

Strujanje u centrifugalnim kompresorima, a posebno pri velikim brzinama vrtnje karakterizira se kao stlačivo. Brzine strujanja u kompresoru mogu postići vrijednosti puno veće od vrijednosti  $M = 0.3$  koja označuje granicu između stlačivog i nestlačivog strujanja. Jednadžbe očuvanja se, stoga, koriste u obliku koji uzima u obzir promjenu gustoće, uvodeći time novu varijablu u sustav u odnosu na set jednadžbi za nestlačivo strujanje. Dok rješavanje nestlačivog strujanja uglavnom ne zahtijeva rješavanje jednadžbe očuvanja energije, stlačiva strujanja zahtijevaju simultano rješavanje jednadžbe kontinuiteta, količine gibanja i energije zbog efekta stlačivosti. U jednadžbama su prisutne jake nelinearnosti te kako i za nestlačivo, tako i za stlačivo strujanje ne postoji analitičko rješenje, te se za rješavanje koristi numerička metoda kontrolnih volumena kao danas najraširenija metoda u analizi strujanja fluida.

## 3.1. Metoda kontrolnih volumena

Slično drugim numeričkim metodama razvijenim za simulacije strujanja fluida, metoda kontrolnih volumena transformira skup parcijalnih diferencijalnih jednadžbi u sustav linearnih algebarskih jednadžbi. Ipak, postupak diskretizacije koji se koristi u metodi konačnog volumena je specifičan i uključuje dva osnovna koraka. U prvom koraku procesa diskretizacije metodom konačnih volumena, parcijalne diferencijalne jednadžbe se integriraju preko elemenata (ili konačnih volumena) u koje je domena bila podijeljena, a nakon toga se primjenjuje Gaussov teorem za transformaciju volumenskih integrala konveksijskih i difuzijskih članova u površinske integrale. Površinski i volumenski integrali

integriraju se numerički korištenjem integracijskih točaka, a rezultat je skup poludiskretiziranih jednadžbi. U drugom koraku odabiru se interpolacijski profili za aproksimaciju promjene varijabli unutar elementa i povezivanje površinske vrijednosti varijabli s njihovim vrijednostima u ćelijama i tako transformiraju algebarske relacije u algebarske jednadžbe. Diskretizacija jednadžbi samo je dio većeg procesa koji se sastoji od sljedećih točaka:

- modeliranje geometrijske domene i i procesa, odnosno odabir jednadžbi,
- diskretizacija geometrijske domene u proračunsku mrežu,
- diskretizacija jednadžbi,
- rješenje seta jednadžbi.

## 3.2. Konstitutivne jednadžbe stlačivog strujanja

Jednadžbe kontinuiteta, količine gibanja i energije u diferencijalnom obliku su prema [6]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = \nabla \cdot \mu \nabla \mathbf{v} - \nabla p + \nabla \cdot \mu (\nabla \mathbf{v})^T - \frac{2}{3} \nabla (\mu \nabla \cdot \mathbf{v}) + \mathbf{f}_b, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} e) = \nabla \cdot \dot{q}_s - \nabla \cdot (p \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}) + \mathbf{f}_b \cdot \mathbf{v} + \dot{q}_V. \quad (3.3)$$

$\mathbf{f}_b$  u jednadžbi 3.3 označava vektor masenih sila.  $\nabla \cdot \dot{q}_s$  je vektor toplinskog toka kroz stranice kontrolnog volumena te se prema Fourierovom zakonu raspisuje kao:

$$\nabla \cdot \dot{q}_s = -k_t \nabla T, \quad (3.4)$$

gdje je  $k_t$  koeficijent toplinske vodljivosti.  $\dot{q}_V$  označava toplinske izvore unutar kontrolnog volumena. Jednadžba za energiju dana je u obliku specifične totalne energije  $e = u + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$  u kojoj je prvi član specifična unutarnja energija, a drugi specifična kinetička energija. Energijska se jednadžba može pisati i u obliku specifične entalpije, unutarnje energije te rotalpije.  $\boldsymbol{\tau}$  označava tenzor naprezanja te se računa prema izrazu:

$$\boldsymbol{\tau} = \mu (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) + \Lambda (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{I}, \quad (3.5)$$

Navedeni set jednadžbi nadopunjen je jednadžbom stanja plina koja povezuje gustoću sa temperaturom i tlakom,  $\rho = \rho(p, T)$ , a za idealni plin glasi:

$$\rho = \frac{p}{RT}, \quad (3.6)$$

gdje je  $R$  plinska konstanta.

### 3.3. Izvod jednadžbe za tlak

Prvotno razvijen za rješavanje problema nestlačivog strujanja, SIMPLE algoritam baziran na jednadžbi za tlak s vremenom je prilagođen i za rješavanje problema stlačivog strujanja, gdje su se do tada uglavnom koristili algoritmi bazirani na gustoći. U ovom je radu upravo korišten takav stacionaran algoritam, dakle bez vremenskog člana u gornjim jednadžbama. Jednadžba za tlak izvodi se iz jednadžbe kontinuiteta, te postoji više oblika konačne jednadžbe, prije svega zbog numeričke stabilnosti koje se može dobiti s određenim članovima. Ovdje će biti prikazan dio izvoda iz [6]. Korekcija gustoće upravo čini razliku između jednadžbe za tlak za nestlačivo i stlačivo strujanje te se zapisuje kao:

$$\rho' = \Psi p' \quad (3.7)$$

gdje je  $\Psi = \frac{1}{RT}$ , član koji označava kompresibilnost. Korigirane vrijedosti tlaka, gustoće, brzine i masenog protoka su:

$$p = p^* + p', \quad \rho = \rho^* + \rho', \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}^* + \mathbf{v}', \quad \dot{m} = \dot{m}^* + \dot{m}' \quad (3.8)$$

U gornjim izrazima  $*$  označava poznatu vrijednost iz prošle iteracije. Poludiskretizirani oblik stacionarne jednadžbe kontinuiteta može se zapisati kao:

$$\sum (\dot{m}_f^* + \dot{m}_f') = 0 \quad (3.9)$$

gdje je:

$$\dot{m}_f = (\rho_f^* + \rho_f')(\mathbf{v}_f^* + \mathbf{v}_f') \cdot \mathbf{S}_f, \quad (3.10)$$

odnosno

$$\dot{m}_f = \rho_f^* \mathbf{v}_f^* \cdot \mathbf{S}_f + \rho_f^* \mathbf{v}_f' \cdot \mathbf{S}_f + \rho_f' \mathbf{v}_f^* \cdot \mathbf{S}_f + \rho_f' \mathbf{v}_f' \cdot \mathbf{S}_f \quad (3.11)$$

Korektivni član drugog reda ( $\rho_f' \mathbf{v}_f' \cdot \mathbf{S}_f$ ) se zanemaruje jer je mnogo manji od ostalih. Nakon preuređivanja jednadžbe dobije se, uz korištenje Rhie-Chow interpolacije, izraz:

$$\dot{m}_{f*} = \rho_f^* \overline{\mathbf{v}_f^*} \cdot \mathbf{S}_f - \rho_f^* \overline{\mathbf{D}_f^v} (\nabla p^* - \overline{\nabla p^*}) \cdot \mathbf{S}_f \quad (3.12)$$

Korekcija masenog protoka je nakon sređivanja:

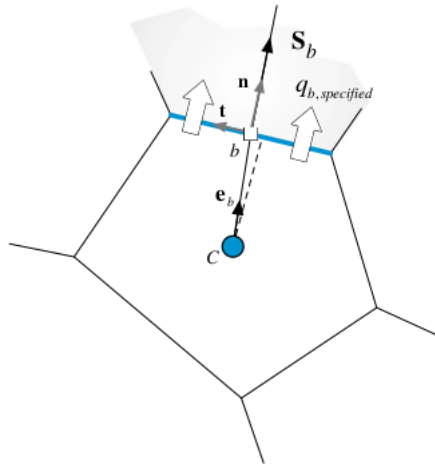
$$\dot{m}'_f = -\rho_f^* \overline{\mathbf{D}}_f^v \nabla p'_f \cdot \mathbf{S}_f + \left( \frac{\dot{m}_f^*}{\rho_f^*} \cdot \mathbf{S}_f \right) \Psi_f p'_f \quad (3.13)$$

Drugi član je važan jer transformira jednadžbu iz eliptične u hiperboličku što omogućuje rješavanje nadzvučnih strujanja pri kojima se pojavljuju udarni valovi. Također, uz takvu formulaciju jednadžbe za tlak SIMPLE algoritam može se koristiti za analizu strujanja na svim brzinama. Nakon uvrštavanja izraza za maseni protok iz prošle iteracije i korekcije masenog protoka u jednadžbu kontinuiteta, uz izostavljanje određenih članova koji nisu važni za konačno rješenje, dobije se izraz:

$$\sum \Psi \left( \frac{\dot{m}_f^*}{\rho_f^*} \right) p'_f - \sum \rho_f^* \overline{\mathbf{D}}_f^v \nabla p'_f \cdot \mathbf{S}_f = - \sum \dot{m}_f^* \quad (3.14)$$

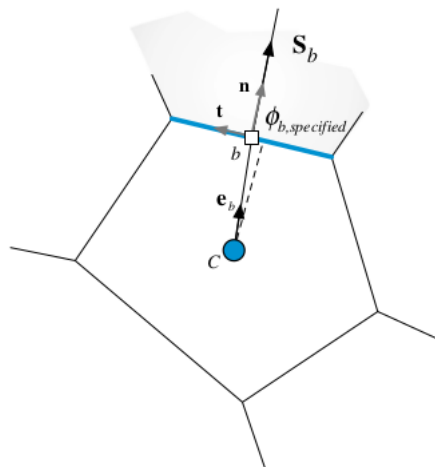
### 3.4. Rubni uvjeti

Da bi sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi imao jedinstveno rješenje ono mora imati definirane rubne uvjete. Rubni uvjeti su također korišteni za izolaciju prostora za koji se provodi numerička simulacija od njegove okoline te je za svaku varijablu na granicama domene potrebno pripisati rubni uvjet. Naravno, za zadavanje rubnih uvjeta potrebno je razumijevanje problema koji se istražuje. Postoje razne vrste rubnih uvjeta, ali dva najčešće korištena su Dirichletov i Neumannov rubni uvjet. U matematičkom smislu Dirichletov rubni uvjet zadaje fiksnu vrijednost veličine na rubu domene, a Neumannov zadaje protok fizikalne veličine kroz rub domene. Valja još spomenuti i Robinov rubni uvjet koji je kombinacija dvaju prije navedenih. Dirichletov i Neumannov rubni uvjet prikazani su na slikama 3.2 i 3.1.



Slika 3.1: Neumannov rubni uvjet

[6]



Slika 3.2: Dirichletov rubni uvjet

[6]

Kod prvog se protok fizikalne veličine kroz domenu određuje prema izrazu:

$$J_b^\Phi \cdot \mathbf{S}_b = \dot{m}_f \Phi_{b,specificiran}. \quad (3.15)$$

U slučaju specificiranog protoka fizikalne veličine po jedinici površine na rubu domene

protok je jednak:

$$J_b^\Phi \cdot \mathbf{S}_b = q_{b,specificiran} S_b \quad (3.16)$$

### 3.5. Metoda pokretnog koordinatnog sustava

Proračun strujanja u turbostrojevima, odnosno problemima u kojima su prisutni rotirajući dijelovi, zahtijevaju uvođenje pokretnog koordinatnog sustava kao jednu od metoda. U radu je korištena apsolutna formulacija, u kojoj se proračunska domena dijeli na stacionarne i rotacijske zone. Jednadžba

$$\mathbf{v}_I = \mathbf{v}_R + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} \quad (3.17)$$

povezuje relativnu brzinu definiranu u relativnom koordinatnom sustavu i apsolutnu brzinu definiranu u apsolutnom koordinatnom sustavu, gdje indeks I označuje apsolutni koordinatni sustav, a R relativni. Navedeni izraz mijenja jednadžbu količine gibanja koja za metodu pokretnog koordinatnog sustava glasi:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}_R \otimes \mathbf{v}_I) + \boldsymbol{\Omega} \times (\rho \mathbf{v}_I) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f}_b \quad (3.18)$$

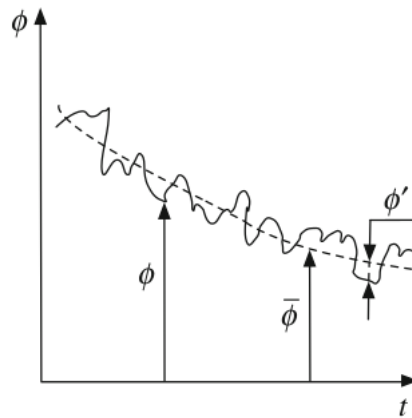
Model je vrlo robustan i jeftiniji od metode rotirajuće mreže sa strane računalnih resursa. Naravno, metoda rotirajuće mreže daje točnije rezultate uz nužno rješavanje nestacionarnih oblika konstitutivnih jednadžbi, ali u ovom radu neće biti korištena.

### 3.6. Modeliranje turbulencije

Turbulentna strujanja karakterizirana su miješanjem struja zraka, nestacionarnošću i fluktuacijama vrtložnosti sa širokim rasponom vremenskih i duljinskih skala [6]. Turbulencija se obično razvija kao nestabilnost laminarnih strujanja koja se pojavljuju na određenom kritičnom Reynoldsovom broju. U fluidu su te nestabilnosti uzrokovane pojačanjem poremećaja zbog izrazito nelinearnih inercijskih članova. Najprihvaćenija teorija turbulencije temelji se na energetske kaskadi, konceptu koji je razvio Kolmogorov. Prema ovoj teoriji turbulencija je sastavljena od vrtloga različitih veličina od kojih svaki posjeduje određenu količinu energije koja ovisi o njegovoj dimenziji. Veći vrtlozi se

raspadaju prenoseći svoju energiju na vrtloge manje veličine u lančanom procesu kojim manji novonastali vrtlozi prolaze slične procese raspadanja i prenose svoju energiju na još manje vrtloge. Ovaj proces raspadanja nastavlja se sve dok se ne postigne najmanja moguća veličina vrtloga. Najmanji vrtlozi su skala na kojima je molekularna viskoznost vrlo učinkovita u disipaciji turbulentne kinetičke energije u toplinu. Temeljeno na konceptu energetske kaskade izravno numeričko rješenje Navier Stokesovih jednadžbi za turbulentna strujanja zahtijeva upotrebu vrlo malog vremenskog koraka i vrlo finu mrežu što rezultira velikim brojem ćelija za rješavanje cijelog spektra vremenske i prostorne turbulentne skale. Ovaj računalno zahtjevan pristup u literaturi se naziva DNS (*Direct Numerical Simulation*). Zbog previsokih računalnih troškova DNS pristup trenutno nije primjenjiv za rješavanje industrijskih problema. Slijedeći statistički pristup, osmišljene su metode koje su računalno manje intenzivne od DNS-a. Jedna takva metoda je LES (*Large Eddy Simulation*), u kojoj se turbulentne strukture velikih razmjera izravno simuliraju, dok se male turbulentne skale modeliraju pomoću raznih aproksimacijskih modela. Ključni koncept u LES-u je filtriranje Navier-Stokesovih jednadžbi za određivanje koje skale zadržati, a koje odbaciti. Trenutno najpopularniji pristup za rješavanje industrijskih turbulentnih problema strujanja je onaj koji se temelji na RANS (*Reynolds Averaged Navier Stokes*) jednadžbama, gdje se statističko usrednjavanje ne temelji na prostornom usrednjavanju, nego na vremenskom. Ključni pristup je razlaganje varijable strujanja na vremenski osrednjenu vrijednost i fluktuirajuću, slika 3.3





Slika 3.3: Reynoldsovo vremensko osrednjavanje  
[6]

Dvije su glavne grane ovakvog osrednjavanja: standardno Reynoldsovo usrednjavanje (RANS) za nestlačiva strujanja ili Favreova tehnika usrednjavanja koja se koristi u turbulentnim stlačivim strujanjima i što dovodi do FANS (*Favre-Averaged Navier-Stokes*) jednažbi.

