Numerička analiza evolucije duktilnog oštećenja vlačno opterećenog čelika visoke čvrstoće HARDOX 450

Leljak, Dalibor

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:963423

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-05-18**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Dalibor Leljak

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor: Student:

Prof. dr. sc. Zvonimir Tomičević, dipl. ing. Dalibor Leljak

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se, prije svega, svom mentoru doc. dr. sc. Zvonimiru Tomičeviću na uloženom vremenu, ugodnoj radnoj atmosferi savjetima i razumijevanju tijekom izrade ovog rada.

Također, zahvaljujem se Ani Vrgoč, mag.ing.mech., na nebrojenim satima pružene pomoći, prenesenom znanju, primjedbama te nesebičnoj podršci.

Nadalje, zahvaljujem se Andriji Zaplatiću, mag. ing. mech., na korisnim savjetima, dostupnosti te pruženoj podršci.

Iskreno se zahvaljujem svojim roditeljima što su mi omogućili studiranje i svojoj sestri što je uvijek bila uz mene.

Na kraju, zahvaljujem se svim svojim prijateljima koji su mi uljepšali studiranje.

Dalibor Leljak

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite

Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:

procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602 - 04 / 20 - 6 / 3	
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: Dalibor Leljak Mat. br.: 0035209180

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza evolucije duktilnog oštećenja vlačno opterećenog čelika visoke čvrstoće HARDOX 450**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of ductile damage evolution in high-strength steel HARDOX 450 under tensile loading**

Opis zadatka:

Oštećenje materijala podrazumijeva progresivnu ili naglu degradaciju njegove mehaničke čvrstoće uslijed mehaničkog opterećenja te toplinskih ili kemijskih utjecaja. Duktilni materijali imaju izraženo područje elastičnih i plastičnih deformacija te svojstvo da prije oštećenja i loma pretrpe znatne plastične deformacije. Budući da tijekom radnog vijeka inženjerskih konstrukcija i mehaničkih komponenti može doći do pojave oštećenja, neophodno je opisati njihovo ponašanje sve do potpunog gubitka mehaničkog integriteta, odnosno loma.

U ovom radu je potrebno numerički opisati inicijaciju i propagaciju oštećenja na makro razini uslijed jednoosnog vlačnog opterećenja za duktilni čelik visoke čvrstoće HARDOX 450 korištenjem programskog paketa Abaqus® koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Primjenom teorije mehanike oštećenja na razini kontinuuma potrebno je karakterizirati i modelirati progresivnu degradaciju materijala koja nastaje tijekom procesa deformiranja, odnosno prije inicijacije makroskopske pukotine. Opterećenje numeričkog 3D modela bit će definirano rubnim uvjetima pomaka koji su eksperimentalno izmjereni primjenom metode korelacije digitalne slike (*eng. Digital Image Correlation* - DIC) na jednoosnom ispitnom uzorku izrađenom od predloženog materijala.

Tijekom rada potrebno je:

1. Na temelju mreže 2D konačnih elemenata korištene tijekom mjerenja cijelog polja pomaka primjenom FE-DIC algoritma Correli® 3.0 izraditi 3D model konačnih elemenata.
2. Propisati izmjerene rubne uvjete pomaka na numerički 3D model jednoosnog ispitnog uzorka.
3. Verificirati primijenjene konačne elemente.
4. Modelirati elastoplastično ponašanje i duktilno oštećenje čelika visoke čvrstoće HARDOX 450 na 3D modelu primjenom programskog paketa Abaqus®.

U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Datum predaje rada:	Predviđeni datumi obrane:
15. svibnja 2020.	**2. rok (izvanredni):** 1. srpnja 2020. **3. rok:** 17. rujna 2020.	**2. rok (izvanredni):** 3.7.2020. **3. rok:** 21.9. - 25.9.2020.
Zadatak zadao:		Predsjednik Povjerenstva:
Doc. dr. sc. Zvonimir Tomičević		Prof. dr. sc. Igor Balen

SADRŽAJ

SADRŽAJ I

POPIS SLIKA III

POPIS TABLICA V

POPIS OZNAKA VI

SAŽETAK VIII

SUMMARY IX

1 Uvod 1

2 Materijalni model 2

2.1 Elastoplastično ponašanje 2

2.1.1 Youngov modul i Poissonov faktor 5

2.1.2 Ludwikov zakon 6

2.2 Duktilno oštećenje 6

2.2.1 Inicijacija i razvoj duktilnog oštećenja 6

2.2.2 Modeli duktilnog loma 8

2.3 Duktilni lom u programskom paketu *Abaqus* 8

2.3.1 Inicijacija oštećenja 9

2.3.2 Propagacija oštećenja 10

3 Priprema numeričkog modela 12

3.1 Provedba jednoosnog ispitivanja HARDOX 450 čelika visoke čvrstoće 12

3.2 Mjerenje polja pomaka 13

3.3 Propisivanje eksperimentalno dobivenih rubnih uvjeta 15

4 Ispitivanje osjetljivosti mreže konačnih elemenata 17

4.1 Opis korištenih konačnih elemenata 17

4.2 Parametri materijala i broj čvorova 18

4.3 2D analiza 18

4.4 3D analiza 22

4.5 Verifikacija konačnih elemenata i usporedba 3D i 2D analize 25

5 Numeričko modeliranje duktilnog oštećenja u programskom paketu *Abaqus* 28

5.1 Numerička analiza 28

5.2 Diskusija 33

6 Zaključak 34

7 Literatura 35

POPIS SLIKA

Slika 2.1. Ispitni uzorak kružnog poprečnog presjeka za vlačno ispitivanje [4]. 2

Slika 2.2. Konvencionalni dijagram rastezanja [5]. 3

Slika 2.3. Konvencionalna granica razvlačenja [4]. 4

Slika 2.4. Bauschingerov efekt [5]. 5

Slika 2.5. a) Rast mikropukotina kod austenitno-feritnog čelika. b) Srastanje mikropukotina kod čelične cijevi [12]. 7

Slika 2.6. Stadiji duktilnog oštećenja: a) početno stanje, b) nukleacija, c) rast i d) spajanje poroznosti [1]. 7

Slika 2.7. Shematski prikaz krivulje naprezanje-deformacija kod iniciranja i rasta oštećenja [27]. 11

Slika 3.1. Dimenzije *dogbone* ispinog uzorka u milimetrima. 12

Slika 3.2. Optički eksperimentalni postav [3]. 13

Slika 3.3. Raspodjela deformacija po mjernom području za vremenski trenutak: a) t=71 s, b) t=176 s, c)t=211 s, d) t=232 s, e) t=292 s, f) t=362 s [3]. 14

Slika 3.4. Eksperimentalno dobiven dijagram naprezanje-deformacija [3]. 15

Slika 3.5. Raspodjela pomaka za vlačno opterećenje numeričkog modela: a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi *x*, c) pomak u smjeru osi *y*. Vrijednosti pomaka izražene su u milimetrima. 16

Slika 4.1. a) CPS4 element korišten za 2D analizu [34] i b) C3D8 element korišten za 3D analizu [35]. 17

Slika 4.2. 2D numerički model za prosječnu veličinu elemenata od: a) 4 mm, b) 3 mm, c) 1,75 mm i d) 1 mm. 19

Slika 4.3. Proračunski model sa istaknutim: a) rubnim uvjetima i b) čvorovima za izračun sume reakcijskih sila. 20

Slika 4.4. Usporedba sume reaktivnih sila za različite prosječne veličine konačnih elemenata. 21

Slika 4.5. Uvećani prikaz usporedbe sume reaktivnih sila od 170 s do 220 s za različite prosječne veličine elemenata. 21

Slika 4.6. 3D numerički model za prosječnu veličinu elemenata od: a) 4 mm, b) 3 mm, c) 1,75 mm i d) 1mm. 22

Slika 4.7. Proračunski model sa istaknutim: a) rubnim uvjetima i b) čvorovima za izračun sume reakcijskih sila. 23

Slika 4.8. Usporedba sume reaktivnih sila za različite veličine elemenata. 24

Slika 4.9. Uvećani prikaz usporedbe sume reaktivnih sila od 170. do 220. sekunde za različite veličine elemenata. 24

Slika 4.10. Usporedba suma reaktivnih sila dobivenih 2D i 3D analizom te eksperimentalno izmjerene reaktivne sile. 25

Slika 4.11. Uvećana usporedba suma reaktivnih sila dobivenih 2D i 3D analizom te eksperimentalno izmjerene reaktivne sile (od 150. do 220. sekunde). 26

Slika 4.12. Raspodjela naprezanja za: a) 2D analizu i b) 3D analizu. Vrijednosti naprezanja izražene su MPa. 26

Slika 4.13. Raspodjela plastičnih deformacija za: a) 2D analizu i b) 3D analizu. 27

Slika 5.1. Usporedba suma reaktivnih sila dobivenih 2D i 3D analizom te eksperimentalno izmjerene reaktivne sile. 29

Slika 5.2. Raspodjela plastične deformacije za: a) 2D analizu i b) 3D analizu. 30

Slika 5.3. Raspodjela duktilnog oštećenja za: a) 2D analizu, b) 3D analizu. 31

Slika 5.4. Raspodjela triaksijalnosti naprezanja za: a) 2D analizu i b) 3D analizu. Vrijednosti triaksijalnosti naprezanja su za 3D analizu prikazane na sredini uzdužnog presjeka. 32

Slika 5.5. Raspodjela triaksijalnosti naprezanja za 3D analizu po debljini kritičnog presjeka. 33

POPIS TABLICA

Tablica 1. Materijalni parametri za linearno-elastično ponašanje prema izrazu (2.1) 18

Tablica 2. Materijalni parametri za Ludwikov model prema izrazu (2.4) 18

Tablica 3. Broj stupnjeva slobode za svaku pojedinu prosječnu veličinu elementa u 2D i 3D analizi 18

Tablica 4. Materijalni parametri duktilnog oštećenja..... 28

POPIS OZNAKA

Latiničke oznake

Oznaka	**Jedinica**	**Opis**
D	-	Varijabla oštećenja
d_0	mm	Početni promjer ispitnog uzorka
E	MPa	Modul elastičnosti
F	N	Sila
K	-	Modul očvršćivanja
L_0	mm	Početna mjerna duljina ispitnog uzorka
N_{act}	-	Skup aktivnih mehanizama očvršćivanja
n	-	Eksponent deformacijskog očvršćivanja
p	Pa	Hidrostatski tlak
q	MPa	Von Misesovo naprezanje
S_0	mm^2	Početna površina poprečnog ispitnog uzorka
t	s	Vrijeme

Grčke oznake

Oznaka	**Jedinica**	**Opis**
ΔL	mm	Produljenje ispitnog uzorka
ε	-	Deformacija
ε_x	-	Uzdužna deformacija
ε_y	-	Poprečna deformacija
$\bar{\varepsilon}_f^{pl}$	-	Plastična deformacija kod koje nastupa lom
$\bar{\varepsilon}_0^{pl}$	-	Plastična deformacija
$\dot{\bar{\varepsilon}}_0^{pl}$	s^{-1}	Brzina plastične deformacije
η	-	Triaksijalnost naprezanja
υ	-	Poissonov faktor
$\boldsymbol{\sigma}$	MPa	Tenzor naprezanja
$\bar{\boldsymbol{\sigma}}$	MPa	Tenzor naprezanja u trenutnom vremenskom inkrementu
σ	MPa	Naprezanje
σ_0	MPa	Granica tečenja
σ_{y0}	MPa	Vlačna čvrstoća
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	MPa	Glavna naprezanja

ω_D	-	Varijabla stanja oštećenja
$\Delta\omega_D$	-	Porast varijable stanja oštećenja

SAŽETAK

Složena opterećenja tijekom radnog vijeka inženjerskih konstrukcija mogu izazvati pojavu oštećenja te nastanak loma. Međutim, kod duktilnih materijala neće doći do trenutnog loma, već će se prvo pojaviti znatne plastične deformacije. Kako bi se što bolje predvidjelo ponašanje duktilnih materijala u stvarnim eksploatacijskim uvjetima, vrlo je bitno razumjeti i pouzdano opisati ponašanje tih materijala do potpunog gubitka mehaničkog integriteta. U ovom radu provedena je analiza iniciranja i razvoja oštećenja u čeliku visoke čvrstoće HARDOX 450 primjenom programskog paketa *Abaqus*, koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Na početku rada je opisano elastoplastično ponašanje te ponašanje materijala uslijed iniciranja duktilnog oštećenja. Također, opisana je i teorijska pozadina pojave i rasta oštećenja unutar programskog paketa *Abaqus.* Numerički model izrađen je na temelju mreže konačnih elemenata korištene tijekom mjerenja cijelog polja pomaka na površini ispitnog uzorka primjenom metode korelacije digitalne slike (DIC). Osim toga, na numerički model su narinuti eksperimentalno izmjereni rubni uvjeti pomaka koji predstavljaju opterećenje koje je izazvalo lom ispitnog uzorka. Nadalje, provedena je verifikacija korištenih 2D i 3D konačnih elemenata te je ispitan utjecaj veličine mreže konačnih elemenata tijekom elastoplastične analize. Na kraju je analizirano i opisano ponašanje čelika visoke čvrstoće HARDOX 450 tijekom pojave iniciranja i razvoja oštećenja. Za zadani model ispitnog uzorka određeno je kritično područje te je prikazana raspodjela deformacija.

