

# Istraživanje utjecaja ljuljnih kobilica na ukupni otpor broda

---

**Badrov, Frano**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:141360>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-25**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Frano Badrov**

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli, dipl. ing.

Dr. sc. Ivana Martić, mag. ing.

Student:

Frano Badrov

Zagreb, 2022.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Želim se posebno zahvaliti svojim mentoricama prof. dr. sc. Nastii Degiuli i dr. sc. Ivani Martić te dr. sc. Andrei Farkasu na trudu, vremenu, strpljenju i znanju koje su mi prenijeli kroz izradu završnog rada i studiranje. Hvala Vam na svemu!

Veliko hvala mojim roditeljima, mojoj obitelji i prijateljima te kolegama sa studija koji su mi bili velika podrška i oslonac.

Od srca hvala svima i hvala dragome Bogu na svemu.

Frano Badrov



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 22 – 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 22 -	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Frano Badrov**

JMBAG: **0035208622**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Istraživanje utjecaja ljuljnih kobilica na ukupni otpor broda**

Naslov rada na engleskom jeziku: **An investigation into the effect of bilge keels on the total resistance of a ship**

Opis zadatka:

Za potrebe prigušivanja ljuljanja broda na valovima, učestala je praksa između ostalog ugradnja ljuljnih kobilica, koje se izvode kao peraje na podvodnom dijelu broda. Protežu se na jednoj do dvije trećine duljine broda te se postavljaju na uzvoju. Iako ljuljne kobilice učinkovito prigušuju ljuljanje broda, uzrokuju povećanje ukupnog otpora.

U završnom radu potrebno je, uz pomoć programskog paketa za računalnu dinamiku fluida, numerički simulirati pokus otpora modela broda sa i bez ljuljnih kobilica. Pri tome treba koristiti model trodimenzijskog strujanja viskoznog fluida sa slobodnom površinom.

U radu je potrebno:

1. Dati pregled literature vezane za numeričke simulacije pokusa otpora.
2. Dati matematičku osnovu numeričkih metoda za simulaciju viskoznog strujanja fluida sa slobodnom površinom.
3. Pripremiti proračunsku mrežu, početne i rubne uvjete potrebne za numeričku simulaciju viskoznog strujanja fluida.
4. Izvršiti numeričku simulaciju pokusa otpora modela broda sa i bez ljuljnih kobilica koristeći programski paket za računalnu dinamiku fluida.
5. Usporediti numerički dobivene rezultate ukupnog otpora modela broda s eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi.

Rezultate proračuna prikazati odgovarajućim tablicama, dijagramima i slikama.

U radu koristiti programski paket STAR-CCM+ dostupan na FSB-u.

U radu treba navesti literaturu i eventualno dobivenu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:

Datum predaje rada:

Predviđeni datumi obrane:

30. 11. 2021.

1. rok: 24. 2. 2022.  
2. rok (izvanredni): 6. 7. 2022.  
3. rok: 22. 9. 2022.

1. rok: 28. 2. – 4. 3. 2022.  
2. rok (izvanredni): 8. 7. 2022.  
3. rok: 26. 9. – 30. 9. 2022.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

*Nastja Degiuli*  
Prof. dr. sc. Nastja Degiuli

Izv. prof. dr. sc. Ivan Čatipović

*Ivana Martić*  
Dr. sc. Ivana Martić

*Čatipović*

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS OZNAKA .....	VI
SAŽETAK.....	IX
SUMMARY .....	X
1. UVOD.....	1
1.1. Pregled literature .....	2
2. OTPOR BRODA .....	4
2.1. Općenito o otporu broda.....	4
2.2. Podjela otpora.....	4
3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA .....	9
3.1. Općenito .....	9
3.2. Koraci numeričke simulacije.....	9
3.3. Odabir modela .....	10
3.4. Osnovni zakoni dinamike fluida .....	11
3.5. Osnovne jednačbe dinamike fluida .....	11
3.6. Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove jednačbe .....	13
3.7. $k - \omega$ SST model turbulencije .....	15
3.8. Zidne funkcije .....	15
3.9. Metoda konačnih volumena .....	17
3.10. Metoda udjela fluida u volumenu.....	18
3.11. Verifikacija numeričkih rezultata.....	19
3.12. Validacija rezultata.....	21
4. NUMERIČKE SIMULACIJE POKUSA OTPORA GOLOG TRUPA INSEAN 2340	
MODELA BRODA .....	23
4.1. Ulazni parametri.....	23
4.2. Model broda .....	23

---

4.3. Kreiranje proračunske domene.....	24
4.4. Rubni uvjeti .....	25
4.5. Diskretizacija geometrijske mreže .....	26
4.6. Profinjenja oko modela broda .....	29
4.7. Odabir fizikalnog modela.....	32
4.8. Postavke parametara rješavača.....	34
5. PROVEDBA NUMERIČKE SIMULACIJE POKUSA OTPORA MODELA BRODA S LJULJNIM KOBILICAMA .....	35
5.1. Kontrola unesene geometrije.....	35
5.2. Diskretizacija fine mreže modela broda s kobilicama .....	36
6. ANALIZA REZULTATA NUMERIČKE SIMULACIJE .....	38
6.1. Prikaz rezultata.....	38
6.2. Verifikacija rezultata .....	41
6.3. Validacija rezultata.....	43
6.4. Usporedba rezultata za goli trup i model broda s ljuljnim kobilicama .....	44
7. ZAKLJUČAK .....	47

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Podjela ukupnog otpora broda [2].....	6
Slika 2. Ljuljna kobilica [15].....	7
Slika 3. Prikaz povezanosti modela i fizikalnih pretpostavki [16].....	10
Slika 4. Granični sloj pri strujanju fluida uz čvrstu stijenkku [20] .....	16
Slika 5. Raspodjela brzine u blizini krute stijenke [21] .....	17
Slika 6. Diskretizirani dio proračunske domene [16].....	18
Slika 7. INSEAN 2340 model.....	24
Slika 8. Domena numeričke simulacije.....	24
Slika 9. Zadani rubni uvjeti .....	26
Slika 10. Sastavni dijelovi heksaedarske ćelije [19] .....	26
Slika 11. Primjeri diskretizacije graničnog sloja [16] .....	27
Slika 12. Gruba mreža modela broda .....	28
Slika 13. Srednja mreža modela broda.....	29
Slika 14. Fina mreža modela broda.....	29
Slika 15. Volumetrijske kontrole krme i pramca .....	30
Slika 16. Generirana mreža u području pramca .....	30
Slika 17. Prizmatične ćelije unutar graničnog sloja .....	31
Slika 18. Tlocrtni presjek diskretizirane grube mreže.....	32
Slika 19. Odabrani fizikalni model .....	33
Slika 20. INSEAN 2340 model s ljuljnim kobilicama.....	35
Slika 21. Problemi površinske mreže .....	36
Slika 22. Volumetrijska kontrola oko ljuljnih kobilica .....	36
Slika 23. Prizmatične ćelije unutar graničnog sloja oko kobilica .....	37
Slika 24. Diskretizirana fina mreža modela broda s ljuljnim kobilicama .....	37
Slika 25. Raspodjela $y^+$ na golom trupu za finu mrežu .....	38
Slika 26. Slobodna površina uzduž golog trupa za finu mrežu .....	38
Slika 27. Slika valova oko golog trupa za finu mrežu .....	39
Slika 28. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu .....	39
Slika 29. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po bulbu.....	40
Slika 30. Slika strujnica oko golog trupa .....	40
Slika 31. Prikaz rezultata ukupnog otpora golog trupa za finu mrežu .....	41
Slika 32. Raspodjela $y^+$ na trupu modela broda s ljuljnim kobilicama.....	44



---

Slika 33. Slobodna površina uzduž trupa modela broda s ljuljnim kobilicama .....	44
Slika 34. Slika valova oko modela broda s ljuljnim kobilicama .....	45
Slika 35. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu modela broda s ljuljnim kobilicama ...	45
Slika 36. Slika strujnica oko ljuljne kobilice.....	46

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Osnovne značajke broda i modela .....	23
Tablica 2. Granice domene i njihovi rubni uvjeti .....	25
Tablica 3. Detaljne postavke diskretizacije grube mreže.....	28
Tablica 4. Osnovne veličine pojedine mreže .....	28
Tablica 5. Broj ćelija pojedine mreže .....	32
Tablica 6. Odabrani vremenski koraci .....	34
Tablica 7. Postavke diskretizacije fine mreže oko kobilica.....	36
Tablica 8. Broj ćelija finih mreža .....	37
Tablica 9. Numerička nesigurnost koeficijenta ukupnog otpora dobivena primjenom različite gustoće mreže .....	41
Tablica 10. Numerička nesigurnost urona dobivena primjenom različite gustoće mreže .....	42
Tablica 11. Numerička nesigurnost trima dobivena primjenom različite gustoće mreže .....	42
Tablica 12. Numerička nesigurnost koeficijenta ukupnog otpora dobivena primjenom različitog vremenskog koraka .....	42
Tablica 13. Numerička nesigurnost urona dobivena primjenom različitog vremenskog koraka .....	42
Tablica 14. Numerička nesigurnost trima dobivena primjenom različitog vremenskog koraka .....	42
Tablica 15. Ukupna nesigurnost rezultata numeričke simulacije.....	42
Tablica 16. Eksperimentalni podaci [25] .....	43
Tablica 17. Relativna devijacija rezultata dobivenih primjenom fine mreže i najmanjeg vremenskog koraka.....	44
Tablica 18. Usporedba ukupnog otpora za goli trup i model broda s ljuljnim kobilicama .....	46

**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$B$	m	širina broda
$C_A$	/	koeficijent dodatnog otpora
$C_{AP}$	/	koeficijent otpora privjesaka
$C_B$	/	koeficijent punoće
$C_F$	/	koeficijent otpora trenja
$C_P$	/	koeficijent otpora tlaka
$C_{PV}$	/	koeficijent viskoznog otpora tlaka
$C_T$	/	koeficijent ukupnog otpora
$C_{T\_EKS}$	/	koeficijent ukupnog otpora dobiven eksperimentalno
$C_{T\_RDF}$	/	koeficijent ukupnog otpora dobiven numeričkom simulacijom
$C_V$	/	koeficijent viskoznog otpora
$C_W$	/	koeficijent otpora valova
$D_{ij}$	s <sup>-1</sup>	tenzor brzine deformacije
$f_i$	m/s <sup>2</sup>	gustoća masene sile
$Fn$	/	Froudeov broj
$Fs$	/	faktor sigurnosti
$g$	m/s <sup>2</sup>	ubrzanje zemljine sile teže
$k$	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	kinetička energija turbulencije
$L$	m	duljina broda
$L_{CG}$	m	uzdužni položaj težišta broda
$L_{PP}$	m	duljina između okomica broda
$p$	Pa	tlak
$\bar{p}$	Pa	vremenski osrednjena komponenta tlaka
$p'$	Pa	pulsirajuća komponenta tlaka
$p_i$	/	red točnosti
$\vec{p}_{PV}$	Pa	vektor normalnog naprezanja uslijed viskoznosti

$\vec{P}_W$	Pa	vektor normalnog naprezanja uslijed valova
$R_{AP}$	N	otpor privjesaka
$R_F$	N	otpor trenja
$R_i$	/	omjer konvergencije
$Rn$	/	Reynoldsov broj
$R_p$	N	otpor tlaka
$R_{PV}$	N	viskozni otpor tlaka
$R_{T\_AP}$	N	ukupni otpor s privjescima
$R_T$	N	ukupni otpor
$R_{T\_EKS}$	N	ukupni otpor modela broda dobiven eksperimentalno
$R_{T\_RDF}$	N	ukupni otpor modela broda dobiven numeričkim simulacijama
$R_V$	N	viskozni otpor
$R_W$	N	otpor valova
$RD$	%	relativna devijacija
$r_{xx}$	m	polumjer momenta tromosti oko $x$ osi
$r_{yy}$	m	polumjer momenta tromosti oko $y$ osi
$r_{zz}$	m	polumjer momenta tromosti oko $z$ osi
$S_{AP}$	m <sup>2</sup>	oplakana površina privjesaka
$S$	m <sup>2</sup>	oplakana površina
$\hat{S}_i$	/	vrijednost rezultata numeričke simulacije
$S_L$	/	donja vrijednost rezultata numeričke simulacije
$S_U$	/	gornja vrijednost rezultata numeričke simulacije
$T$	m	gaz broda
$\bar{u}$	m/s	komponenta brzine strujanja paralelno sa stijenkom
$U_i$	/	numerička nesigurnost
$\bar{U}_{SN}$	/	ukupna numerička nesigurnost

$\bar{U}_T$	/	nesigurnost vremenskog koraka
$\bar{U}_G$	/	nesigurnost gustoće mreže
$u_\tau$	m/s	brzina trenja
$v$	m/s	brzina broda
$V$	m <sup>3</sup>	volumen istisnine
$V_{CG}$	m	vertikalni položaj težišta broda
$v_i$	m/s	vektor brzine
$\bar{v}_i$	m/s	vremenski osrednjena komponenta brzine
$v'_i$	m/s	pulsirajuća komponenta brzine
$y$	m	udaljenost od stijenke
$y^+$	/	bezdimenzijska udaljenost od stijenke
$\alpha_i$	/	volumni udio pojedinog fluida u kontrolnom volumenu
$\Delta$	t	masa istisnine
$\delta_{ij}$	/	Kroneckerov delta simbol
$\delta_{RE_i,1}^{*(1)}$	/	numerička greška
$\varepsilon_i$	/	razlika rezultata
$\kappa$	/	Von Karmanova konstanta
$\lambda$	/	mjerilo geometrijske sličnosti
$\mu$	Pas	dinamički koeficijent viskoznosti
$\mu_t$	Pas	dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	kinematički koeficijent viskoznosti
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća fluida
$\Sigma_{ij}$	N/m <sup>2</sup>	devijatorski dio tenzora naprezanja
$\sigma_{ij}$	N/m <sup>2</sup>	tenzor naprezanja
$\tau$	N/m <sup>2</sup>	tangencijalno naprezanje
$\tau_w$	N/m <sup>2</sup>	tangencijalno naprezanje na stijenci
$\omega$	m <sup>2</sup> s <sup>-3</sup>	specifična brzina disipacije turbulentne kinetičke energije

---

**SAŽETAK**

U ovom radu provedene su numeričke simulacije pokusa otpora INSEAN 2340 modela broda američke ratne mornarice za goli trup te trup modela broda s privjescima odnosno ljuljnim kobilicama. Numeričke simulacije provedene su primjenom komercijalnog programskog paketa za računalnu dinamiku fluida (RDF) STAR-CCM+. Unutar numeričkih simulacija primijenjen je matematički model nestacionarnog trodimenzijskog viskoznog strujanja fluida sa slobodnom površinom na temelju Reynoldsovih osrednjenih Navier – Stokesovih jednadžbi (eng. *Reynolds Averaged Navier -Stokes*, RANS). Primijenjen je  $k-\omega$  model turbulencije i metoda udjela fluida u volumenu (eng. *Volume of Fluid*, VOF) za praćenje i lociranje slobodne površine. Proveden je postupak verifikacije te je određena numerička nesigurnost rezultata dobivenih primjenom različite gustoće mreže i vremenskog koraka. Dobiveni numerički rezultati za koeficijent ukupnog otpora, uron/izron i trim uspoređeni su s eksperimentalno dobivenim podacima za goli trup. Numerička simulacija pokusa otpora provedena je i za model broda s ljuljnim kobilicama kako bi se odredilo povećanje ukupnog otpora uslijed ljuljnih kobilica te analiziralo strujanje oko njih.

Ključne riječi: računalna dinamika fluida, metoda udjela fluida u volumenu,  $k-\omega$  model turbulencije, Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove jednadžbe, pokus otpora, ljuljne kobilice

---

**SUMMARY**

In this study numerical simulations of resistance test for the INSEAN 2340 US Navy surface combatant ship model are carried out for bare hull and hull with bilge keels. Numerical simulations are performed within commercial software package for Computational Fluid Dynamics (CFD) STAR-CCM+. Within numerical simulations, a mathematical model of unsteady three-dimensional viscous flow with free surface based on Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations is applied along with the  $k-\omega$  turbulence model. The Volume of Fluid (VOF) method is used for tracking and locating the free surface. The verification study is performed and the numerical uncertainty of the results obtained using different grid densities and the time step is determined. The obtained numerical results for the total resistance coefficient, sinkage and trim are compared with the experimentally obtained data for the bare hull. Additionally, numerical simulation of the resistance test is performed for the ship model with bilge keels to determine the increase in the total resistance due to bilge keels and to analyze the flow around them.

Key words: Computational Fluid Dynamics, Volume of Fluid method,  $k-\omega$  turbulence model, Reynolds Averaged Navier-Stokes equations, resistance test, bilge keels

## 1. UVOD

Grana znanosti koja se bavi proučavanjem pojava koje nastaju uslijed gibanja broda kroz fluid naziva se hidrodinamika broda. U okviru svakog projektnog zadatka potrebno je imati uvid u hidrodinamičke značajke broda [1].

Glavne metode određivanja hidrodinamičkih značajki broda su empiričko – statističke, eksperimentalne te numeričke metode.

Empiričko – statističke metode temelje se na mjerenjima sustavnih serija formi te statistički obrađenih podataka prikupljenih na temelju mjerenja u naravi. Eksperimentalne metode primjenjuju se za modele broda i omogućuju ekstrapolaciju rezultata dobivenih mjerenjem na modelu na brod u naravi. Mjerenja na brodovima u naravi skupa su i zahtjevna, ali u kombinaciji s numeričkim i eksperimentalnim metodama omogućuju najpotpuniji uvid u hidrodinamičke značajke broda. Zahvaljujući razvoju računala i tehnologije sve je zastupljenija računalna dinamika fluida (RDF), koja uvelike olakšava proces određivanja hidrodinamičkih značajki broda u kombinaciji s rezultatima eksperimenata [2].

U okviru ovog završnog rada primijenjen je komercijalni programski paket STAR-CCM+ za računalnu dinamiku fluida pomoću kojeg su provedene numeričke simulacije pokusa otpora INSEAN 2340 modela broda sa i bez ljuljnih kobilica za jedan Froudeov broj. Korišten je model nestacionarnog trodimenzijskog strujanja viskoznog fluida sa slobodnom površinom te  $k-\omega$  model turbulencije. Proveden je postupak verifikacije za tri različite gustoće mreže i tri vremenska koraka. Rezultati dobiveni numeričkim simulacijama uspoređeni su s eksperimentalnim podacima dostupnim u literaturi te je dobiveno zadovoljavajuće slaganje eksperimentalnih i numeričkih rezultata.

Također je provedena numerička simulacija pokusa otpora INSEAN 2340 modela broda s ljuljnim kobilicama primjenom fine mreže te je na temelju usporedbe ukupnog otpora golog trupa i modela broda s ljuljnim kobilicama određeno povećanje ukupnog otpora uslijed privjesaka.



## 1.1. Pregled literature

Računalna dinamika fluida (RDF) pronašla je svoju primjenu između ostalog i u brodskoj hidrodinamici i temelj je velikog broja istraživanja u tom području. U nastavku je dan pregled literature i dosadašnjih istraživanja vezanih uz mogućnosti primjene RDF-a u brodskoj hidrodinamici.

