

# Proračun čvrstoće prednjeg podvozja zrakoplova Piper Arrow IV

---

Rafaj, Vilim

Undergraduate thesis / Završni rad

2021

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:098649>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering  
and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Vilim Rafaj**

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit, dipl. ing.

Student:

Vilim Rafaj

Zagreb, 2021.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na pomoći i savjetima tijekom izrade ovog rada.

Također se zahvaljujem svojoj obitelji na pruženoj podršci tijekom dosadašnjeg studiranja.

Vilim Rafaj



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 21 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 21 -	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Vilim Rafaj** Mat. br.: 0035210087

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Proračun čvrstoće prednjeg podvozja zrakoplova Piper Arrow IV**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Strength Analysis of Front Landing Gear of Piper Arrow IV**

Opis zadatka:

Podvozje zrakoplova (eng. *Airplane Landing Gear*) je jedan od osnovnih elemenata konstrukcije zrakoplova. Koristi se pri sigurnom polijetanju i slijetanju zrakoplova i kretanju (rulanju) po tlu. Podvozje zrakoplova uz nosivu konstrukciju obično sačinjavaju kotači s amortizerima, ali mogu biti plovci za slijetanje na vodene površine te skije za slijetanje na snijeg ili led. Tijekom polijetanja i slijetanja se na većini zrakoplova uvlači u krilo i/ili trup radi poboljšanja aerodinamike zrakoplova. Podvrgnut je izrazito promjenjivom cikličkom opterećenju. Prednje podvozje zrakoplova uz sve navedene funkcije još u većini slučajeva služi za upravljanje zrakoplovom na tlu.

Za definirane podatke o konstrukciji, dimenzijama te opterećenju i rubnim uvjetima podvozja zrakoplova potrebno je provjeriti da li podvozje zrakoplova zadovoljava uvjet čvrstoće tj. izvršiti kontrolni proračun istog. Proračun provesti numerički primjenom programskog paketa Abaqus® koji se temelji na metodi konačnih elemenata. U numeričkim analizama koristiti dostupne konačne elemente iz baze programskog paketa. Potrebno je izvršiti verifikaciju primijenjenih konačnih elemenata i procedura na jednostavnijim problemima te rezultate usporediti s dostupnim analitičkim rezultatima. Osim toga za proračunski model je potrebno odrediti optimalnu mrežu konačnih elemenata i prikazati konvergenciju rješenja.


U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
30. studenoga 2020.

Datum predaje rada:  
1. rok: 18. veljače 2021.  
2. rok (izvanredni): 5. srpnja 2021.  
3. rok: 23. rujna 2021.

Predviđeni datumi obrane:  
1. rok: 22.2. – 26.2.2021.  
2. rok (izvanredni): 9.7.2021.  
3. rok: 27.9. – 1.10.2021.

Zadatak zadao:

  
Doc. dr. sc. Ivo Skozrit

Predsjednik Povjerenstva:  
  
Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY .....	VIII
1. UVOD.....	1
1.1. Zrakoplovstvo .....	1
1.2. Osnovni dijelovi zrakoplova .....	1
1.3 Podvozje zrakoplova.....	2
2. PIPER ARROW IV .....	5
2.1. Osnovni podaci o zrakoplovu .....	5
2.2. Konstrukcija podvozja .....	6
2.3 Materijal.....	7
2.4 Opterećenje podvozja.....	8
3. UVJET ČVRSTOĆE I NAPREZANJA .....	9
4. METODA KONAČNIH ELEMENATA .....	10
4.1 Općenito o metodi.....	10
4.2 Konačni elementi.....	13
5. VERIFIKACIJA.....	16
5.1 Verifikacijski problem.....	16
5.2 Analitički proračun.....	16
6. NUMERIČKI PRORAČUN .....	22
7. NUMERIČKI PRORAČUN PODVOZJA.....	28
7.1 CAD model i numerički model.....	28
7.2 Dodjeljivanje materijala.....	29
7.3 Rubni uvjeti.....	30
7.4 Opterećenje.....	31
7.5 Generiranje mreže konačnih elemenata .....	31
7.6 Rezultati analize.....	34
7.7 Provjera uvjeta čvrstoće.....	41
8. ZAKLJUČAK.....	43
LITERATURA.....	44

## POPIS SLIKA

- Slika 1. Zrakoplov braće Wright-Flyer I
- Slika 2. Boeing 777
- Slika 3. Konfiguracija podvozja s kotačima
- Slika 4. Podvozje izvedeno kao plovak
- Slika 5. Podvozje izvedeno kao skije
- Slika 6. Piper Arrow IV
- Slika 7. Shema mehanizma prednjeg podvozja
- Slika 8. Neke od bitnih dimenzija podvozja
- Slika 9. Uz izračun sile na podvozje
- Slika 10. Komponente tenzora naprezanja
- Slika 11. Osnovni tipovi konačnih elemenata
- Slika 12. Klip, klipnjača i zatik diskretizirani mrežom konačnih elemenata
- Slika 13. Podjela programskog paketa
- Slika 14. Osnovni tetraedarski konačni element
- Slika 15. Tetraedarski konačni element drugog reda
- Slika 16. C3D4 s vidljivom točkom integracije
- Slika 17. C3D10 sa vidljivim točkama integracije
- Slika 18. Nosač ABC
- Slika 19. Nosač oslobođen veza
- Slika 20. Presjek 1
- Slika 21. Presjek 2
- Slika 22. Raspodjela normalnih naprezanja u dijelu AB
- Slika 23. Raspodjela posmičnih naprezanja u dijelu BC
- Slika 24. Modeliranje geometrije u Solidworksu
- Slika 25. Nosač sa pripadnim uklještenjem i opterećenjem
- Slika 26. Model diskretiziran sa 1936 konačnih elemenata
- Slika 27. Model diskretiziran sa 12724 konačnih elemenata
- Slika 28. Model diskretiziran sa 25701 konačnih elemenata
- Slika 29. Model diskretiziran sa 68481 konačnih elemenata
- Slika 30. Prikaz ekvivalentnih naprezanja prema Von Misesu za model diskretiziran s 12724 konačnih elemenata
- Slika 31. Konvergencija naprezanja u dijelu AB
- Slika 32. Konvergencija naprezanja u dijelu BC
- Slika 33. CAD model podvozja
- Slika 34. Numerički model podvozja
- Slika 35. Definiranje svojstava materijala

- Slika 36. Mjesta postavljanja rubnih uvjeta  
Slika 37. Model s pripadnim rubnim uvjetima  
Slika 38. Opterećenje  
Slika 39. Model diskretiziran s 36584 konačnih elemenata  
Slika 40. Model diskretiziran s 57877 konačnih elemenata  
Slika 41. Osovina diskretizirana s 529 konačnih elemenata  
Slika 42. Osovina diskretizirana s 1523 konačnih elemenata  
Slika 43. Osovina diskretizirana s 5390 konačnih elemenata  
Slika 44. Osovina diskretizirana s 9398 konačnih elemenata  
Slika 45. Osovina diskretizirana s 15811 konačnih elemenata  
Slika 46. Ekvivalentna naprezanja prema Von Misesu u MPa pri prvoj mreži  
Slika 47. Ekvivalentna naprezanja prema Von Misesu u MPa pri prvoj mreži, prikaz 2  
Slika 48. Pomaci modela u smjeru osi  $x$  pri prvoj mreži u mm  
Slika 49. Pomaci modela u smjeru osi  $y$  pri prvoj mreži u mm  
Slika 50. Pomaci modela u smjeru osi  $z$  pri prvoj mreži u mm  
Slika 51. Ukupni pomaci modela pri prvoj mreži u mm  
Slika 52. Pomaci modela u smjeru osi  $x$  u mm pri drugoj mreži  
Slika 53. Pomaci modela u smjeru osi  $y$  u mm pri drugoj mreži  
Slika 54. Pomaci modela u smjeru osi  $z$  u mm pri drugoj mreži  
Slika 55. Ukupni pomaci modela u mm pri drugoj mreži  
Slika 56. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja pri drugoj mreži  
Slika 57. Ekvivalentna naprezanja na osovini  
Slika 58. Konvergencija ekvivalentnih naprezanja na osovini  
Slika 59. Dijagram naprezanje-istezanje



## **POPIS TABLICA**

- Tablica 1. Osnovni podaci o zrakoplovu
- Tablica 2. Svojstva materijala
- Tablica 3. Konvergencija rješenja
- Tablica 4. Konvergencija ekvivalentnih naprezanja na osovini

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$HB$	Pa	Tvrdoća po Brinellu
$R_m$	MPa	Vlačna čvrstoća
$R_e$	MPa	Granica razvlačenja
$E$	GPa	Modul elastičnosti
$\varepsilon$	%	Istezanje pri lomu
$\nu$		Poissonov faktor
$G$	GPa	Modul smicanja
$\tau$	MPa	Smično naprezanje (smična čvrstoća)
$F_N$	N	Tlačna sila na prednjem podvozju
$n$		Odnos vertikalnih vanjskih sila i težine zrakoplova
$b'$	m	Duljinska dimenzija zrakoplova
$d'$	m	Duljinska dimenzija zrakoplova
$L$		Koeficijent uzgona
$W$	N	Težina zrakoplova
$\sigma$	MPa	Normalno naprezanje
$\sigma$	MPa	Tenzor naprezanja
$\sigma_{\text{ekv}}$	MPa	Ekvivalentno naprezanje
$\sigma_{\text{dop}}$	MPa	Dopušteno normalno naprezanje
$\tau_{\text{dop}}$	MPa	Dopušteno posmično naprezanje
$\sigma_{\text{ekv,dop}}$	MPa	Dopušteno ekvivalentno naprezanje
$\sigma_{i,j}$	MPa	Tenzor naprezanja
$\sigma_{1,2,3}$	MPa	Glavna naprezanja
$\varphi_0$	rad	Kut glavnih naprezanja i glavnih osi
$\mathbf{K}$	N/mm	Matrica krutosti
$\mathbf{V}$	mm	Vektor čvornih pomaka
$\mathbf{R}$	N	Vektor čvornih sila
$\mathbf{D}$	GPa	Matrica elastičnosti
$\mathbf{B}$	mm <sup>-1</sup>	Matrica ovisnosti deformacije u elementu i čvornih pomaka

$u$	mm	Komponenta čvornih pomaka u smjeru osi $x$
$v$	mm	Komponenta čvornih pomaka u smjeru osi $y$
$w$	mm	Komponenta čvornih pomaka u smjeru osi $z$
$a$	m	Duljinska dimenzija nosača
$d$	m	Promjer poprečnog presjaka nosača
$F$	N	Sila opterećenja nosača
$S$		Faktor sigurnosti
$F_{Ax}$	N	Sila u točki A u smjeru osi $x$
$F_{Ay}$	N	Sila u točki A u smjeru osi $y$
$M_{Ay}$	Nm	Moment u točki A oko osi $y$
$x, y, z$		Osi kartezijevog koordinatnog sustava
$\Sigma$		Simbol sumiranja
$N_x$	N	Uzdužna sila u nosaču
$Q_z$	N	Poprečna sila u nosaču
$M_y$	Nm	Moment oko osi $y$
$\sigma_T$	MPa	Tlačno naprezanje
$\sigma_S$	MPa	Svojno naprezanje
$\sigma_{ekv,max}$	MPa	Maksimalno ekvivalentno naprezanje
$\sigma_{AB,max}$	MPa	Maksimalno normalno naprezanje u dijelu AB nosača
$\sigma_{BC,max}$	MPa	Maksimalno normalno naprezanje u dijelu BC nosača
$\sigma_{ekv,AB,max}$	MPa	Maksimalno ekvivalentno naprezanje u dijelu AB nosača
$\sigma_{ekv,BC,max}$	MPa	Maksimalno ekvivalentno naprezanje u dijelu BC nosača
$I_y$	mm <sup>4</sup>	Moment tromosti presjeka oko osi $y$
$A$	mm <sup>2</sup>	Površina poprečnog presjeka nosača
$\tau_{zx,max}$	MPa	Maksimalno posmično naprezanje u odnosu na osi $z$ i $x$
$F_{N1}, F_{N2}$	N	Komponente tlačne sile na podvozje $F_N$
$U1, U2, U3$	mm	Pomaci u smjeru osi Kartezijevog koordinatnog sustava
$UR1, UR2, UR3$	rad	Rotacije oko osi Kartezijevog koordinatnog sustava
$S_s$		Stvarni faktor sigurnosti

## SAŽETAK

Radom je prikazan numerički proračun čvrstoće podvozja zrakoplova, koje predstavlja jedan od najkritičnijih dijelova čitave zrakoplovne konstrukcije. Dimenzije CAD modela prednjeg podvozja odgovaraju stvarnim dimenzijama prednjeg podvozja. Rubni uvjeti i opterećenje, nužni za provedbu ove analize određeni su iz poznatih podataka o zrakoplovu Piper Arrow IV, dok je materijal podvozja pretpostavljen. Opterećenje podvozja nastaje kao posljedica udarca u pistu pri slijetanju.

Tetraedarski konačni elementi korišteni u analizi verificirani su na problemu 3D nosača, a pritom je prikazan i analitički proračun istog. Također je prikazana usporedba numeričkih i analitičkih rezultata na problemu 3D nosača. Provedbom numeričke analize podvozja verificiranim konačnim elementima u programskom paketu *Abaqus* te postavljanjem različitih mreža na model podvozja pokazano je da osovina predstavlja kritičan dio čitave konstrukcije te je prikazana konvergencija rješenja na istoj. Također je priložen grafički prikaz pomaka modela i pripadna naprezanja. Iz dobivenih iznosa naprezanja slijedi da konstrukcija podvozja zadovoljava uvjet čvrstoće uz pripadni faktor sigurnosti. Na kraju je dan zaključak koji se temelji na dobivenim rezultatima.

## SUMMARY

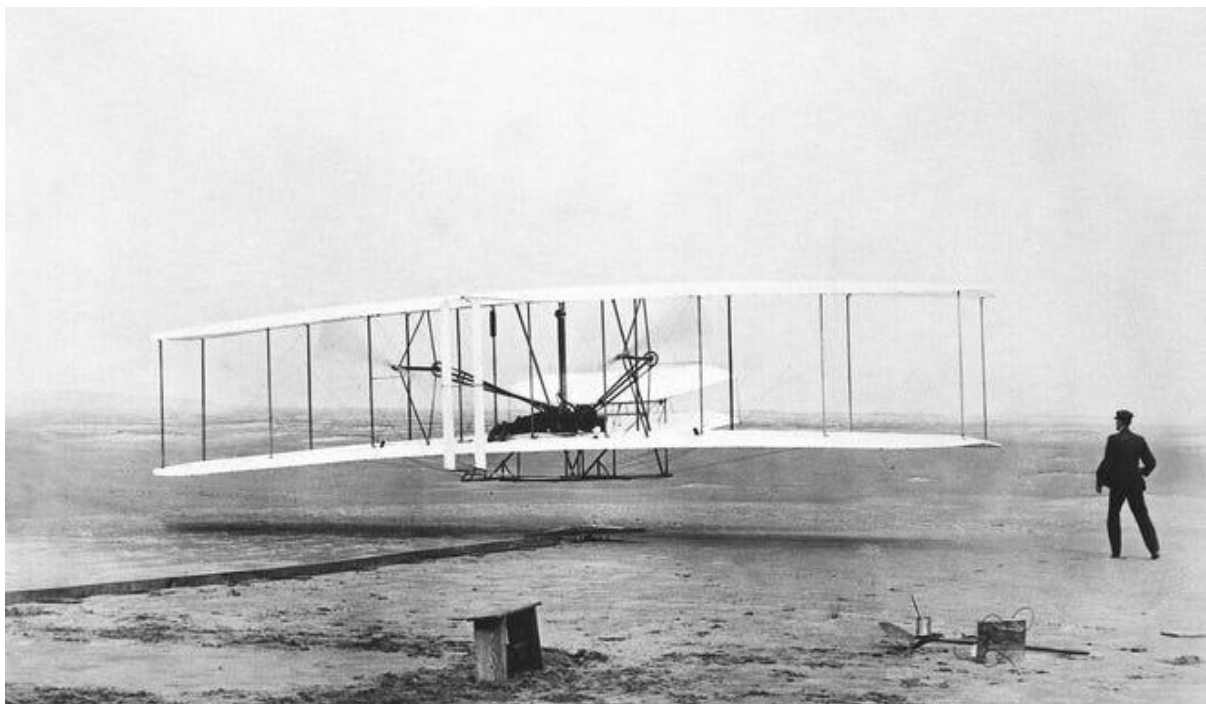
Numerical analysis of airplane undercarriage firmness is presented in this thesis. Airplane undercarriage is one of most critical parts of whole airplane. Dimensions of front undercarriage CAD model match those of real undercarriage. Boundary conditions and load are necessary for this analysis and are determined from Piper Arrow IV airplane data. Undercarriage material is assumed. Undercarriage load is consequence of hitting the runway during landing.

Tetrahedral finite elements used in analysis are verified on 3D beam problem. Analytical calculation of beam is shown as well. Comparison of 3D beam numerical and analytical results is shown as well. It is concluded that undercarriage axle represents critical part of whole construction by implementing verified finite elements and different finite element grids in numerical analysis of undercarriage carried out in *Abaqus* software. Convergence of solution on axle is also shown. Graphical representation of model shifts and belonging stresses are attached as well. Obtained stress values confirm that airplane undercarriage satisfies firmness condition with belonging safety factor. Conclusion based on obtained results is given at the end.

