

# Modeliranje koncentracije naprezanja u mikrostrukturi sinteriranog čelika

---

**Bingula, Avelin**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:300139>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-02**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Avelin Bingula**

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković, dipl. ing.

Student:

Avelin Bingula

Zagreb, 2022.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Zdenku Tonkoviću na savjetima i prilici za pisanje odabrane teme kao nastavak mojeg napredovanja na području simulacija metodom konačnih elemenata.

Zahvaljujem suradniku Zoranu Tomiću, mag. ing. mech. na svim korisnim savjetima, literaturi i vodstvu tokom izrade završnog rada.

Zahvaljujem se kolegama Niki Bonkoviću i Antunu Plenkoviću, mag. ing. mech. i obitelji na potpori, strpljenju i razumijevanju tijekom studiranja i izrade završnog rada.

Avelin Bingula



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: <b>602 – 04 / 22 – 6 / 1</b>	
Ur.broj: <b>15 - 1703 - 22 -</b>	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Avelin Bingula**

JMBAG: **0036479090**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Modeliranje koncentracije naprezanja u mikrostrukтури sinteriranoga čelika**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Modelling of stress concentration in sintered steel microstructure**

Opis zadatka:

Upotreba materijala s naprednim svojstvima uz prihvatljive troškove proizvodnje je ključni detalj u razvoju modernih konstrukcija i strojnih dijelova. U sustavima prijenosa snage, upotreba tehnologije sinteriranih čelika pokazala je znatne prednosti u odnosu na klasičnu metalurgiju zbog relativno niskih cijena proizvodnje, ekološke prihvatljivosti, visokog udjela iskoristivosti sirovina i dobre redukcije buke u eksploataciji. Međutim, poroznost sinteriranih čelika uzrokuje pojavu koncentracije naprezanja, lokalizaciju deformacija i akumuliranje oštećenja u mikrostrukтури materijala što pospješuje popuštanje materijala. Za pouzdanu procjenu ponašanja materijala na makrorazini potrebno je stoga provesti modeliranje materijala na mikrorazini.

U radu je potrebno analizirati utjecaj geometrije pora sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C na pojavu koncentracije naprezanja u mikrostrukтури materijala. Potrebno je:

1. Proučiti literaturu vezanu uz analitičke metode proračuna faktora koncentracije naprezanja.
2. Validirati analitička rješenja primjenom komercijalnog programskog paketa temeljenog na metodi konačnih elemenata.
3. Modelirati stvarnu geometriju pora sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C dobivenu metalografskim ispitivanjima.
4. Ispitati utjecaj nepravilnosti geometrije stvarne pore sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C na koncentraciju naprezanja usporedbom s porom pravilne geometrije.

Za sve provedene numeričke simulacije ispitati konvergenciju numeričkog rješenja. Koristiti 2D konačne elemente uz pretpostavku ravninskog stanja deformacija ili naprezanja. Za provedbu numeričkih simulacija primijeniti komercijalni programski paket Abaqus. U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

Datum predaje rada:

Predviđeni datumi obrane:

30. 11. 2021.

**1. rok:** 24. 2. 2022.  
**2. rok (izvanredni):** 6. 7. 2022.  
**3. rok:** 22. 9. 2022.

**1. rok:** 28. 2. – 4. 3. 2022.  
**2. rok (izvanredni):** 8. 7. 2022.  
**3. rok:** 26. 9. – 30. 9. 2022.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković

Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

**SADRŽAJ**

POPIS SLIKA .....	II
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK.....	V
SUMMARY .....	VI
1. UVOD.....	1
1.1. Metalurgija praha .....	1
1.2. Postupak sinteriranja .....	2
2. NAPREZANJE I DEFORMACIJE U LINEARNO-ELASTIČNOM PODRUČJU .....	5
2.1. Linearno-elastično ponašanje materijala.....	6
3. METODA KONAČNIH ELEMENATA .....	7
3.1. Osnovni pravokutni element .....	7
3.2. Programski paket <i>Abaqus</i> .....	10
3.3. Konvergencija rješenja.....	11
3.4. Koncentracija naprezanja za kružnicu i elipsu.....	12
3.4.1. Konvergencija numeričkih rezultata za kružni otvor .....	12
3.4.2. Konvergencija numeričkih rezultata za eliptični otvor .....	14
4. NUMERIČKA ANALIZA MIKROSTRUKTURE .....	17
4.1. Usporedba numeričkih rezultata i rezultata iz literature .....	19
4.1.1. Naprezanja modela niske kompleksnosti.....	20
4.1.2. Naprezanje modela srednje kompleksnosti.....	21
4.1.3. Naprezanje modela visoke kompleksnosti.....	22
4.2. Usporedba rezultata naprezanja modela .....	23
5. ZAKLJUČAK.....	24
LITERATURA.....	25
PRILOZI.....	26

## POPIS SLIKA

Slika 1	Proizvodni postupci metalurgije praha [1] .....	1
Slika 2	Početak i kraj faze sinteriranja čelika (s lijeva na desno) [2] .....	2
Slika 3	Zupčanci od sinteriranog čelika [3] .....	3
Slika 4	Naprezanje u ovisnosti o deformaciji za različite gustoće sinteriranog čelika.....	3
Slika 5	Modul elastičnosti materijala u ovisnosti o poroznosti [4] .....	4
Slika 6	Mikrostruktura Astaloy Mo+0,2C s fazama(bainit i ferit) i porama .....	4
Slika 7	Dijagram rastezanja materijala [6] .....	5
Slika 8	Osnovni konačni elementi [9] .....	7
Slika 9	Osnovni pravokutni model [9] .....	8
Slika 10	Konvergencija rješenja [9] .....	11
Slika 11	Koncentracija naprezanja oko otvora oblika kružnice na ploči zadane širine [11].....	12
Slika 12	Rubni uvjeti simetrije i opterećenje pore kružnog oblika .....	13
Slika 13	Konvergencija naprezanja u odnosu na broj elemenata kod pore kružnog oblika .....	13
Slika 14	Koncentracija naprezanja na otvoru oblika elipse na ploči zadane širine [11] .....	14
Slika 15	Rubni uvjeti i opterećenje pore eliptičnog oblika .....	15
Slika 16	Konvergencija naprezanja u odnosu na broj elemenata kod elipse s odnosima $a/b = 2$ i $a/H = 0,15$ .....	15
Slika 17	Elipsa zakrenuta za $30^\circ$ s odnosom stranica $a/b = 2$ i $a/H = 0,15$ .....	16
Slika 18	Naprezanje u ovisnosti o broju konačnih elemenata za elipsu zakrenutu za $30^\circ$ ..	16
Slika 19	Uzorci sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C.....	17
Slika 20	Metalografska snimka (lijevo) i digitalizirana slika metalografije (desno).....	17
Slika 21	Modeli pora u ovisnosti o kompleksnosti(s lijeva na desno): niska, srednja i visoka.....	18
Slika 22	Dimenzije modela i primjer pore.....	18
Slika 23	Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja u smjeru $x$ -osi (lijevo) i $y$ -osi (desno).....	19
Slika 24	Gustoća mreže za modele niske (lijevo) i visoke kompleksnosti (desno).....	19
Slika 25	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa modela 1 niske kompleksnosti .....	20
Slika 26	Dijagram naprezanja $\sigma_y$ /MPa modela 1 niske kompleksnosti .....	20
Slika 27	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa za modela 1 srednje kompleksnosti .....	21
Slika 28	Dijagram naprezanja $\sigma_y$ /MPa modela 1 srednje kompleksnosti .....	21
Slika 29	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa modela 1 visoke kompleksnosti .....	22
Slika 30	Dijagram naprezanja $\sigma_y$ /MPa modela 1 visoke kompleksnosti .....	22
Slika 31	Najveća naprezanja u smjeru $x$ -osi i $y$ -osi u ovisnosti o broju modela i kompleksnosti.....	23
Slika 32	Najveća naprezanja u smjeru $x$ -osi i $y$ -osi ovisno o opsegu pore .....	23
Slika 33	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 2 niske kompleksnosti.....	27
Slika 34	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 3 niske kompleksnosti.....	27
Slika 35	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 4 niske kompleksnosti.....	28
Slika 36	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 5 niske kompleksnosti.....	28
Slika 37	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 2 srednje kompleksnosti.....	28

---

Slika 38	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 3 srednje kompleksnosti.....	29
Slika 39	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 4 srednje kompleksnosti.....	29
Slika 40	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 5 srednje kompleksnosti.....	29
Slika 41	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 2 visoke kompleksnosti.....	30
Slika 42	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 3 visoke kompleksnosti.....	30
Slika 43	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 4 visoke kompleksnosti.....	30
Slika 44	Dijagram naprezanja $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 5 visoke kompleksnosti.....	31



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$a$	$\mu\text{m}$	duljina glavne poluosi elipse
$b$	$\mu\text{m}$	duljina manje poluosi elipse
$\mathbf{a}$	-	matrica koeficijenata u interpolacijskim polinomima
$\mathbf{B}$	-	operator rubnih veličina
$\mathbf{C}$	-	matrica međusobne ovisnosti stupnjeva slobode i koeficijenata interpolacijskih polinoma
$D_{ijkl}$	-	Tenzor elastičnosti
$E$	MPa	Youngov modul elastičnosti
$G$	MPa	modul smicanja
$H$	$\mu\text{m}$	širina ploče
$K_{tg}, K_{tn}$	-	faktori koncentracije naprezanja
$\mathbf{N}$	-	matrica funkcija oblika
$p$	MPa	hidrostatski tlak
$R_m$	MPa	vlačna čvrstoća materijala
$\mathbf{S}$	MPa	tenzor naprezanja
$\mathbf{u}$	-	vektor pomaka
$\mathbf{v}$	-	vektor čvornih pomaka
$x, y, z$	-	koordinate Kartezijevog koordinatnog sustava
$\gamma_{xy}$	rad	kutna deformacija
$\delta_{ij}$	-	Kroneckerov simbol
$\boldsymbol{\varepsilon}, \varepsilon_{ij}$		tenzor deformacija
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	mm/mm	linearne deformacije
$\lambda, \mu$	-	Laméove elastične konstante
$\nu$	-	Poissonov faktor
$\sigma_E$	MPa	granica elastičnosti
$\boldsymbol{\sigma}, \sigma_{ij}$	MPa	tenzor naprezanja
$\sigma_K$	MPa	granica loma
$\sigma_P$	MPa	granica proporcionalnosti
$\sigma_x, \sigma_y$	MPa	normalna naprezanja

## SAŽETAK

Sinterirani čelici su sve češći odabir u modernim konstrukcijama i prijenosnicima snage zbog svojih svojstava i jednostavnosti izrade. Proizvodni troškovi u metalurgiji praha u masivnoj proizvodnji su niži nego kod standardnih lijevanih i kovanih čelika zbog manje mase i iskoristivosti sirovine. Kako je poznato, poroznost i nepravilnosti u mikrostrukтури izazivaju koncentracije naprezanja. Pod utjecajem istog, pojavljuju se trajna oštećenja na mikrorazini, što ima direktan utjecaj na ponašanje materijala na makrorazini. Ispitivanjem materijala na makrorazini utvrđeno je drastično smanjenje materijalnih svojstava s povećanjem poroznosti. S druge strane, prema literaturi s povećanjem poroznosti u sinteriranom materijalu raste i nepravilnost pora, odnosno, kružnost pora opada s povećanjem poroznosti.

Zbog toga u radu je provedena numerička analiza metodom konačnih elemenata za pore različitih veličina te je istražen utjecaj oblika pora. Korišteni modeli dobiveni su iz metalografske analize sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C za slučaj monotonog vlačnog opterećenja i elastičnog ponašanja materijala. Odabrano je 15 modela podijeljenih u 3 kategorije kompleksnosti i skalirano na 4% poroznosti. Na temelju dobivenih rezultata pokazan je utjecaj kompleksnosti i opsega pore na koncentraciju naprezanja. Dobiveni rezultati uspoređeni su s dosad objavljenim istraživanjima.

Ključne riječi: sinterirani čelik, *Abaqus*, poroznost, koncentracija naprezanja, numerička analiza, metoda konačnih elemenata

## SUMMARY

Sintered steels have an increased usage in modern designs and transmission systems because of their properties and simple manufacturing process. Manufacturing costs of powder metallurgy in mass-producing are lower than conventional manufacturing of cast and forged steels because a product is lighter and there is higher raw material usage. As is well known, porosity and irregularities in microstructure cause stress concentrations. The stress concentrations cause permanent microdamage which has a direct influence on the properties of a material on a macro scale. A significant decrease in mechanical properties is observed with the porosity increase. On the other hand, studies showed that with increasing porosity in sintered steel pore irregularities increased, moreover pore circularity decreased.

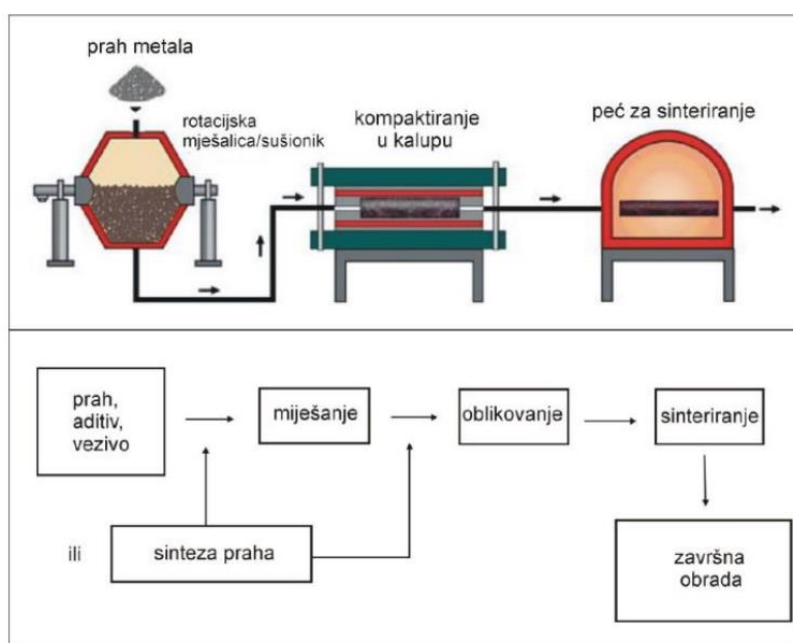
Because of these properties, numerical analysis with the finite element method is conducted for different shapes and sizes of pores. Models used in research are taken from metallography images of sintered steel Astaloy Mo+0,2C for a case of tension of elastic materials. 15 models are considered and distributed in 3 categories by their shape complexity and scaled to 4% porosity. Results of the analysis showed the impact of pore complexity and pore perimeter on stress concentration. Results are compared with up-to-date studies.

Key words: sintered steel, *Abaqus*, porosity, stress concentration, numerical analysis, finite element method

## 1. UVOD

### 1.1. Metalurgija praha

Globalna potražnja za novim i boljim tehnologijama i proizvodnim procesima je u konstantnom porastu. Cijenu proizvodnje potrebno je smanjiti, a kvalitetu konstrukcija poboljšati čime metalurgija praha zadovoljava oba uvjeta. To je proces u kojem se čvrsti metal, legura ili keramika u obliku praha stavlja u kalup zadanih dimenzija i pod tlakom se formira oblik zadanog kalupom. Nakon toga, na temperaturi ispod točke tališta (približno 1200°C), izratku se povećavaju mehanička svojstva zbog činjenice da dolazi do sraščivanja pojedinih zrna praha. Na taj način izradak poprima konačna mehanička svojstva kojoj u većini slučajeva nije potrebna dodatna mehanička ili termalna obrada. Jedan od glavnih nedostataka metalurgije praha je visoka cijena opreme i alata za proizvodnju, stoga se isplati u masovnoj proizvodnji zupčanika, ležajeva, reznih alata visoke tvrdoće itd. Tijek složenog procesa proizvodnje prikazan je na slici 1.