Danas je razvijeno mnogo modela turbulencije koji se baziraju na Bousinnesquovoj teoriji kako bi se izrazila turbulentna viskoznost pomoću brzine,  $\sqrt{k_t}$  i skale  $l$  tako da vrijedi:

$$\mu_t = \rho l \sqrt{k_t}. \quad (3.19)$$

Ti modeli se dijele u 4 kategorije:

- algebarski modeli,
- modeli s jednom jednažbom,
- modeli s dvije jednažbe,
- modeli višeg reda,

gdje ni jedan model nije primjenjiv za sve tipove strujanja. Modeli turbulencije s dvije jednažbe najpopularniji su u smislu upotrebe u simulacijama industrijskih aplikacija, zahtijevajući rješenje dvije transportne jednažbe, pritom dajući dovoljno točna predviđanja.  $k$ - $\epsilon$  model bio je među prva dva modela i najviše popularan, dok  $k$ - $\omega$

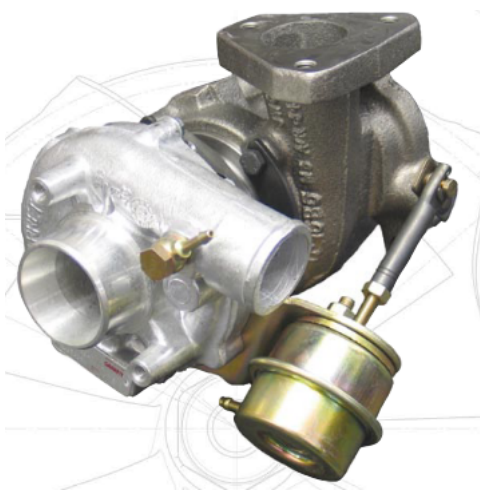
model dolazi odmah nakon toga. U ovom je radu korišten  $k$ - $\omega$  SST model turbulencije.  $k$ - $\omega$  SST formulacija spaja najbolje od dva svijeta. Korištenje  $k$ - $\omega$  formulacije u unutarnjim dijelovima graničnog sloja čini model izravno upotrebljivim sve do stijenke kroz viskozni podsloj, stoga  $k$ - $\omega$  SST model se može koristiti kao model turbulencije pri malim Reynoldsovima brojevima bez dodatnih funkcija. SST formulacija također se prebacuje na  $k$ - $\epsilon$  ponašanje u slobodnoj struji i time izbjegava uobičajeni  $k$ - $\omega$  problem da je model preosjetljiv na svojstva turbulencije u slobodnoj struji na ulazu. Jedna varijanta jednadžbi  $k$ - $\omega$  SST modela, jednadžbi turbulentne kinetičke energije (TKE) i brzine disipacije TKE su prema [7]:

$$\frac{D}{Dt}(\rho\omega) = \nabla \cdot (\rho D_\omega \nabla \omega) + \frac{\rho\gamma G}{\nu} - \frac{2}{3}\rho\gamma\omega(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \rho\beta\omega^2 - \rho(F1 - 1)CD_{k\omega} + S_\omega \quad (3.20)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho k) = \nabla \cdot (\rho D_k \nabla k) + \rho G - \frac{2}{3}\rho k(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \rho\beta^*\omega k + S_k \quad (3.21)$$

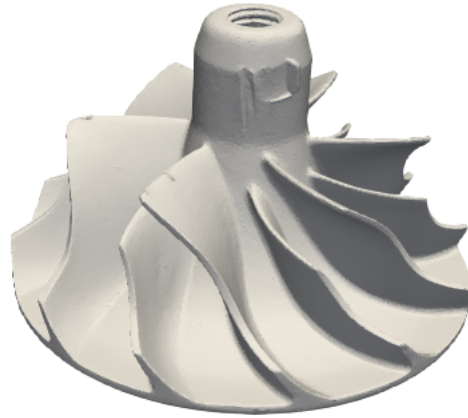
## 4 | Rekonstrukcija modela kompresora za prednabijanje

Proračun započinje rekonstrukcijom geometrijskog modela kompresora za prednabijanje GARRETT GT1544 promjera rotora 43,9 mm. Cijeli kompresor i aproksimativni model rotora dobiven 3D skeniranjem prikazani su na slikama 4.1 i 4.2,



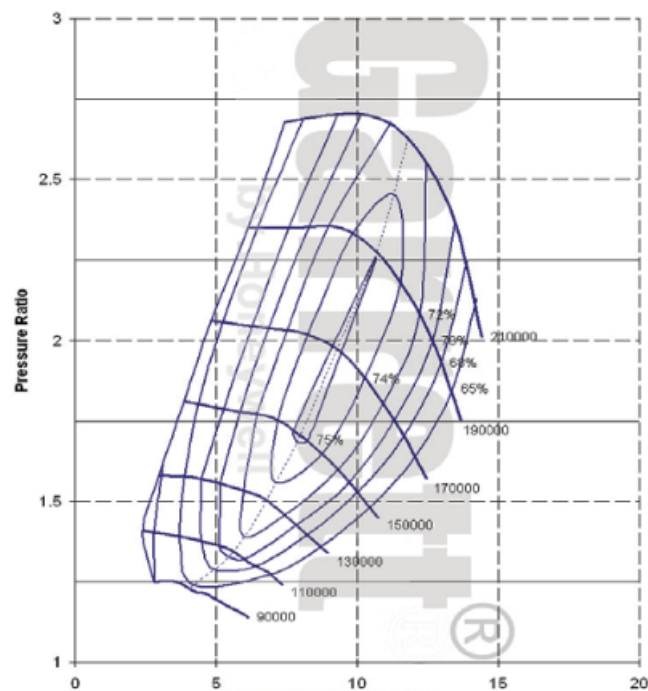
Slika 4.1: Turbo Garrett GT1544

[8]



Slika 4.2: Skenirani model rotora

a mapa karakteristika dana je na slici 4.3,



Slika 4.3: Mapa karaktestika GT1544 turbokompresora

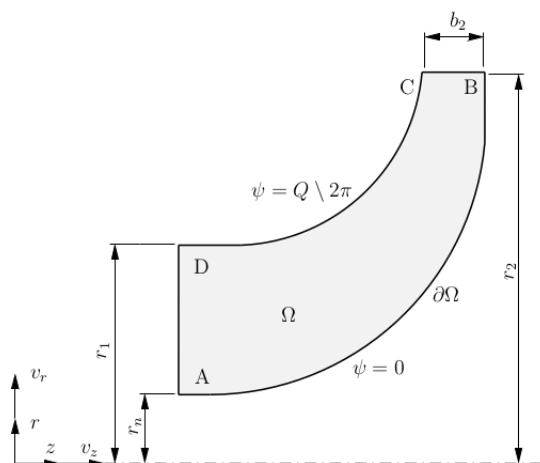
[8]

iz koje se očita nominalna radna točka:

- omjer tlakova:  $\frac{p_{04}}{p_{00}} = 1,9$
- brzina vrtnje:  $n = 170000 \text{ min}^{-1}$
- maseni protok:  $\dot{m} = 0.07 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

## 4.1. Potencijalno strujanje u meridionalnom presjeku

Prvi korak je preuzimanje meridionalnog presjeka rotora iz skeniranog modela te generiranje strujnica koje se koriste za modeliranje lopatice. Kako bi se dobile strujnice, strujanje u međulopatičnom kanalu aproksimira se potencijalnim strujanjem za koje se rješava Laplaceova jednačba. Naravno, strujanje da bi bilo potencijalno, nužno mora biti bezvrtložno i neviskozno. S obzirom da su u međulopatičnom kanalu veliki Reynoldovi brojevi, ova aproksimacija je zadovoljavajuća. Naravno, pri velikim brzinama raste i utjecaj stlačivosti te bi najtočnije bilo rješavati potpunu jednačbu za potencijal brzine, ali kako se u ovom radu ne računaju kutevi lopatice na ulazu i izlazu, za koje je potrebna raspodjela meridionalne brzine, rješavana je jednačba strujne funkcije za nestlačivo strujanje. Ovakav način proračuna meridionalnog presjeka objašnjen je u [9] i [10], te su jednačbe dane u nastavku. S obzirom da je strujanje u meridionalnoj ravnini osnosimetrično, problem je definiran u cilindarskom koordinatnom sustavu.



Slika 4.4: Meridionalni presjek u cilindarskom koordinatnom sustavu

[10]

Jednadžba strujne funkcije u cilindarskom koordinatnom sustavu je:

$$\frac{\partial \psi^2}{\partial z^2} + \frac{\partial \psi^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \quad (4.1)$$

Jednadžba strujne površine  $\psi = \text{konst.}$ ,  $d\psi = 0$ :

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} dr + \frac{\partial \psi}{\partial z} dz = rv_z dr - rv_r dz = 0 \quad (4.2)$$

Komponente brzine dobivaju se iz Cauchy-Riemanovih uvjeta:

$$v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad (4.3)$$

gdje se meridionalna brzina određuje prema izrazu:

$$v_m = \sqrt{v_r^2 + v_z^2}. \quad (4.4)$$

Uz uniforman profil brzine na ulazu te postavljanjem Bernoulijeve jednadžbe od ulaza do proizvoljne točke na strujnici, slijedi:

$$p = p_1 + \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_m^2). \quad (4.5)$$

Koeficijent tlaka računa se prema izrazu:

$$C_p = \frac{p - p_1}{\rho \frac{v_1^2}{2}} = 1 - V_m^2. \quad (4.6)$$

Na slici 4.4 je prikazan meridionalni presjek u  $O_{zr}$  cilindarskom koordinatnom sustavu. Za rješavanje jednadžbe potrebno je definirati rubne uvjete, točnije Dirichletov rubni uvjet na granicama  $\partial\Omega_{AB}$  i  $\partial\Omega_{DC}$ , koji također predstavljaju i granične strujnice. Razlika između dvije strujne funkcije predstavlja protok između njih, stoga je razlika strujnih funkcija na rubovima domene ujedno jedinični, a nakon integracije ukupni volumenski protok. Na rubu  $\partial\Omega_{AB}$  postavlja se  $\psi = 0$ , a na rubu  $\partial\Omega_{DC}$   $\psi = \frac{Q}{2\pi}$ . Na ulaznom rubu vrijedi:

$$v_r = 0, \quad v_z = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{(r_1^2 - r_2^2)\pi}. \quad (4.7)$$

Nakon integracije jednadžbe 4.2 dobije se:

$$\psi = \int rv_z dr = \int \frac{Q}{2\pi(r_1^2 - r_2^2)} + C_1. \quad (4.8)$$

Uz poznati rubni uvjet u točki A, vrijednost konstante  $C_1$  je:

$$r = r_n, \quad \psi = 0, \quad C_1 = -\frac{Qr_n^2}{2\pi(r_1^2 - r_n^2)}. \quad (4.9)$$

Na ulaznom rubu funkcija toka je:

$$\psi = \frac{Q}{2\pi(r_1^2 - r_n^2)}(r^2 - r_n^2). \quad (4.10)$$

Na izlaznom rubu  $\partial\Omega_{BC}$  vrijedi:

$$v_r = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{2\pi r_2 b_2}, \quad v_z = 0. \quad (4.11)$$

Integracijom jednadžbe 4.2 raspodjela funkcije toka je:

$$\psi = -\int r v_z dz = -\frac{zQ}{2\pi b_2} + C_2. \quad (4.12)$$

Vrijednost konstante  $C_2$  uz uvrštavanje rubnog uvjeta u točki B je:

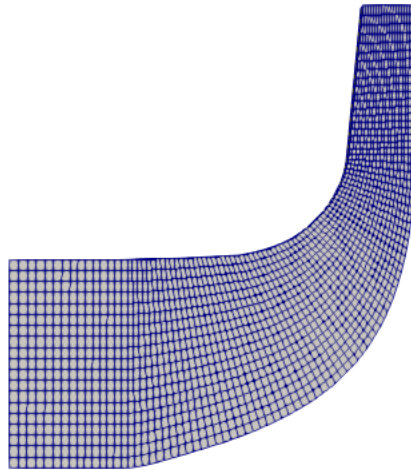
$$z = z_{max}, \quad \psi = 0, \quad C_2 = \frac{Qz_{max}}{2\pi b_2}. \quad (4.13)$$

Na kraju, raspodjela strujne funkcije po izlaznom rubu  $\partial\Omega_{BC}$  je:

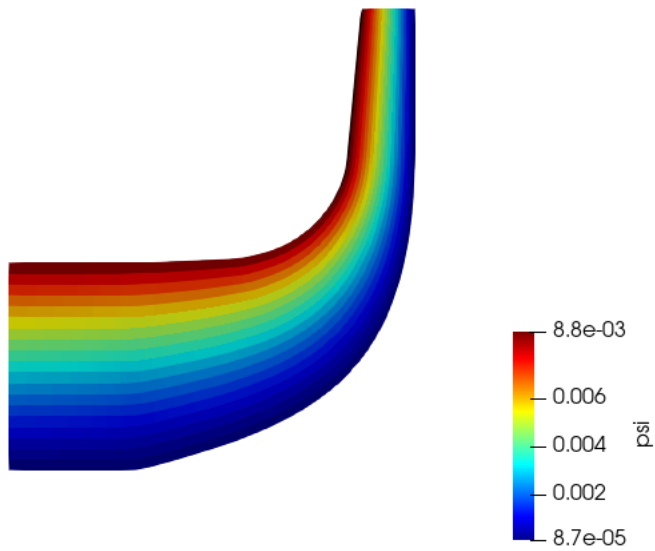
$$\psi = \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{b_2} (z_{max} - z) \quad (4.14)$$

te se može zaključiti da strujna funkcija ima na ulazu kvadratnu, a na izlazu linearnu raspodjelu.