# 1. UVOD

## 1.1 Zrakoplovstvo

Područje zrakoplovstva je u svakom smislu jedno od najzahtjevnijih suvremenih znanstvenih a tako i inženjerskih područja. Tome doprinose visoka cijena materijala, kompliciran postupak izrade i proračuna dijelova zrakoplova te potreba za velikom sigurnosti čitave konstrukcije. Mogućnost brzog i sigurnog transporta opreme i ljudi a tako i vojne mogućnosti čine zrakoplovstvo jednom od najbrže rastućih inženjerskih područja. Brzini razvoja svjedoči činjenica da prvi zrakoplov braće Wright Flyer I koji je poletio 1903. i suvremeni zrakoplovi na prvi pogled nemaju dodirnih točaka, iako su im osnovni principi funkcioniranja identični. Na slici 1. je prikazan spomenuti zrakoplov braće Wright Flyer I.

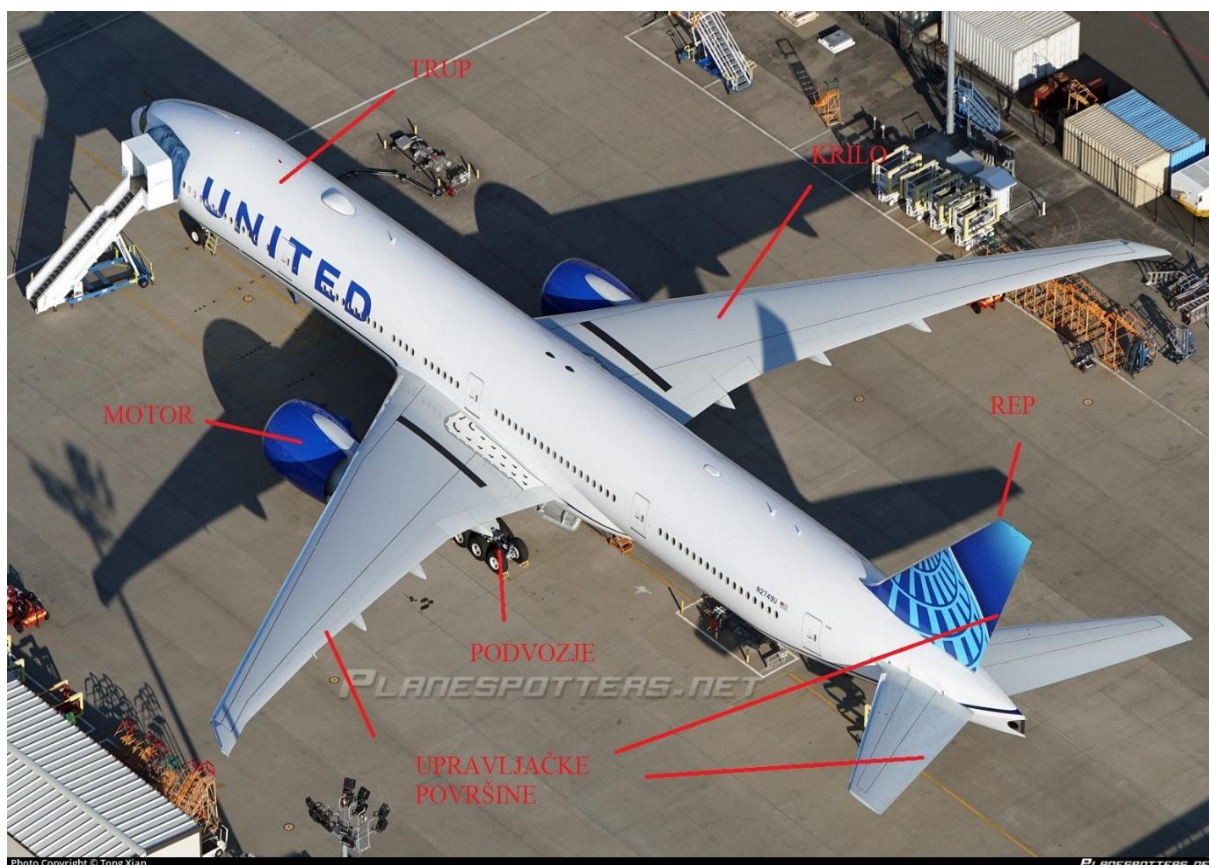


**Slika 1.** Zrakoplov braće Wright - Flyer I [1]

## 1.2 Osnovni dijelova zrakoplova

Neovisno o primjeni svaki zrakoplov mora sadržavati određene dijelove bez kojih let nije moguć ili je jako otežan. Osnovu čine trup, krila, motor, podvozje, rep i upravljačke površine.

Trup čini bazu a motor pogoni zrakoplov prema naprijed čime se ostvaruje mogućnost generiranja uzgona opstrujavanjem zraka oko krila. Podvozje je potrebno za sigurno polijetanje i slijetanje dok upravljačke površine, djelomično locirane na repu, omogućuju upravljanje zrakoplovom. Slika 2. prikazuje spomenute osnovne dijelova na primjeru suvremenog zrakoplova Boeing 777.



**Slika 2.** Boeing 777 [2]

### 1.3 Podvozje zrakoplova

Podvozje zrakoplova je jedan od najkritičnijih dijelova zrakoplovne konstrukcije.

Od podvozja se zahtijeva minimalna masa i volumen, što niža cijena te sposobnost da izdrži što veći broj ciklusa. Sigurnost je također bitna jer ukoliko podvozje otkáže može doći do totalnog kolapsa zrakoplova prilikom polijetanja ili slijetanja. S stajališta čvrstoće od podvozja se očekuje da zadovolji uvjete čvrstoće, krutosti i stabilnosti te također da uspješno amortizira udarno opterećenje nastalo pri slijetanju zrakoplova.

Zbog svega navedenog potrebni su redovni preventivni pregledi podvozja, kao i čitavog zrakoplova, da bi se moguće oštećenje otkrilo i saniralo što ranije. Radi mehanike slijetanja zrakoplova udarno opterećenje će se najprije javiti na zadnjem podvozju zrakoplova, a zatim i na prednjem. Amortizacija se najčešće postiže pretvorbom kinetičke energije nastale uslijed udarca pri slijetanju u toplinu te disipacijom energije. U pravilu se podvozje uvlači u trup i/ili krilo pri letu kako bi se smanjio aerodinamički otpor zrakoplova te samim time poboljšale njegove performanse. Osim standardne konfiguracije sa kotačima podvozje može biti konstruirano kao plovak ili kao skije da bi zrakoplov uspješno funkcionirao na vodenim površinama i uzletnim pistama pokrivenim snijegom. Na slici 3. se vidi konfiguracija sa kotačima, slika 4. prikazuje podvozje izvedeno kao plovak radi mogućnosti slijetanja na vodene površine a slika 5. podvozje izvedeno kao skije radi mogućeg korištenja piste pokrivenih snijegom.



**Slika 3.** Konfiguracija podvozja s kotačima [4]



**Slika 4.** Podvozje izvedeno kao plovak [5]





**Slika 5.** Podvozje izvedeno kao skije [6]

## 2. PIPER ARROW IV

### 2.1 Osnovni podaci o zrakoplovu

Slika 6. prikazuje zrakoplov Piper Arrow IV, čije je prednje podvozje predmet numeričke analize ovoga rada.



**Slika 6.** Piper Arrow IV [22]

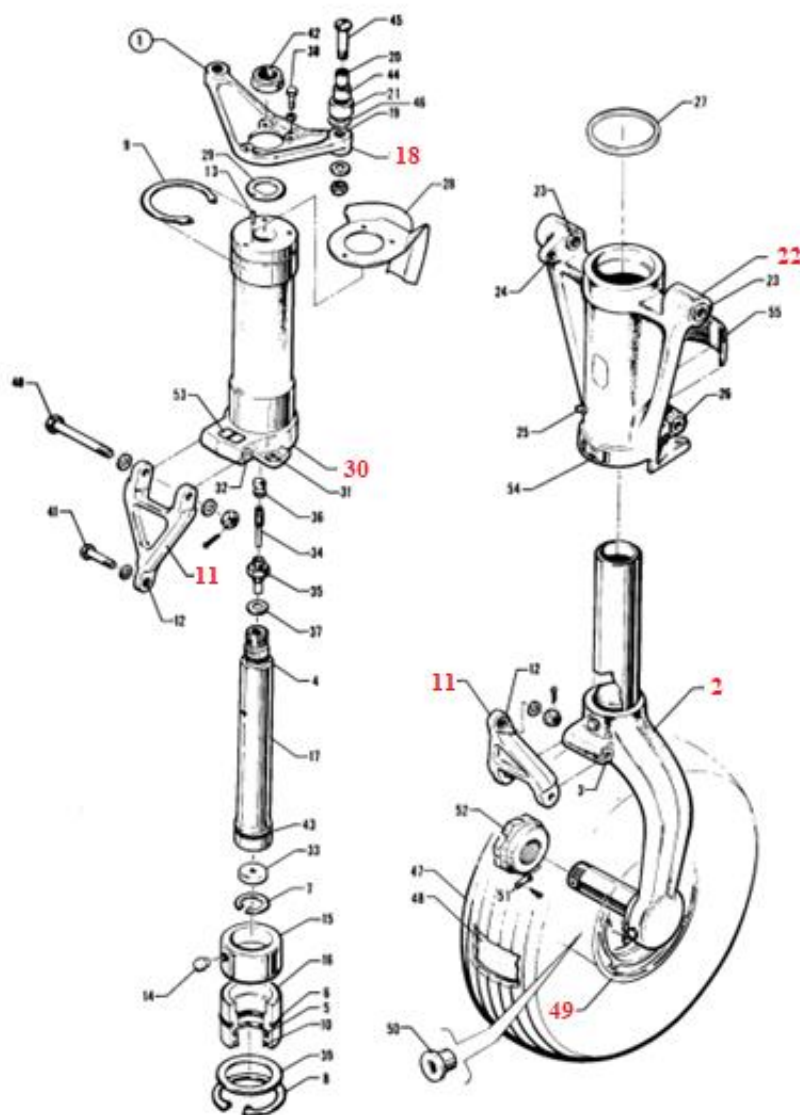
Piper Arrow IV spada u klasu lakih letjelica. Uglavnom se koristi kao trenažni zrakoplov, zračni taksi ili za osobnu uporabu. Zrakoplov je potpuno metalan, s jednim motorom, nisko postavljenim krilima i tricikličnim stajnim trapom. Pilotska kabina nije pod tlakom. Podvozje je izvedeno standardno sa kotačima a zrakoplov pokreće jedan klipni motor.

**Tablica 1.** Osnovni podaci o zrakoplovu

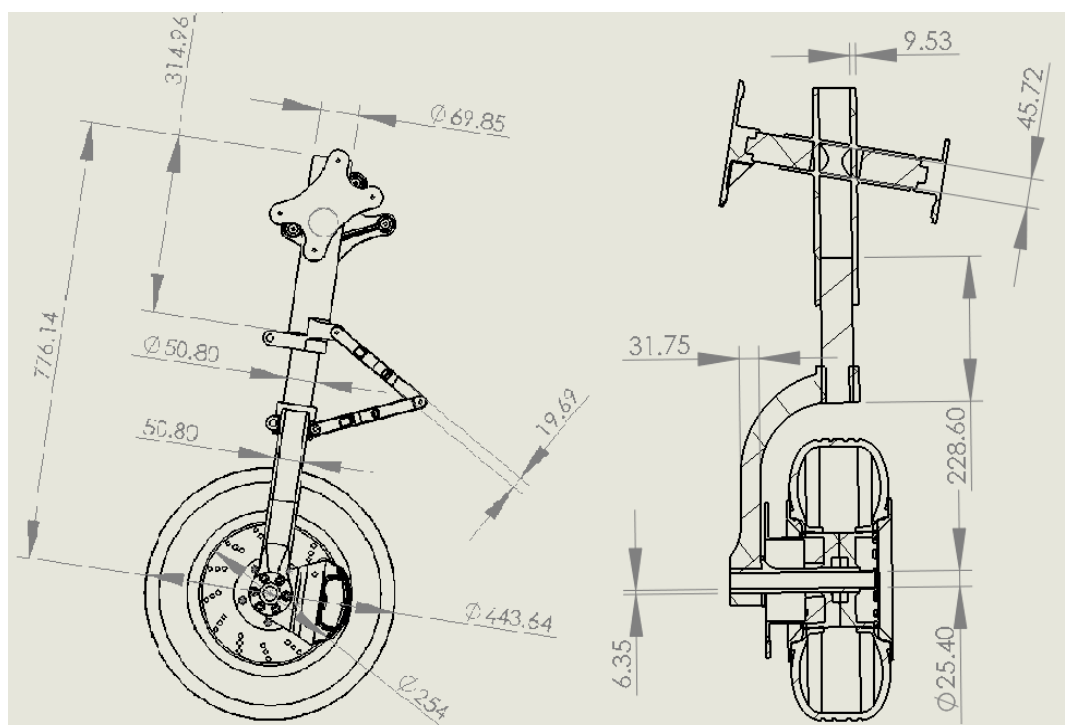
Dužina	8,3 m	Broj propelera	1
Raspon krila	10,82 m	Promjer propelera	183-193 cm
Broj motora	1	Maksimalna dopuštena masa	1315,4 kg
Snaga motora	200 KS	Maksimalni faktor opterećenja	3,8
Broj cilindara	6	Brzina krstarenja	255,6 km/h

## 2.2 Konstrukcija podvozja

Arrow IV je opremljen sa uvlačivim tricikličkim podvozjem koje se hidraulički aktivira preko električki pogonjene pumpe. Za izvlačenje i uvlačenje podvozja je potrebno oko 7 sekundi. Podvozje je automatskog tipa što povećava sigurnost čitave konstrukcije. Mehanizam se automatski izvlači pri smanjenju snage i/ili brzine. Podvozje je najopterećenije pri slijetanju zrakoplova uslijed nastalog udarca u pistu. Najbitniji dijelovi podvozne konstrukcije prikazani na slici 7. su sklop nosača (2), sklop ruku (18), sklop kotača (49), sklop karika (11), sklop drške (22), i sklop cijevi (30). Slika 8. prikazuje CAD model istoga zajedno sa pripadnim dimenzijama.



Slika 7. Shema mehanizma prednjeg podvozja [11]



**Slika 8.** Neke od bitnih dimenzija podvozja

## 2.3 Materijal

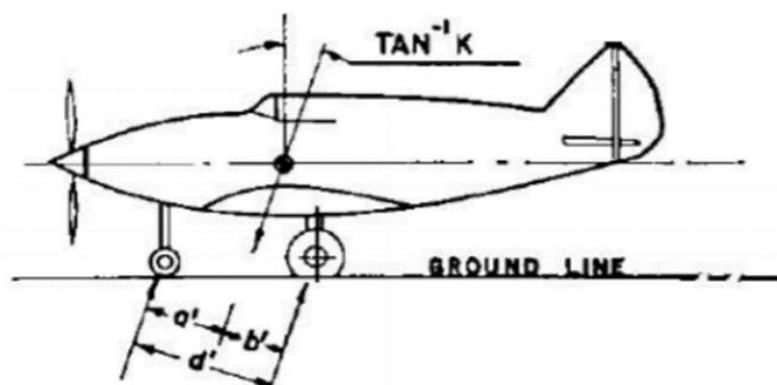
Za materijal podvozja u analizi je pretpostavljena aluminijska legura 7075-T6 koja se radi dobrih svojstava često koristi za izradu podvozja zrakoplova. Legura je visoke čvrstoće te prigodna za strojnu obradu. Također posjeduje visoku žilavost te otpornost prema umoru materijala. Aluminij sačinjava oko 90 % legure dok su glavni legirni elementi cink i magnezij. T6 legura se najčešće dobiva homogenizacijom odljeva legure 7075 na 450 °C , kaljenjem te dozrijevanjem na 120 °C 24 sata.

**Tablica 2.** Svojstva materijala

Tvrdoća po Brinellu, $HB$	150
Vlačna čvrstoća, $R_m$	560 MPa
Granica razvlačenja, $R_e$	480 MPa
Modul elastičnosti, $E$	70 GPa
Istezanje pri lomu, $\varepsilon$	11 %
Poissonov faktor, $\nu$	0,32
Modul smicanja, $G$	26 GPa
Smična čvrstoća, $\tau$	330 MPa

## 2.4 Opterećenje podvozja

Opterećenje nastaje prilikom kontakta prednjeg podvozja i piste pri slijetanju. Nastala tlačna sila  $F_N$  djeluje na gumu prednjeg podvozja te se naprezanja prenose dalje kroz konstrukciju. Deformacija gume nije uzeta u obzir te će se stoga tlačna sila u kasnijim poglavljima primijeniti direktno na osovinu prednjeg podvozja na mjestu ležajeva osovine. Slika 9. prikazuje dimenzije nužne za određivanje nastale sile na prednjem podvozju pri slijetanju zrakoplova.



Slika 9. Uz izračun sile na podvozje [16]

Jednadžba za izračun tlačne sile na prednjem podvozju:

$$F_N = (n - L) \cdot W \cdot \frac{b'}{d'} , \quad (1)$$

gdje  $b'$  i  $d'$  predstavljaju dimenzije na prethodnoj slici,  $W$  težinu aviona,  $n$  odnos vertikalnih vanjskih sila i težine a  $L$  koeficijent uzgona. Za  $W$  se uzima maksimalna težina aviona, lako dostupan podatak s interneta,  $b'$  i  $d'$  će se približno odrediti iz bokocrta zrakoplova, a  $n$  i  $L$  će se pretpostaviti radi nedostatka dostupnih informacija oko zrakoplova.

