

# Numerička simulacija viskoznog strujanja oko modela broda za rasuti teret

---

Haramustek, Dario

Undergraduate thesis / Završni rad

2021

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:681176>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-10**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Dario Haramustek**

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli, dipl. ing.

Dr. sc. Ivana Martić, mag. ing.

Student:

Dario Haramustek

Zagreb, 2021.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu. Rad je izrađen u sklopu projekta IP-2020-02-8568 Hrvatske zaklade za znanost.

Zahvaljujem se svojim mentoricama prof. dr. sc. Nastii Degiuli, dipl. ing. i dr. sc. Ivani Martić, mag. ing. te asistentu dr. sc. Andrei Farkasu, mag. ing., na pruženoj pomoći, strpljenju i svim korisnim savjetima koji su mi olakšali izradu ovog rada.

Zahvaljujem se svojoj obitelji, djevojci i prijateljima koji su mi bila potpora kroz cijelo vrijeme studiranja.

Dario Haramustek



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 21 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 21 -	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Dario Haramustek**

Mat. br.: 0035210199

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička simulacija viskoznog strujanja oko modela broda za rasuti teret**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical simulation of viscous flow around a bulk carrier model**

Opis zadatka:

U posljednje vrijeme računalna dinamika fluida se nameće kao neizostavan alat u procesu projektiranja broda. Naime, primjenom računalne dinamike fluida moguće je odrediti hidrodinamičke značajke broda već u ranoj fazi projektiranja broda. Na taj način moguće je dobiti uvid u detalje strujanja oko trupa broda, poboljšati određeni projekt ili pak odabrati najpovoljniji projekt za modelsko ispitivanje. Kombinacija računalne dinamike fluida i eksperimentalnog ispitivanja u bazenu danas postaje uobičajeni pristup prilikom projektiranja broda. U završnom radu potrebno je, uz pomoć programskog paketa za računalnu dinamiku fluida, numerički simulirati viskozno strujanje oko modela broda za rasuti teret.

U radu je potrebno:

1. Dati pregled literature vezane za numeričke simulacije viskoznog strujanja oko modela broda.
2. Dati matematičku osnovu numeričkih metoda za simulaciju viskoznog strujanja sa slobodnom površinom.
3. Pripremiti proračunsku mrežu, početne i rubne uvjete potrebne za numeričku simulaciju viskoznog strujanja fluida.
4. Izvršiti numeričku simulaciju pokusa otpora modela broda za rasuti teret koristeći programski paket za računalnu dinamiku fluida.
5. Usporediti numerički dobivene rezultate ukupnog otpora modela broda za rasuti teret s eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi.

Rezultate proračuna prikazati odgovarajućim tablicama, dijagramima i slikama.

U radu koristiti programski paket STAR-CCM+ dostupan na FSB-u.

U radu treba navesti literaturu i eventualno dobivenu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:

30. studenoga 2020.

Datum predaje rada:

1. rok: 18. veljače 2021.

2. rok (izvanredni): 5. srpnja 2021.

3. rok: 23. rujna 2021.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 22.2. – 26.2.2021.

2. rok (izvanredni): 9.7.2021.

3. rok: 27.9. – 1.10.2021.

Zadatak zadao:

*Nastja Degiuli*  
Prof. dr. sc. Nastja Degiuli

*Ivana Martić*

Dr. sc. Ivana Martić, komentor

Predsjednik Povjerenstva:

*Čatipović*

Izv. prof. dr. sc. Ivan Čatipović

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. UVOD .....	1
1.1. Pregled literature .....	2
2. OTPOR BRODA.....	4
2.1. Općenito .....	4
2.2. Podjela otpora.....	4
2.3. Dodatne komponente otpora .....	7
3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA .....	9
3.1. Numeričke simulacija.....	9
3.2. Osnovne jednačbe dinamike fluida .....	11
3.3. Modeliranje turbulencije .....	13
3.3.1. Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednačbe.....	13
3.4. Modeli turbulencije .....	14
3.4.1. $k - \varepsilon$ model turbulencije.....	15
3.5. Metoda konačnih volumena .....	15
3.6. Metoda udjela fluida u volumenu.....	16
3.7. Zidne funkcije .....	18
3.8. Verifikacija rezultata numeričke simulacije.....	20

---

3.8.1. Procjena nesigurnosti numeričke simulacije .....	21
3.9. Postupak validacije rezultata numeričke simulacije.....	22
4. NUMERIČKA SIMULACIJA VISKOZNOG STRUJANJA.....	23
4.1. Ulaz u STAR-CCM+.....	23
4.2. Kreiranje domene .....	24
4.3. Kontrola unesene geometrije.....	25
4.4. Rubni uvjeti .....	26
4.5. Diskretizacija domene .....	27
4.5.1. Volumetrijske kontrole.....	30
4.6. Fizikalni model.....	33
4.7. Postavljanje parametara rješavača.....	34
5. ANALIZA REZULTATA.....	35
5.1. Prikaz rezultata.....	35
5.2. Validacija rezultata.....	39
5.3. Verifikacija rezultata .....	42
6. ZAKLJUČAK .....	45
LITERATURA.....	46

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Podjela ukupnog otpora broda [13].....	8
Slika 2. Shematski prikaz postupka provođenja numeričke simulacije .....	11
Slika 3. Dio diskretiziranog područja proračuna [14] .....	16
Slika 4. Prikaz neprikladne (a) i prikladne (b) mreže kontrolnog volumena za VOF metodu [19]... ..	17
Slika 5. Granični sloj kod strujanja viskoznog fluida uz čvrstu stijenu [20] .....	19
Slika 6. Prikaz profila brzine unutar turbulentnog graničnog sloja [20].....	20
Slika 7. 3D model JBC broda.....	24
Slika 8. Dimenzije domene numeričke simulacije pokusa otpora .....	25
Slika 9. Rubni uvjeti na granicama domene.....	26
Slika 10. Heksaedarska ćelija.....	27
Slika 11. Model broda diskretiziran grubom mrežom.....	29
Slika 12. Model broda diskretiziran srednjom mrežom .....	29
Slika 13. Model broda diskretiziran finom mrežom .....	29
Slika 14. Volumetrijske kontrole pramca i krme (a) te generirana mreža konačnih volumena (b) ...	30
Slika 15. Prikaz prizmatičnih ćelija unutar graničnog sloja.....	31
Slika 16. Presjek mreže na $z = -0,118$ m .....	32
Slika 17. Odabrani fizikalni model .....	33
Slika 18. Parametar $y^+$ duž trupa modela broda .....	35
Slika 19. Prikaz slobodne površine .....	35
Slika 20. Slobodna površina duž trupa modela broda.....	36
Slika 21. Polje brzine na slobodnoj površini.....	36
Slika 22. Slika valova oko modela broda.....	37
Slika 23. Prikaz strujnica na slobodnoj površini ispred pramca .....	38
Slika 24. Prikaz strujnica na slobodnoj površini iza krme .....	38
Slika 25. Prikaz otpora trenja i otpora tlaka (a) te ukupnog otpora (b).....	39



**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Prikaz glavnih značajki broda i modela .....	23
Tablica 2. Postavke diskretizacije grube mreže .....	28
Tablica 3. Osnovne veličine ćelija geometrijskih mreža.....	28
Tablica 4. Broj ćelija geometrijskih mreža .....	32
Tablica 5. Koeficijent ukupnog otpora, uron i trim broda za različite gustoće mreže .....	40
Tablica 6. Koeficijent ukupnog otpora, uron i trim broda za različite vremenske korake .....	40
Tablica 7. Validacija koeficijenta ukupnog otpora dobivenog primjenom različite gustoće mreže ..	41
Tablica 8. Validacija urona dobivenog primjenom različite gustoće mreže .....	41
Tablica 9. Validacija trima dobivenog primjenom različite gustoće mreže.....	41
Tablica 10. Validacija koeficijenta ukupnog otpora dobivenog primjenom različitog vremenskog koraka .....	42
Tablica 11. Validacija urona dobivenog primjenom različitog vremenskog koraka .....	42
Tablica 12. Validacija trima dobivenog primjenom različitog vremenskog koraka .....	42
Tablica 13. Numerička nesigurnost koeficijenta ukupnog otpora za različitu gustoću mreže.....	43
Tablica 14. Numerička nesigurnost urona za različitu gustoću mreže.....	43
Tablica 15. Numerička nesigurnost trima za različitu gustoću mreže .....	43
Tablica 16. Numerička nesigurnost koeficijenta ukupnog otpora za različiti vremenski korak .....	43
Tablica 17. Numerička nesigurnost urona za različiti vremenski korak .....	44
Tablica 18. Numerička nesigurnost trima za različiti vremenski korak.....	44
Tablica 19. Nesigurnost numeričke simulacije za pojedine rezultate .....	44

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$B$	m	širina
$C_B$	/	koeficijent punoće
$C_F$	/	koeficijent otpora trenja
$C_P$	/	koeficijent otpora tlaka
$C_{PV}$	/	koeficijent viskoznog otpora tlaka
$C_T$	/	koeficijent ukupnog otpora
$C_{T\_EKS}$	/	koeficijent ukupnog otpora modela broda dobiven eksperimentalno
$C_{T\_RDF}$	/	koeficijent ukupnog otpora modela broda dobiven numeričkom simulacijom
$C_V$	/	koeficijent viskoznog otpora
$C_W$	/	koeficijent otpora valova
$D_{ij}$	s <sup>-1</sup>	tenzor brzine deformacije
$Fn$	/	Froudeov broj
$F_s$	/	faktor sigurnosti
$g$	m/s <sup>2</sup>	gravitacijska konstanta
$L$	m	duljina broda
$L_{CG}$	m	položaj težišta mase po duljini broda
$L_{PP}$	m	duljina između okomica broda
$p$	Pa	tlak
$\bar{p}$	Pa	vremenski osrednjena vrijednost polja tlaka
$p'$	Pa	pulsirajući (fluktuirajući) tlak
$p_i$	/	red točnosti
$R_A$	N	dodatni otpor
$R_{AA}$	N	otpor zraka i vjetra
$R_{AP}$	N	otpor privjesaka
$R_{AR}$	N	otpor hrapavosti oplate
$R_{AS}$	N	otpor kormilarenja
$R_F$	N	otpor trenja

$R_i$	/	omjer konvergencije
$Rn$	/	Reynoldsov broj
$R_P$	N	otpor tlaka
$R_{PV}$	N	viskozni otpor tlaka
$R_T$	N	ukupni otpor
$R_{T\_EKS}$	N	ukupni otpor modela broda dobiven eksperimentalno
$R_{T\_RDF}$	N	ukupni otpor modela broda dobiven numeričkom simulacijom
$R_V$	N	viskozni otpor
$R_W$	N	otpor valova
$RD$	%	relativna devijacija
$r_{xx}$	m	radijus tromosti mase oko x osi
$r_{yy}$	m	radijus tromosti mase oko y osi
$r_{zz}$	m	radijus tromosti mase oko z osi
$S$	m <sup>2</sup>	oplakana površina
$\hat{S}_i$	/	vrijednost rezultata numeričke simulacije
$S_L$	/	donja vrijednost rezultata numeričke simulacije
$S_U$	/	gornja vrijednost rezultata numeričke simulacije
$T$	m	gaz
$\bar{u}$	m/s	komponenta brzine strujanja paralelno sa stijenkom
$U_i$	/	numerička nesigurnost
$\bar{U}_{SN}$	/	ukupna numerička nesigurnost
$\bar{U}_T$	/	nesigurnost vremenskog koraka
$\bar{U}_G$	/	nesigurnost geometrijske mreže
$u_\tau$	m/s	brzina trenja
$v$	m/s	brzina
$V$	m <sup>3</sup>	volumen
$V_{CG}$	m	položaj težišta mase po visini broda
$v_i$	m/s	vektor brzine
$\bar{v}_i$	m/s	vremenski osrednjena vrijednost komponente polja brzine
$v_i'$	m/s	pulsirajuća (fluktuirajuća) komponenta brzine
$y$	m	udaljenost od stijenke

---

$y^+$	/	bezdimenzijska udaljenost od stijenke
$\alpha_i$	/	volumni udio pojedine faze fluida unutar kontrolnog volumena
$\Delta$	t	istisnina
$\delta_{ij}$	/	Kroneckerov simbol
$\delta_{RE}^*$	/	numerička pogreška
$\varepsilon$	$\text{m}^2\text{s}^{-3}$	brzina disipacije kinetičke energije turbulencije
$\varepsilon_i$	/	razlika rezultata
$\kappa$	/	Von Karmanova konstanta
$\lambda$	/	koeficijent geometrijske sličnosti ili mjerilo sličnosti
$\mu$	Pas	dinamički koeficijent viskoznosti
$\mu_t$	Pas	dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti
$\nu$	$\text{m}^2/\text{s}$	kinematički koeficijent viskoznosti
$\rho$	$\text{kg}/\text{m}^3$	gustoća
$\Sigma_{ij}$	$\text{N}/\text{m}^2$	devijatorski dio tenzora naprezanja
$\sigma_{ji}$	$\text{N}/\text{m}^2$	tenzor naprezanja
$\tau$	$\text{N}/\text{m}^2$	tangencijalno naprezanje

## SAŽETAK

U ovom radu provedene su numeričke simulacije pokusa otpora modela Japan Bulk Carrier (JBC) broda primjenom računalne dinamike fluida (RDF) kako bi se odredio ukupni otpor, uron/izron i trim modela broda. Dan je pregled literature vezane uz mogućnosti primjene RDF-a u području brodske hidrodinamike. Za provođenje numeričkih simulacija korišten je komercijalni programski paket STAR-CCM+. Numeričke simulacije provedene su na temelju modela nestacionarnog trodimenzijskog viskozno strujanja fluida sa slobodnom površinom, primjenom Reynoldsovih osrednjenih Navier-Stokesovih (eng. *Reynolds Averaged Navier-Stokes*, RANS) jednadžbi. Primijenjen je  $k - \varepsilon$  model turbulencije i metoda udjela fluida u volumenu (eng. *Volume of Fluid*, VOF) za opis gibanja dvofaznog medija. Ispitan je utjecaj gustoće mreže te vremenskog koraka na rezultate ukupnog otpora za jedan Froudeov broj. Koeficijent ukupnog otpora modela broda dobiven numeričkim simulacijama uspoređen je s eksperimentalnim podacima dostupnim u literaturi. Pokazano je kako RDF omogućuje zadovoljavajuće rezultate u procjeni ukupnog otpora modela broda.

Ključne riječi: računalna dinamika fluida (RDF), metoda udjela fluida u volumenu (VOF),  $k - \varepsilon$  model turbulencije, Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove (RANS) jednadžbe, STAR-CCM+, pokus otpora

## SUMMARY

Within this study, numerical simulations of resistance test for a ship model of Japan Bulk Carrier (JBC) are performed using Computational Fluid Dynamics (CFD) to determine total resistance, trim and sinkage of a ship model. The possibilities of CFD application in the field of ship hydrodynamics are presented within the literature review. Numerical simulations are performed within commercial software package STAR CCM+, based on the model of unsteady three-dimensional viscous flow with free surface utilizing Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) equations. The  $k - \varepsilon$  turbulence model is used and Volume of Fluid (VOF) method is applied for the motion description of two-phase media. The influence of the grid density and time step on the results of the total resistance is analysed for one Froude number. The total resistance coefficient obtained by numerical simulations is compared with the experimental data available in the literature. It has been demonstrated that CFD provides results of satisfactory accuracy in the estimation of the total resistance of a ship model.

Keywords: Computational Fluid Dynamics (CFD), Volume of Fluid (VOF) method,  $k - \varepsilon$  turbulence model, Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) equations, STAR-CCM+, resistance test

## 1. UVOD

Brodovi za prijevoz rasutog tereta imaju vrlo bitnu ulogu u međunarodnom pomorskom prometu i trgovini. Spadaju u kategoriju trgovačkih brodova, a koriste se za prijevoz nepakiranog rasutog tereta kao što su žito, ugljen, rudača i cement. Brodovi za prijevoz rasutog tereta drugi su najčešći tip broda u svijetu i čine preko 20% svjetske flote trgovačkih brodova. Primjerice, 2017. godine 11 000 od oko 52 000 trgovačkih brodova u svijetu, činili su brodovi za prijevoz rasutog tereta.

Postoje tri različita načina predviđanja otpora broda, a to su empirijske metode, modelska ispitivanja te numeričke simulacije. Empirijski izrazi su najjednostavniji i omogućuju najbržu procjenu otpora. Iako se empirijski izrazi najčešće koriste u ranim fazama projektiranja broda, poželjno je i u ranim fazama otpor procijeniti sa što većom točnošću. Nadalje, modelska ispitivanja su vrlo skupa i vremenski zahtjevna te je rezultate potrebno ekstrapolirati s modela na brod u naravi. Obzirom da prilikom modelskih ispitivanja nije moguće u potpunosti zadovoljiti hidrodinamičku sličnost, zadovoljava se jednakost Froudeovih brojeva, a vrijednost Reynoldsovog broja drži se iznad kritične vrijednosti. Alternativa modelskim ispitivanjima su numeričke simulacije. Razvoj računala doveo je do razvoja računalne dinamike fluida (RDF) kao jedne od grana mehanike fluida, koja omogućuje rješavanje matematičkih modela koji opisuju strujanje fluida [1]. Obzirom na napredak računalne dinamike fluida sve više inženjerskih problema rješava se pomoću RDF-a. Tako je u današnje vrijeme RDF jedan od najpouzdanijih alata za predviđanje ukupnog otpora broda, ali zahtjeva znanje i vještinu korisnika te računalne resurse potrebne za provođenje numeričkih simulacija.