2010. godine u Göteborgu (Švedska) održana je međunarodna radionica o primjeni RDF-a u brodskoj hidrodinamici. Cilj radionice je bio da se usporedbom numeričkih rezultata i eksperimentalno dobivenih podataka razmotre buduća poboljšanja metoda RDF-a. Sudionici radionice dostavili su numerički dobivene rezultate za tri modela brodova, od kojih je jedan DTMB 5415, koji je identičan modelu broda INSEAN 2340, a koji je razmatran u ovom završnom radu. Larrson et al. [3] su prikazali rezultate prikupljene s radionice u Göteborgu i to za otpor, uron/izron i trim te opisali postupak provođenja eksperimentalnih ispitivanja. Saha i Miazze [4] proveli su numeričke simulacije pokusa otpora kontejnerskog broda te su odredili otpor, uron/izron i trim za više Froudeovih brojeva u programskom paketu SHIPFLOW temeljenom na Reynoldsovima osrednjenim Navier–Stokesovim (RANS) jednadžbama. Autori su pokazali da se dobiveni rezultati dobro podudaraju s eksperimentalnim podacima, ali su isto tako zaključili da bi dodatnim profinjavanjem mreže dobili još bolje rezultate. Degiuli et al. [5] proveli su istraživanje s ciljem ispitivanja utjecaja pramčanog bulba na ukupni otpor jahte pri jednoj brzini. Korištena su tri modela jahte s različitim oblikom pramca: jedan model bez pramčanog bulba te dva modela s pramčanim bulbom. Ispitan je utjecaj tri različita modela turbulencije te su dobiveni slični rezultati ukupnog otpora bez obzira na primijenjeni model turbulencije. Autori su pokazali da se RDF može koristiti kao alat u cilju smanjenja ukupnog otpora raznim modifikacijama pramca. Također su zaključili da oba modela s pramčanim bulbom imaju manje valne elevacije u odnosu na model bez bulba. Ircal et al. [6] proveli su simulacije prigušivanja ljuljanja s modelom broda za šest dimenzija ljuljnih kobilica na tri različita gaza. Rezultati numeričkih simulacija uspoređeni su s eksperimentalnim podacima, koji su dobiveni pokusima u bazenu, gdje su značajke polja strujanja određene pomoću PIV (eng. *Particle Image Velicometry*) sustava. Usporedbom eksperimentalnih i numeričkih rezultata autori su pokazali dobro slaganje rezultata za oba slučaja te su zaključili da u blizini ljuljne kobilice dolazi do vrtloženja koje doprinosi prigušenju ljuljanja. Hasaudin et al. [7] ispitivali su utjecaj ljuljnih kobilica na gibanja modela ribarskog broda. Pokusi su provedeni u mirnoj vodi i na valovima koso u pramac. Autori su primijenili šest varijanti ljuljnih kobilica

različite duljine i širine. Rezultati su pokazali da se primjenom ljuljnih kobilica gibanja broda mogu smanjiti za 37% i da se povećanjem oplakane površine ljuljne kobilice smanjuje prigušenje ljuljanja na 59%. Degiuli et al. [8] istražili su povećanje potrošnje goriva kontejnerskog broda na sjevernoatlanskoj ruti. Koristili su programski paket STAR-CCM+ za proračun otpora u mirnoj vodi, dok su dodatni otpor odredili primjenom programskog paketa HydroSTAR. Korištene su RANS jednadžbe,  $k-\varepsilon$  model turbulencije te VOF (eng. *Volume of Fluid*) metoda udjela fluida u volumenu za opis dvofaznog strujanja. Autori su procijenili numeričku nesigurnost za tri različite gustoće mreže, a dobivene numeričke rezultate usporedili su s eksperimentalnim podacima i dobili zadovoljavajuće slaganje. Seok et al. [9] proveli su istraživanje s ciljem ispitivanja utjecaja povećanja hrapavosti uzrokovane obraštanjem trupa broda na povećanje ukupnog otpora broda. Wang et al. [10] proveli su numeričke simulacije viskoznog strujanja oko modela broda za rasuti teret JBC (Japan Bulk Carrier) primjenjujući više modela turbulencije te su pokazali da najtočnije rezultate omogućuje  $k-\omega$  SST model turbulencije. Farkas et al. [11] proveli su numeričke simulacije pokusa otpora, slobodne vožnje vijka i vlastitog pogona za brod i brodski vijak na mjerilu modela i za brod u naravi te su dobivene rezultate ekstrapolirali na brod u naravi koristeći pet različitih metoda ekstrapolacije. Autori su pokazali da RDF omogućuje zadovoljavajuću točnost pri određivanju hidrodinamičkih značajki za brod i brodski vijak u naravi. Shi et al. [12] proveli su numeričke simulacije pokusa otpora modela broda INSEAN 2340 za više Froudeovih brojeva te pokazali dobro slaganje numeričkih i eksperimentalnih rezultata. Farkas et al. [13] su istražili utjecaj obraštanja trupa na njegove hidrodinamičke značajke u eksploataciji. Autori su primjenom komercijalnog programskog paketa STAR-CCM+ te zidnih funkcija pokazali da obraštanje trupa broda utječe na smanjenje brzine i potrošnju goriva.

## 2. OTPOR BRODA

### 2.1. Općenito o otporu broda

Prilikom plovidbe broda određenom brzinom javlja se sila čije je djelovanje suprotno smjeru gibanja broda, a koja se naziva ukupni otpor broda ili sila tegljenja [1].

Ukupni otpor broda  $R_T$  funkcija je više parametara kao što su geometrija broda, brzina broda, gustoća i viskoznost fluida i ubrzanje zemljine sile teže.

Bezdimenzijski oblik ukupnog otpora predstavlja koeficijent ukupnog otpora  $C_T$  :

$$C_T = f(Fn, Rn) = \frac{R_T}{0,5\rho v^2 S} \quad (1)$$

gdje je:

$v$  – brzina broda,

$\rho$  – gustoća fluida,

$S$  – oplakana površina.

$C_T$  je funkcija Froudeovog i Reynoldsovog broja koji su dani sljedećim izrazima [14]:

$$Fn = \frac{v}{\sqrt{gL}} \quad (2)$$

$$Rn = \frac{vL}{\nu} \quad (3)$$

gdje je:

$L$  – duljina broda,

$\nu$  – kinematički koeficijent viskoznosti.

### 2.2. Podjela otpora

Kao što je već napomenuto ukupni otpor složena je pojava i moguće ga je rastaviti na osnovne komponente, što olakšava teorijska i eksperimentalna određivanja otpora broda. Promatrajući trup broda može se razmatrati mala površina uronjenog dijela brodske forme. Na točku te površine djeluje vektor ukupnog naprezanja koji se može podijeliti na vektore tangencijalnog i normalnog naprezanja u smjeru normale [2].

Tada se ukupni otpor broda zapisuje kao:

$$R_T = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1) dS + \int_S p \cos(p, x_1) dS \quad (4)$$

gdje prvi integral predstavlja otpor trenja, a drugi integral otpor tlaka pa izraz za ukupni otpor glasi:

$$R_T = R_F + R_P \quad (5)$$

Temelj ovakve podjele otpora je djelovanje fluida na trup broda konstantno raspoređenim površinskim silama. Važan utjecaj na strujanje oko trupa broda ima viskoznost fluida pogotovo u područjima graničnog sloja i hidrodinamičkog traga dok je u području potencijalnog strujanja utjecaj viskoznosti zanemariv. Na temelju toga ukupni otpor broda može se prikazati kroz komponente viskoznog otpora i otpora valova kao:

$$R_T = R_V + R_W \quad (6)$$

gdje je:

$R_V$  – viskozni otpor,

$R_W$  – otpor valova.

Viskozni otpor ovisan je o Reynoldsovom broju, dok otpor valova ovisi o Froudeovom broju:

$$R_V = f(Rn) \quad (7)$$

$$R_W = f(Fn) \quad (8)$$

Otpor trenja dio je viskoznog otpora čiji su uzrok nastanka tangencijalna naprezanja između vode i oplata broda, a može se odrediti na sljedeći način:

$$R_F = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1) dS \quad (9)$$

Preostali dio viskoznog otpora posljedica je promjene tlaka na površini trupa broda uslijed viskoznih pojava u graničnom sloju. Mjerenje tlaka uzduž trupa broda pokazuje da nije moguće ostvariti tlak u realnoj (viskoznoj) tekućini koji bi postojao u idealnoj tekućini bez stvaranja valova na površini [2]. Naprezanja uslijed hidrodinamičkog tlaka mogu se podijeliti na sljedeći način:

$$\vec{p} = \vec{p}_{PV} + \vec{p}_W \quad (10)$$

gdje je:

$\vec{p}_{pV}$  – vektor normalnog naprezanja uslijed viskoznosti,

$\vec{p}_W$  – vektor normalnog naprezanja uslijed valova,

te se otpor tlaka može odrediti kao:

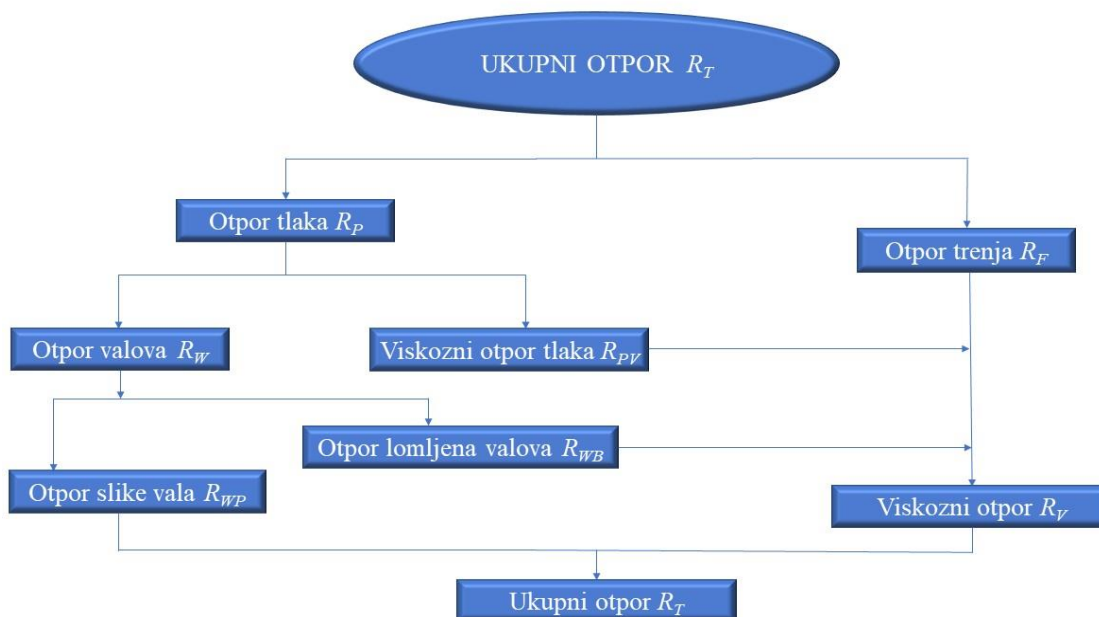
$$R_p = \int_S p_{pV} \cos(p, x_1) dS + \int_S p_W \cos(p, x_1) dS = R_{pV} + R_W \quad (11)$$

gdje je  $R_{pV}$  viskozni otpor tlaka.

Viskozni otpor sastoji se od otpora trenja i viskoznog otpora tlaka ili tzv. otpora forme kako slijedi:

$$R_V = R_F + R_{pV} \quad (12)$$

Podjela ukupnog otpora broda prikazana je na slici 1.



**Slika 1. Podjela ukupnog otpora broda [2]**

Konačno, bezdimenzijski koeficijent ukupnog otpora dijeli se na:

$$C_T = [C_F(R_n) + C_{pV}(R_n) + C_W(F_n)] \quad (13)$$

gdje je:

$C_F$  – koeficijent otpora trenja,

$C_{PV}$  – koeficijent viskoznog otpora tlaka,

$C_W$  – koeficijent otpora valova.

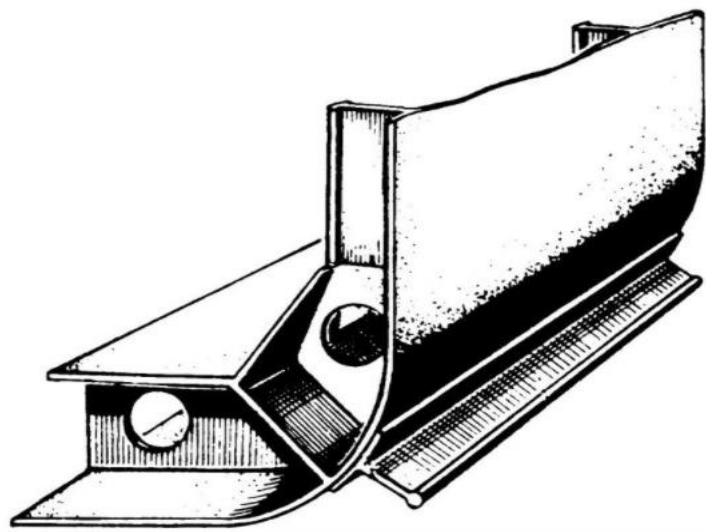
### 2.3. Otpor privjesaka

Uz navedene komponente otpora broda, postoje i komponente dodatnog otpora kao što su:

- otpor privjesaka,
- otpor hrapavosti oplate,
- otpor zraka i vjetra,
- otpor kormilarenja,
- dodatni otpor na valovima.

U ovom radu analiziran je otpor privjesaka odnosno otpor ljuljnih kobilica. Privjesci broda ili izdanci (eng. *appendages*) posebni su dodaci brodskoj formi. Neki od privjesaka na trupu broda su nogavice, skrokovi, osovine, kormila te ljuljne kobilice.

Ljuljna kobilica ili brodski stabilizator element je brodske konstrukcije čija je funkcija smanjivanje ljuljanja broda na valovima. Izvedena je kao uzdužna peraja na podvodnom dijelu brodske forme. Najčešće se nalazi na jednoj do dvije trećine duljine broda te se nerijetko postavlja na uzvoju između boka i dna [15]. Na slici 2. prikazana je ljuljna kobilica.



Slika 2. Ljuljna kobilica [15]

Postavljanje ljuljnih kobilica uzrokuje određeno povećanje ukupnog otpora broda.

Koeficijent otpora ljuljnih kobilica moguće je odrediti na temelju rezultata ispitivanja modela sa i bez ljuljnih kobilica na sljedeći način [2]:

$$C_{AP} = \frac{R_{T\_AP}}{0,5\rho v^2(S + S_{AP})} - \frac{R_T}{0,5\rho v^2 S} \quad (14)$$

$$R_{AP} = 0,5C_{AP}\rho v^2 S_{AP} \quad (15)$$

gdje je:

$C_{AP}$  – koeficijent otpora privjesaka (ljuljnih kobilica),

$R_{T\_AP}$  – ukupni otpor trupa s privjescima (ljuljnim kobilicama),

$R_T$  – ukupni otpor golog trupa (bez privjesaka),

$R_{AP}$  – otpor privjesaka (ljuljnih kobilica),

$S_{AP}$  – oplakana površina privjesaka (ljuljnih kobilica),

$S$  – oplakana površina golog trupa.

Prema statističkim podacima dobivenim analizom raznih tipova brodova procjenjuje se da otpor ljuljnih kobilica iznosi 2 do 3 % ukupnog otpora golog trupa broda [2].

Slijedi da je bezdimenzijski koeficijent ukupnog otpora odnosno ukupni otpor broda moguće izraziti preko osnovnih komponenata otpora i komponente dodatnog otpora odnosno otpora privjesaka (ljuljnih kobilica) kao:

$$C_T = [C_F(R_n) + C_{PV}(R_n) + C_W(F_n) + C_{AP}] \quad (16)$$

$$R_T = 0,5[C_F(R_n) + C_{PV}(R_n) + C_W(F_n) + C_{AP}]\rho v^2 S \quad (17)$$

### 3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA

#### 3.1. Općenito

Mehanika fluida je znanost koja se temelji na teorijskom i eksperimentalnom pristupu. Teorijski pristup uključuje analitičko rješavanje matematičkih modela strujanja fluida. Iako je poželjno odrediti analitičko rješenje matematičkog modela, većina strujanja opisana su nelinearnim parcijalnim diferencijalnim jednadžbama, koje nemaju opće analitičko rješenje. Navedeni problem posebno je vezan uz turbulentno strujanje koje se zbog svoje stohastičke prirode ne može riješiti analitički. Kada je riječ o laminarnom strujanju, u nekim jednostavnijim slučajevima, moguće je odrediti analitičko rješenje Navier-Stokesovih jednadžbi.

Eksperimentalni pristup temeljen je na teoriji, ali se njime dobiva ograničeni broj informacija o pojavi. Da bi se uspjela stvoriti potpuna slika o nekoj pojavi potrebno je ponavljati pokuse za različite kombinacije vrijednosti utjecajnih parametara.

Razvojem tehnologije i računala pojavljuje se nova grana mehanike fluida koja se zove računalna dinamika fluida (RDF) (eng. *Computational Fluid Dynamics*, CFD). Iako temeljena na teoriji, pokazuje određenu sličnost i s eksperimentalnim pristupom [16].

#### 3.2. Koraci numeričke simulacije

Prvi korak numeričke simulacije je definicija problema te odabir odgovarajućeg matematičkog modela. Korišteni programski paket STAR-CCM+ sadrži matematički model, a korisnik je u mogućnosti odabrati podvarijantu modela koja najviše odgovara zadanom problemu [16].

Sljedeći korak u numeričkoj simulaciji je numeričko rješavanje matematičkog modela. Sastoji se iz 3 koraka:

- diskretizacija prostora (geometrijska mreža),
- diskretizacija jednadžbi (numerička shema),
- rješavanje sustava diskretiziranih jednadžbi.

Predprocesor, procesor i postprocesor su tri programa kroz koja se provodi numerička simulacija.

Predprocesor je računalni program čiji je zadatak generiranje geometrijske mreže te se u okviru njega odabire matematički model. Pri generiranju mreže potrebno je voditi računa o rubnim uvjetima. Sama problematika generiranja mreže zaseban je dio računalne dinamike fluida te se kontinuirano radi na unaprjeđenju automatskih generatora mreže, koji bi na temelju geometrije i zadanih rubnih uvjeta kreirali geometrijsku mrežu koja bi ispunila sve zahtjeve numeričkog



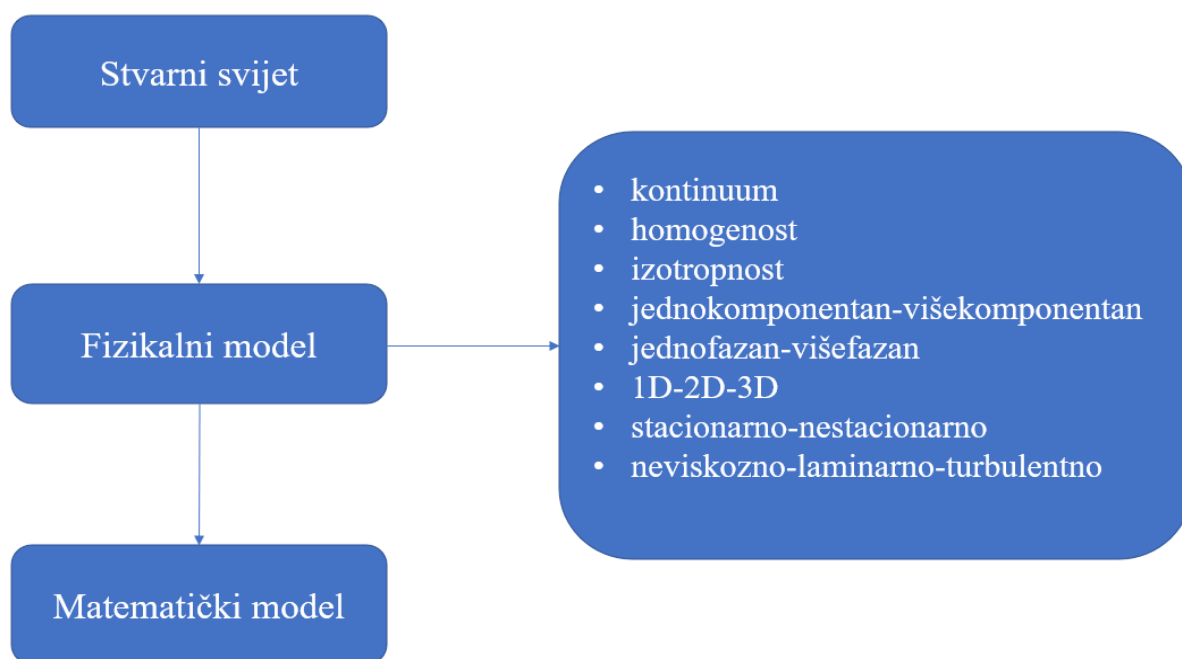
rješavanja matematičkog modela. Danas postoje algoritmi koji rade s adaptivnim mrežama, koje se tijekom rješavanja automatski proglašuju u zoni velikih gradijenata, a prorjeđuju u području gdje se rješenje značajnije ne mijenja.