Uvrštavajući u gornji izraz  $n = 2,7$ ,  $L = 0,7$ ,  $W = 12904$  N,  $b'/d' = 0,25$  slijedi iznos tlačne sile na prednjem podvozju:

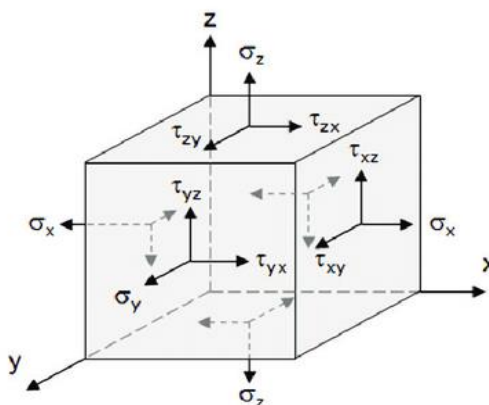
$$F_N = 6452 \text{ N}. \quad (2)$$

Pri numeričkom proračunu sila  $F_N$  će se raspodijeliti na komponente  $F_{N1}$  i  $F_{N2}$  koje će se postaviti na ležajna mjesta osovine prednjeg podvozja te će njihov rezultatni iznos tj. zbroj biti jednak iznosu sile opterećenja prednjeg podvozja  $F_N$ .

### 3. UVJET ČVRSTOĆE I NAPREZANJA

Uvjet čvrstoće će se provjeriti pri opterećenju silom  $F_N$ , odnosno njenim komponentama  $F_{N1}$  i  $F_{N2}$ . Radi složene geometrije podvozja komponente tenzora naprezanja, koji opisuje stanje naprezanja u pojedinim točkama konstrukcije, nisu unaprijed poznate, kao ni kritična mjesta na konstrukciji. Da bi uvjet čvrstoće bio zadovoljen ekvivalentna naprezanja moraju biti manja od dopuštenih, podijeljenih sa zadanim faktorom sigurnosti  $S$ . Ekvivalentna naprezanja svode sva normalna i posmična naprezanja na jedan iznos koji opisuje ukupno naprezanje u jednoj točki. Jednadžba (3) prikazuje spomenuti uvjet čvrstoće a slika 10. komponente tenzora naprezanja prikazane na diferencijalnom elementu.

$$\sigma_{ekv} < \frac{\sigma_{dop}}{S} . \quad (3)$$



Slika 10. Komponente tenzora naprezanja [12]

Pripadne komponente tenzora naprezanja napisane u matričnom obliku glase:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} . \quad (4)$$

gdje  $\sigma$  označava normalna a  $\tau$  posmična naprezanja.

Također je potrebno poznavati ekvivalentna naprezanja, koja prema teoriji Von Misesa glase:

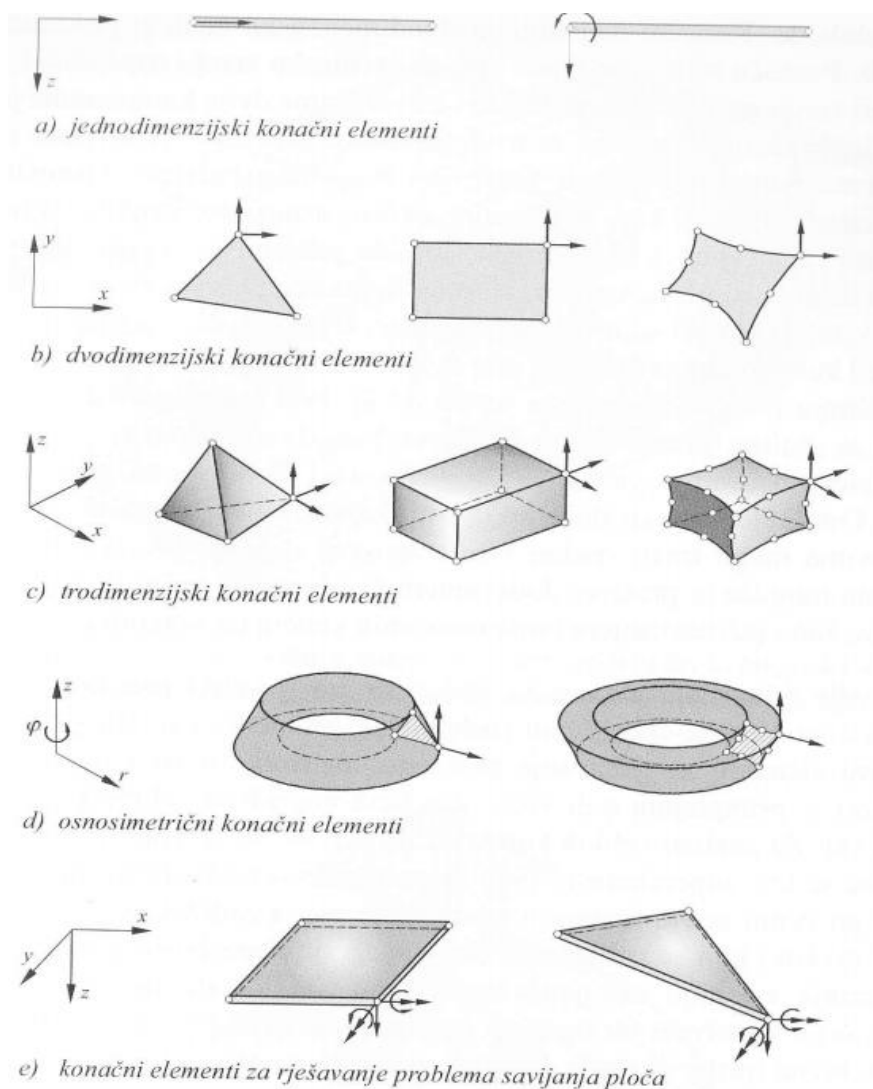
$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} , \quad (5)$$

pri čemu  $\sigma_{1,2,3}$  predstavljaju glavna naprezanja.

## 4. METODA KONAČNIH ELEMENATA

### 4.1 Općenito o metodi

Metoda konačnih elemenata je numerička metoda, koja daje približna rješenja. Točnost rješenja ovisi o pravilnom odabiru proračunskog modela i izbora konačnih elemenata. Osnovna ideja metode je razbijanje konstrukcije na puno malih područja tj. konačnih elemenata. Taj postupak je poznat kao diskretizacija modela. Na taj način je moguće proračunavanje i najsloženijih geometrija. Numeričko rješenje se dobije rješavanjem sustava algebarskih jednadžbi. Elementi su povezani u točkama koje se nazivaju čvorovi, dok povećanjem njihovog broja raste točnost rješenja. Na slici 11. su prikazani osnovni tipovi konačnih elemenata.



**Slika 11.** Osnovni tipovi konačnih elemenata [14]

Preko jednadžbe konačnog elementa dobivaju se pomaci u čvorovima elemenata, iz kojih se naknadno izračunavaju naprezanja.

Jednadžba konačnog elementa glasi:

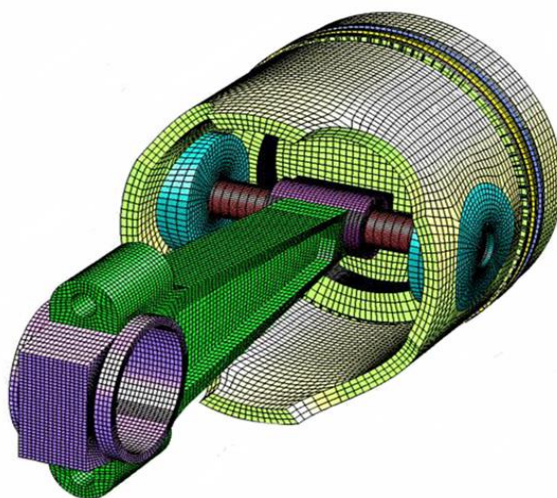
$$\mathbf{KV} = \mathbf{R} . \quad (6)$$

Gdje matrica  $\mathbf{K}$  označava krutost sustava, koja ovisi o dimenzijama i materijalu promatrane konstrukcije.  $\mathbf{V}$  označava vektor pomaka u čvorovima konačnih elemenata a  $\mathbf{R}$  vektor sila koje se javljaju u čvorovima konačnog elementa (nakon svođenja svih sila u čvorove elementa). Uz poznati  $\mathbf{K}$  i  $\mathbf{R}$  rješavanjem gornje matrične jednadžbe dobiva se vektor pomaka  $\mathbf{V}$ .

Naprezanja u čvorovima elemenata dobivaju se preko izraza:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{DBV} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} . \quad (7)$$

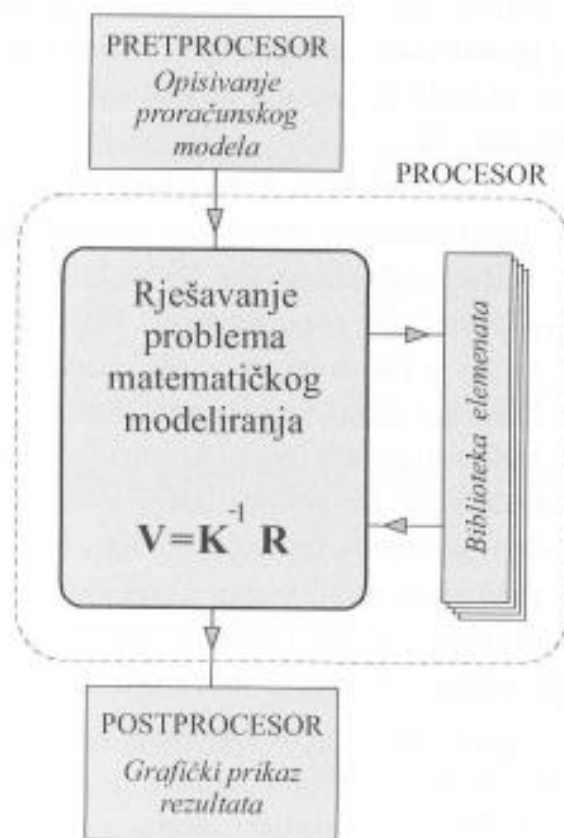
Pri čemu  $\mathbf{D}$  označava matricu elastičnosti koja ovisi o tipu i vrsti materijala konačnog elementa, a  $\mathbf{B}$  matricu međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima. Umnožak matrice  $\mathbf{B}$  i vektora pomaka  $\mathbf{V}$  predstavlja deformaciju u elementu  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , te se vidi da gornji izraz zapravo povezuje naprezanje i deformacije. Opisanim načinom je moguće izračunati naprezanja u konstrukciji poznavajući pomake u čvorovima elemenata, koji ovise o krutosti i opterećenju konstrukcije. Slika 12. prikazuje diskretizaciju modela konačnim elementima na primjeru klipa, klipnjače i zatika.



**Slika 12.** Klip, klipnjača i zatik diskretizirani mrežom konačnih elemenata [15]



Kako je već spomenuto, rješavanje problema provodi se primjenom određenih programskih paketa na računalu koji se temelje na metodi konačnih elemenata, specifično *Abaqus* u ovome radu. Radi lakše kontrole podataka, programski paketi se dijele u nekoliko dijelova. Učitavanje ulaznih podataka se vrši u pretprocesoru, izračunavanje u procesoru te postprocesor najčešće služi za prikaz rezultata provedene analize. Slika 13. prikazuje gore navedenu podjelu programskog paketa.



**Slika 13.** Podjela programskog paketa [14]

Opisivanje geometrije modela te podjela na konačne elemente se vrši u pretprocesoru gdje se također provodi numeriranje čvorova te definiranje njihovih stupnjeva slobode. U ulaznim podacima je potrebno definirati opterećenje i rubne uvjete.

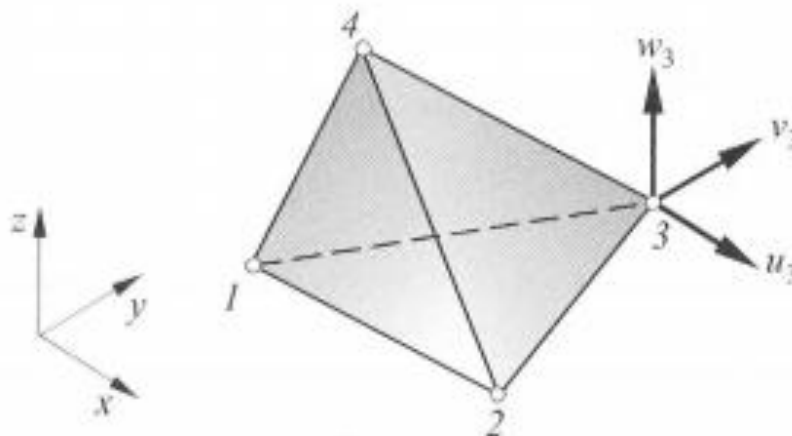
Procesor sadrži algoritme za rješavanje matematičkog modeliranja, te se ondje izračunavaju opterećenja pojedinih konačnih elemenata te njihove pripadne matrice krutosti. Gaussova eliminacija u pravilu služi kao matematički alat rješavanja sustava jednažbi.

Grafički prikaz rezultata je zadaća grafičkih postprocesora, gdje je prikazana raspodjela naprezanja te deformirani oblik modela. Iznosi naprezanja te pomaka tj. deformacija su često prikazani različitim bojama čime je uvelike olakšano tumačenje rezultata provedene analize osobi koja provodi istu. Također je potrebno obratiti pozornost na različite izvore grešaka koje mogu prouzročiti velika odstupanja dobivenih od stvarnih rješenja.

## 4.2 Konačni elementi

U ovome poglavlju biti će opisan 3D tetraedarski konačni element, korišten pri numeričkoj analizi podvozja u *Abaqusu*.

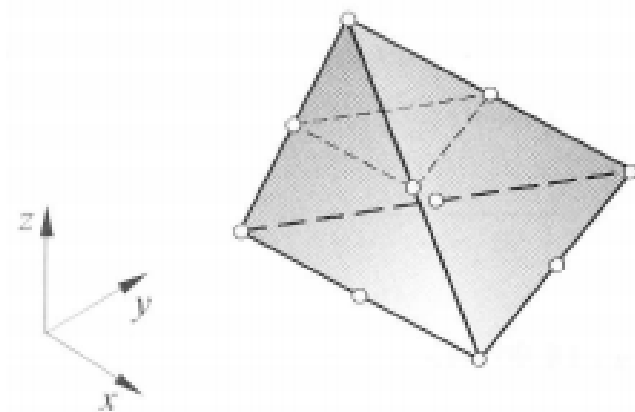
Osnovni tetraedarski konačni element sadrži 4 čvora. Svaki čvor sadrži tri komponente pomaka  $u, v, w$  u smjeru Kartezijevih koordinatnih osi. Slijedi da osnovni tetraedarski konačni element posjeduje 12 stupnjeva slobode. Raspodjela pomaka unutar elementa je linearna, a element je u stanju opisati konstantno polje naprezanja i konstantno polje deformacija. Na slici 14. je vidljiv spomenuti osnovni tetraedarski element i pripadni stupnjevi slobode u čvoru 3. U *Abaqus* dokumentaciji elementu je pripisan naziv C3D4.



**Slika 14.** Osnovni tetraedarski konačni element [14]

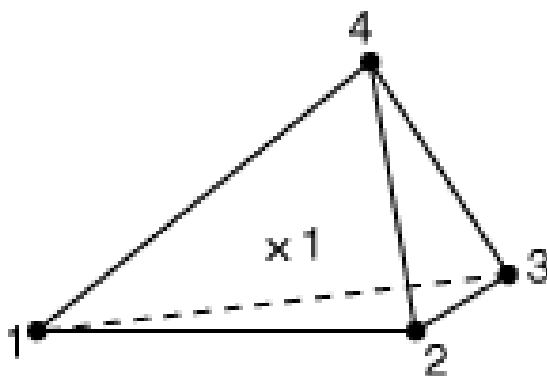
Tetraedarski konačni element drugog reda dobivamo dodavanjem čvorova na polovište svake stranice tetraedra. Slijedi da on sadrži 10 čvorova a time i 30 stupnjeva slobode jer svaki čvor također sadrži komponente pomaka  $u, v, w$  u smjeru Kartezijevih koordinatnih osi.

Raspodjela pomaka u elementu je kvadratna, a element je u stanju opisati linearno polje naprezanja i deformacija. Slika 15. prikazuje tetraedarski konačni element drugog reda sa vidljivim čvorovima. U *Abaqus* dokumentaciji elementu je pripisan naziv C3D10.

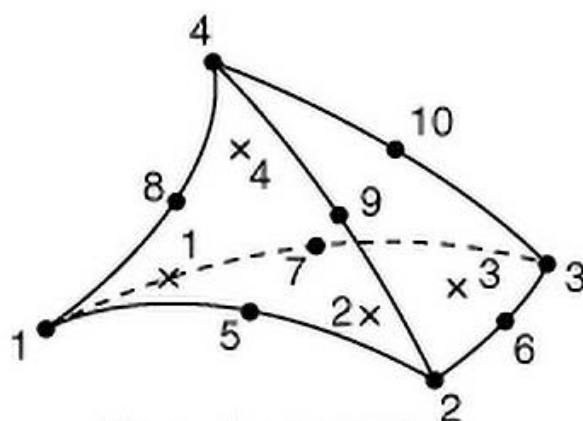


**Slika 15.** Tetraedarski konačni element drugog reda [14]

Oznaka C u *Abaqus* dokumentaciji označava da se radi o elementu za proračun kontinuuma te računanje pripadnih pomaka i naprezanja. 3D označava da se radi o elementu za 3D analizu te brojke 4 i 10, koje se nalaze na kraju, govore o broju čvorova pojedinog elementa. Na slici 16. je prikazan element C3D4 sa pripadajućom točkom integracije a na slici 17. element C3D10, također sa pripadajućim točkama integracije označenim simbolom x. Također postoje dodatne oznake elemenata, npr. za označavanje reducirane integracije, hibridnih elemenata ili elemenata primjenjivih za numerički proračun provođenja topline.