Slika 1 Proizvodni postupci metalurgije praha [1]

Postupci proizvodnje dijelova metalurgijom praha mogu se podijeliti u faze:

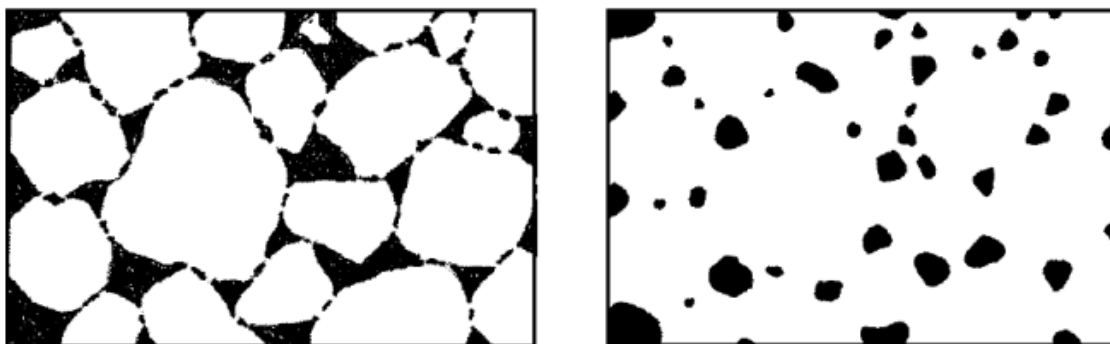
1. Proizvodnja praha
2. Miješanje prahova
3. Kompaktiranje praha
4. Sinteriranje [1]

## 1.2. Postupak sinteriranja

Sinteriranje se definira kao toplinska obrada praha ili kompaktnog komada na temperaturi nižoj od temperature taljenja glavnog konstituenta s ciljem povezivanja čestica praha. Pri dovoljno visokoj temperaturi i tlaku atomi čestica praha se ubrzavaju te dolazi do njihovog povezivanja. Što su čestice manje imaju veću površinsku energiju i brže se povezuju. Najvažniji parametri koji utječu na cijeli proces sinteriranja su temperatura, vrijeme, geometrijska struktura čestica praha, sastav i gustoća smjese i sastav zaštitne atmosfere u peći za vrijeme sinteriranja.

Temperatura i vrijeme sinteriranja su obrnuto proporcionalne, porastom temperature skraćuje se vrijeme sinteriranja za postizanje željenog stupnja povezanosti čestica praha. Prahovi finijih čestica ili čestica s visokom unutarnjom poroznošću se brže sinteriraju od velikih čestica. Odabir komponenata smjese prahova za sinteriranje ovisi o željenim konačnim fizikalnim svojstvima gotovog otpreska. Zaštitna atmosfera štiti materijal od oksidacije tokom procesa, sprječava karbonizaciju elemenata bez ugljika i dekarbonizaciju elemenata sa ugljikom.

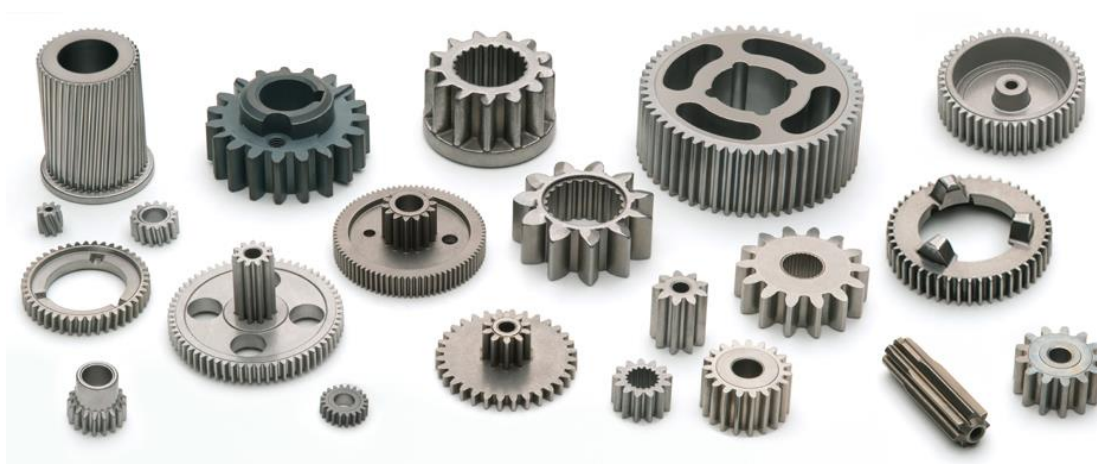
Promjenom oblika čestica i adhezijom tokom postupka sinteriranja površine čestica se zavaruju i dolazi do zgušnjavanja čestica čime se smanjuje udio pora što je vidljivo na slici 2 [1].



Slika 2 Početak i kraj faze sinteriranja čelika (s lijeva na desno) [2]

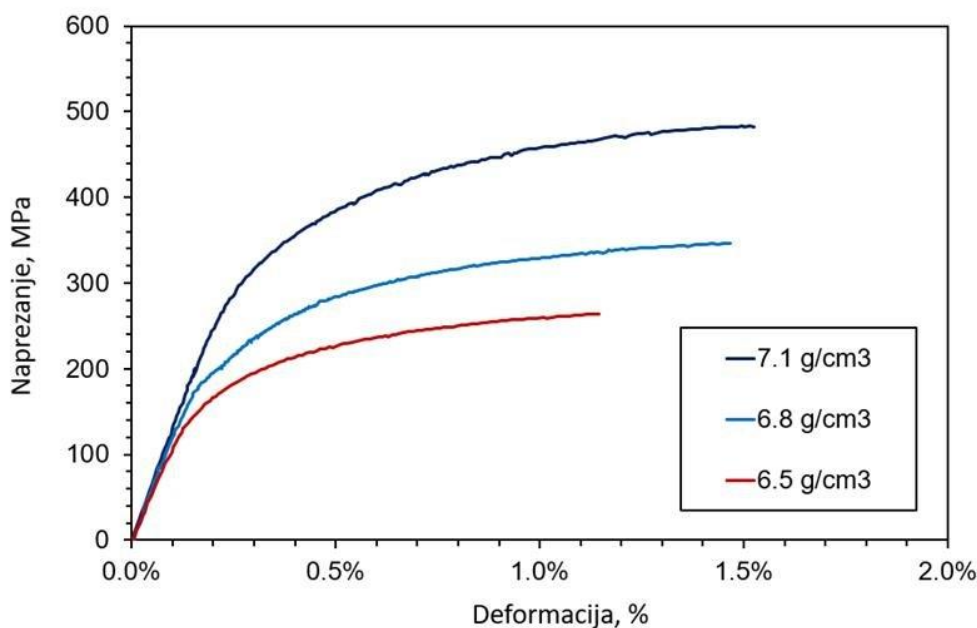
## 1.3. Sinterirani čelici

Danas se najviše legura sinteriranih čelika proizvodi s molibdenom, niklom i bakrom koji su pokazali prednosti u odnosu na konvencionalne legure čelika s kromom, manganom i aluminijem. Njihova svojstva znatno ovise o kemijskom sastavu, poroznosti, načinu proizvodnje i završnoj obradi. Na slici 3 su dani primjeri čestih proizvoda sinteriranih čelika u industriji zupčanika.



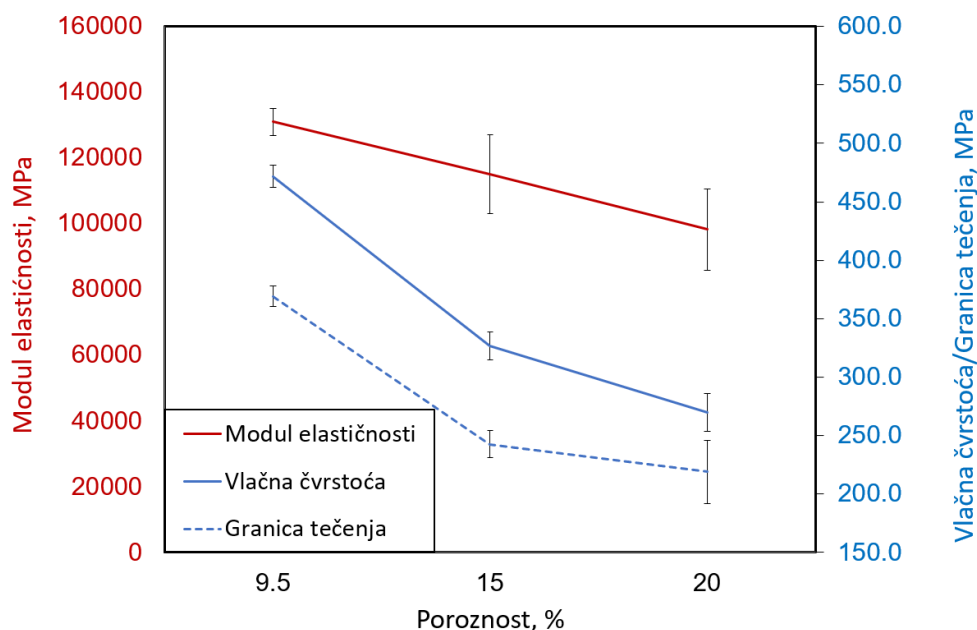
**Slika 3 Zupčanci od sinteriranog čelika [3]**

Metalografskom analizom je utvrđeno da različita gustoća ima veliki utjecaj na čvrstoću i na poroznost materijala. Na slici 4 je prikazana ovisnost napreznja o deformaciji za gustoće 6,5, 6,8 i 7,1 g/cm<sup>3</sup> i sa slike je vidljivo kako statička svojstva opadaju sa smanjenjem gustoće.



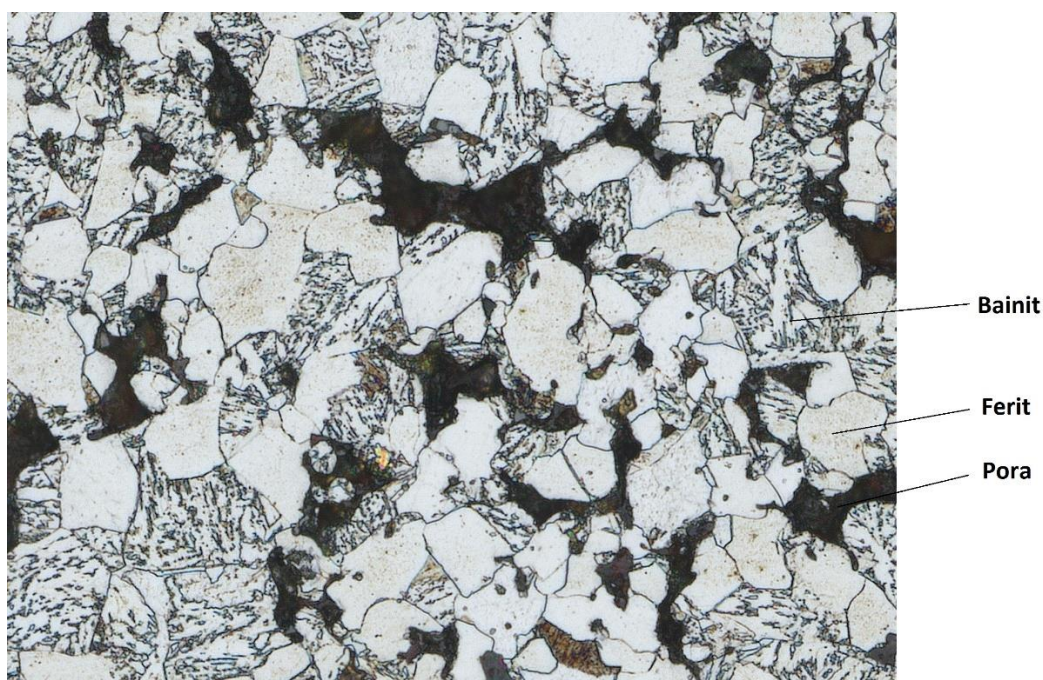
**Slika 4 Napreznje u ovisnosti o deformaciji za različite gustoće sinteriranog čelika**

Slika 5 pokazuje kako modul elastičnosti materijala u ovisnosti o gustoći opada linearno s povećanjem gustoće. S druge strane, granica tečenja i vlačna čvrstoća opadaju gotovo eksponencijalno. Takav značajan pad nije uvijek negativan. Primjer koji se u zadnje vrijeme često navodi jesu biomedicinski implantati (pločice) gdje je cilj da implantat ima sličan ili isti modul elastičnosti kao i kost kako bi se smanjila atrofija kosti i okolnog tkiva.



Slika 5 Modul elastičnosti materijala u ovisnosti o poroznosti [4]

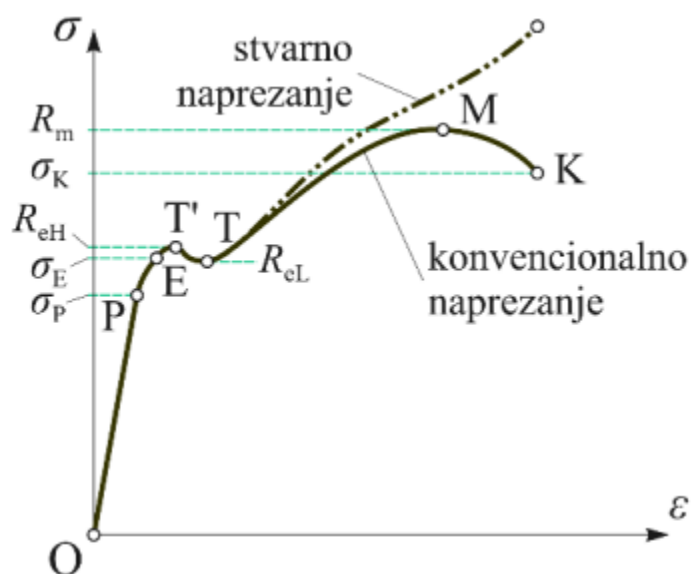
Mikrostruktura sinteriranog čelika prikazana je na slici 6. Na mikrostrukturi se vide pore (crno) te dvije faze (bainit i ferit) koji čine metalnu matricu. Iz istraživanja mikrostrukture po radu Bocchinija [5] zaključilo se kako se materijalna svojstva konstituenta ne mijenjaju ovisno o primjenjenom tlaku, a kasnije i gustoći. Nego, makromehanička svojstva ovise ponajviše o samoj poroznosti. Na osnovi slike metalografije izvedeni su modeli koji će kasnije biti korišteni u numeričkoj analizi.



Slika 6 Mikrostruktura Astalloy Mo+0,2C s fazama(bainit i ferit) i porama

## 2. NAPREZANJE I DEFORMACIJE U LINEARNO-ELASTIČNOM PODRUČJU

Konvencionalni dijagram ovisnosti naprezanja i deformacija dobiven je statičkim vlačnim testom na kidalici. Na slici 7 vidi se linearno ponašanje materijala do granice proporcionalnosti  $\sigma_P$  koje odgovara točki P. Ta linearna veza prikazana je Hookeovim zakonom  $\sigma = E\varepsilon$  gdje je naprezanje jednako umnošku modula elastičnosti ili Youngovog modula  $E$  i deformaciji  $\varepsilon$ .



Slika 7 Dijagram rastezanja materijala [6]

Deformacije u linearno-elastičnom području su povratne, tj. nakon rasterećenja materijal se vraća u prvobitno stanje. Iznad granica elastičnosti  $\sigma_E$  u točki E materijal prelazi u neelastično, odnosno plastično područje što znači da rasterećenjem materijal sadrži trajno plastične deformacije. Na kratkom dijelu istezanja u intervalu između točaka T' i T deformacije rastu bez povećanja napreznja. Nastavkom povisivanja napreznja se konvencionalno i stvarno naprezanje razlikuju zbog razlike u uzimanju referentne površine na kojoj djeluje naprezanje. Mi ćemo smatrati konvencionalno naprezanje referentnim. U točki M je naprezanje nazivamo vlačnom čvrstoćom materijala  $R_m$  za konvencionalno naprezanje koje je najveće naprezanje koje materijal može podnijeti bez loma. Nakon toga rastu deformacije i pada naprezanje materijala do pucanja u točki K pri lomnom napreznju  $\sigma_K$  [6]-[7].