U ovom završnom radu provedene su numeričke simulacije viskoznog strujanja oko modela broda za rasuti teret primjenom komercijalnog programskog paketa za računalnu dinamiku fluida STAR-CCM+. Numeričke simulacije provedene su za jedan Froudeov broj te je proveden postupak verifikacije za korištenu gustoću mreže i vremenski korak s ciljem određivanja numeričke nesigurnosti. Dobiveni rezultati uspoređeni su s eksperimentalnim podacima dostupnim u literaturi u okviru postupka validacije te je ostvarena zadovoljavajuća točnost numeričkih rezultata. Također je dan pregled literature vezane uz numeričke simulacije viskoznog strujanja oko trupa broda te matematička osnova numeričke metode korištene za simulaciju viskoznog strujanja fluida sa slobodnom površinom.

## 1.1. Pregled literature

U nastavku je dan pregled dosadašnjih istraživanja u brodskoj hidrodinamici vezanih uz mogućnosti primjene RDF-a. Hino [2] je 1987. godine razvio novu metodu za rješavanje Navier-Stokesovih jednadžbi primjenom metode konačnih razlika kako bi simulirao viskozno strujanje oko broda sa slobodnom površinom. Simulirao je viskozno strujanje sa slobodnom površinom oko Wigleyevog broda pri niskim Reynoldsovim brojevima te je usporedio dobivene rezultate s eksperimentalnim podacima. Rezultati dobiveni numeričkim simulacijama pokazali su dobra poklapanja s izmjerenim vrijednostima. Ahmed et al. [3] su proveli numeričke simulacije pokusa otpora dva modela broda, Wigley i DTMB 5415 te dobivene rezultate usporedili s eksperimentalnim vrijednostima. U svom radu opisali su postupak pripreme numeričke simulacije te prikazali točnost rezultata dobivenih numeričkim simulacijama. Odstupanje između rezultata dobivenih numeričkim simulacijama i onih dobivenih eksperimentalno je 5,94% za Wigleyevu formu i 5,85% za DTMB 5415 formu.

Farkas et al. [4] su prikazali rezultate numeričkih simulacija viskoznog strujanja oko modela broda za prijevoz tekućeg tereta koristeći programski paket STAR-CCM+. Korišten je matematički model temeljen na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim jednadžbama,  $k - \varepsilon$  model turbulencije i metoda udjela fluida u volumenu za opis dvofaznog strujanja. Istražen je utjecaj gustoće mreže na rezultate primjenom triju različitih gustoća mreže. Analizirana su dva različita  $k - \varepsilon$  modela turbulencije te su oba pokazala zadovoljavajuće rezultate.

Wang et al. [5] su proveli istraživanje koristeći RDF naoe-FOAM-SJTU za opis viskoznog strujanja, koji je razvijen u programskom paketu OpenFOAM. Korišten je model japanskog broda za rasuti teret (Japan Bulk Carrier, JBC). Numeričke simulacije provedene su na temelju više numeričkih modela za opis viskoznog strujanja oko modela broda, a to su standardni SST (eng. *Shear Stress Transport*),  $k - \omega$  model za RANS (eng. *Reynolds Averaged Navier-Stokes*), DES (eng. *Detached Eddy Simulation*), DDES (eng. *Delayed Detached Eddy Simulation*) i IDDES (eng. *Improved Delayed Detached Eddy Simulation*). Autori su pokazali kako IDDES model prednjači u omogućavanju uvida u kompleksno viskozno strujanje oko modela broda. Također su pokazali kako najtočnije rezultate daje RANS sa standardnim SST  $k - \omega$  modelom turbulencije. Do istog su zaključka došli i Kornev et al. [6]. Deng et al. [7] su proveli istraživanje utjecaja gustoće mreže i različitih modela turbulencije na konačne rezultate sile otpora dobivene numeričkom simulacijom. Prikazali su kako postaviti parametre numeričke simulacije koji omogućuju ostvarivanje



zadovoljavajućih rezultata, a poseban su naglasak stavili i na način diskretizacije graničnog sloja uz trup modela broda. Terziev et al. [8] su proveli istraživanje utjecaja plitke vode na otpor broda, trim te uron/izron (eng. *sinkage*). Glavni cilj istraživanja bio je odrediti utjecaj topografije kanala na otpor broda, uron/izron i trim. Autori su također prikazali usporedbu između rezultata dobivenih pomoću RDF-a i empirijskih izraza, koji su se pokazali vrlo učinkovitim i točnim pogotovo u području nižih vrijednosti Froudeovog broja. Farkas et al. [9] su istražili utjecaj obraštanja trupa broda na njegove eksploatacijske karakteristike primjenom RDF-a. Korišten je komercijalni programski paket STAR-CCM+ unutar kojeg je hrapavost modelirana preko zidnih funkcija. Izvršene su numeričke simulacije za tri trgovačka broda u naravi. Pokazano je kako obraštanje trupa broda utječe na smanjenje brzine i potrošnju goriva broda te je istaknuto da RDF može biti koristan brodovlasniku kako bi odredio trenutak u kojem je potrebno očistiti brodski trup i vijak. Hasan et al. [10] su proveli numeričko istraživanje pokusa otpora broda, određivanje urona/izrona te trima broda pomoću RDF-a. U istraživanju je korišten komercijalni programski paket STAR-CCM+, a prikazani su dobiveni numerički rezultati i usporedba s eksperimentalnim vrijednostima. Numerički određene vrijednosti trima i urona/izrona pokazuju znatno veća odstupanja od eksperimentalnih vrijednosti u odnosu na rezultat ukupnog otpora broda. Odstupanje koeficijenta ukupnog otpora ne prelazi 6%, dok su odstupanja trima i urona/izrona daleko veća. Naime, najveće odstupanje trima iznosi 18,33%, a urona/izrona 11,63%.

## 2. OTPOR BRODA

### 2.1. Općenito

Za vrijeme plovidbe brod izaziva poremećaje u vodi i zraku, a otpor broda je sila kojom se fluid suprotstavlja gibanju broda. Naziva se još i silom tegljenja jer je to otpor koji treba savladati bez korištenja propulzora [11].

Koeficijent  $C_T$  omogućuje bezdimenzijski prikaz sile otpora broda, a zapisuje se kao omjer sile otpora i inercijske sile:

$$C_T = \frac{\text{sila otpora}}{\text{inercijska sila}} = \frac{R_T}{0,5\rho v^2 S} \quad (2.1)$$

gdje je:

$v$  – brzina broda

$\rho$  – gustoća tekućine

$S$  – oplakana površina

$R_T$  – sila otpora

Efektivna snaga ( $P_E$ ) je snaga potrebna za savladavanje otpora broda, a moguće ju je zapisati u sljedećem obliku [12]:

$$P_E = R_T \cdot v \quad (2.2)$$

### 2.2. Podjela otpora

Otpor broda vrlo je kompleksna pojava te ju je moguće zapisati u općenitom obliku [12]:

$$R_T = f(\text{geometrije tijela}, v, \rho, \mu, g) \quad (2.3)$$

pri čemu je  $\mu$  dinamički koeficijent viskoznosti, a  $g$  ubrzanje zemljine sile teže.

Za slučaj kada se radi o brodu tada se uglavnom zapisuje u obliku:

$$R_T = C_T(\text{geometrija broda}, Rn, Fn) \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (2.4)$$

gdje je  $Rn$  Reynoldsov broj, a  $Fn$  Froudeov broj:

$$Rn = \frac{vL}{\nu} \quad (2.5)$$

$$Fn = \frac{v}{\sqrt{gL}} \quad (2.6)$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.7)$$

gdje je  $\nu$  kinematički koeficijent viskoznosti, a  $L$  duljina broda.

Ukupni otpor broda može se zapisati u sljedećem obliku, uz uvjet da su poznati hidrodinamički tlakovi i tangencijalna naprežanja u smjeru normale za sve točke na oplakanoj površini trupa broda:

$$R_T = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1) dS + \int_S p \cos(p, x_1) dS \quad (2.8)$$

gdje prvi dio u jednadžbi (2.8) predstavlja otpor trenja:

$$R_F = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1) dS \quad (2.9)$$

a drugi dio predstavlja otpor tlaka:

$$R_p = \int_S p \cos(p, x_1) dS \quad (2.10)$$

slijedi da je ukupni otpor broda moguće zapisati na sljedeći način:

$$R_T = R_F + R_p \quad (2.11)$$

Ova podjela proizlazi iz činjenice da tekućina djeluje na trup broda kontinuirano raspoređenim površinskim silama.

Ukupni otpor moguće je podijeliti i na viskozni otpor i otpor valova. Ova podjela slijedi iz podjele strujanja oko broskog trupa. Naime, viskoznost ima veliki utjecaj u graničnom sloju i hidrodinamičkom tragu, dok se izvan njih viskozni učinci smatraju zanemarivim. To područje se naziva područje neviskoznog potencijalnog strujanja (idealna tekućina), a otpor se javlja zbog valova koji nastaju uslijed gibanja broda na slobodnoj površini. Stoga je ukupni otpor moguće zapisati u obliku:

$$R_T = R_V + R_W \quad (2.12)$$

gdje je  $R_V$  viskozni otpor, a  $R_W$  otpor valova.

Viskozni otpor je funkcija Reynoldsovog broja:

$$R_V = C_V (Rn) \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (2.13)$$

dok je otpor valova funkcija Froudeovog broja:

$$R_W = C_W (Fn) \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (2.14)$$

Jedan dio viskoznog otpora nastaje zbog tangencijalnih naprezanja između trupa broda i tekućine i taj dio se naziva otpor trenja  $R_F$ . Drugi dio nastaje zbog promjene tlaka unutar graničnog sloja, što je posljedica viskoznih pojava unutar graničnog sloja, što se naziva viskozni otpor tlaka  $R_{PV}$ :

$$R_V = R_F + R_{PV} \quad (2.15)$$

Uslijed stvaranja valova na površini dolazi do promjene tlaka duž trupa broda. Iz toga proizlazi da se otpor tlaka  $R_P$  može podijeliti na viskozni otpor tlaka i otpor valova  $R_W$ :

$$R_P = R_{PV} + R_W \quad (2.16)$$

Otpor valova dijeli se na otpor slike vala  $R_{WP}$  i otpor lomljenja valova  $R_{WB}$ :

$$R_W = R_{WP} + R_{WB} \quad (2.17)$$

### 2.3. Dodatne komponente otpora

Dodatne komponente otpora  $R_A$  (eng. *additional resistance*) su kako slijedi:

- Otpor privjesaka  $R_{AP}$  (eng. *appendage resistance*) – tu se ubrajaju otpori nogavica, skrokova, ljljnih kobilica, osovina i otvora za poprečne propulzore. Kada na modelu nema privjesaka, govori se o otporu golog trupa (eng. *bare hull resistance*).
- Otpor kormilarenja  $R_{AS}$  (eng. *steering resistance*) – nastaje kao posljedica upotrebe kormila.
- Otpor hrapavosti oplata  $R_{AR}$  (eng. *roughness resistance*) – tijekom godina korozija i obraštanje trupa povećavaju hrapavost oplata.
- Otpor zraka i vjetra  $R_{AA}$  (eng. *air resistance*) – posljedica gibanja nadvodnog dijela broda kroz zrak i vjetar.

Okolina može imati utjecaj na porast otpora broda. Tako npr. prolaskom kroz kanal postoji utjecaj stijenki i dolazi do povećanja otpora (ograničena voda). Također, kod smanjenja dubine dolazi do utjecaja dna i povećanja otpora (plitka voda).

Konačno ukupni otpor broda može se zapisati u sljedećem obliku:

$$R_T = [C_F(Rn) + C_{PV}(Rn) + C_W(Fn) + C_A] \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (2.18)$$

gdje je:

$C_F$  – koeficijent otpora trenja ovisan o Reynoldsovom broju,

$C_{PV}$  – koeficijent viskoznog otpora tlaka ovisan o Reynoldsovom broju,

$C_W$  – koeficijent otpora valova ovisan o Froudeovom broju,

$C_A$  – koeficijent dodatnog otpora.

Na slici 1. prikazana je podjela ukupnog otpora broda.



### 3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA

Mehanika fluida je teorijsko-eksperimentalna znanost. Teorijski pristup zasniva se na analitičkom rješavanju matematičkih modela strujanja fluida. Međutim, u prošlosti se većina problema vezanih uz mehaniku fluida rješavala eksperimentalnim putem. Razlog tome je taj što je većina problema vezanih uz strujanje fluida opisana nelinearnim parcijalnim diferencijalnim jednačbama koje nemaju opće analitičko rješenje. Jedan primjer takvih jednačbi su Navier-Stokesove jednačbe koje imaju analitičko rješenje u vrlo malom broju slučajeva uz uvjet da se radi o laminarnom strujanju. Nedostatak eksperimentalnog pristupa je taj što se iz izmjerenih podataka ne može odrediti utjecaj pojedinih parametara na rezultate mjerenja. Naravno, ponavljanjem ispitivanja s različitim parametrima moguće je dobiti uvid u utjecaj pojedinog parametra na rezultate.

Računalna dinamika fluida (RDF) javlja se kao grana mehanike fluida koja nastaje napredovanjem računala. RDF se temelji na teorijskom pristupu, međutim ima sličnosti i s eksperimentalnim ispitivanjima. Kao i kod eksperimentalnog pristupa, iz jednog numeričkog rješenja ne može se zaključiti o utjecajima pojedinih parametara. Postoje određene prednosti i mane numeričkih simulacija s obzirom na eksperimentalni pristup, ali se uglavnom ova dva pristupa nadopunjavaju [14].

#### 3.1. Numeričke simulacija

Svaka simulacija započinje definicijom problema i izborom odgovarajućeg matematičkog modela. Određeni komercijalni programski paketi npr. STAR-CCM+, već imaju ugrađeni matematički model te je potrebno kroz korisničko sučelje odabrati određenu podvarijantu koja najviše odgovara za opis korisnikova problema [14].

Nakon što se odabere određeni matematički model slijedi numeričko rješavanje koje se sastoji od tri koraka:

1. Diskretizacija područja proračuna, a rezultat je geometrijska mreža.
2. Diskretizacija parcijalne diferencijalne jednačbe matematičkog modela na temelju geometrijske mreže uz pridržavanje specifičnih rubnih uvjeta. Kao rezultat dobije se sustav algebarskih jednačbi.
3. Rješavanje sustava algebarskih jednačbi.

Nakon provođenja numeričke simulacije i dobivanja numeričkog rješenja slijedi analiza rezultata te prikaz željenih veličina.

Gledajući sa stajališta organizacije numerička simulacija se provodi kroz tri programa:

- predprocesor,
- procesor,
- postprocesor.

Predprocesor je računalni program koji služi za odabir matematičkog modela te generiranje geometrijske mreže. Generiranje geometrijske mreže je vrlo zahtjevan posao i posebnu pozornost treba obratiti na područja u kojima postoje veliki gradijenti fizikalnih veličina, kao npr. u graničnom sloju.

Procesor je program koji numerički rješava odabrani matematički model uzimajući u obzir odabrane početne i rubne uvjete. Postoje dva različita pristupa: jedan pristup temelji se na već ugrađenom matematičkom modelu, a drugi na objektnom programiranju. Kod programa s ugrađenim matematičkim modelom moguće je odabrati kompletan model ili određeni dio modela, dok kod ostalih programa korisnik sam bira matematički model s kojim će riješiti određeni problem.

Postprocesor je program koji omogućava prikaz konačnih rezultata proračuna te omogućava proračunavanje određenih integralnih veličina.

Na slici 2. prikazani su osnovni koraci proračuna računalnom dinamikom fluida.





Slika 2. Shematski prikaz postupka provođenja numeričke simulacije

### 3.2. Osnovne jednađbe dinamike fluida

Jednađbe koje se koriste kod proračuna nestlačivog viskozno strujanja su Navier-Stokesove jednađbe. S ciljem izvođenja Navier-Stokesovih jednađbe potrebno je opisati neke od osnovnih jednađbi dinamike fluida [15]. Jednađba kontinuiteta (zakon očuvanja mase) glasi:

$$\nabla \cdot \vec{v} = \text{div } \vec{v} = \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.1)$$

Za nestlačivi fluid, gustoća  $\rho$  je konstantna.

Eulerova jednađba gibanja (zakon očuvanja količine gibanja) glasi:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (3.2)$$

Jednadžbe (3.1) i (3.2) tvore sustav jednadžbi koji nije zatvoren jer su dostupne svega četiri jednadžbe, a devet je nepoznanica. Kako bi se moglo opisati strujanje dodaju se konstitutivne (dopunske) jednadžbe.