**Slika 16.** C3D4 sa vidljivom točkom integracije [20]



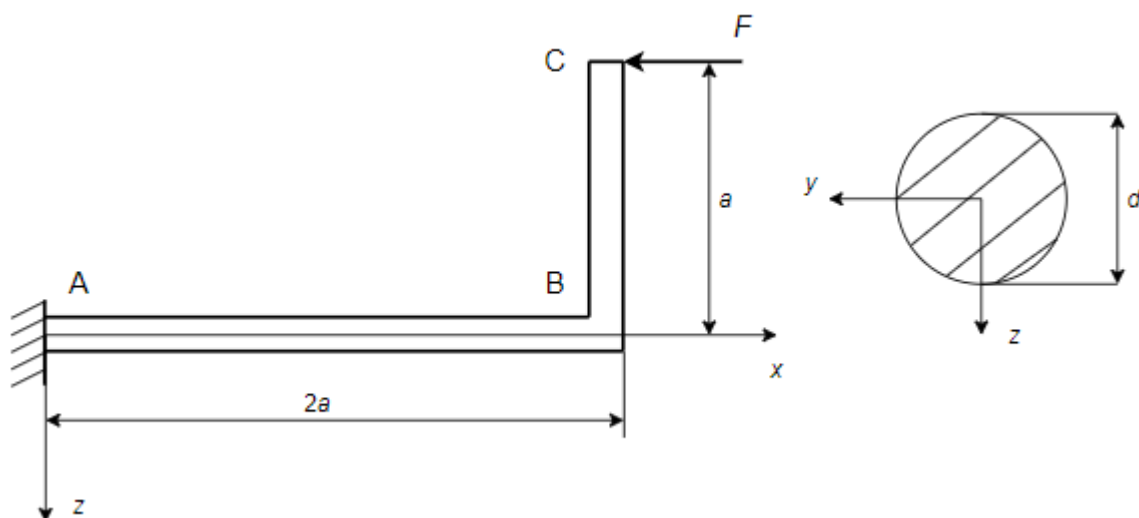
**Slika 17.** C3D10 sa vidljivim točkama integracije [20]

Kako je već spomenuto, metoda konačnih elemenata je numerička metoda, pa tako i računalni paket *Abaqus*, koji je baziran na istoj, koristi numeričke metode da integrira različite veličine kroz volumen pojedinog elementa. Većina elementa pri tome koristi metode Gaussove numeričke integracije. *Abaqus* procjenjuje odziv i ponašanje materijala u svakoj točki integracije svakog pojedinog elementa unutar mreže. Pojedini elementi imaju mogućnost da koriste punu ili reduciranu integraciju, te taj izbor može uvelike utjecati na točnost rješenja danog problema. Elementi na kojima se primijeni postupak reducirane integracije imaju jednu integracijsku točku manje u svakom smjeru u odnosu na elemente na kojima se primjenjuje postupak potpune integracije.

## 5 VERIFIKACIJA

### 5.1 Verifikacijski problem

Kako će se za numeričku analizu podvozja koristiti tetraedarski konačni element, potrebno je provesti njegovu verifikaciju na jednostavnijem problemu. Slika 18. prikazuje spomenuti problem na primjeru jednostavnog okvirnog nosača.



**Slika 18.** Nosač ABC

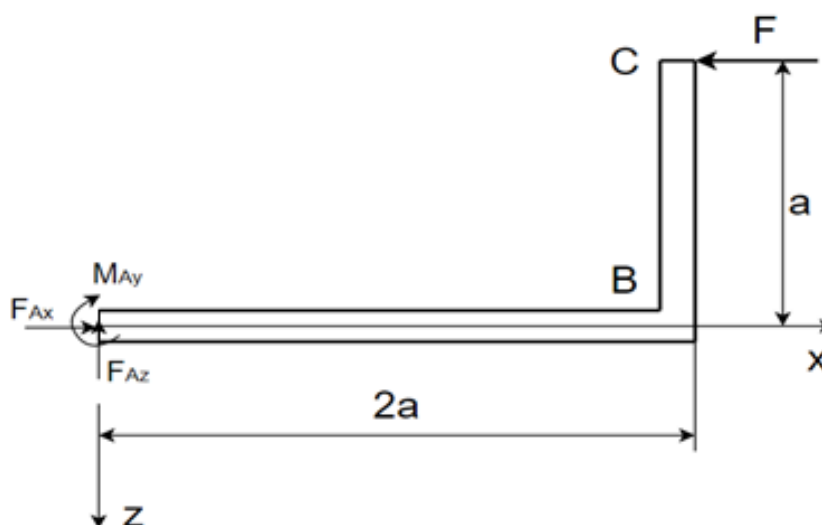
Jednostavniji problem će predstavljati nosač ABC kružnog poprečnog presjeka opterećen koncentriranom silom  $F$ , uklješten u točki A. Za zadane podatke potrebno je provjeriti da li nosač zadovoljava uvjet čvrstoće.

Zadano:  $a = 0,5$  m,  $d = 0,05$  m,  $E = 70$  GPa,  $\nu = 0,32$ ,  $F = 1000$  N,  $S = 1,5$ ,

$$\sigma_{\text{dop}} = 480 \text{ MPa}$$

### 5.2 Analitički proračun

Za početak oslobodimo nosač veza s okolinom. Nosač sa pripadnim reakcijama veza je prikazan na slici 19.



Slika 19. Nosač oslobođen veza

Postavljanjem slijedećih jednadžbi ravnoteže:

$$\sum F_x = 0, \quad (8)$$

$$\sum F_z = 0, \quad (9)$$

$$\sum M_A = 0, \quad (10)$$

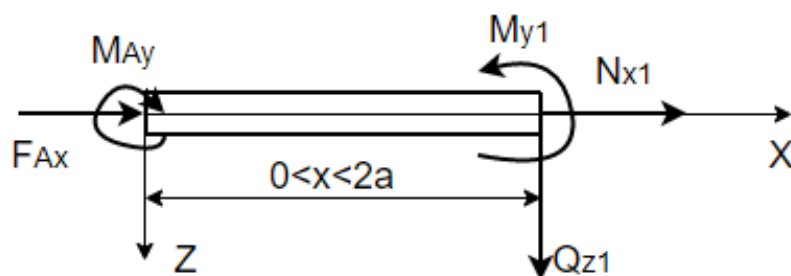
te njihovim raspisivanjem:

$$F_{Ax} - F = 0, \quad (11)$$

$$-F_{Az} = 0, \quad (12)$$

$$F \cdot a - M_{Ay} = 0, \quad (13)$$

i rješavanjem slijede reakcije u uklještenju:  $F_{Ax} = 1000 \text{ N}$ ,  $F_{Az} = 0$ ,  $M_{Ay} = 500 \text{ Nm}$ . Nadalje, potrebno je postaviti jednadžbe ravnoteže na presjeku, kako bi našli unutarnje sile i momente u nosaču. Presjek 1 će se odnositi na dio AB nosača, a presjek 2 na dio BC. Presjek 1 sa unutarnjim silama i momentima nosača u tom dijelu je prikazan na slici 20.



Slika 20. Presjek 1

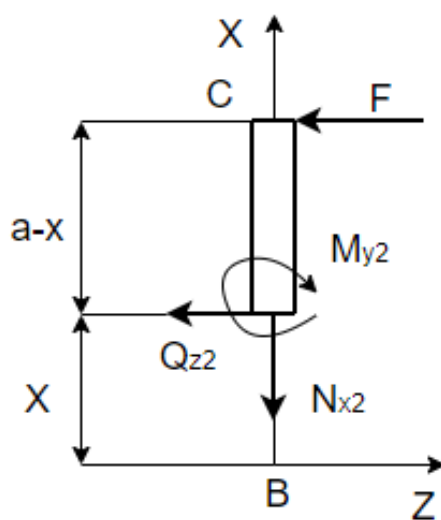
Raspisivanjem jednadžbi (8)-(10) za presjek 1 prema slici 22. slijedi:

$$F_{Ax} + N_{x1} = 0, \quad (14)$$

$$Q_{z1} = 0, \quad (15)$$

$$-M_{Ay} + M_{y1} = 0, \quad (16)$$

te njihovim rješavanjem slijede unutarnje veličine presjeka 1:  $N_{x1} = -1000 \text{ N}$ ,  $Q_{z1} = 0$ ,  $M_{y1} = 500 \text{ Nm}$ , pri čemu  $N_x$  predstavlja uzdužnu silu,  $Q_z$  poprečnu silu a  $M_y$  moment savijanja. Na slici 21. su vidljive komponente unutarnjih sila i momenata na presjeku 2.



Slika 21. Presjek 2

Postavljanjem sustava jednadžbi:

$$\sum F_x = 0, \quad (17)$$

$$\sum F_z = 0, \quad (18)$$

$$\sum M_C = 0, \quad (19)$$

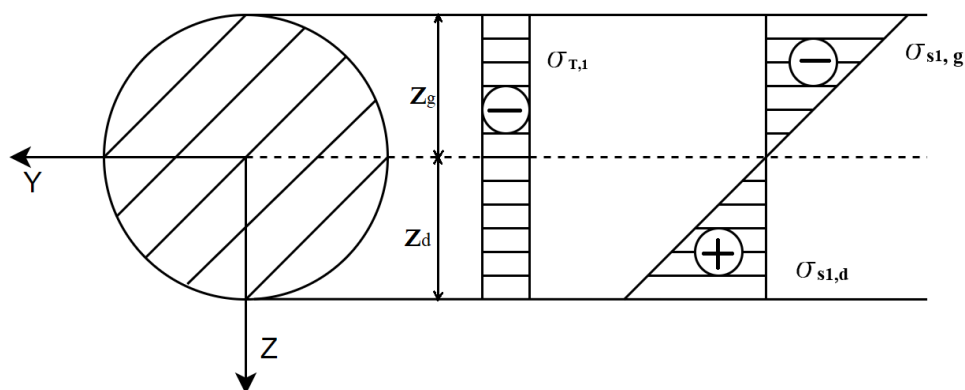
te njihovim raspisivanjem za presjek 2, prema slici 23. slijedi:

$$- N_{x2} = 0, \quad (20)$$

$$- F - Q_{z2} = 0, \quad (21)$$

$$- M_{y2} - Q_{z2} \cdot (a - x) = 0, \quad (22)$$

te njihovim rješavanjem slijede unutarnje veličine presjeka 2:  $N_{x2} = 0$ ,  $Q_{z2} = -1000$  N,  $M_{y2} = 1000(a-x)$  Nm. Nosač je opterećen silom koja u njemu uzrokuje savijanje, a kod savijanja silom se javljaju normalna i tangencijalna naprezanja. Za slučaj kada djeluje poprečna sila u nosaču će se pojaviti i normalna i tangencijalna naprezanja, a za slučaj kada ona ne djeluje samo normalna. Kako se u dijelu AB nosača ne javlja poprečna sila, raspodjela normalnih naprezanja u tom dijelu nosača prikazana je na slici 22.



**Slika 22.** Raspodjela normalnih naprezanja u dijelu AB



$\sigma_{T,1}$  predstavlja tlačno naprezanje nastalo uslijed sile  $N_{x1}$  a  $\sigma_{s1}$  naprezanje nastalo uslijed momenta savijanja  $M_{y1}$ .  $I_y$  je moment tromosti poprečnog presjeka a  $A$  njegova površina. Njihove iznose dobivamo korištenjem slijedećih izraza:

$$\sigma_{T,1} = \frac{N_{x1}}{A}, \quad (23)$$

$$\sigma_{s,1} = \frac{M_{y1}}{I_y} z, \quad (24)$$

$$I_y = \frac{d^4 \pi}{64}, \quad (25)$$

$$A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2. \quad (26)$$

Nakon uvrštavanja zadanih vrijednosti dobivamo:  $\sigma_{T,1} = -0,5$  MPa,  $\sigma_{s1,g} = -40,7$  MPa,

$$\sigma_{s1,d} = 40,7 \text{ MPa}.$$

Kako su uzdužna sila i moment savijanja konstantni na dijelu AB nosača, slijedi da će i naprezanja nastala uslijed njihovog djelovanja također biti konstantna gledano po duljini segmenta AB pa je svejedno koji se presjek, gledano uzdužno, na ovome segmentu izabere.

Kako se na dijelu AB ne javljaju posmična naprezanja, maksimalno ekvivalentno naprezanje koje se javlja u ovome dijelu će također biti jednako maksimalnom normalnom, te će se ono izračunati zbrajanjem normalnog naprezanja nastalog uslijed savijanja i onog nastalog uslijed djelovanja tlačne sile:

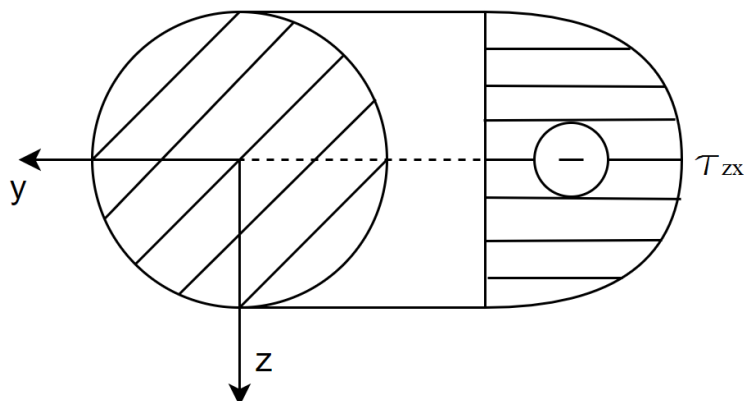
$$|\sigma_{AB,max}| = \sigma_{ekv,AB,max} = |\sigma_{T,1} + \sigma_{s1,g}| = 41,2 \text{ MPa}, \quad (27)$$

te se vidi da je kritična točka na presjeku za koordinate  $y = 0$  te  $z = -d/2$ .

Točka B predstavlja kritično mjesto dijela nosača BC gledano uzdužno, jer je poprečna sila konstantna a moment savijanja najveći u točki B, što je vidljivo iz izračuna unutarnjih veličina nosača.

Kako su moment savijanja i moment tromosti te oblik poprečnog presjeka jednaki kao u dijelu AB slijedi da su normalna naprezanja nastala uslijed savijanja također jednaka po iznosu i raspodjeli te za točku B ona također iznose:  $\sigma_{s2,g} = -40,7$  MPa,  $\sigma_{s2,d} = 40,7$  MPa.

Posmična naprezanja, koja se javljaju uslijed poprečne koja djeluje na dijelu BC grafički su prikazana na slici 23.



**Slika 23.** Raspodjela posmičnih naprezanja u dijelu BC

Vidi se da je posmično naprezanje najveće u težištu presjeka te će se njegova vrijednost izračunati pomoću izraza koji se koristi za izračunavanje nastalog posmičnog naprezanja u težištu kružnog poprečnog presjeka:

$$\tau_{zx,max} = \frac{4}{3} \frac{Qz}{A} = -0,7 \text{ MPa.} \quad (28)$$

Kritična točka ovog presjeka će biti za  $y = 0$ ,  $z = \pm d/2$  jer je normalno naprezanje puno veće od posmičnog, a iznos normalnog naprezanja iznosi nula u težištu presjeka.

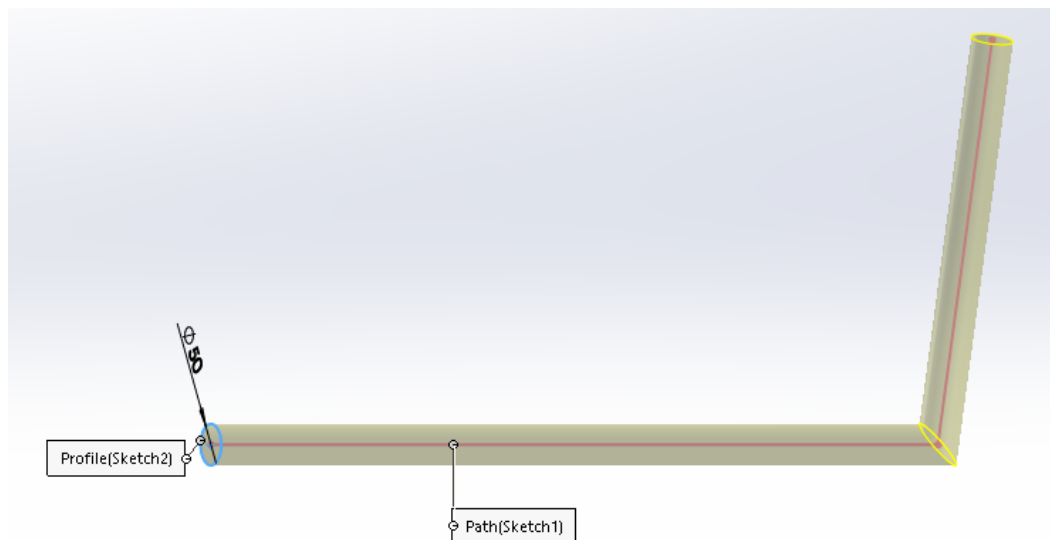
Slijedi da će najveće ekvivalentno naprezanje na dijelu BC nosača biti jednako najvećem normalnom naprezanja koje se javlja u ovome dijelu:

$$\sigma_{BC,max} = \sigma_{ekv,BC,max} = \sigma_{s2,d} = |\sigma_{s2,g}| = 40,7 \text{ MPa.} \quad (29)$$

Kako najveće ekvivalentno naprezanje u nosaču iznosi 41,2 MPa, a  $\sigma_{dop}$  iznosi 480 MPa, tada je stvarni faktor sigurnosti jednak:  $S_s = \sigma_{dop} / \sigma_{ekv,max} = 11,65$ , što je veće od traženog  $S = 1,5$ , pa je uvjet čvrstoće zadovoljen.