Ključne riječi: HARDOX 450, *Abaqus*, elastoplastično ponašanje, duktilno oštećenje

SUMMARY

Complex loadings imposed during the whole service cycle of the engineering structures can induce damage and finally lead to construction failure. However, ductile materials are capable of undergoing a large amount of plastic deformation prior to fracture. Thus, the precise evaluation of damage initiation and growth is crucial to accurately predict structural response up to complete loss of mechanical integrity. In this manuscript, the analysis of ductile fracture behavior of high strength steel HARDOX 450 is performed. Numerical analysis is carried out using *Abaqus* software package, which employs the Finite Element Method.

First, the elastoplastic material behavior, as well as the ductile damage phenomena are briefly described. In addition, the theoretical background of damage formation and growth implemented in *Abaqus* is described. Numerical finite element models were derived from the finite element mesh used for the full-field measurement via Digital Image Correlation (DIC). Furthermore, the measured displacements are prescribed on the numerical model as boundary conditions, thereby explicitly imposing the loading regime that caused the failure of the specimen. In addition, the verification of 2D and 3D finite elements, as well as the mesh size sensitivity is performed to acquire the optimum mesh size and achieve the proper accuracy of the elastoplastic computations. Finally, the damage behavior of high strength steel HARDOX 450 was analyzed.

Key words: HARDOX 450, *Abaqus*, elastoplastic behavior, ductile damage

1 Uvod

Konstrukcije i inženjerske komponente su tijekom svog životnog vijeka podvrgnute raznim vrstama opterećenja. Pri mehaničkom opterećenju te toplinskim ili kemijskim utjecajima dolazi do naprezanja unutar materijala koja mogu uzrokovati oštećenje. Kod naprezanja koja su znatno iznad granice razvlačenja dolazi do razaranja atomskih veza, odnosno do makroskopskog razdvajanja materijala, a samim time dolazi i do loma. Pojava kod koje dolazi do oštećenja uz znatnu količinu plastične deformacije se naziva duktilno oštećenje. Duktilno oštećenje uključuje stvaranje mikroskopskih pukotina unutar materijala u tri različite faze: nukleacija, rast i srastanje mikropukotina. Duktilnost se mjeri količinom plastične deformacije koju materijal može podnijeti prije pojave loma. Stoga su materijali koji mogu podnijeti veću plastičnu deformaciju duktilniji. Nadalje, duktilnost se najčešće određuje eksperimentalno mjerenjem deformacije prije pojave loma ispitnog uzorka [1]. Budući da tijekom radnog vijeka inženjerskih konstrukcija može doći do pojave potpunog gubitka mehaničkog integriteta, nužno je pouzdano opisati njihovo ponašanje tijekom iniciranja i rasta oštećenja. Nadalje, za opisivanje ponašanja materijala se često koriste eksperimentalne metode te numeričke simulacije. Osim toga, postoji veliki broj metoda identifikacije parametara materijala, koji utječu na iniciranje i razvoj duktilnog oštećenja, a uglavnom se dijele na inverzne i direktne. Inverzna metoda određuje parametre materijala točnije jer se temelji na usporedbi izmjerenog i izračunatog odziva materijala [2]. Također, inverzna metoda koja se temelji na iterativnom računanju polja pomaka metodom konačnih elemenata i uspoređivanjem rezultata s poljem pomaka dobivenim eksperimentom se naziva metoda ažuriranja modela konačnih elemenata. Kod numeričkog modeliranja duktilnog oštećenja, nastanak i razvoj oštećenja je moguće opisati na više načina, ovisno o korištenom programskom paketu.

U ovom radu je za numeričko modeliranje korišten programski paket *Abaqus*, koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Na početku rada je opisano elastoplastično ponašanje materijala, kao i fenomen nastanka duktilnog oštećenja. Osim toga, ukratko je opisan kriterij iniciranja oštećenja te model koji opisuje razvoj duktilnog oštećenja unutar programskog paketa *Abaqus*. Također, provedena je i numerička analiza iniciranja oštećenja u čeliku visoke čvrstoće HARDOX 450 uslijed jednoosnog vlačnog opterećenja. Opterećenje numeričkog modela je definirano rubnim uvjetima pomaka koji su eksperimentalno izmjereni primjenom metode korelacije digitalne slike (*Digital Image Correlation* - DIC) [3]. Nadalje, provedena je i verifikacija korištenih 2D i 3D konačnih elemenata te je ispitan utjecaj veličine mreže konačnih elemenata tijekom elastoplastične analize. Nakon verifikacije provedena je analiza odziva čelika visoke čvrstoće HARDOX 450 uslijed iniciranja i rasta duktilnog oštećenja te su uspoređena rješenja dobivena 2D i 3D konačnim elementima.

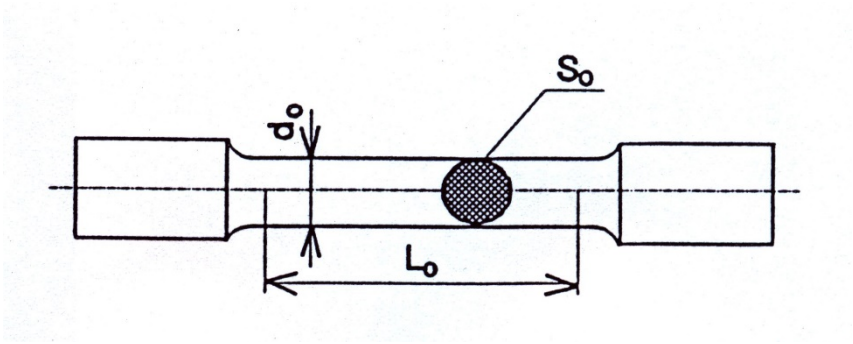
2 Materijalni model

Ovo poglavlje je posvećeno materijalnom modelu duktilnog oštećenja. U prvom dijelu je opisano elastoplastično ponašanje materijala. Zatim slijedi opis fenomena nastanka i evolucije duktilnog oštećenja. Također, navedeni su i neki materijalni modeli koji opisuju ponašanje materijala uslijed duktilnog oštećenja. Na kraju je opisan kriterij iniciranja i razvoja duktilnog oštećenja u programskom paketu *Abaqus*.

2.1 Elastoplastično ponašanje

Ponašanje inženjerskih komponenti i parametre materijala od kojih su izrađene potrebno je poznavati zbog pravilnog postupka obrade materijala te kako bi se ispunili strogi zahtjevi na pouzdanost i sigurnost konstrukcija. Parametri poput granice tečenja i vlačne čvrstoće određuju se provođenjem statičkog vlačnog eksperimenta. Uređaji na kojima se provodi vlačno ispitivanje se nazivaju kidalice te ovi uređaji imaju mogućnost mjerenja naprezanja i deformacija [4].

Statički vlačni pokus se provodi na ispitnom uzorku koji se u propisanom obliku i propisanim dimenzijama izrezuje iz ispitnog materijala. Ispitni uzorci su najčešće pravokutnog ili kružnog poprečnog presjeka. Na Slici 2.1 je prikazan ispitni uzorak okruglog poprečnog presjeka te je vidljivo da je uzorak zadebljan na krajevima kako bi se pričvrstio u čeljusti kidalice. Geometrija predloženog ispitnog uzorka sa zadebljanim krajevima, odnosno stanjenim središnjim dijelom (označeno duljinom L_0 na Slici 2.1) osigurava da se lom pojavi u stanjenom dijelu, koji je ujedno i promatrana zona interesa [4].



Slika 2.1. Ispitni uzorak kružnog poprečnog presjeka za vlačno ispitivanje [4].

Veličine koje definiraju dimenzije ispitnog uzorka su:

d_0 – početni promjer ispitnog uzorka [mm],

L_0 – početna mjerna duljina ispitnog uzorka [mm],

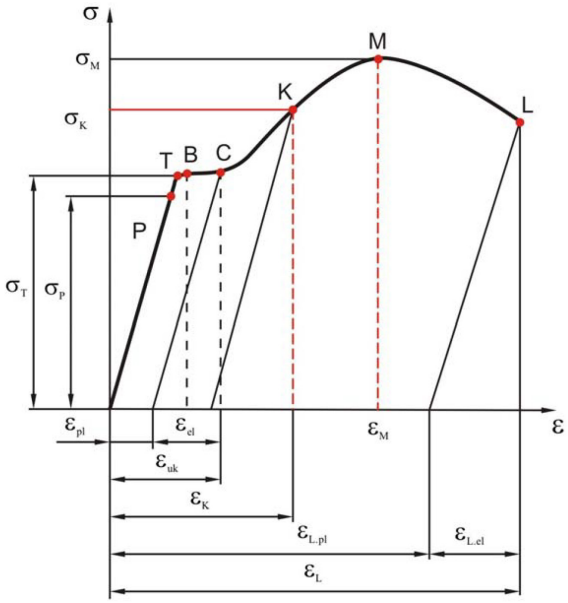
S_0 – početna površina poprečnog presjeka ispitnog uzorka [mm^2],

$S_0 = d_0^2\ \pi/4$ [mm^2].