Processor je program pomoću kojega se numerički rješava zadani matematički model. Pritom je potrebno uzeti u obzir početne i rubne uvjete. Prvi način postavke modela omogućuje da se pomoću korisničkog sučelja odabere puni model ili jedan dio njega. Drugi način temelji se na slobodnom zadavanju matematičkog modela pomoću objektnog programiranja.

Postprocesor služi za vizualizaciju rezultata dobivenih proračunom te za proračun određenih integralnih veličina.

### 3.3. Odabir modela

Matematički model predstavlja matematički zapis fizikalnog modela. Fizikalni model obuhvaća niz fizikalnih pretpostavki koje su prikazane shemom na slici 3 [16].



**Slika 3. Prikaz povezanosti modela i fizikalnih pretpostavki [16]**

Glavna i osnovna pretpostavka koja se koristi u opisu strujanja fluida je da je fluid kontinuum. Kontinuum je zamišljena tvar koja u potpunosti ispunjava prostor te zadržava fizikalna svojstva u slučaju beskonačno malog volumena. To je idealan slučaj, jer se pri izrazito malom volumenu ne mogu definirati makroskopska fizikalna svojstva poput gustoće i viskoznosti. To znači da se

više ne koristi hipoteza o fluidu kao kontinuumu te je potrebna analiza gibanja pojedinih molekula [16].

Važne pretpostavke koje je također potrebno spomenuti su homogenost i izotropnost fluida. Ako su fizikalna svojstva jednaka u svim točkama fluida radi se o njegovoj homogenosti. Kada je riječ o izotropnosti fluida vrijedi da su fizikalna svojstva jednaka u svim smjerovima.

Što se tiče samoga strujanja, ono je u realnim uvjetima najčešće nestacionarno, odnosno vremenski promjenjivo. Međutim moguće je uvesti pretpostavku o stacionarnom strujanju te pojednostaviti problem. Turbulentno strujanje koje se najčešće pojavljuje u prirodi ne može se opisati analitički, a karakterizirano je velikim oscilacijama pojedinih veličina, dok se laminarno strujanje može pojaviti pri niskim vrijednostima Reynoldosovog broja i ono je po sebi pravilno i slojevito [16].

Rezultat fizikalnog modeliranja je matematički model koji sadrži sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Cilj je postići što jednostavniji matematički model, koji će omogućiti što kvalitetniji fizikalni model pojave u realnosti.

### 3.4. Osnovni zakoni dinamike fluida

Strujanje nestlačivog fluida temelji se na osnovnim zakonima dinamike fluida, a to su:

- zakon očuvanja mase (jednadžba kontinuiteta),
- zakon očuvanja količine gibanja (jednadžba količine gibanja),
- zakon očuvanja momenta količine gibanja (jednadžba momenta količine gibanja),
- zakon očuvanja energije.

Navedeni zakoni izvedeni su za materijalni volumen, a primjenjuju se na kontrolni volumen. Materijalni volumen sastoji se od jednih te istih čestica fluida dok kontrolni volumen ima nepromijenjen položaj, oblik i veličinu [16].

### 3.5. Osnovne jednadžbe dinamike fluida

U ovom završnom radu Navier-Stokesove jednadžbe primjenjene su za opis strujanja nestlačivog viskoznog strujanja fluida. Temelje se na jednadžbi kontinuiteta, jednadžbi količine gibanja te dopunskim jednadžbama odnosno zakonima posebnih ponašanja fluida [17].

Jednadžba kontinuiteta za nestlačivo strujanje glasi:

$$\nabla \cdot \vec{v} = \text{div} \vec{v} = \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (18)$$

gdje je  $v_j$  vektor brzine.

Jednadžba količine gibanja ili Eulerova jednadžba glasi:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (19)$$

gdje je:

$\rho$  – gustoća fluida,

$v_i$  – vektor brzine,

$f_i$  – gustoća masene sile,

$\frac{D}{Dt}$  – operator materijalne derivacije,

$\sigma_{ij}$  – tenzor naprezanja.

Za opis strujanja potrebne su i dopunske jednadžbe kako bi se zatvorio sustav jednadžbi (18) i (19), obzirom da je broj nepoznanica veći od broja jednadžbi.

Dopunske jednadžbe glase:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \Sigma_{ij} \quad (20)$$

uz:

$$p = -\frac{1}{3}\sigma_{kk} \quad (21)$$

$$\Sigma_{ij} = 2\mu D_{ij} - \frac{2}{3}\mu D_{kk}\delta_{ij} \quad (22)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (23)$$

gdje je:

$p$  – tlak,

$\delta_{ij}$  – Kroneckerov delta simbol,

$\Sigma_{ij}$  – devijatorski dio tenzora naprezanja,

$D_{ij}$  – tenzor brzine deformacije,

$\mu$  – dinamički koeficijent viskoznosti.

Kombinacijom jednažbi (19)-(23) slijede Navier – Stokesove jednažbe:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( p + \frac{2}{3} \mu D_{kk} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu D_{ij}) \quad (24)$$

Uvođenjem substitucije  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  jednažba (24) postaje:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 v_i \quad (25)$$

### 3.6. Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove jednažbe

Za kvantitativno opisivanje turbulentnog strujanja koriste se Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove jednažbe [17]. U turbulentnom strujanju neka fizikalna veličina prikazuje se zbrojem vremenski osrednjene vrijednosti  $\bar{f}$  i pulsirajućeg dijela  $f'$  [18]:

$$f(x_i, t) = \bar{f}(x_i) + f'(x_i, t) \quad (26)$$

pri čemu je:

$$\bar{f}(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T f(x_i, t) dt \quad (27)$$

gdje je:

$t$  – vrijeme,

$T$  – period osrednjavanja.

Period osrednjavanja treba biti dovoljno velik da u tom slučaju  $\bar{f}$  ne ovisi o početnom trenutku osrednjavanja. Ovakav oblik osrednjavanja naziva se vremensko osrednjavanje.

Uz zanemarenje masenih sila, nestlačivo turbulentno strujanje opisano je jednažbom kontinuiteta (18) te jednažbom količine gibanja (19). Prema navedenim jednažbama jasno je vidljivo da su nepoznate veličine tlak i brzina, koje se mogu izraziti kao zbroj osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg dijela na sljedeći način [16]:

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i \quad (28)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (29)$$

gdje je:

$\bar{v}_i$  – vremenski osrednjena komponenta brzine,

$v'_i$  – pulsirajuća komponenta brzine,

$\bar{p}$  – vremenski osrednjena komponenta tlaka,

$p'$  – pulsirajuća komponenta tlaka.

Kada se jednačbe (28) i (29) uvrste u jednačbu kontinuiteta za nestlačivo strujanje slijedi:

$$\frac{\partial(\bar{v}_j + v'_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (30)$$

Osrednjavanjem jednačbe (30) slijedi jednačba kontinuiteta osrednjenog strujanja:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (31)$$

Razlika jednačbi (30) i (29) predstavlja jednačbu kontinuiteta za pulsirajuće strujanje:

$$\frac{\partial v'_j}{\partial x_j} = 0 \quad (32)$$

Pulsirajuća komponenta se zanemaruje u slučaju kada je od interesa vremenski osrednjeno strujanje.

Uvrštavanjem jednačbi (28) i (29) u jednačbu (25) slijede Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove jednačbe, koje se uz zanemarenje masene sile mogu izraziti kao:

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho v'_i v'_j} \right) \quad (33)$$

gdje je  $-\overline{\rho v'_i v'_j}$  turbulentna difuzija količine gibanja, odnosno turbulentni ili Reynoldsov tenzor naprezanja. RANS jednačbe imaju više nepoznanica nego jednačbi te ne postoji jednoznačno rješenje. Kako bi se stohastička priroda turbulentnog strujanja dovoljno dobro opisala pomoću

vremenski osrednjenog polja tlaka i brzine, potrebno je poznavati puno korelacija brzine i tlaka. Konačan broj korelacija temelj je modela turbulencije, koji osiguravaju zadovoljavajuću točnost rezultata za inženjerske potrebe [16].

### 3.7. $k - \omega$ SST model turbulencije

U ovom radu primijenjen je  $k - \omega$  SST model turbulencije. To je model turbulencije s dvije jednačbe čiji je zadatak rješavanje transportnih jednačbi za turbulentnu kinetičku energiju  $k$  i specifičnu brzinu disipacije turbulentne kinetičke energije  $\omega$  [19]. Prednost ovog modela je veća točnost pri proračunima u graničnom sloju na dijelovima povećanog gradijenta tlaka. Model je primjenjiv u cijeloj domeni graničnog sloja čak i u područjima gdje je utjecaj viskoznosti izrazito velik te dodatne modifikacije nisu potrebne. To je ujedno i najveća prednost ovog modela. Veliki nedostatak  $k - \omega$  modela je osjetljivost na vrijednosti specifičnih brzina disipacije turbulentne kinetičke energije  $\omega$ . Podvrsta navedenog modela primijenjena u ovom završnom radu je  $k - \omega$  SST model turbulencije, nastao kombinacijom  $k - \varepsilon$  modela turbulencije u slobodnoj struji fluida i standardnog  $k - \omega$  modela turbulencije pri strujanju uz krutu stijenu te koristi modificirane linearne konstitutivne jednačbe [19].

### 3.8. Zidne funkcije

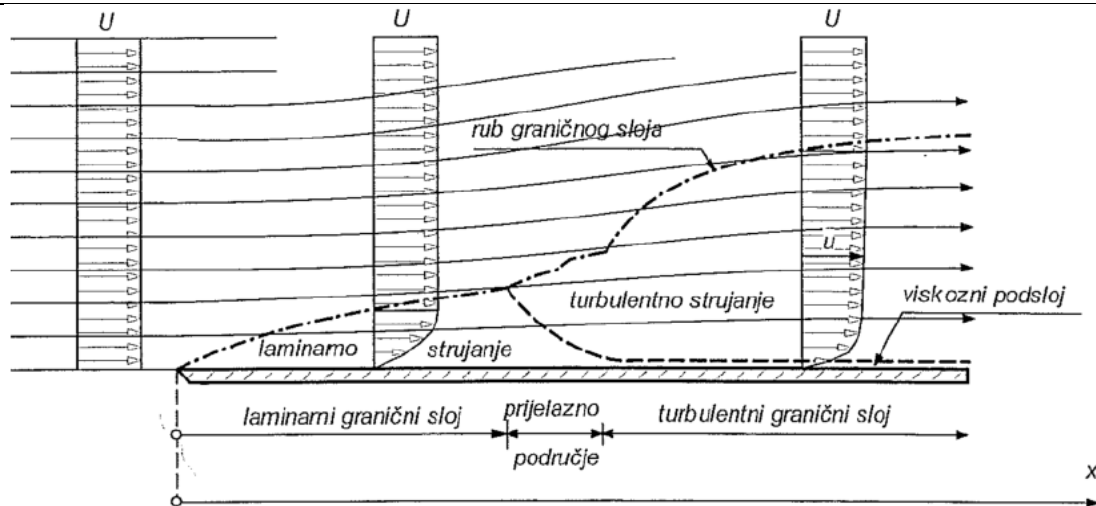
Granični sloj je područje strujanja viskoznog fluida uz krutu, nepropusnu stijenu. To je područje izrazito pojačane vrtložnosti, a dijeli se na laminarno, prijelazno i turbulentno područje. Turbulentno područje dijeli se na unutarnji i vanjski sloj [19]. Unutarnji sloj sastoji se od viskoznog podsloja (eng. *viscous sublayer*) i logaritamskog područja (eng. *log-law region*). Viskozni podsloj dijeli se na linearni podsloj (eng. *linear sublayer*) i prijelazno područje (eng. *buffer layer*).

Modeli turbulencije primjenjivi su pri velikim vrijednostima Reynoldsovog broja.

U laminarnom i prijelaznom području te u unutarnjem sloju turbulentnog područja uz samu stijenu male su vrijednosti Reynoldsovog broja te je potrebno premostiti takva područja definiranjem unutarnjih rubnih uvjeta.

U ovom radu korištene su zidne funkcije (eng. *wall functions*).

Slika 4. prikazuje granični sloj pri strujanju fluida uz čvrstu stijenu. Uz samu stijenu, fluid struji paralelno sa stijenom, a komponenta brzine okomito na stijenu izrazito je mala.



Slika 4. Granični sloj pri strujanju fluida uz čvrstu stijenku [20]

Jednadžba količine gibanja za smjer strujanja glasi:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] = \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (34)$$

gdje je:

$\bar{u}$  – komponenta brzine strujanja paralelno sa stijenkom,

$y$  – udaljenost od stijenke.

Iz jednadžbe (34) može se zaključiti da je ukupno tangencijalno naprezanje konstantno u smjeru okomito na stijenku i jednako naprezanju na stijenci,  $\tau = \tau_w$ .

Profil brzine uz samu stijenku je linearan, a dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti  $\mu_t$  se zanemaruje. Bezdimenzijski izraz za profil brzine linearnog podsloja glasi [16]:

$$u^+ = y^+ \quad (35)$$

gdje je:

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \quad (36)$$

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (37)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (38)$$

gdje je  $\bar{u}$  brzina trenja.

Logaritamski profil brzine izveden je pod pretpostavkom  $\mu \ll \mu_i$ :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (39)$$

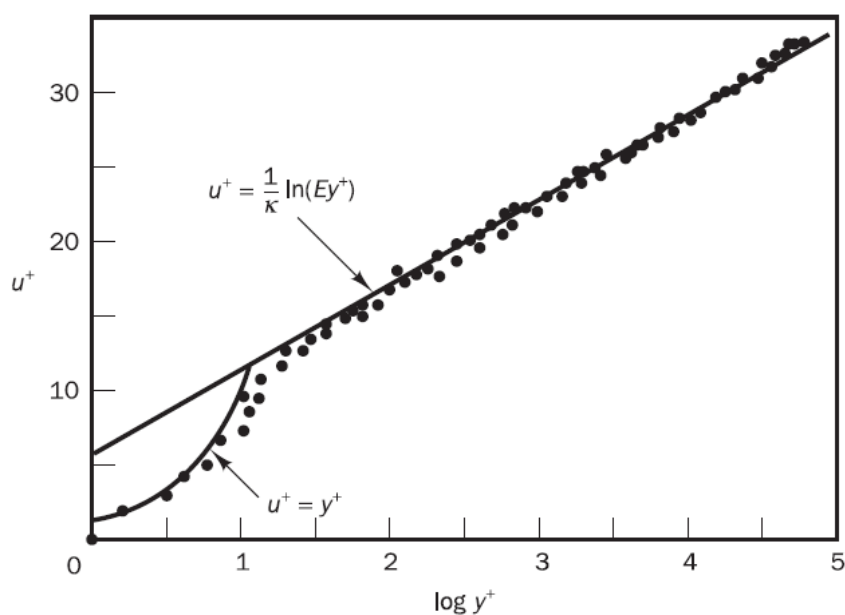
gdje je:

$B$  – integracijska konstanta,

$\kappa$  – von Karmanova konstanta.

Kako bi se profil brzine opisao logaritamski te da bi se mogle primijeniti zidne funkcije potrebno je držati parametar  $y^+$  u granicama  $30 < y^+ < 300$  [19].

Slika 5. prikazuje profil brzine u blizini krute stijenke kao funkciju udaljenosti od stijenke.



**Slika 5. Raspodjela brzine u blizini krute stijenke [21]**

### 3.9. Metoda konačnih volumena

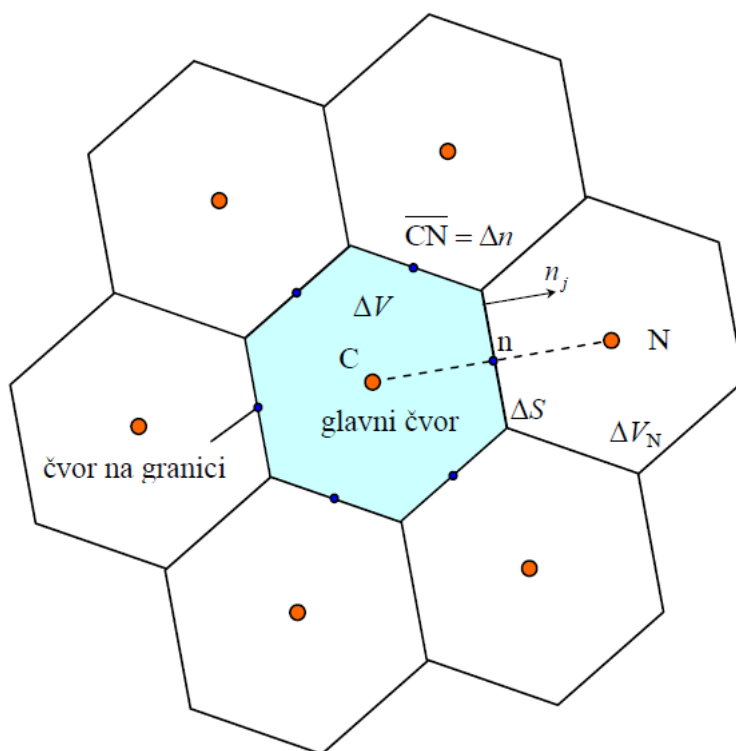
Metoda konačnih volumena omogućuje diskretizaciju RANS jednadžbi na temelju kontrolnih volumena od kojih se sastoji proračunska domena. Diskretizacijom parcijalnih diferencijalnih jednadžbi dobiva se sustav algebarskih jednadžbi.

Metoda konačnih volumena se temelji na integraciji konzervativnog oblika transportnih jednadžbi po konačnim volumenima kako slijedi:



$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = - \int_{\Sigma \Delta S} (\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (40)$$

Prvi član s lijeve strane jednadžbe (40) predstavlja brzinu promjene sadržaja razmatranog fizikalnog svojstva  $\varphi$  u volumenu, koji je jednak zbroju konvekcijskog i difuzijskog protoka  $\varphi$  kroz granice danom prvim članom s desne strane i izvora koji je dan drugim članom s desne strane jednadžbe [16]. Slika 6. prikazuje diskretizirani dio proračunske domene. Prikazana je jedna ćelija diskretiziranog volumena te njezin glavni čvor. Oko ćelije i u dodiru s njom nalaze se dodatni volumeni i njihovi čvorovi te granični čvorovi.



Slika 6. Diskretizirani dio proračunske domene [16]

### 3.10. Metoda udjela fluida u volumenu

Metoda korištena za praćenje i određivanje položaja slobodne površine je metoda udjela fluida u volumenu ili VOF (eng. *Volume of Fluid*) metoda. Omogućuje simulaciju strujanja fluida gdje su vrijednosti tlaka, brzine i temperature za dvije faze na slobodnoj površini jednake [19].