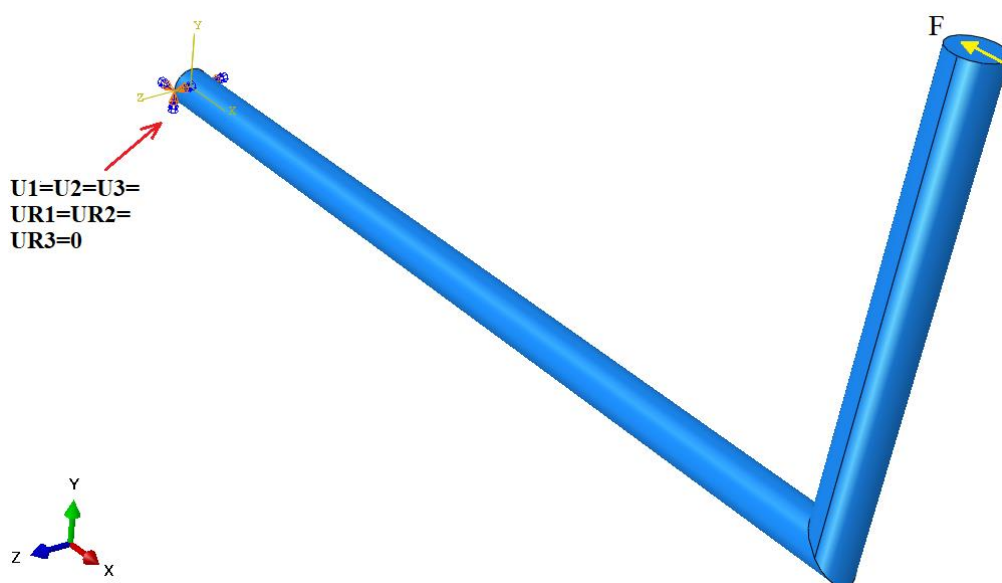
## 6. NUMERIČKI PRORAČUN

Modeliranje geometrije nosača u programu *Solidworks* prikazano je na slici 24.



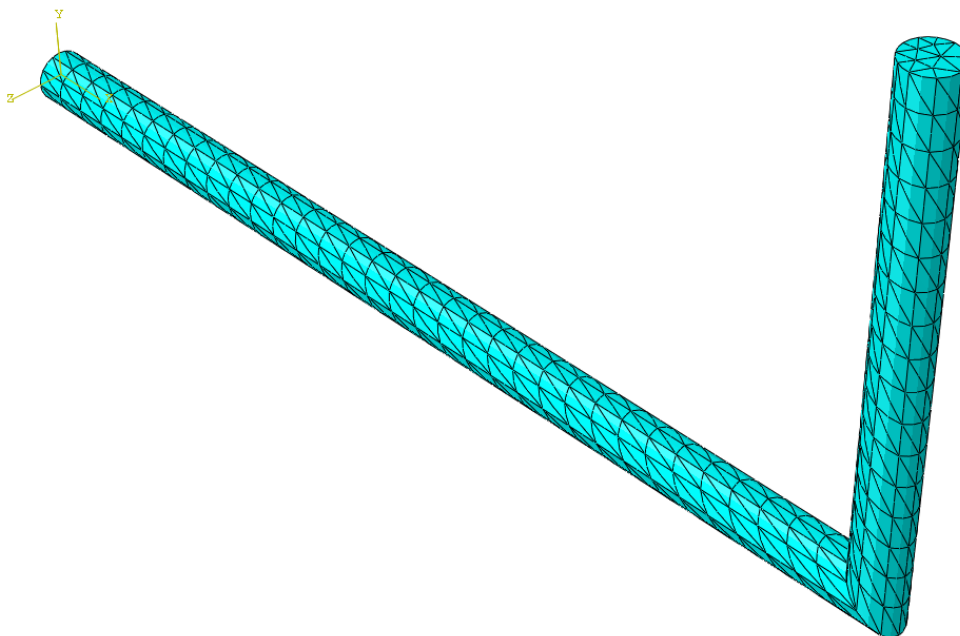
**Slika 24.** Modeliranje geometrije u *Solidworksu*

Najprije je potrebno kreirati geometriju nosača u *Solidworksu*. Model se naknadno ubacuje u Abaqus gdje mu se dodjeljuju svojstva materijala, rubni uvjeti uklještenja i opterećenje. Također se dodjeljuje mreža tetraedarskih konačnih elemenata kako bi se izvršila njihova verifikacija i usporedba sa analitičkim rješenjem. Nosač sa pripadnim opterećenjem i rubnim uvjetom uklještenja je vidljiv na slici 25.

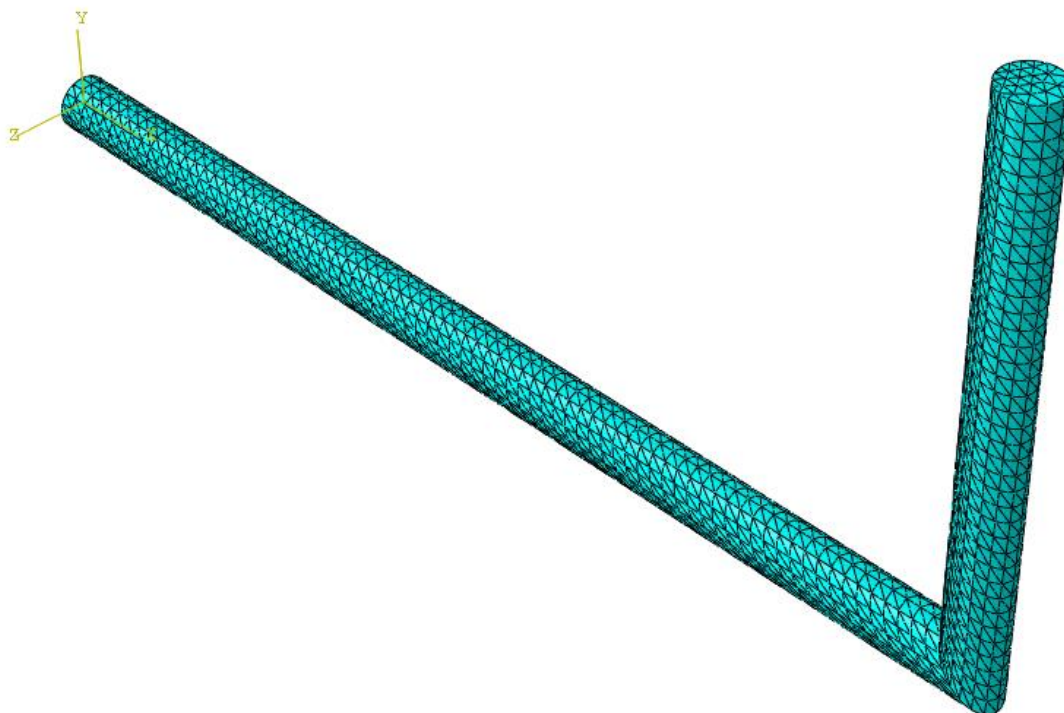


**Slika 25.** Nosač sa pripadnim uklještenjem i opterećenjem

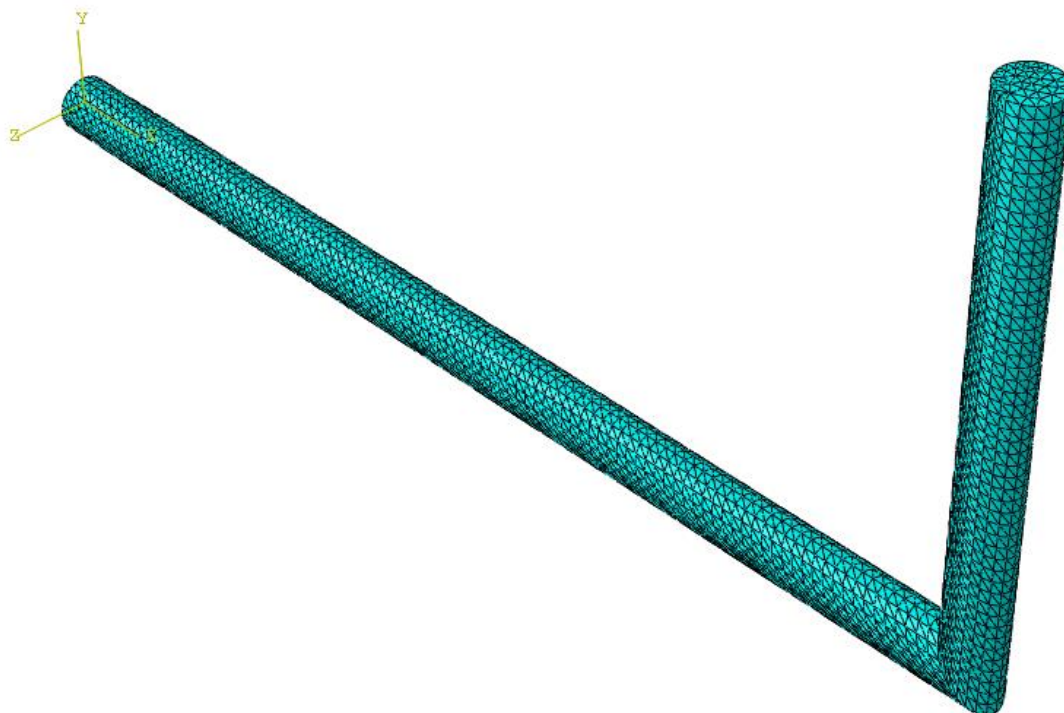
Kako će se u analizi podvozja koristiti tetraedarski konačni element drugog reda C3D10, on će se verificirati na ovom problemu te će se prikazati konvergencija rješenja. Mreže elementa C3D10 različitih gustoća su prikazane su na slikama 26.-29.



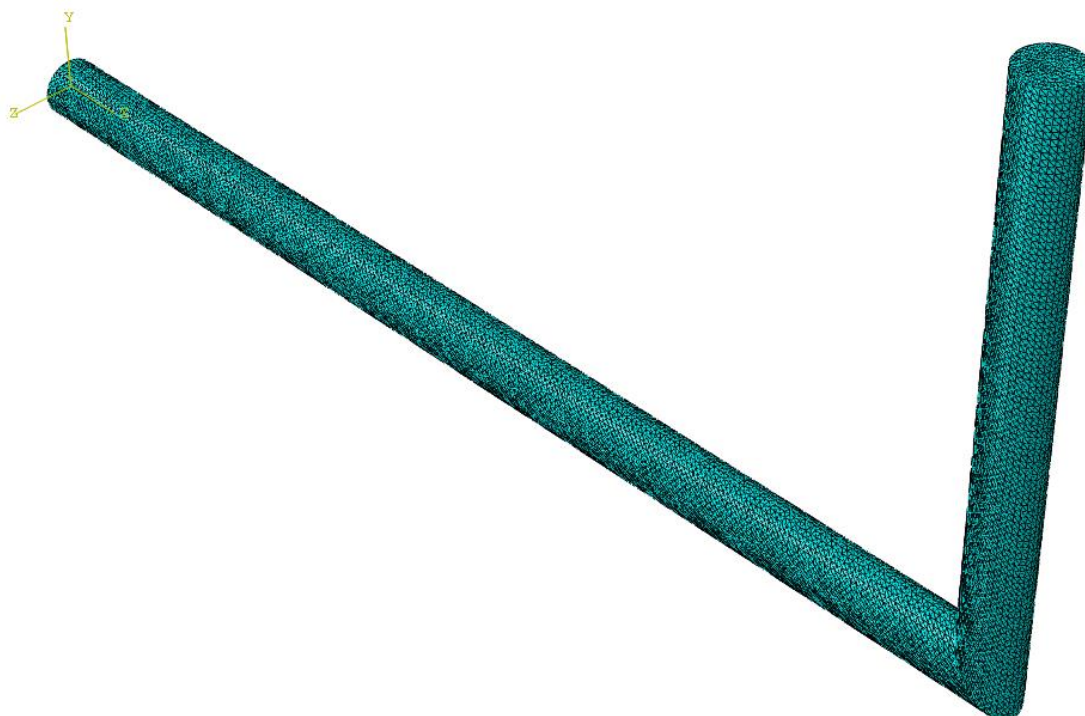
**Slika 26.** Model diskretiziran sa 1936 konačnih elemenata



**Slika 27.** Model diskretiziran s 12724 konačnih elemenata

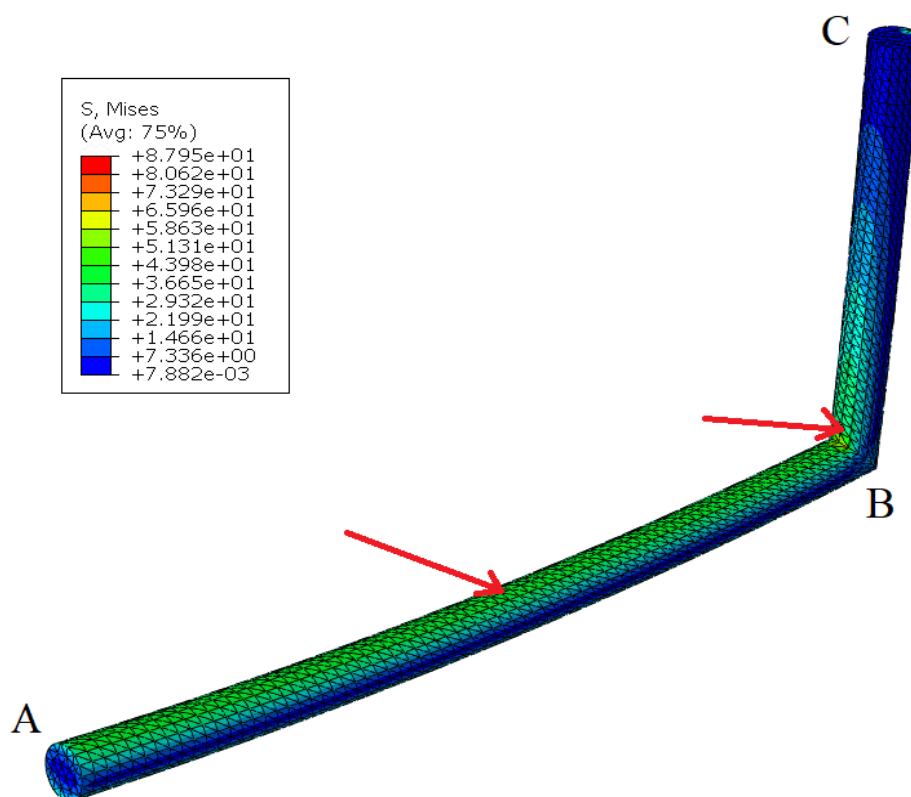


**Slika 28.** Model diskretiziran s 25701 konačnih elemenata



**Slika 29.** Model diskretiziran s 68481 konačnih elemenata

Raspodjela ekvivalentnih naprezanja na nosaču na primjeru mreže koja sadrži 12724 konačnih elemenata vidljiva je na slici 30.



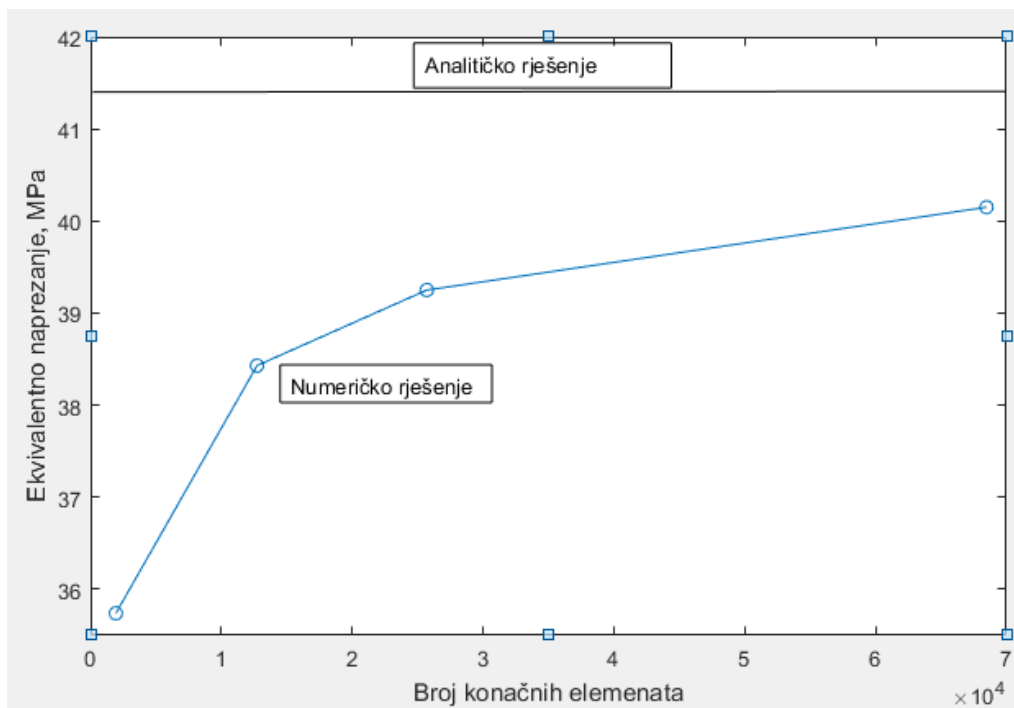
**Slika 30.** Prikaz ekvivalentnih naprezanja prema Von Misesu za model diskretiziran sa 12724 konačnih elemenata

Veliki iznosi koncentracije naprezanja vidljivi na gornjoj slici posljedica su nagle promjene geometrije modela te opterećenja u obliku koncentrirane sile te se kao takvi neće uzeti u obzir. Ekvivalentna naprezanja će se očitati u čvorovima integracije konačnih elemenata označenih crvenom strelicom. Integracijske točke predstavljaju točke unutar konačnog elementa u kojima su integrali procijenjeni numerički.