Mjerenjem odnosa naprezanja i deformacije ispitnog uzorka pri vlačnom ispitivanju dobiva se konvencionalni dijagram rastezanja (Slika 2.2). Prvi dio dijagrama (od ishodišta do točke P) je pravac koji se može opisati Hookeovim zakonom [5]:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \,, \tag{2.1}$$

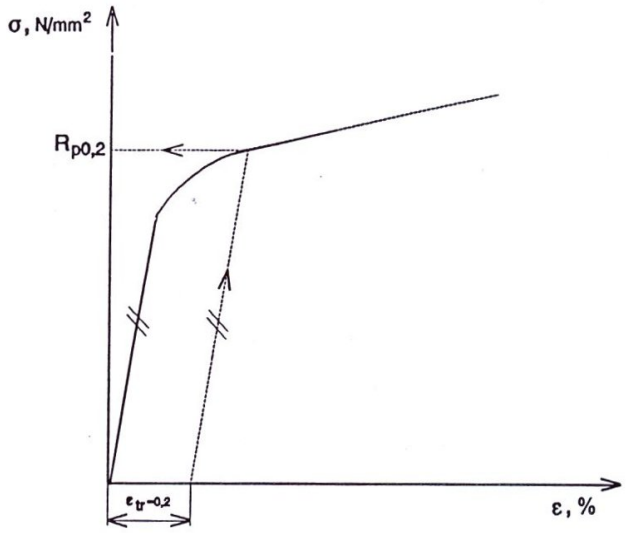
gdje E predstavlja modul elastičnosti, σ naprezanje, a ε istezanje. Svako naprezanje u području u kojem vrijedi Hookeov zakon izaziva samo elastičnu deformaciju. Nakon rasterećenja deformacija iščezava, a materijal se vraća u početno stanje. Takav odnos vrijedi do točke P, a ta vrijednost naprezanja u točki P se naziva granica proporcionalnosti. Nadalje, granica tečenja je na Slici 2.2 označena točkom T i predstavlja ono naprezanje kod kojeg se ispitni uzorak počinje produljivati bez povećanja naprezanja unutar materijala. Od točke B do točke C rasterećenjem u materijalu ostaju trajne plastične deformacije, a od točke C do točke M se pojavljuje očvršćivanje materijala, tj. povećanjem opterećenja rastu naprezanja i deformacije. Slučaj rasterećenja iz točke K događa se po pravcu koji je paralelan s Hookeovim pravcem. Točka M predstavlja naprezanje kod najveće sile i odgovara vlačnoj čvrstoći materijala. Vlačna čvrstoća je vrlo bitna vrijednost jer predstavlja osnovno mehaničko svojstvo na temelju kojeg se materijali ocjenjuju prema svojoj mehaničkoj otpornosti. Vrlo bitna činjenica je to da vlačna čvrstoća nije najveće naprezanje, već naprezanje pri najvećoj sili. U trenutku postizanja najveće sile površina poprečnog presjeka ispitnog uzorka se smanjuje pa stvarno naprezanje, unatoč smanjenju sile, raste. Naprezanje kod kojeg dolazi do konačnog loma ispitnog uzorka zove se lomno naprezanje, a na Slici 2.2 je označeno točkom L [5].



Slika 2.2. Konvencionalni dijagram rastezanja [5].

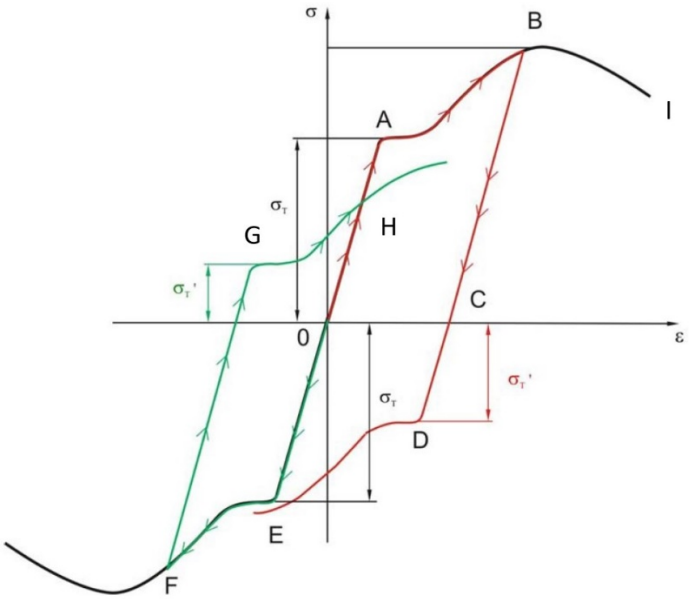
Nadalje, postoje materijali kod kojih granica tečenja nije izražena pa se uvodi pojam konvencionalne granice tečenja. To je ono naprezanje koje nakon rasterećenja epruvete izaziva trajnu (plastičnu) deformaciju od 0,2%, kao što je prikazano σ-ε dijagramom na Slici 2.3. Za

određivanje konvencionalne granice tečenja kod vlačnog ispitivanja je potreban ekstenziometar, koji se postavlja na ispitni uzorak [4].



Slika 2.3. Konvencionalna granica razvlačenja [4].

Kod vlačnog opterećenja materijal se deformira prema toku OAB, kao što je prikazano na Slici 2.4. Nakon rasterećenja naprezanje se linearno smanjuje do točke C. Ako se tada materijal optereti na tlak, dijagram se mijenja po toku CDE. U slučaju ponovnog rastezanja materijala u stanju C, tj. kad bi ispitni uzorak ponovno bio podvrgnut vlačnom opterećenju, deformiranjem bi iznos granice tečenja bio veći. Prema tome, deformiranjem dolazi do povećanja granice tečenja materijala u slučaju ponovnog opterećenja istog predznaka. U slučaju drugog ciklusa opterećenja sa suprotnim predznakom u odnosu na prvi ciklus, doći će do sniženja granice tečenja. Ta pojava se naziva Bauschingerov efekt, a prikazana je na Slici 2.4. Nadalje, ako se naprezanju u točki F promijeni predznak, materijal će se deformirati po toku dijagrama FGH, a zatim po krivulji HABI [5].



Slika 2.4. Bauschingerov efekt [5].

2.1.1 Youngov modul i Poissonov faktor

Youngov modul predstavlja mjeru krutosti materijala i jednak je omjeru vlačnog naprezanja i vlačne deformacije u linearno-elastičnom dijelu σ-ε dijagrama (Slika 2.2), koji se dobiva, kao što je prethodno spomenuto, statičkim vlačnim ispitivanjem. Također, Youngov modul se izračunava pomoću izraza:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{F}{S_0}}{\frac{\Delta L}{L_0}} = \frac{L_0 F}{S_0 \Delta L}, \tag{2.2}$$

gdje je S_0 početni poprečni presjek uzorka u mirovanju, a L_0 početnu duljinu uzorka, a F narinuta sila [6].

Nadalje, Poissonov faktor predstavlja omjer poprečnog suženja (ε_y) i uzdužnog produljenja (ε_x) ispitnog uzorka prilikom vlačnog ispitivanja, a može se zapisati kao [7]:

$$\upsilon = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}. \tag{2.3}$$

Kod većine materijala se vrijednost Poissonovog faktora kreće između 0 i 0,5. Za nestlačive materijale Poissonov faktor bi iznosio 0,5.

2.1.2 Ludwikov zakon

U ovom radu je korišten matematički model očvršćivanja materijala prilikom vlačnog opterećenja koji se naziva Ludwikov zakon. Ovaj zakon je opisan jednadžbom:

$$\sigma_{eq} = \sigma_0 + K(\bar{\varepsilon}_0^{pl})^n , \tag{2.4}$$

te prilikom opisivanja očvršćenja materijala u obzir uzima granicu tečenja σ_0. U izrazu (2.4) K predstavlja modul očvršćivanja, a n eksponent deformacijskog očvršćivanja, dok član $\bar{\varepsilon}_0^{pl}$ predstavlja plastičnu deformaciju. Za opisivanje idealno plastičnog tijela eksponent deformacijskog očvršćenja iznosi $n = 0$, a za idealno elastično tijelo $n = 1$ [8].

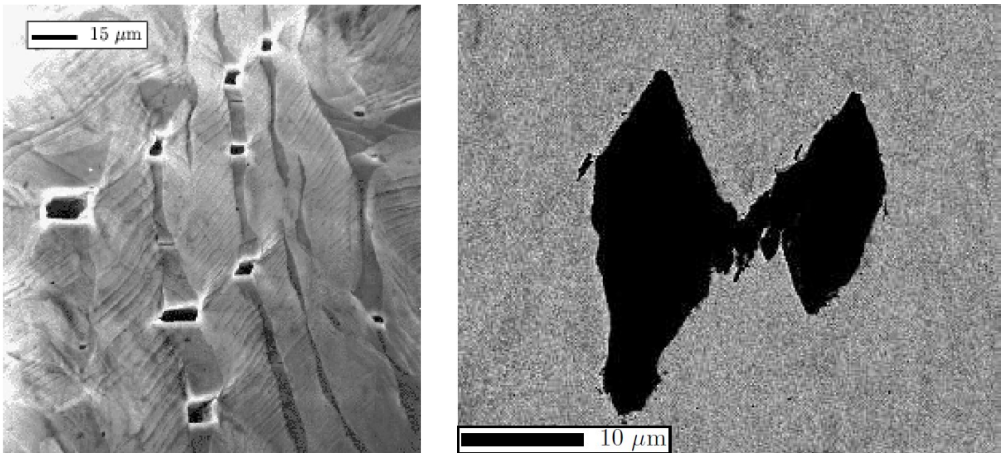
2.2 Duktilno oštećenje

Naprezanje kod kojega dolazi do potpunog loma ispitnog uzorka se naziva lomna čvrstoća. Vrijednost lomne čvrstoće se obično određuje vlačnim ispitivanjem. Kao što je prethodno opisano, uzorak se opterećuje sve do pojave loma [9]. Ovisno o materijalu postoje dvije vrste loma, a to su krhki i duktilan lom. Krhki lom nastupa bez razvijanja trajne plastične deformacije, dok se duktilni materijali znatno plastično deformiraju prije gubitka mehaničkog integriteta. Nadalje, duktilni lom jedan je od najvažnijih pojmova u inženjerstvu materijala. Također, kod duktilnog loma pukotina raste sporo te je praćena velikom plastičnom deformacijom [10]. Budući da duktilni lom uključuje visoki stupanj plastične deformacije, u vrhu pukotine će zbog plastične deformacije biti ublažena koncentracija naprezanja. S druge strane, kod krhkih materijala se plastična deformacija ne javlja pa je sva energija sadržana u vrhu pukotine. Nadalje, neki od glavnih razloga zbog kojih je kod konstruiranja poželjno izbjegavati krhke materijale su sljedeći:

- duktilni se materijali plastično deformiraju i samim time usporavaju proces loma, što omogućuje više vremena za otklanjanje problema,
- u slučaju pojave određenih grešaka kod konstruiranja, na vrijeme se mogu spriječiti ekonomski i ostali gubitci,
- za deformiranje duktilnih materijala potrebna je veća količina energije [11].

2.2.1 Inicijacija i razvoj duktilnog oštećenja

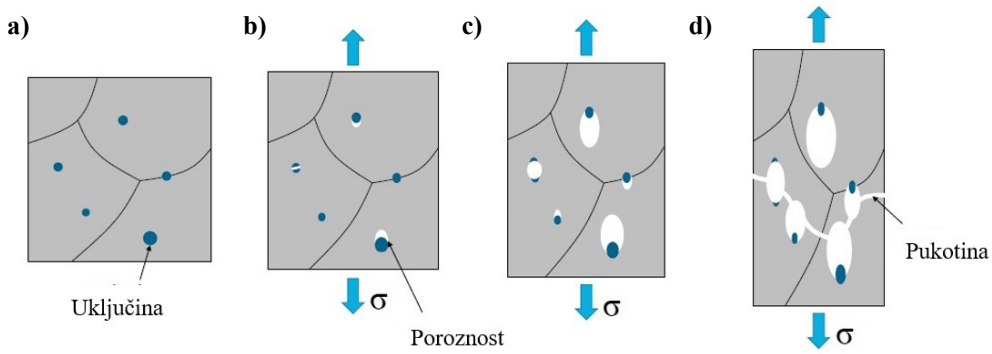
Zbog opterećenja koja djeluju na konstrukciju te grešaka ili određenih nepravilnosti u materijalu, unutar materijala dolazi do pojave naprezanja te se materijal deformira. Uslijed deformiranja kristalne rešetke materijala dolazi do pojave mikropukotina ili poroznosti (Slika 2.5 a)). Ako je materijal u kojem su nastale mikropukotine podvrgnut daljnjem opterećenju, mikropukotine rastu, a time se smanjuje unutarnji otpor materijala. Kad mikropukotine dosegnu određenu veličinu, one ulaze u međusobnu interakciju (Slika 2.5 b)), tj. dolazi do srastanja istih te iniciranja duktilnog oštećenja [1].



a) b)

Slika 2.5. a) Rast mikropukotina kod austenitno-feritnog čelika. b) Srastanje mikropukotina kod čelične cijevi [12].