Volumni udio fluida unutar kontrolnog volumena može se odrediti kao:

$$\alpha_i = \frac{V_i}{V} \quad (41)$$

gdje je:

$\alpha_i$  – volumni udio pojedinog fluida u kontrolnom volumenu,

$V$  – je kontrolni volumen,

$V_i$  – volumen  $i$ -tog fluida unutar kontrolnog volumena.

Gustoća  $\rho$  i dinamički koeficijent viskoznosti  $\mu$  računaju se na temelju sljedećih izraza:

$$\rho = \sum_i \rho_i \alpha_i \quad (42)$$

$$\mu = \sum_i \mu_i \alpha_i \quad (43)$$

gdje indeks  $i$  predstavlja  $i$ -tu fazu unutar kontrolnog volumena.

### 3.11. Verifikacija numeričkih rezultata

Verifikacija je postupak kojim se procjenjuje numerička nesigurnost rezultata te omogućuje provjeru konvergencije rezultata dobivenih iterativnim metodama. Za provedbu verifikacije potrebna su barem tri rješenja. U ovom radu verifikacija je provedena na način da su generirane tri različite gustoće mreže te su primijenjena tri različita vremenska koraka [22].

Mreže korištene u postupku verifikacije numeričkih rezultata su:

- gruba mreža (eng. *coarse mesh*),
- srednja mreža (eng. *medium mesh*),
- fina mreža (eng. *fine mesh*).

Razlike u dobivenim numeričkim rezultatima računaju se pomoću sljedećih izraza:

$$\varepsilon_{i,21} = \hat{S}_{i,2} - \hat{S}_{i,1} \quad (44)$$

$$\varepsilon_{i,32} = \hat{S}_{i,3} - \hat{S}_{i,2} \quad (45)$$

gdje je:

$\hat{S}_{i,1}$  – rezultat dobiven primjenom fine mreže,

$\hat{S}_{i,2}$  – rezultat dobiven primjenom srednje mreže,

$\hat{S}_{i,3}$  – rezultat dobiven primjenom grube mreže,

$\varepsilon_{i,21}$  – razlika rezultata srednje i fine mreže,

$\varepsilon_{i,32}$  – razlika rezultata grube i srednje mreže.

Omjer konvergencije  $R_i$  moguće je odrediti na sljedeći način:

$$R_i = \frac{\varepsilon_{i,21}}{\varepsilon_{i,32}} \quad (46)$$

Postoje tri uvjeta koja definiraju vrstu konvergencije na temelju vrijednosti omjera  $R_i$ , a to su:

- $0 < R_i < 1$  – monotona konvergencija,
- $-1 < R_i < 0$  – oscilatorna konvergencija,
- $|R_i| > 1$  – divergencija.

Numerička nesigurnost računa se ovisno o vrsti konvergencije [23].

Kod monotone konvergencije numerička nesigurnost procjenjuje se pomoću metode Richardsonove ekstrapolacije (RE). Greška i red točnosti određuju se pomoću sljedećih izraza:

$$\delta_{RE_{i,1}}^{*(1)} = \frac{\varepsilon_{i,21}}{r_i^{p_i} - 1} \quad (47)$$

$$p_i = \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_{i,32}}{\varepsilon_{i,21}}\right)}{\ln(r_i)} \quad (48)$$

gdje je:

$\delta_{RE_{i,1}}^{*(1)}$  – greška,

$p_i$  – red točnosti,

$r_i$  – omjer profinjenja.

Konačno, nesigurnost  $U_i$  određuje se na sljedeći način:

$$U_i = F_s \left| \delta_{RE_{i,1}}^{*(1)} \right| \quad (49)$$

gdje  $F_s$  predstavlja faktor sigurnosti, čija vrijednost iznosi 1,25.

Kada je riječ o oscilatornoj konvergenciji nesigurnost se procjenjuje na temelju sljedećeg izraza:

$$U_i = \frac{S_U - S_L}{2} \quad (50)$$

gdje  $S_U$  predstavlja gornju, a  $S_L$  donju vrijednost rezultata dobivenog numeričkom simulacijom.

U slučaju divergencije nesigurnost se računa prema izrazu:

$$U_i = |S_U - S_L| \quad (51)$$

Ukupnu nesigurnost numeričke simulacije moguće je odrediti kako slijedi [23]:

$$\overline{U}_{SN} = \sqrt{\overline{U}_G^2 + \overline{U}_T^2} \quad (52)$$

$$\overline{U}_G = \frac{U_i}{\hat{S}_{G,1}} \cdot 100\% \quad (53)$$

$$\overline{U}_T = \frac{U_i}{\hat{S}_{T,1}} \cdot 100\% \quad (54)$$

gdje je:

$\overline{U}_G$  – nesigurnost gustoće mreže,

$\overline{U}_T$  – nesigurnost vremenskog koraka.

### 3.12. Validacija rezultata

Postupkom validacije određuje se odstupanje numeričkih rezultata od eksperimentalnih podataka. Drugim riječima, validacijom se procjenjuje točnost numeričkih simulacija te dobiva uvid koliko dobro matematički model opisuje stvarne pojave.

U ovom radu rezultati dobiveni numeričkim simulacijama uspoređeni su s dostupnim eksperimentalnim podacima na temelju relativne devijacije dane kako slijedi:

$$RD = \frac{C_{T\_RDF} - C_{T\_EKS}}{C_{T\_EKS}} \cdot 100\% \quad (55)$$

---

gdje je:

$C_{T\_RDF}$  – koeficijent ukupnog otpora dobiven numeričkom simulacijom,

$C_{T\_EKS}$  – koeficijent ukupnog otpora određen eksperimentom.

Na temelju jednadžbe (55) postupak validacije proveden je analogno za uron i trim modela broda.

## 4. NUMERIČKE SIMULACIJE POKUSA OTPORA GOLOG TRUPA INSEAN 2340 MODELA BRODA

### 4.1. Ulazni parametri

Pokus otpora golog trupa proveden je na modelu broda INSEAN 2340 koji je identičan modelu DTMB 5415. INSEAN 2340 je model američkog ratnog broda za koji su ispitivanja uz DTMB (eng. *David Taylor Model Basin*) provedena u talijanskom institutu INSEAN (eng. *Italian Ship Model Basin*).

Eksperimentalni podaci te IGES forma dostupni su javno [24]. Nakon pripreme i provjere forme modela broda u programskom paketu Rhinoceros definiran je koordinatni sustav te je model učitao u programski paket STAR-CCM+.

Osnovne značajke broda i modela dane su u tablici 1 [25].

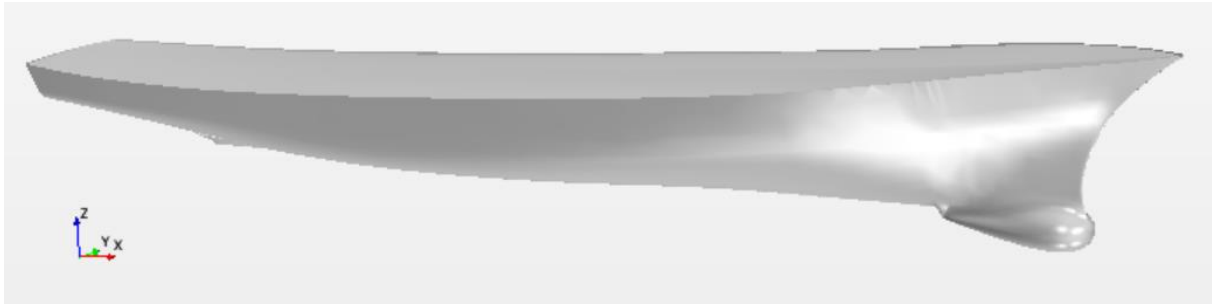
**Tablica 1. Osnovne značajke broda i modela**

Značajka	Brod	Model
$\lambda$	-	24,824
$L_{PP}$	142 m	5,72 m
$B$	18,9 m	0,76 m
$T$	6,16 m	0,248 m
$\Delta$	8636 t	0,549 t
$V$	8425,4 m <sup>3</sup>	0,549 m <sup>3</sup>
$S$	2949,5 m <sup>2</sup>	4,786 m <sup>2</sup>
$C_B$	0,506	0,506
$L_{CG}$	71,6 m	2,89 m
$V_{CG}$	1,39 m	0,056 m
$r_{xx}$	6,99 m	0,282 m
$r_{yy}$	35,5 m	1,43 m
$r_{zz}$	35,5 m	1,43 m

### 4.2. Model broda

Prvi korak unutar programskog paketa STAR-CCM+, prije definiranja domene, je unos geometrije modela koji se vrši naredbom „*import surface mesh*“. Nakon toga slijedi provjera unesene geometrije. Mogući problemi s geometrijom, koji se mogu pojaviti bit će detaljnije objašnjeni u poglavlju 5. Ishodište koordinatnog sustava postavljeno je na konstrukcijskoj vodnoj liniji na krmenoj okomici.

Na slici 7. prikazan je 3D model broda nakon unosa u STAR-CCM+.

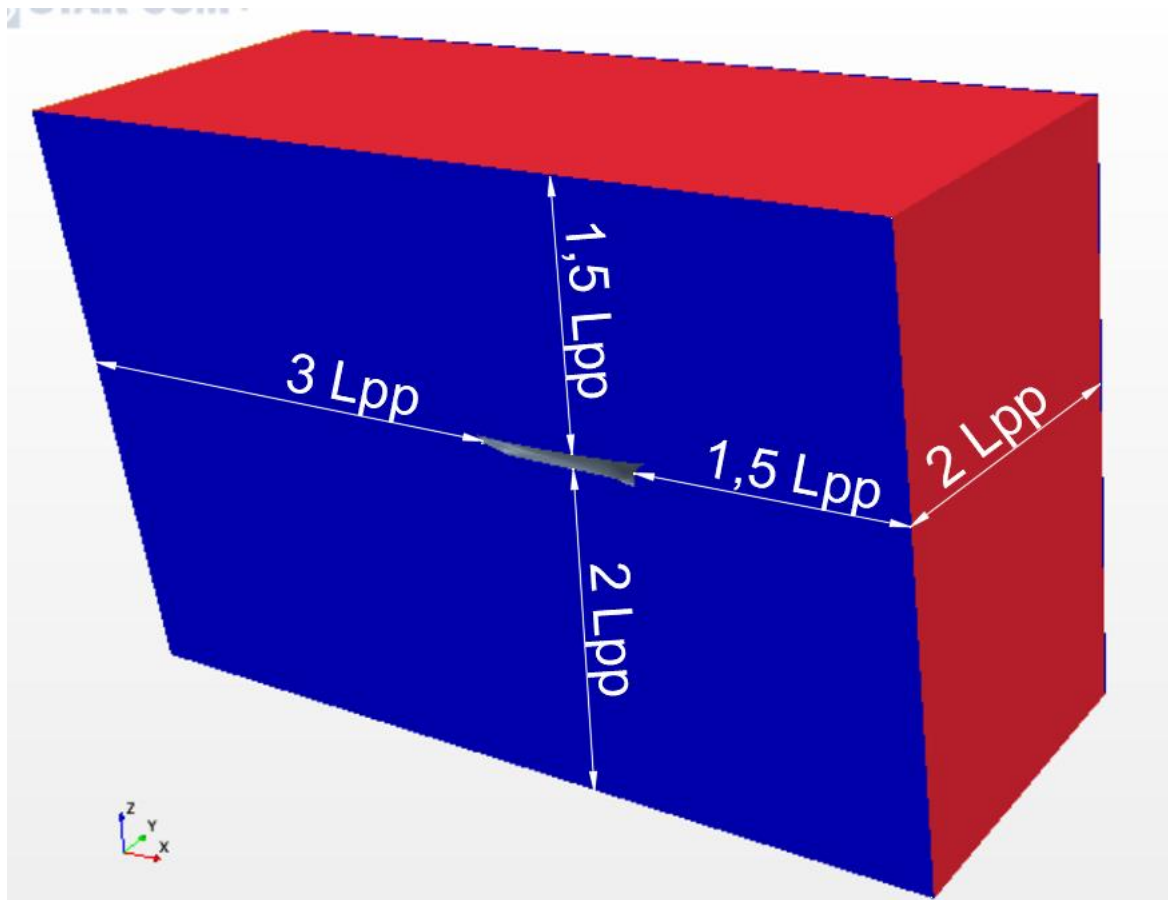


**Slika 7. INSEAN 2340 model**

### 4.3. Kreiranje proračunske domene

Jedan od početnih koraka u okviru postavljanja numeričke simulacije je kreiranje domene u obliku kvadra. Dimenzije kvadra određene su na temelju preporuka ITTC-a (eng. *International Towing Tank Conference*) imajući u vidu položaj koordinatnog sustava [26].

Na slici 8. je prikazana proračunska domena unutar STAR-CCM+.



**Slika 8. Domena numeričke simulacije**

Postavljene su sljedeće granice proračunske domene:

- 3  $L_{PP}$  iza broda,
- 2  $L_{PP}$  ispod broda,
- 1,5  $L_{PP}$  ispred broda,
- 1,5  $L_{PP}$  iznad broda,
- 2  $L_{PP}$  od simetralne ravnine broda.

Kako je model broda simetričan, numeričke simulacije su iz tog razloga provedene za polovicu modela, što smanjuje proračunsko vrijeme.

Operacijom „*Boolean – subtract*“ model se oduzima od kvadra te je na taj način kreirana domena unutar koje se postavljaju rubni uvjeti.

#### 4.4. Rubni uvjeti

Prije diskretizacije geometrijske mreže potrebno je definirati odgovarajuće rubne uvjete [19]. U tablici 2. navedeni su rubni uvjeti na graničnim površinama domene (eng. *regions*). Na samom trupu modela broda postavljen je rubni uvjet zida (eng. *wall*).

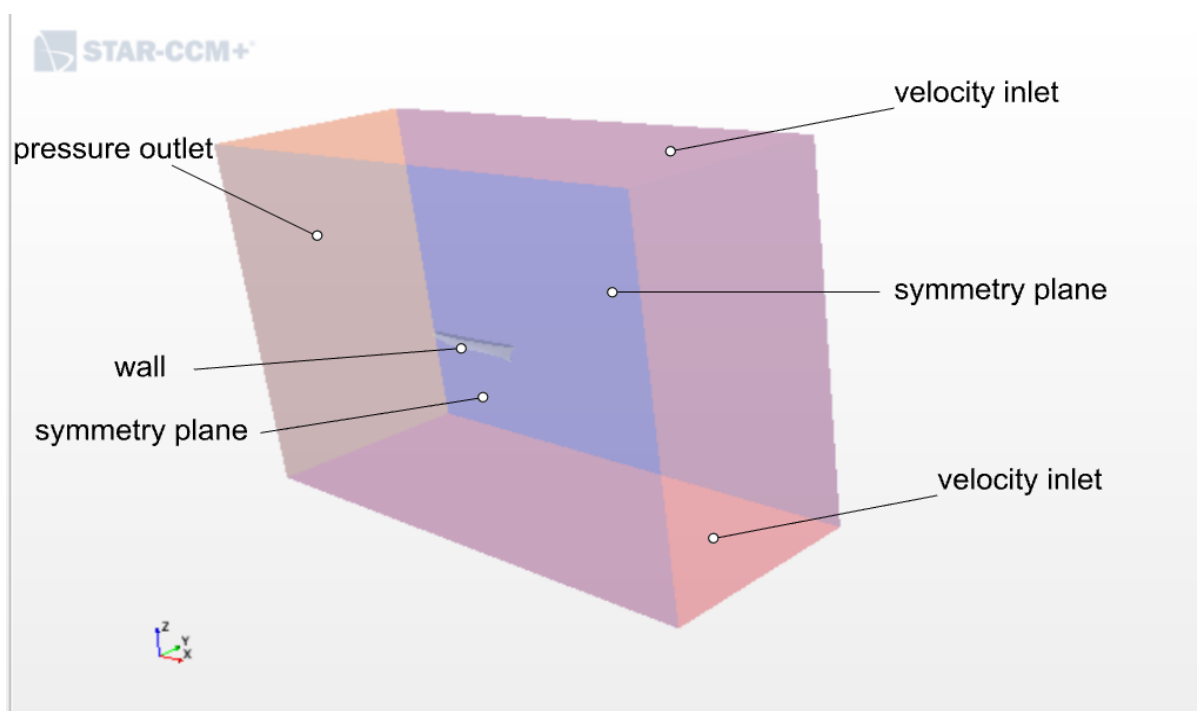
**Tablica 2. Granice domene i njihovi rubni uvjeti**

Naziv granice	Rubni uvjet	eng.
donja ( <i>bottom</i> )	brzina strujanja na ulazu	Velocity inlet
gornja ( <i>top</i> )	brzina strujanja na ulazu	Velocity inlet
ulazna ( <i>inlet</i> )	brzina strujanja na ulazu	Velocity inlet
izlazna ( <i>outlet</i> )	tlak	Pressure Outlet
bočna ( <i>side</i> )	simetrija	Symmetry Plane
simetralna ravnina ( <i>symmetry</i> )	simetrija	Symmetry Plane

Pri provedbi numeričke simulacije omogućena su dva stupnja slobode gibanja modela broda, a to su posrtanje i poniranje. Posrtanje (eng. *pitch*) je rotacijsko gibanje oko osi  $y$ , a poniranje (eng. *heave*) je translacijsko gibanje u smjeru osi  $z$ .

Slika 9. prikazuje zadane rubne uvjete za slučaj kada fluid nastrujava na model broda koji miruje.

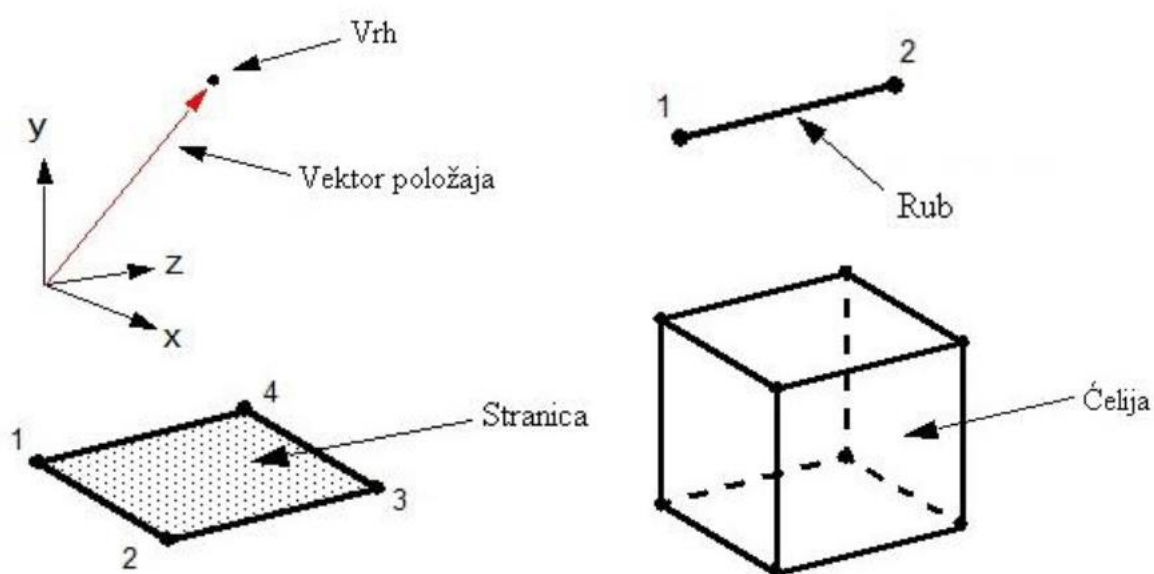




Slika 9. Zadani rubni uvjeti

#### 4.5. Diskretizacija geometrijske mreže

Geometrijska mreža diskretizirana je konačnim volumenima. Osnovni dio mreže je ćelija (eng. *cell*) te se najčešće koristi ćelija oblika heksaedra prikazana na slici 10. Sastavni dijelovi ćelije su vrhovi (eng. *vertex*), rubovi (eng. *feature curves*) i stranice (eng. *faces*).