One glase:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \Sigma_{ij} \quad (3.3)$$

$$p = -\frac{1}{3}\sigma_{kk} \quad (3.4)$$

$$\Sigma_{ij} = 2\mu D_{ij} - \frac{2}{3}\mu D_{kk}\delta_{ij} \quad (3.5)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \quad (3.6)$$

gdje  $v_i$  vektor brzine,  $\rho$  gustoća fluida,  $D/Dt$  predstavlja operator materijalne derivacije,  $f_i$  predstavlja gustoću masene sile,  $\sigma_{ij}$  tenzor naprezanja,  $\delta_{ij}$  Kroneckerov simbol (koji je za  $i=j$  jednak 1, a za ostale slučajeve 0),  $p$  tlak,  $\Sigma_{ij}$  devijatorski dio tenzora naprezanja,  $D_{ij}$  tenzor brzine deformacije, a  $\mu$  dinamički koeficijent viskoznosti.

Navier-Stokesove jednadžbe glase:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( p + \frac{2}{3} \mu D_{kk} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu D_{ij}) \quad (3.7)$$

Jednadžba (3.7) je pojednostavljena jednadžba koja vrijedi za nestlačivi newtonski fluid. Može se dodatno pojednostaviti ako se zanemari koeficijent volumenske viskoznosti te uvede supstitucija:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.8)$$

gdje je  $\nu$  kinematički koeficijent viskoznosti.

Tada Navier-Stokesove jednadžbe glase:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 v_i \quad (3.9)$$

Uvođenjem konstitutivnih jednadžbi dobije se zatvoreni sustav s deset jednadžbi i deset nepoznanica te je moguće opisati strujanje viskozno nestlačivog fluida [15].

### 3.3. Modeliranje turbulencije

Navier-Stokesove jednadžbe moguće je riješiti direktno, ali ovakav izravan pristup zahtijeva velike računalne resurse. To je jedan od glavnih razloga se u današnje vrijeme za određivanje integralnih veličina koriste Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove (eng. *Reynolds Averaged Navier-Stokes*, RANS) jednadžbe, koje se ujedno i najčešće upotrebljavaju za opis strujanja u broskoj hidrodinamici [1].

#### 3.3.1. Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe

RANS jednadžbe se koriste za kvantitativno opisivanje turbulentnog strujanja [15]. U nestlačivom turbulentnom strujanju, uz zanemarenje masenih sila, opisanom jednadžbom kontinuiteta (3.1) te jednadžbom količine gibanja (3.2), nepoznanice su komponente polja brzine  $v_i$  i polja tlaka  $p$ :

$$v_i = \bar{v}_i + v_i' \quad (3.10)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (3.11)$$

gdje je  $\bar{v}_i$  vremenski osrednjena komponenta polja brzine,  $v_i'$  pulsirajuća komponenta polja brzine,  $\bar{p}$  vremenski osrednjena komponenta polja tlaka i  $p'$  pulsirajuća komponenta polja tlaka.

Uvrštavanjem jednadžbe (3.10) u (3.1) i osrednjavanjem slijedi:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.12)$$

Jednadžbe kontinuiteta za pulsirajuće i osrednjeno strujanje su istovjetne jednažbe kada je jednadžba kontinuiteta linearna jer vrijedi pravilo superpozicije. Budući da pulsirajuća komponenta nije od interesa ona se zanemaruje.

Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe dobiju se uvrštavanjem jednadžbe (3.10) i (3.11) u jednadžbu (3.9) uz zanemarenje masenih sila:

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho v_i' v_j'} \right) \quad (3.13)$$

gdje član  $-\overline{\rho v_i' v_j'}$  predstavlja turbulentnu difuziju količine gibanja, a naziva se turbulentnim ili Reynoldsovim tenzorom naprezanja.

Reynoldsove jednadžbe nemaju jednoznačno rješenje obzirom da postoji više nepoznanica nego jednadžbi. U inženjerskoj praksi pokazalo se kako je dovoljno znati konačan broj korelacija da bi se proračunale određene karakteristike polja strujanja te se na toj činjenici temelje modeli turbulencije [14].

### 3.4. Modeli turbulencije

Svaki model turbulencije mora uskladiti broj jednadžbi i broj nepoznanica polja strujanja te se zaustaviti na određenoj korelaciji. Univerzalnost, mogućnost ekonomičnog rješavanja, jednostavnost i točnost su zahtjevi koji se stavljaju pred modele turbulencije. Modeli turbulencije dijele se, s obzirom na red korelacije brzina za koju se rješava jednadžba prijenosa (transportna jednadžba), na modele prvog, drugog i trećeg reda. Najjednostavniji su modeli prvog reda u kojima se modelira već dvojnja korelacija brzina, tj. tenzor Reynoldsovih naprezanja, prema hipotezi Boussinesqa u obliku:

$$-\overline{\rho v_i' v_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \quad (3.14)$$

gdje je  $\mu_t$  koeficijent turbulentne viskoznosti te je funkcija uvjeta strujanja. Kod laminarnog strujanja jednak je nuli.  $\bar{k}$  predstavlja energiju turbulencije. Uvrštavanjem hipoteze Boussinesqa u Reynoldsove osrednjenje Navier-Stokesove jednadžbe dobije se [14]:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{v}_j \bar{v}_i) = - \frac{\partial \left( \bar{p} + \frac{2}{3} \rho \bar{k} \right)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.16)$$

### 3.4.1. $k - \varepsilon$ model turbulencije

Model turbulencije  $k - \varepsilon$  je prvi model turbulencije koji se sastoji od 2 jednažbe, a ujedno je i jedan od najčešćih modela turbulencije [16].

To je model, koji se sastoji od dvije jednažbe, što znači da uključuje dvije dodatne transportne jednažbe koje su potrebne za opis turbulentnog strujanja. Transportna varijabla  $k$  predstavlja kinetičku energiju turbulencije, dok transportna varijabla  $\varepsilon$  predstavlja disipaciju energije.  $\varepsilon$  određuje razinu turbulencije, a  $k$  predstavlja energiju u turbulentnom strujanju [17].

Model  $k - \varepsilon$  je najkorisniji za turbulentna strujanja koja imaju veliki Reynoldsov broj [16]. Često se koristi u brodskoj hidrodinamici prilikom određivanja ukupnog otpora broda zato što daje zadovoljavajuće rezultate.

## 3.5. Metoda konačnih volumena

Metoda konačnih volumena (MKV) je vrlo pogodna za rješavanje numeričkih simulacija, pogotovo za one koje uključuju strujanje fluida. MKV je jedna od metoda diskretizacije jednažbi te omogućuje rješavanje Navier-Stokesovih jednažbi pretvaranjem parcijalnih diferencijalnih jednažbi u diskretne algebarske jednažbe [18].

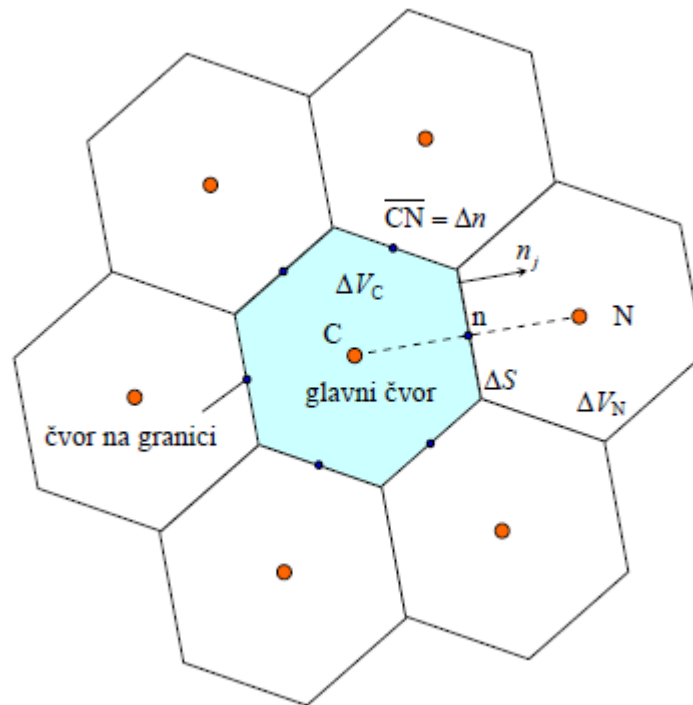
Navier-Stokesove jednažbe se u vrlo rijetkim slučajevima mogu riješiti i analitički, što nije slučaj kod strujanja oko broskog trupa, stoga se rješavaju numerički.

Metoda konačnih volumena provodi diskretizaciju proračunske domene na određeni broj volumena. MKV je integralna metoda, koja se temelji na integriranju konzervativnog oblika transportnih jednažbi po konačnim volumenima na koje je podijeljeno područje proračuna [14]:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = - \int_{\Sigma \Delta S} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (3.17)$$

gdje je član s lijeve strane jednakosti brzina promjene sadržaja razmatranog fizikalnog svojstva  $\varphi$  u volumenu  $\Delta V$ , prvi član s desne strane jednakosti predstavlja konvekcijski i difuzijski protok  $\varphi$  kroz granice, a drugi član izvor  $\varphi$  [14].

Na slici 3. plavom bojom je prikazana jedna ćelija diskretiziranog volumena, njezin glavni čvor, okolni volumeni koji se nalaze u dodiru s njom te njihovi čvorovi i čvorovi na granici.



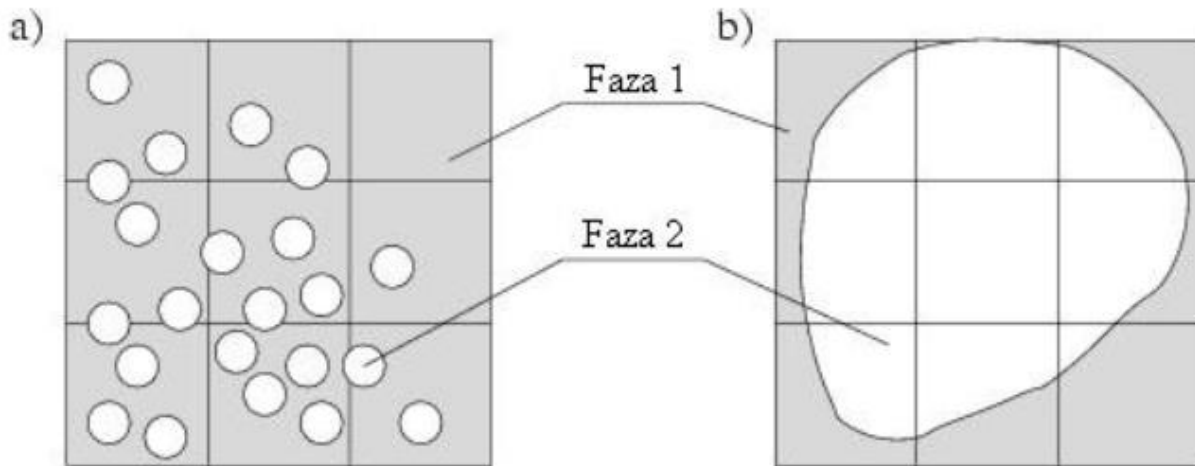
Slika 3. Dio diskretiziranog područja proračuna [14]

### 3.6. Metoda udjela fluida u volumenu

Metoda udjela fluida u volumenu (eng. *Volume Of Fluid*, VOF) koristi se za modeliranje višefaznog strujanja. Pogodan je za simuliranje strujanja više fluida koji se ne miješaju. Koristi se za praćenje i opisivanje slobodne površine. Slobodna površina predstavlja granicu između dva fluida, a kako bi mogli pratiti što se događa na slobodnoj površini potrebno je definirati model koji će odrediti njezin položaj i pratiti promjene.

Ova metoda se temelji na pretpostavkama da se voda i zrak na slobodnoj površini ne miješaju te da imaju istu brzinu, temperaturu i tlak.

Na slici 4. prikazana je neprikladna (a) i prikladna (b) mreža kontrolnih volumena za dvofazni model strujanja koristeći metodu udjela fluida u volumenu.



**Slika 4. Prikaz neprikladne (a) i prikladne (b) mreže kontrolnog volumena za VOF metodu [19]**

Jednadžba za volumni udio pojedinog fluida unutar kontrolnog volumena glasi:

$$\alpha_i = \frac{V_i}{V} \quad (3.18)$$

gdje  $\alpha_i$  predstavlja volumni udio pojedinog fluida u kontrolnom volemenu,  $V$  je kontrolni volumen, a  $V_i$  volumen  $i$ -tog fluida u kontrolnom volumenu.

Osnovna svojstva fluida računaju se sljedećim jednadžbama:

$$\rho = \sum_i \rho_i \alpha_i \quad (3.19)$$

$$\mu = \sum_i \mu_i \alpha_i \quad (3.20)$$

pri čemu je  $\rho_i$  gustoća  $i$ -te faze unutar kontrolnog volumena, a  $\mu_i$  dinamički koeficijent viskoznosti  $i$ -te faze unutar kontrolnog volumena [19].

S obzirom na vrijednost parametra  $\alpha_i$ , postoje tri različita stanja unutar kontrolnog volumena:

- $\alpha_i = 0$  nema  $i$ -tog fluida,
- $0 < \alpha_i < 1$  kontrolni volumen se nalazi na granici između dva fluida,
- $\alpha_i = 1$   $i$ -ti fluid ispunjava cijeli kontrolni volumen.

### 3.7. Zidne funkcije

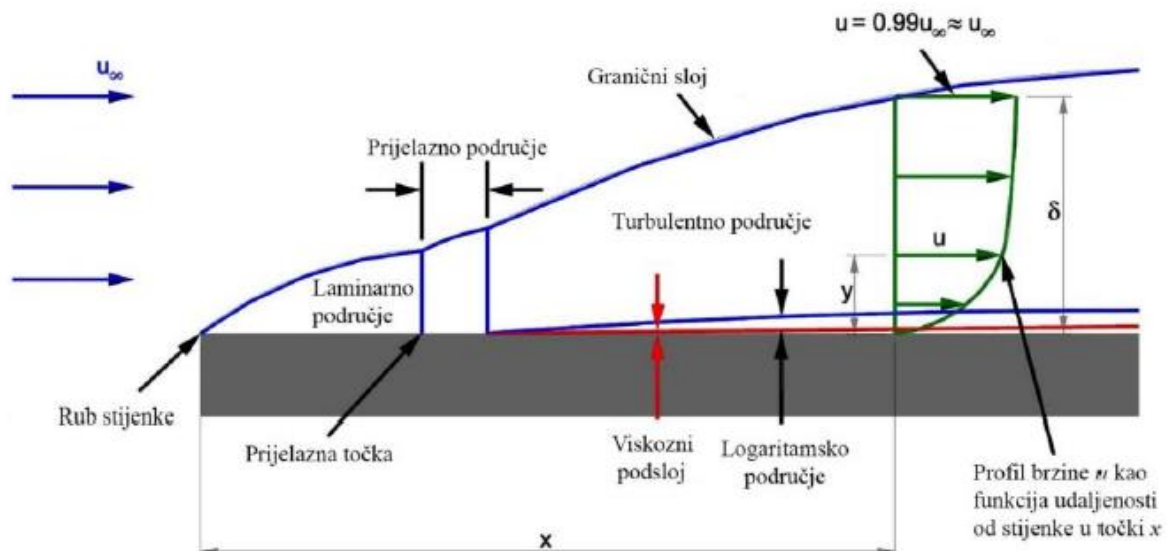
Kod nastrojavanja viskoznog fluida na čvrstu stijenku stvara se granični sloj. Uz stijenku se brzina strujanja znatno mijenja u smjeru normale. Poznato je da je brzina fluida u neposrednoj blizini stijenke jako mala kod strujanja viskoznog fluida, što rezultira malom vrijednošću Reynoldsovog broja. Problem nastaje u tome što definirani  $k - \varepsilon$  model turbulencije ne vrijedi za male vrijednosti  $Rn$ . Najčešći način rješavanja navedenog problema je premostiti područje u kojem ne vrijedi model turbulencije na način da se definiraju unutarnji rubni uvjeti. U današnje vrijeme najčešće se koriste teorijska rješenja primjenjiva uz stijenku, tzv. zidne funkcije (eng. *Wall Function*). Neposredno uz stijenku strujanje je paralelno sa stijenkom, a okomita komponenta brzine na stijenku je zanemariva. Ukupno tangencijalno naprezanje je konstantno u smjeru okomitom na stijenku. Ukoliko se komponenta brzine strujanja paralelno sa stijenkom označi s  $\bar{u}$ , a udaljenost od stijenke s  $y$ , jednadžba gibanja za smjer strujanja glasi [14]:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] = \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (3.21)$$

gdje je  $\tau$  tangencijalno naprezanje jednako tangencijalnom naprezanju na stijenci  $\tau_w$ , a  $\mu_t$  dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti.

Na slici 5. prikazan je granični sloj kod strujanja viskoznog fluida uz čvrstu stijenku. Kao što je vidljivo na slici, granični sloj se dijeli na laminarno, prijelazno i turbulentno područje. Unutar turbulentnog područja postoji unutarnji i vanjski sloj. Unutarnji sloj dijeli se na viskozni podsloj (eng. *viscous sublayer*) i logaritamsko područje (eng. *log-law region*). Viskozni sloj dijeli se na linearni podsloj (eng. *linear sublayer*) i prijelazno područje (eng. *buffer layer*). Ova podjela turbulentnog područja prikazana je na slici 6.