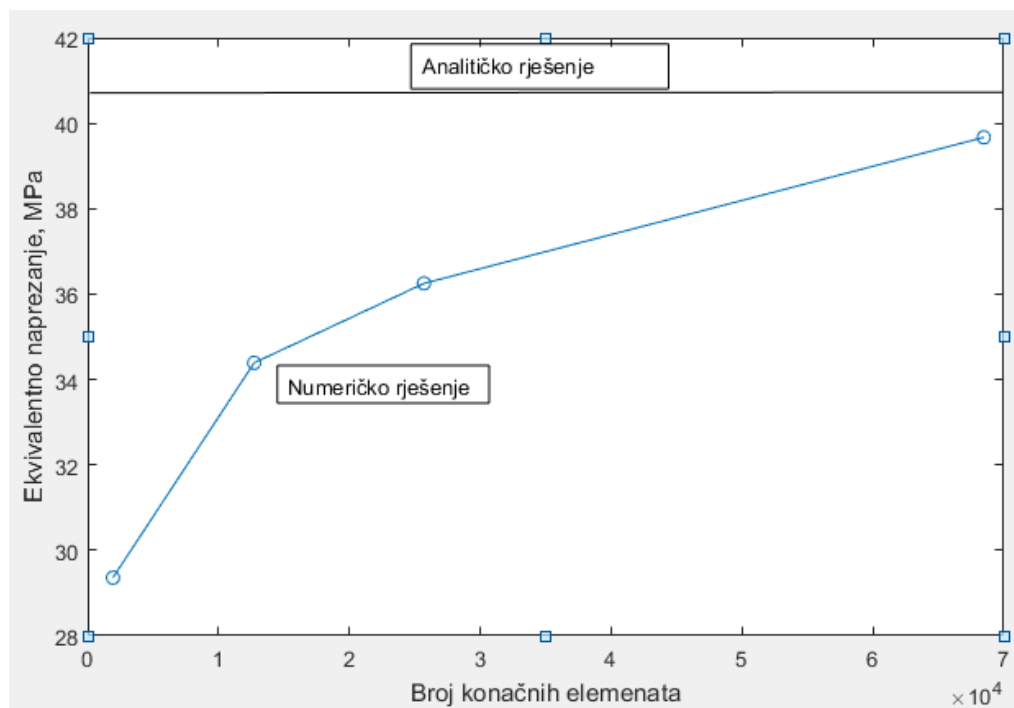
**Tablica 3.** Konvergencija rješenja

Broj kon. elemenata	Ekvivalentno naprezanje, MPa	
	dio AB	dio BC
1936	37,16	32,38
12724	38,43	34,39
25701	39,25	36,25
68481	40,15	39,67

Slijedi grafički prikaz konvergencije napreznja iz prethodne tablice, te je on prikazan na slikama 31. i 32.



**Slika 31.** Konvergencija napreznja u dijelu AB



**Slika 32.** Konvergencija napreznja u dijelu BC

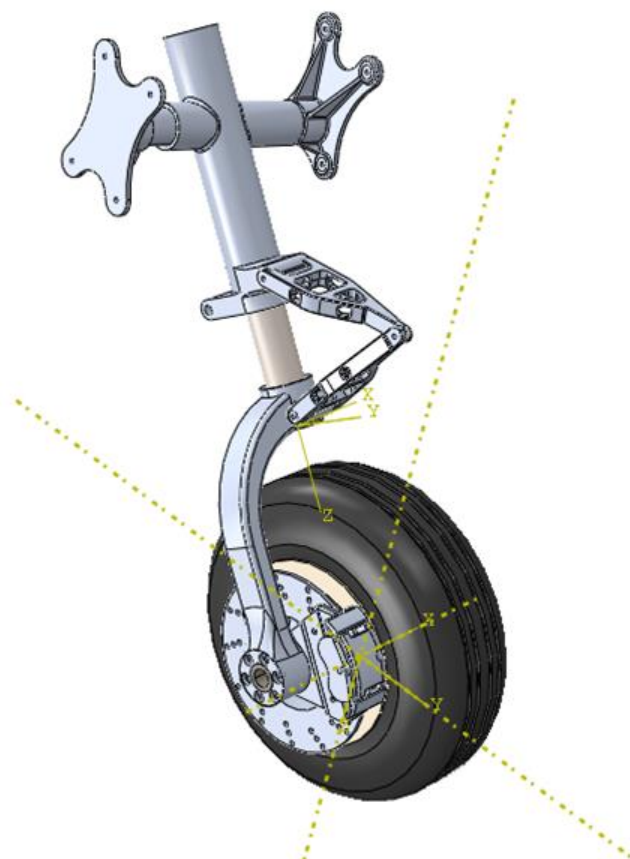
Sa prethodnih slika se vidi da je postignuta monotona konvergencija rješenja u oba dijela nosača. Optimalna je mreža koja sadrži 68481 konačnih elemenata, zbog najmanjeg odstupanja od analitičkog rješenja (povećanjem broja elemenata raste točnost rješenja) a vrijeme izračuna numeričke analize je zanemarivo (manje od pola minute).



## 7. NUMERIČKI PRORAČUN PODVOZJA

### 7.1 CAD model i numerički model

Numerički proračun podvozja kreće ubacivanjem gotovog CAD modela, preuzetog sa interneta, u software *Abaqus*. CAD model prednjeg podvozja zajedno sa svim pripadnim dijelovima prikazan je na slici 33.



**Slika 33.** CAD model podvozja

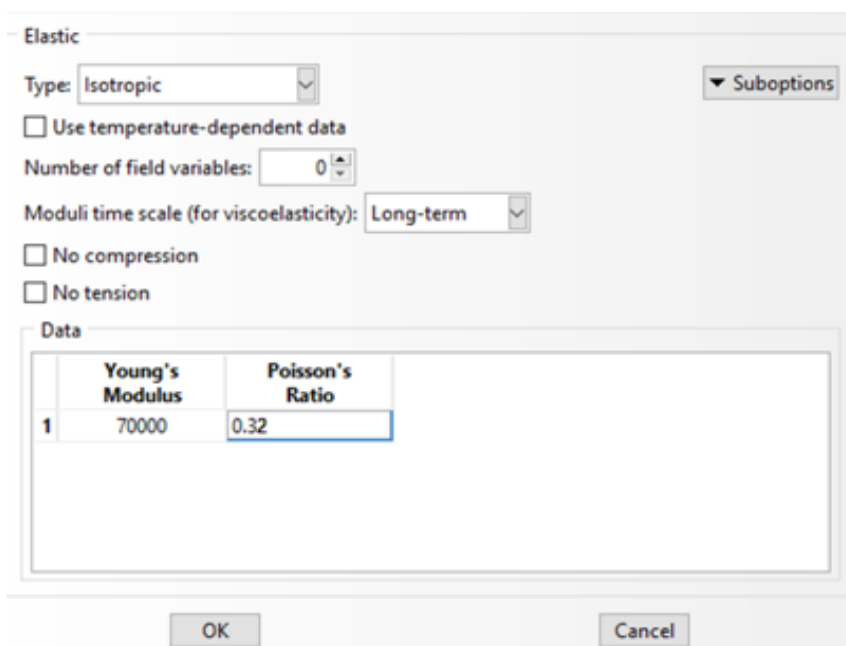
Kako određeni dijelovi podvozja nisu bitni za proračun čvrstoće, oni će se ukloniti te time nastaje numerički model na kojem će se izvršiti numerička analiza. Cilj je da numerički model bude što jednostavniji i da sadrži što manje dijelova, ali opet dovoljno te da pritom zadrži one bitne čime će biti osigurana zadovoljavajuća točnost provedene analize i samih rješenja iste. Tako će se iz daljnje analize isključiti guma, naplatak te elementi kočnice pošto nisu od presudne važnosti za proračun čvrstoće, te je numerički model bez spomenutih dijelova prikazan na slici 34.



Slika 34. Numerički model podvozja

## 7.2 Dodjeljivanje materijala

Opcijom *create section* te *create material* definiramo leguru 7075-T6 preko Youngov-a modula elastičnosti i Poissonova faktora. Također se odabiru izotropna svojstva materijala. Definiranje modula elastičnosti i Poissonova faktora vidljivo je na slici 35.

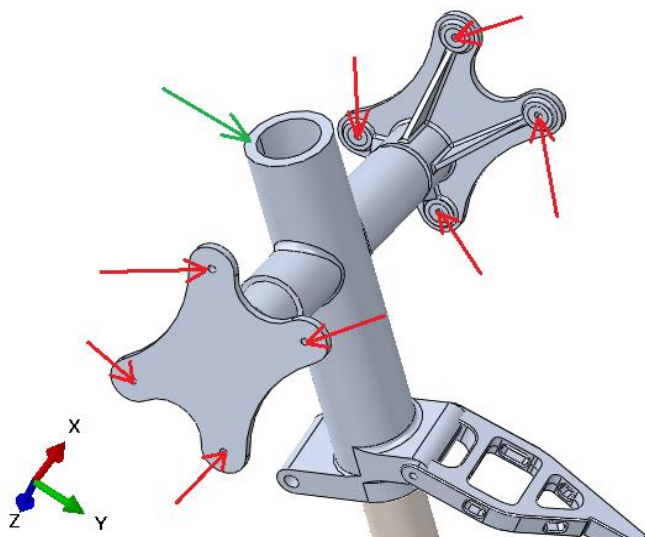
A screenshot of a software dialog box for defining material properties. The dialog is titled "Elastic" and contains several options and a data table. The "Type" is set to "Isotropic". There are checkboxes for "Use temperature-dependent data", "No compression", and "No tension", all of which are currently unchecked. The "Number of field variables" is set to 0, and the "Moduli time scale (for viscoelasticity)" is set to "Long-term". At the bottom, there is a "Data" table with two columns: "Young's Modulus" and "Poisson's Ratio". The table contains one row with the values 70000 and 0.32 respectively. The dialog has "OK" and "Cancel" buttons at the bottom.

	Young's Modulus	Poisson's Ratio
1	70000	0.32

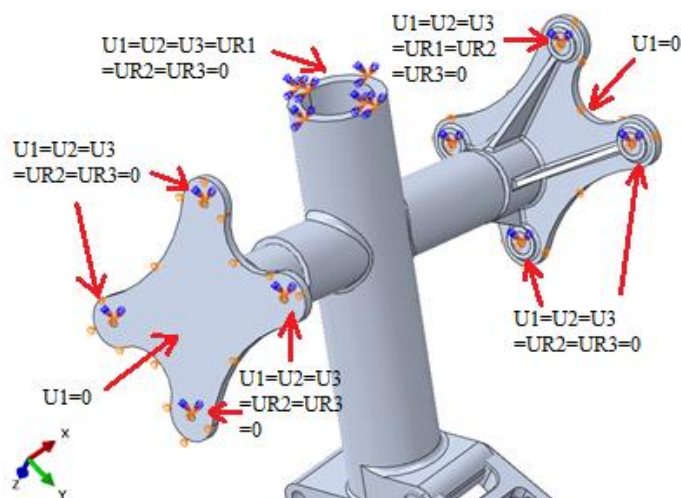
Slika 35. Definiranje svojstava materijala

### 7.3 Rubni uvjeti

Nakon dodjeljivanja materijala modelu je potrebno postaviti rubne uvjete, koji će zamijenit vezu konstrukcije podvozja s okolinom tj. ostatkom zrakoplova. Na mjestima označenim crvenom strelicom (slika 36., provrt vijčanog spoja) onemogućeni su svi pomaci modela te je dopuštena samo rotacija oko osi  $x$ . Kružnoj plohi označenoj zelenom strelicom (slika 36.) onemogućeni su svi pomaci i rotacije tj. radi se o uklještenju. Također plohama na kojima se nalaze provrti za vijčane spojeve onemogućena je translacija u smjeru osi  $x$ . (Koordinatni sustav vidljiv na slici 36.) Slika 36. prikazuje CAD model podvozja sa vidljivim mjestima postavljanja rubnih uvjeta. Nakon postavljanja rubni uvjeti su vidljivi na slici 37.



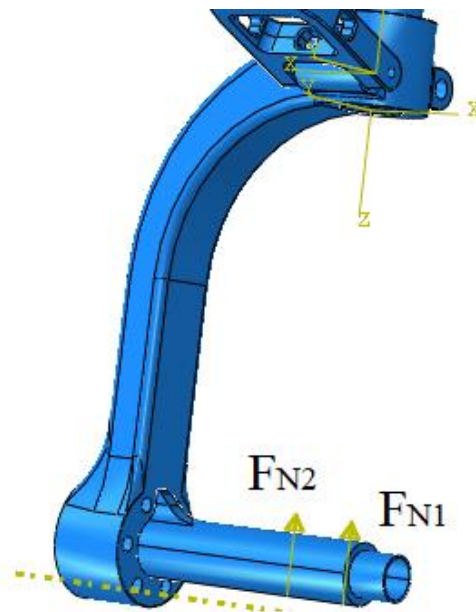
**Slika 36.** Mjesta postavljanja rubnih uvjeta



**Slika 37.** Model sa pripadnim rubnim uvjetima

## 7.4 Opterećenje

Sile opterećenja će se postaviti na već spomenuti numerički model konstrukcije podvozja. Kako se opterećenje preko gume prenosi na naplatak koji je s dva ležaja učvršćen na osovinu, sile  $F_{N1}$  i  $F_{N2}$  (obadvije iznosa 3226 N ) će se postaviti na mjesta ležajeva te će njihov zbroj biti tlačna sila opterećenja  $F_N$ . Smjer sila je paralelan osi z pomoćnog koordinatnog sustava. Tlačne sile  $F_{N1}$  i  $F_{N2}$  koje djeluju preko ležaja na osovinu podvozja te pomoćni koordinatni sustav sa spomenutom osi z prikazani su na slici 38.

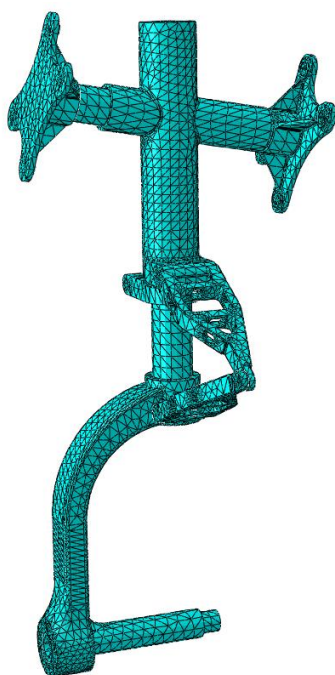


Slika 38. Opterećenje

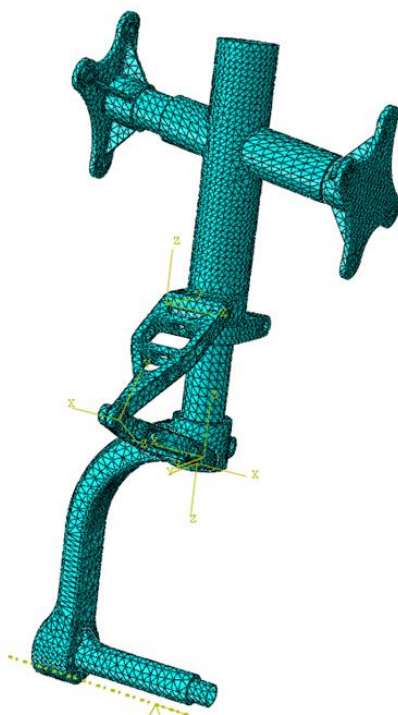
## 7.5 Generiranje mreže konačnih elemenata

Nakon postavljanja sile i rubnih uvjeta potrebno je generirati mrežu konačnih elemenata na modelu. Na numerički model podvozja će se postaviti već spomenuta mreža tetraedarskih konačnih elemenata drugog reda, čija je oznaka u *Abaqusu* C3D10. Slika 39. prikazuje model podvozja sa pripadnom mrežom od 36584 konačnih elemenata. Slika 40. prikazuje drugu mrežu, također tetraedarskih elemenata drugog reda, gdje 57877 njih diskretizira model. Ostale mreže elemenata postavljene na čitavi model podvozja nisu prikazane kako nisu od prevelikog značenja za proračun čvrstoće podvozja. Razlog tomu je, kako će analiza u idućem poglavlju pokazati, da osovina predstavlja kritičan dio konstrukcije podvozja i na njoj je iz istoga razloga postavljeno 5 mreža konačnih elemenata različitih gustoća.

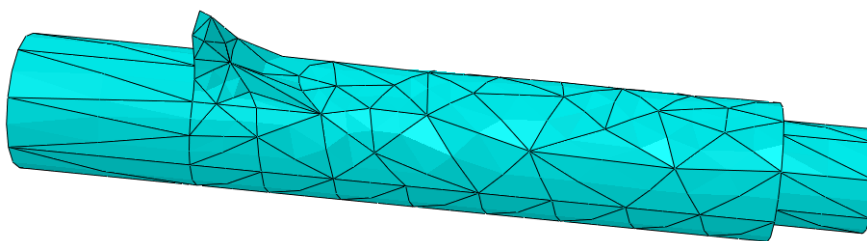
Na osovino se također postavljaju tetraedarski konačni elementi drugog reda. Slika 41. prikazuje osovino podvozja diskretiziranu s 529 konačnih elemenata, slika 42. istu diskretiziranu s 1523 konačnih elemenata, dok slike 43., 44. i 45. redom prikazuju osovino diskretiziranu s 5390, 9398 odnosno 15811 već spomenutih tetraedarskih konačnih elemenata drugog reda.