U radu je rješavanje strujne funkcije provedeno u paketu *foam-extend*. Kako se problem rješava numeričkim putem metodom kontrolnih volumena, meridionalni presjek potrebno je diskretizirati 2D, odnosno 3D elementima. U *foam-extend*-u, ali i svim *OpenFOAM* verzijama 2D problemi rješavaju se kontrolnim volumenima uz *empty* rubni uvjet na stranicama čije normale definiraju 3. os, tj. promjene veličina se ne računaju u tom smjeru. Proračunska mreža napravljena je u *gmsh*-u uz pomoć programskog jezika *Python*. Na izlazu je domena produljena kako bi se mogao zadati Neumannov rubni uvjet, odnosno nulti protok računate veličine kroz granicu domene. Mreža se sastoji od 1767 strukturiranih, međusobno ortogonalnih elemenata te se nalazi na slici 4.5. Rezultati proračuna kao vrijednost strujne funkcije dane su na slici 4.6, a točke koje definiraju strujnice bez produženog i uvodnog dijela, tj. samo u lopatičnom dijelu, na slici 4.7.

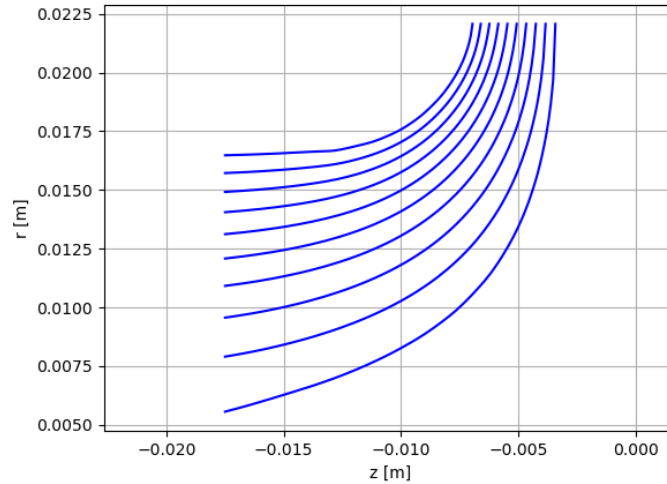


Slika 4.5: Proračunska mreža meridionalnog presjeka



Slika 4.6: Vrijednosti strujne funkcije u meridionalnom presjeku

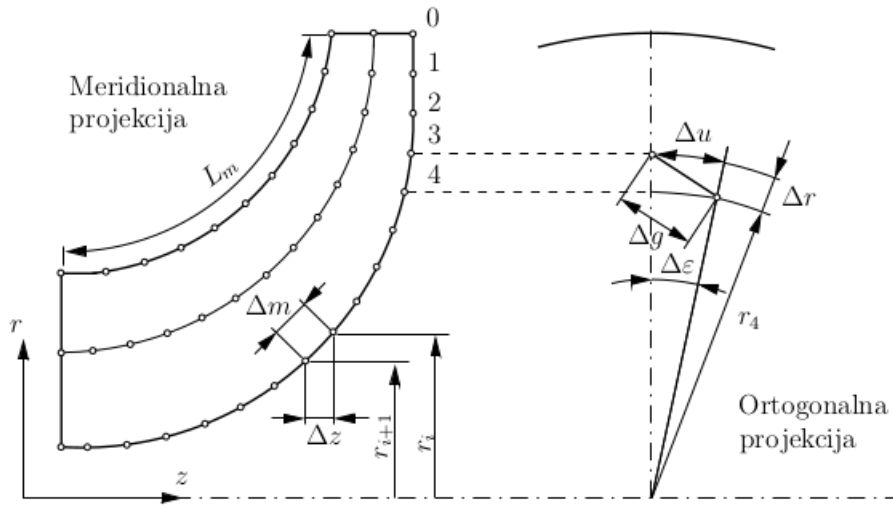




Slika 4.7: Strujnice u meridionalnom presjeku

## 4.2. Razvoj lopatica metodom komfornog preslikavanja

Kaplanova metoda komfornog preslikavanja jedna je od metoda kojom se konstruiraju prostorno zakrivljene lopatice. Metoda je korištena u [10] i [9], za proračun pumpe, ali je primjenjiva i za proračun kompresorske lopatice. Za proračun su potrebne strujne površine, odnosno strujnice u meridionalnom presjeku izračunate u prošlom koraku. Na slici 4.8 su definirani elementi potrebni za izračun. Detaljniji pregled metode dostupan je u [9] te će glavne veličine i izrazi biti dani u nastavku.



Slika 4.8: Kaplanova metoda komformnog preslikavanja za razvijanje lopatice

[10]

Duljina segmenata  $\Delta m$  jednaka je

$$\Delta m = \sqrt{\Delta r^2 + \Delta z^2}. \quad (4.15)$$

Duljina  $\Delta g$  je:

$$\Delta g = \sqrt{\Delta r^2 + \Delta u^2}. \quad (4.16)$$

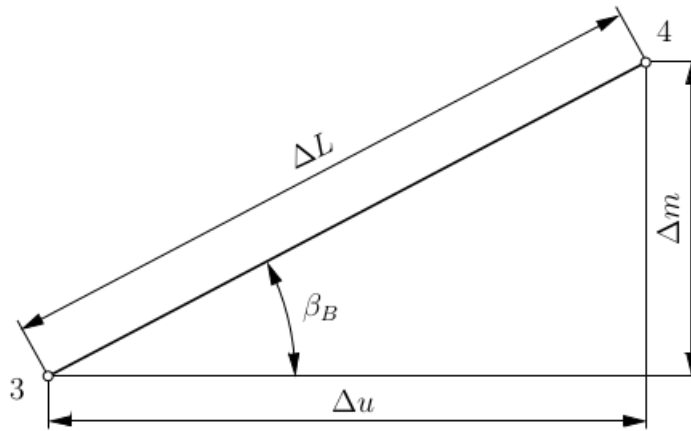
Prostorna duljina izračuna se pomoću duljine segmenta u ortogonalnoj projekciji  $\Delta g$  i duljine u aksijalnom smjeru  $\Delta z$ :

$$\Delta L = \sqrt{\Delta g^2 + \Delta z^2}, \quad (4.17)$$

odnosno

$$\Delta L = \sqrt{\Delta m^2 + \Delta u^2}. \quad (4.18)$$

Segmenti  $\Delta m$  i  $\Delta u$  definiraju kut lopatice od ulaznog do izlaznog ruba, slika 4.9.



Slika 4.9: Definicija kuta lopatice  
[10]

Shodno tome, kut lopatice računa se prema izrazu:

$$\beta = \arctan \frac{\Delta m}{\Delta u} \quad (4.19)$$

Za raspodjelu kuta lopatice potrebno je definirati krivulju, tj. funkciju  $u(m)$  sa rubnim uvjetima kuteva lopatice na ulazu i izlazu. U ovom je radu uzet polinom 5. stupnja kako bi, osim definiranih rubnih uvjeta kuteva na izlazu i vrijednosti funkcije  $u(m)$ , promjena kuta lopatice na ulazu i izlazu bila jednaka nuli:

$$u(m) = A_1 m^5 + A_2 m^4 + A_3 m^3 + A_4 m^2 + A_5 m + A_6. \quad (4.20)$$

Polinom ima 6 koeficijenata, te su rubni uvjeti:

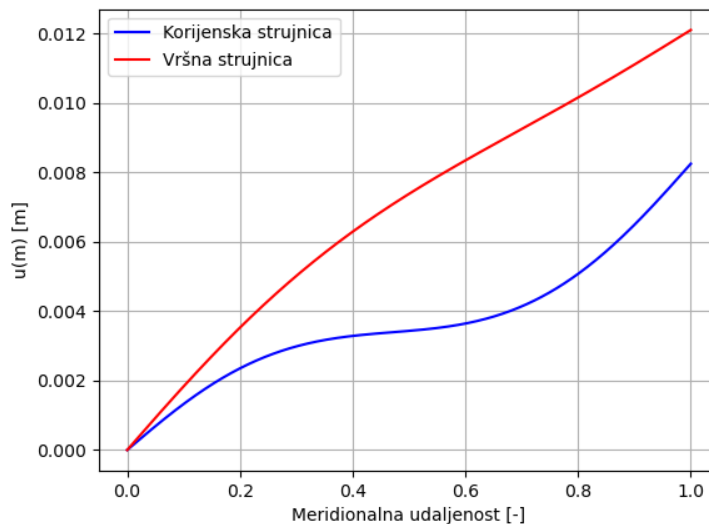
$$\begin{aligned} u(m=0) &= 0, \\ u(m=L_m) &= u_m, \\ \frac{du}{dm} \Big|_{m=0} &= \tan(90 - \beta_2), \\ \frac{du}{dm} \Big|_{m=L_m} &= \tan(90 - \beta_1), \\ \frac{d^2u}{dm^2} \Big|_{m=0} &= 0, \\ \frac{d^2u}{dm^2} \Big|_{m=L_m} &= 0, \end{aligned} \quad (4.21)$$

gdje  $L_m$  označuje meridionalnu duljinu strujnica. Kutevi lopatice očitani su sa modela rotora za 10 presjeka jednako udaljenih po ulaznom rubu gdje je kut promjenjiv, odnosno jedan kut na izlaznom rubu gdje nema promjene kuta po visini lopatice koji iznosi  $\beta_2 = 52.87$ . Očitani kutevi dani su u tablici 4.1.

Tablica 4.1: Očitani kutevi lopatice [°]

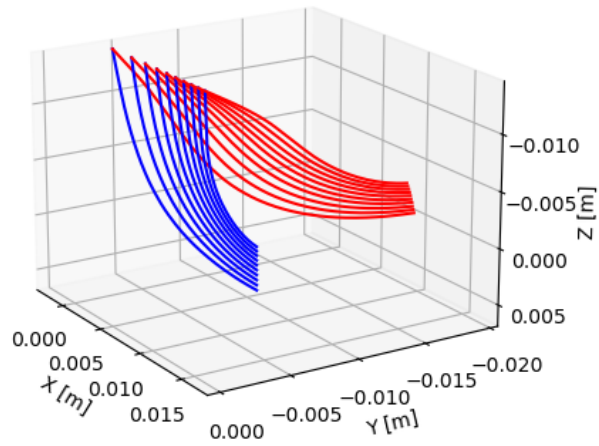
35.1	37.32	39.31	41.4	44.01	47.16	50.47	53.3	56.9	60.05
------	-------	-------	------	-------	-------	-------	------	------	-------

Kako je iznos rubnog uvjeta  $u_m$  nepoznat, problem se rješava iterativnim postupkom gdje proračun završava kada se uz izračunati  $u_m$  zadovolji vrijednost kuta razmotavanja  $\epsilon$  koji je zbroj segmenata  $\Delta\epsilon$  sa slike 4.9. Kut razmotavanja se mijenja linearno po strujnicama, jer su lopatice na izlazu nagnute u smjeru vrtnje te na korijenskoj strujnici iznosi  $46,13^\circ$ , odnosno  $10,5^\circ$  na vršnoj. Cijeli je postupak implementiran u programski jezik *Python*, te su na kraju dobivene točke za pojedine strujnice koje zajedno definiraju srednju površinu lopatice. Dobivena raspodjela funkcije  $u(m)$  korijenske i vršne strujnice prikazana je na slici 4.10,

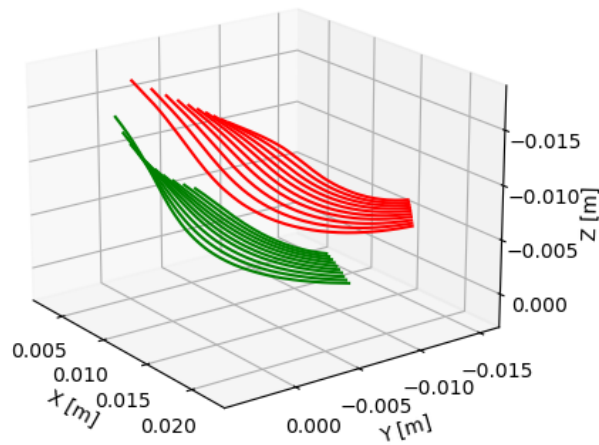


Slika 4.10: Raspodjela funkcije  $u(m)$  korijenske i vršne tetive

dok su dobivene strujne površine prikazane na slikama 4.11 i 4.12.

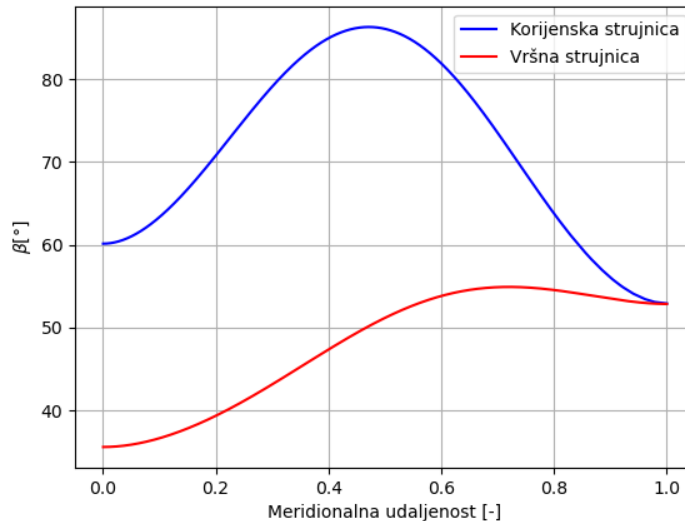


Slika 4.11: Srednja površina lopatice u odnosu na meridionalni presjek



Slika 4.12: Srednja površina glavne i razdjelne lopatice

Konačno, raspodjela kuta lopatice po meridionalnoj udaljenosti dana je na slici 4.13.



Slika 4.13: Raspodjela kuta rotorske lopatice

### 4.3. Difuzor i spiralno kućište

Difuzor kompresora GT1544 GARRETT je bezlopatične konfiguracije, tj. kao prstenasti prolaz konstantnog poprečnog presjeka. U difuzoru bez lopatica strujnice su duge zbog malog kuta strujanja u odnosu na tangencijalni smjer. Duge strujnice rezultiraju velikim gubicima trenja i debelim graničnim slojem. Duljina strujnice se povećava kada se brzina protoka smanjuje. Budući da strujnice teku prilično tangencijalno, a gradijent tlaka je u radijalnom smjeru, granični slojevi nemaju veliku količinu gibanja u smjeru gradijenta tlaka. Stoga postoji jaka tendencija povratnog toka u radijalnom smjeru unutar graničnih slojeva. Pri malom protoku dolazi do radijalnog povratnog strujanja unutar graničnog sloja. Do zagušenja toka može doći samo ako radijalna komponenta brzine postigne brzinu zvuka, ali se u praksi to nikad ne događa te nema udarnih valova. Sve te značajke zajedno čine bezlopatični difuzor prikladan kada se brzina nizvodno od rotora smanjuje umjereno. Za jako usporavanje potrebne radijalne dimenzije postaju velike, što znači velike gubitke i veliki rizik za nestabilnost strujanja.