Slika 5. Granični sloj kod strujanja viskoznog fluida uz čvrstu stijenku [20]

U neposrednoj blizini stijenke turbulentna viskoznost  $\mu_t$  je zanemariva što rezultira linearnim profilom brzine koji glasi:

$$\bar{u} = \frac{\tau}{\mu} y \quad (3.22)$$

U bezdimenzijskom obliku jednadžba (3.22) glasi:

$$u^+ = y^+ \quad (3.23)$$

gdje je:

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \quad (3.24)$$

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (3.25)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.26)$$

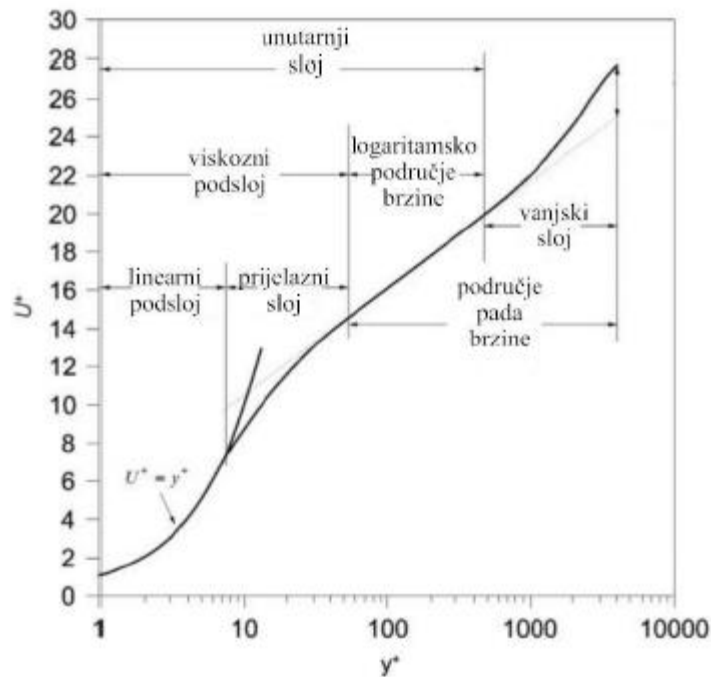
pri čemu je  $y$  udaljenost od stijenke, a  $u_\tau$  brzina trenja.

U logaritamskom području vrijedi jednadžba:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (3.27)$$

gdje je  $B$  konstanta integracije, a  $\kappa$  von Karmanova konstanta.

Vrlo je važno da se kod primjene zidnih funkcija vrijednost parametra  $y^+$  drži u logaritamskom području, tj. u granicama  $30 < y^+ < 300$ . Osim toga potrebno je koristiti dodatna profinjenja unutar graničnog sloja kako bi se opisale pojave u tom području zbog velikih gradijenata brzina [20].



Slika 6. Prikaz profila brzine unutar turbulentnog graničnog sloja [20]

### 3.8. Verifikacija rezultata numeričke simulacije

Da bi se mogao ocijeniti utjecaj prostorne i vremenske diskretizacije na dobivene numeričke rezultate, potrebno je provesti postupak verifikacije rezultata. Cilj verifikacije je odrediti ukupnu nesigurnost rezultata dobivenih numeričkim simulacijama. Kako bi se mogao provesti postupak verifikacije, potrebno je imati minimalno tri rješenja. Razlike između dobivenih rezultata računaju se prema sljedećim izrazima:

$$\varepsilon_{i,21} = \hat{S}_{i,2} - \hat{S}_{i,1} \quad (3.28)$$

$$\varepsilon_{i,32} = \hat{S}_{i,3} - \hat{S}_{i,2} \quad (3.29)$$

gdje je  $\hat{S}_{i,1}$  rezultat dobiven primjenom fine mreže,  $\hat{S}_{i,2}$  rezultat dobiven primjenom srednje mreže i  $\hat{S}_{i,3}$  rezultat dobiven primjenom grube mreže, a  $\varepsilon_i$  prikazuje razliku rezultata. Analogija navedenih izraza vrijedi i kod analize vremenskog koraka.

Nadalje, slijedi jednadžba za omjer konvergencije  $R_i$ :

$$R_i = \frac{\varepsilon_{i,21}}{\varepsilon_{i,32}} \quad (3.30)$$

S obzirom na vrijednost omjera  $R_i$  izračunata konvergencija može biti [21]:

- oscilatorna konvergencija:  $-1 < R_i < 0$ ,
- monotona konvergencija:  $0 < R_i < 1$ ,
- divergencija:  $|R_i| > 1$ .

### 3.8.1. Procjena nesigurnosti numeričke simulacije

Postupak izračunavanja numeričke nesigurnosti ovisi o vrsti konvergencije. Tako se za oscilatornu konvergenciju nesigurnost  $U_i$  određuje prema izrazu [21]:

$$U_i = \frac{S_U - S_L}{2} \quad (3.31)$$

gdje je  $S_U$  gornja, a  $S_L$  donja vrijednost rezultata numeričke simulacije.

Za slučaj divergencije izraz je vrlo sličan jednadžbi (3.31):

$$U_i = |S_U - S_L| \quad (3.32)$$

Kod monotone konvergencije postupak je nešto drugačiji. Nesigurnost se procjenjuje pomoću faktora sigurnosti  $F_S$  i parametra  $\delta_{RE}^*$ :

$$U_i = F_S |\delta_{RE}^*| \quad (3.33)$$

gdje faktor sigurnosti  $F_S$  iznosi 1,25, a parametar  $\delta_{RE}^*$  se određuje prema izrazu:

$$\delta_{RE}^* = \frac{\varepsilon_{i,21}}{r_i^{p_i} - 1} \quad (3.34)$$

gdje je  $r_i$  omjer profinjenja, a  $p_i$  red točnosti koji se određuje prema izrazu:

$$p_i = \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_{i,32}}{\varepsilon_{i,21}}\right)}{\ln(r_i)} \quad (3.35)$$

Prije određivanja ukupne nesigurnosti numeričke simulacije potrebno je odrediti nesigurnost geometrijske mreže  $\overline{U}_G$  te nesigurnost vremenskog koraka  $\overline{U}_T$  koji se računaju prema sljedećim izrazima:

$$\overline{U}_G = \frac{U_i}{\hat{S}_{G,1}} \cdot 100\% \quad (3.36)$$

$$\overline{U}_T = \frac{U_i}{\hat{S}_{T,1}} \cdot 100\% \quad (3.37)$$

Ukupna nesigurnost numeričke simulacije  $\overline{U}_{SN}$  određuje se prema izrazu:

$$\overline{U}_{SN} = \sqrt{\overline{U}_G^2 + \overline{U}_T^2} \quad (3.38)$$

### 3.9. Postupak validacije rezultata numeričke simulacije

Validacijom se pokazuje koliko točno matematički model opisuje određenu pojavu. To je postupak procjene točnosti rješenja numeričke simulacije. U ovom radu, rezultati dobiveni numeričkim simulacijama, uspoređeni su s eksperimentalnim rezultatima na sljedeći način [21]:

$$RD = \frac{\varphi_{RDF} - \varphi_{EKS}}{\varphi_{EKS}} \cdot 100\% \quad (3.39)$$

gdje  $RD$  predstavlja relativno odstupanje,  $\varphi_{RDF}$  je rješenje dobiveno numeričkom simulacijom, a  $\varphi_{EKS}$  predstavlja eksperimentalne rezultate.

## 4. NUMERIČKA SIMULACIJA VISKOZNOG STRUJANJA

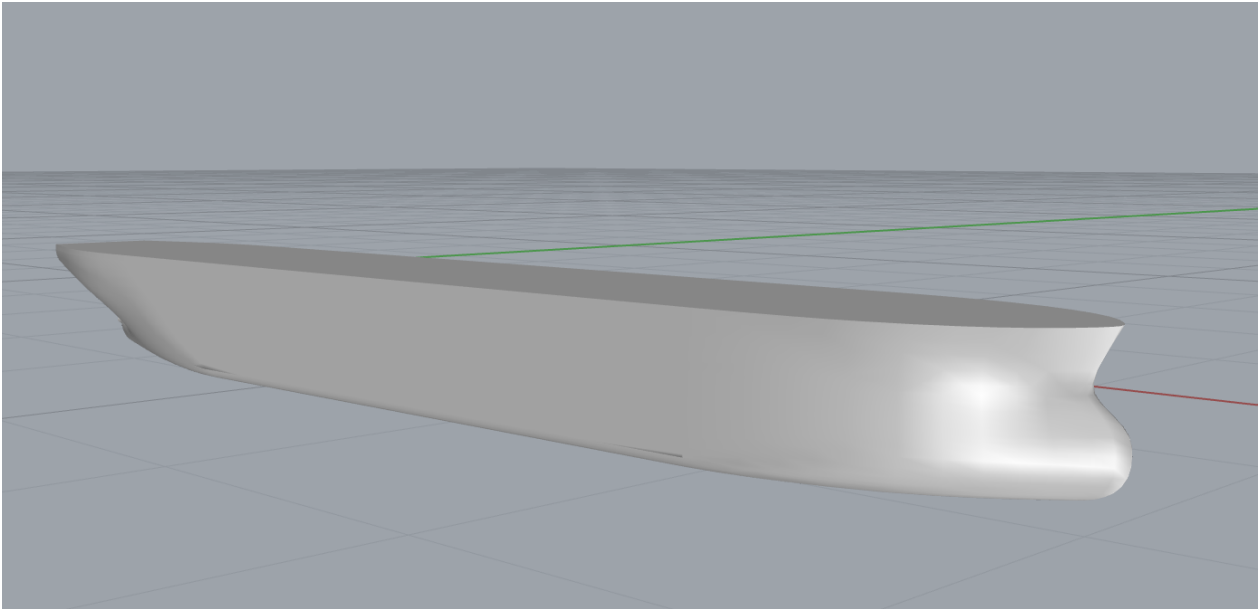
### 4.1. Ulaz u STAR-CCM+

Numeričke simulacije viskoznog struja oko modela broda za rasuti teret provedene su na modelu broda Japan Bulk Carrier (JBC). Javno su dostupni eksperimentalni rezultati ispitivanja kao i CAD model broda [22]. Navedene simulacije provedene su pomoću komercijalnog programskog paketa STAR-CCM+. Kako bi se mogle provesti numeričke simulacije najprije je potrebno unijeti CAD model broda u odabrani programski paket. Pomoću programskog paketa Rhinoceros model se sprema u pogodnom formatu za unos u STAR-CCM+. Nakon toga slijedi unos modela u STAR-CCM+ naredbom unosa površinske diskretizirane mreže (eng. *import surface mesh*).

U tablici 1. prikazane su glavne karakteristike JBC broda i modela.

**Tablica 1. Prikaz glavnih značajki broda i modela**

Značajka	Brod	Model
$\lambda$	1	40
$L_{PP}$	280,00 m	7,00 m
$B$	45,00 m	1,125 m
$T$	16,50 m	0,4125 m
$\nabla$	178369,90 m <sup>3</sup>	2,78703 m <sup>3</sup>
$S$	19556,10 m <sup>2</sup>	12,2226 m <sup>2</sup>
$C_B$	0,858	0,858
$x_{CG}$ (od glavnog rebra)	7,133 m	0,178325 m
$y_{CG}$	0,00 m	0,00 m
$z_{CG}$	13,29 m	0,33225 m
$r_{xx}$	18,00 m	0,45 m
$r_{yy}$	70,00 m	1,75 m
$r_{zz}$	70,00 m	1,75 m



**Slika 7. 3D model JBC broda**

Na slici 7. prikazan je 3D model broda u programskom paketu Rhinoceros.

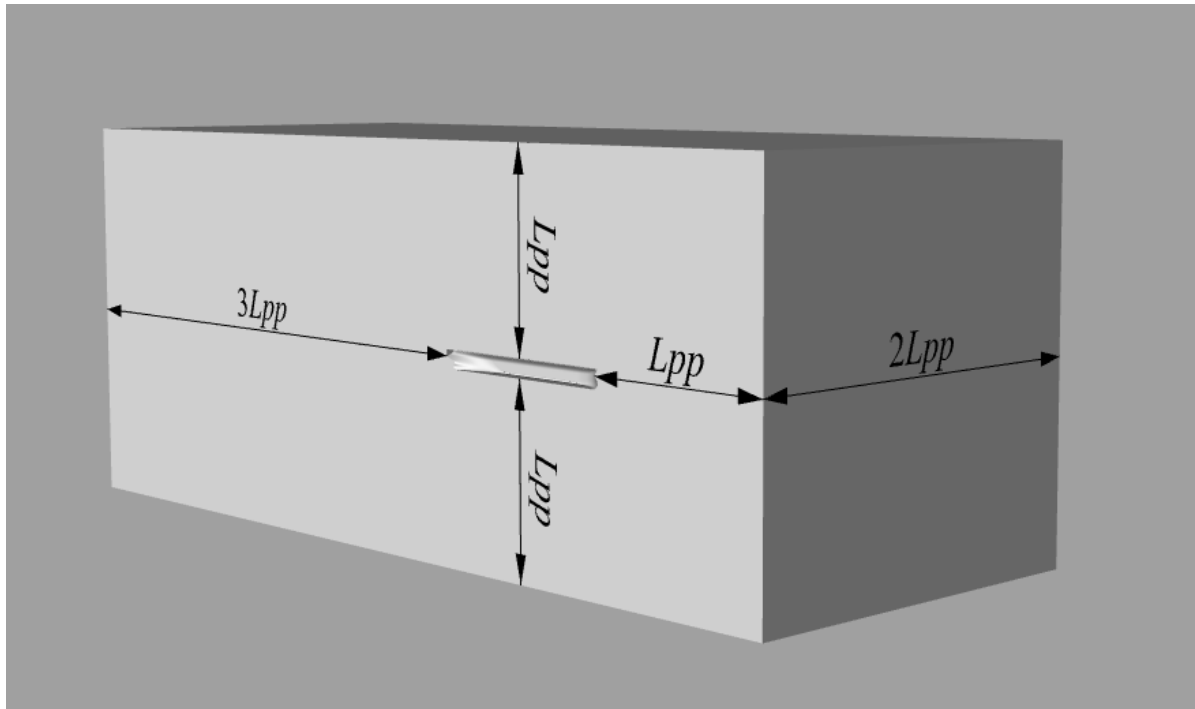
#### **4.2. Kreiranje domene**

Kako bi se provela simulacija viskoznog strujanja oko modela broda, potrebno je kreirati domenu fluida. Domena se kreira u obliku kvadra oko modela broda, a na granicama domene definiraju se odgovarajući rubni uvjeti. Za kreiranje domene postoje preporuke različitih autora [23, 24, 25]. U ovom radu odabrane su preporuke u skladu s Međunarodnim udruženjem za modelska ispitivanja (ITTC) [24].

Model broda je simetrično tijelo te kako bi se smanjilo potrebno vrijeme za provedbu numeričkih simulacija razmatrana je polovina modela.

Na slici 8. prikazane su dimenzije domene za numeričku simulaciju te udaljenosti granica od modela broda.

Nakon što je kreirana domena potrebno je oduzeti model broda iz domene pomoću operacije „*Boolean-Subtract*“.



**Slika 8. Dimenzije domene numeričke simulacije pokusa otpora**

#### 4.3. Kontrola unesene geometrije

Nakon unosa modela broda potrebno je izvršiti kontrolu unesene geometrije. Kontrola se vrši korištenjem alata unutar programskog paketa STAR-CCM+ za otkrivanje eventualnih nedostataka površine. Alat prepoznaje sljedeće probleme:

- probijene stranice (eng. *pierced faces*),
- smanjenu kvalitetu stranica (eng. *face quality*),
- bliske stranice (eng. *face proximity*),
- slobodne rubove (eng. *free edges*),
- nemanifoldne rubove (eng. *non-manifold edges*),
- nemanifoldne vrhove (eng. *non-manifold vertices*).

Otkrivanje problema površinske mreže moguće je napraviti pomoću alata za ispravak površinske mreže (eng. *repair surface mesh*). Iako je alat pronašao probleme vezane uz kvalitetu stranica te bliske stranice, navedene probleme nije potrebno ispravljati ručno, s obzirom da će se ispraviti prilikom diskretizacije domene [19].