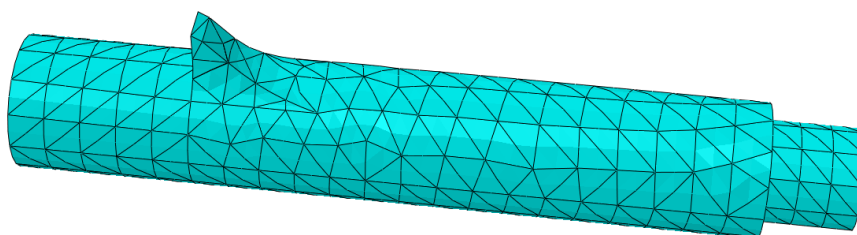
**Slika 39.** Model diskretiziran s 36584 konačnih elemenata



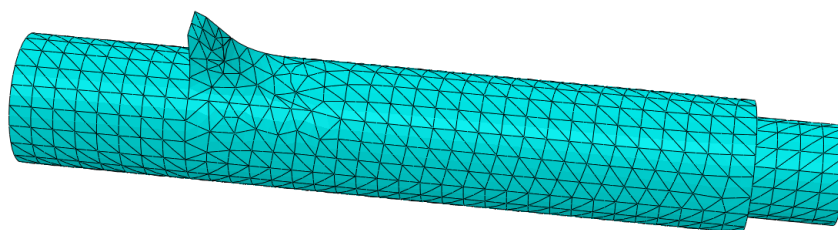
**Slika 40.** Model diskretiziran s 57877 konačnih elemenata



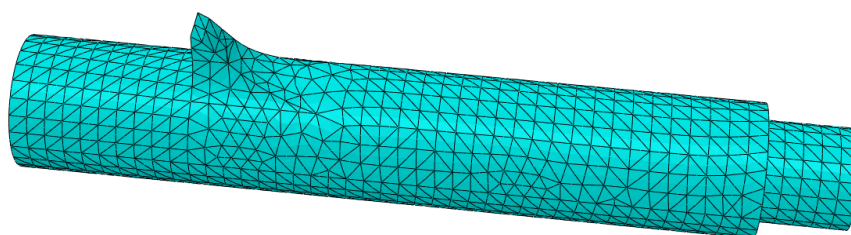
**Slika 41.** Osovina diskretizirana s 529 konačnih elemenata



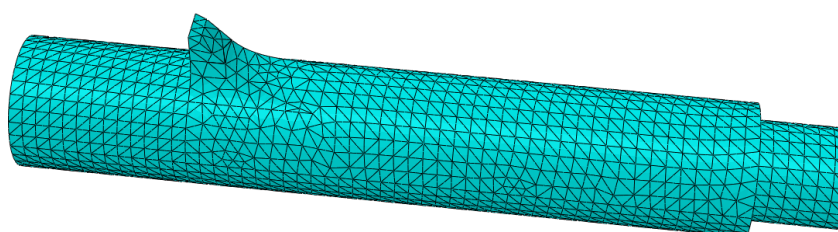
**Slika 42.** Osovina diskretizirana s 1523 konačnih elemenata



**Slika 43.** Osovina diskretizirana s 5390 konačnih elementa



**Slika 44.** Osovina diskretizirana s 9398 konačnih elemenata

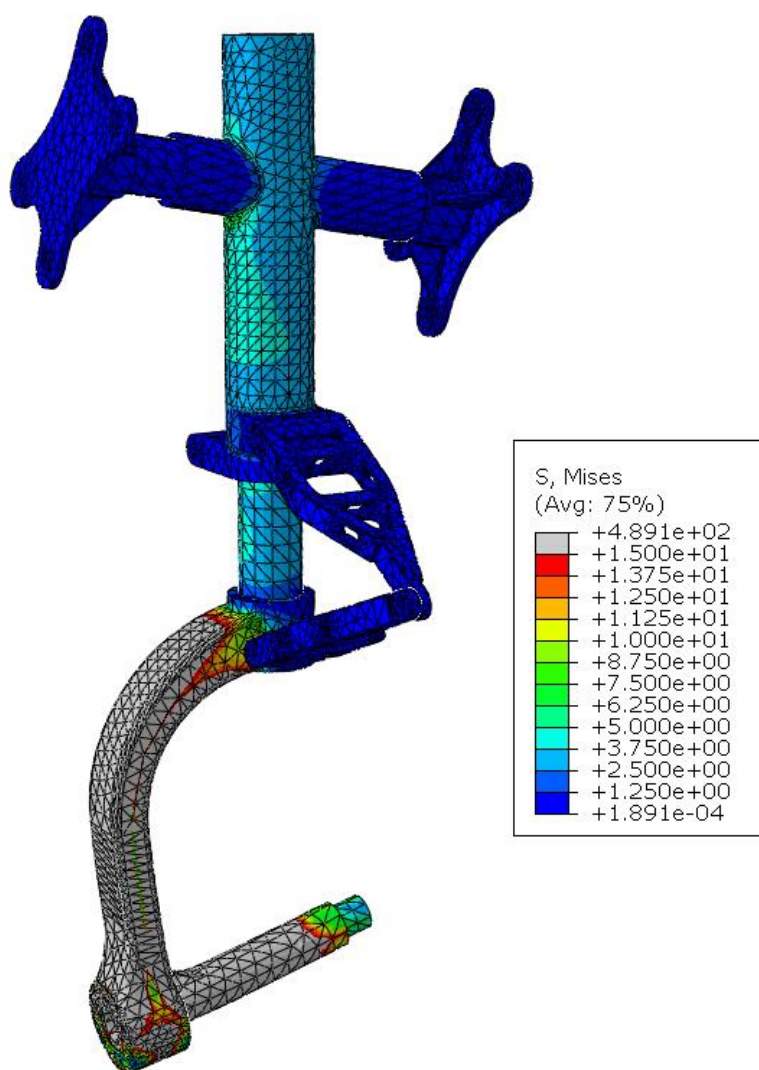


**Slika 45.** Osovina diskretizirana s 15811 konačnih elemenata

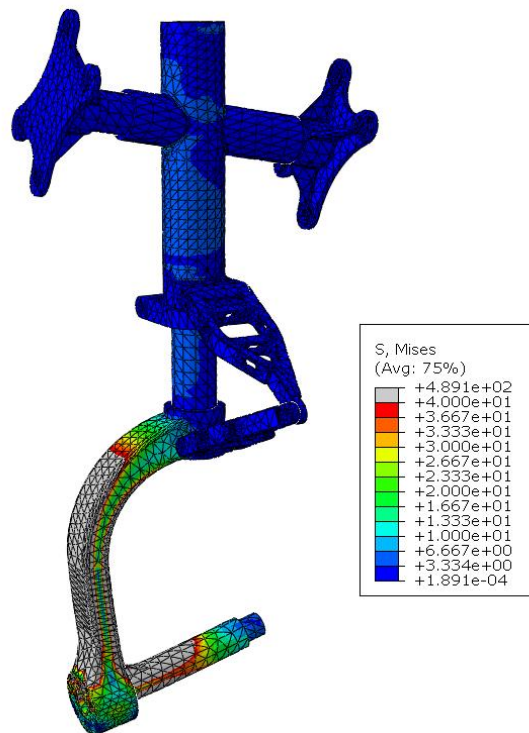


## 7.6 Rezultati analize

Provođenje numeričke analize u programskom paketu *Abaqus* se provodi kreiranjem te pokretanjem tzv. *Job-a*, te po njegovu izvršenju slijedi vizualni prikaz rezultata analize. Najprije će se prikazati rješenja dobivena za prvu mrežu koja se sastoji od 36584 konačnih elemenata. Slika 46. prikazuje raspodjelu ekvivalentnih napreznja na spomenutoj mreži, dok slika 47. isto, samo je prikaz drugačiji. Na slikama je također vidljiv iznos napreznja.

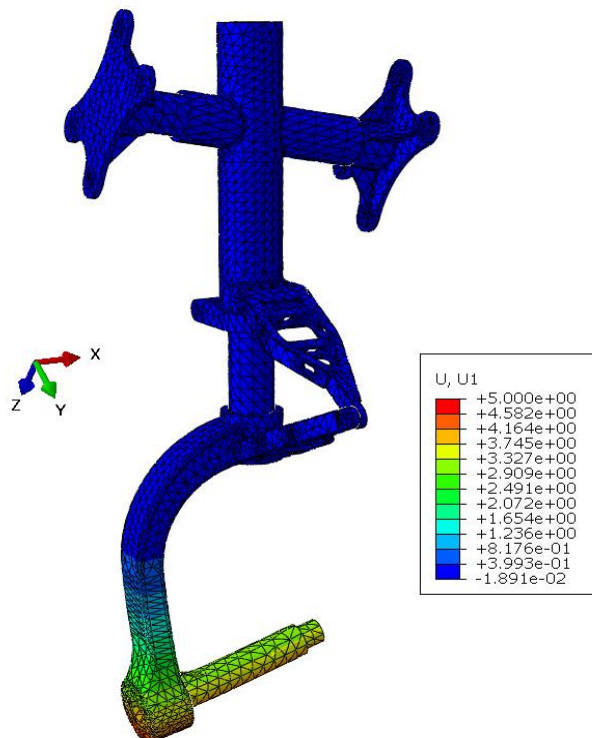


**Slika 46.** Ekvivalentna napreznja prema von Misesu u MPa pri prvoj mreži



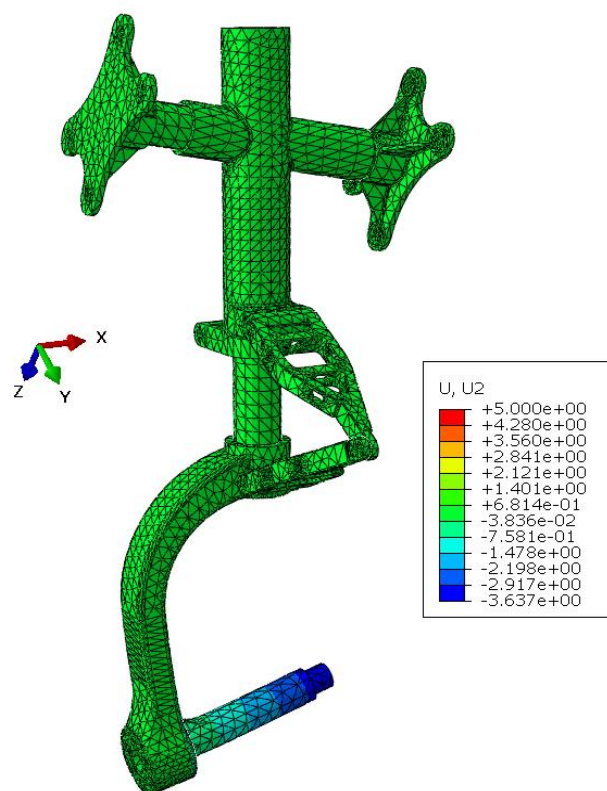
**Slika 47.** Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu u MPa pri prvoj mreži, prikaz 2

Slijedi prikaz pomaka pri prvoj mreži. Slika 48. prikazuje raspodjelu pomaka u smjeru osi  $x$ , slika 49. u smjeru osi  $y$  dok slika 50. u smjeru osi  $z$ . Na slici 51. su vidljivi ukupni pomaci modela. Iznosi pomaka te koordinatni sustav su također vidljivi na slikama.

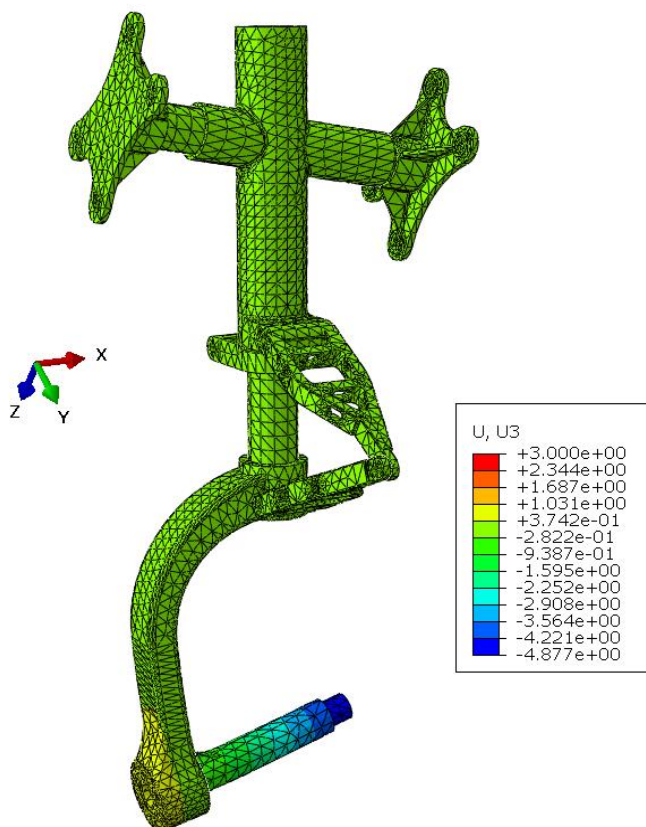


**Slika 48.** Pomaci modela u smjeru osi  $x$  pri prvoj mreži u mm

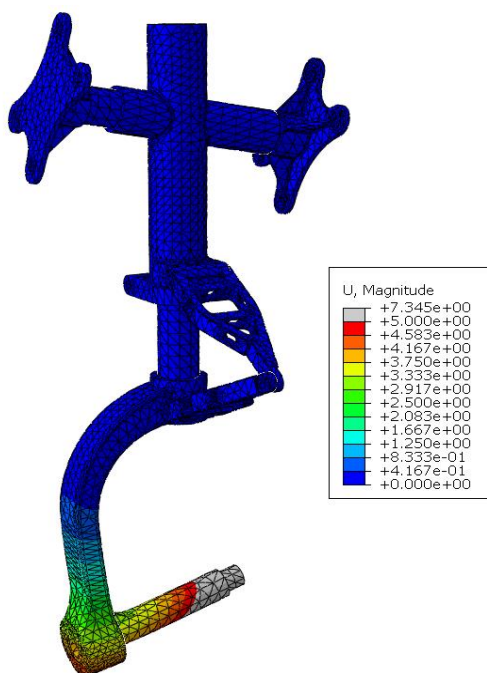




Slika 49. Pomaci modela u smjeru osi y pri prvoj mreži u mm

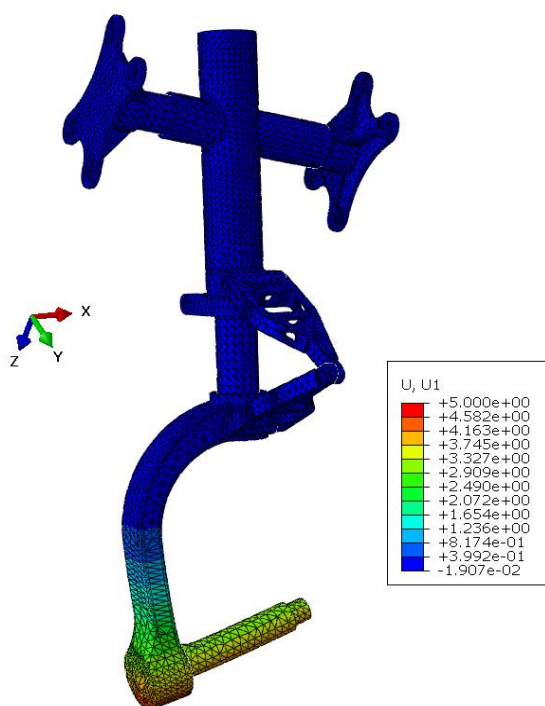


Slika 50. Pomaci modela u smjeru osi z pri prvoj mreži u mm

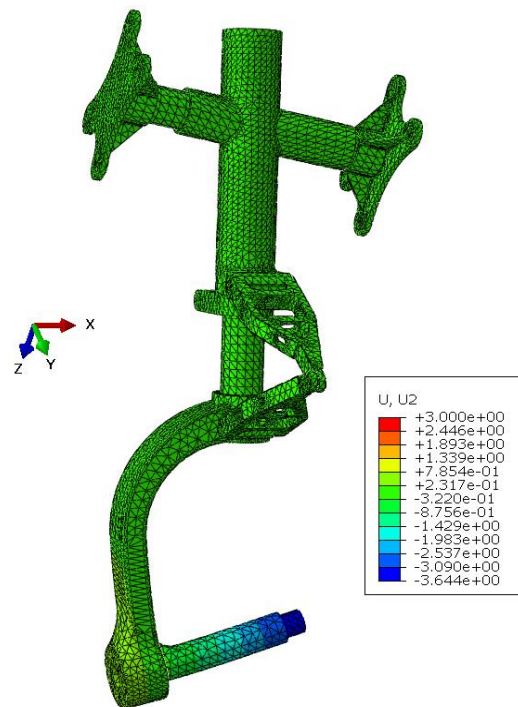


**Slika 51.** Ukupni pomaci modela pri prvoj mreži u mm

Slijedi prikaz rezultata analize pri drugoj mreži koja se sastoji od 57877 konačnih elemenata. Najprije slijedi prikaz pomaka, a nakon toga prikaz ekvivalentnih naprezanja koja će služiti za provjeru zadanog uvjeta čvrstoće. Slika 52. prikazuje raspodjelu pomaka u smjeru osi  $x$ , a slika 53. raspodjelu pomaka u smjeru osi  $y$ .