U radu je razmatran samo linearno-elastični model napreznja materijala.



## 2.1. Linearno-elastično ponašanje materijala

Već spomenuti Hookeov zakon linearno-elastičnog ponašanja zakona zapisano je jednadžbom:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl}^e, \quad (2.1)$$

Pri čemu su naprezanje  $\sigma_{ij}$  i  $\varepsilon_{kl}^e$  tenzori drugoga reda, a matrica elastičnosti  $D_{ijkl}$  tenzor četvrtog reda. Izotropni materijali imaju jednaka svojstva u svim smjerovima stoga je matrica elastičnosti simetrična i čine ju modul smicanja  $G$  i Youngov modul elastičnosti  $E$  koji su povezani preko Poissonovog faktora  $\nu$  preko jednadžbe:

$$E = 2G(1 + \nu). \quad (2.2)$$

Matrica elastičnosti  $D_{ijkl}$  definirana Lamiovim konstantama  $\mu$  i  $\lambda$  i Kroneckerovim simbolom  $\delta_{ij}$  prema jednadžbama:

$$D_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \quad (2.3)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad (2.4)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (2.5)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}. \quad (2.6)$$

Tenzor naprezanja podijeljen je na normalna i tangencijalna naprezanja, a može se podijeliti i na sferni i devijatorski dio:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} + S_{ij}. \quad (2.7)$$

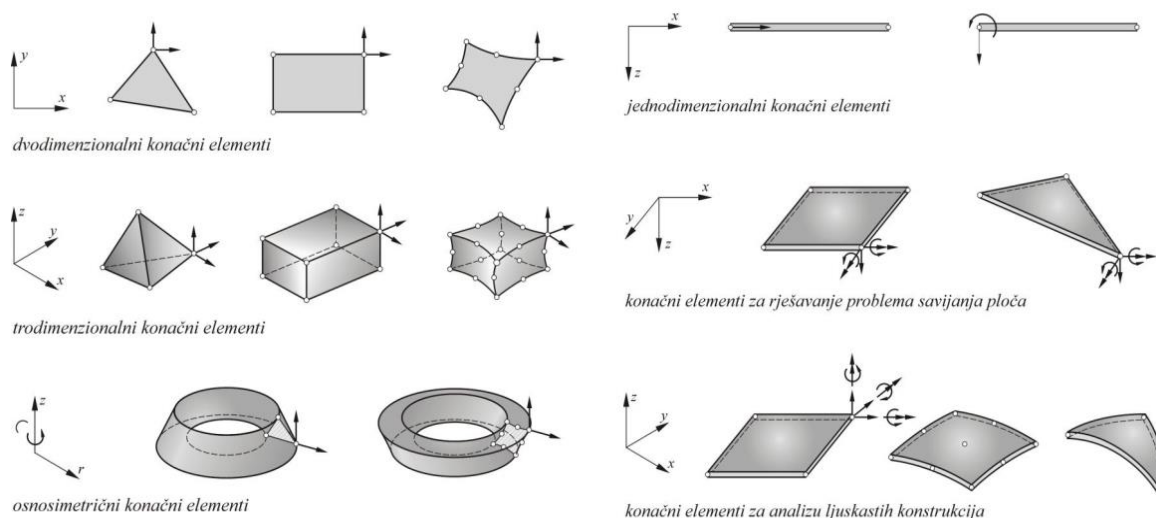
Prvi član jednadžbe (2.7) predstavlja sferni dio koji utječe samo na promjenu veličine tijela u deformiranju, tj volumena, a drugi član jednadžbe predstavlja devijatorski dio koji utječe na oblik tijela. Sferni dio tenzora naprezanja naziva se još i hidrostatski te se može zapisati i kao:

$$\sigma_{ij}^0 = \frac{1}{3}\sigma_{kk} = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = p. \quad (2.8)$$

Za rješavanje stvarnih problema potrebno je uvesti neke pretpostavke zasnovane na fizikalnim činjenicama i empirijskim dokazima. Veliki dio takvih problema može se svesti na dvodimenzionalni oblik. Razlikujemo stanje ravninskog naprezanja i stanje ravninske deformacije. Kod stanja ravninske deformacije elastično tijelo ima jednake pomake točaka u međusobno paralelnim ravninama koji su neovisni o koordinati okomitij na te ravnine. Ravninsko stanje naprezanja je opisano naprezanjima koja postoje u međusobno paralelnim ravninama i koja su neovisna o koordinati okomitij na te ravnine [8].

### 3. METODA KONAČNIH ELEMENATA

Metoda konačnih elemenata numerička je metoda koja se temelji na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma. Kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode. Elementi su povezani međusobno u točkama na konturi koji se zovu čvorovi. Stanja u svakom elementu opisuju se interpolacijskim funkcijama kao što su naprezanje, deformacije, polje pomaka, temperatura, itd. Sustavom algebarskih jednadžbi gdje su nepoznanice čvorne veličine odgovarajućim postupcima izvode se globalne jednadžbe za diskretizirani model. Ako su konačni elementi pravilno formulirani s povećanjem stupnjeva slobode, odnosno broja elemenata, raste točnost rješenja. Složeni modeli zahtijevaju diskretizaciju s velikim brojem elemenata te je sustav algebarskih jednadžbi s puno nepoznanica, što je bez korištenja nekog računala ili programa vrlo teško. U radu je korišten programski paket *Abaqus* u kojem postoje razni tipovi konačnih elemenata koji se danas koriste. Na slici 8 su prikazani osnovni tipovi konačnih elemenata [9].



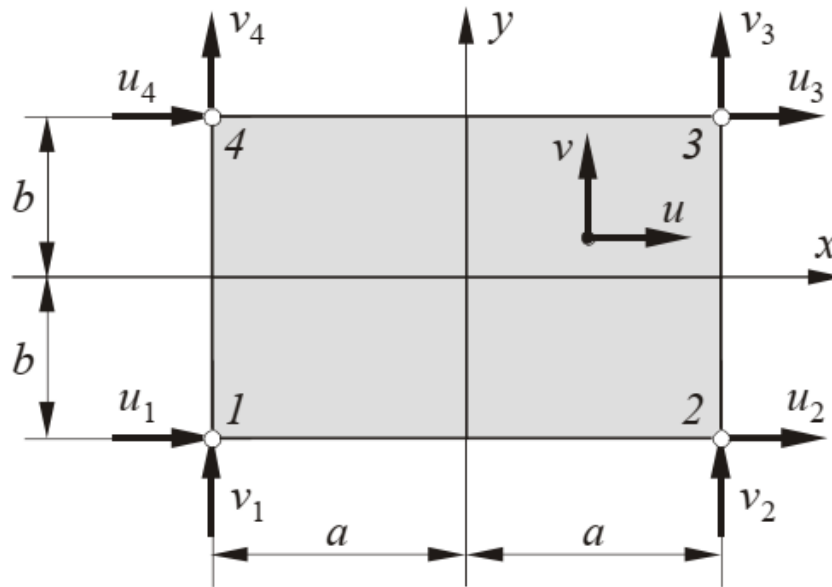
Slika 8 Osnovni konačni elementi [9]

#### 3.1. Osnovni pravokutni element

Za rješavanje ravninskog stanja deformacija i naprezanja najčešće koristimo dvodimenzionalne konačne elemente s funkcijama pomaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu.

Za uvjet kompatibilnosti 2D elementi, trokutni ili četverokutni elementi, moraju duž rubova ispuniti  $C^0$  kontinuitet. Razlikujemo osnovne konačne elemente i elemente višeg reda.

Najjednostavniji pravokutni konačni element je osnovni pravokutni element. To je pravokutnik s čvorovima u vrhovima s po dva stupnja slobode u svakom čvoru. Sve relacije su izvedene u lokalnom koordinatnom sustavu s osima paralelnim stranicama pravokutnika. Na slici 9 vidljiv je osnovni pravokutni element u kojemu je težište u ishodištu koordinatnog sustava.



Slika 9 Osnovni pravokutni model [9]

Stupnjevi slobode pomaci su u pravcu koordinatnih osi  $x$  i  $y$ :

$$\mathbf{v}^T = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4]. \quad (3.1)$$

Polje pomaka opisano je nepotpunim polinomima drugog stupnja:

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy, \quad (3.2)$$

$$v = a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy. \quad (3.3)$$

Polje pomaka moguće je zapisati i u matričnom zapisu koji glasi:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{a}, \quad (3.4)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Uvrštavanjem rubnih uvjeta  $x = x_i$ ,  $y = y_i$ ,  $u = u_i$  i  $v = v_i$  za koordinate čvorova sa slike 7 u izraze (3.2) i (3.1) dobije se sustav algebarskih jednačbi koji glasi:

$$\mathbf{v} = \mathbf{C}\mathbf{a}, \quad (3.6)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -a & -b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -b & ab \\ 1 & a & -b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & -b & -ab \\ 1 & a & b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & -b & ab \\ 1 & -a & b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -b & -ab \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Uvrštavanjem relacije (3.6) u (3.4) dobijemo vezu između vektora stupnjeva slobode  $\mathbf{v}$  i vektora pomaka polja  $\mathbf{u}$ :

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{v}. \quad (3.8)$$

Matricom funkcija oblika  $\mathbf{N}$  zovemo vezu između vektora polja pomaka  $\mathbf{u}$  i vektora stupnjeva slobode  $\mathbf{v}$ . Za pravokutni element sa slike 9 sastoji se od osam stupaca i dva retka u kojima su  $N_1, N_2, N_3$  i  $N_4$  funkcije oblika za pripadne čvorove konačnog elementa  $i = 1, \dots, 4$ . Funkcije oblika su jednodimenzijski linearni polinomi u pravcu lokalnog koordinatnog sustava koji ovise o geometriji elementa, tj. duljini  $a$  i širini  $b$  pravokutnika i koordinatama  $x$  i  $y$ :

$$\mathbf{N} = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{C}^{-1}, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

$$N_1 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right), \quad (3.11)$$

$$N_2 = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right), \quad (3.12)$$

$$N_3 = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right), \quad (3.13)$$

$$N_4 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right). \quad (3.14)$$

Matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima  $\mathbf{B}$  izračunava se posredno, deriviranjem funkcija oblika  $\mathbf{N}$ , pomoću matričnog izraza:

$$\mathbf{B} = \mathbf{D}_k \mathbf{N}, \quad (3.15)$$

gdje je  $\mathbf{D}_k$  kinematički diferencijalni operator za ravninsko stanje deformacija, odnosno ravninsko stanje naprežanja, definiran sljedećim izrazom:

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 \\ 0 & \partial_y \\ \partial_y & \partial_x \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Daljnijm sređivanjem izraza i deriviranja funkcija oblika (3.11) do (3.14) dobiva se izraz:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} -(b-y) & 0 & (b-y) & 0 & (b+y) & 0 & -(b+y) & 0 \\ 0 & -(a-x) & 0 & -(a+x) & 0 & (a+x) & 0 & (a-x) \\ -(a-x) & -(b-y) & -(a+x) & (b-y) & (a+x) & (b+y) & (a-x) & -(b+y) \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Raspodjela deformacija po konačnom elementu određena je izrazom:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{v}, \quad (3.18)$$

dok je deformacija definirana komponentama:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}]. \quad (3.19)$$

Na temelju (3.17) lako je zaključiti da se komponenta deformacije  $\varepsilon_x$  linearno mijenja s koordinatom  $y$ ,  $\varepsilon_y$  linearna je funkcija od  $x$ , a  $\gamma_{xy}$  linearno se mijenja s koordinatama  $x$  i  $y$ .

Naprežanje u konačnom elementu izračunava se putem sljedećeg izraza:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\mathbf{B}\mathbf{v}, \quad (3.20)$$

gdje matrica elastičnih konstanti materijala i koordinata čvorova  $\mathbf{S}$  definirana kao:

$$\mathbf{S} = \mathbf{D}\mathbf{B}. \quad (3.21)$$

Ako promotrimo ulazne parametre za matricni izraz naprežanja (3.20) možemo jednostavno zaključiti kako je polje naprežanja u osnovnom pravokutnom konačnom elementu linearna funkcija za svaku od navedenih komponenta naprežanja [9].

### 3.2. Programski paket *Abaqus*

Programski paket *Abaqus* jedan je od najpoznatijih računalnih alata za numeričku analizu konstrukcija putem metode konačnih elemenata. Omogućava brže i jednostavnije proračunavanje konstrukcija i problema od jednostavnih linearnih do složenih nelinearnih te statičke i dinamičke probleme uz modeliranje većine materijala koji se koriste u strojarstvu.

*Abaqus* sadrži nekoliko inačica programa:

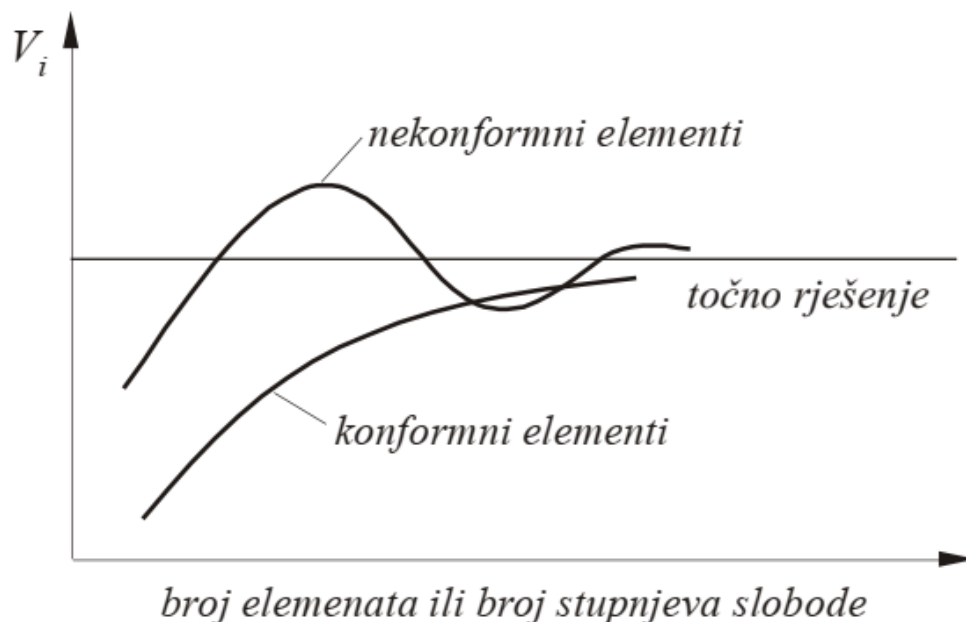
- *Abaqus/Standard* – za analizu opće namjene linearnih i nelinearnih problema. Ovu inačicu koristimo u radu.
- *Abaqus/Explicit* – za rješavanje nelinearnih i tranzijentnih dinamičkih problema pomoću eksplicitne metode vremenske integracije.
- *Abaqus/Electromagnetic* – za rješavanje problema iz područja elektromagnetizma.
- *Abaqus/CFD* – za rješavanje problema dinamike fluida kao i proračuna iz mehanike fluida, termičke i strukturne analize.

Program je podijeljen na tri razine kontrole zbog velikog broja podataka:

- predprocesor – opis proračunskog modela.
- procesor – rješavanje problema matematičkog modeliranja.
- postprocesor – grafički prikaz i obrada rezultata [10].