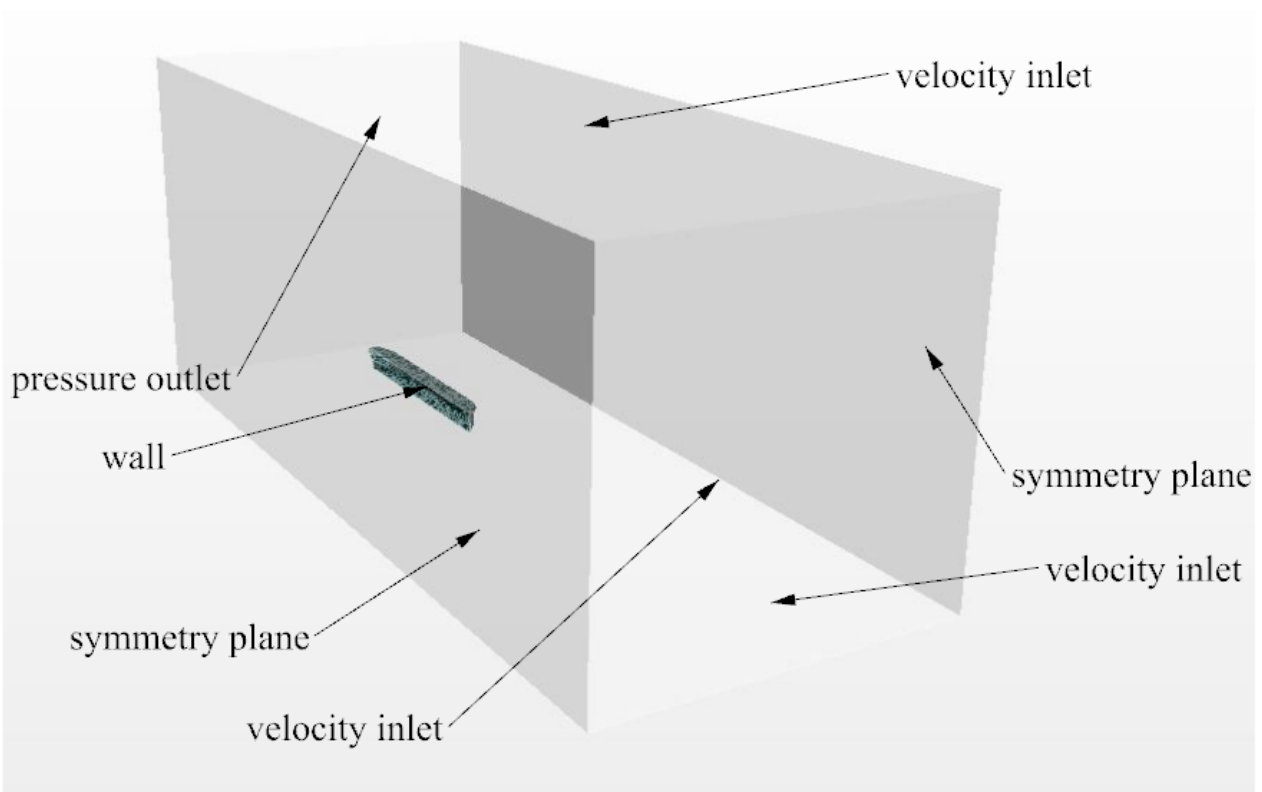
#### 4.4. Rubni uvjeti

Prije diskretizacije proračunske domene, potrebno je definirati različite rubne uvjete na granicama domene. Kako bi se zadali različiti rubni uvjeti potrebno je domenu razdvojiti na zasebne površine (eng. *regions*). Budući da je model broda simetričan, rubni uvjet simetrije je postavljen na simetralnoj ravnini. Za donju, gornju i ulaznu granicu domene odabran je rubni uvjet koji definira brzinu strujanja na ulazu (eng. *Velocity Inlet*). Na izlaznoj granici odabran je rubni uvjet koji definira tlak na izlaznoj granici (eng. *Pressure Outlet*). S obzirom da model broda miruje, a fluid nastrujava na njega, na trupu modela broda postavljen je rubni uvjet zida (eng. *Wall*). Za bočnu granicu domene također je odabran rubni uvjet simetrije (eng. *Symmetry Plane*).

U numeričkoj simulaciji pokusa otpora dopuštena su dva stupnja slobode gibanja, a to su:

- poniranje (eng. *heave*) – translacijsko gibanje u smjeru osi z
- posrtanje (eng. *pitch*) – rotacijsko gibanje oko osi y

Na slici 9. prikazani su postavljeni rubni uvjeti.

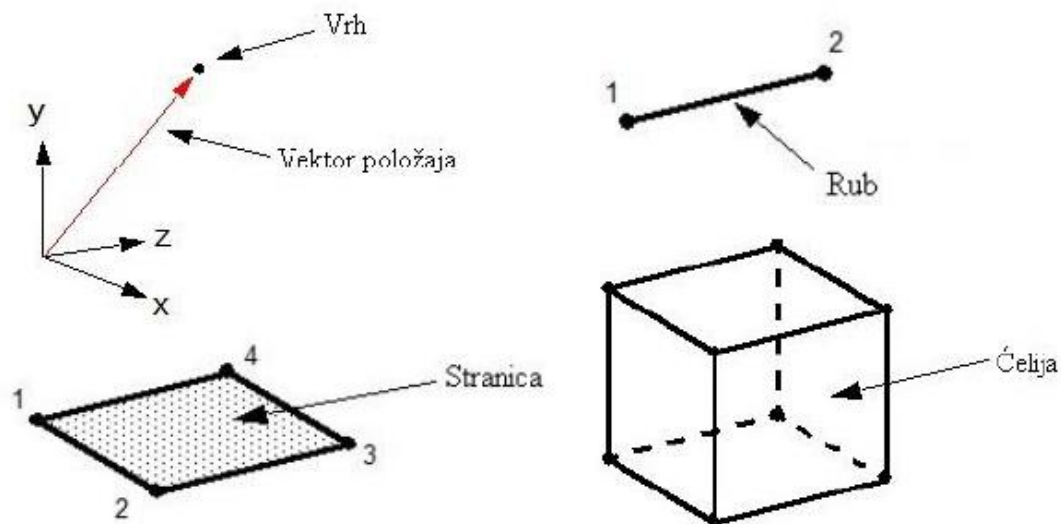


**Slika 9. Rubni uvjeti na granicama domene**



#### 4.5. Diskretizacija domene

Problemi viskoznog strujanja rješavaju se pomoću računalne mreže koja predstavlja diskretan geometrijski prikaz računalne domene. Računalna domena diskretizirana je prostorno i vremenski. Prostornom diskretizacijom domene stvaraju se konačni volumeni koji se međusobno dodiruju te u potpunosti ispunjavaju područje proračuna bez da se međusobno preklapaju. [26] Geometrijska mreža je skup konačnih volumena, a njezin osnovni dio je ćelija (eng. *cell*). Ćelija se sastoji od vrhova (eng. *vertex*), rubova (eng. *feature curves*) i stranica (eng. *face*). Najčešće se koristi heksaedarska ćelija, koja je prikazana na slici 10.



Slika 10. Heksaedarska ćelija

Diskretizacija računalne domene unutar ovog rada provedena je pomoću alata za automatsku diskretizaciju (eng. *automated mesh*), koji je dostupan unutar programskog paketa STAR-CCM+. Prema preporukama iz [27] odabrani su sljedeći alati za diskretizaciju:

- alat za rediskretizaciju površina (eng. *Surface Remesher*),
- automatsko popravljavanje površina (eng. *Automatic Surface Repair*),
- alat za odsijecanje suvišnih površina (eng. *Trimmed Cell Mesher*),
- alat za diskretizaciju prizama u graničnom sloju (eng. *Prism Layer Mesher*).

Nakon odabranih alata diskretizacije potrebno je odabrati detaljne postavke diskretizacije koje su prikazane u tablici 2.

**Tablica 2. Postavke diskretizacije grube mreže**

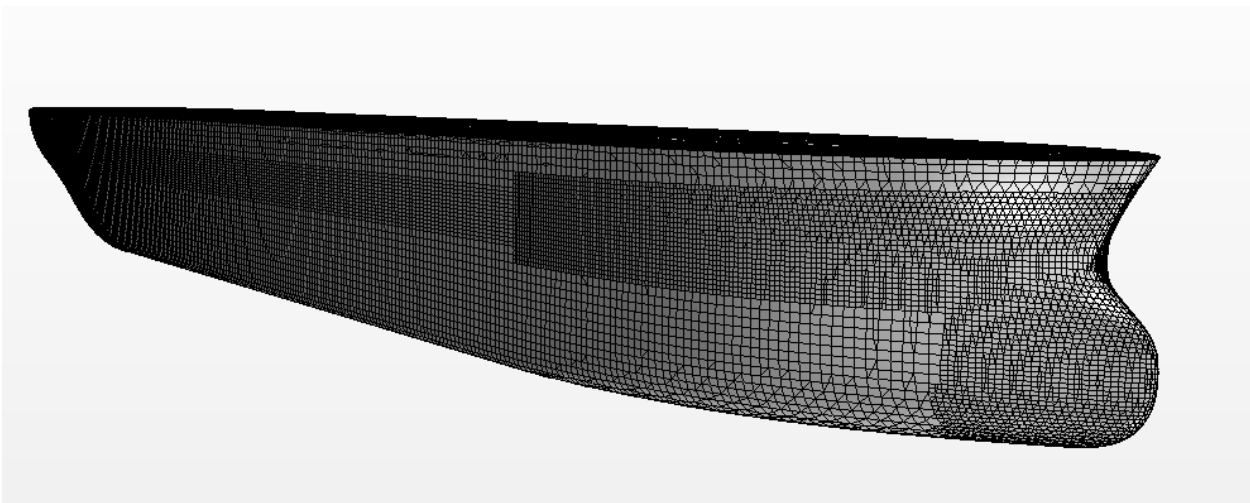
<b>Postavka</b>	<b>Opcija</b>	<b>Vrijednost</b>
Osnovna veličina	Vrijednost	0,09 m
Ciljanja veličina površine	Postotak osnovne veličine	50%
Minimalna veličina površine	Postotak osnovne veličine	6,25%
Zakrivljenost površine	Broj točaka u krugu	36
Automatsko popravljanje površine	Minimalna neposredna blizina	0,001
Broj slojeva u prizmi	Broj	5
Ukupna debljina slojeva u prizmi	Apsolutna vrijednost	0,029 m
Stopa rasta volumena	Zadana stopa rasta	sporo
Maksimalna veličina površine	Postotak osnovne veličine	1600%
Faktor rastezanja	Koeficijent povećanja slojeva u prizmi	1,4

Kako bi se mogao provesti postupak verifikacije numeričkih rezultata generirane su tri mreže različite gustoće. Različite gustoće mreža postignute su variranjem vrijednosti osnovne veličine ćelije omjerom profinjenja koji iznosi  $\sqrt{2}$ . U tablici 3. su prikazane osnovne veličine ćelija.

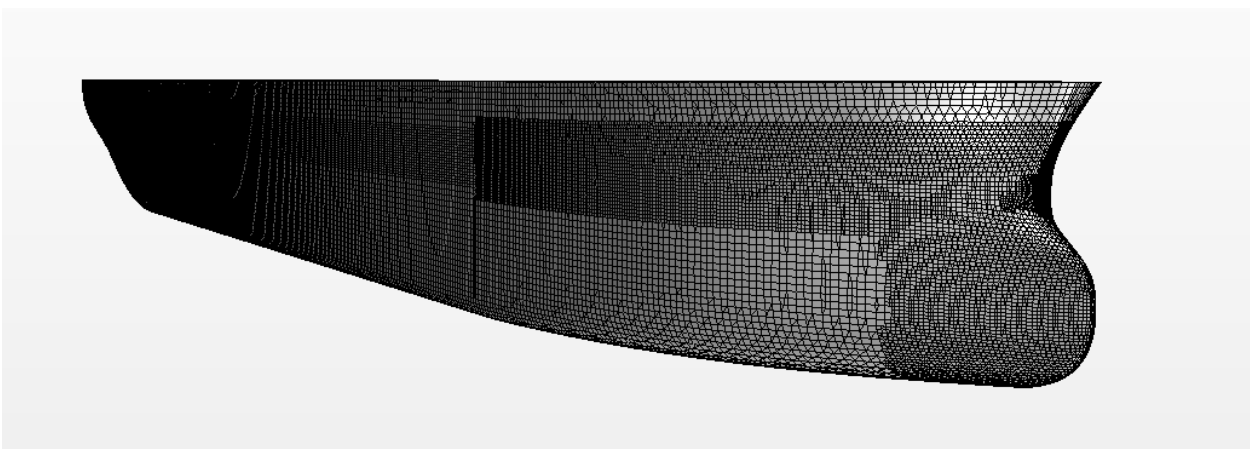
**Tablica 3. Osnovne veličine ćelija geometrijskih mreža**

<b>Gustoća mreže</b>	<b>Fina</b>	<b>Srednja</b>	<b>Gruba</b>
Osnovna veličina ćelije	0,045 m	0,063 m	0,09 m

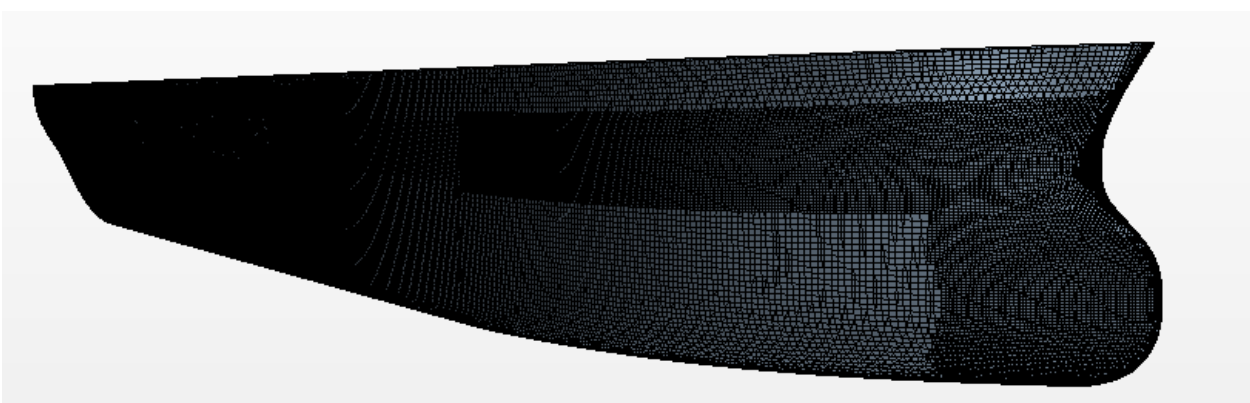
Na slikama 11. – 13. , prikazan je model broda diskretiziran grubom, srednjom i finom mrežom.



**Slika 11. Model broda diskretiziran grubom mrežom**



**Slika 12. Model broda diskretiziran srednjom mrežom**



**Slika 13. Model broda diskretiziran finom mrežom**

#### 4.5.1. Volumetrijske kontrole

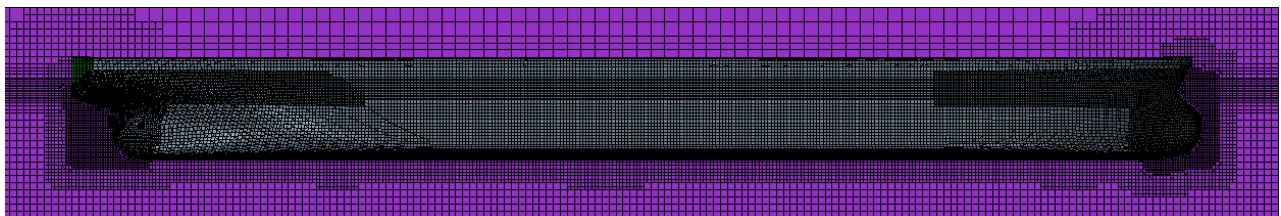
Kako bi se adekvatno diskretizirala računalna domena, posebnu pozornost treba obratiti na dijelove domene u kojima je potrebno izvršiti dodatna profinjenja [28]. Potrebno je dodatno profiniti mrežu u područjima u kojima dolazi do velikih promjena brzine, kao što su: Kelvinov kut valova, područje odvajanja strujanja i područje kontakta dvaju različitih fluida (slobodna površina) [27]. Dodatna profinjenja volumetrijskim kontrolama generirana su u sljedećim područjima:

- pramac, krma,
- područje oko trupa broda,
- Kelvinov kut (eng. *Wake*),
- slobodna površina.

Zbog naglih prijelaza forme u području krme i pramca broda generirana je volumetrijska kontrola u obliku kvadra. Veličina ćelije iznosi 12,5 % osnovne veličine ćelije, što je prikazano na slici 14.



a)



b)

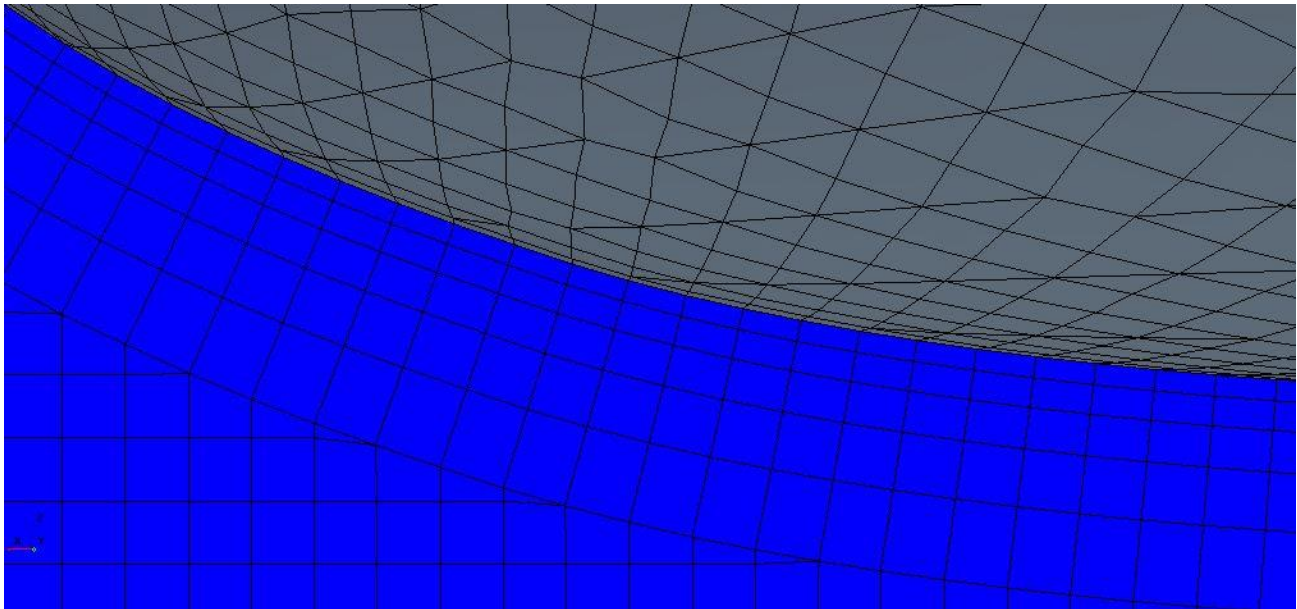
**Slika 14. Volumetrijske kontrole pramca i krme (a) te generirana mreža konačnih volumena (b)**

Kao što je ranije navedeno, za diskretizaciju graničnog sloja korišten je alat za diskretizaciju prizama. Prilikom definiranja postavki za diskretizaciju graničnog sloja potrebno je obratiti pažnju na ukupnu debljinu prizmatičnih ćelija, broj ćelija i faktor rastezanja. Ukupna debljina prizmatičnih ćelija mora obuhvatiti debljinu graničnog sloja. Faktor rastezanja ne smije biti veći od 1,5, dok ćelija ne smije biti veća od prve ćelije proračunske domene na koju se nastavlja. Vrlo je bitno da je vrijednost parametra  $y^+$  u granicama od 30 do 300 kako bi se osiguralo područje logaritamskog profila brzine[23]. Izraz za  $y^+$  glasi [7]:

$$y^+ = 0,172 \left( \frac{y}{L} \right) Re^{0,9} \quad (4.1)$$

gdje je  $y$  polovina visine prve ćelije u graničnom sloju uz trup modela broda.