Dakle, fenomen duktilnog oštećenja uključuje stvaranje poroznosti ili mikropukotina unutar metalne matrice nakon tri različita stadija prikazana na Slici 2.6. Vidljivo je kako povećanjem naprezanja materijal iz početnog stanja, prikazanog na Slici 2.6 a), prelazi u prvi stadij, koji se zove nukleacija (Slika 2.6 b)). Drugi naziv za taj stadij je inicijacija i to je najsloženija faza duktilnog oštećenja. Na ovom stadiju je i provedeno najviše istraživanja, a razlog je jednostavan - sprječavanjem ovog stadija ne dolazi do daljnjeg razvoja oštećenja [14, 15]. Nakon toga slijedi druga faza oštećenja koja se naziva rast ili propagacija mikropukotina (Slici 2.6 c)). Stadij propagacije je uglavnom najuočljiviji stadij duktilnog oštećenja. Kako se širenje mikropukotina nastavlja dolazi do međusobnog povezivanja istih, što predstavlja stadij srastanja mikropukotina (Slika 2.6 d)). Kod takvih pojava daljnje povećanje opterećenja dovodi do konačnog loma [1].



Slika 2.6. Stadiji duktilnog oštećenja: a) početno stanje, b) nukleacija, c) rast i d) spajanje poroznosti [1].

Vrlo bitan faktor kod određivanja rasta duktilnog oštećenja i predviđanja loma su parametri duktilnog oštećenja. Proveden je veliki broj eksperimenata u svrhu razumijevanja ponašanja mikropukotina unutar materijala, odnosno odziva materijala uslijed nastanka i razvoja duktilnog oštećenja [15, 16, 17]. Akumulacija oštećenja unutar materijala ovisi o velikom broju parametara, a neki od njih su kemijska svojstva, temperatura, brzina opterećenja itd. [18].

Također, bitno je napomenuti da duktilnost ovisi o temperaturi pa je tako većina čelika duktilna na sobnoj temperaturi. U slučaju sniženja temperature ispod određene granice materijali postaju krhki, odnosno lom nastupa bez značajne plastične deformacije. Stoga je bitno voditi računa o radnoj temperaturi prilikom konstruiranja kako bi se izbjegao krhki lom te razvile pouzdanije inženjerske konstrukcije [19].

2.2.2 Modeli duktilnog loma

Predviđanje količine oštećenja kod pojave nastanka, rasta i srastanja mikropukotina unutar materijala postiže se modelima duktilnog loma. Tijekom godina razvijeni su razni modeli duktilnog oštećenja. U prvu grupu spadaju mikro-mehanički modeli, koji nastoje prezentirati direktnu poveznicu između raznih faza rasta mikropukotina. Rice i Tracey su 1969. predstavili jedan takav model [20]. Gurson je 1977. izveo jednadžbe pojednostavljenog kontinuiranog poroznog materijala. [21]. Kasniju nadogradnju Gursonove metode su izveli Tvergaard i Needelman 1984 [22].

Drugi pristup je metoda kontinuuma mehanike oštećenja (CMD) kod koje se oštećenje kvantificira na temelju makroskopskih efekata. Kod ovih vrsta modela izrazi za opisivanje oštećenja proizlaze iz termodinamičkih zakona nepovratnih procesa. Kachanov je 1986. postavio temelje ovih modela, koje su proširili autori poput Lemaitrea i Desmorata 2005. te kasnije Bonora [23, 24, 25]. Ovi autori su razvili modele za duktilna oštećenja na temelju linearne i logaritamske akumulacije oštećenja.

Posljednji pristup je empirijski pristup koji se fokusira na predviđanju loma, umjesto proučavanja razvoja pukotine unutar materijala. Neke od bitnijih modela su razvili Johnson i Cook 1985. te Xue i Wierzbicki 2008. [15, 26].

2.3 Duktilni lom u programskom paketu *Abaqus*

Budući da je problem duktilnog loma u ovom radu analiziran programskim paketom *Abaqus*, ovo je poglavlje posvećeno teorijskoj pozadini inicijacije i rasta duktilnog oštećenja, kao i loma duktilnih metala u tom programskom paketu.

Abaqus podržava opći okvir za modeliranje loma materijala te ima mogućnost kombinacije više različitih mehanizama loma. Osim toga, predloženi programski paket podržava različite modele rasta oštećenja u duktilnim metalima i pruža kontrolu brisanja elemenata, koji zbog akumulacije oštećenja gube sposobnost prenošenja opterećenja. Lom materijala odnosi se na potpuni gubitak nosivosti koji proizlazi iz postupne degradacije krutosti. Isto tako, spomenuti programski paket nudi različite kriterije nastanka oštećenja, a svaki je povezan s različitim vrstama loma materijala. Za određeni materijal moguće je odrediti više kriterija inicijacije oštećenja i u tom slučaju svaki kriterij se analizira odvojeno. Nakon što se ispuni određeni kriterij inicijacije oštećenja, dolazi do postepene degradacije krutosti prema nekom od zakonu rasta oštećenja. U slučaju da zakon rasta oštećenja nije određen, neće doći do degradacije krutosti [27].

Nadalje, zakon rasta oštećenja opisuje degradaciju krutosti materijala nakon postizanja odgovarajućeg kriterija iniciranja oštećenja. Za oštećenja duktilnih metala *Abaqus* pretpostavlja da se degradacija krutosti, povezana sa svakim aktivnim mehanizmom loma, može opisati korištenjem skalarne varijable oštećenja:

$$d_i \in N_{\text{act}},$$

gdje N_{act} predstavlja skup aktivnih mehanizama. U bilo kojem trenutku tijekom analize tenzor naprezanja u materijalu dan je jednadžbom:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \tag{2.5}$$

gdje je D varijabla oštećenja, a $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ je tenzor naprezanja u trenutnom vremenskom inkrementu, odnosno to su naprezanja koja bi se pojavila u materijalu da nema oštećenja. Ako u određenom konačnom elementu varijabla oštećenja poprimi vrijednost 1, taj element se uklanja iz mreže. Kao što je prethodno spomenuto, moguće je istovremeno zadavanje više različitih kriterija oštećenja. U tom slučaju varijabla oštećenja D predstavlja kombinaciju (sumu) svih pojedinačnih varijabli oštećenja, koje su definirane za svaki pojedini kriterij . Također, bitno je napomenuti kako su modeli rasta oštećenja implementirani u programski paket *Abaqus* izrazito osjetljivi o veličini konačnih elemenata [27, 28].

2.3.1 Inicijacija oštećenja

Postoje dva glavna mehanizma koja mogu uzrokovati lom duktilnog metala: duktilni lom zbog nukleacije, rasta i srastanja poroznosti te lom smicanja uslijed lokalizacije posmične deformacije [27]. Na temelju fenomenoloških opažanja, ova dva mehanizma zahtijevaju različite kriterije nastanka oštećenja. Budući da je u ovom radu korišten kriterij iniciranja duktilnog oštećenja, u nastavku su ukratko opisani prethodno navedeni kriterij te mehanizam duktilnog loma.

Kriterij duktilnosti je fenomenološki model za predviđanje nastanka oštećenja zbog nukleacije, rasta te srastanja poroznosti ili mikropukotina. Ovaj model pretpostavlja da je ekvivalentna plastična deformacija u trenutku iniciranja oštećenja funkcija triaksijalnosti naprezanja i brzine deformacije:

$$\bar{\varepsilon}_{\text{D}}^{pl}(\eta, \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}), \tag{2.6}$$

gdje je η triaksijalnost naprezanja, dok je $\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}$ brzina plastične deformacije. Nadalje, oštećenje je inicirano kada je ispunjen sljedeći uvjet:

$$\omega_{\text{D}} = \int \frac{\mathrm{d}\bar{\varepsilon}^{pl}}{\bar{\varepsilon}_{\text{D}}^{pl}(\eta, \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl})} = 1, \tag{2.7}$$

gdje je ω_D varijabla stanja koja monotono raste s akumulacijom plastične deformacije [29]. Za svaki vremenski porast (inkrement) ω_D se tijekom analize računa kao:

$$\Delta\omega_D = \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\bar{\varepsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl})} \geq 0 . \tag{2.8}$$

2.3.1.1 Triaksijalnost naprezanja

Triaksijalnost naprezanja znatno utječe na pojavu iniciranja oštećenja [30, 31], a određuje se pomoću izraza:

$$\eta = -\frac{p}{q}, \tag{2.9}$$

gdje je p hidrostatski tlak, a q Von Misesovo naprezanje, koji se određuju kao:

$$p = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}, \tag{2.10}$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]}, \tag{2.11}$$

gdje su σ_1, σ_2 i σ_3 glavna naprezanja [32]. U slučaju jednoosnog vlačnog opterećenja tenzor naprezanja iznosi:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{2.12}$$

stoga uvrštavanjem (2.12) u (2.10) i (2.11) slijedi :

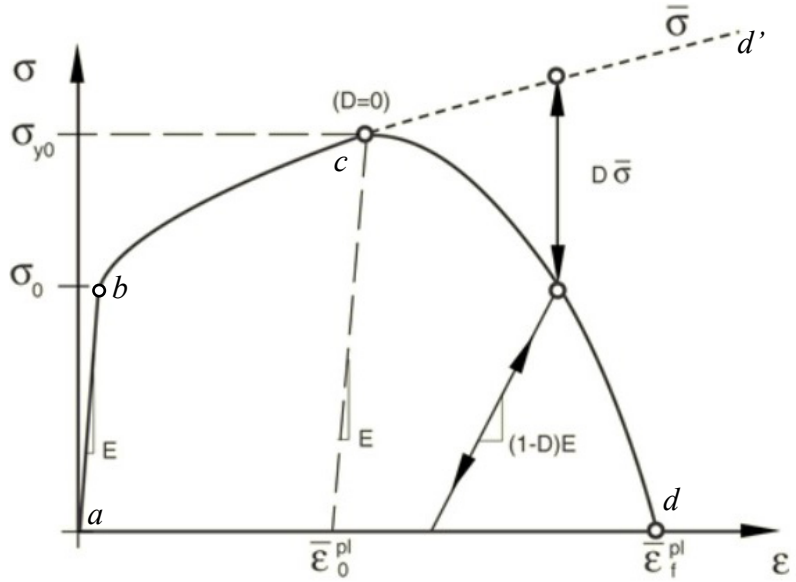
$$\eta = -\frac{-\frac{\sigma_1}{3}}{\sigma_1} = \frac{1}{3}. \tag{2.13}$$

Vrijednost dobivena u izrazu (2.13) se mijenja u slučaju akumulacije plastične deformacije u sva tri smjera koordinatnih osi. Dakle, slijedi zaključak da će se tijekom statičkog vlačnog ispitivanja najveće vrijednosti triaksijalnosti javiti u kritičnom području ispitnog uzorka u kojem se razvijaju i najveće plastične deformacije [32].