### 3.3. Konvergencija rješenja

Kako bi se ostvarilo približavanje točnom rješenju s povećanjem broja elemenata potrebno je da interpolacijske funkcije zadovoljavaju odgovarajuće uvjete. Ovisno o konačnim elementima i formulaciji metode konačnih elemenata približavanje točnom rješenju može biti monotono i nemonotono kako je vidljivo na slici 10. Ovdje ćemo promatrati monotonu konvergenciju koju omogućuje ispravna formulacija metode pomaka po kojoj se izračunavaju pomaci koji su po apsolutnoj vrijednosti manji od točnih, ali usitnjavanjem mreže se stalno povećavaju. Da bi se ostvarila monotona konvergencija interpolacijske funkcije trebaju ispunjavati mogućnost opisivanja pomaka krutog tijela i polja konstantnih deformacija i zadovoljiti sve uvjete kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata [9].



Slika 10 Konvergencija rješenja [9]

### 3.4. Koncentracija naprezanja za kružnicu i elipsu

U literaturi su koncentracije naprezanja prikazane preko faktora koncentracije naprezanja  $K_{tn}$  i  $K_{tg}$ . U radu se uzima  $K_{tg}$  koji za razliku od  $K_{tn}$  u obzir uzima puni presjek.  $K_{tg}$  je definiran kao:

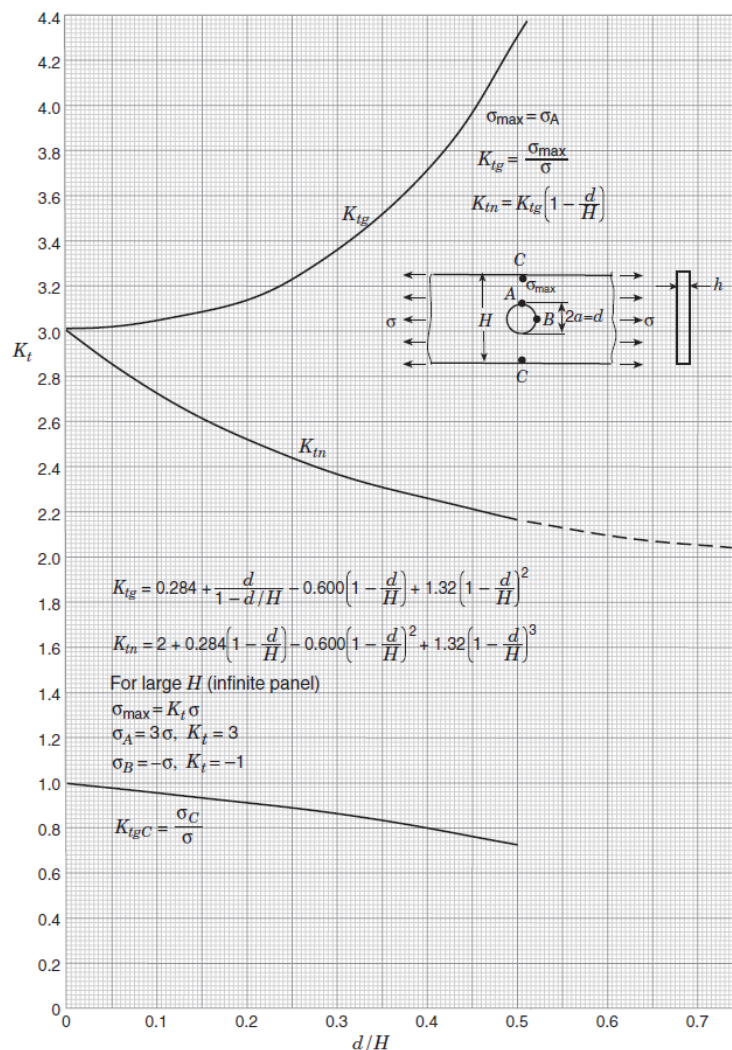
$$K_{tg} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}, \quad (3.22)$$

gdje je  $\sigma_{\max}$  najveće lokalno naprezanje, a  $\sigma$  referentno (nominalno) naprezanje [11].

Konvergencija numeričkih rezultata za jednostavne otvore oblika kružnice i elipse je pokazana s povećanjem broja konačnih elemenata na čijoj osnovi će se bazirati daljnji rad.

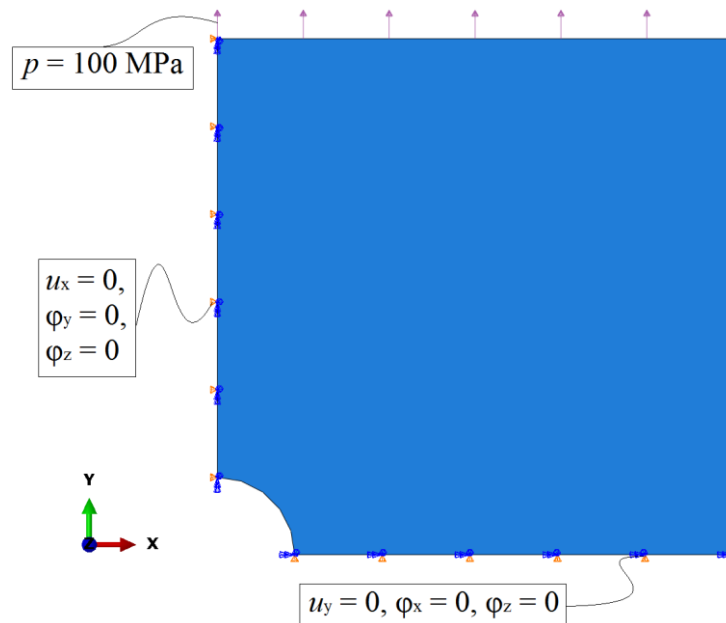
#### 3.4.1. Konvergencija numeričkih rezultata za kružni otvor

Na slici 11 prema Peterson [11] prikazan je dijagram faktora koncentracije naprezanja  $K_{tn}$  i  $K_{tg}$  za kružnicu u ovisnosti o odnosu promjera  $d$  i širine ploče  $H$ .



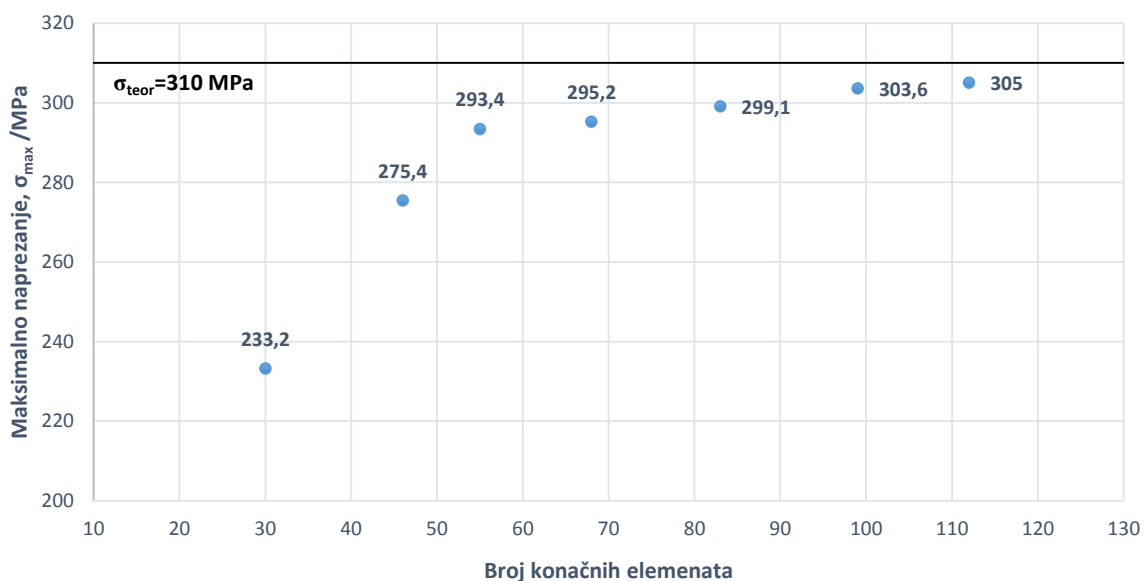
Slika 11 Koncentracija naprezanja oko otvora oblika kružnice na ploči zadane širine [11]

Zbog simetričnosti korištena je četvrtina pore oblika kružnice promjera  $d = 15$  mm na ploči širine  $H = 100$  mm i odnosa  $d/H = 0,15$ . Za zadane dimenzije sa slike 11 se vidi da teorijski faktor koncentracije naprezanja iznosi  $K_{tg} = 3,1$ , odnosno najveće naprezanje iznosi 310 MPa. Na slici 12 su prikazani rubni uvjeti simetrije i vlačno opterećenje u iznosu od 100 MPa u smjeru y-osi.



Slika 12 Rubni uvjeti simetrije i opterećenje pore kružnog oblika

S povećanjem broja elemenata, odnosno povećanjem gustoće mreže, naprezanja se približavaju teorijskom kako prikazuje slika 13 što dokazuje konvergenciju.

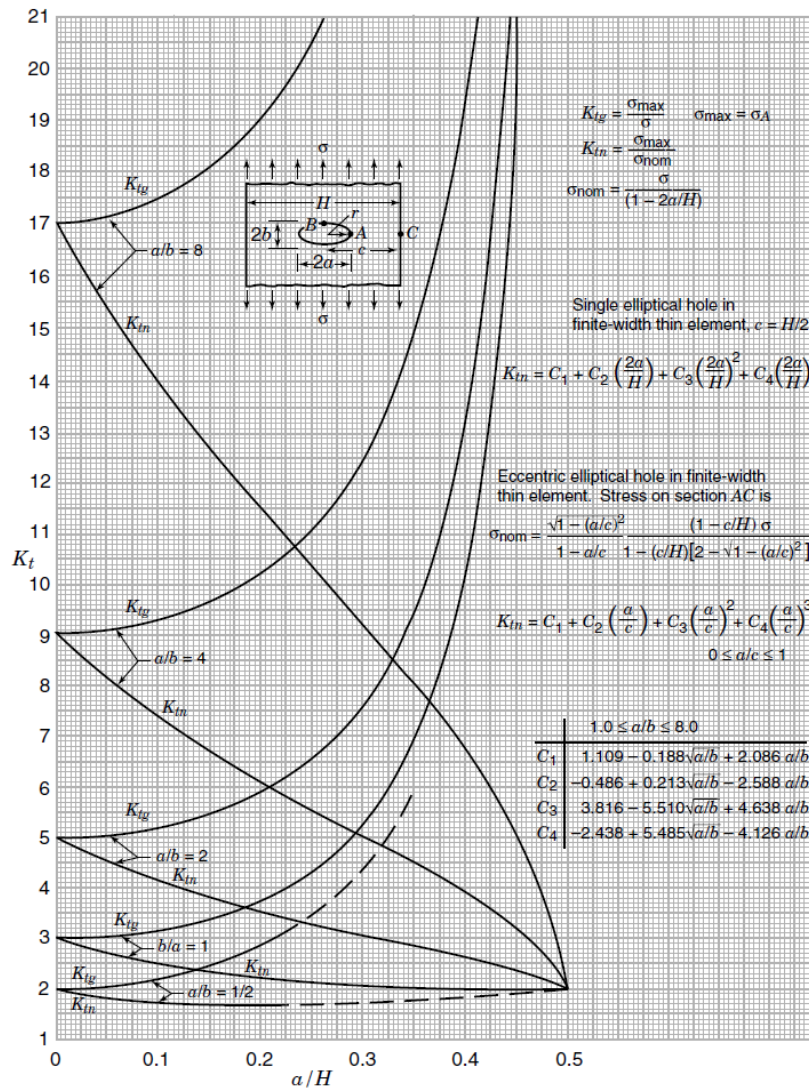


Slika 13 Konvergencija naprezanja u odnosu na broj elemenata kod pore kružnog oblika



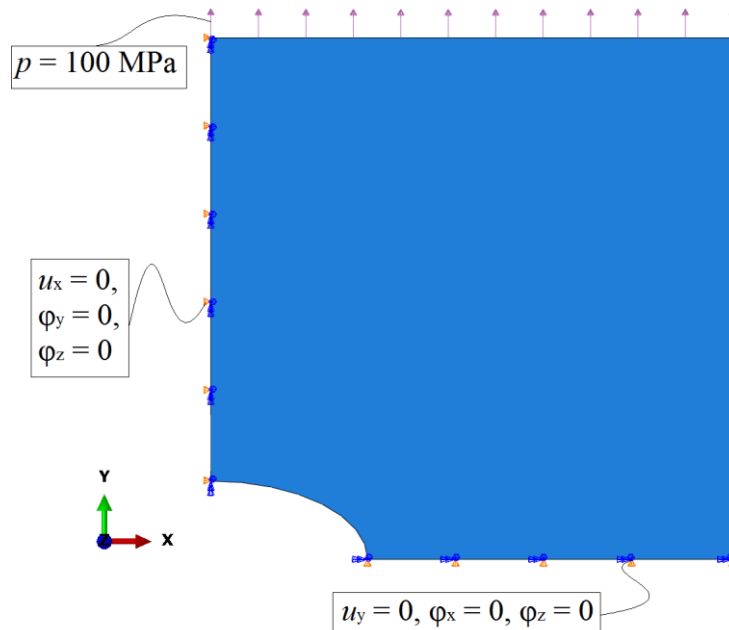
### 3.4.2. Konvergencija numeričkih rezultata za eliptični otvor

Na slici 14 prema Peterson [11] prikazan je dijagram faktora koncentracije naprezanja  $K_{tn}$  i  $K_{tg}$  za elipsu u ovisnosti o odnosu dimenzije  $a$  glavne osi elipse i širine ploče  $H$ .



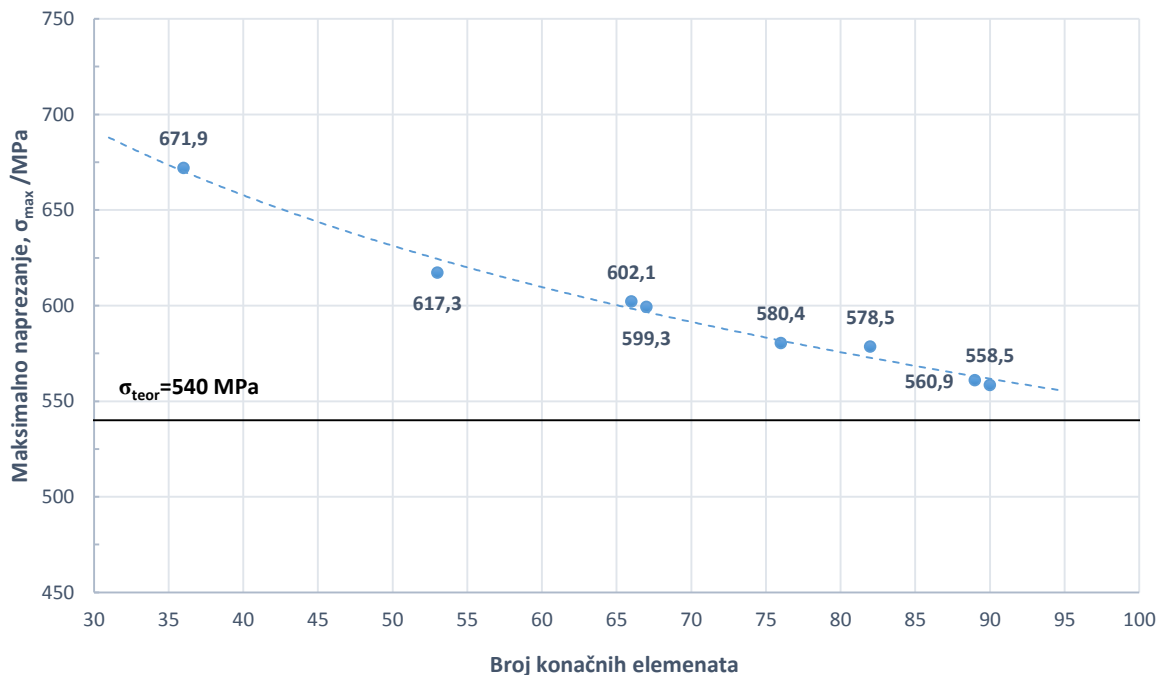
**Slika 14** Koncentracija naprezanja na otvoru oblika elipse na ploči zadane širine [11]

Zbog simetričnosti korištena je četvrtina pore oblika elipse s glavnom poluosi  $a = 15$  mm, manjom poluosi  $b = 7,5$  mm i odnosim  $a/b = 2$  na ploči širine  $H = 100$  mm. Za zadane dimenzije i odnos  $a/H = 0,15$  sa slike 14 vidi se da teorijski faktor koncentracije naprezanja iznosi  $K_{tg} = 5,4$ , odnosno najveće naprezanje iznosi 540 MPa. Na slici 15 su prikazani rubni uvjeti simetrije i vlačno opterećenje u iznosu od 100 MPa u smjeru y-osi.