Slika 10. Sastavni dijelovi heksaedarske ćelije [19]

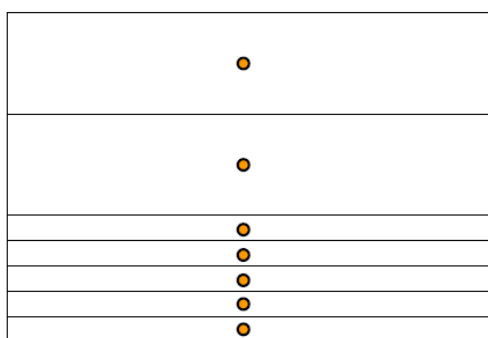
Korišteni alat za diskretizaciju mreže u programskom paketu STAR-CCM+ je alat za automatsku diskretizaciju (eng. *automated mesh*).

Unutar alata za automatsku diskretizaciju primijenjeni su [19] :

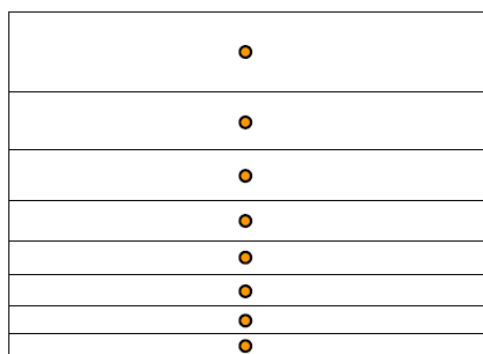
- alat za rediskretizaciju površina,
- alat za automatski popravak površine,
- alat za diskretizaciju izrezanih ćelija,
- alat za diskretizaciju prizama unutar graničnog sloja.

Alat za rediskretizaciju površina (eng. *Surface Remesher*) i alat za automatski popravak površine (eng. *Automatic Surface Repair*) služe za korekciju površinske mreže dok alat za diskretizaciju izrezanih ćelija (eng. *Trimmed Cell Mesher*) kreira nestrukturiranu heksaedarsku mrežu koja je izrezana oko površine tijela [19].

Alat za diskretizaciju prizama unutar graničnog sloja (eng. *Prism Layer Mesher*) kreira prizmatične ćelije u graničnom sloju. Potrebno je osigurati postupni prijelaz između veličine ćelija. Na slici 11. prikazana su dva načina diskretizacije mreže graničnog sloja.



**Loše:** skokovita promjena veličine ćelija



**Dobro:** kontinuirana promjena veličine ćelija

**Slika 11. Primjeri diskretizacije graničnog sloja [16]**

Sljedeći korak je odabir postavki diskretizacije grube mreže. U tablici 3. prikazane su odabrane postavke.

**Tablica 3. Detaljne postavke diskretizacije grube mreže**

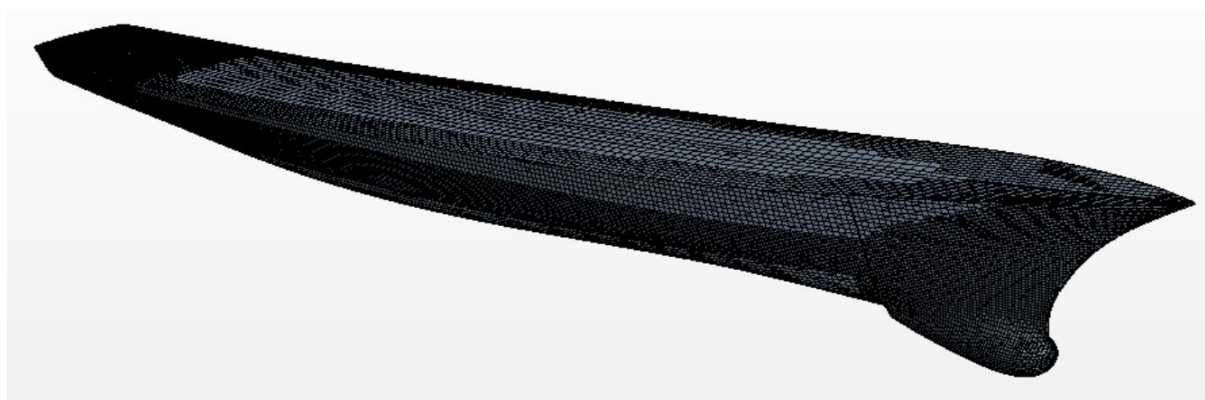
Postavka	Opcija	Vrijednost
Osnovna veličina	Vrijednost	0,09 m
Ciljana veličina površine	Postotak osnovne veličine	50%
Minimalna veličina površine	Postotak osnovne veličine	6,25%
Zakrivljenost površine	Broj točaka u krugu	36
Automatski popravak površine	Minimalna neposredna blizina	0,001
Broj slojeva prizama	Broj	5
Ukupna debljina sloja prizama	Apsolutna vrijednost	0,0135 m
Faktor rastezanja	Koeficijent	1,6
Stopa rasta	Zadana stopa rasta	Sporo
Stopa rasta	Stopa rasta granice	Sporo
Maksimalna veličina površine	Postotak osnovne veličine	1600%

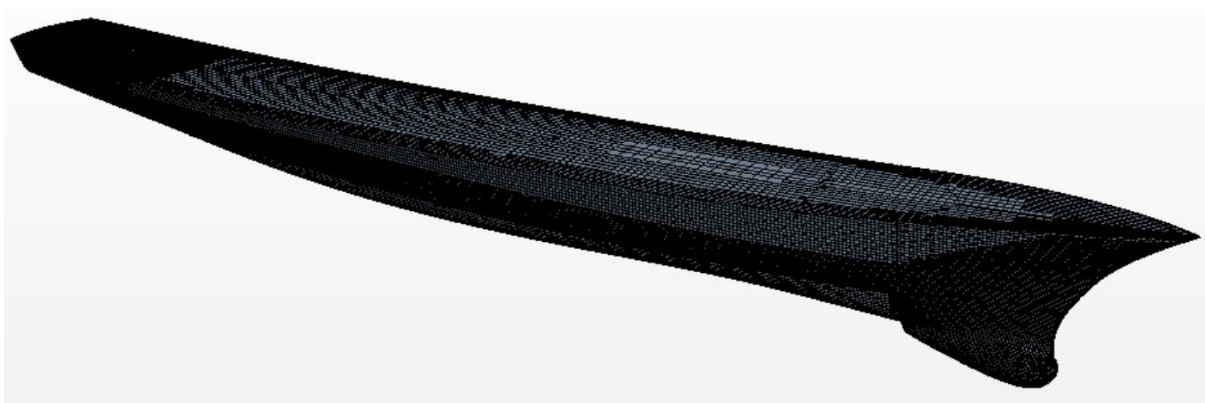
U ovom radu korištene su tri različite gustoće mreže. Važno je napomenuti kako su za srednju i finu mrežu sve postavke iste kao one prikazane u tablici 3., osim osnovne veličine ćelije koja se smanjuje s omjerom profinjenja  $\sqrt{2}$ . Osnovne veličine ćelija grube, srednje i fine mreže prikazane su u tablici 4.

**Tablica 4. Osnovne veličine pojedine mreže**

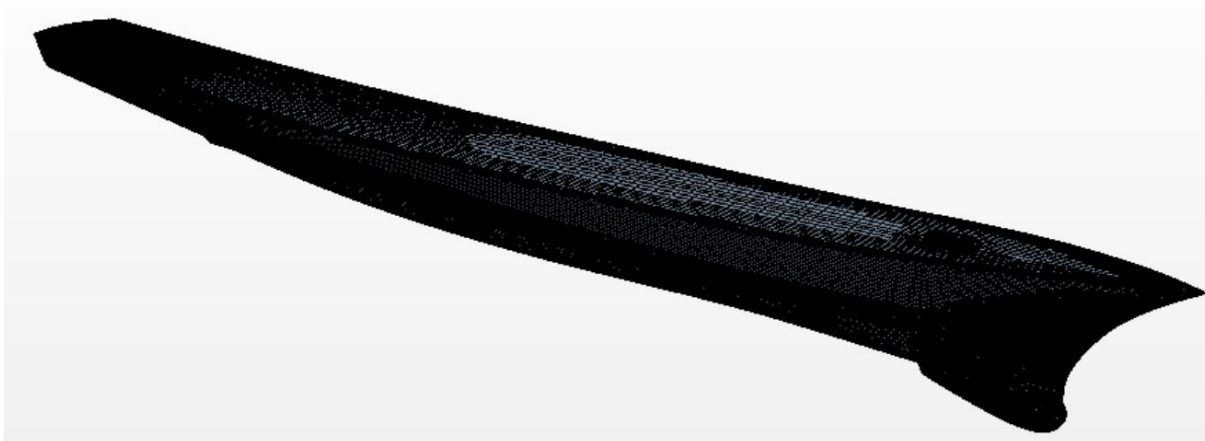
Mreža	Osnovna veličina ćelije
Gruba mreža	0,09 m
Srednja mreža	0,064 m
Fina mreža	0,045 m

Slike 12.-14. prikazuju model broda diskretiziran grubom, srednjom i finom mrežom.

**Slika 12. Gruba mreža modela broda**



**Slika 13. Srednja mreža modela broda**



**Slika 14. Fina mreža modela broda**

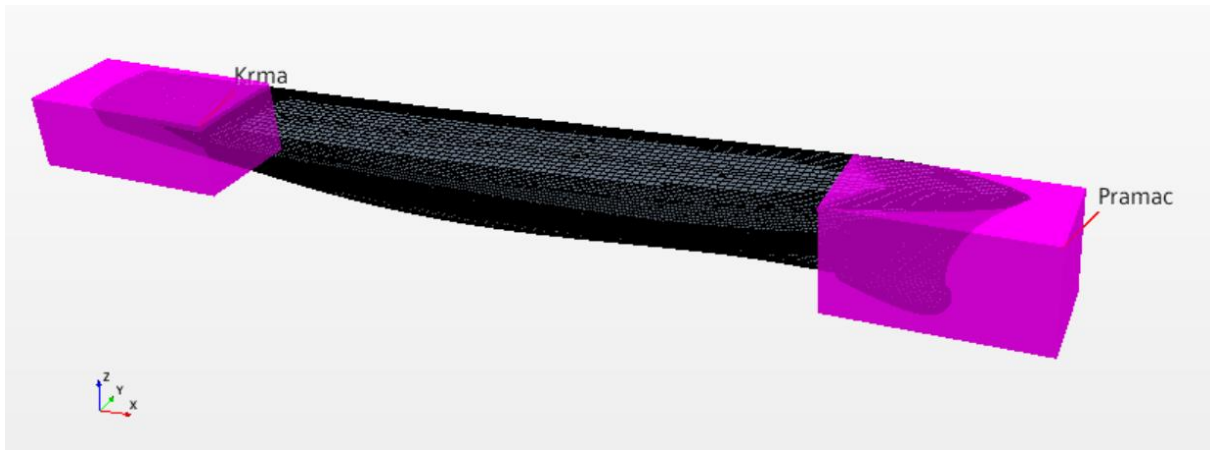
#### **4.6. Profinjenja oko modela broda**

Da bi se dobili što bolji rezultati numeričke simulacije, prilikom postupka diskretizacije geometrijske mreže potrebno je generirati dodatna profinjenja u određenim područjima od interesa [19]. Dodatna profinjenja generiraju se pomoću volumetrijskih kontrola.

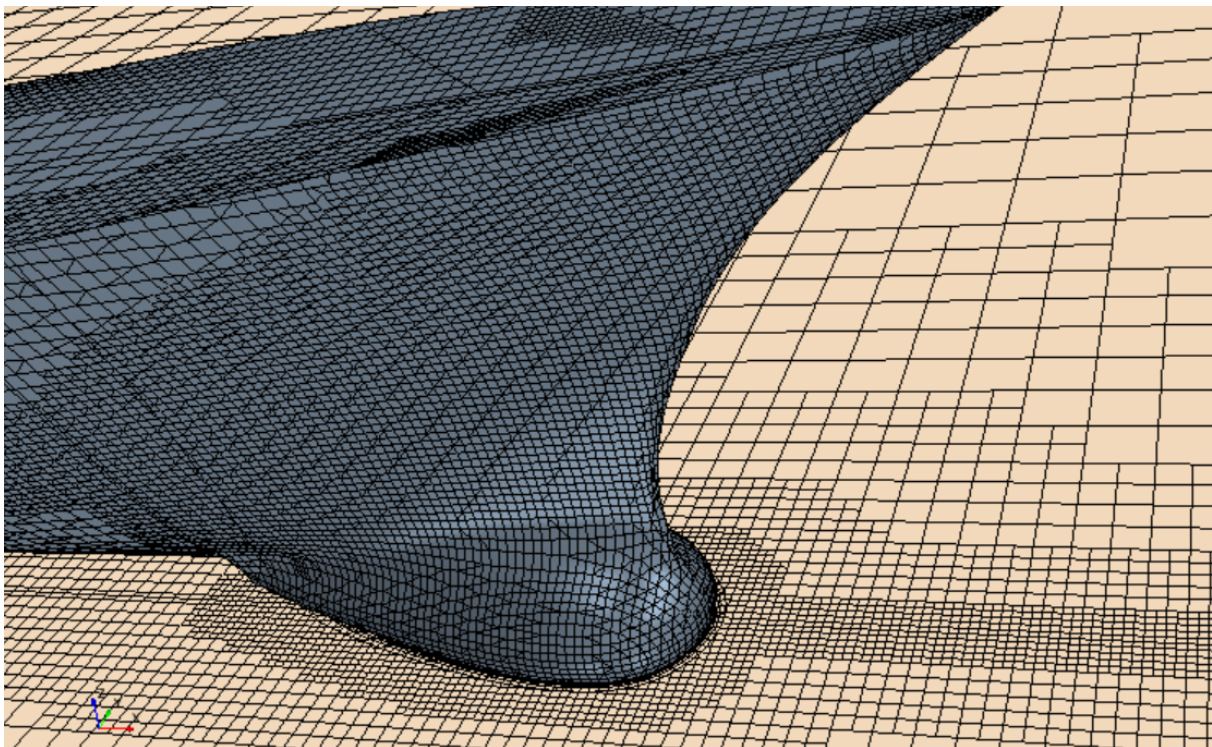
Područja u kojima je potrebno dodatno profiniti mrežu su:

- područje oko pramca,
- područje oko krme,
- područje oko trupa broda,
- područja gdje dolazi do odvajanja strujanja,
- područja u kojima se događaju značajne promjene brzine,
- Kelvinov kut valova,
- područja dodira dvaju fluida odnosno slobodna površina između vode i zraka.

Na slici 15. prikazane su volumetrijske kontrole krme i pramca generirane u obliku kvadra. Veličine ćelija unutar ovih područja odgovaraju 12,5% osnovne veličine ćelije. U području krme, a pogotovo pramca dolazi do naglih prijelaza i zakrivljenosti trupa te je bitno u tim područjima generirati finiju mrežu. Slika 16. prikazuje generiranu mrežu u području pramca.



**Slika 15. Volumetrijske kontrole krme i pramca**



**Slika 16. Generirana mreža u području pramca**

Za diskretizaciju graničnog sloja korišten je ranije spomenuti alat za diskretizaciju prizama unutar graničnog sloja.



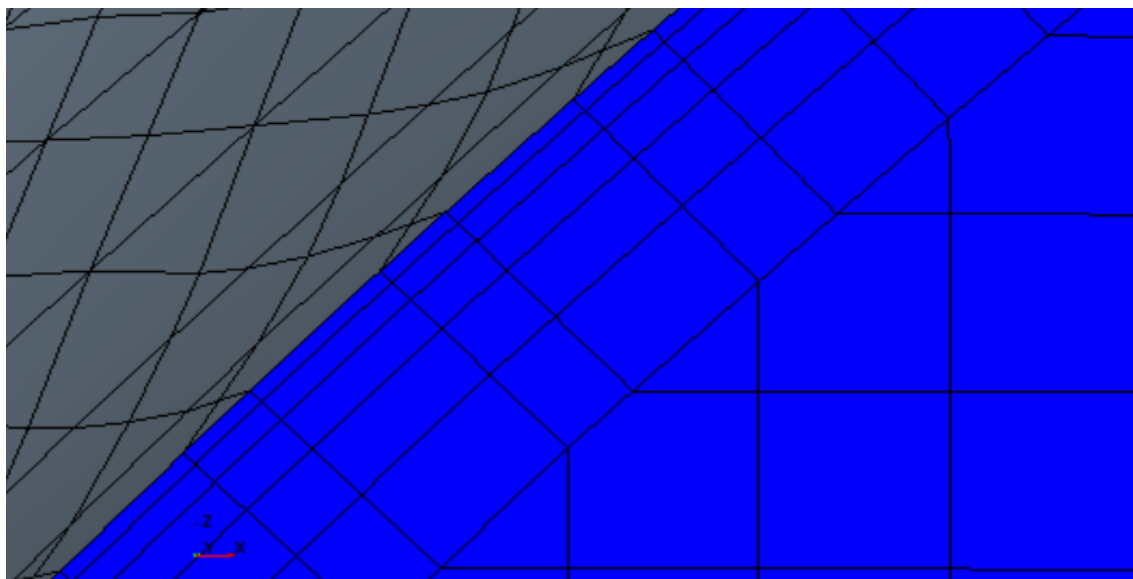
Postavke koje utječu na diskretizaciju graničnog sloja su:

- ukupna debljina sloja prizama (eng. *Prism Layer Total Thickness*),
- broj slojeva prizama (eng. *Number of Prism Layers*),
- faktor rastezanja (eng. *Prism Layer Stretching*).

Bitno je odrediti visinu prve ćelije tako da je zadovoljena vrijednost parametra  $y^+$  dok se svaka sljedeća ćelija povećava na temelju faktora rastezanja. Visina prve ćelije određuje se pomoću Reynoldsovog broja, duljine modela i parametra  $y^+$  čije se vrijednosti nalaze u granicama od 30 do 300. Posljednja ćelija graničnog sloja ne smije biti veća od prve ćelije mreže koja se nastavlja na prizmatične ćelije te je bitno ostvariti postupni prijelaz iz jednog područja u drugo. Izraz za određivanje  $y^+$  glasi [27]:

$$y^+ = 0,172 \left( \frac{y}{L} \right) Re^{0,9} \quad (56)$$

u kojemu je  $y$  polovina visine prve ćelije uz stijenku.