2.3.2 Propagacija oštećenja

Na Slici 2.7 je krivuljom naprezanje-deformacija prikazano ponašanje duktilnog materijala prilikom iniciranja i rasta duktilnog oštećenja. Također, na Slici 2.7 puna linija

predstavlja odziv materijala u slučaju nastanka i rasta oštećenja, dok crtkana linija predstavlja odziv u slučaju kad ne postoji oštećenje. Kod elastoplastičnih materijala sa izotropnim očvršćenjem iniciranje i rast duktilnog oštećenja izazivaju postepenu degradaciju krutosti. Točka *c* na krivulji predstavlja iniciranje oštećenja, dok je σ_{y0} vlačna čvrstoća, a $\bar{\varepsilon}_0^{pl}$ plastična deformacija kod koje dolazi do iniciranja oštećenja. Nakon točke *c* slijedi omekšanje, tj. dolazi do degradacije krutosti sve do loma označenog točkom *d* ($\bar{\varepsilon}_f^{pl}$ je plastična deformacija kod koje nastupa lom). Krivulja *c-d* ovisi o parametrima duktilnog oštećenja (triaksijalnost naprezanja, plastična deformacija, brzina deformacije). Također, *c-d'* označava odziv materijala kod kojeg ne dolazi do iniciranja i propagacije oštećenja [27].



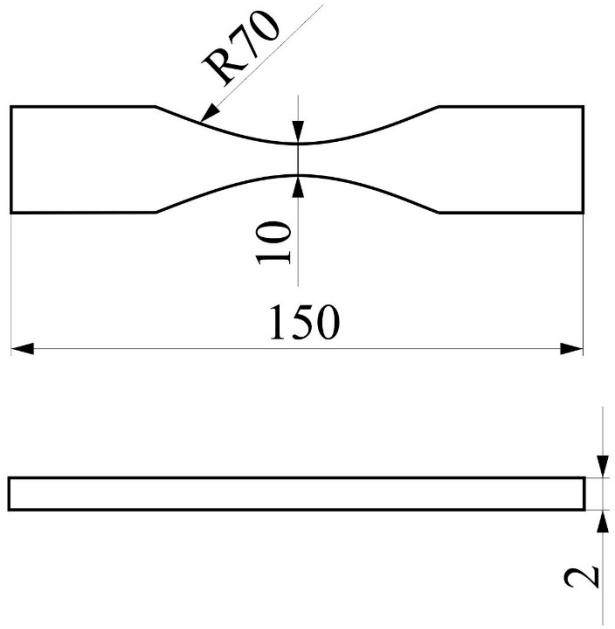
Slika 2.7. Shematski prikaz krivulje naprezanje-deformacija kod iniciranja i rasta oštećenja [27].

3 Priprema numeričkog modela

U ovom poglavlju opisana je provedena eksperimentalna kampanja [3]. Također, prikazana su polja deformacija izračunata primjenom globalnog DIC pristupa te globalni odziv materijala. Na kraju je predstavljena priprema numeričkog modela.

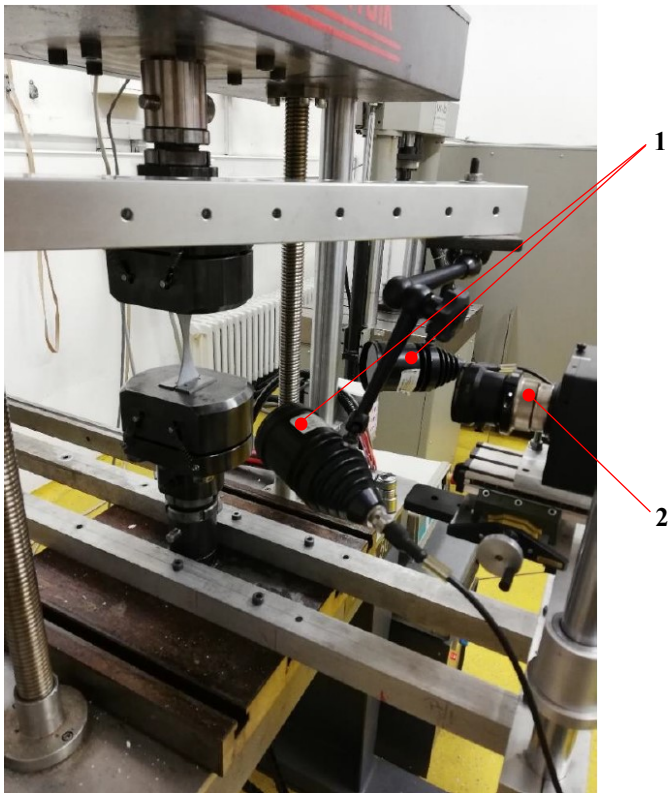
3.1 Provedba jednoosnog ispitivanja HARDOX 450 čelika visoke čvrstoće

Identifikacija elastoplastičnih parametara materijala HARDOX 450 provedena je nad statičkim vlačnim ispitivanjem tzv. *dogbone* ispitnog uzorka. Dimenzije ispitnog uzroka u milimetrima su prikazane na Slici 3.1. Ispitivanja su provedena na kvazistatičkoj elektromehaničkoj kidalici Beta 50-5, proizvođača *Messphysik* [3].



Slika 3.1. Dimenzije *dogbone* ispinog uzorka u milimetrima.

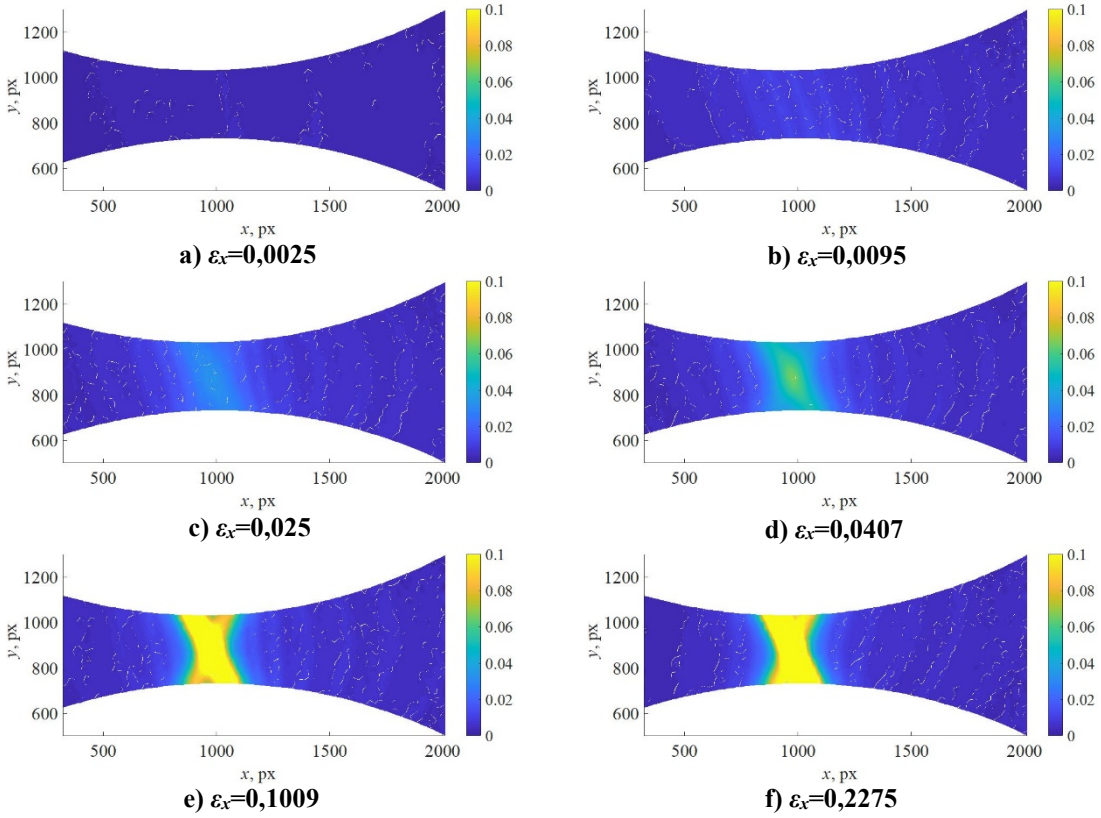
Optički eksperimentalni postav prikazan je na Slika 3.2 te je vidljivo kako se sastoji od digitalne kamere *Dalsa Falcon* 4M60 rezolucije 2358×1728 piksela (označeno brojem 2) i dva izvora svjetlosti (označeno brojem 1). Tijekom vlačnog ispitivanja, digitalne slike zabilježene su svake sekunde. Također, u neopterećenom stanju je zabilježeno 10 slika, čijom je analizom utvrđena standardna rezolucija pomaka i deformacija [3].



Slika 3.2. Optički eksperimentalni postav [3].

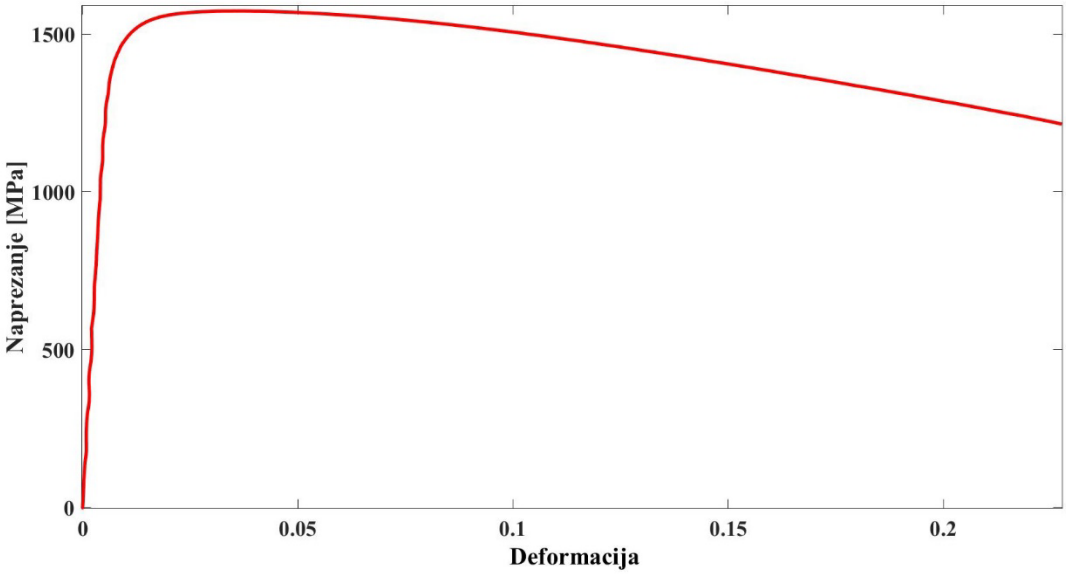
3.2 Mjerenje polja pomaka

Polja pomaka izmjerena su primjenom globalnog DIC algoritma *Correli* 3.0. [33]. Iz izmjerenog polja pomaka izračunata su polja deformacija. Na Slici 3.3 prikazana je raspodjela deformacija ε_x za šest različitih stadija opterećenja. Na Slici 3.3 a) je prikazan uzorak u elastičnom području te je vidljiva jednolika raspodjela elastičnih deformacija po cijeloj površini ispitnog uzorka. Slika 3.3 b) prikazuje uzorak u plastičnom području te je moguće uočiti nejednoliku raspodjelu plastične deformacije po dužini uzorka. Slika 3.3 c) prikazuje uzorak u području prije pojave pada naprezanja te je vidljiva koncentracija deformacija na mjestu gdje je očekivan razvoj oštećenja. Slika 3.3 d) prikazuje raspodjelu deformacija nakon pojave oštećenja te se jasno može primijetiti mjesto koncentracije plastičnih deformacija u sredini ispitnog uzorka. Nadalje, na Slici 3.3 e) je vidljiv značajan rast deformacija. Na kraju, Slika 3.3 f) prikazuje deformacije u posljednjem trenutku prije loma. Prema Slici 3.3 f) je vidljivo kako su plastične deformacije raspodijeljene pod kutom od 45° u odnosu na smjer opterećenja, što ukazuje na činjenicu da je do loma došlo zbog tangencijalnih naprezanja [3].