Slika 15 Rubni uvjeti i opterećenje pore eliptičnog oblika

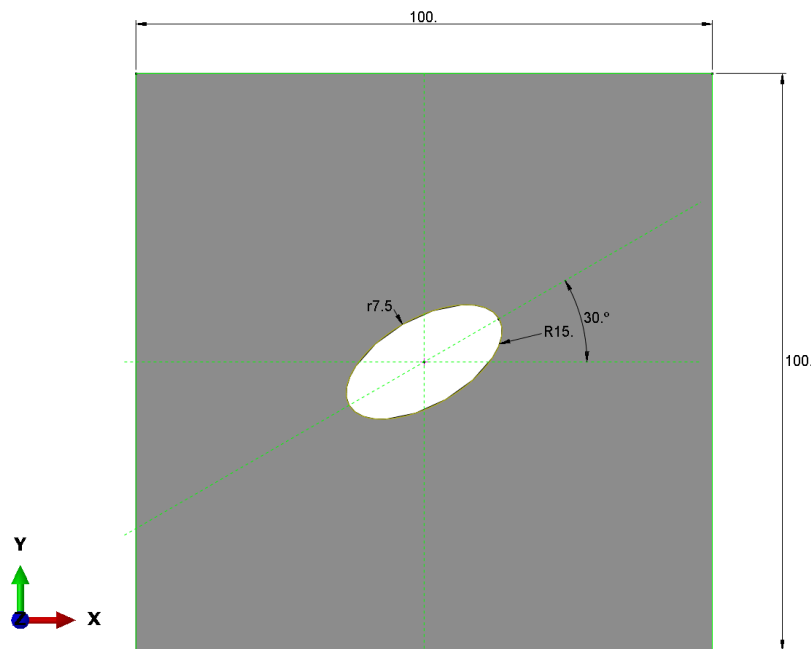
S povećanjem broja elemenata, odnosno povećanjem gustoće mreže, naprezanja se približavaju teorijskom kako prikazuje slika 16 što dokazuje konvergenciju.



Slika 16 Konvergencija naprezanja u odnosu na broj elemenata kod elipse s odnosima  $a/b = 2$  i  $a/H = 0,15$

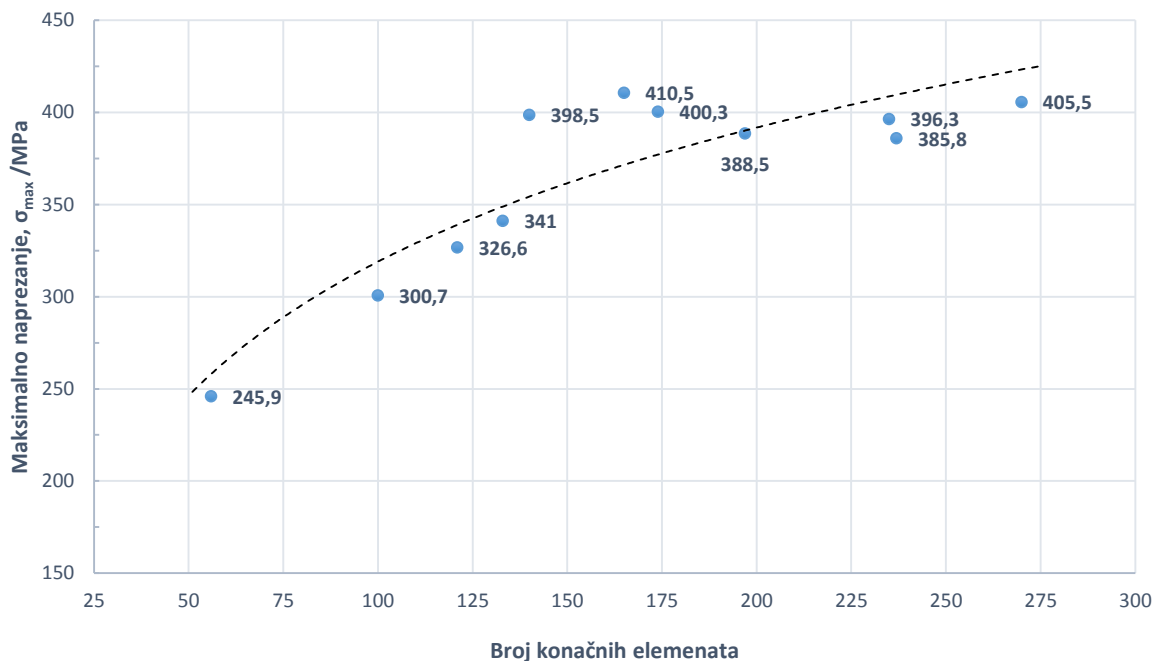
Kako se pore pojavljuju u različitim oblicima i dimenzijama potrebno je provjeriti ostaje li koncentracija naprezanja i dalje na najudaljenijem području pore ovisno o smjeru naprezanja.

Na slici 17 je elipsa sa istim dimenzijama i odnosima iz slike 15 samo je glavna poluos elipse zakrenuta za  $30^\circ$  u odnosu na  $x$ -os.



Slika 17 Elipsa zakrenuta za  $30^\circ$  s odnosom stranica  $a/b = 2$  i  $a/H = 0,15$

Povećanjem broja elemenata vidi se na slici 18 konvergencija najvećeg napreznja ovisno o broju konačnih elemenata. Stoga zaključujemo da će konvergencija vrijediti i za pore različitih oblika uz povećanje broja konačnih elemenata.



Slika 18 Napreznje u ovisnosti o broju konačnih elemenata za elipsu zakrenutu za  $30^\circ$

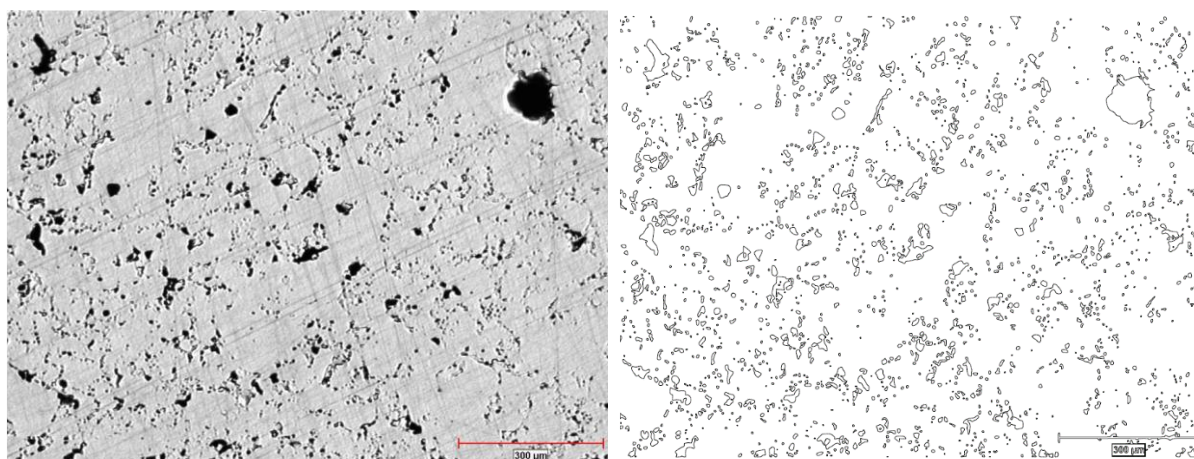
#### 4. NUMERIČKA ANALIZA MIKROSTRUKTURE

Za provedbu numeričke analize potrebno je iz poliranih i nagriženih uzoraka na slici 19 izvući metalografsku snimku kako bi vidjeli oblik pora. Na lijevoj snimci sa slike 20 vidi se raspored i oblik pora koje je potrebno pretvoriti u digitalizirani format slike u računalnom programu *AutoCAD* kako bi se kasnije mogli ubaciti u alat za numeričku analizu *Abaqus*.

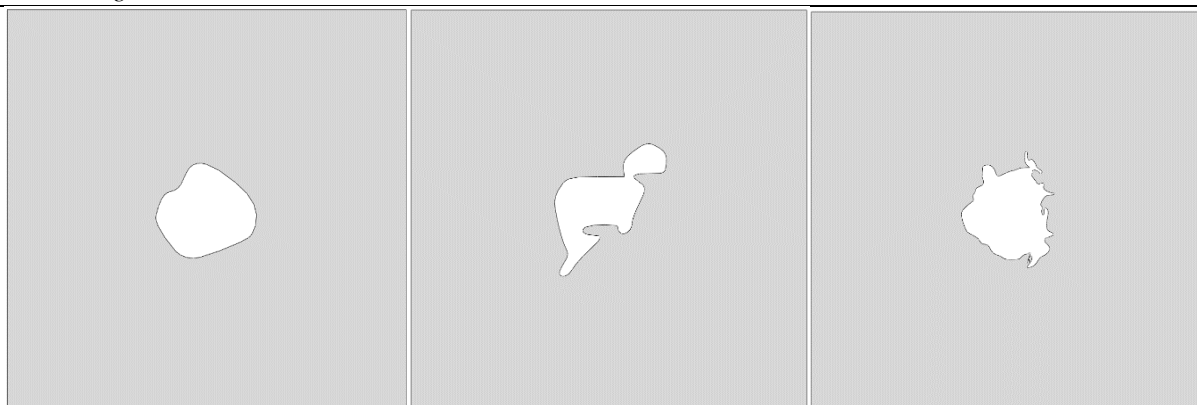


Slika 19 Uzorci sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C

Iz digitalizirane slike metalografije desno na slici 20 uzete su pore po subjektivnoj vizualnoj klasifikaciji količine izbočenih dijelova po rubu pore u tri kategorije kompleksnosti, niska, srednja i visoka. Iz svake kategorije ispitano je pet modela koji su skalirani na 4% poroznosti, odnosno površina je svedena na  $400 \mu\text{m}^2$  uz dopušteno odstupanje od 10%. Primjeri modela pora iz svake kategorije dani su na slici 21.

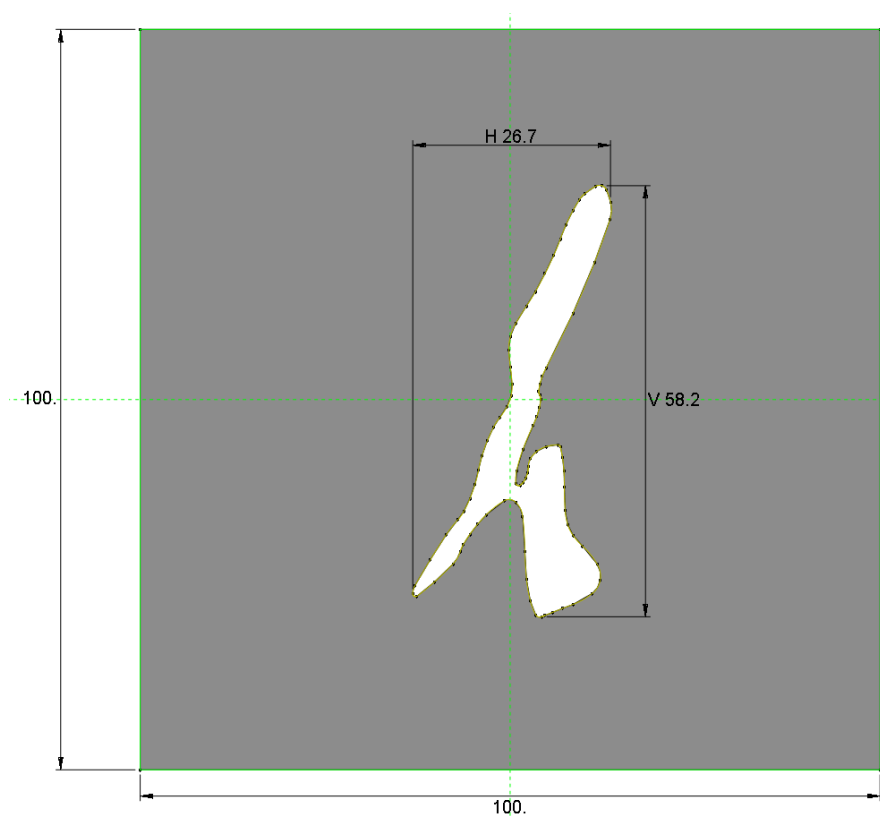


Slika 20 Metalografska snimka (lijevo) i digitalizirana slika metalografije (desno)



**Slika 21** Modeli pora u ovisnosti o kompleksnosti(s lijeva na desno): niska, srednja i visoka

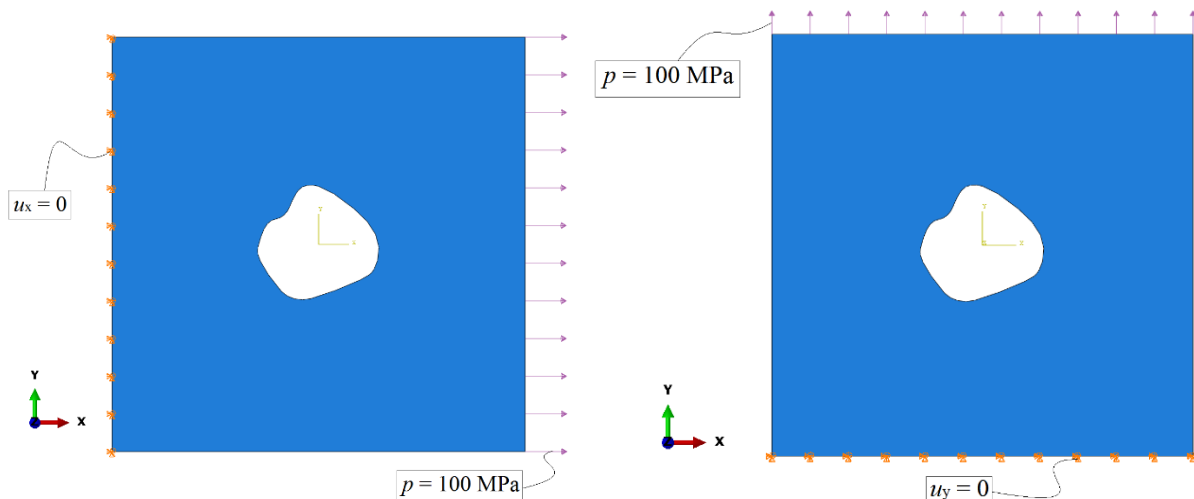
Modeli pora su postavljeni tako da su dimenzije pora simetrični u odnosu na simetrale ispitne ploče (slika 22).