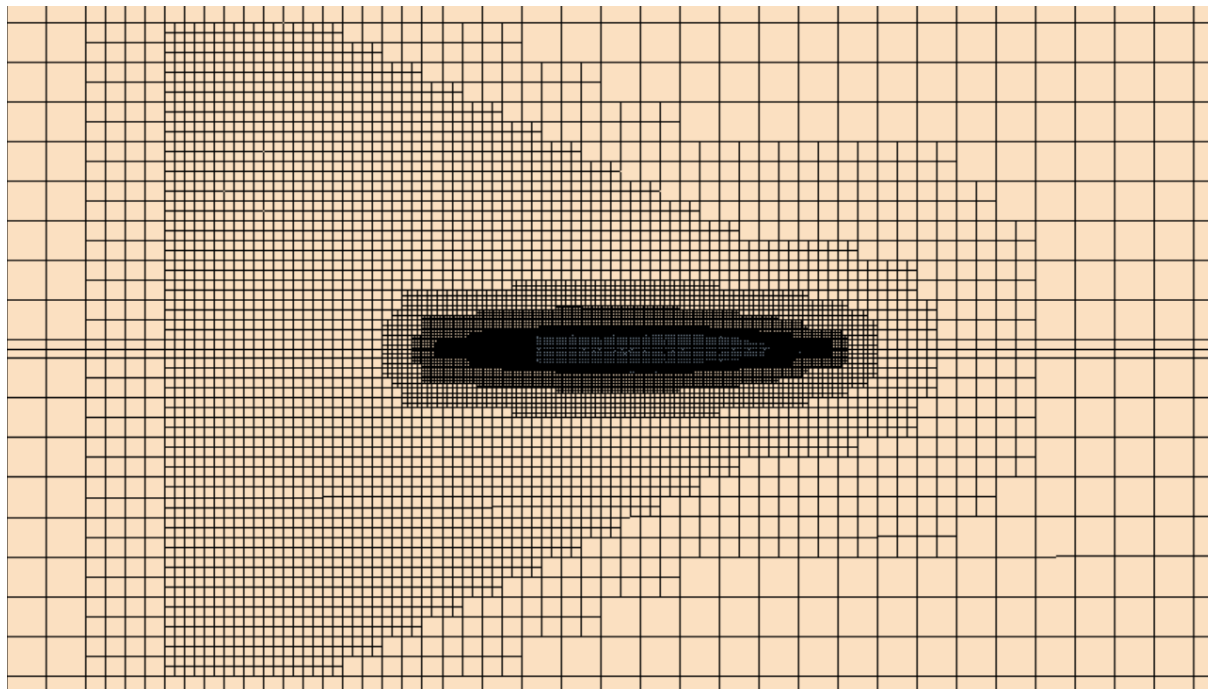
**Slika 17. Prizmatične ćelije unutar graničnog sloja**

U području oko trupa modela broda izvan graničnog sloja generirane su četiri volumetrijske kontrole. Na temelju geometrije modela i udaljenosti od samoga trupa korištena su profinjenja u obliku cilindra i kvadra.

Kada je riječ o slobodnoj površini, u tom području su generirana tri kvadra s različitim veličinom ćelija u smjeru osi  $z$  da bi se što bolje opisala očekivana slobodna površina.

Za što bolji opis slike valova i Kelvinovog kuta generirane su tri volumetrijske kontrole oblika cilindra i kvadra.

Na slici 18. prikazan je tlocrtni presjek diskretizirane grube mreže.



**Slika 18. Tlocrtni presjek diskretizirane grube mreže**

Kao što je već spomenuto, u ovom radu su korištene tri različite gustoće mreže te je u tablici 5. dan prikaz broja ćelija pojedine mreže.

**Tablica 5. Broj ćelija pojedine mreže**

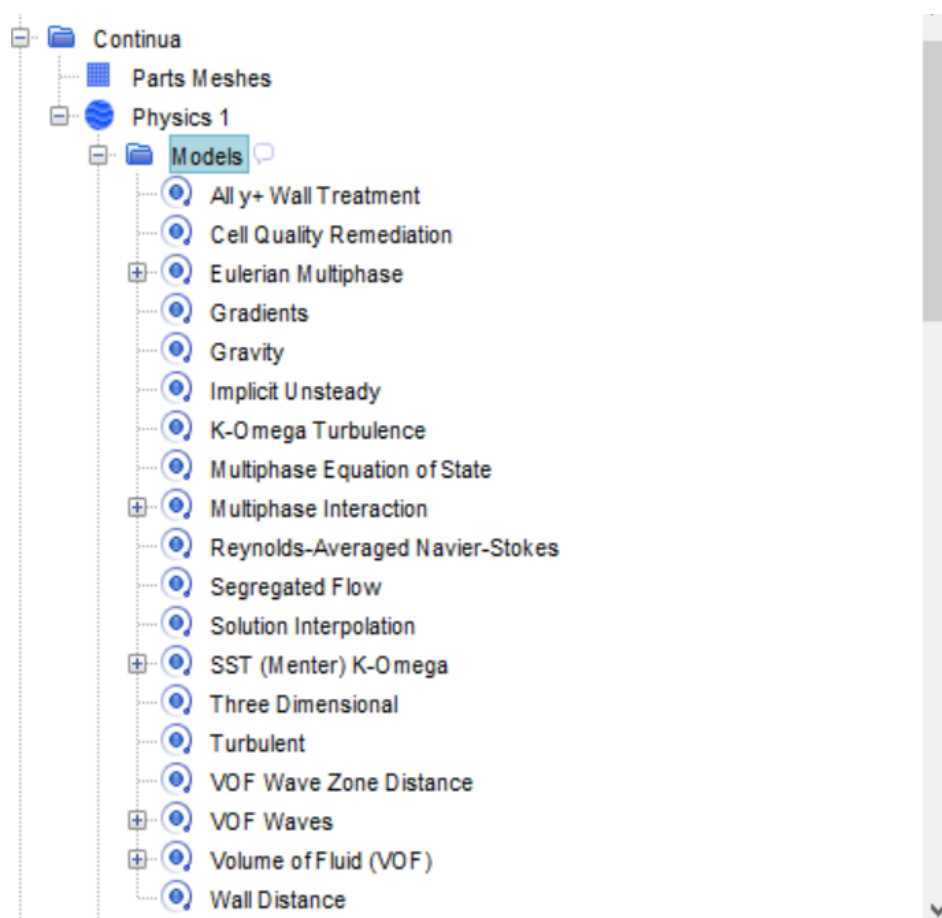
Mreža	Broj ćelija
Gruba mreža	634 016
Srednja mreža	1 221 074
Fina mreža	2 588 414

#### 4.7. Odabir fizikalnog modela

Kako bi se opisalo strujanje fluida oko trupa modela broda važno je izabrati valjani fizikalni model. Prvenstveno je potrebno definirati svojstva vode i zraka. Eulerov multifazni model (eng. *Eulerian Multiphase*) omogućuje određivanje slobodne površine čiji se položaj mijenja s vremenom. Također je potrebno definirati VOF valove (eng. *flat VOF waves*). Numerička simulacija provodi se na način da model broda miruje, a fluid nastrujava na njega. U ovom radu

numeričke simulacije provedene su za jedan Froudeov broj odnosno jednu brzinu koju je bitno unijeti u postavke VOF valova. Nakon toga postavljaju se rubni uvjeti za tlak, brzinu i udio fluida u volumenu. Tijekom numeričke simulacije može doći do refleksije valova koje mogu utjecati na rezultate [19]. Taj problem rješava se prigušivanjem VOF valova (eng. *VOF wave damping*). Duljina prigušenja VOF valova (eng. *VOF wave damping length*) određena je prema preporuci [19] u iznosu jedne duljine modela broda na ulaznoj, izlaznoj i bočnoj granici proračunske domene. Također do refleksije valova može doći i uslijed naglih prijelaza unutar same mreže [19]. Na kraju je potrebno definirati model dinamičke interakcije fluida i tijela (eng. *DFBI – Dynamic Fluid Body Interaction*), čija je svrha određivanje dinamičke ravnoteže modela broda na temelju sila koje na njega djeluju pri nstrujavanju fluida. Gibanje modela broda svedeno je na dva stupnja slobode, a to su poniranje i posrtanje. Unutar modela dinamičke interakcije fluida i tijela potrebno je unijeti polovicu mase modela broda, momente tromosti i težište.

Na slici 19. se nalazi odabrani fizikalni model.



Slika 19. Odabrani fizikalni model



#### 4.8. Postavke parametara rješavača

Neposredno prije pokretanja simulacije potrebno je postaviti parametre rješavača (eng. *solver parameters*). Za početak je definiran vremenski korak kao  $T/200$  što odgovara najfinijem vremenskom koraku.

Period  $T$  određuje se dijeljenjem duljine modela broda s brzinom modela. U postupku verifikacije su za finu mrežu korištena još dva vremenska koraka:  $T/100$  i  $T/50$ .

Ukupno fizikalno vrijeme (eng. *Maximum Physical Time*) određuje se kao  $20T$  te iznosi 54,5 s.

Kako bi se osigurala bolja konvergencija rezultata po vremenskom koraku te onemogućila potencijalna nestabilnost rješenja uslijed značajnije promjene rješenja između koraka iteracije, definirani su podrelaksacijski faktori. Podrelaksacijski faktor za tlak iznosi 0,4, za brzinu 0,7, a za volumni udio 0,8. Maksimalni broj unutarnjih iteracija iznosi 10.

U tablici 6. prikazani su odabrani vremenski koraci.

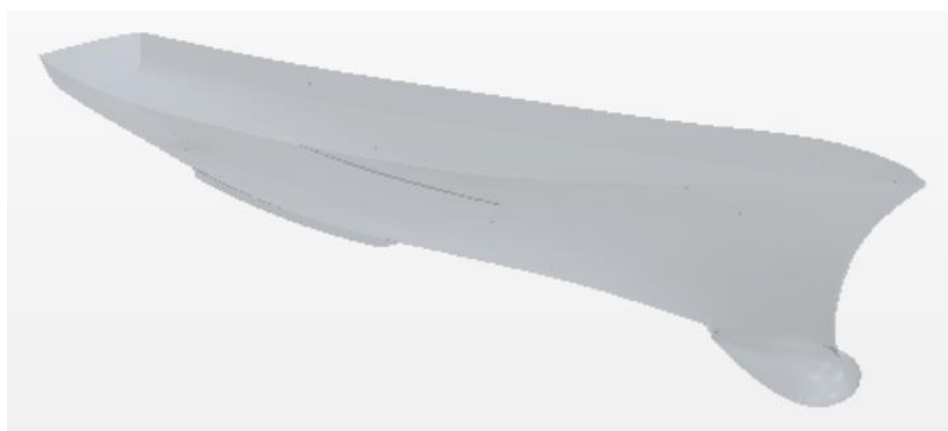
**Tablica 6. Odabrani vremenski koraci**

Vremenski korak	Vrijednost
fini	0,014 s
srednji	0,028 s
grubi	0,055 s

## 5. PROVEDBA NUMERIČKE SIMULACIJE POKUSA OTPORA MODELA BRODA S LJULJNIM KOBILICAMA

U ovom poglavlju opisan je postupak provedbe pokusa otpora trupa modela broda s ljuljnim kobilicama. Analogno golom trupu modela broda, potrebno je učitati u STAR-CCM+ model broda s ljuljnim kobilicama, čija je forma dostupna u literaturi [24]. Numerička simulacija provedena je za najmanji vremenski korak i najveću gustoću mreže.

Na slici 20. prikazan je model broda s ljuljnim kobilicama nakon unosa u STAR-CCM+.



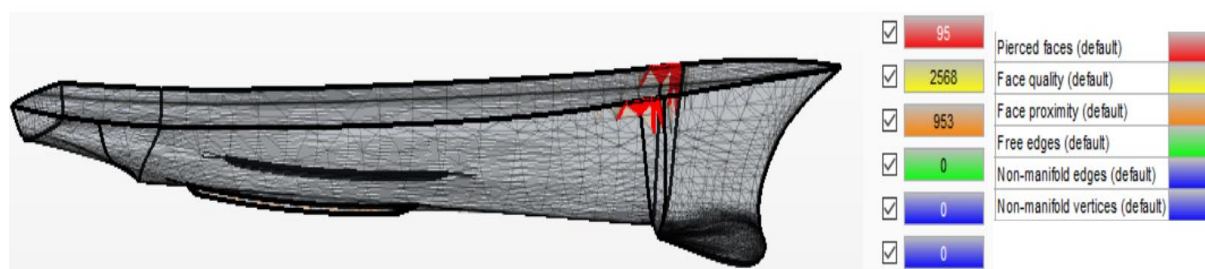
**Slika 20. INSEAN 2340 model s ljuljnim kobilicama**

Za model broda s ljuljnim kobilicama korištena je ista proračunska domena kao kod golog trupa. Postavljeni su identični rubni uvjeti, korišten je isti fizikalni model, a geometrijska mreža diskretizirana je na isti način (fina mreža). Većina postavki ostala je ista osim nekoliko modifikacija koje će biti navedene u nastavku.

### 5.1. Kontrola unesene geometrije

Za razliku od golog trupa modela broda u slučaju modela broda s kobilicama pojavili su se problemi prilikom unosa geometrije u STAR-CCM+ i to ne manifoldni rubovi (eng. *non manifold edges*) koji su ispravljani ručno. Ostali problemi kao što su probijene stranice (eng. *pierced faces*), kvaliteta stranice (eng. *face quality*) te bliske stranice (eng. *face proximity*) automatski su ispravljani prilikom površinske diskretizacije. Ukoliko postoje slobodni rubovi (eng. *free edges*) i ne manifoldni vrhovi (eng. *non manifold vertices*), njih je potrebno kao i ne manifoldne rubove rješavati ručno pomoću alata „*repair surface mesh*“ [19].

Slika 21. prikazuje probleme površinske mreže koji se pojavljuju nakon unosa geometrije.



Slika 21. Problemi površinske mreže

## 5.2. Diskretizacija fine mreže modela broda s kobilicama

Fina mreža diskretizirana je na isti način kao kod golog trupa modela broda. Sve postavke diskretizacije identične su onima prikazanim u tablici 3., osim osnovne veličine ćelije koja iznosi 0,045 m za finu mrežu.

Volumetrijske kontrole (profinjenja) također su iste kao kod golog trupa, ali je za potrebe ove numeričke simulacije kreirana dodatna volumetrijska kontrola u obliku kvadra oko kobilica, slika 22.



Slika 22. Volumetrijska kontrola oko ljuljnih kobilica

U tablici 7. prikazane su postavke diskretizacije mreže u području profinjenja oko ljuljnih kobilica.

Tablica 7. Postavke diskretizacije fine mreže oko kobilica

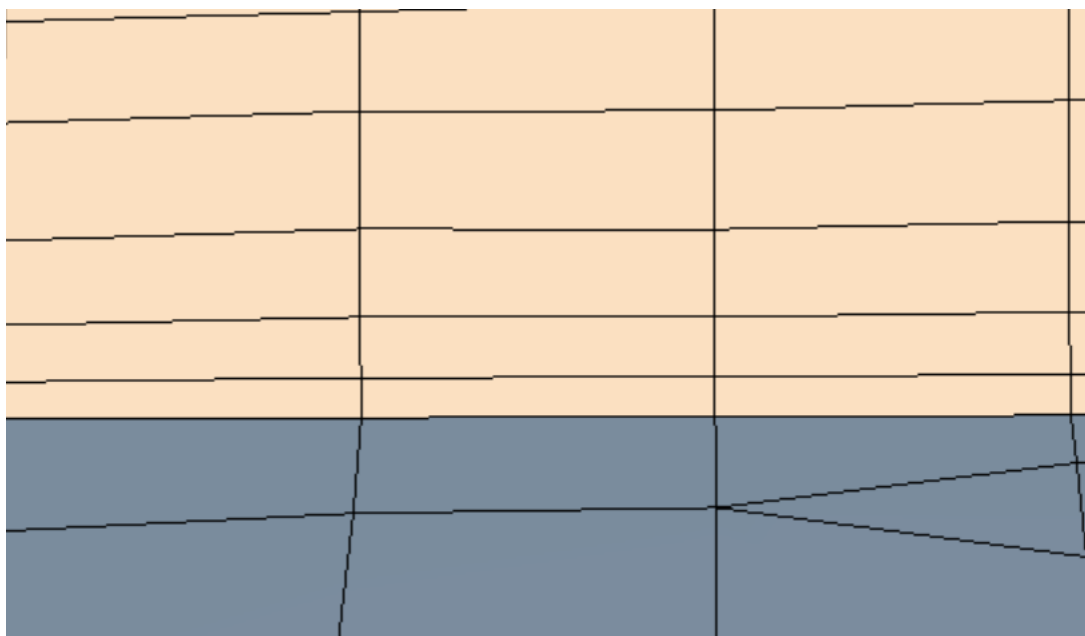
Postavka	Opcija	Vrijednost
Osnovna veličina	Vrijednost	0,045 m
Ciljana veličina površine	Postotak osnovne veličine	25%
Minimalna veličina površine	Postotak osnovne veličine	6,25%

Broj ćelija fine mreže za model s ljuljnim kobilicama i za goli trup prikazan je u tablici 8.

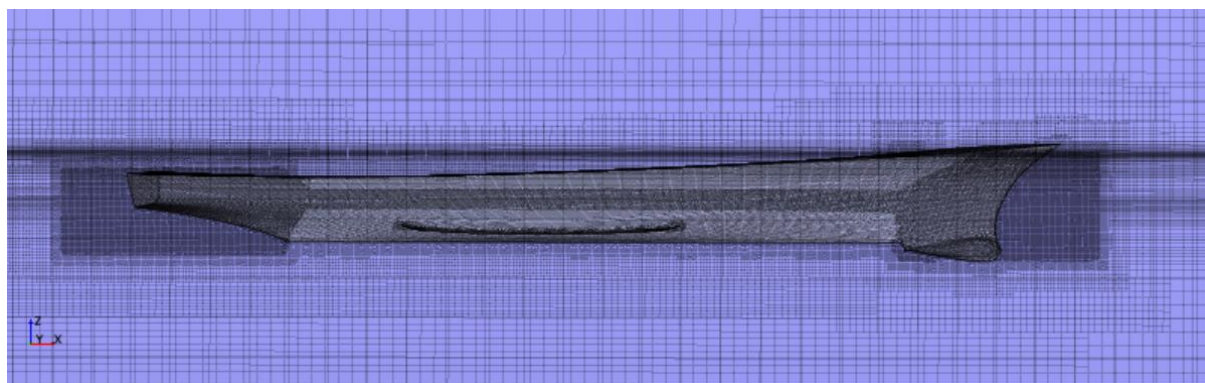
**Tablica 8. Broj ćelija finih mreža**

Mreža	Broj ćelija
Fina mreža za goli trup	2 588 414
Fina mreža s ljuljnim kobilicama	2 624 010

Na slici 23. prikazane su prizmatične ćelije unutar graničnog sloja oko kobilica.

**Slika 23. Prizmatične ćelije unutar graničnog sloja oko kobilica**

Na slici 24. prikazana je diskretizirana fina mreža modela broda s ljuljnim kobilicama.

**Slika 24. Diskretizirana fina mreža modela broda s ljuljnim kobilicama**

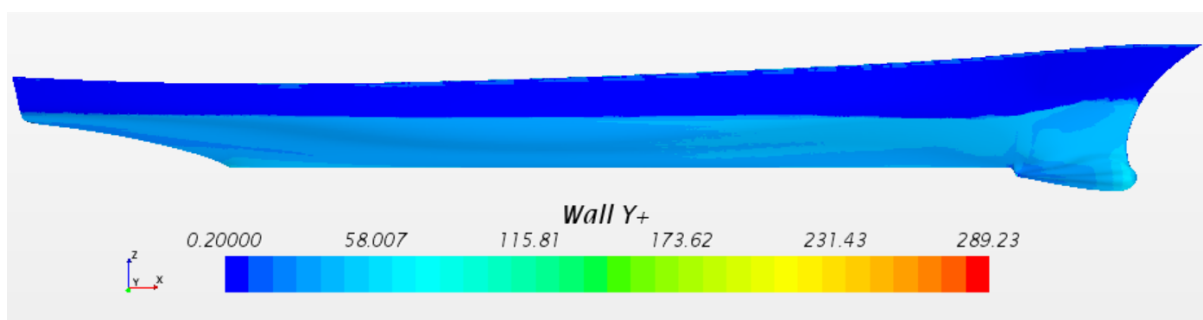
## 6. ANALIZA REZULTATA NUMERIČKE SIMULACIJE

U nastavku je dan pregled rezultata numeričke simulacije pokusa otpora golog trupa modela broda INSEAN 2340. Prikazani su dobiveni rezultati za koeficijent ukupnog otpora, uron/izron i trim dobiveni primjenom tri gustoće mreže s najmanjim vremenskim korakom te tri vremenska koraka za finu mrežu. Svi rezultati uspoređeni su s eksperimentalnim podacima koji su dostupni u literaturi [25]. Uz validaciju rezultata proveden je i postupak verifikacije te je izračunata numerička nesigurnost.