Slika 3.3. Raspodjela deformacija po mjernom području za vremenski trenutak: a) t=71 s, b) t=176 s, c)t=211 s, d) t=232 s, e) t=292 s, f) t=362 s [3].

Na Slici 3.4 prikazan je odziv materijala određen na temelju eksperimentalno dobivenih podataka [3]. Inženjersko naprezanje izračunato je normalizacijom sile sa početnom površinom poprečnog presjeka na najtanjem djelu ligamenta ispitnog uzorka. Na Slici 3.4 se može vidjeti početno linearno-elastično ponašanje materijala. Također, može se uočiti kako prijelaz iz elastičnog u plastično područje nije izražen. Nakon postizanja vrijednosti naprezanja jednakog granici tečenja materijala od 1118 MPa, slijedi očvršćenje materijala. Trend očvršćenja nastavlja se sve do postizanja vlačne čvrstoće, tj. do iniciranja oštećenja. Očitana vrijednost vlačne čvrstoće iznosi 1573 MPa. Daljnjim opterećivanjem dolazi do pada narinute sile, a time i inženjerskog naprezanja, uslijed razvoja oštećenja materijala. U trenutku prije loma ispitnog uzorka postignuta je vrijednost deformacije od 22,8%.

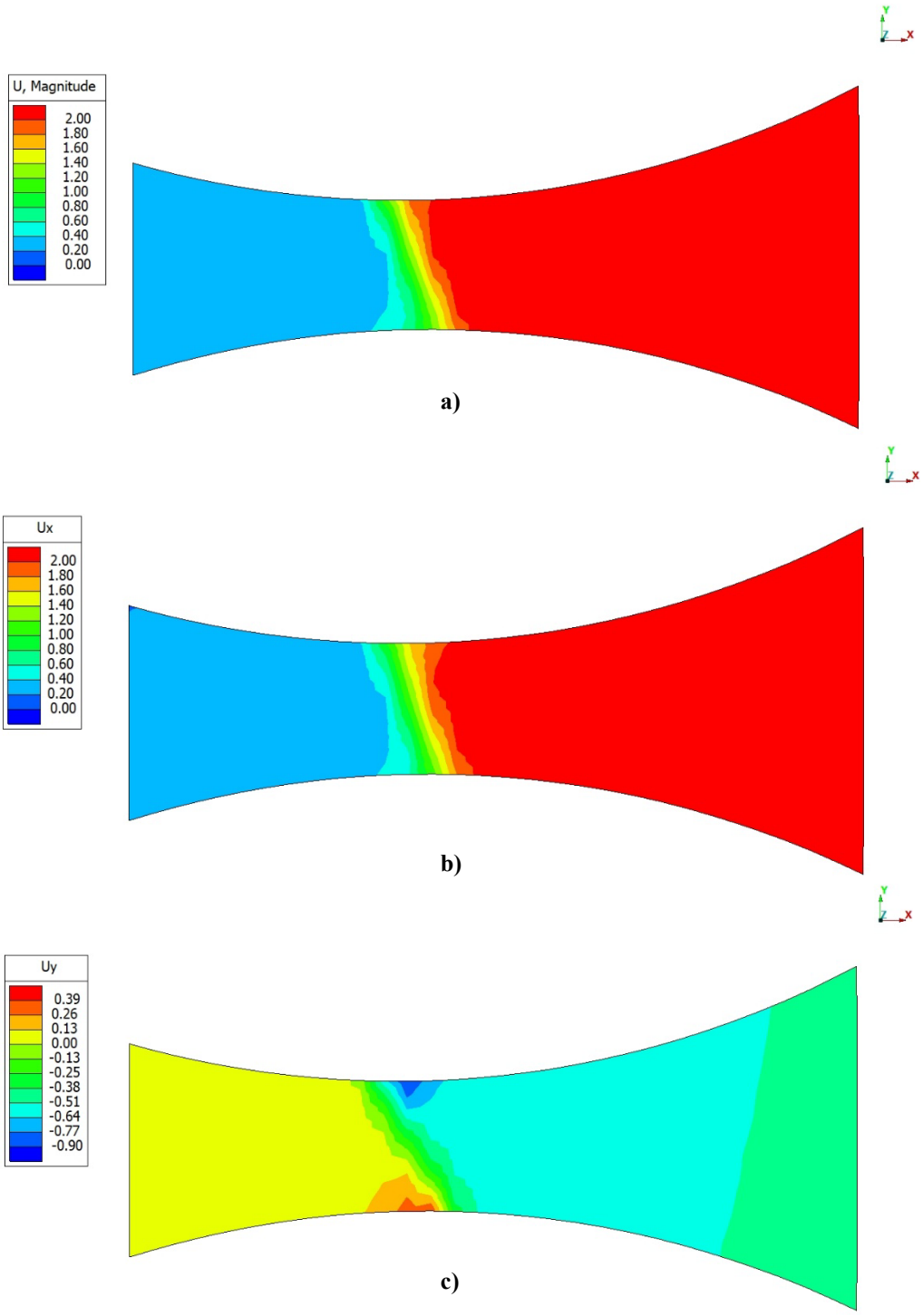


Slika 3.4. Eksperimentalno dobiven dijagram naprezanje-deformacija [3].

3.3 Propisivanje eksperimentalno dobivenih rubnih uvjeta

Numerički model korišten pri identifikaciji parametara materijala odgovara stvarnoj geometriji ispitnog uzorka. Izmjereni čvorni pomaci na opterećenim rubovima mreže konačnih elemenata zadani su kao rubni uvjeti u numeričkim simulacijama.

Na Slici 3.5 je prikazana raspodjela pomaka duž cijelog numeričkog modela uslijed vlačnog opterećenja. Usporedbom Slika 3.5 a), b) i c) vidljivo je kako najveći doprinos ukupnom pomaku (Slika 3.5 a)) daje pomak u smjeru osi *x*, što je i očekivano s obzirom da je ispitni uzorak opterećen vlačno. Pomaci u smjeru osi *y* su zanemarivi u odnosu na pomake u smjeru osi *x*. Međutim, kako bi se pouzdano opisalo stvarno opterećenje na ispitnom uzorku, pomaci u smjeru osi *y* su, također, propisani kao rubni uvjet pomaka u provedenim simulacijama.



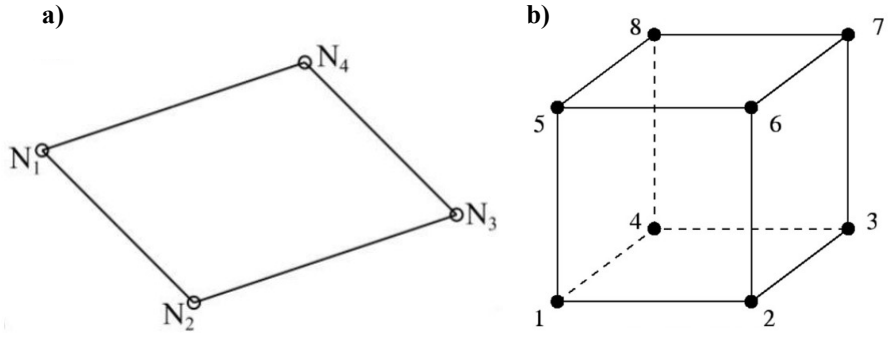
Slika 3.5. Raspodjela pomaka za vlačno opterećenje numeričkog modela: a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi *x*, c) pomak u smjeru osi *y*. Vrijednosti pomaka izražene su u milimetrima.

4 Ispitivanje osjetljivosti mreže konačnih elemenata

U ovom poglavlju provedeno je ispitivanje osjetljivosti mreža konačnih elemenata različitih veličina. Budući da je zakon iniciranja te rasta duktilnog oštećenja implementiran u programski paket *Abaqus* osjetljiv na veličinu konačnih elemenata, ispitivanje je provedeno za elastoplastično ponašanje materijala. Također, potrebno je provjeriti učinkovitost konačnih elemenata koji će se koristiti u numeričkoj analizi odziva ispitnog uzorka u slučaju iniciranja i rasta duktilnog oštećenja. Osjetljivost veličine elemenata provedena je usporedbom rješenja dobivenih za različite prosječne veličine konačnih elemenata. Nadalje, provedena je usporedba rješenja dobivena 2D i 3D analizom. Za svaku provedenu analizu određena je suma reaktivnih čvornih sila. U slučaju elastoplastične analize, numerički izračunate sume reaktivnih sila su međusobno uspoređene te je odabrana veličina konačnog elementa za daljnje analize. Sve analize su provedene u programskom paketu *Abaqus/Standard,* koji koristi implicitnu integracijsku shemu. Cilj analiza u ovom poglavlju je potvrditi prikladnost konačnih elemenata za opisivanje problema numeričkom simulacijom.

4.1 Opis korištenih konačnih elemenata

Za provedbu numeričkih simulacija korišteni su 2D elementi CPS4R i 3D elementi C3D8R. CPS4 membranski elementi (Slika 4.1 a)) se koriste samo u slučaju ravninskog stanja naprezanja, a sastoje se od četiri čvora s po dva stupnja slobode gibanja (translacija u smjeru osi *x* i *y*) [34]. Nadalje, heksaedarski elementi prvog reda C3D8 (Slika 4.1 b)) sastoje se od 8 čvorova u vrhovima konačnog elementa, dok svaki čvor sadrži 3 stupnja slobode gibanja (translacija u smjeru osi *x, y* i *z*). Ovi elementi opisuju kvadratnu raspodjelu pomaka, odnosno linearno raspodjelu naprezanja i deformacija [34].



Slika 4.1. a) CPS4 element korišten za 2D analizu [34] i b) C3D8 element korišten za 3D analizu [35].

Prilikom odabira konačnog elementa u programskom paketu *Abaqus* moguće je odabrati tip integracije. Korištenje potpune integracije u slučaju diskretizacije 3D konačnim elementima može dovesti do neželjenih pojava poput *shear* i *volumetric locking*-a, zbog početne pretpostavke o nezavisnosti pomaka i zakreta elemenata [36]. Stoga se za izbjegavanje takvih efekata koriste elementi s reduciranom integracijom, čime se smanjuje i vrijeme trajanja numeričke analize. U ovom radu je korištena reducirana integracija.

4.2 Parametri materijala i broj čvorova

U Tablicama 1 i 2. sadržani su elastoplastični parametri materijala, dok je u Tablici 3 naveden broj stupnjeva ovisno o veličini elementa za 2D i 3D analizu.