**Slika 22** Dimenzije modela i primjer pore

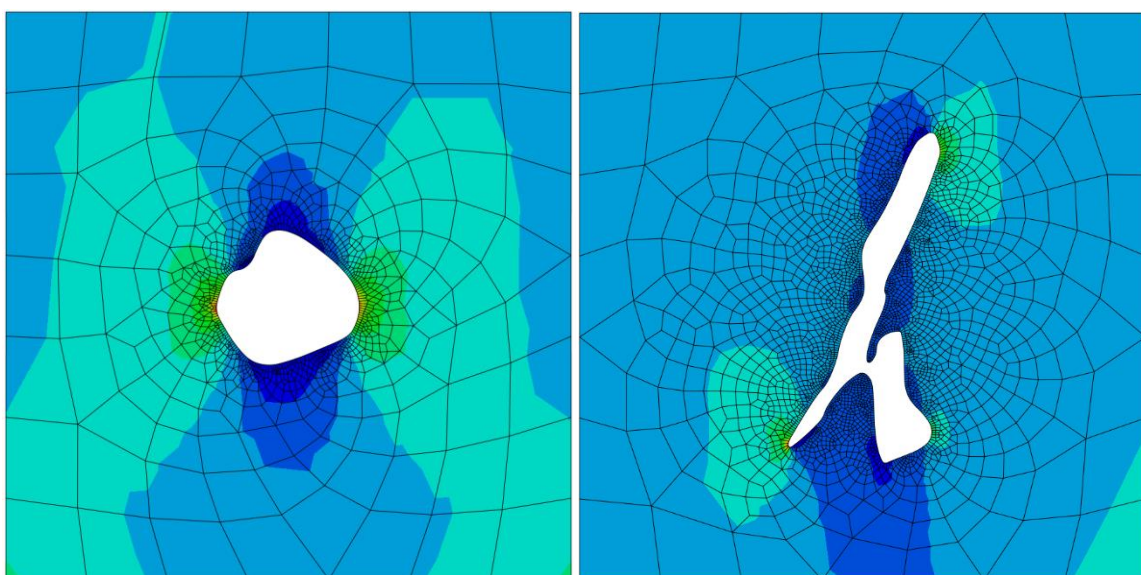
#### 4.1. Usporedba numeričkih rezultata i rezultata iz literature

Pore su vlačno opterećene duž ruba sa 100 MPa zasebno u smjeru  $x$ -osi i  $y$ -osi dok su pomaci ograničeni na suprotnim stranama od opterećenja kako je vidljivo na slici 23. Pretpostavljena je homogena mikrostruktura s modulom elastičnosti  $E = 259\,000$  MPa i Poissonovim faktorom  $\nu = 0,3$ .



Slika 23 Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja u smjeru  $x$ -osi (lijevo) i  $y$ -osi (desno)

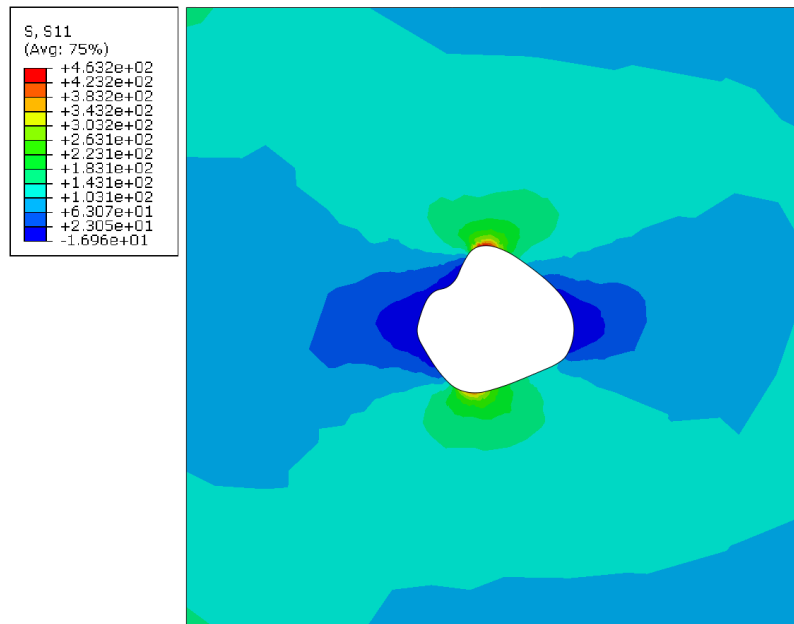
Što je pora kompleksnija to zahtjeva veću količinu konačnih elemenata, odnosno gušću mrežu. Primjer mreža dan je za model niske i visoke kompleksnosti na slici 24. U narednim slikama prikazana su naprezanja modela od niske do visoke kompleksnosti u smjeru  $x$ -osi i  $y$ -osi za jedan model iz svake kompleksnosti.



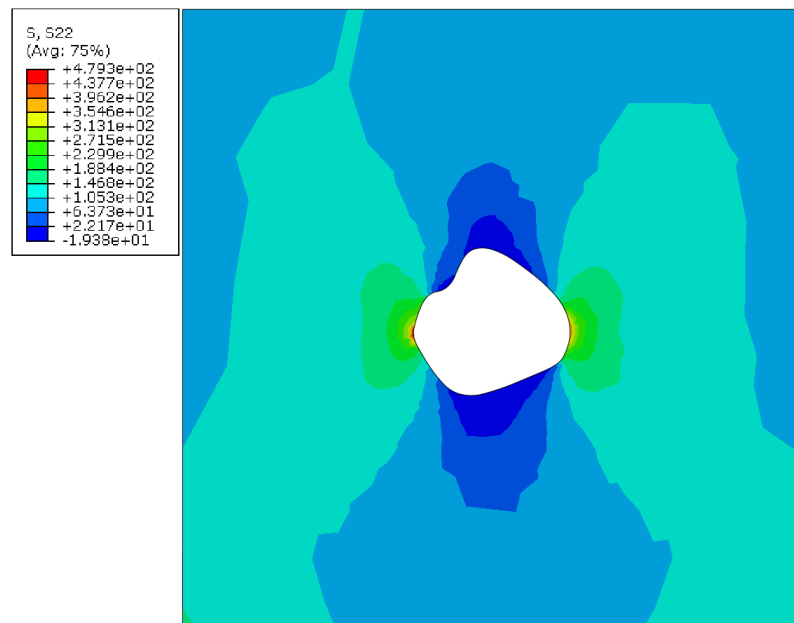
Slika 24 Gustoća mreže za modele niske (lijevo) i visoke kompleksnosti (desno)

#### 4.1.1. Naprezanja modela niske kompleksnosti

Na slikama je prikazan model 1 niske kompleksnosti opterećen u smjeru x-osi (slika 25) i y-osi (slika 26). Modeli niske kompleksnosti u prosjeku imaju opseg od 85  $\mu\text{m}$  i odnos opsega i površine pore 0,2  $1/\mu\text{m}$ . Prosjek naprezanja svih modela u smjeru x-osi iznosi 561,1 MPa, a u smjeru y-osi 503,4 MPa. Broj konačnih elemenata korištenih za analizu kreće se između 900 i 1500 elemenata. Ostali modeli niske kompleksnosti mogu se naći u prilogu I.



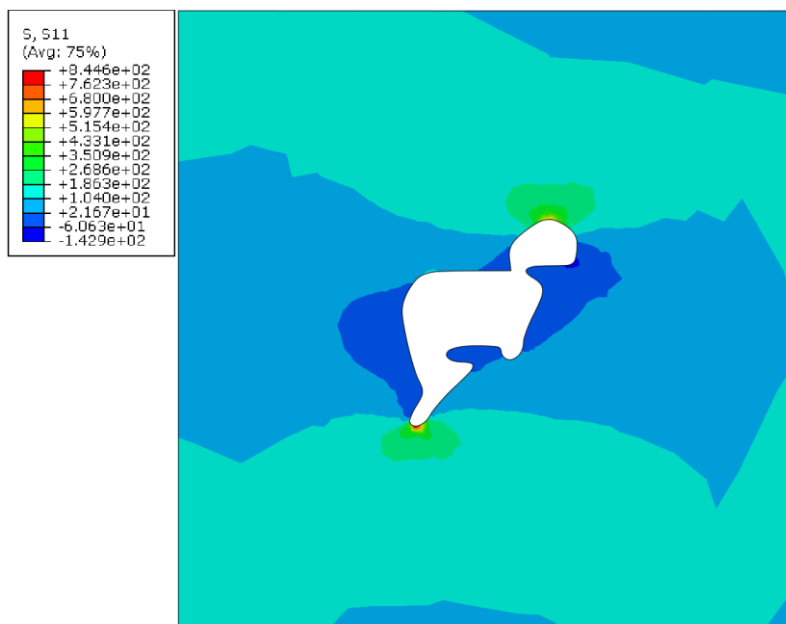
Slika 25 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa modela 1 niske kompleksnosti



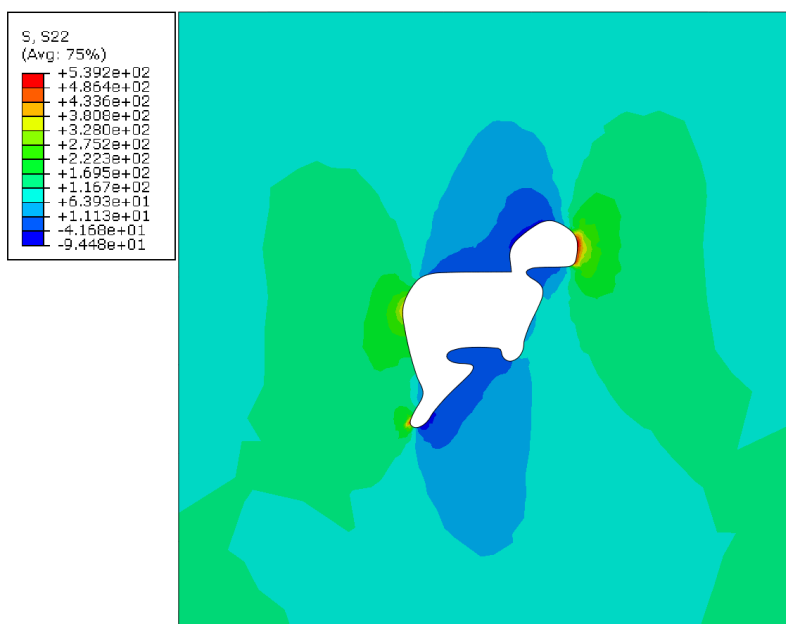
Slika 26 Dijagram naprezanja  $\sigma_y$ /MPa modela 1 niske kompleksnosti

#### 4.1.2. Naprezanje modela srednje kompleksnosti

Na slikama je prikaza model 1 srednje kompleksnosti opterećen u smjeru  $x$ -osi (slika 27) i  $y$ -osi (slika 28). Modeli srednje kompleksnosti u prosjeku imaju opseg od  $128 \mu\text{m}$  i odnos opsega i površine pore  $0,32 \text{ l}/\mu\text{m}$ . Prosjek naprezanja svih modela u smjeru  $x$ -osi iznosi  $784,7 \text{ MPa}$ , a u smjeru  $y$ -osi  $728,3 \text{ MPa}$ . Broj konačnih elemenata korištenih u analizi kreće se između  $1500$  i  $2500$  elemenata. Ostali modeli srednje kompleksnosti mogu se naći u prilogu I.



Slika 27 Dijagram naprezanja  $\sigma_x/\text{MPa}$  za modela 1 srednje kompleksnosti

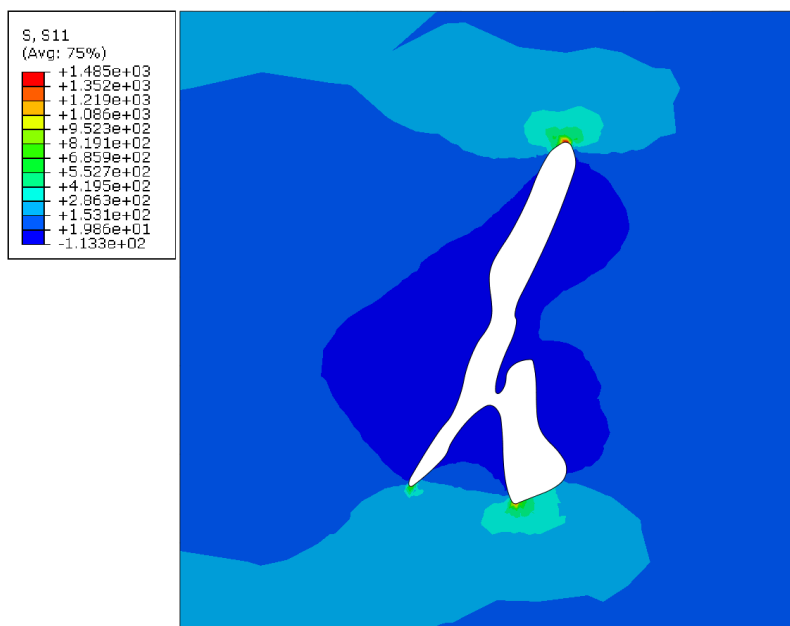


Slika 28 Dijagram naprezanja  $\sigma_y/\text{MPa}$  modela 1 srednje kompleksnosti

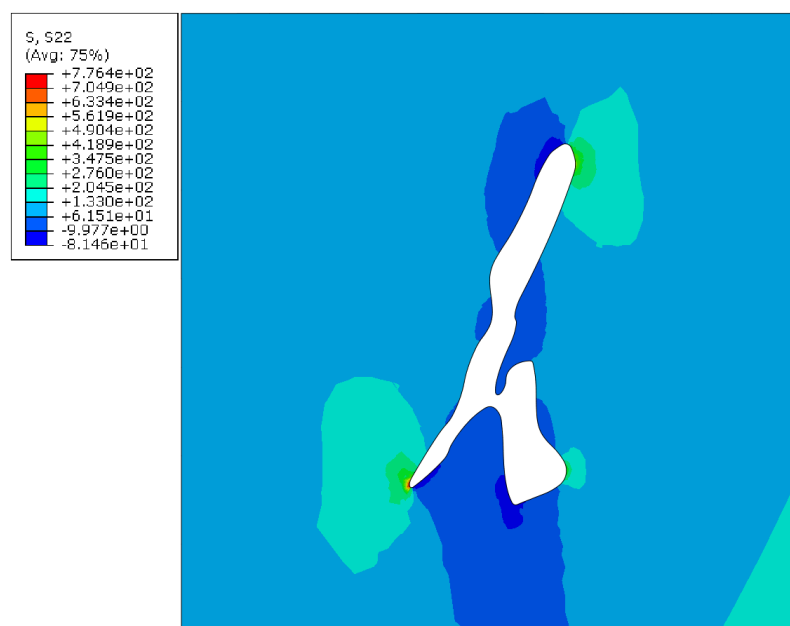


### 4.1.3. Naprezanje modela visoke kompleksnosti

Na slikama je prikazan model 1 visoke kompleksnosti opterećen u smjeru  $x$ -osi (slika 29) i  $y$ -osi (slika 30). Modeli visoke kompleksnosti u prosjeku imaju opseg od  $157 \mu\text{m}$  i odnos opsega i površine pore  $0,39 \text{ l}/\mu\text{m}$ . Prosjek naprezanja svih modela u smjeru  $x$ -osi iznosi  $1210,9 \text{ MPa}$ , a u smjeru  $y$ -osi  $858 \text{ MPa}$ . Broj konačnih elemenata u analizi kreće se između  $1700$  i  $2900$  elemenata. Ostali modeli visoke kompleksnosti mogu se naći u prilogu I.