Funkcija spiralnog kućišta je prikupljanje struje zraka na izlazu iz difuzora i transport do izlazne cijevi kompresora s minimalnim utjecajem na strujanje u kompresoru.

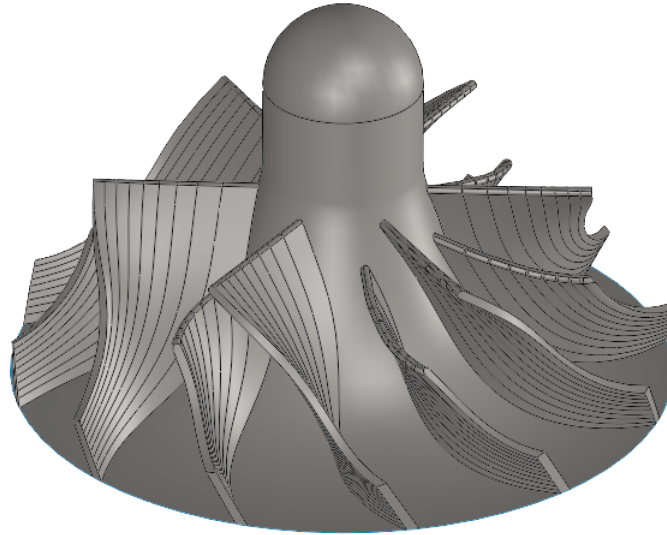
Kod projektiranja spiralnog kućišta, učinak trenja se obično zanemaruje te se promjena poprečne površine proračunava tako da nema gradijenta tlaka u obodnom smjeru, uz pretpostavku da nema poremećaja protoka od jezička. S navedenim aproksimacijama, moment količine gibanja ostaje konstantan u spirali. Uz navedene aproksimacije jedan od načina dimenzioniranja spiralnog kućišta je prema jednadžbi [4]:

$$A_{3'} = 2\pi r_{3'} b_3 / \tan(\alpha_3), \quad (4.22)$$

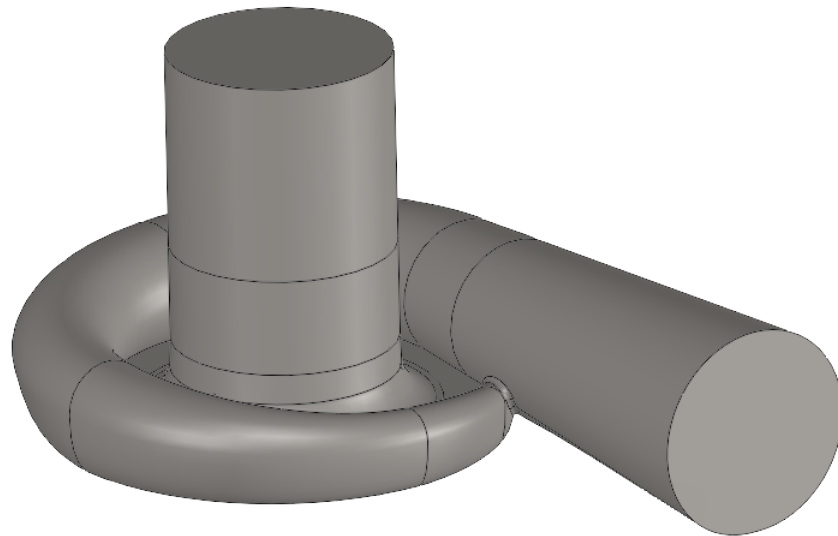
gdje indeks 3' označava stanje na izlazu iz spirale, tj. na početku izlaznog konusa. Gornja se jednadžba može koristiti izračunavanje površine presjeka spiralnog kućišta po kutu azimuta. U ovom je radu korištena pojednostavljena metoda u kojoj se presjek sa stanja 3' linearno smanjuje po kutu azimuta, a presjek je preuzet s dostupnog modela kućišta.

## 4.4. Geometrijski i numerički model

Oba kompresora modelirana su u 3D alatu Solidworks 2018 te je model jednostupanjskog kompresora prikazan na slikama 4.14, 4.15 i 4.16. Debljina lopatice je konstantna te iznosi 0.6 mm. Ulazni brid aproksimiran je kružnim lukom polumjera 0.3 mm, tj. pola debljine lopatice. Zazor između kućišta i lopatice je 0.25 mm.

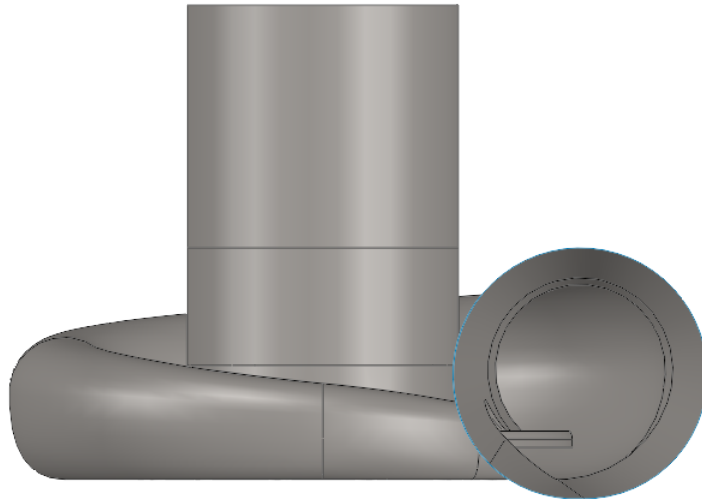


Slika 4.14: 3D model impelera



Slika 4.15: 3D model jednostupanjskog kompresora



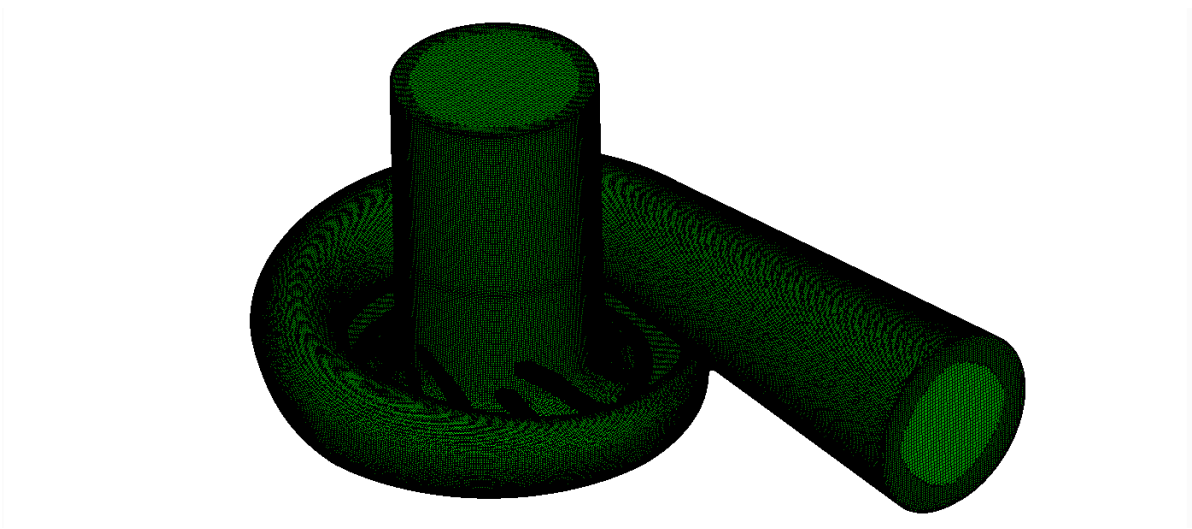


Slika 4.16: Prikaz izlaza iz kompresora i presjeka na početku izlaznog difuzora

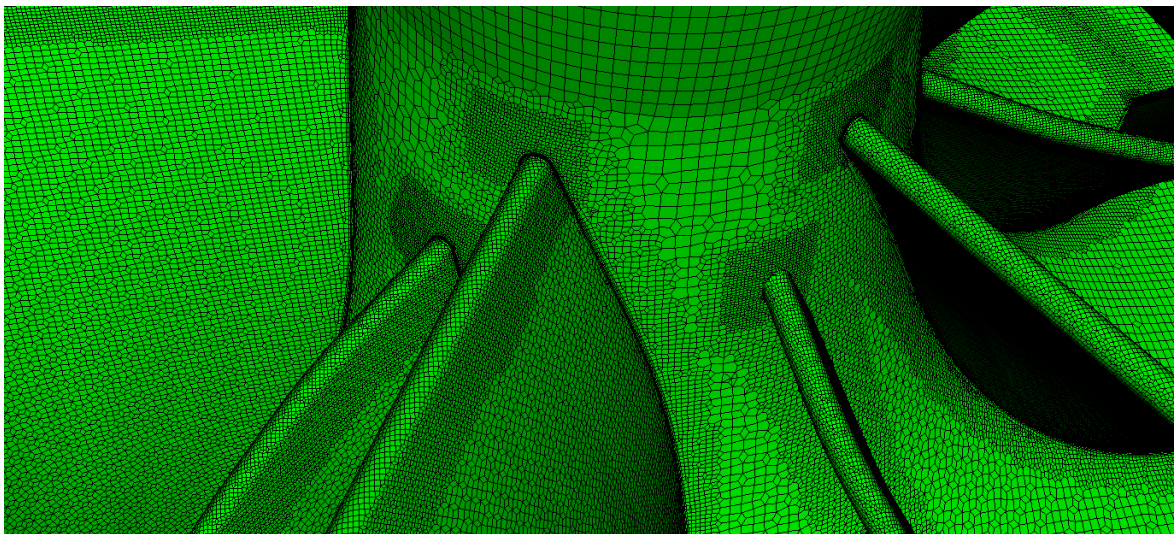
Proračunska mreža napravljena je u paketu *CF-MESH+*. *CF-MESH+* je baziran na konceptu modifikatora mreže, koji je proširiv i omogućuje učinkovitu paralelizaciju [11]. *CF-MESH* podržava generiranje mreža proizvoljnih tipova ćelija, a implementirani tokovi rada generiraju kartezijski tip poliedra u 2D i 3D prostoru, heksaedre, tetraedre i proizvoljne poliedre. Dostupni tokovi rada temelje se na metodi *inside-out*, koja započinje od predloška mreže prilagođenog ulaznoj geometriji u obliku površinske triangulacije. *Patch*-evi se definiraju na ulaznoj geometriji i prenose na volumensku mrežu. Podskupovi (točke, rubovi, plohe) koriste se za generiranje mreže, ali se ne prenose na volumensku mrežu. Rubove značajke definira korisnik prije početka procesa izrade volumenske mreže. Zone profinjavanja mreže mogu se odrediti globalno ili lokalno, može se odrediti maksimalna veličina ćelije, razina lokalnog profinjavanja, veličina ćelije na granicama domene itd. Također, dostupno je i automatsko profinjavanje mreže na temelju procijenjene veličine, zakrivljenosti ili drugih parametara. Granični sloj može se propisati globalno ili lokalno određivanjem broja slojeva, omjera debljine, debljine prvog sloja ili ukupne debljine sloja. U ovom je radu odabrana maksimalna veličina ćelije od 0.62 mm, te je mreža lokalno profinjena u području ulaznog i izlaznog ruba lopatica, zazoru između lopatica i kućišta, oko jezička spirale itd. Odabrana su 3 reda

ćelija u graničnom sloju uz zadan omjer debljine od 1.2.

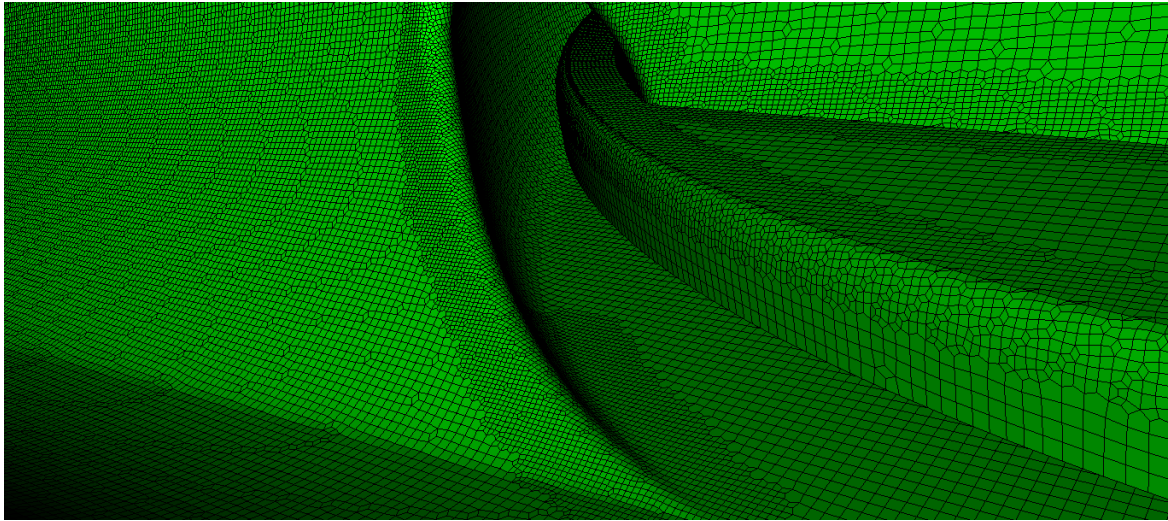
U *CF-MESH+*-u je iskorištena mogućnost podjele mreže na više domena. Na taj način između rotacijske i stacionarne zone nije trebalo koristiti interpolacijske funkcije koje su nužne kada se mreža radi u više dijelova te se ćelije ne poklapaju pri spajanju mreža. Poklapanje ćelija u *CF-MESH*-u ostvareno je generiranjem jednog sloja ortogonalnih ćelija sa svake strane plohe koja dijeli dvije zone, slika 4.22. Dobivenu proračunsku mrežu čini 9 037 904 ćelija te je prikazana na sljedećim slikama:



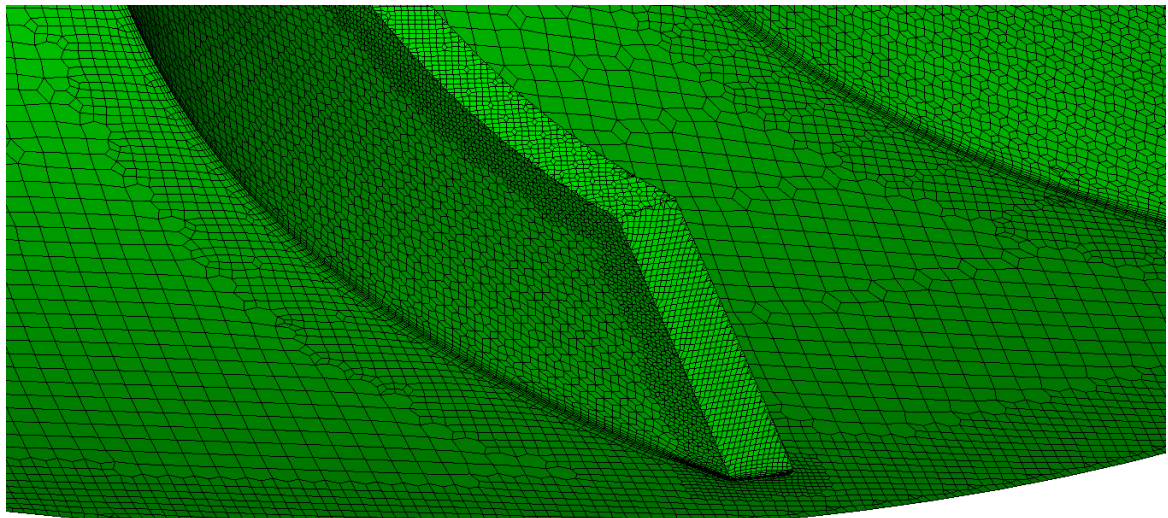
Slika 4.17: Proračunska mreža jednostupanjskog kompresora



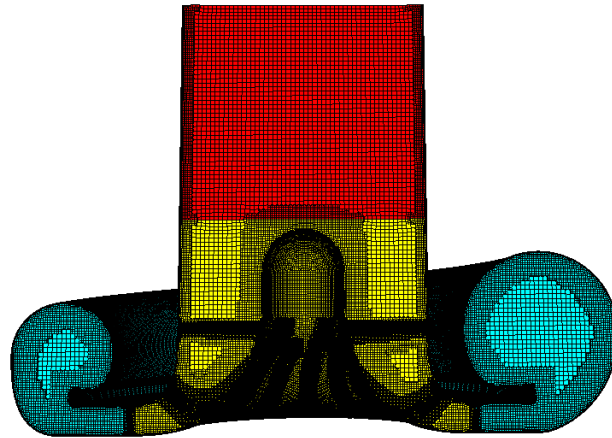
Slika 4.18: Proračunska oko ulaznog brida lopatica



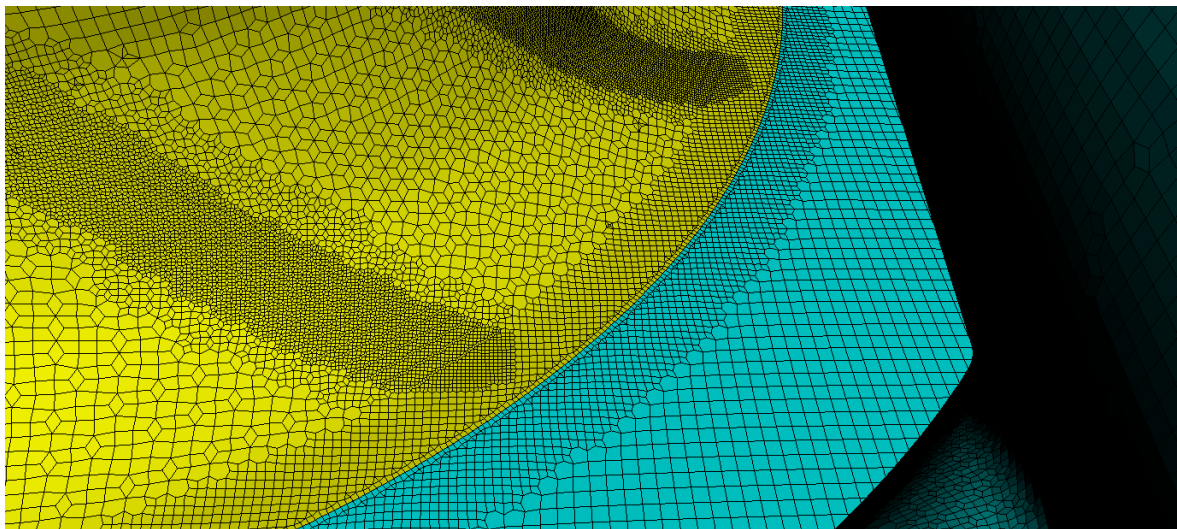
Slika 4.19: Proračunska mreža oko jezička spirale



Slika 4.20: Proračunska mreža oko izlaznog ruba lopatica



Slika 4.21: Presjek mreže uz podjelu na zone



Slika 4.22: Ortogonalne ćelije na granici zona

Numerička simulacija strujanja metodom kontrolnih volumena provedena je u komercijalnom paketu *Ansys Fluent*. Postavke simulacije i rubni uvjeti dani su u tablicama. Rotacijsko gibanje zadano je na zonu ćelija koje su u dodiru sa impelerom kompresora. *Fluent* nudi opciju spregnutih rješavača strujanja, ali je u radu korišten SIMPLE algoritam za stlačivo strujanje. Postavke simulacije dane su u tablici 4.2.

Tablica 4.2: Postavke simulacije u *Fluent*-u

Generalne postavke	
Algoritam	SIMPLE za stlačivo strujanje
Model turbulencije	k-omega SST
Vremenska diskretizacija	Stacionarno
Rubni uvjeti	
Ulaz	<i>Pressure inlet</i>
Izlaz	<i>Outlet vent</i>
Zidovi	<i>No slip</i>
Numeričke sheme	
Interpolacija tlaka	<i>Standard</i>
Diskretizacija gradijenata	Metoda najmanjih kvadrata
Diskretizacija konvektivnih članova	
Jednadžba energije	<i>Upwind</i>
Jednadžba količine gibanja	<i>Upwind</i> drugog reda točnosti
Jednadžba TKE	<i>Upwind</i>
Jednadžba specifične brzine disipacije TKE	<i>Upwind</i>
Podrelaksacijski faktori	
Tlak	0.3
Jednadžba količine gibanja	0.7
Jednadžba energije	0.95
Jednadžba TKE	0.8
Jednadžba specifične brzine disipacije TKE	0.8

Simulacija strujanja u kompresoru pri ovako velikim brzinama je izrazito nestabilna te su prisutne izražene nestacionarnosti. Važan je korak pri takvim problemima inicijalizacija polja, prije svega brzine. Također kako bi se uspostavilo strujanje postepeno je povećavan broj okretaja rotirajuće zone, do konačnih  $170\,000\text{ min}^{-1}$ , tj.  $17\,802,36\text{ rad/s}$ . Stabilnosti simulacije doprinosi i rubni uvjet na izlazu *Outlet vent* koji se ponaša

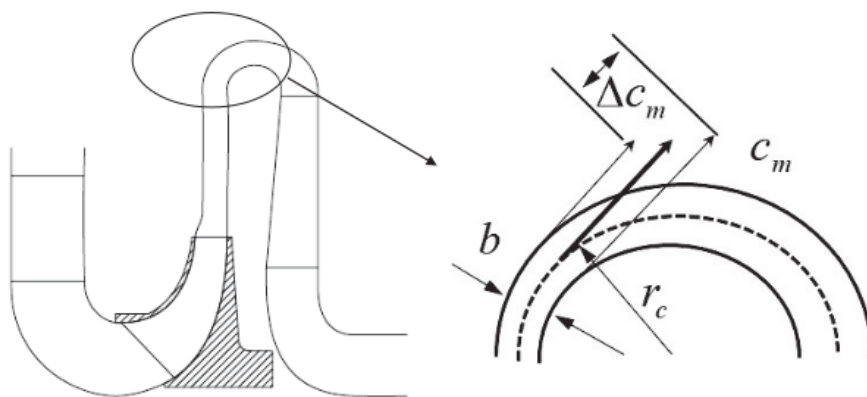
kao ventil te određuje tlak na izlazu na temelju izraza [12]:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \kappa_L \rho v^2, \quad (4.23)$$

gdje je  $\kappa_L$  koeficijent gubitaka.

## 5 | Kompresor s prestrujnim kanalom

Nakon provedene numeričke simulacije rekonstruiranog modela jednostupanjskog kompresora sljedeći je korak zamjena spiralnog kućišta sa prestrujnim kanalom te dimenzioniranje statorskih lopatica u kanalu. Prestrujni kanal se sastoji od povratnog kanala koji zakreće tok za  $180^\circ$  te lopatičnog kanala koji uklanja tangencijalnu komponentu brzine prije ulaska u idući stupanj. Pri ulasku u prestrujni kanal tangencijalna je komponenta brzine redovito veća od radijalne. CFD simulacije pokazuju prisutnost jakih sekundarnih tokova u zakretnom dijelu kanala često povezanom s odvajanjem strujanja [4]. Također, pokazano je da se strujanje često odvaja na stijenci kućišta na ulazu u zavoj prije idućeg stupnja ili na ulazu u povratni kanal na strani glavine, gdje se strujanje usporava. Tipična izvedba prestrujnog kanala prikazana je na slici 5.1.



Slika 5.1: Skica prestrujnog kanala

[4]

## 5.1. Dimenzioniranje prestrujnog kanala

Pojednostavljena analiza neviskoznog strujanja daje izraz

$$\frac{\Delta c_m}{c_m} = -\frac{b}{r_c} \quad (5.1)$$

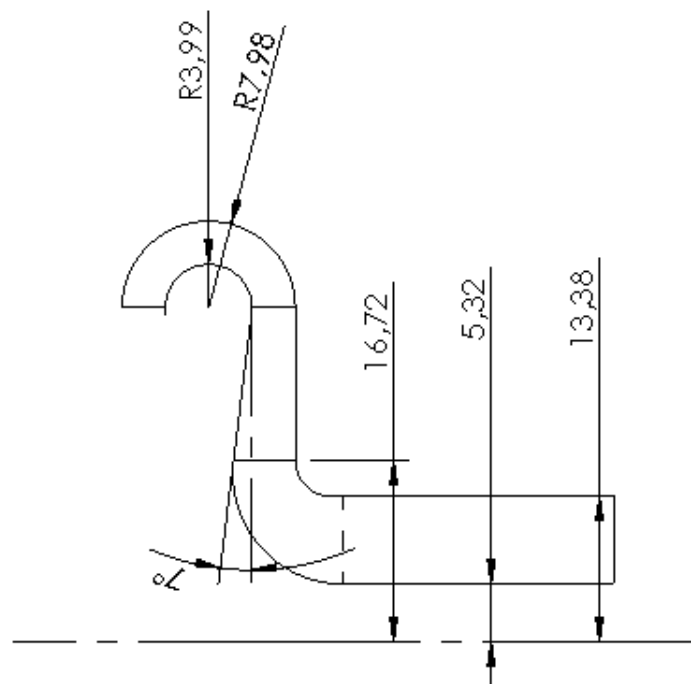
prema kojoj je omjer širine i radijusa zakrivljenosti relevantan geometrijski parametar za određivanje razlike u brzini između kućišta i glavine u povratnom kanalu, slika 5.1. Najveća je razlika meridionalne brzine između kućišta i glavine kod širokih kanala s malim radijusom zakrivljenosti. Jasno je da su veće brzine na strani glavine povezane s tlakom uslijed zakrivljenosti. Na izlazu iz difuzora meridionalna brzina na kućištu usporava te postoji opasnost od odvajanja. Preporučuje se da polumjer zakrivljenosti bude veći od širine kanala da bi se izbjeglo odvajanje.

Budući da je dobra raspodjela toka na ulazu u impeler neophodna za optimalan rad istog, pravilno usklađivanje prestrujnog kanala s rotorom je od velike važnosti. Bilo koji poremećaj ili odvajanje u ulaznom toku koji proizlazi iz uzvodnog prestrujnog kanala ili u ulaznom zavoju od 90° do nizvodnog rotora može dovesti do zagušenja protoka. Kako bi se izbjegle takve smetnje, strujanje u nizvodnom impeleru mora imati dovoljno ubrzanja u zavoju prije ulaska u rotor. Kao približna smjernica, predlaže se da bi se srednja brzina u ulaznom zavoju trebala povećati za 25–30 %. U interesu standardizacije stupnjeva, razumno je da je prestrujni kanal povezan s onim uzvodnog rotora umjesto da se mijenja za svaku aplikaciju. Dakle, izlaz povratnog kanala mora biti definiran na način da je pogodan za sve moguće nizvodne stupnjeve.