Također je dana usporedba rezultata ukupnog otpora dobivenih primjenom fine mreže i najmanjeg vremenskog koraka za goli trup i model broda s ljuljnim kobilicama.

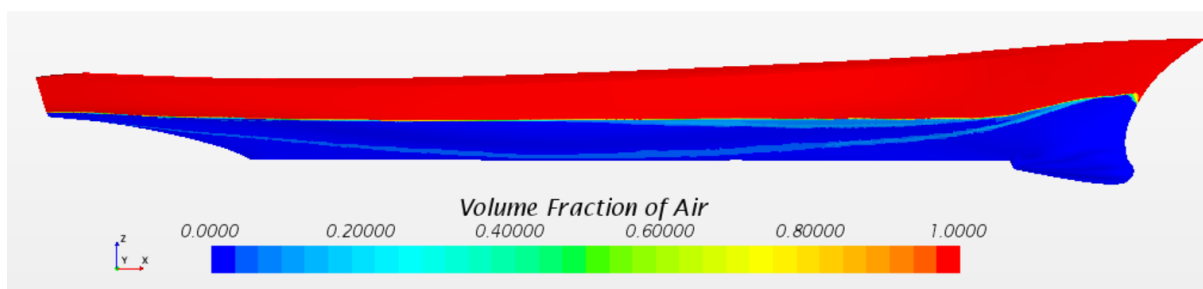
### 6.1. Prikaz rezultata

Slika 25. prikazuje raspodjelu parametra  $y^+$  na golom trupu modela broda primjenom fine mreže. Vidljivo je da se vrijednost parametra  $y^+$  nalazi između 30 i 300 na većini oplakane površine modela broda.



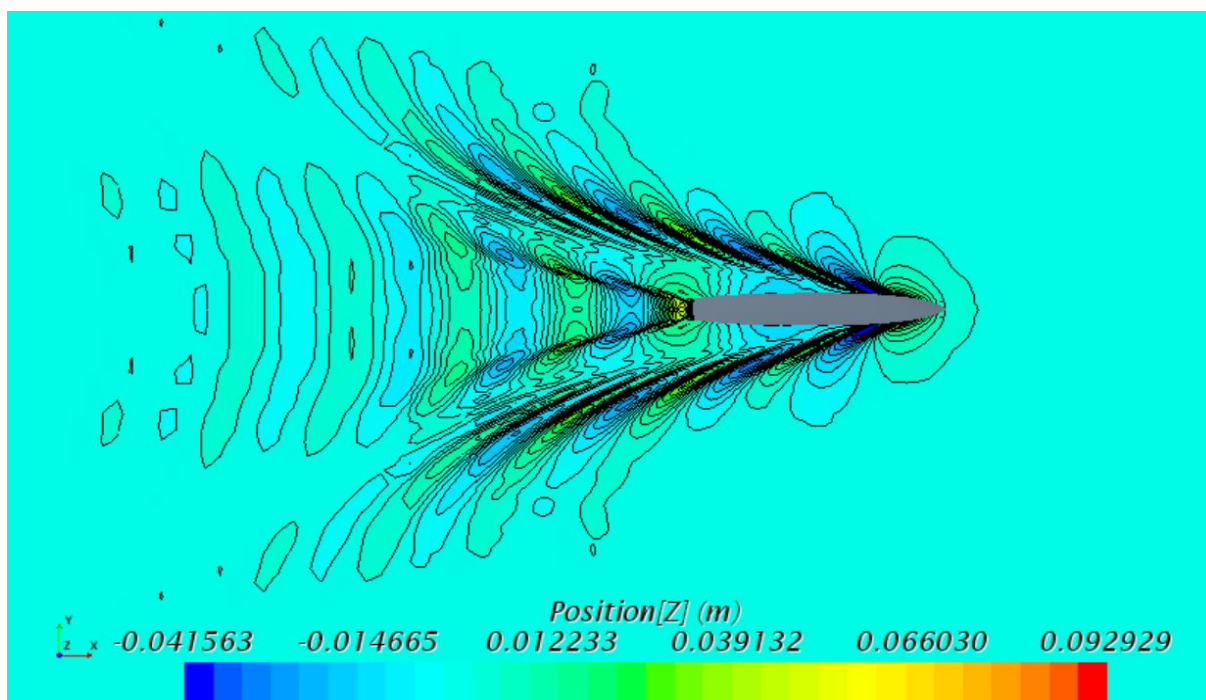
Slika 25. Raspodjela  $y^+$  na golom trupu za finu mrežu

Na slici 26. prikazana je slobodna površina uzduž golog trupa određena na temelju volumnog udjela zraka u ćeliji. Kada je vrijednost jednaka 1 volumen je ispunjen zrakom, dok je za vrijednost 0 volumen ispunjen vodom.



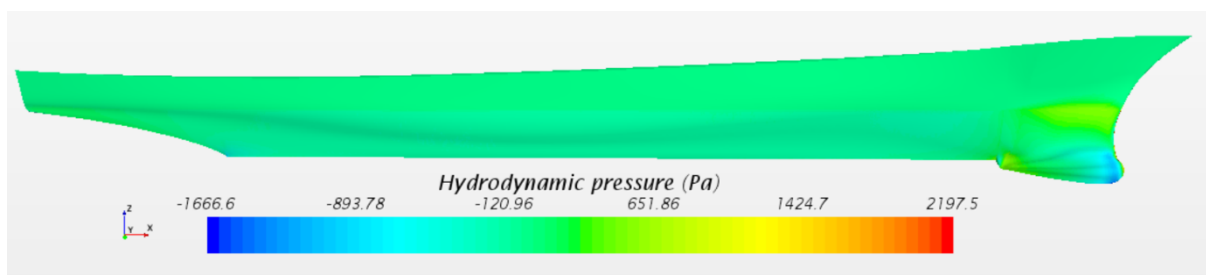
Slika 26. Slobodna površina uzduž golog trupa za finu mrežu

Na slici 27. prikazan je sustav poprečnih i razilaznih valova te Kelvinov kut. Također se jasno primjećuje krmeni i pramčani sustav razilaznih i poprečnih valova.

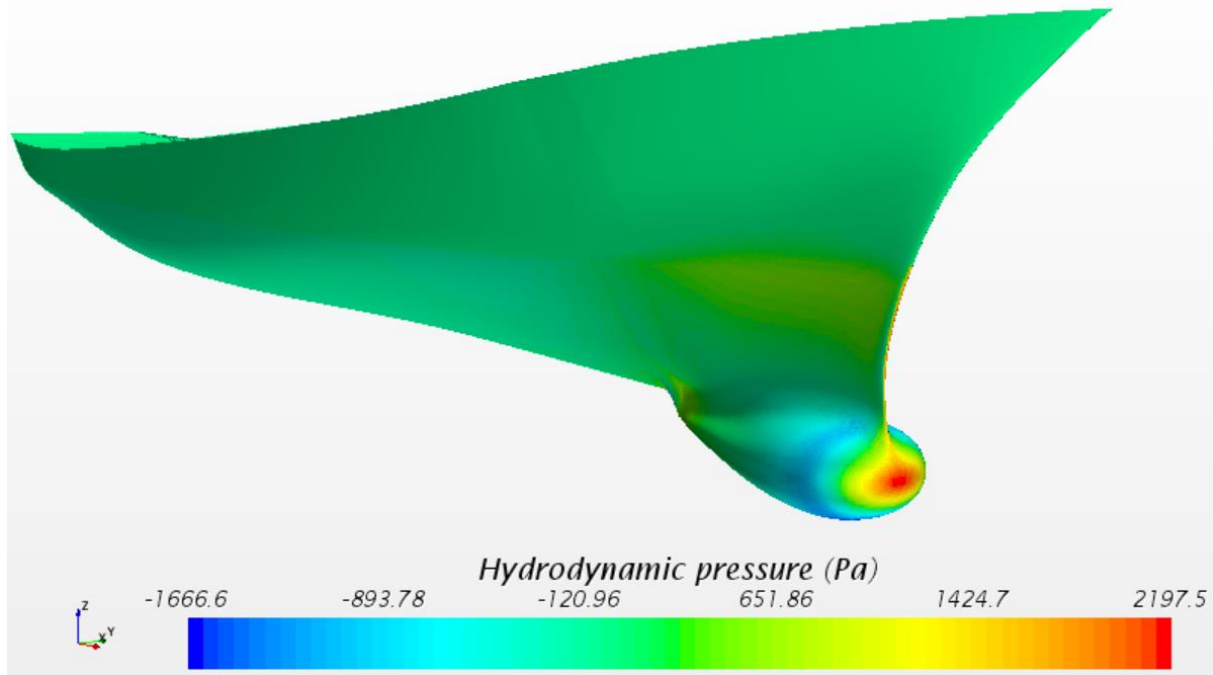


**Slika 27. Slika valova oko golog trupa za finu mrežu**

Na slici 28. dan je prikaz raspodjele hidrodinamičkog tlaka po oplakanoj površini modela broda dobiven primjenom fine mreže. Najveće promjene hidrodinamičkog tlaka moguće je primijetiti u području oko bulba broda, slike 28. i 29. što uzrokuje pramčani val koji je moguće primijetiti na slici 26. Drugim riječima na slobodnoj površini dolazi do promjene tlaka što uzrokuje stvaranje valova. Isto tako, vidljiva je raspodjela pretlaka i podtlaka na površini bulba. Najveći tlak moguće je primijetiti na početnom dijelu bulba, gdje je gradijent tlaka izraženiji te potom nastupa podtlak. Pomičući se prema krmi, tlak se u pramčanom dijelu trupa povećava te se potom u središnjem dijelu trupa broda smanjuje i ostaje gotovo nepromijenjen do krmenog dijela trupa modela broda.

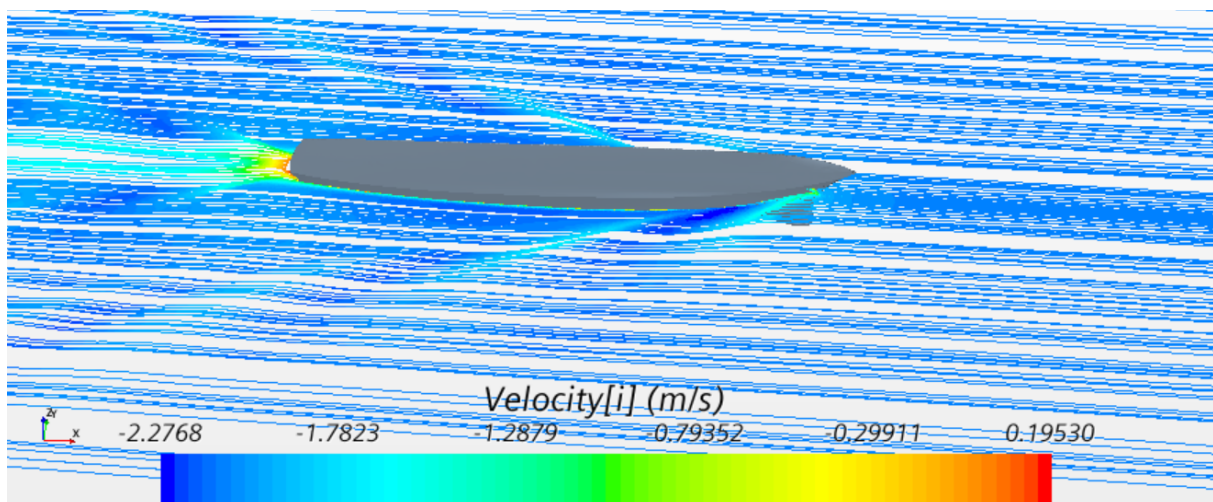


**Slika 28. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu**



**Slika 29. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po bulbu**

Na slici 30. prikazan je raspored strujnica na slobodnoj površini oko golog trupa. Strujnice su fiktivne krivulje kojima se u svakoj točki smjer tangente poklapa sa smjerom vektora brzine. Vidljiv je značajan pad brzine na krmi broda.

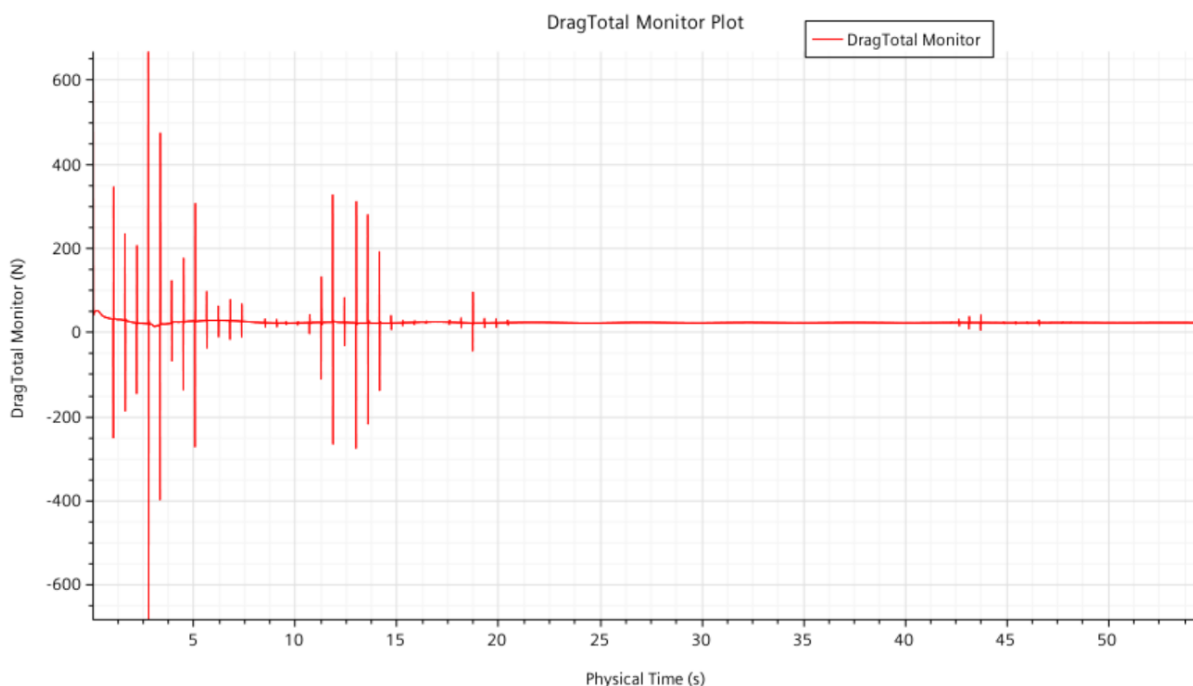


**Slika 30. Slika strujnica oko golog trupa**

Na slici 31. prikazani su rezultati ukupnog otpora tijekom numeričke simulacije dobiveni primjenom fine mreže.



Vidljivo je da vrijednosti ukupnog otpora osciliraju u prvih 20-ak sekundi, a potom konvergiraju. Valja napomenuti kako je u obzir uzeta srednja vrijednost ukupnog otpora dobivena na temelju rezultata u posljednjih 15 sekundi fizikalnog vremena. Važno je naglasiti da otpor trenja iznosi 72,29% ukupnog otpora, dok otpor tlaka iznosi 27,71%. Ukupni otpor dobiven primjenom fine mreže iznosi 43,937 N.



**Slika 31. Prikaz rezultata ukupnog otpora golog trupa za finu mrežu**

## 6.2. Verifikacija rezultata

U tablicama 9.-15. dan je prikaz rezultata dobivenih u postupku verifikacije za različitu gustoću mreže i vremenski korak. Primjenom različite gustoće mreže dobivena je monotona konvergencija rezultata za koeficijent ukupnog otpora i trim dok je za uron dobivena oscilatorna konvergencija. Primjenom različitog vremenskog koraka dobivena je divergencija rezultata za koeficijent ukupnog otpora i trim dok je za uron dobivena oscilatorna konvergencija.

**Tablica 9. Numerička nesigurnost koeficijenta ukupnog otpora dobivena primjenom različite gustoće mreže**

$\hat{S}_{i,3} \cdot 10^3$	$\hat{S}_{i,2} \cdot 10^3$	$\hat{S}_{i,1} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{i,21} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{i,32} \cdot 10^3$	$R_i$	$p_i$	$\delta_{RE_{i,1}}^{s(1)} \cdot 10^3$	$U_i \cdot 10^3$	$\bar{U}_G, \%$
4,213	4,187	4,182	0,005	0,026	0,192	4,757	0,00119	0,001488	0,0356



**Tablica 10. Numerička nesigurnost urona dobivena primjenom različite gustoće mreže**

$\hat{S}_{i,3}$	$\hat{S}_{i,2}$	$\hat{S}_{i,1}$	$\varepsilon_{i,21}$	$\varepsilon_{i,32}$	$R_i$	$U_i$	$\bar{U}_G$ %
-0,0099697	-0,0097554	-0,0099511	0,0001957	-0,0002143	-0,913	-0,0001072	1,08

**Tablica 11. Numerička nesigurnost trima dobivena primjenom različite gustoće mreže**

$\hat{S}_{i,3}$	$\hat{S}_{i,2}$	$\hat{S}_{i,1}$	$\varepsilon_{i,21}$	$\varepsilon_{i,32}$	$R_i$	$p_i$	$\delta_{RE_{i,1}}^{*(1)}$	$U_i$	$\bar{U}_G$ %
0,11227	0,11524	0,11717	-0,001933	-0,00297	0,6513	1,237	0,00361	0,0045127	3,85

**Tablica 12. Numerička nesigurnost koeficijenta ukupnog otpora dobivena primjenom različitog vremenskog koraka**

$\hat{S}_{i,3} \cdot 10^3$	$\hat{S}_{i,2} \cdot 10^3$	$\hat{S}_{i,1} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{i,21} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{i,32} \cdot 10^3$	$R_i$	$U_i \cdot 10^3$	$\bar{U}_T$ , %
4,172	4,157	4,182	-0,025	0,015	-1,667	0,025	0,5978

**Tablica 13. Numerička nesigurnost urona dobivena primjenom različitog vremenskog koraka**

$\hat{S}_{i,3}$	$\hat{S}_{i,2}$	$\hat{S}_{i,1}$	$\varepsilon_{i,21}$	$\varepsilon_{i,32}$	$R_i$	$U_i$	$\bar{U}_T$ %
-0,010002	-0,009847	-0,009951	0,0001037	-0,000154	-0,672	-0,0000772	0,7758

**Tablica 14. Numerička nesigurnost trima dobivena primjenom različitog vremenskog koraka**

$\hat{S}_{i,3}$	$\hat{S}_{i,2}$	$\hat{S}_{i,1}$	$\varepsilon_{i,21}$	$\varepsilon_{i,32}$	$R_i$	$U_i$	$\bar{U}_T$ %
0,108416	0,103997	0,11717	-0,01317	0,004419	-2,982	0,01317	11,21

Konačno, prema jednadžbi (52) određena je ukupna nesigurnost numeričke simulacije prikazana u tablici 15.

**Tablica 15. Ukupna nesigurnost rezultata numeričke simulacije**

	$\bar{U}_G$ %	$\bar{U}_T$ %	$\bar{U}_{SN}$ %
<b><math>C_T</math></b>	0,0356	0,5978	0,5989
<b>Uron</b>	1,08	0,7758	1,329
<b>Trim</b>	3,85	11,21	11,853

Kao što je vidljivo iz rezultata prikazanih u tablici 15., dobivena je zadovoljavajuća numerička nesigurnost za koeficijent ukupnog otpora i uron, dok je numerička nesigurnost za trim značajnija.