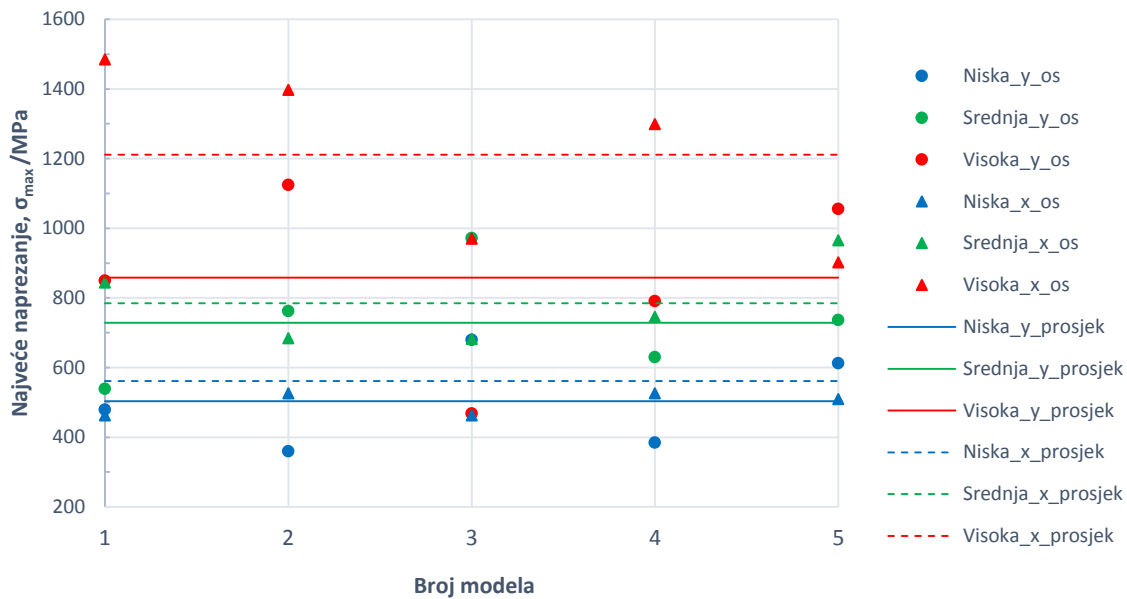
Slika 29 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa modela 1 visoke kompleksnosti



Slika 30 Dijagram naprezanja  $\sigma_y$ /MPa modela 1 visoke kompleksnosti

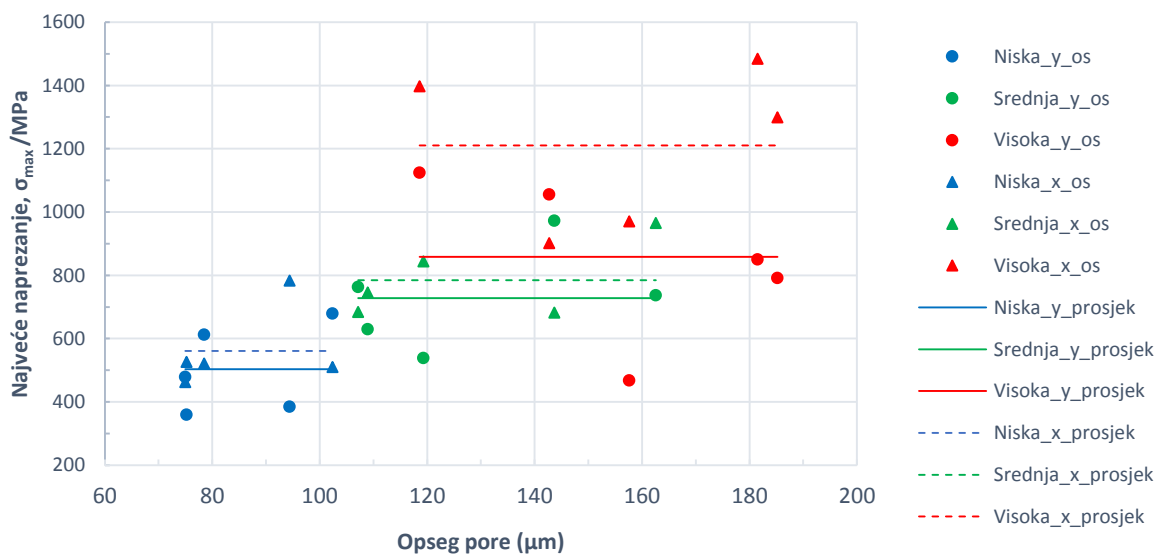
## 4.2. Usporedba rezultata naprezanja modela

Dobivene maksimalne vrijednosti naprezanja u smjeru  $x$ -osi i  $y$ -osi uspoređujemo između svih modela za svaku kompleksnost te vidimo na slici 31 da ovisno o kompleksnosti pore srednja vrijednost naprezanja je veća s povećanjem kompleksnosti pore. Ovdje je kompleksnost pore definirana subjektivno prema autoru.



Slika 31 Najveća naprezanja u smjeru  $x$ -osi i  $y$ -osi u ovisnosti o broju modela i kompleksnosti

Ukoliko uspoređujemo najveća naprezanja s opsegom pojedinih pora također se vidi da s porastom opsega modela i kompleksnosti raste vrijednost naprezanja (slika 32).



Slika 32 Najveća naprezanja u smjeru  $x$ -osi i  $y$ -osi ovisno o opsegu pore

## 5. ZAKLJUČAK

U radu je prikazano kako opseg i kompleksnost pore u sinteriranom materijalu utječe na povećanje lokaliziranog naprezanja. Također, na temelju podataka iz literature numeričke modele s kružnim i eliptičnim otvorom su verificirani. Ovim istraživanjem je pokazan utjecaj naprezanja (faktora koncentracije naprezanja) u odnosu na povećanje kompleksnosti pora. Literatura navodi kako veće gustoće sinteriranja imaju manje i pravilnije pore dok s druge strane, manje gustoće imaju veće i nepravilnije pore. Budući da je lokalizacija naprezanja među najvažnijim faktorima koji izazivaju inicijaciju i rast mikropukotine, a samim time i smanjenje makrosvojstva, pokazano je da kompleksnije pore imaju veću koncentraciju naprezanja nego pravilnije pore. Takav rezultat u skladu je s makromehaničkim rezultatima (slika 4) gdje su mehanička svojstva u velikoj ovisnosti o gustoći.

Porast maksimalnog naprezanja od gotovo 200% modela velike kompleksnosti u usporedbi s modelima manje kompleksnosti ima za utjecaj i porast faktora intenzivnosti naprezanja.

U radu autora Chawla i ostali [12] navodi se kako kod poroznosti iznad 5% pore imaju tendenciju spajanja jednih s drugima što čini čak 95% volumena pora spojenih u jednu poru. Također s neznatnim povećanjem poroznosti (4-10%) čvrstoća materijala znatno pada. Pojavljuju se koncentracije naprezanja koje potencijalno dovode do propagiranja u mikropukotinu i spajanjem s drugim porama u makropukotinu kako je pokazano u radu autora Chawla i ostali [13].

Također, ovakav pristup se može nastaviti s elasto-plastičnom analizom gdje se materijalni parametri mikrostrukture materijala mogu ispitati danas popularnom metodom instrumentirane indentacije. Osim toga, mogu se koristiti i različiti modeli loma koji su već implementirani u komercijalne numeričke pakete te na taj način predvidjeti ponašanje materijala na mikro i makrorazini. Ovakav pristup može se primijeniti i na ostale materijale iz skupine praškastih metala poput metalnog 3D ispisa i sličnih.

Možemo reći kako i ovakav jednostavan model istraživanja daje uvid u ponašanje materijala s izraženom poroznosti. Danas su porozni materijali sve više zastupljeni u industriji te kompleksno ponašanje na mikrostrukтури mora biti što bolje opisano.

## LITERATURA

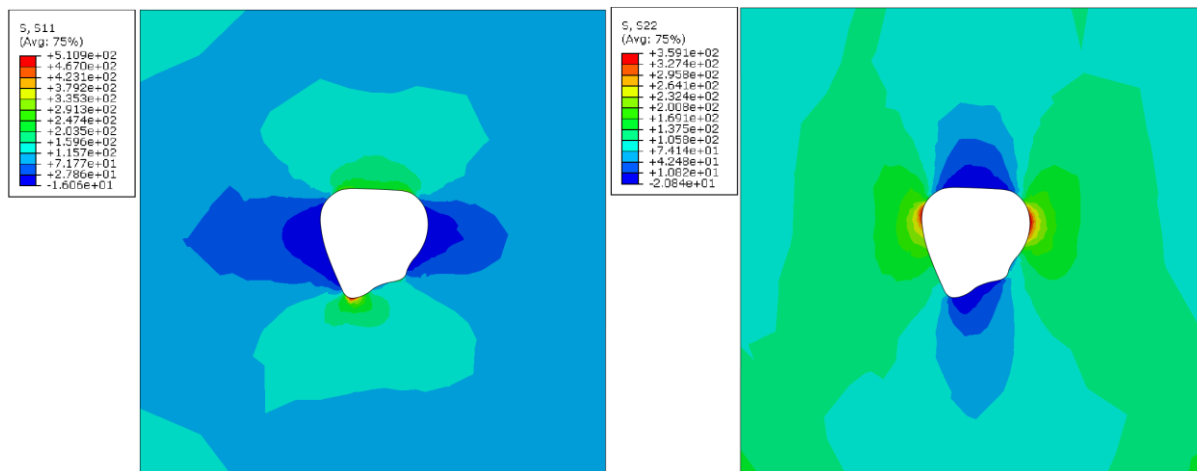
- [1] Slokar Lj.: *Metalurgija praha i sinter materijali*, Sveučilište u Zagrebu, Metalurški fakultet, Sisak, 2015.
- [2] Höganäs AB: *Höganäs Handbook for Sintered Components - Compacting of Metal Powder, Production of Sintered Materials*, 2015 Höganäs AB, 45–90., Höganäs Sweden
- [3] <https://ames-sintering.com/sintered-gears/>, 18.02.2022.
- [4] Tomić Z., Gubelj N., Jarak T., Tonković Z.: *Corelation of micromechanical and macromechanical properties of sintered materials in different densities*, in preparation
- [5] Bocchini G. F.: *The Influences of Porosity on the Characteristics of Sintered Materials*. SAE Transactions, 1986., Vol. 95, Section 1 (1986.), pp. 790-805
- [6] Plazibat B., Matoković A., Vetma V., *Nauka o čvrstoći*, skripta, Sveučilište u Splitu, Sveučilišni odjel za stručne studije, Split, 2019.
- [7] Pustaić D., Cukor I., *Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti*, Sažetak predavanja, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2009.
- [8] Jecić S., Semenski D.: *Jednadžbe teorije elastičnosti*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2011.
- [9] Sorić J.: *Metoda konačnih elemenata*, Biblioteka TEHNIČKA MEHANIKA, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [10] *Abaqus/CAE 6.14-1 Documentation*, 20.02.2022.
- [11] Pilkey W. D., Pilkey D. F.: *Peterson's stress concentration factors*, Third edition, John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- [12] Nikhilesh Chawla, Jason J. Williams, Xin Deng, Casey McClimon, Luke Hunter, S. H. Lau: *Three-dimensional characterization and modelling in porosity in PM steels*, article in International Journal of Powder Metallurgy, 2009.
- [13] N. Chawla, X. Deng: *Microstructure and mechanical behaviour of porous sintered steels*, Materials Science and Engineering A 390 (2005) 98-112, 2004.

## **PRILOZI**

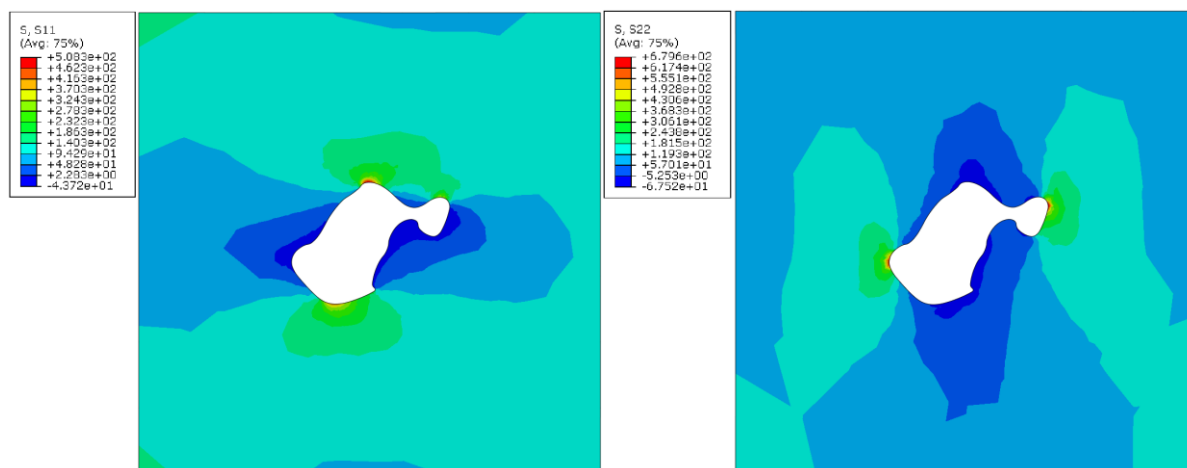
### **I. Naprezanja pora ovisno o kompleksnosti**

## Prilog I: Naprezanje pora ovisno o kompleksnosti

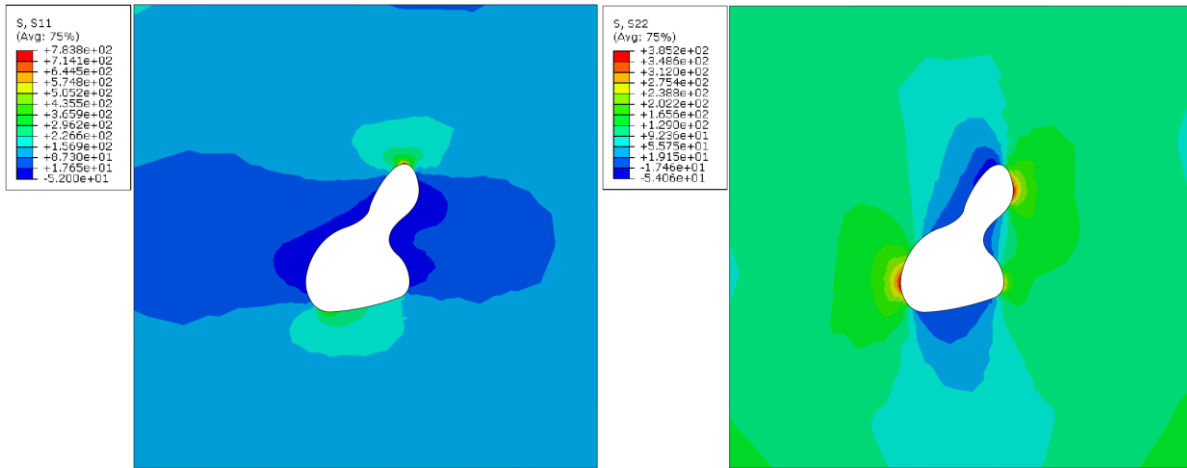
### Niska kompleksnost



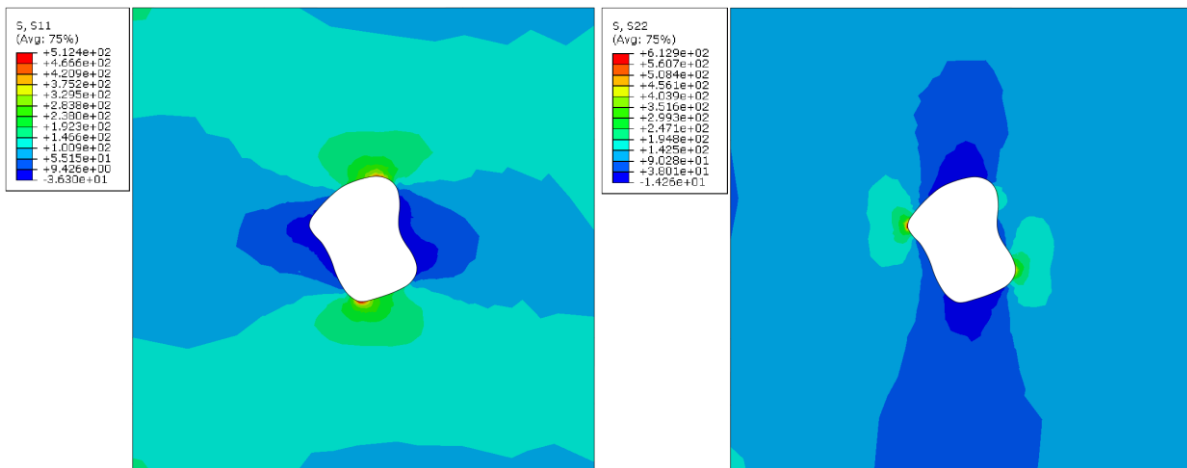
Slika 33 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 2 niske kompleksnosti