Ulazna površina rotora jako varira s koeficijentom protoka stupnja. Preporuka je da omjer izlaznog radijusa lopatičnog dijela kanala  $r_7$  i radijusa na ulazu u novi stupanj  $r_{ic}$  sa slike bude oko 1,25. To je potrebno kako bi se osigurao glatki zavoj i da nema velike zakrivljenosti koje bi uzrokovale ekstremne brzine na kućištu zavoja. Omjer površine  $A_7$  i  $A_8$  bi trebao biti oko 1,3 što daje srednji omjer ubrzanja od 30 % u ulaznom zavoju. Ovo ubrzanje je potrebno za izbjegavanje odvajanja u ulaznom zavoju. Također, širina ulaza u novi rotor obično bi trebala biti veća od dvostruke širine izlaza uzvodnog kanala difuzora. Na kraju, potrebno je i razmotriti na kojem dijelu proširiti kanal. Generalno postoje tri izbora za promjenu širine presjeka: povećanje širine preko povratnog kanala, povećanje širine preko lopatičnog kanala ili kombinacija oba. Preporuča se da za visoke stupnjeve koeficijenta protoka, širina povratnog kanala bude što manja moguća, a radijus



zakrivljenosti što veći kako bi se smanjio gradijent brzine preko kanala. To se može postići postavljanjem povratnog kanala konstantne širine i povećanje širine kanala preko lopatičnog kanala. Zid glavine je tada konusan prema rotoru i omogućuje duži povratni kanal za zadanu duljinu stupnja. Prestrujni kanal dimenzioniran je prema navedenim preporukama te je skica meridionalnog presjeka istog prikazana na slici 5.2

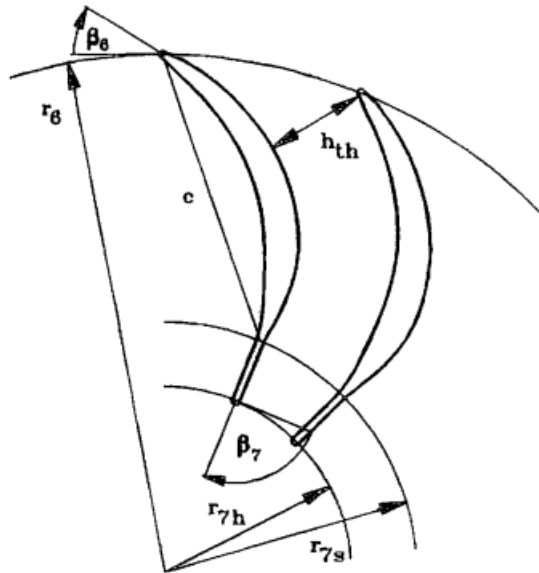


Slika 5.2: Skica meridionalnog presjeka prestrujnog kanala

## 5.2. Dimenzioniranje statorskih lopatica

Prestrujni kanal treba ukloniti vrtložnu komponentu brzine iz struje zraka prije sljedećeg stupnja. Za to je potreban niz lopatica koje znatno zakreću struju zraka. Proračun lopatica prestrujnog kanala proveden je prema [13] te je također implementiran u programski jezik *Python*. Skica potrebna za razumijevanje postupka dana je na

slici 5.3 te je oblik srednje linije lopatice definiran sljedećim jednadžbama:



Slika 5.3: Proračun statorskih lopatica

[13]

$$y = \frac{r}{r_6}, \quad (5.2)$$

$$\cot \beta = -A - By - 2Cy^2 - 3Dy^3, \quad (5.3)$$

$$\Theta = A \ln(y) + B(y - 1) + C(y^2 - 1) + D(y^3 - 1), \quad (5.4)$$

$$Y = \frac{r_{7s}}{r_6}, \quad (5.5)$$

$$D = \frac{(\cot \beta_6 - \cot \beta_7)(K_6 + K_7 - 2)}{3(Y - 1)^3}, \quad (5.6)$$

$$C = \frac{(\cot \beta_6 - \cot \beta_7)(K_6 - K_7)}{4(Y - 1)^2} - \frac{9}{4}D(Y + 1), \quad (5.7)$$

$$B = \frac{K_6(\cot \beta_6 - \cot \beta_7)}{Y - 1} - 4C - 9D, \quad (5.8)$$

$$A = -\cot \beta_6 - B - 2C - 3D, \quad (5.9)$$

gdje su  $K_6$  i  $K_7$  parametri koje određuju opterećenje ulaznog i izlaznog brida lopatice. Preporuča se veće opterećenje prednjeg dijela lopatice kako bi se smanjilo odstupanje od

željenog smjera strujanja. Ulazni kut lopatice izračunat je pomoću radijalne i tangencijalne komponente brzine na izlazu iz difuzora jednostupanjskog kompresora. Prema izrazu iz [14]

$$\alpha_6 = \alpha_3 = \arctan\left(\frac{c_{m3}}{c_{u3}}\right), \quad (5.10)$$

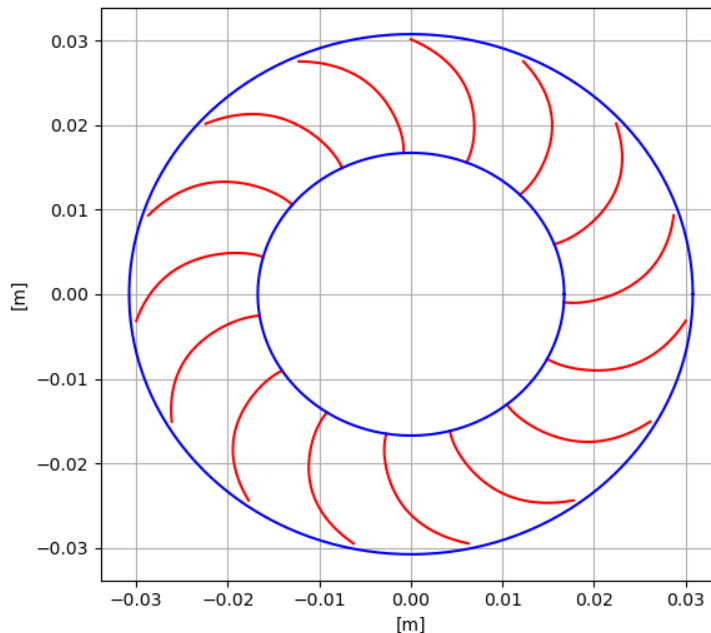
izračuna se kut struje zraka u odnosu na obodni smjer, uz komponente brzine  $c_{m3} = 65.32$  i  $c_{u3} = 157.37$ , koji iznosi  $22.54^\circ$ . Na to je dodan postavni kut koji zadovoljava izraz:

$$\beta_6 - \alpha_6 = 2-4^\circ \quad (5.11)$$

te je uzet kut od  $2^\circ$ . Broj lopatica prvotno je odabran prema [14], tj.:

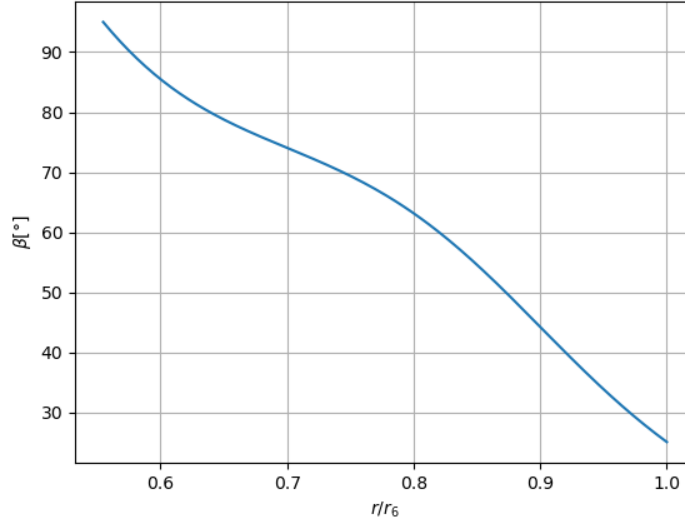
$$z_s = z_r \pm 1, \quad (5.12)$$

odnosno odabrano je 13 lopatica, ali je nakon inicijalnih simulacija broj povećan na 15. Srednje linije dimenzioniranih lopatica dane su na slici 5.4:



Slika 5.4: Srednje linije statorskih lopatica

Raspodjela kuta lopatice po tetivi dana je na slici 5.5.



Slika 5.5: Raspodjela kuta statorskih lopatica

Debljina lopatice dana je kao funkcija duljine  $x$ , uzduž tetive lopatice između radijusa  $r_6$  i  $r_{7s}$ . Za radijuse manje od  $r_{7s}$  debljina ostaje konstantna. U ovom će radu biti konstruirana lopatica bez dijela s konstantnom debljinom, odnosno set gore navedenih jednadžbi vrijedit će od radijusa  $r_6$  do  $r_7$ . Debljina je definirana izrazima:

$$t_b = t_{b0} + (t_{bm} - t_{b0})y^e, \quad (5.13)$$

$$t_{b0} = t_{b6'} + (t_{b7} - t_{b6'})\frac{x}{c}, \quad (5.14)$$

$$y = \frac{x}{x_m}; \quad \text{za } x \leq x_m, \quad (5.15)$$

$$y = \frac{(1-x)}{1-x_m}; \quad \text{za } x > x_m, \quad (5.16)$$

$$e = \sqrt{\frac{0.4x_m}{c} [0.95(1 + \frac{x}{c}(1-y) + 0.05)]}, \quad (5.17)$$

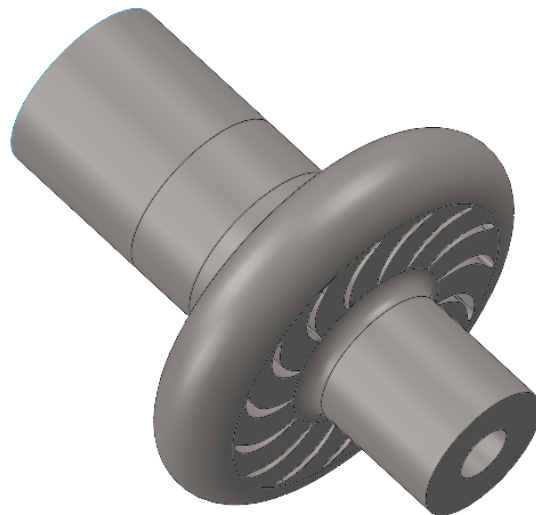
gdje su maksimalna debljina  $t_{bm}$ , te njezina lokacija  $\frac{x_m}{c}$  specificirane, kao i debljina na presjecima  $t_{b6}$  i  $t_{b7}$ . U tablici 5.1 su prikazani korišteni ulazni i izlazni parametri konstruirane statorske lopatice.

Tablica 5.1: Parametri statorske lopatice

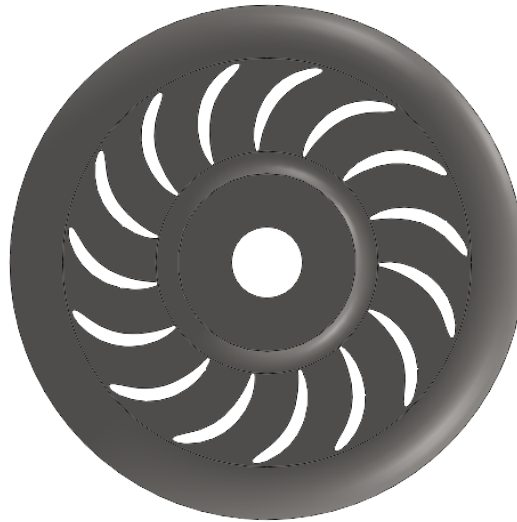
$K_6$	3
$K_7$	0.9
$t_{bm}$	2 mm
$\frac{x_m}{c}$	0.3
$t_{b6}$	6 mm
$t_{b7}$	3 mm
duljina tetive	16.08 mm
$\beta_6$	24.54°
$\beta_7$	95°

### 5.3. Geometrijski i numerički model

3D model kompresora s prestrujnim kanalom prikazan je na slikama 5.6 i 5.7.

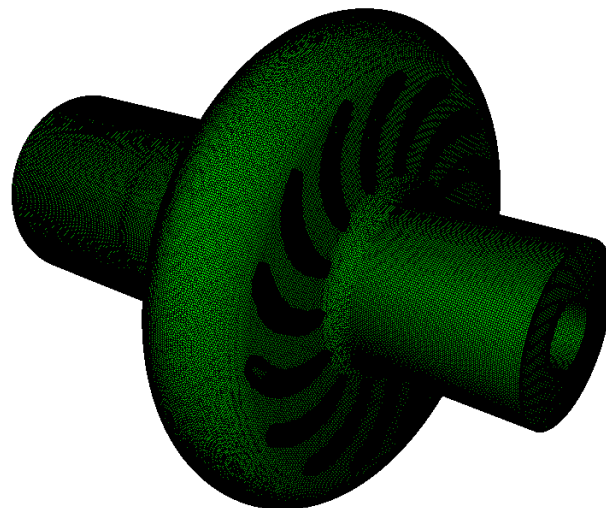


Slika 5.6: 3D model kompresora s prestrujnim kanalom

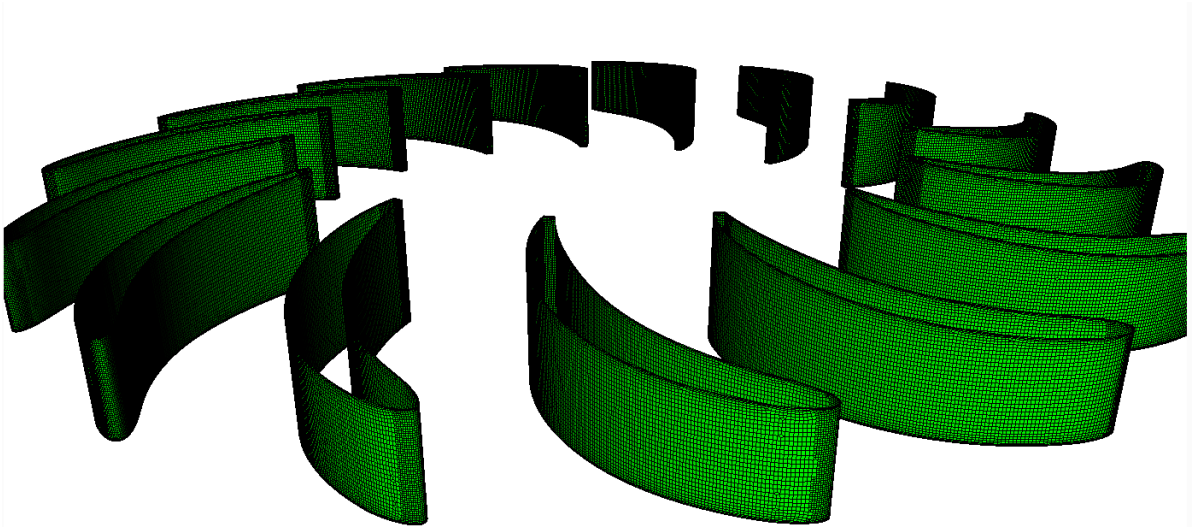


Slika 5.7: Statorske lopatice u prestrujnom kanalu

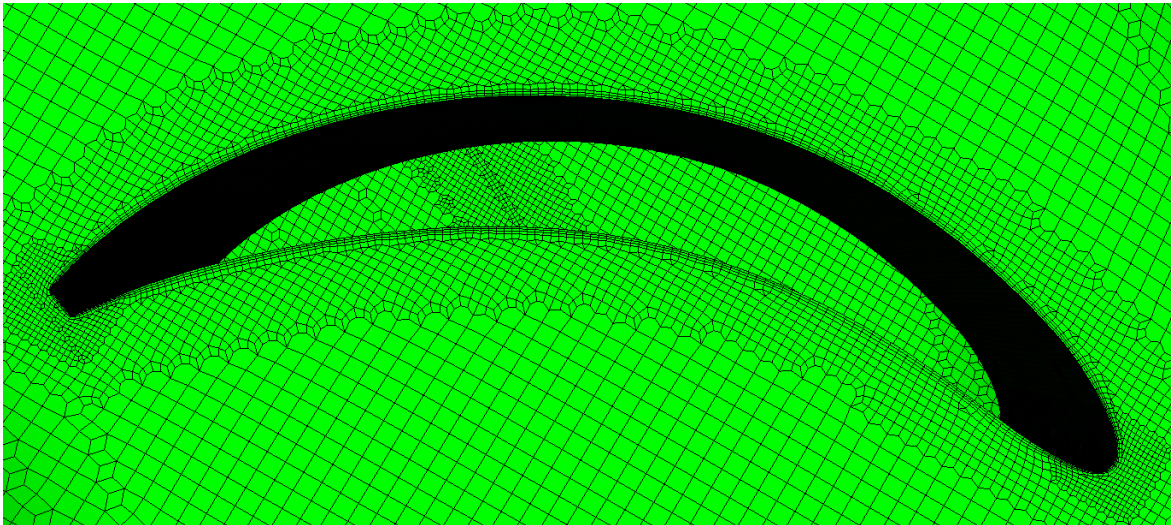
Postavke mreže iste su kao i kod inicijalnog kompresora te se sastoji od 10 065 347 milijuna kontrolnih volumena.