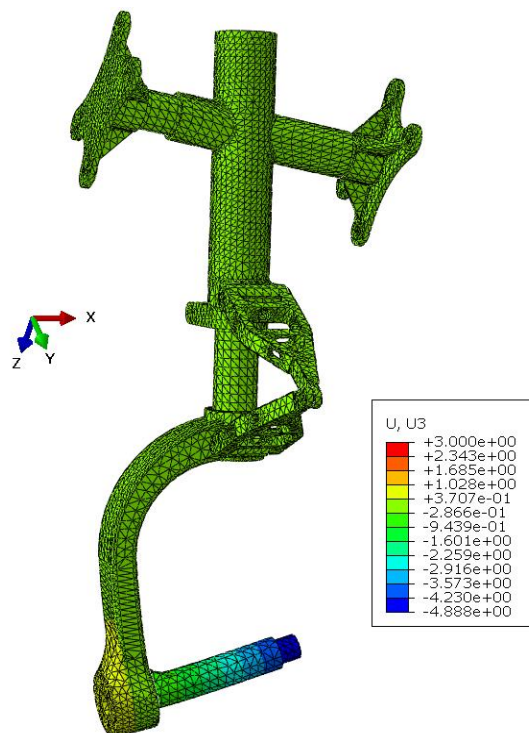


**Slika 52.** Pomaci modela u smjeru osi  $x$  u mm pri drugoj mreži

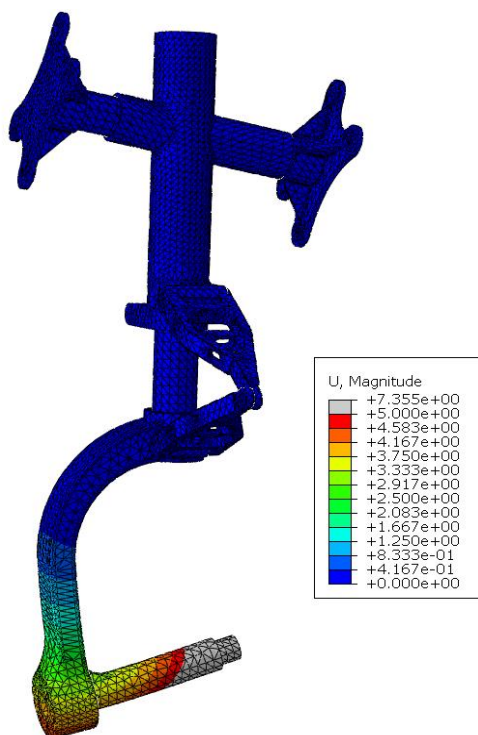


**Slika 53.** Pomaci modela u smjeru osi y u mm pri drugoj mreži

Valja napomenuti da su u svim prikazima rezultata analiza pomaci modela, a time i deformacije uvećani za faktor 8. Slika 54. prikazuje raspodjelu pomaka u smjeru osi z a slika 55. ukupnu raspodjelu pomaka pri drugoj korištenoj mreži.

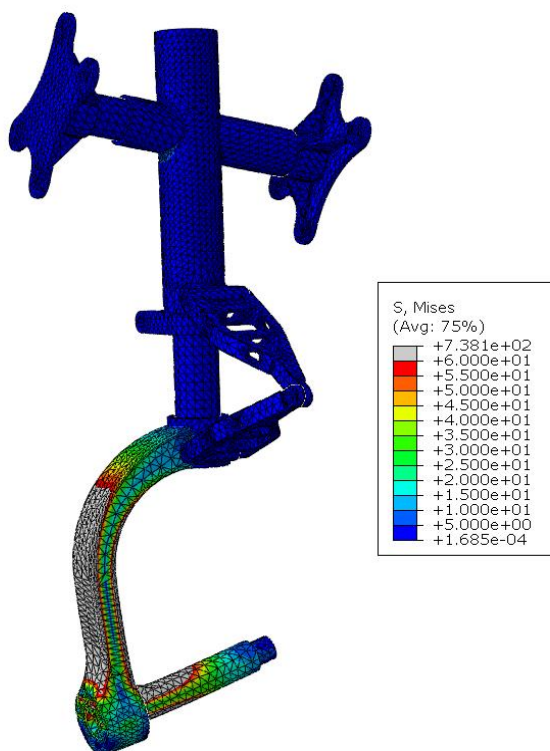


**Slika 54.** Pomaci modela u smjeru osi z u mm pri drugoj mreži



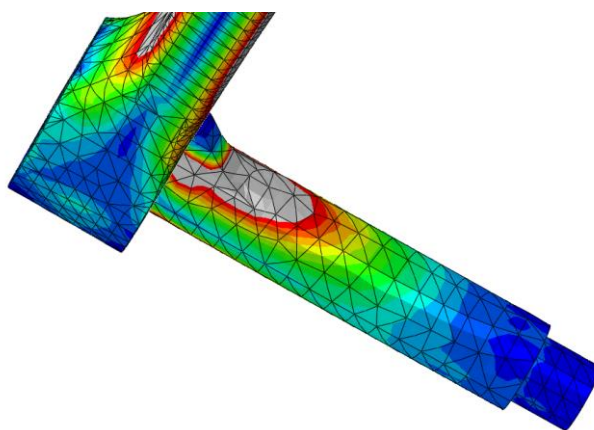
**Slika 55.** Ukupni pomaci modela u mm pri drugoj mreži

Na slici 56. je vidljiva raspodjela ekvivalentnih napreznja po modelu pri drugoj korištenoj mreži.



**Slika 56.** Raspodjela ekvivalentnih napreznja prema Von Misesu u MPa pri drugoj mreži

Vidljivo je da su naprezanja najveća na osovini i vilici koje su opterećene primarno savijanjem, dok su naprezanja na ostalim dijelovima konstrukcije praktički zanemariva. Kako su naprezanja na osovini nešto veća od onih na vilici, na konačnim elementima osovine s najvećim ekvivalentnim naprežanjem provjeriti će se uvjet čvrstoće podvozja te prikazati konvergencija rješenja ovisno o broju konačnih elemenata kojima je osovina diskretizirana. Najveći iznosi naprezanja vidljivi u tablici slike 56. posljedica su koncentracije naprežanja uslijed nagle promjene geometrije modela te kao takva neće biti uzeta u obzir. Raspodjelu ekvivalentnih naprežanja na osovini kao kritičnom elementu konstrukcije podvozja prikazana je na slici 57.



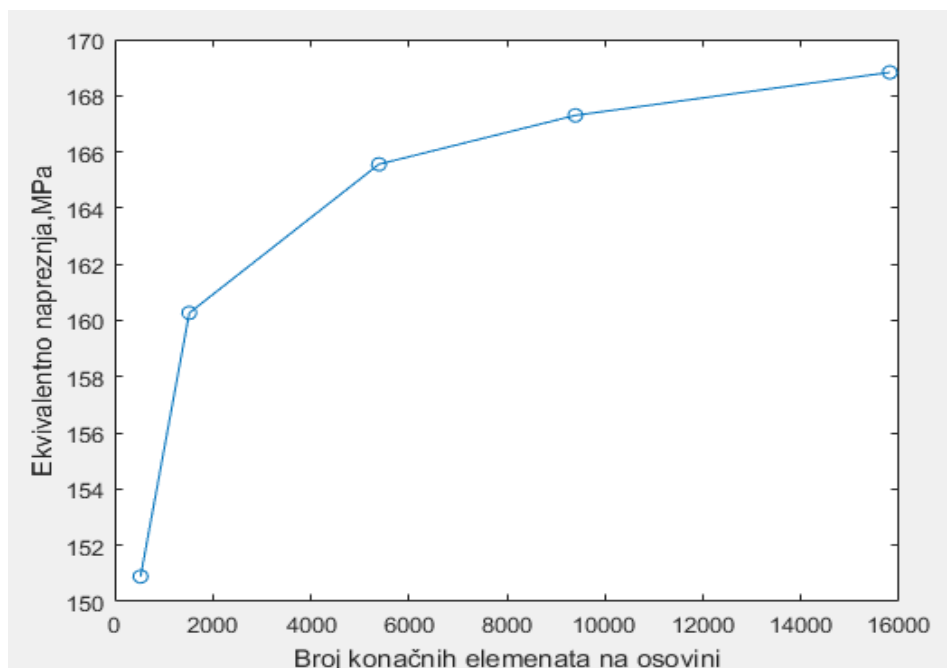
**Slika 57.** Ekvivalentna naprežanja na osovini

**Tablica 4.** Konvergencija ekvivalentnih naprežanja na osovini

Broj kon. elemenata na osovini	Najveće ekvivalentno naprežanje, MPa
529	150,89
1523	160,27
5390	165,56
9398	167,30
15811	168,83

Iz gornje tablice i njenog grafičkog prikaza koji je vidljiv na slici 58. vidi se da je postignuta monotona konvergencija ekvivalentnih naprežanja na osovini. Monotona konvergencija podrazumijeva da povećanjem broja konačnih elemenata raste točnost rješenja i da niti jedna mreža neće dati rješenje čija je vrijednost veća od analitičkog rješenja.

Mreža od 15811 konačnih elemenata je optimalna, zbog najmanjeg odstupanja od naprezanja koje će se javiti na osovini podvozja (nešto veće od 168,83 MPa), a vrijeme potrebno računalu za izračun je manje od minute što je prihvatljivo.



**Slika 58.** Konvergencija ekvivalentnih naprezanja na osovini

## 7.7 Provjera uvjeta čvrstoće

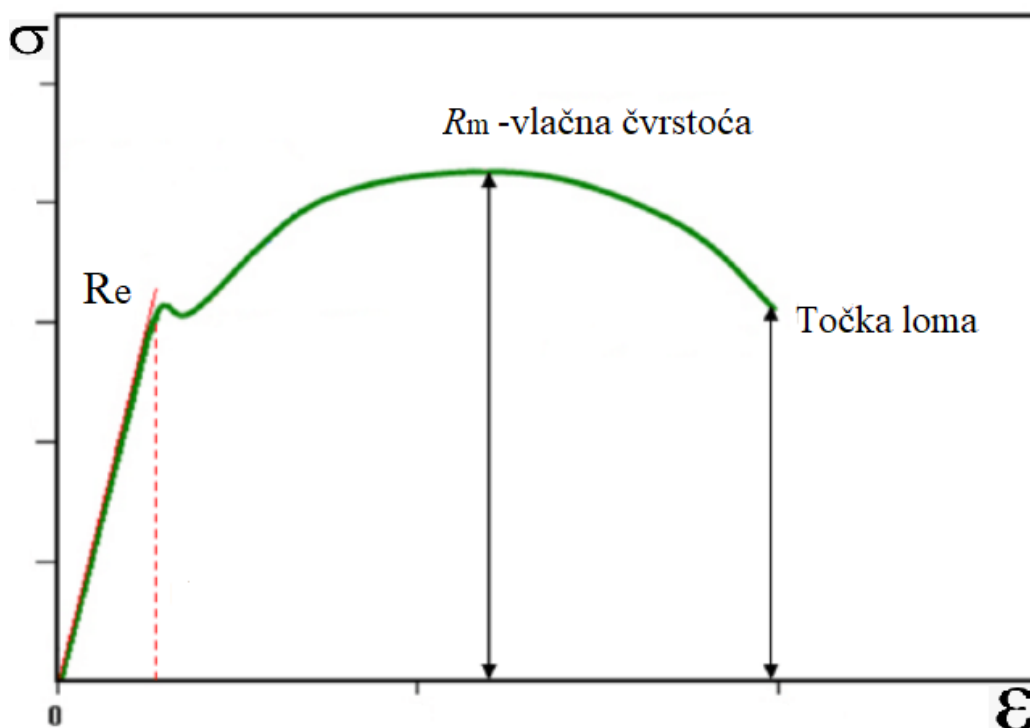
Uvjet čvrstoće je definiran izrazom:

$$\sigma_{\text{ekv}} < \frac{\sigma_{\text{dop}}}{S} \quad (21)$$

Kako je potrebno da materijal podvozja ostane u elastičnom području deformiranja, te da u njemu nakon primjene tlačne sile ne ostanu nikakve trajne tj. plastične deformacije, dopušteno ekvivalentno naprezanje će predstavljati granica razvlačenja  $Re$  koja za izabranu leguru 7075-T6 iznosi 480 MPa. Granica razvlačenja predstavlja pripadno naprezanje pri ulasku materijala u područje plastičnih deformacija. Standardni faktor sigurnosti  $S$  za zrakoplovne konstrukcije iznosi 1,5 te će se primijeniti i u ovoj analizi pri provjeri uvjeta čvrstoće.

Uvrštavanjem spomenutih vrijednosti slijedi da najveće ekvivalentno naprezanje na konstrukciji podvozja (primarno osovini koja predstavlja kritičan dio kako je već pokazano u poglavlju 7.6) ne smije premašiti 320 MPa da bi uvjet čvrstoće bio zadovoljen.

Sa prikaza konvergencije ekvivalentnih naprezanja na osovini je očito da konstrukcija podvozja zadovoljava spomenuti uvjet čvrstoće i da se najveće ekvivalentno naprezanje na osovini ne će približiti kritičnoj vrijednosti od 320 MPa. Dijagram naprezanje-istezanje za čelik (sličnu krivulju bi prikazala i korištena aluminijska legura 7075-T6) vidljiv je na slici 59. Ordinatu os predstavlja naprezanje a apscisa istezanje. Kako je uvjet čvrstoće zadovoljen materijal će ostati u području elastičnih deformacija (lijevo od crvene linije). Također zbog spomenutog faktora sigurnosti od 1,5 neće se niti približiti crvenoj liniji koja predstavlja početak nastanka plastičnih deformacija u materijalu.



Slika 59. Dijagram naprezanje-istezanje [19]

## 8. ZAKLJUČAK

Polazište ovoga rada predstavlja CAD model podvozja kao predmet numeričke analize. Najprije je bilo potrebno utvrditi iznos opterećenja analitički te mjesto njegova djelovanja kako bi analiza dala što točnija rješenja. Radi komplicirane geometrije podvozja, te time i samog modela, za diskretizaciju su izabrani tetraedarski konačni elementi, koji uspješno generiraju mrežu na spomenutoj kompliciranoj geometriji. Tetraedarski konačni element drugog reda, C3D10, je uspješno verificiran na problemu nosača, gdje se u dijagramu konvergencije vidi da isti konvergira prema analitičkom rješenju danog problema. Također je prikazan i analitički proračun nosača, radi moguće usporedbe dobivenog analitičkog i numeričkog rješenja.

Nadalje, sa CAD modela su se radi pojednostavljenja maknuli određeni dijelovi podvozja, koji nisu ključni u analizi, čime je stvoren numerički model na kojem je sama analiza i odrađena. Na numerički model je zatim postavljeno opterećenje u obliku koncentrirane sile na ležajnim mjestima osovine. Iz razloga što osovina predstavlja kritično mjesto konstrukcije, na nju je postavljeno 5 različitih mreža radi dobivanja dijagrama konvergencije rješenja te također provjere iste te uvjeta čvrstoće. Postavljanje rubnih uvjeta je napravljeno iz podataka o samoj zrakoplovnoj konstrukciji tj. u skladu s načinom na koji je podvozje povezano sa ostatkom zrakoplova. U rezultatima analize su prikazana rješenja u vidu pomaka i naprezanja na čitavom modelu za dvije različite mreže elementa C3D10. Konvergencija rješenja na osovini je također prikazana, a kako se ista pokazala kritičnim dijelom, na njoj je i provjeren uvjet čvrstoće očitavanjem najvećih ekvivalentnih naprezanja za mreže različitih gustoća.

Maksimalni dobiveni iznosi ekvivalentnih naprezanja na numeričkom modelu tj. specifično osovini se kreću u rasponu od 150,9 MPa do 168,8 MPa, ovisno o broju elemenata kojima je osovina diskretizirana. Time je je pokazano da osovina, a time i cijelo podvozje zrakoplova, zadovoljava uvjet čvrstoće s velikom pouzdanosti, kako je faktor sigurnosti od 1,5, standardan za područje zrakoplovstva, a dobiven je znatno veći.



## LITERATURA

- [1] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Wright\\_Flyer](https://hr.wikipedia.org/wiki/Wright_Flyer)
- [2] <https://www.planespotters.net/photo/1019642/n2749u-united-airlines-boeing-777-300er>
- [3] <https://www.infosys.com/industries/communication-services/documents/landing-gear-design-and-development.pdf>
- [4] <https://www.aeronef.net/2011/04/boeing-777-300er-landing-gear-close-up.html>
- [5] <https://www.vikingair.com/twin-otter-information/twin-otter-answers/can-floatplane-land-ground>
- [6] <http://www.vintagewings.ca/VintageNews/Stories/tabid/116/articleType/ArticleView/articleId/494/Anything-But-Wheels.aspx>
- [7] [http://atmosphereaviation.com/uploads/3/4/2/3/34231460/piper\\_turbo\\_arrow\\_iv\\_poh.pdf](http://atmosphereaviation.com/uploads/3/4/2/3/34231460/piper_turbo_arrow_iv_poh.pdf)
- [8] <https://www.globalair.com/aircraft-for-sale/Specifications?specid=824>
- [9] <https://hasslo.org/wp-content/uploads/2017/07/SE-KBN-07-Descriptio-and-Operation-of-the-Airplne-and-its-Systems.pdf>
- [10] <https://www.pilotmall.com/blogs/news/piper-arrow-specifications-and-history>
- [11] [http://www.aeroelectric.com/Reference\\_Docs/Piper/pa-28rt-201-201t\\_pcv1995.pdf](http://www.aeroelectric.com/Reference_Docs/Piper/pa-28rt-201-201t_pcv1995.pdf)
- [12] [https://www.researchgate.net/figure/Infinite-plate-with-a-central-crack-and-the-Cauchy-stress-tensor\\_fig2\\_275540135](https://www.researchgate.net/figure/Infinite-plate-with-a-central-crack-and-the-Cauchy-stress-tensor_fig2_275540135)
- [13] Alfirević I.: Nauka o čvrstoći, Tehnička knjiga d.d., Zagreb, 1995.
- [14] Sorić J.: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [15] <http://truegrid.com/femgallery.html>
- [16] <https://psucompbio.org/wp-content/uploads/2018/03/final-report-small-24.pdf>
- [17] <https://www.engineeringclicks.com/7075-t6-aluminium/>
- [18] [https://en.wikipedia.org/wiki/7075\\_aluminium\\_alloy](https://en.wikipedia.org/wiki/7075_aluminium_alloy)
- [19] [https://www.researchgate.net/figure/Stress-strain-curve-of-a-high-strength-steel-17\\_fig1\\_276288505](https://www.researchgate.net/figure/Stress-strain-curve-of-a-high-strength-steel-17_fig1_276288505)

- [20] <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEELMRefMap/simaelm-r-3delem.htm>
- [21] <http://130.149.89.49:2080/v6.11/books/usb/default.htm?startat=pt06ch26s01abo24.html#usb-elm-egeneral>
- [22] <https://www.euroga.org/forums/flying/2868-piper-arrow-iv-t-tail-very-heavy-in-pitch>