Tablica 1. Materijalni parametri za linearno-elastično ponašanje prema izrazu (2.1)

E (GPa)	υ (-)
220	0,3

Tablica 2. Materijalni parametri za Ludwikov model prema izrazu (2.4)

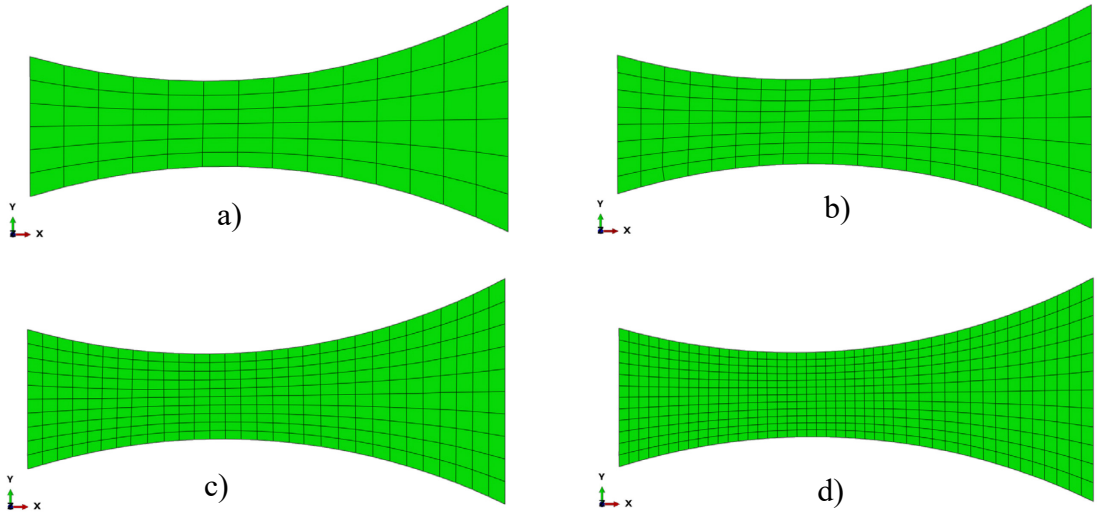
σ_0 (MPa)	K (MPa)	n (-)
1118	744	0,136

Tablica 3. Broj stupnjeva slobode za svaku pojedinu prosječnu veličinu elementa u 2D i 3D analizi

	4 mm	3 mm	1,75 mm	1 mm
2D	210	378	682	1.170
3D	1.575	2.835	5.115	8.775

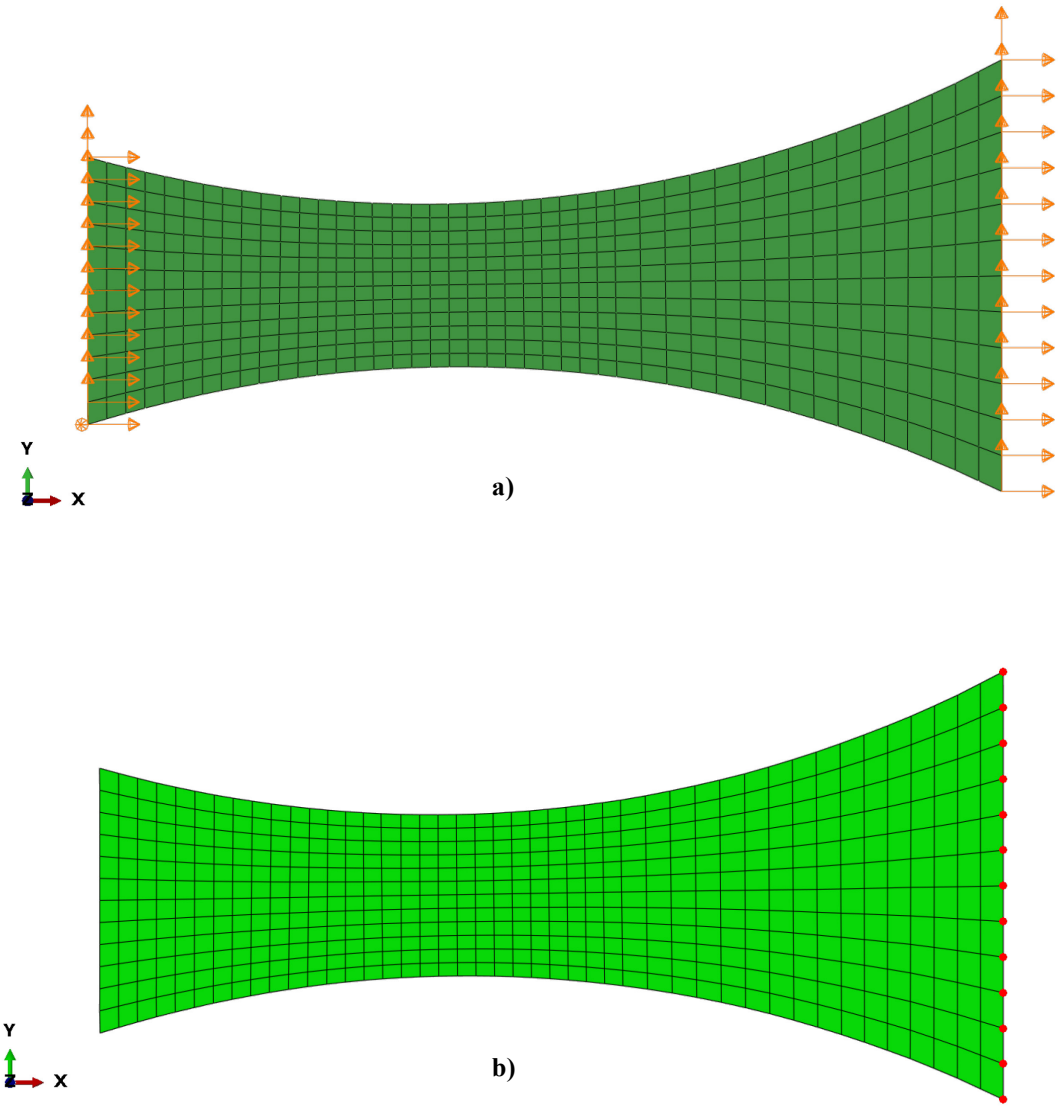
4.3 2D analiza

Slika 4.2 prikazuje mreže konačnih elemenata korištene kod analize osjetljivosti. Prosječne veličine konačnih elemenata iznose 4 mm, 3 mm, 1, 75 mm te 1 mm (Slika 4.2 a)-d)).



Slika 4.2. 2D numerički model za prosječnu veličinu elemenata od: a) 4 mm, b) 3 mm, c) 1,75 mm i d) 1 mm.

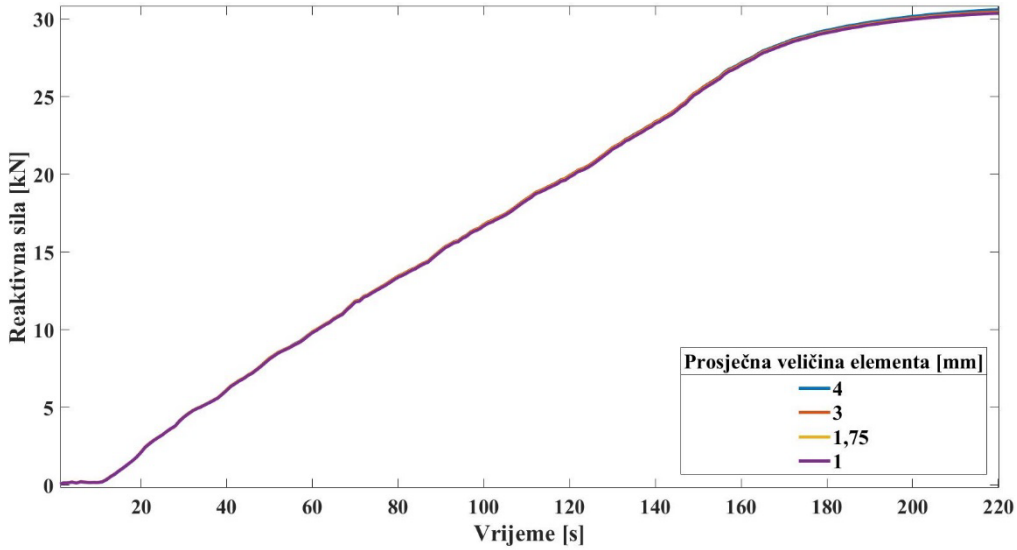
Na Slici 4.3 a) je prikazan numerički model prosječne veličine elemenata 1 mm te su vidljivi rubni uvjeti pomaka propisani na modelu. Kao što je prethodno navedeno, propisani rubni uvjeti pomaka su izmjereni eksperimentalnim ispitivanjem. Nadalje, na Slici 4.3 b) su na desnoj strani modela označeni čvorovi u kojima su očitane vrijednosti reakcijskih sila. Sumiranjem tih vrijednosti određena je ukupna reakcijska sila, a na analogan način su na istom rubu modela izračunate sume reaktivnih sile za sve ostale mreže.



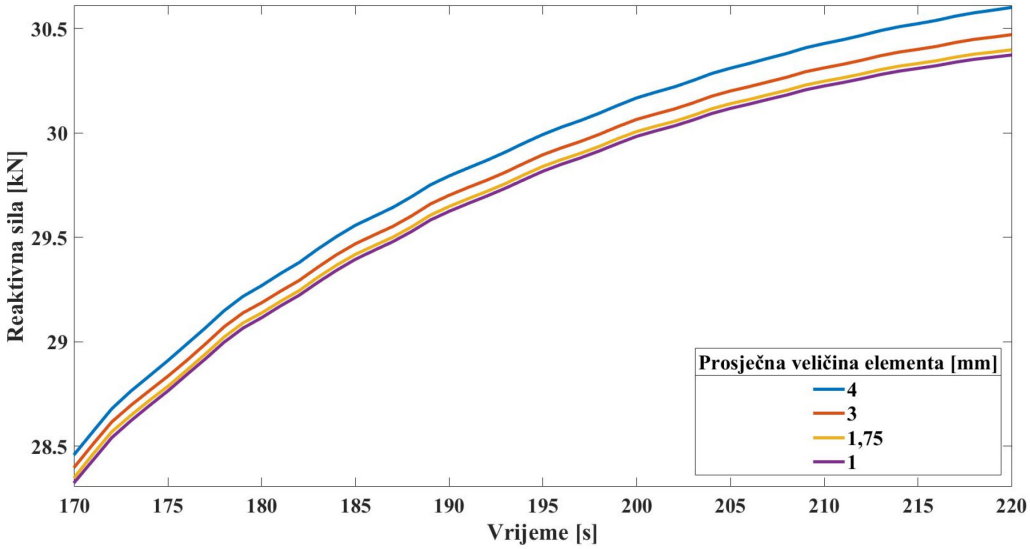
Slika 4.3. Proračunski model sa istaknutim: a) rubnim uvjetima i b) čvorovima za izračun sume reakcijskih sila.

Analiza osjetljivosti CPS4R elemenata provedena je usporedbom rješenja dobivenih za različite veličine mreža konačnih elemenata prikazanih na Slici 4.2. Slika 4.4 prikazuje dobivene sume reaktivnih sila kroz vrijeme. Dijagram je dobiven elastoplastičnom analizom koja je provedena do postizanja maksimalne vrijednosti sume reaktivnih sila (220. sekunda). Budući da je na Slici 4.4 razlika između krivulja dobivenih numeričkom simulacijom neprimjetna, na Slici 4.5 je prikazan uvećani dijagram od 170. do 220. sekunde. Također, na Slici 4.5 je vidljivo kako razlika u rezultatima raste približavanjem maksimalnoj vrijednosti. Nadalje, može se vidjeti da je razlika između rezultata dobivenih sa mrežama čija je prosječna veličina elemenata 4 mm i 3 mm znatno veća od razlike između mreža sa veličinama 3 mm i 1,75 mm. Nadalje, vidljivo je kako je razlika između rezultata dobivenih mrežama prosječnih veličina 1,75 mm i 1 mm gotovo zanemariva. Zbog mogućnosti postizanja gotovo identičnih

rezultata sa posljednje dvije spomenute mreže, za daljnju analizu je odabrana mreža sa prosječnom veličinom elemenata 1,75 mm. Odabrana mreža daje prihvatljive rezultate uz manji broj konačnih elemenata, a samim time i kraćim trajanjem simulacije u odnosu na najgušću mrežu.