Slika 5.8: Proračunska mreža kompresora s prestrujnim kanalom



Slika 5.9: Proračunska mreža na statorskim lopaticama



Slika 5.10: Detaljan prikaz mreže statorske lopatice

## 6 Rezultati

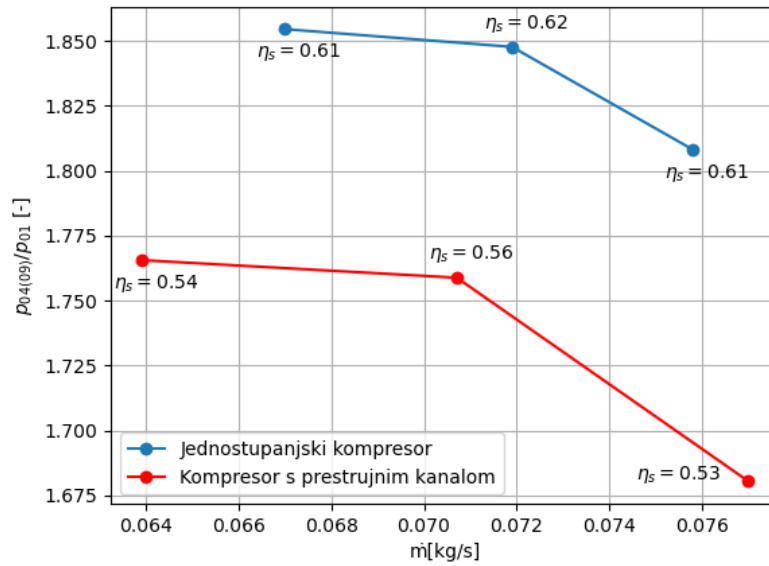
Rubni uvjet na izlazu, odnosno koeficijent gubitka, kontrolira vrijednost tlaka na izlazu i radne točke kompresora. Prema tome, provedene su za svaki kompresor simulacije za tri različita koeficijenta gubitaka. Kako su u *Ansys Fluent*-u korišteni pretlaci tako će biti korišteni i ovdje. Koeficijenti gubitka i dobiveni tlakovi u oba kompresora na izlazu su:

Tablica 6.1: Koeficijenti gubitka i tlakovi na izlazu

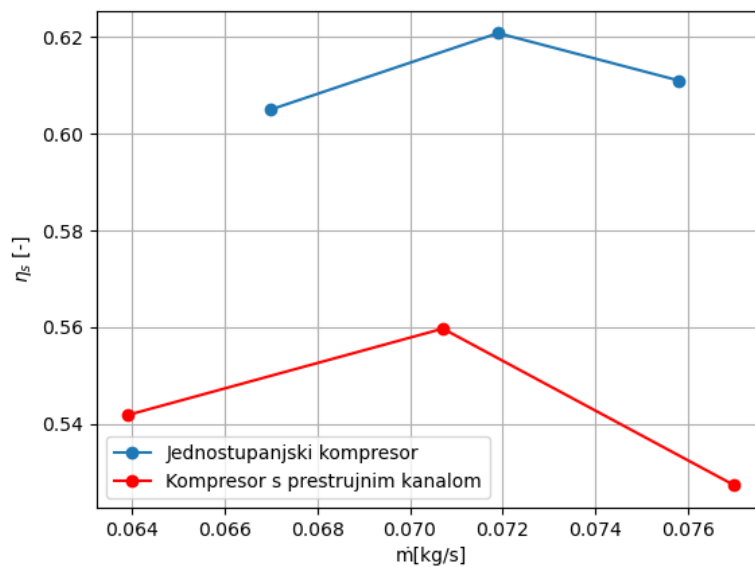
Jednostupanjski kompresor			
$\kappa_L$	25	30	35
$p_4$ [Pa]	76005,2	80514,4	81892,5
Kompresor s prestrujnim kanalom			
$\kappa_L$	7,2	10	12,5
$p_9$ [Pa]	63293,5	71921,8	73499,2

Dobivene karakteristike kompresora prikazane su na slikama [6.1](#) i [6.2](#).





Slika 6.1: Dobivene karakteristike kompresora



Slika 6.2: Iskoristivost u odnosu na maseni protok

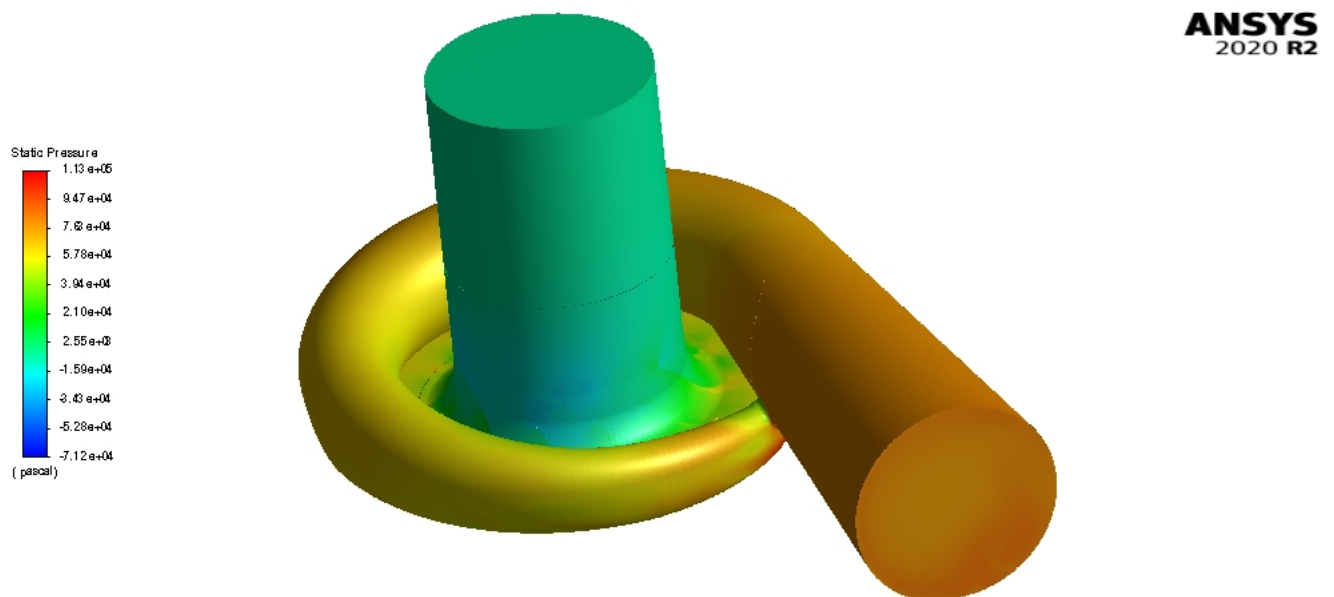
Iz dobivenih karakteristika kompresora za daljnju usporedbu uzete su radne točke s najvećom iskoristivošću. Odmah je vidljivo kako je maksimalna iskoristivost rekons-

truiranog kompresora manja od vrijednosti iz kataloga kompresora GT1544, točnije dobivena iskoristivost je 62% u odnosu na 75%. Međutim, kako je primaran zadatak ovog rada ispitivanje mogućnosti dodavanja prestrujnog kanala te usporedba sa jednostupanjskim kompresorom, rezultati su zadovoljavajući.

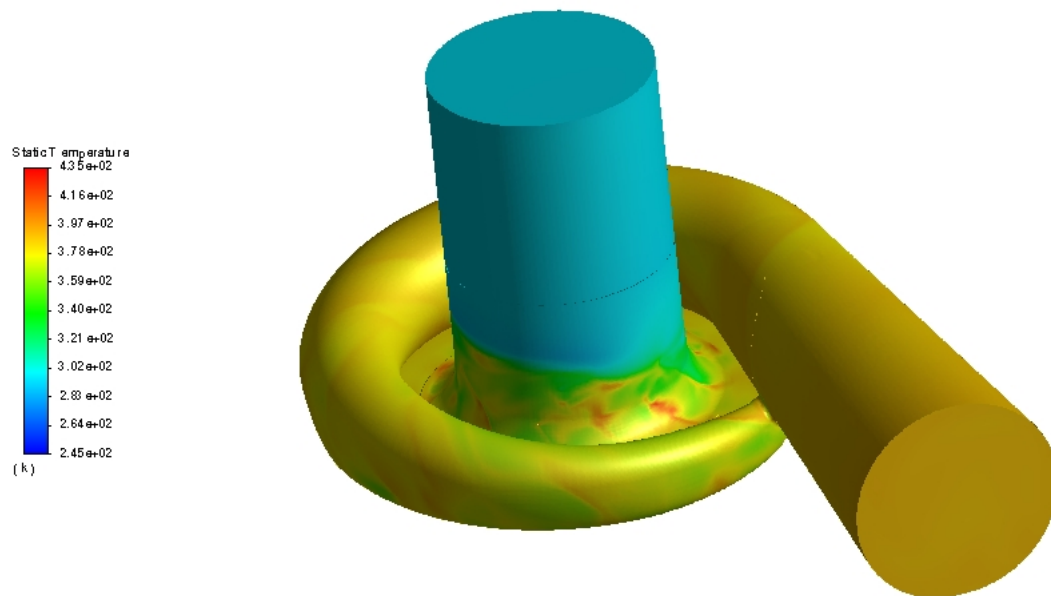
U nastavku, prvo će biti dani rezultati za nominalnu točku jednostupanjskog kompresora, a nakon toga kompresora s prestrujnim kanalom.

## 6.1. Jednostupanjski kompresor

Konture statičkog tlaka i temperature dane su na sljedećim slikama:



Slika 6.3: Konture statičkog tlaka



Slika 6.4: Konture statičke temperature



Slika 6.5: Konture tlaka u meridionalnom presjeku



Slika 6.6: Konture temperature u meridionalnom presjeku

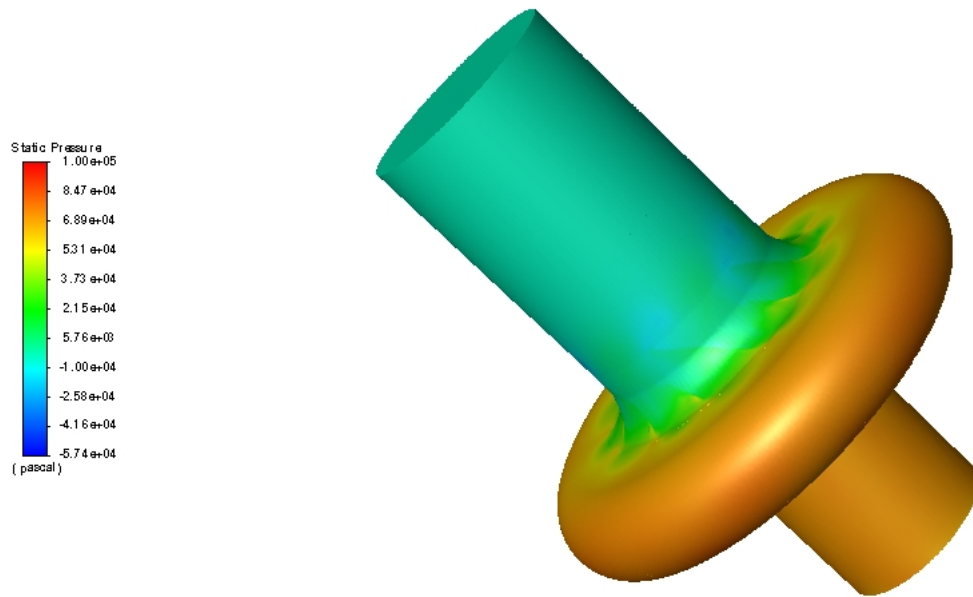
Vrijednosti prosječnog statičkog i totalnog pritlaka, statičke i totalne temperature, gustoće i Machovog broja na karakterističnim položajima u kompresoru dane su u tablici [6.2](#)

Tablica 6.2: Izračunate prosječne veličine na karakterističnim presjecima jednostupanjskog kompresora

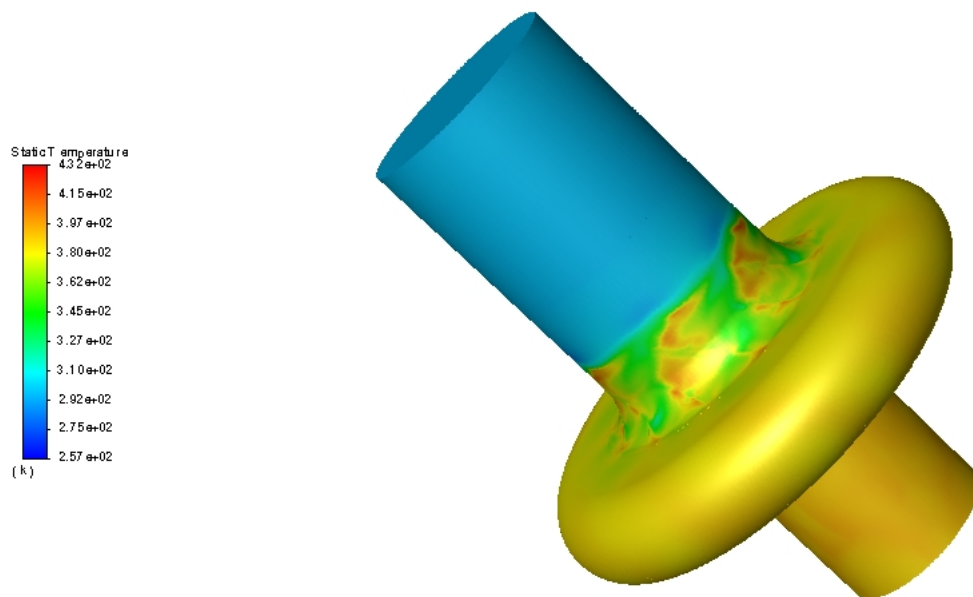
1	2	3	4
$p$ [Pa]			
-2908,9	44434,4	57913,6	80514,4
$p_0$ [Pa]			
0	106294,1	98745,9	84831,6
$T$ [K]			
297,51	355,24	367,87	389,94
$T_0$ [K]			
300	392,19	392,06	392,65
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]			
1,1524	1,4309	1,5089	1,6232
$M$ [-]			
0,2049	0,7108	0,5609	0,1855
$c$ [m/s]			
70,82	267,56	214,95	73,46