### 6.3. Validacija rezultata

U nastavku je dan prikaz rezultata dobivenih numeričkim simulacijama primjenom fine mreže te usporedba s eksperimentalnim podacima, koji su dostupni u literaturi. Kao što je već napomenuto, u obzir je uzeta srednja vrijednost ukupnog otpora u posljednjih 15 sekundi fizikalnog vremena te je na temelju nje izračunat koeficijent ukupnog otpora. Eksperimentalni podaci za koeficijent ukupnog otpora, uron i trim prikazani su u tablici 16 [25].

**Tablica 16. Eksperimentalni podaci [25]**

$10^3 C_T$	Uron, % $L_{PP}$	Uron, m	Trim, °
4,23	-0,00182	-0,0104	0,108

Tablica 17. prikazuje relativne devijacije rezultata za koeficijent ukupnog otpora  $C_T$ , uron te trim golog trupa modela broda pri Froudeovom broju  $Fn = 0,28$  dobivenih primjenom fine mreže u odnosu na eksperimentalne podatke. Relativna devijacija  $RD$  izračunata je prema izrazu (55) te za  $C_T$  iznosi -1,14 %, za uron -4,41 % te za trim 8,5%.

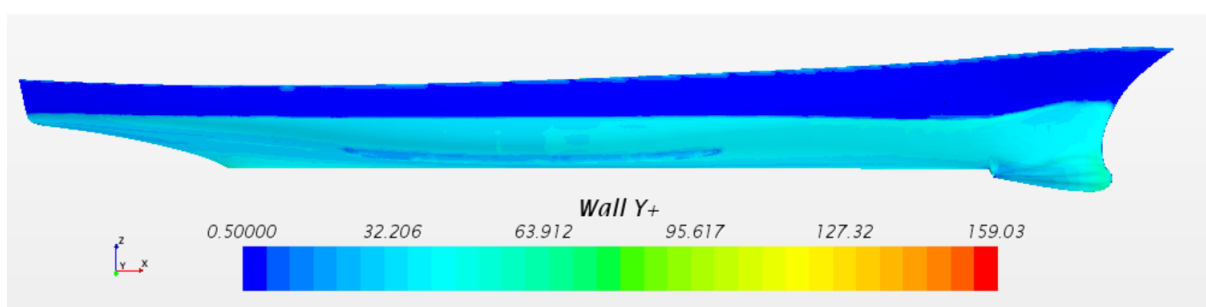
Kako su izmjerene vrijednosti trima vrlo male veća je mogućnost odstupanja rješenja od eksperimentalnih vrijednosti. Lazuskas [28] je također za DTMB 5415 pokazao velika odstupanja između numerički i eksperimentalno dobivenih vrijednosti za trim te je naveo kako se numerički rezultati trima za pojedine Froudeove brojeve podudaraju tek kvalitativno s eksperimentalnim podacima. Voxakis [29] je također proveo istraživanje vezano za model broda DTMB 5415 pri više Froudeovih brojeva te je pokazao značajna odstupanja numeričkih rezultata od eksperimentalnih podataka za uron i trim, pogotovo pri nižim Froudeovim brojevima te za  $Fn = 0,28$  za koji su i provedene numeričke simulacije u ovom završnom radu. Važno je napomenuti kako pozitivna vrijednost urona/izrona odgovara povećanju gaza, odnosno zagažaju modela broda, dok je pozitivna vrijednost trima definirana zategom [12].

**Tablica 17. Relativna devijacija rezultata dobivenih primjenom fine mreže i najmanjeg vremenskog koraka**

$10^3 C_T$	$RD, \%$	Uron, m	$RD, \%$	Trim, °	$RD, \%$
4,182	-1,135	-0,0099511	-4,412	0,11717	8,494

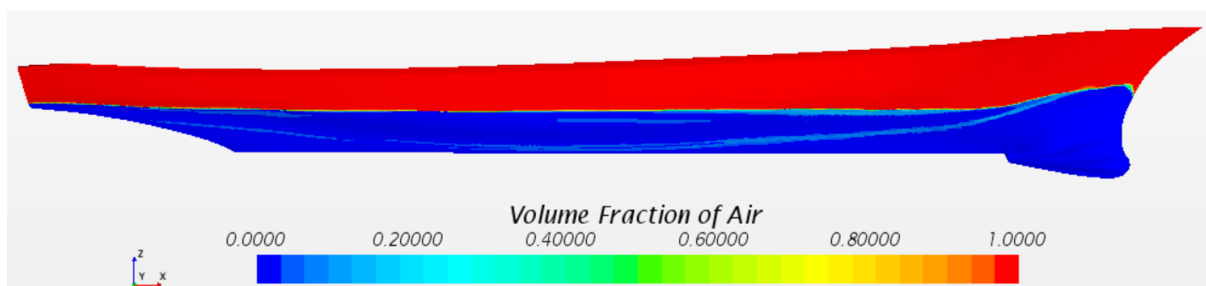
#### 6.4. Usporedba rezultata za goli trup i model broda s ljuljnim kobilicama

Na slici 32. prikazana je raspodjela parametra  $y^+$  na trupu modela broda s ljuljnim kobilicama te je vidljivo da je vrijednost  $y^+$  manja u usporedbi s vrijednostima dobivenim za goli trup, slika 25.

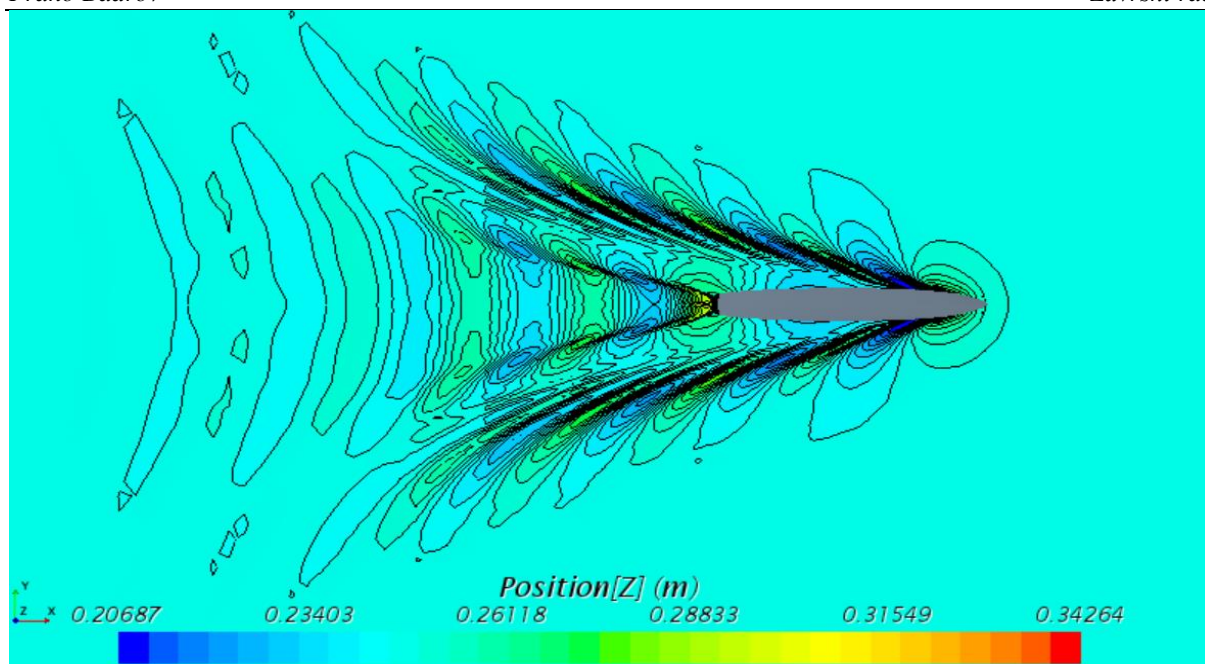


**Slika 32. Raspodjela  $y^+$  na trupu modela broda s ljuljnim kobilicama**

Slika 33. prikazuje slobodnu površinu uzduž trupa modela broda s ljuljnim kobilicama, a slika 34. prikazuje sliku valova.



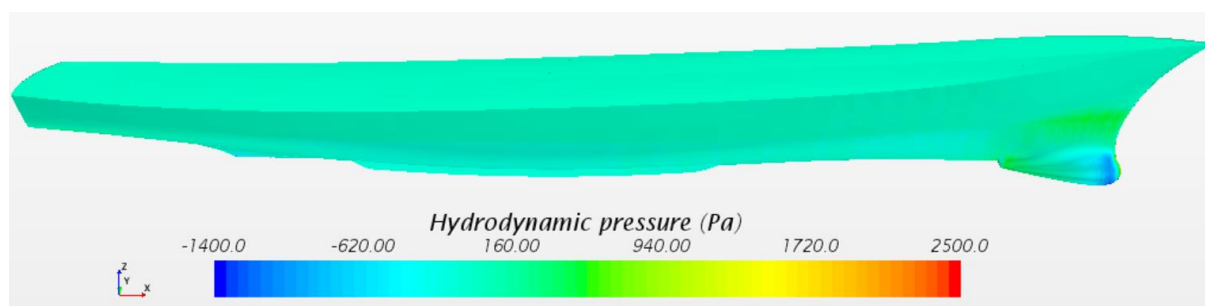
**Slika 33. Slobodna površina uzduž trupa modela broda s ljuljnim kobilicama**



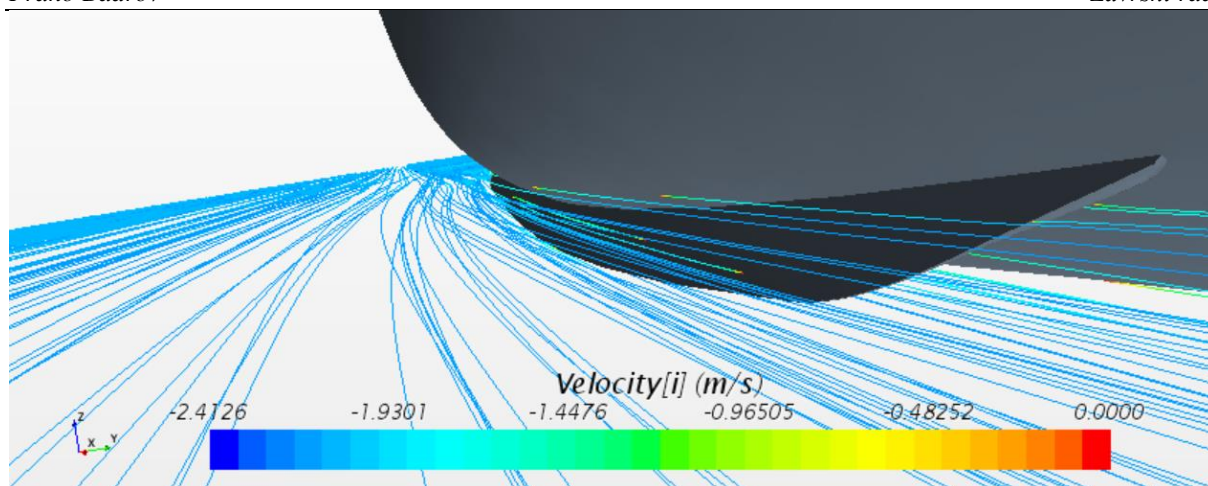
**Slika 34. Slika valova oko modela broda s ljuljnim kobilicama**

Na slici 35. prikazana je raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu modela broda s ljuljnim kobilicama te je vidljivo kako nema značajnije promjene hidrodinamičkog tlaka u području oko ljuljnih kobilica. Na slici 36. dan je prikaz strujnica oko ljuljne kobilice. Moguće je uočiti značajniji pad brzine na spoju između kobilice i trupa modela broda.

U tablici 18. prikazani su rezultati ukupnog otpora dobiveni primjenom fine mreže i najmanjeg vremenskog koraka za goli trup i model s ljuljnim kobilicama.



**Slika 35. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu modela broda s ljuljnim kobilicama**



**Slika 36. Slika strujnica oko ljuljne kobilice**

**Tablica 18. Usporedba ukupnog otpora za goli trup i model broda s ljuljnim kobicama**

Ukupni otpor golog trupa	Ukupni otpor trupa sa kobicama	Razlika
43,937 N	45,393 N	3,2 %

Provedbom numeričke simulacije pokusa otpora modela broda s ljuljnim kobicama dobiveno je povećanje ukupnog otpora od 3,2 % u odnosu na otpor golog trupa što je u skladu s očekivanim povećanjem ukupnog otpora za slučaj broda s ljuljnim kobicama prema statističkim podacima.

## 7. ZAKLJUČAK

U ovom završnom radu provedene su numeričke simulacije pokusa otpora modela broda američke ratne mornarice INSEAN 2340, koji odgovara DTMB 5415 modelu broda. U radu je dana teorijska podloga na kojoj se temelji računalna dinamika fluida te je prikazan primijenjeni matematički model temeljen na Reynoldsovim osrednjenim Navier – Stokesovim jednadžbama. Primijenjen je  $k-\omega$  SST model turbulencije i metoda udjela fluida u volumenu (VOF). Također, dan je pregled dosadašnjih istraživanja vezanih uz primjenu RDF-a u brodskoj hidrodinamici. Numeričke simulacije provedene su za goli trup i model broda s ljuljnim kobilicama unutar komercijalnog programskog paketa STAR -CCM+. Za goli trup numeričke simulacije provedene su primjenom tri gustoće mreže i tri vremenska koraka. Proveden je postupak verifikacije dobivenih numeričkih rezultata te je izračunata ukupna numerička nesigurnost. Za koeficijent ukupnog otpora dobivena je ukupna numerička nesigurnost od 0,6%, za uron 1,33% te za trim 11,85%.

Rezultati numeričkih simulacija uspoređeni su s eksperimentalnim podacima dostupnim u literaturi te dobivena relativna devijacija za koeficijent ukupnog otpora iznosi -1,14%, za uron -4,41% i za trim 8,5%. Važno je napomenuti da su eksperimentalno dobivene vrijednosti urona i trima izuzetno male što rezultira većim odstupanjima numeričkih rezultata.

Provedbom numeričke simulacije pokusa otpora modela broda s ljuljnim kobilicama dobiveno je povećanje ukupnog otpora od 3,2% u odnosu na ukupni otpor golog trupa što je u skladu sa statističkim podacima dobivenim mjerenjima ukupnog otpora broda sa i bez ljuljnih kobilica [2].

U okviru budućih istraživanja od velikog značaja bilo bi analizirati rezultate dobivene primjenom različitih modela turbulencije te ispitati utjecaj pojedinih parametara za diskretizaciju proračunske domene.

---

**LITERATURA**

- [1] Radan, D.: *Uvod u hidrodinamiku broda*, Sveučilište u Dubrovniku, Dubrovnik, 2004.
- [2] Gamulin, A.: *Otpor i propulzija broda*, interna skripta, FSB, Zagreb, 1997.
- [3] Larsson, L., Stern, F., Visonneau, M.: *CFD in ship hydrodynamics – Results of the Gothenburg 2010 workshop*, Computational Methods in Applied Sciences, 2013.
- [4] Saha, G. K., Miazee, M. A.: *Numerical and experimental study of resistance, sinkage and trim of a container ship*, Procedia Engineering, 2017., 194, 67-73.
- [5] Degiuli, N., Farkas, A., Martić, I., Zeman, I., Ruggiero, V., Vasiljević, V.: *Numerical and experimental assessment of the total resistance of a yacht*, Brodogradnja, 2021., 72(3), 61 – 80.
- [6] Irkal, Mohsin A. R., Nallayarasu, S., Bhattacharyya, S. K.: *CFD approach to roll damping of ship with bilge keel with experimental validation*, Applied Ocean Research, 2016., 55, 1-17.
- [7] Hasaudin, Chen, J. H., Utama, I. K. A. P., Hendratmoko, H.: *An investigation into the Effect of Bilge Keels to the Roll Motion Response of Fishing Vessel*, Applied Mechanics and Materials, 2017., 862, 284-290.
- [8] Degiuli, N., Martić, I., Farkas, A.: *Environmental aspects of total resistance of container ship in the North Atlantic*, Journal of Sustainable Development of Energy, Water and Environment Systems, 2019., 7(4), 641-655.
- [9] Seok, J., Park, J.: *Numerical simulation of resistance performance according to surface roughness in container ships*, International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, 2020., 12, pp. 11-19.
- [10] Wang, J., Wan, D.: *Numerical Simulations of Viscous Flows around JBC Ship Using Different Turbulence Models*, 11<sup>th</sup> International Workshop on Ship and Marine Hydrodynamics Hamburg, Germany, 2019, 1-7.
- [11] Farkas, A., Degiuli, N., Martić I.: *Assessment of hydrodynamic characteristics of a full-scale ship at different draughts*, Ocean Engineering, 2018., 156, 135–152.
- [12] Shi, A, Wu, M., Yang, B., Wang, X., Wang, Z.: *Resistance calculation and motions simulation for free surface ship based on CFD*, Procedia Engineering 2012., 31, 68–74.
- [13] Farkas, A., Degiuli, N., Martić, I., Dejhalla, R.: *An investigation into the effect of hard fouling on the ship resistance using CFD*, Journal of Marine Science and Engineering, 2020., 8 (10), 748.

- [14] Degiuli, N.: *Otpor i propulzija broda*, predavanja, [https://e-ucenje.fsb.hr/pluginfile.php/83368/mod\\_resource/content/1/Otpor i propulzija broda\\_predavanja.pdf](https://e-ucenje.fsb.hr/pluginfile.php/83368/mod_resource/content/1/Otpor_i_propulzija_broda_predavanja.pdf)
- [15] <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=68407> 5.12.2021.
- [16] Virag, Z., Džijan, I.: *Računalna dinamika fluida*, skripta - predavanja, FSB, Zagreb, 2014.
- [17] Werner, A., Degiuli, N., *Mehanika fluida IIB*, podloge za nastavu, <https://e-ucenje-arhiva.fsb.hr/course/view.php?id=1071>.
- [18] Ferziger, J.H., Perić, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer Science & Business Media, Berlin, 2012.
- [19] STAR-CCM+, User Guide.
- [20] Jović, V. (2006) *Osnove hidrotehnike*, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Sveučilište u Splitu, Split, Element.
- [21] Versteeg, H. K., Malalasekera, W.: *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, Pearson Education Limited, Harlow, 2007.
- [22] ITTC – Recommended Procedures and Guidelines, *Uncertainty Analysis in CFD Verification and Validation, Methodology and Procedures*, 2008.
- [23] Stern, F., Wilson, R.V., Coleman, H.W, Paterson, E.G: *Comprehensive Approach to Verification and Validation of CFD Simulations–Part 1: Methodology and Procedures*, Journal of Fluids Engineering, 2001., 123, pp. 793-801.
- [24] <http://www.simman2008.dk/5415/combatant.html> 4.11.2021.
- [25] Olivieri, A., Pistani, F., Avanzini, A., Stern, F., Penna, R.: *Towing Tank Experiments of Resistance, Sinkage and Trim, Boundary layer, Wake, and Free Surface Flow around a Naval Combatant INSEAN 2340 Model*, Security, 2001., 421, 1-42
- [26] ITTC – Recommended Procedures and Guidelines, 2011.
- [27] Rui, D., De – bo, H., Guang – li, Z., Hua – wei, S., Liang, C., Chao, M.: *Research on Mesh Generation Effecting Resistance Calculation*, Applied Mechanics and Materials, 2011., 138, 886-893.
- [28] Lazauskas L. *Resistance and Squat of Surface Combatant DTMB Model 5415: Experiments and Predictions*, 2009., 100, 200-300.
- [29] Voxakis, P.: *Ship Hull Resistance Calculations Using CFD Methods*, Thesis for MS, Massachussets Institute of Technology, 2012.