Na slici 15. je prikazana diskretizacija graničnog sloja.

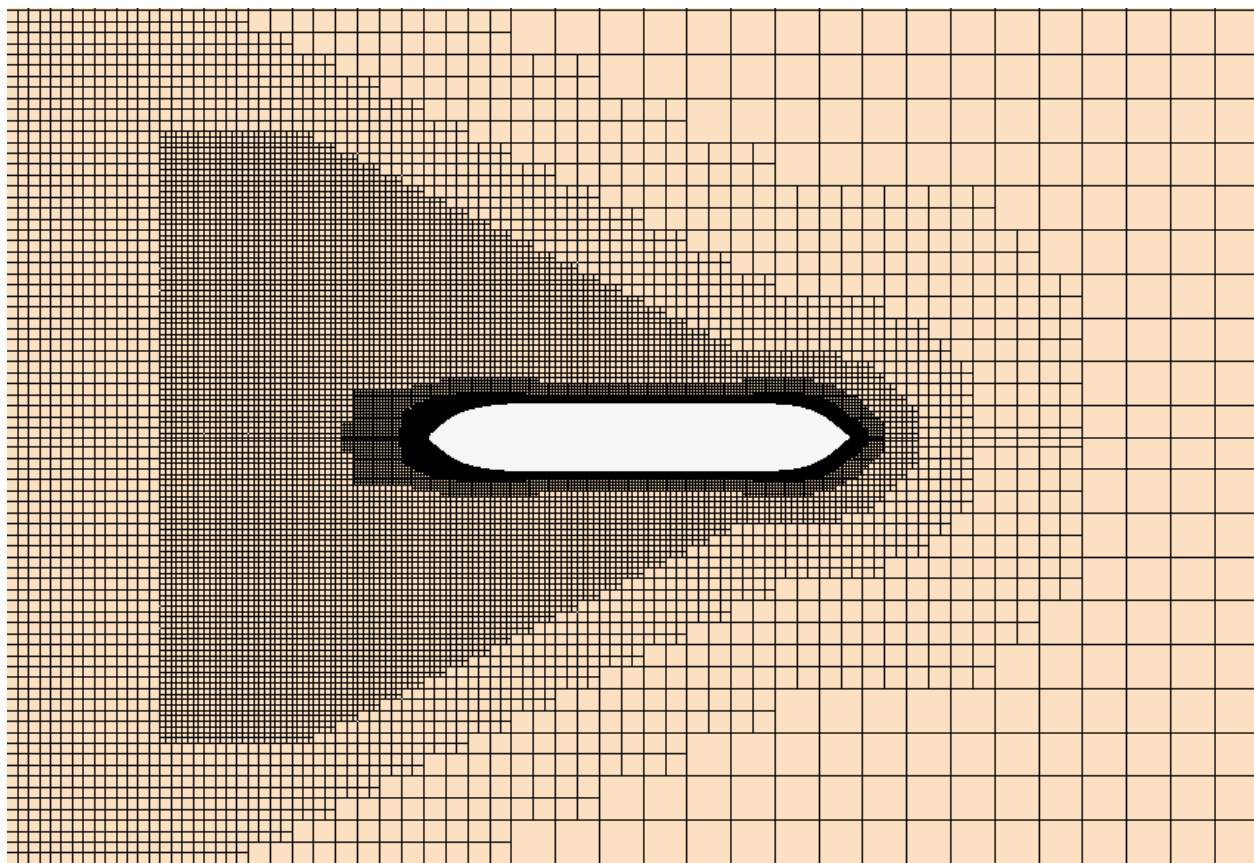


**Slika 15. Prikaz prizmatičnih ćelija unutar graničnog sloja**

Za što bolji opis strujanja oko trupa modela broda, a izvan graničnog sloja, generirane su četiri volumetrijske kontrole u obliku cilindra i kvadra ovisno o udaljenosti od trupa modela broda. Važno je generirati i profinjenje u području očekivane slobodne površine kako bi se opisala nastala slika valova. Za volumetrijsku kontrolu korištena su tri kvadra koji se protežu cijelom  $xy$  ravninom, a u

smjeru  $z$  osi pokrivaju dio oko očekivane slobodne površine. Kako bi se opisao Kelvinov kut valova korištene su tri volumetrijske kontrole u obliku cilindra i kvadra.

Na slici 16. prikazan je presjek diskretizirane geometrijske mreže.



**Slika 16. Presjek mreže na  $z = -0,118$  m**

U tablici 4. prikazan je broj ćelija generiranih geometrijskih mreža.

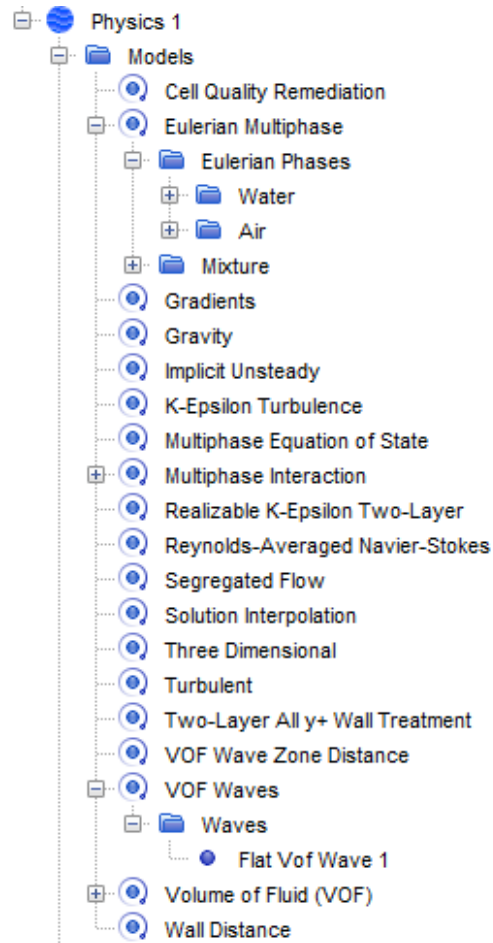
**Tablica 4. Broj ćelija geometrijskih mreža**

Mreža	Broj ćelija
Gruba mreža	696 262
Srednja mreža	1 542 000
Fina mreža	3 246 555



#### 4.6. Fizikalni model

Za opisivanje viskoznog strujanja oko trupa modela broda potrebno je odabrati fizikalni model. Fizikalni model odabran je prema [27] te je prikazan na slici 17.



**Slika 17. Odabrani fizikalni model**

Prvenstveno su definirana svojstva vode i zraka kako bi se pomoću udjela fluida u volumenu odredila slobodna površina. Pošto se razina slobodne površine mijenja s vremenom, definiran je Eulerov multifazni model (eng. *Eulerian Multiphase*) za njezino određivanje. U ovom radu su korišteni ravni VOF valovi (eng. *Flat VOF Waves*), koji predstavljaju mirnu razinu vode. Također je važno uzeti u obzir refleksiju valova o granice domene, odnosno onemogućiti da valovi reflektirani o granice domene utječu na dobiveni rezultat. To se rješava pomoću prigušenja VOF valova (eng. *VOF wave damping*). Odabrana je konstantna vrijednost duljine prigušenja (eng. *VOF wave damping length*) u iznosu od jedne duljine modela broda na ulaznoj, izlaznoj i bočnoj granici

domene. Osim refleksije valova o granice domene, postoji i refleksija koja je uzrokovana naglim promjenama unutar gustoće mreže [19].

Također, potrebno je definirati model dinamičke interakcije fluida i tijela (eng. *Dynamic Fluid Body Interaction, DFBI*) koji simulira gibanja broda uzrokovana silama uslijed strujanja fluida. Gibanje je ograničeno na dva stupnja slobode, poniranje i posrtanje.

#### 4.7. Postavljanje parametara rješavača

Prije pokretanja simulacije potrebno je definirati vremenski korak, fizikalno vrijeme i broj unutarnjih iteracija po vremenskom koraku. Korišteni su podrelaksacijski faktori kako bi se poboljšala konvergencija rezultata po vremenskom koraku. Podrelaksacijski faktor za brzinu iznosi 0,7, za tlak 0,4, a za volumni udio 0,8. Maksimalan broj unutarnjih iteracija postavljen je na 5. Ukupno fizikalno vrijeme postavljeno je na 120 s, vrijeme uspona (eng. *ramp time*) na 5 s, a vrijeme otpuštanja (eng. *release time*) na 1 s. Korištena su tri vremenska koraka s omjerom profinjenja koji iznosi 2, a to su: 0,015, 0,03 i 0,06.

U numeričkim simulacijama prvotno su postavljeni vremenski koraci koji su iznosili: 0,03, 0,06 i 0,12. Međutim, kako primjenom fine mreže i finog vremenskog koraka nije dobiven sustav brodskih valova i Kelvinov kut, vremenski korak dodatno je smanjen.

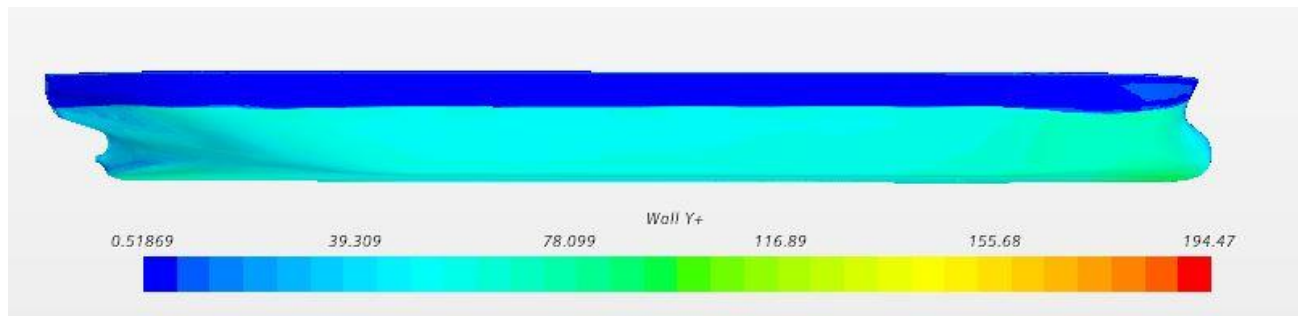


## 5. ANALIZA REZULTATA

U ovom poglavlju dan je pregled rezultata numeričke simulacije viskoznog strujanja oko trupa modela broda za rasuti teret. Također je prikazana usporedba rezultata dobivenih korištenjem različitih gustoća mreže i vremenskog koraka s rezultatima eksperimentalnih ispitivanja te je izračunata numerička nesigurnost dobivenih vrijednosti koeficijenta ukupnog otpora, urona/izrona i trima modela broda.

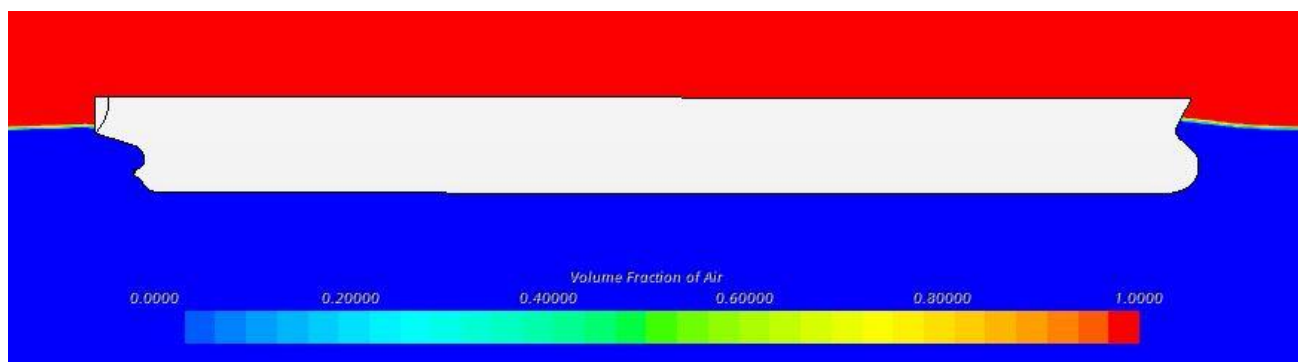
### 5.1. Prikaz rezultata

Na slici 18. prikazana je raspodjela parametra  $y^+$  duž trupa modela broda. Kao što je vidljivo na slici, parametar  $y^+$  se nalazi unutar granica ( $30 \leq y^+ \leq 300$ ) na oplakanoj površini modela broda.



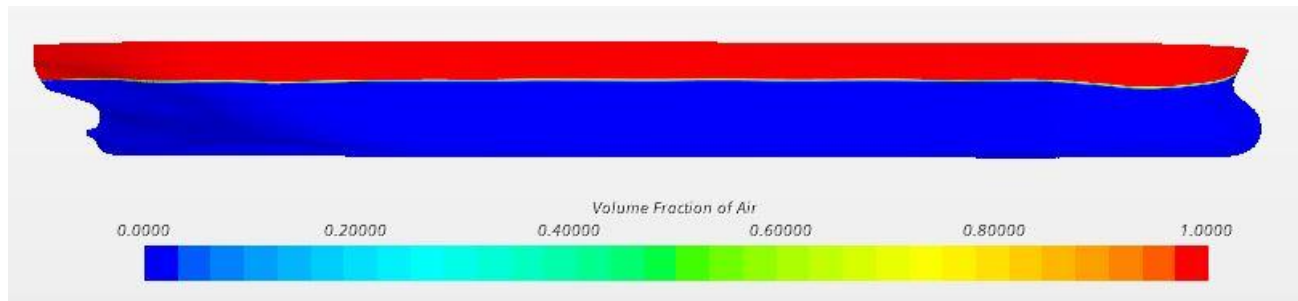
**Slika 18. Parametar  $y^+$  duž trupa modela broda**

Na slici 19. Prikazana je slobodna površina kao volumni udio zraka u ćeliji. Kada vrijednost ovog parametra iznosi 1, volumen je ispunjen zrakom, a ukoliko iznosi 0, volumen je ispunjen vodom. Na temelju navedenog parametra, na slici 20. je prikazana slobodna površina duž trupa modela broda. Iz slika 19. i 20. je vidljivo kako su najveći valovi generirani ispred pramca i iza krme.