## 6.2. Kompresor s prestrujnim kanalom

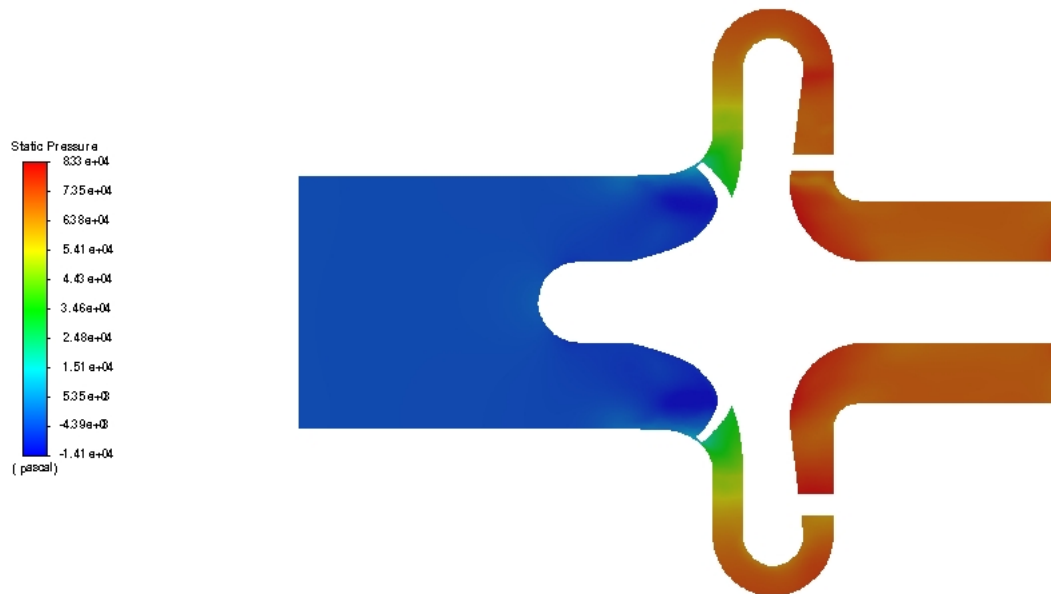
Konture statičkog tlaka i temperature prikazane su na sljedećim slikama:



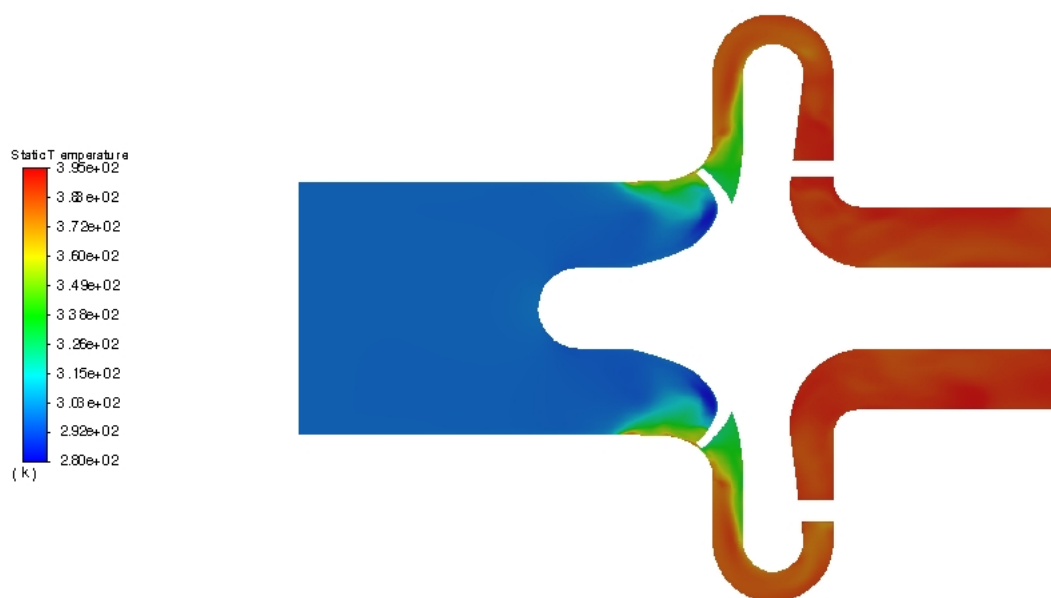
Slika 6.7: Konture tlaka



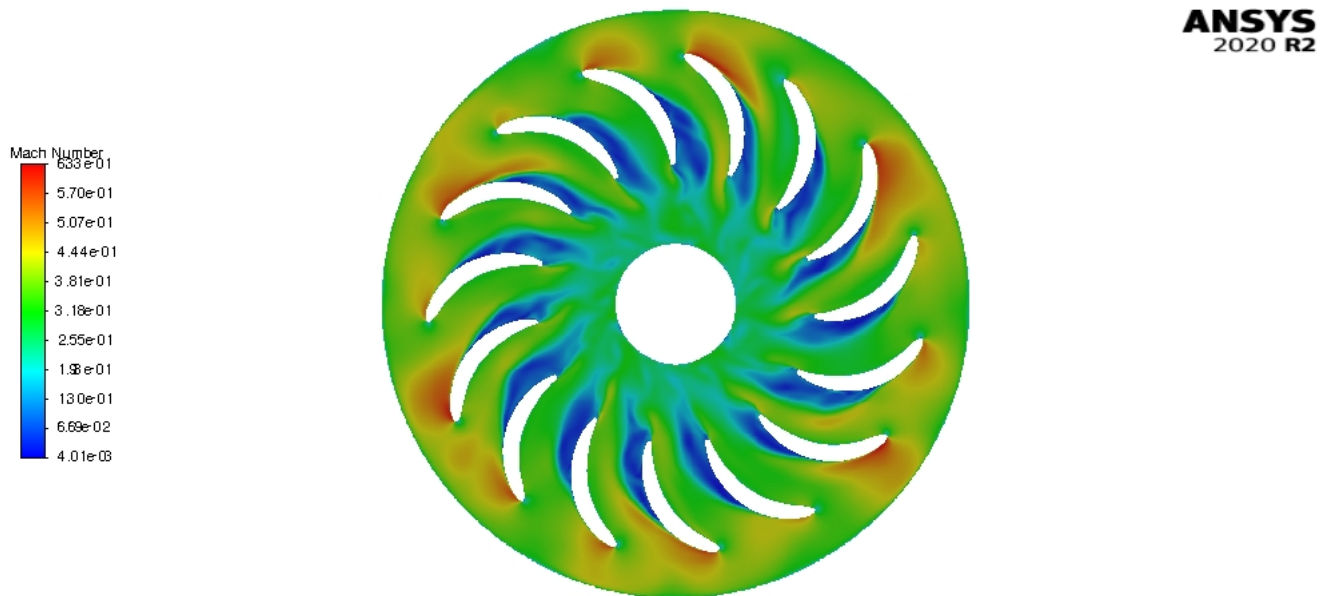
Slika 6.8: Konture temperature



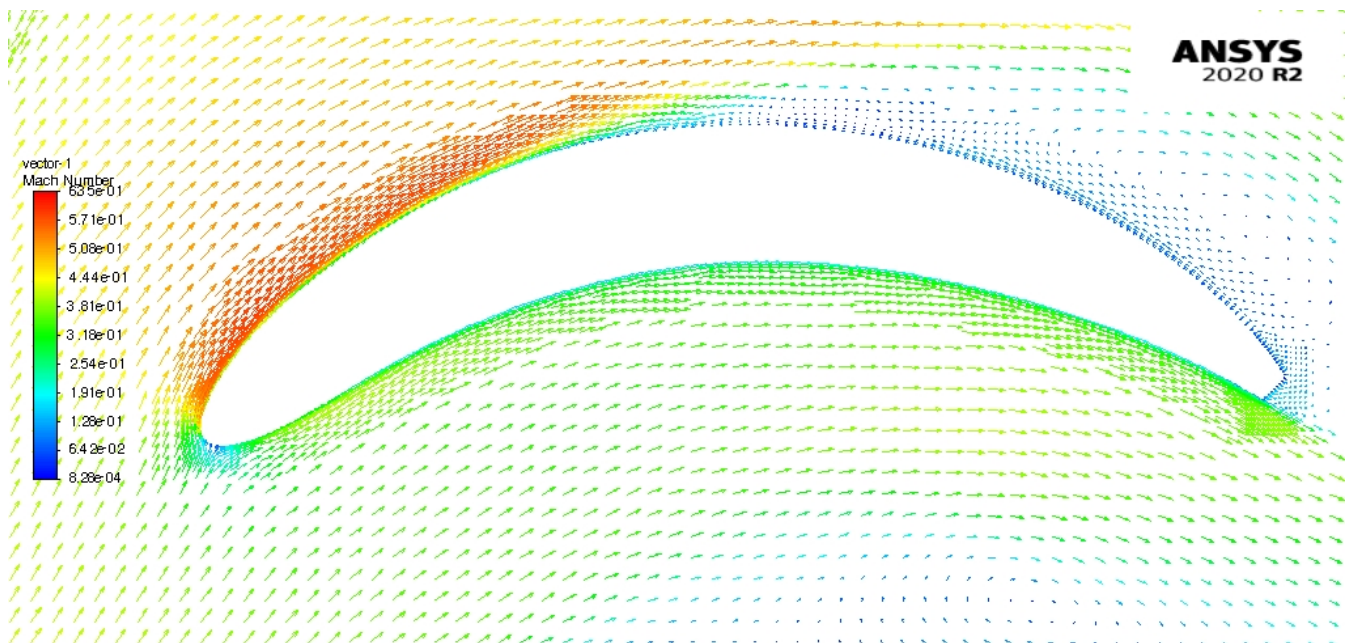
Slika 6.9: Konture tlaka u meridionalnom presjeku



Slika 6.10: Konture temperature u meridionalnom presjeku



Slika 6.11: Konture Machovog broja u presjeku statorskih lopatica



Slika 6.12: Vektori brzine oko statorske lopatice

Na slici 6.12 vidljivo je da se odvajanje struje zraka događa malo prije polovice ukupne duljine tetive što ne iznenađuje s obzirom na ogroman zakret struje zraka, a



s time i veliku zakrivljenost lopatice. Statorskim lopaticama postignuto je smanjenje tangencijalne brzine sa 154,58 m/s na ulazu u statorske lopatice na 36,72 m/s na izlazu. Vrijednosti prosječnih veličina dane su kao i kod jednostupanjskog kompresora u tablici 6.3.

Tablica 6.3: Izračunate prosječne veličine na karakterističnim presjecima kompresora s prestrujnim kanalom

1	2	5	6	7	9
$p$ [Pa]					
-2822,9	46561,9	61667,1	67607	73979,5	71921,8
$p_0$ [Pa]					
0	111244,4	102981,2	90925,2	84567,29	80366,15
$T$ [K]					
297,56	354,73	368,91	379,03	387,22	388,21
$T_0$ [K]					
300	392,79	393,02	393,27	393,72	393,82
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]					
1,1533	1,4541	1,5401	1,5524	1,5771	1,5503
$M$ [-]					
0,2024	0,7262	0,5634	0,4289	0,2815	0,2689
$c$ [m/s]					
69,99	273,59	167,20	110,93	108,55	106,15

## 7 | Zaključak

U radu je prvo provedena rekonstrukcija centrifugalnog kompresora za prednabijanje Garrett GT1544, nakon čega je zamjenom spiralnog kućišta prestrujnim kanalom provedena usporedba dviju konfiguracija. CFD analizom oba kompresora pri brzini vrtnje od  $170\,000\text{ min}^{-1}$  dobivene su njihove karakteristike te su za usporedbu uzete one s najvećom iskoristivošću. Izračunata vrijednost iskoristivosti u nominalnoj radnoj točki jednostupanjskog kompresora je 62% uz omjer tlakova 1.85, odnosno 56% uz omjer tlaka 1.76 kod kompresora s prestrujnim kanalom. U oba kompresora došlo je do znatnog povećanja temperature što je uzrokovalo smanjenu iskoristivost od očekivane. Kod raspodjele temperature vidljive su nestacionarnosti što je i očekivano za ovako ekstremne brzine vrtnje. Dobiveni rezultati pokazali su da postoji realna mogućnost višestupanjske izvedbe mikrokompresora sa zadovoljavajućim performansama. Optimizacijom dimenzija prestrujnog kanala te, prije svega, razvojem metoda za dimenzioniranje lopatica prilagođenim visokim brzinama vrtnje, razlika u iskoristivosti još bi se mogla smanjiti. Upravo se to, uz rješavanje problema s visokom temperaturom, preporuča u budućim radovima. Također, preporuča se i provedba proračuna u *OpenFOAM*-u koji omogućuje modificiranje jednadžbi i modela.

# Literatura

- [1] D. Favrat J. Schiffmann. Design, experimental investigation and multi-objective optimization of a small-scale radial compressor for heat pump applications. 2009.
- [2] D. Favrat J. Schiffmann. High-speed low power radial turbocompressor for oil-free heat pumps. In *International Compressor Engineering Conference*. Purdue University, 2013.
- [3] C. Zwyssig M.V. Casey, D. Krähenbühl. The design of ultra-high-speed miniature centrifugal compressors. In *European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics*. Celeroton, 2013.
- [4] C. Robinson M. Casey. *Radial Flow Turbocompressors: Design, Analysis, and Applications*. Cambridge University Press, 2021.
- [5] E. Dick. *Fundamentals of Turbomachines*. Springer Netherlands, 2015.
- [6] M. Darwish F. Moukalled, L. Mangani. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics - An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab*. Springer, 2015.
- [7] M. Kuntz F.R. Menter and R. Langtry. Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. In *In Proceedings of the fourth international symposium on turbulence, heat and mass transfer*. Begell House, 2003.
- [8] <https://www.turbozentrum.de/Turbo-Garrett-GT1544-GT15>.

- [9] M. Teodor. Impeller design using cad techniques and conformal mapping method. 2012.
- [10] I. Batistić. Oblikovanje radnog kola i spiralnog kućišta brzohodne radijalne pumpe. Master's thesis, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2018.
- [11] <https://cfmesh.com/>.
- [12] <http://www.pmt.usp.br/academic/martoran/notasmodelosgrad/ANSYS/>.
- [13] R. H. Aungier. *Centrifugal Compressors: A Strategy for Aerodynamic Design and Analysis*. ASME PRESS, 2000.
- [14] B. Ristić. *Pumpe i ventilatori*. Naučna knjiga, 1980.