Slika 34 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 3 niske kompleksnosti

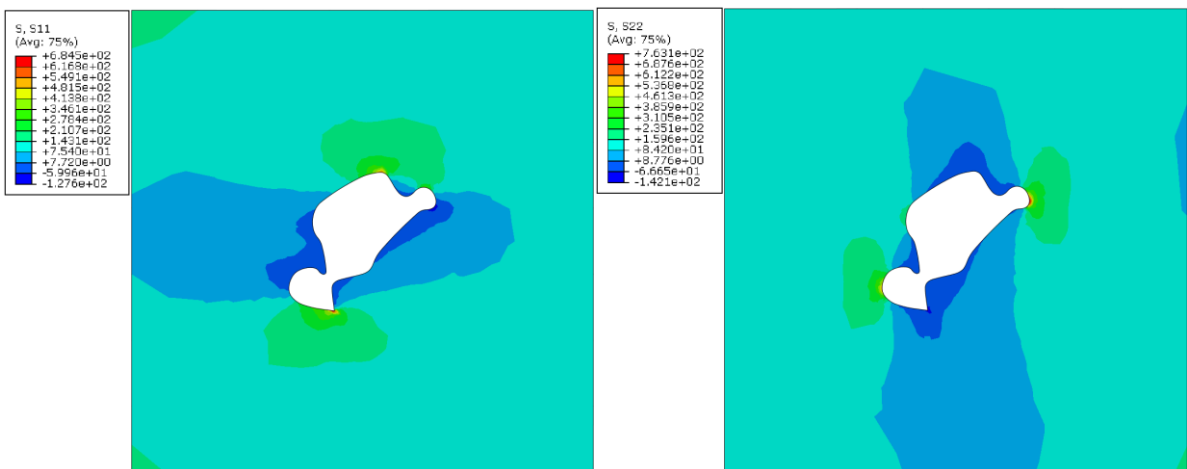


Slika 35 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 4 niske kompleksnosti

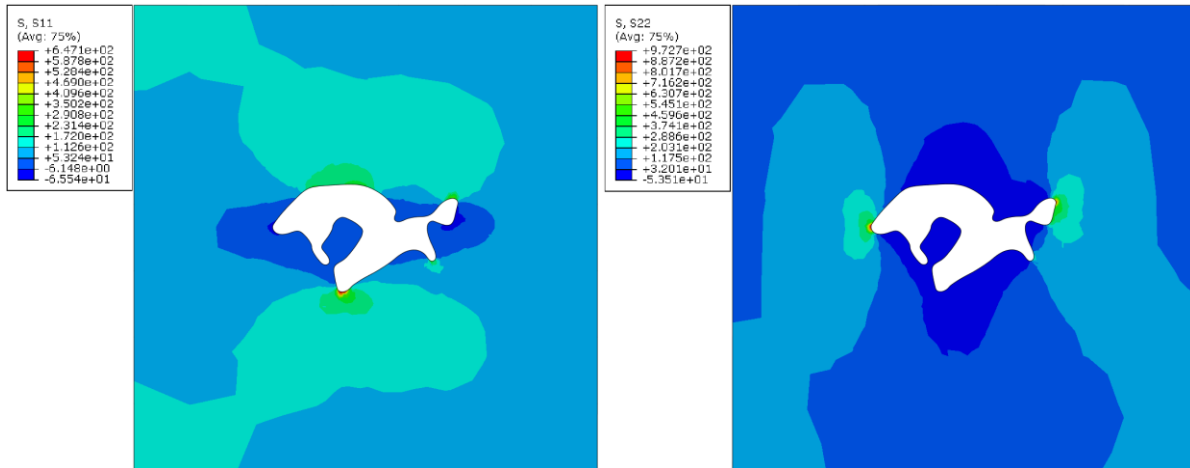


Slika 36 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 5 niske kompleksnosti

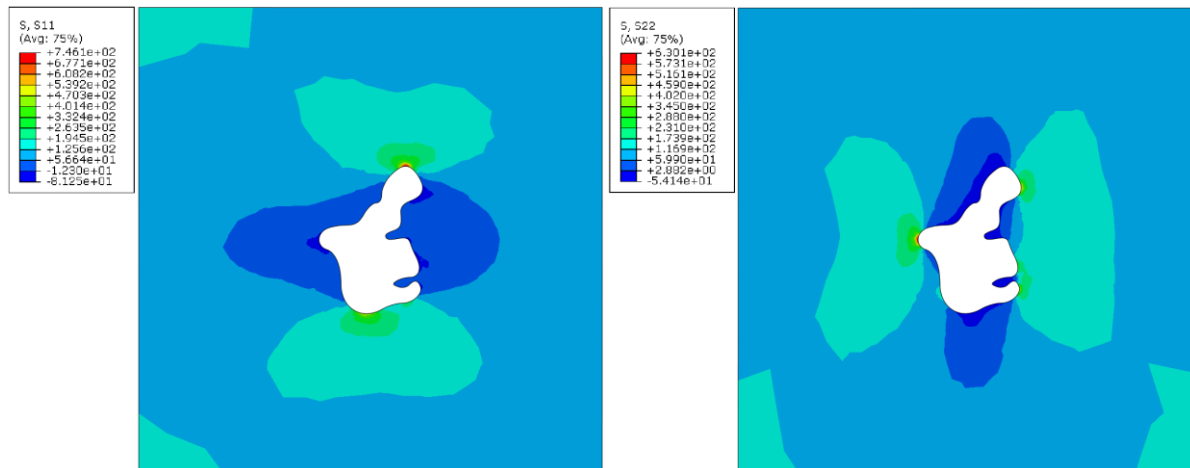
**Srednja kompleksnost**



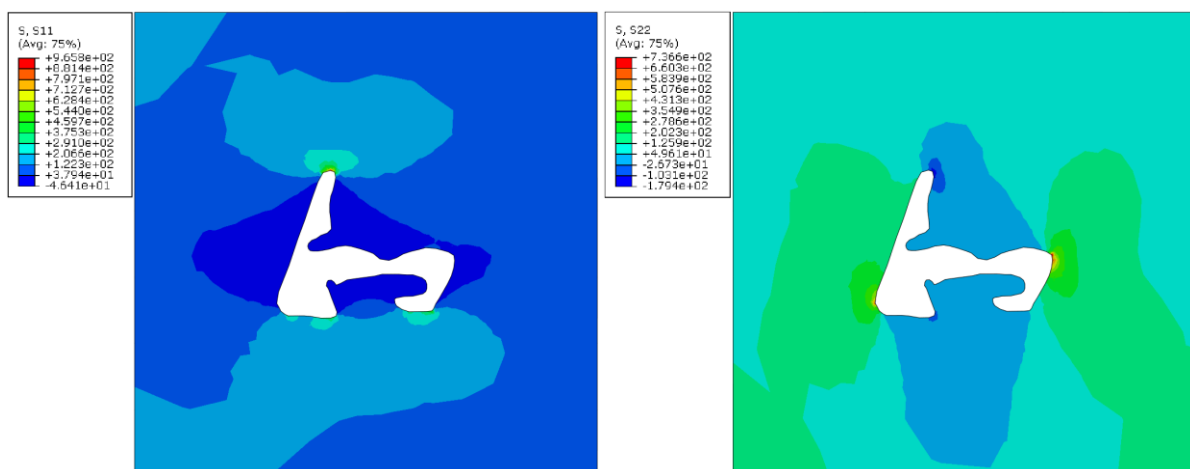
Slika 37 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 2 srednje kompleksnosti



Slika 38 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 3 srednje kompleksnosti



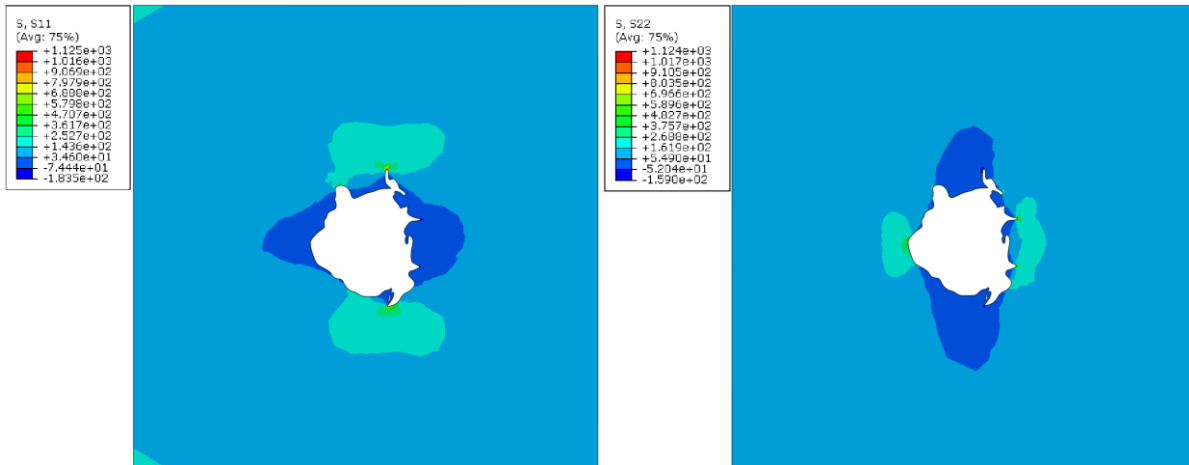
Slika 39 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 4 srednje kompleksnosti



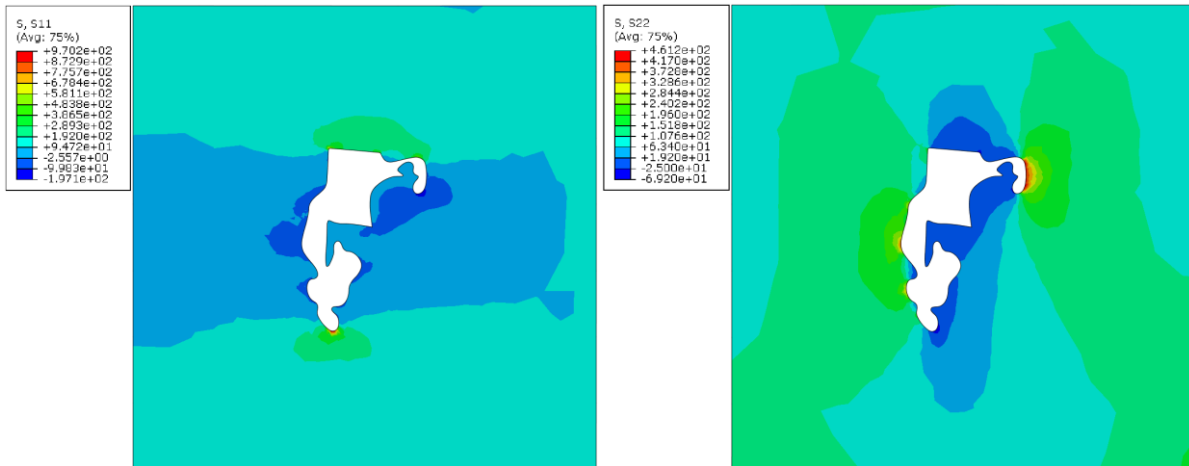
Slika 40 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 5 srednje kompleksnosti



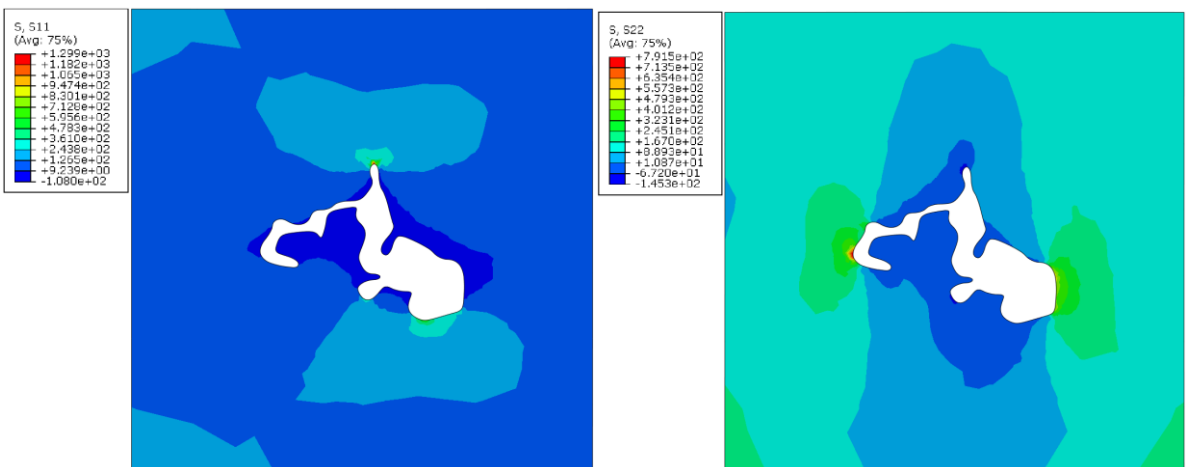
**Visoka kompleksnost**



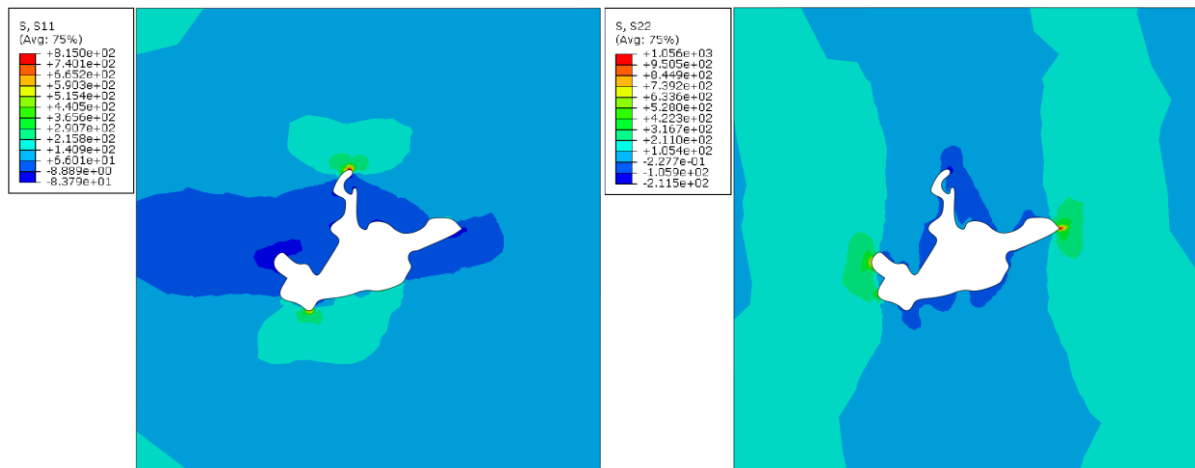
**Slika 41** Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 2 visoke kompleksnosti



**Slika 42** Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 3 visoke kompleksnosti



**Slika 43** Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 4 visoke kompleksnosti



Slika 44 Dijagram naprezanja  $\sigma_x$ /MPa (lijevo) i  $\sigma_y$ /MPa (desno) za model 5 visoke kompleksnosti