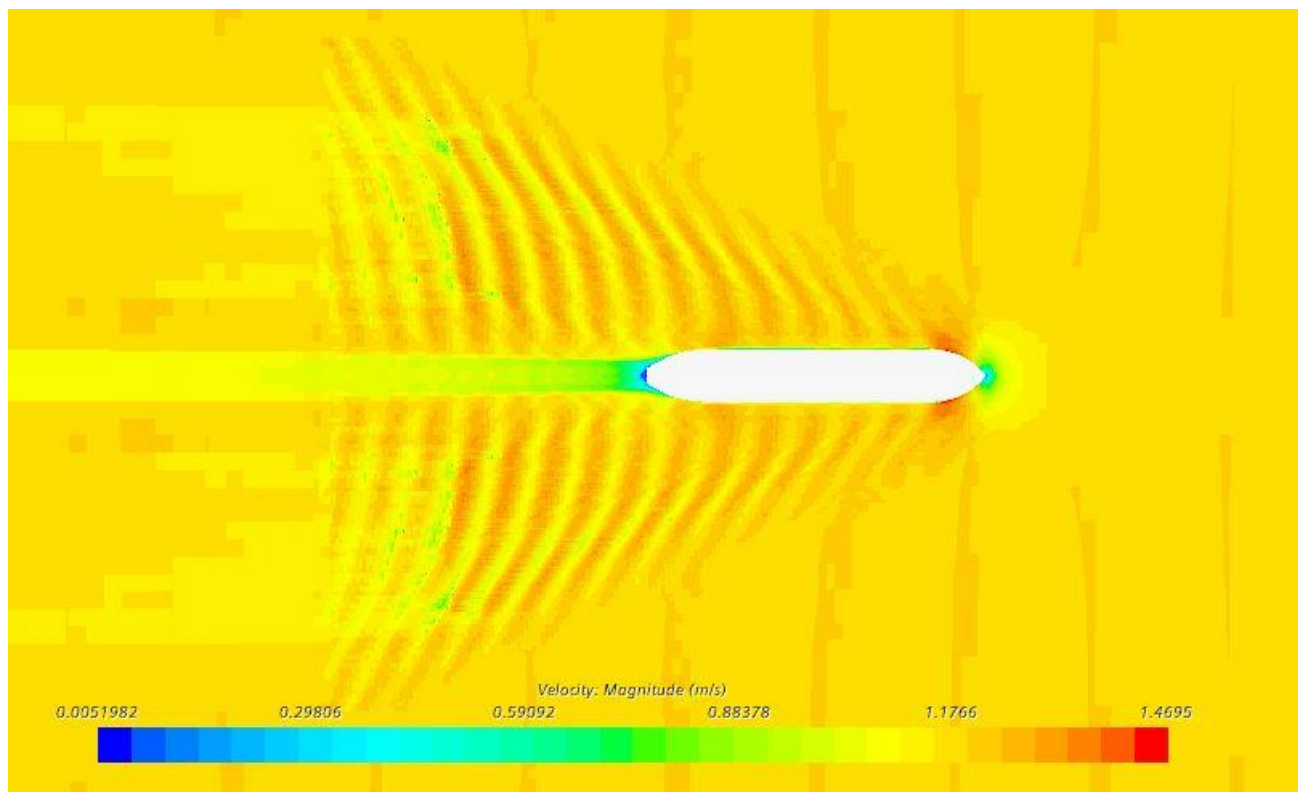
**Slika 19. Prikaz slobodne površine**

Također na slici 20. moguće je uočiti kako pramčani i krmeni sustav valova započinje valnim brijegom.



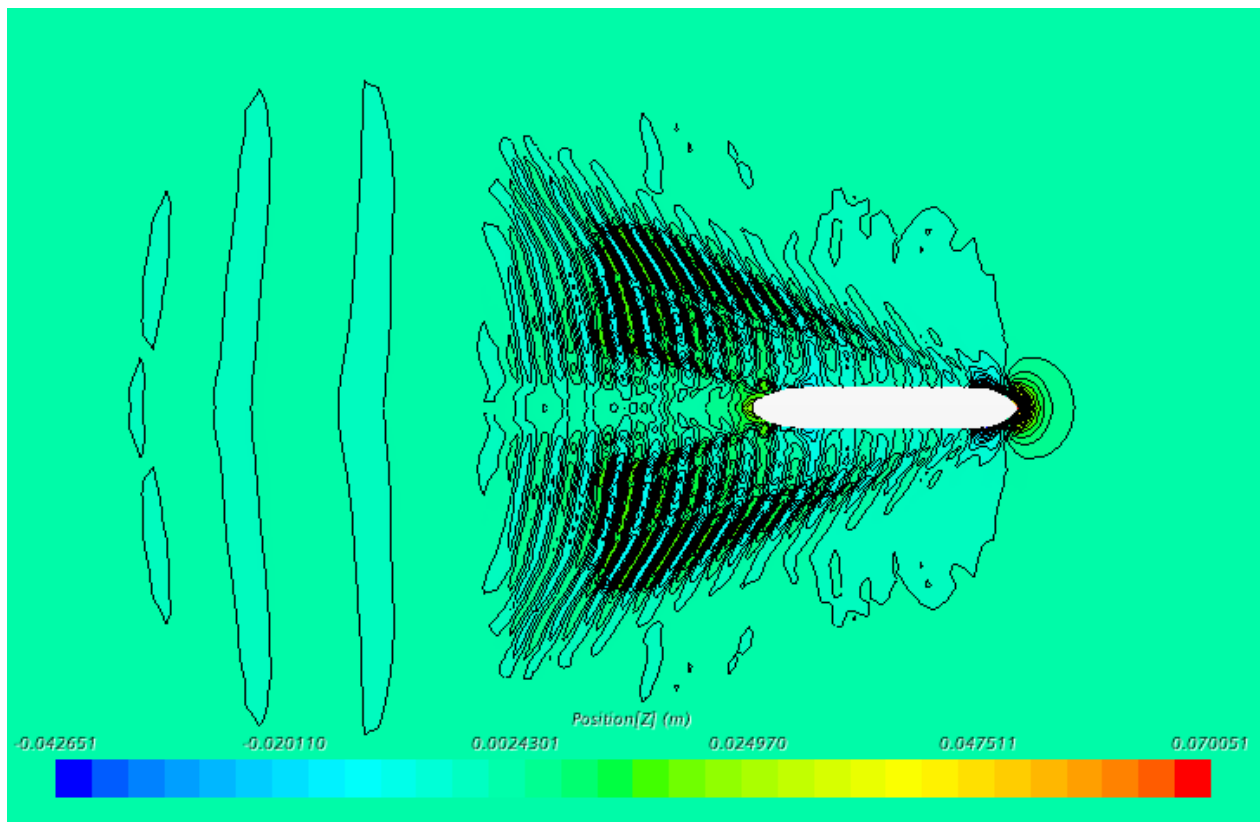
**Slika 20. Slobodna površina duž trupa modela broda**

Na slici 21. prikazano je polje brzine na slobodnoj površini. Vidljiv je hidrodinamički trag iza modela broda, odnosno područje strujanja s vrlo značajnim učincima viskoznosti. Unutar ovog područja, promjene brzina strujanja slične su promjenama u graničnom sloju. Hidrodinamički trag uz turbulenciju nastalu u graničnom sloju sadrži i vrtloge, posebice ukoliko krmeni dio broda nije strujno dobro oblikovan. Stvaranje vrtloga naziva se odvajanjem strujanja [12].



**Slika 21. Polje brzine na slobodnoj površini**

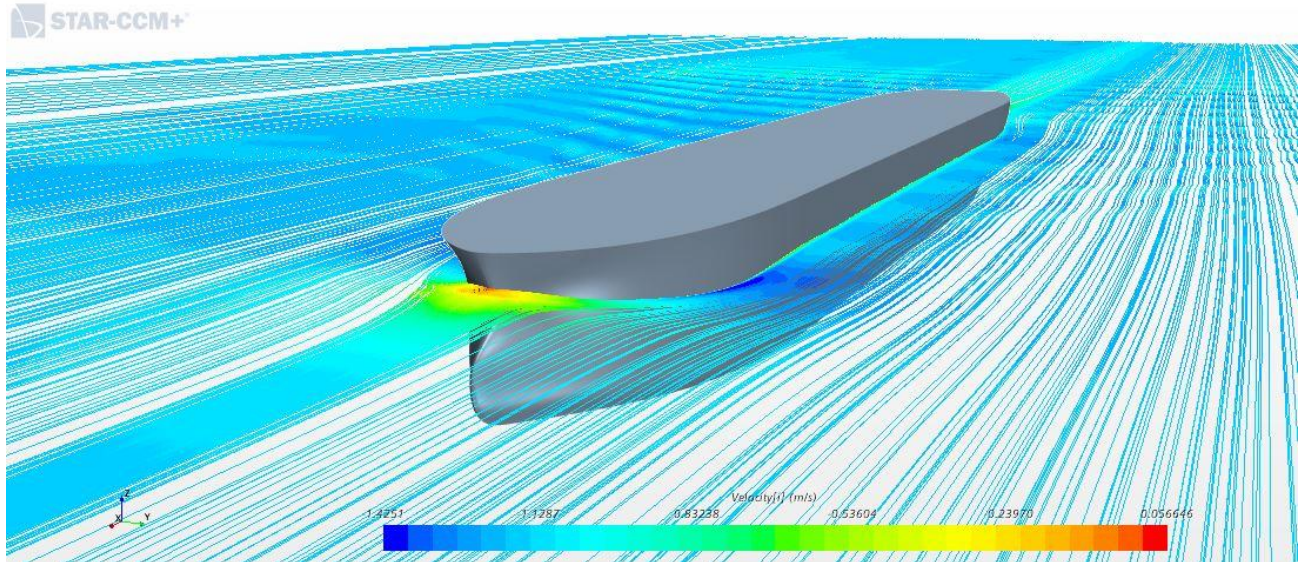
Na slici 22. prikazana je slika valova oko modela broda. Na slici se može primijetiti Kelvinov kut od  $19^{\circ}28'$  te razilazni i poprečni valovi. Također, na slici se jasno vidi pramčani i kreneni sustav valova gdje su izraženiji poprečni valovi. Vidljivo je da se najveće vrijednosti valne elevacije nalaze ispred pramca i iza krme broda. Male vrijednosti valne duljine i amplitude valova posljedica su niske brzine, tj. male vrijednosti Froudeovog broja.



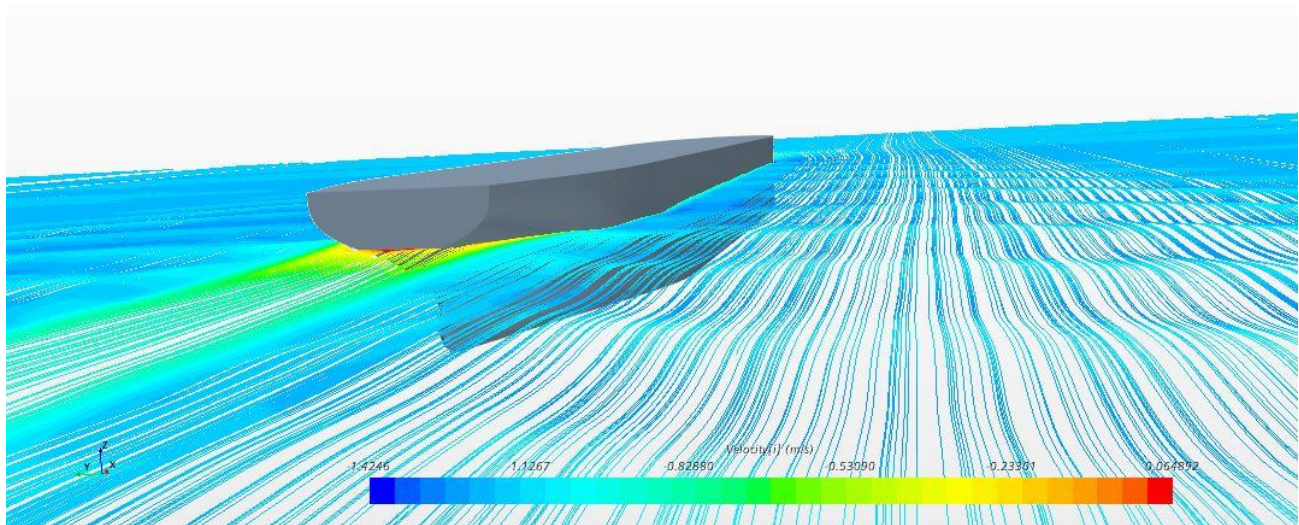
**Slika 22. Slika valova oko modela broda**

Strujnice su zamišljene krivulje kojima se u svakoj točki smjer tangente preklapa sa smjerom vektora brzine [15]. Na slikama 23. i 24. prikazane su strujnice na slobodnoj površini te je vidljiv značajan pad brzine ispred pramca i iza krme te uz trup modela broda.



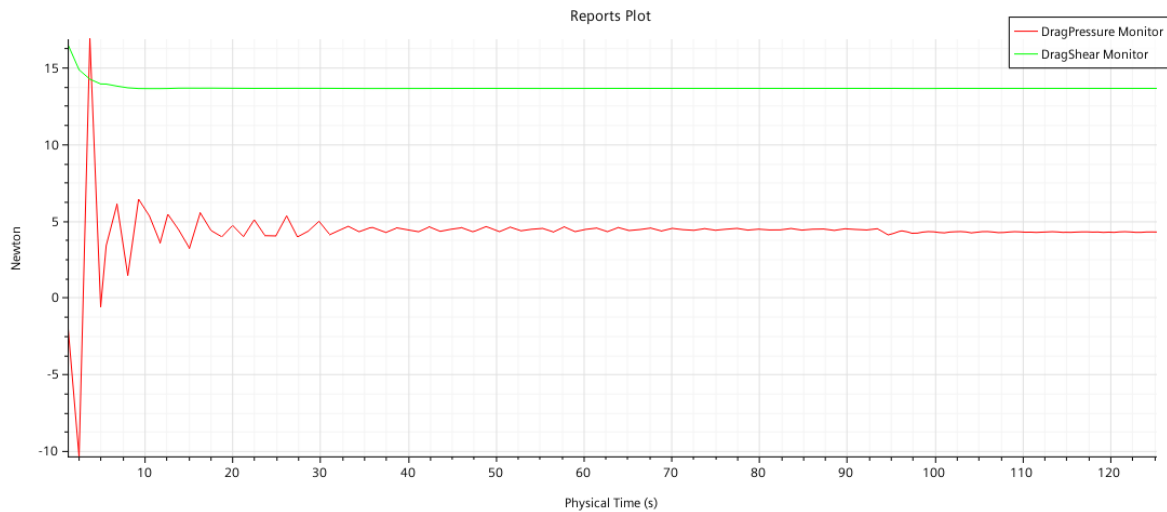


**Slika 23. Prikaz strujnica na slobodnoj površini ispred pramca**

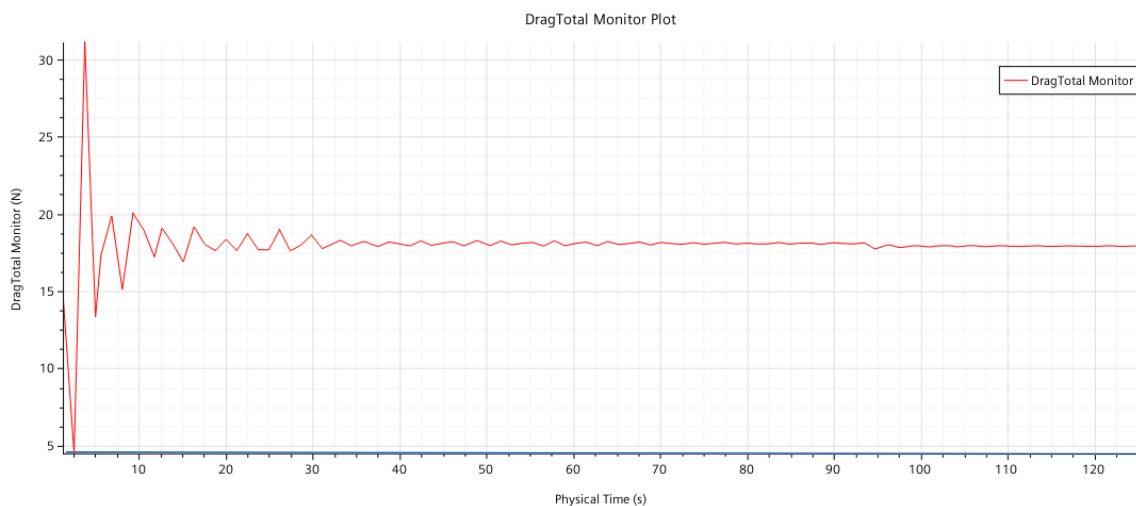


**Slika 24. Prikaz strujnica na slobodnoj površini iza krme**

Na slici 25. prikazane su vrijednosti otpora tlaka, otpora trenja te ukupnog otpora. Moguće je uočiti kako je sila trenja gotovo tri puta veća od sile tlaka. Naime, za finu mrežu s finim vremenskim korakom moguće je uočiti kako sila trenja iznosi 76,14 % ukupnog otpora, dok sila otpora tlaka iznosi 23,86 % ukupnog otpora.



a)



b)

**Slika 25. Prikaz otpora trenja i otpora tlaka (a) te ukupnog otpora (b)**

## 5.2. Validacija rezultata

U nastavku su prikazani dobiveni numerički rezultati te njihova usporedba s eksperimentalnim vrijednostima dostupnim u literaturi. Prilikom analize rezultata izračunata je srednja vrijednost rezultata u posljednjih 20 sekundi fizikalnog vremena. U tablici 5. prikazani su dobiveni rezultati za koeficijent ukupnog otpora  $C_T$ , uron te trim modela broda za tri različite gustoće mreže.

**Tablica 5. Koeficijent ukupnog otpora, uron i trim broda za različite gustoće mreže**

Gustoća mreže	$C_{T\_RDF} \cdot 10^3$	Uron, m	Trim, m
Gruba	4,254	– 0,00680	– 0,01304
Srednja	4,234	– 0,00647	– 0,01295
Fina	4,224	– 0,00640	– 0,01292

Vidljivo je kako promjena gustoće mreže nema značajan utjecaj na dobivene rezultate koeficijenta ukupnog otpora i trima modela broda dok se kod rezultata urona primjećuje značajniji utjecaj gustoće mreže. Vrijednosti urona/izrona su pozitivne za pomak u pozitivnom smjeru osi z, tj. u smjeru izrona dok su negativne za pomak u suprotnom smjeru odnosno u smjeru urona. Pozitivna vrijednost trima definirana je izranjanjem pramca, tj. zategom.

U tablici 6. prikazani su rezultati dobiveni primjenom triju različitih vremenskih koraka koristeći finu mrežu. Vidljivo je kako promjena vremenskog koraka ima značajniji utjecaj na dobivene rezultate koeficijenta ukupnog otpora dok nema značajnih odstupanja u rezultatima trima i urona.

**Tablica 6. Koeficijent ukupnog otpora, uron i trim broda za različite vremenske korake**

Vremenski korak	$C_{T\_RDF} \cdot 10^3$	Uron, m	Trim, m
Grubi	4,394	– 0,00642	– 0,01287
Srednji	4,264	– 0,00638	– 0,01291
Fini	4,224	– 0,00640	– 0,01292

U tablicama 7. – 9. prikazani su rezultati validacije dobivenih numeričkih rezultata primjenom triju različitih gustoća mreže, odnosno usporedba s eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi. Relativno odstupanje između numeričkih i eksperimentalnih rezultata određeno je prema jednadžbi (3.39). Najveće relativno odstupanje za koeficijent ukupnog otpora iznosi 1,51%, za uron 12,96%, a za trim 3,45%.

**Tablica 7. Validacija koeficijenta ukupnog otpora dobivenog primjenom različite gustoće mreže**

Gustoća mreže	$C_{T\_RDF} \cdot 10^3$	$C_{T\_EKS} \cdot 10^3$	RD, %
Gruba	4,254	4,289	- 0,81
Srednja	4,234	4,289	- 1,278
Fina	4,224	4,289	- 1,509

**Tablica 8. Validacija urona dobivenog primjenom različite gustoće mreže**

Gustoća mreže	RDF	EKS	RD, %
	Uron, % $L_{PP}$	Uron, % $L_{PP}$	
Gruba	- 0,0971	- 0,086	+ 12,956
Srednja	- 0,0924	- 0,086	+ 7,396
Fina	- 0,0914	- 0,086	+ 6,332

**Tablica 9. Validacija trima dobivenog primjenom različite gustoće mreže**

Gustoća mreže	RDF	EKS	RD, %
	Trim, % $L_{PP}$	Trim, % $L_{PP}$	
Gruba	- 0,1862	- 0,180	+ 3,451
Srednja	- 0,1850	- 0,180	+ 2,803
Fina	- 0,1845	- 0,180	+ 2,514

Ukoliko je vrijednost relativne devijacije pozitivna, rezultat dobiven numeričkom simulacijom premašuje izmjerenu vrijednost, a ukoliko je negativna, rezultat dobiven numeričkom simulacijom podcjenjuje izmjerenu vrijednost. U tablicama 10. – 12. prikazana je usporedba numeričkih rezultata dobivenih primjenom triju različitih vremenskih koraka s eksperimentalnim vrijednostima. Najveće relativno odstupanje za koeficijent ukupnog otpora iznosi 2,45%, za uron 6,66%, a za trim 2,95%. Za slučaj koeficijenta ukupnog otpora veće relativno odstupanje od eksperimentalne vrijednosti dobiveno je promjenom vremenskog koraka, dok su za trim i uron veća relativna odstupanja dobivena promjenom gustoće mreže.

**Tablica 10. Validacija koeficijenta ukupnog otpora dobivenog primjenom različitog vremenskog koraka**

Vremenski korak	$C_{T\_RDF} \cdot 10^3$	$C_{T\_EKS} \cdot 10^3$	$RD, \%$
Grubi	4,394	4,289	+2,447
Srednji	4,264	4,289	-0,578
Fini	4,224	4,289	-1,509

**Tablica 11. Validacija urona dobivenog primjenom različitog vremenskog koraka**

Vremenski korak	RDF	EKS	$RD, \%$
	Uron, % $L_{PP}$	Uron, % $L_{PP}$	
<b>Grubi</b>	-0,0917	-0,086	+6,663
<b>Srednji</b>	-0,0911	-0,086	+5,942
<b>Fini</b>	-0,0914	-0,086	+6,332

**Tablica 12. Validacija trima dobivenog primjenom različitog vremenskog koraka**

Vremenski korak	RDF	EKS	$RD, \%$
	Trim, % $L_{PP}$	Trim, % $L_{PP}$	
<b>Grubi</b>	-0,1839	-0,180	+2,156
<b>Srednji</b>	-0,1846	-0,180	+2,947
<b>Fini</b>	-0,1845	-0,180	+2,514

### 5.3. Verifikacija rezultata

U tablicama 13. – 15. prikazani su rezultati dobiveni u postupku verifikacije za gustoću mreže. U tablicama je vidljivo kako je dobivena monotona konvergencija za sve tri analizirane fizikalne varijable. Postupak ocjene numeričke nesigurnosti proveden je prema jednadžbama (3.28) do (3.38). Također je u tablicama moguće primjetiti kako numerička nesigurnost geometrijske mreže ne prelazi 0,6 % što je zadovoljavajuće.



**Tablica 13. Numerička nesigurnost koeficijenta ukupnog otpora za različitu gustoću mreže**

$\hat{S}_{i,3} \cdot 10^3$	$\hat{S}_{i,2} \cdot 10^3$	$\hat{S}_{i,1} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{i,21} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{i,32} \cdot 10^3$	$R_i$	$p_i$	$\delta_{RE}^* \cdot 10^3$	$U_i \cdot 10^3$	$\bar{U}_G, \%$
4,254	4,234	4,224	0,09906	0,02006	0,494	2,036	0,00966	0,01208	0,2856

**Tablica 14. Numerička nesigurnost urona za različitu gustoću mreže**

$\hat{S}_{i,3},$ % $L_{PP}$	$\hat{S}_{i,2},$ % $L_{PP}$	$\hat{S}_{i,1},$ % $L_{PP}$	$\varepsilon_{i,21},$ % $L_{PP}$	$\varepsilon_{i,32},$ % $L_{PP}$	$R_i$	$p_i$	$\delta_{RE}^*,$ % $L_{PP}$	$U_i,$ % $L_{PP}$	$\bar{U}_G, \%$
-0,097	-0,092	-0,091	-0,0009	-0,0048	0,191	4,77	-0,0002	0,00027	0,2957

**Tablica 15. Numerička nesigurnost trima za različitu gustoću mreže**

$\hat{S}_{i,3},$ % $L_{PP}$	$\hat{S}_{i,2},$ % $L_{PP}$	$\hat{S}_{i,1},$ % $L_{PP}$	$\varepsilon_{i,21},$ % $L_{PP}$	$\varepsilon_{i,32},$ % $L_{PP}$	$R_i$	$p_i$	$\delta_{RE}^*,$ % $L_{PP}$	$U_i,$ % $L_{PP}$	$\bar{U}_G, \%$
-0,1862	-0,1850	-0,1845	-0,0005	-0,0012	0,445	2,336	-0,0004	0,00052	0,2823

U tablicama 16. – 18. prikazani su rezultati dobiveni u postupku verifikacije za različite vremenske korake. U tablicama je vidljivo kako je za koeficijent ukupnog otpora i trim dobivena monotona konvergencija, a za uron oscilatorna konvergencija. U tablicama je vidljivo kako numerička nesigurnost vremenskog koraka ne prelazi 0,53%.

Važno je napomenuti kako je u prvotno provedenim numeričkim simulacijama s finim korakom od 0,03 s dobivena je numerička nesigurnost vremenskog koraka od oko 16%. Uz neostavrenu sliku valova to je još jedan od razloga zašto je bilo potrebno dodatno smanjiti vremenski korak.

**Tablica 16. Numerička nesigurnost koeficijenta ukupnog otpora za različiti vremenski korak**

$\hat{S}_{i,3} \cdot 10^3$	$\hat{S}_{i,2} \cdot 10^3$	$\hat{S}_{i,1} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{i,21} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{i,32} \cdot 10^3$	$R_i$	$p_i$	$\delta_{RE}^* \cdot 10^3$	$U_i \cdot 10^3$	$\bar{U}_T, \%$
4,394	4,264	4,224	0,0399	0,1297	0,308	3,40	0,0177	0,0222	0,5251

**Tablica 17. Numerička nesigurnost urona za različiti vremenski korak**

$\hat{S}_{i,3}$ , % $L_{PP}$	$\hat{S}_{i,2}$ , % $L_{PP}$	$\hat{S}_{i,1}$ , % $L_{PP}$	$\varepsilon_{i,21}$ , % $L_{PP}$	$\varepsilon_{i,32}$ , % $L_{PP}$	$R_i$	$U_i$ , % $L_{PP}$	$\bar{U}_T$ , %
-0,0917	-0,0911	-0,0914	0,0003	-0,0006	-0,5411	0,00017	0,1835

**Tablica 18. Numerička nesigurnost trima za različiti vremenski korak**

$\hat{S}_{i,3}$ , % $L_{PP}$	$\hat{S}_{i,2}$ , % $L_{PP}$	$\hat{S}_{i,1}$ , % $L_{PP}$	$\varepsilon_{i,21}$ , % $L_{PP}$	$\varepsilon_{i,32}$ , % $L_{PP}$	$R_i$	$P_i$	$\delta_{RE}^*$ , % $L_{PP}$	$U_i$ , % $L_{PP}$	$\bar{U}_T$ , %
-0,1839	-0,1846	-0,1845	0,000003	0,0006	0,049	8,681	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$1,97 \cdot 10^{-6}$	0,0011

Ukupna nesigurnost numeričke simulacije za svaki od rezultata izračunata je prema jednadžbi (3.38) te je prikazana u tablici 19. Iz tablice je vidljivo kako dobivena nesigurnost numeričke simulacije ne prelazi 0,6%.

**Tablica 19. Nesigurnost numeričke simulacije za pojedine rezultate**

	$\bar{U}_G$ , %	$\bar{U}_T$ , %	$\bar{U}_{SN}$ , %
<b>Koeficijent ukupnog otpora</b>	0,2856	0,5251	0,5979
<b>Uron</b>	0,2957	0,1835	0,3480
<b>Trim</b>	0,2823	0,0011	0,2823

## 6. ZAKLJUČAK

U ovom radu provedene su numeričke simulacije viskoznog strujanja oko modela broda za rasuti teret. Dan je uvod te pregled dosadašnjih istraživanja vezanih uz numeričke simulacije viskoznog strujanja te primjenu računalne dinamike fluida u brodskoj hidrodinamici. Ukratko je opisana podjela otpora broda i prikazan je matematički model temeljen na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim jednadžbama. U numeričkim simulacijama primjenjen je  $k - \varepsilon$  model turbulencije, a za praćenje i lociranje slobodne površine korištena je metoda udjela fluida u volumenu (VOF). Numeričke simulacije provdene su s tri različita vremenska koraka te tri različite gustoće mreže za jedan Froudeov broj koristeći komercijalni programski paket STAR-CCM+. Proveden je postupak validacije dobivenih numeričkih rezultata usporedbom s eksperimentalnim vrijednostima dostupnim u literaturi. Iako su u usporedbi s eksperimentalnim podacima vrijednosti koeficijenta ukupnog otpora i trima zadovoljavajuće točnosti, dobiveno je relativno veliko odstupanje za uron. Odstupanja rezultata od eksperimentalnih vrijednosti iznose: za koeficijent sile otpora 2,45%, za uron 12,96%, a za trim 3,45%. Iako je dobiveno relativno veliko odstupanje za uron radi se o relativno malim vrijednostima urona, što rezultira velikim odstupanjima. Slične rezultate za uron dobili su i autori u numeričkom istraživanju provedenom također za brod za rasuti teret [10]. Važno je napomenuti kako se radi o malim veličinama, u prosjeku oko 6 mm za uron te 13 mm, odnosno  $0,1^\circ$  za trim te nije poznata eksperimentalna nesigurnost za izmjerene vrijednosti. Također je u radu proveden postupak verifikacije numeričkih rezultata i dobivena ukupna numerička nesigurnost za sve tri fizikalne veličine nije veća od 0,6%. Na temelju dobivenih rezultata u postupku verifikacije moguće je uočiti kako promjena gustoće mreže te vremenskog koraka nemaju značajan utjecaj na dobivene rezultate.

U okviru daljnjih istraživanja bilo bi od velikog značaja detaljnije ispitati utjecaj parametara za diskretizaciju domene, kao i primjenu drugog modela turbulencije, primjerice  $k - \omega$  modela turbulencije na dobivene rezultate, a posebno na rezultate urona i trima modela broda.

**LITERATURA**

- [1] Larsson, L., Raven, H. C.: *Ship Resistance and Flow*, The Society of Naval Architects and Marine Engineers, New Jersey, 2010.
- [2] Hino, T.: *Numerical Simulation of a Viscous Flow with a Free Surface around a Ship Model*, The Spring Meeting of The Society of Naval Architects of Japan, Japan, 1987.
- [3] Ahmed, Y.M, Yaakoba, O.B, Rashid, M.F.A, Elbatran, A.H.: *Determining Ship Resistance Using Computational Fluid Dynamics (CFD)*, Journal of Transport System Engineering, 2015., 2(1), 20-25.
- [4] Farkas, A., Degiuli, N., Martić, I.: *Numerical simulation of viscous flow around a tanker model*, Brodogradnja, 2017, 68(2), 109-125.
- [5] Wang, J., Wan, D.: *Numerical Simulations of Viscous Flows around JBC Ship Using Different Turbulence Models*, 11<sup>th</sup> International Workshop on Ship and Marine Hydrodynamics Hamburg, Germany, 2019, 1-7.
- [6] Kornev, N., Shevchuk, I., Abbas, N., Anschau, P., Samarbakhsh, S.: *Potential and Limitations of Scale Resolved Simulations for Ship Hydrodynamics Applications*, Ship Technol. Res., 2019., 66(2), 83–96.
- [7] Deng, R., Huang, D. B., Zhou, G. L., Sun, H. W.: *Investigation on Some Factors Effecting Ship Resistance Calculation with CFD Code FLUENT*, Journal of Ship Mechanics, 2013., 17(6), 616-624.
- [8] Terziev, M., Tezdogan, T., Oguz, E., Demirel, Y. K., Incecik, A.: *Numerical investigation of the behaviour and performance of ships advancing through restricted shallow waters*, Journal of Fluids and Structures, 2018., 76, 185-215.
- [9] Farkas, A., Degiuli, N., Martić, I., Dejhalla, R.: *An investigation into the effect of hard fouling on the ship resistance using CFD*, Journal of Marine Science and Engineering, 2020., 8 (10), 748.
- [10] Hasan, R., Rahim, A., Islam, S., Rahaman, M.: *Prediction of Resistance, Sinkage and Trim of a Bulk Carrier by Computational Fluid Dynamics Method*, ICMIEE18-185, Bangladesh, 2018., 1-5
- [11] Radan, D.: *Uvod u hidrodinamiku broda*, Sveučilište u Dubrovniku, Dubrovnik, 2004.
- [12] Gamulin, A.: *Otpor i propulzija broda*, interna skripta, FSB, Zagreb, 1997.

- [13] Degiuli, N., *Otpor i propulzija broda*, predavanja, <https://e-ucenje-arhiva.fsb.hr/course/view.php?id=1072>
- [14] Virag, Z., Džijan, I.: *Računalna dinamika fluida*, skripta - predavanja, FSB, Zagreb, 2014.
- [15] Werner, A., Degiuli, N., *Mehanika fluida IIB*, podloge za nastavu, <https://e-ucenje-arhiva.fsb.hr/course/view.php?id=1071>.
- [16] Scott-Pomerantz, C. D.: *The  $k-\varepsilon$  epsilon model in the theory of turbulence*, University of Pittsburgh, Pennsylvania, 2004.
- [17] Versteeg, H. K., Malalasekera, W.: *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, Pearson Education Limited, Harlow, 2007.
- [18] Moukalled, F., Mangani, L., Darwish, M.: *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics*, Springer International Publishing, Switzerland, 2016.
- [19] STAR-CCM+, User guide.
- [20] Demirel, Y. K., Khorasanchi, M., Turan, O., Incecik, A., Shultz, M. P.: *A CFD model for the frictional resistance prediction of antifouling coatings*, Ocean Engineering, 2014., 89, 21-31.
- [21] Japan Bulk Carrier (JBC), <https://t2015.nmri.go.jp/jbc.html>, 22.10.2020.
- [22] ITTC, Recommended Procedures and Guidelines, *Uncertainty Analysis in CFD Verification and Validation, Methodology and Procedures*, 2008.
- [23] Perić, M.: *Set-Up Recommendations for Simulation of Flow Around Ships*, interna komunikacija, 2016.
- [24] ITTC – Recommended Procedures and Guidelines, 2011.
- [25] Bućan, B., Pedišić Buća, M., Ružić, S.: *Numerical Modelling of the Flow Around the Tanker Hull at Model Scale*, Brodogradnja, 2010., 59(2), 117-122.
- [26] Turković Ž., *Metoda kontrolnih volumena na domenama promjenjivog oblika*, doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2005.
- [27] STAR-CCM+, Tutorials/Tutorial Guide/Motion/ Marine Resistance Prediction: KCS Hull with a Rudder.
- [28] Tezdogan, T., Demirel, Y.K., Kellett, P., Khorasanchi M., Incecik, A., Turan, O.: *Full-scale unsteady RANS CFD simulations of ship behaviour and performance in head seas due to slow steaming*, Ocean Engineering, 2015., 97, 186-206.