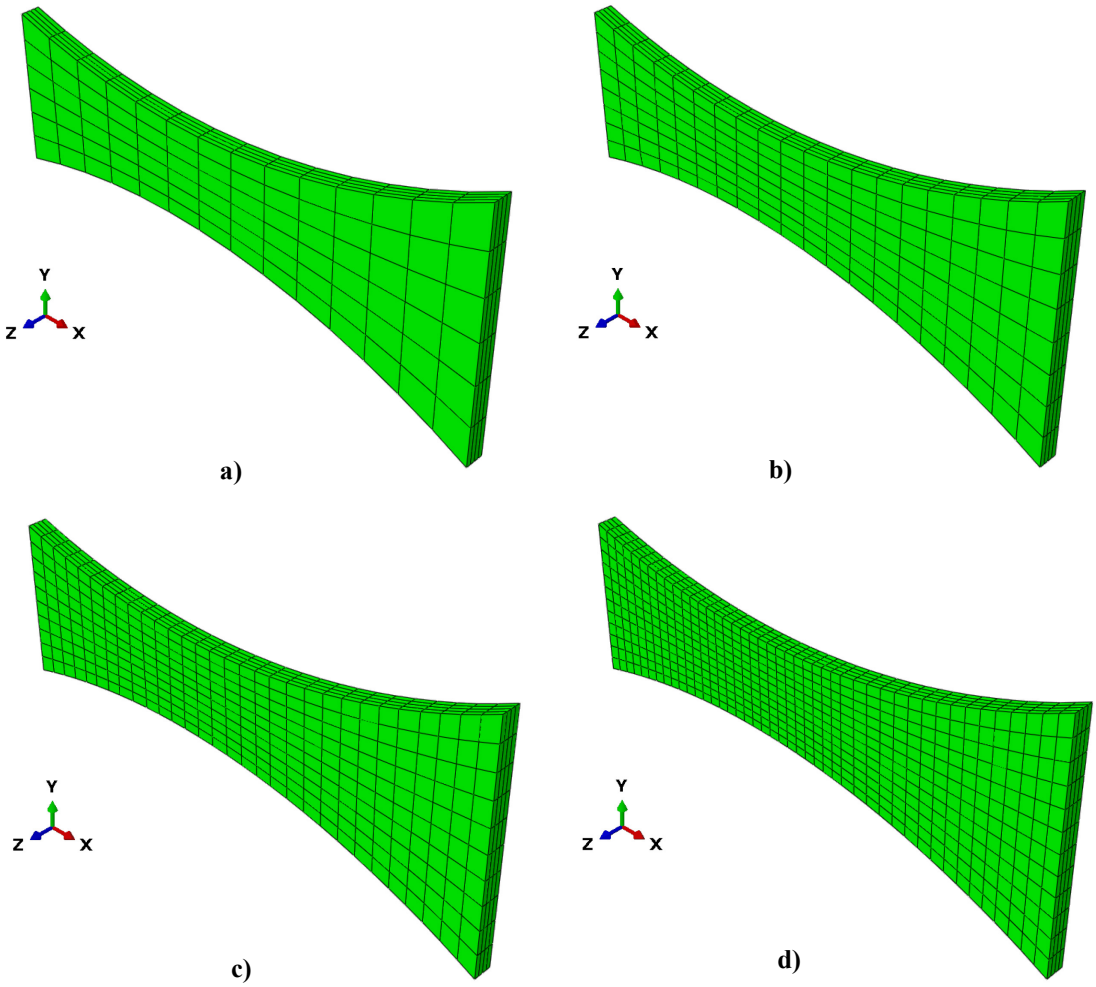
Slika 4.4. Usporedba sume reaktivnih sila za različite prosječne veličine konačnih elemenata.



Slika 4.5. Uvećani prikaz usporedbe sume reaktivnih sila od 170 s do 220 s za različite prosječne veličine elemenata.

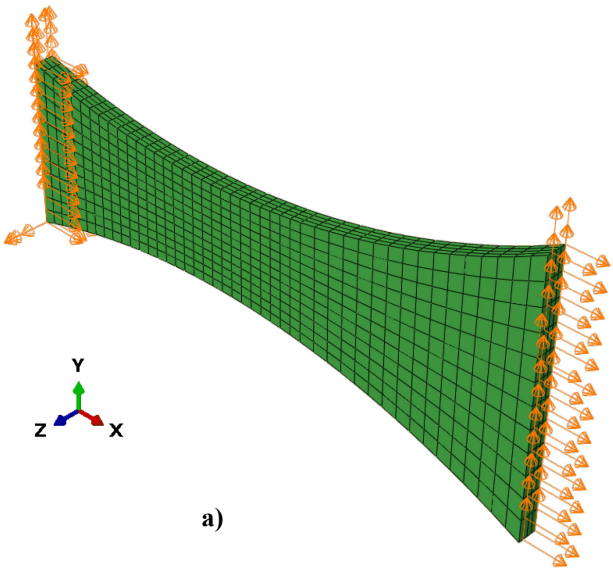
4.4 3D analiza

Slika 4.6 prikazuje mreže 3D konačnih elemenata različitih veličina korištene kod analize osjetljivosti. Prosječne veličine konačnih elemenata iznose 4 mm, 3 mm, 1, 75 mm te 1 mm (Slika 4.6 a-d)).

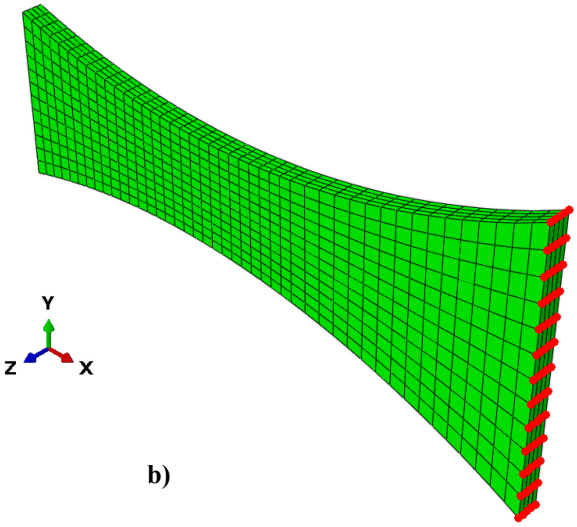


Slika 4.6. 3D numerički model za prosječnu veličinu elemenata od: a) 4 mm, b) 3 mm, c) 1,75 mm i d) 1mm.

Na Slici 4.7 je prikazan numerički model prosječne veličine elemenata 1 mm. Također, na Slici 4.7 a) su vidljivi rubni uvjeti koji su propisani na modelu i oni predstavljaju opterećenje ispitnog uzorka. Rubni uvjeti su izmjereni eksperimentalnim ispitivanjem te su u ovoj analizi propisani po cijeloj debljini modela. Nadalje, na Slici 4.7 b) su na desnoj strani modela označeni čvorovi u kojima su očitane vrijednosti reakcijskih sila. Sumiranjem tih vrijednosti u označenim čvorovima određena je ukupna reakcijska sila. Na analogan način su na istom rubu modela izračunate ukupne reakcijske sile za sve ostale mreže (Slika 4.6).



a)

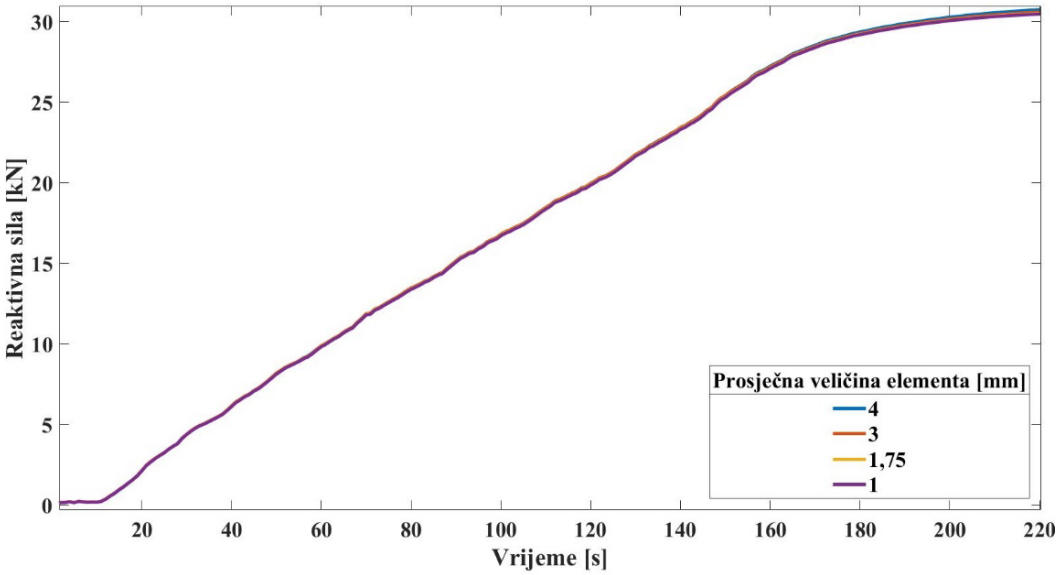


b)

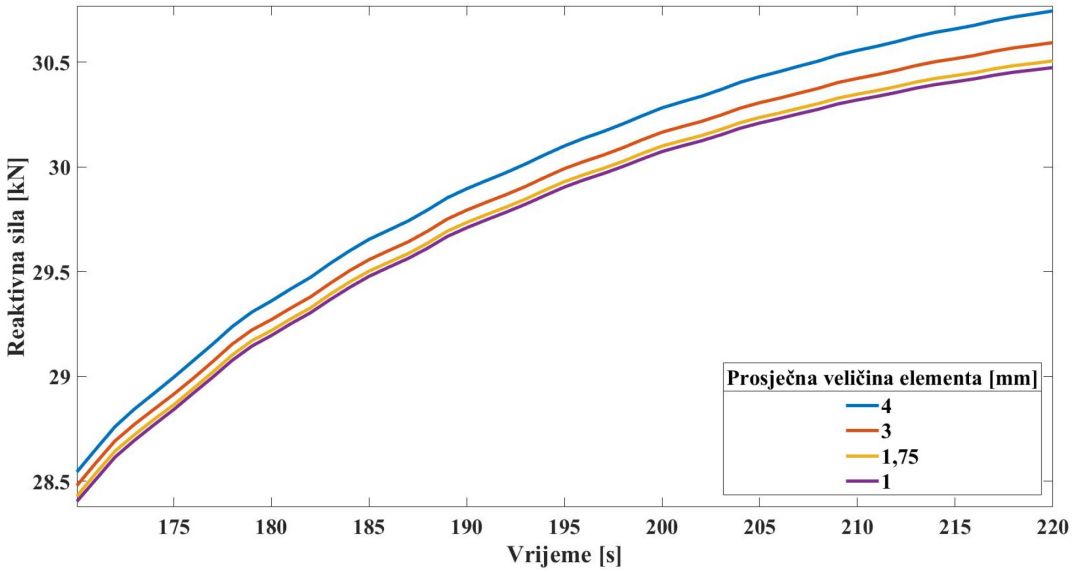
Slika 4.7. Proračunski model sa istaknutim: a) rubnim uvjetima i b) čvorovima za izračun sume reakcijskih sila.

Analiza osjetljivosti C3P8R elemenata je provedena usporedbom rješenja dobivenih za različite veličine mreža konačnih elemenata. Slika 4.8 prikazuje izračunate sume reaktivnih sila kroz vrijeme. Dijagram je dobiven elastoplastičnom analizom koja je provedena do postizanja maksimalne vrijednosti sume reaktivnih sila (220. sekunda). Budući da je na Slici 4.8 razlika između krivulja dobivenih numeričkom simulacijom neprimjetna, na Slici 4.9 je prikazan uvećani dijagram od 170. do 220. sekunde. Također, na toj je slici vidljivo kako je razlika između analiza sa mrežama čija je prosječna veličina elemenata 4 mm i 3mm znatno veća od razlike između mreža sa veličinama 3 mm i 1,75 mm. Nadalje, vidljivo je kako je razlika između rezultata dobivenih mrežama prosječnih veličina 1,75 mm i 1 mm gotovo zanemariva. Zbog

mogućnosti postizanja gotovo identičnih rezultata sa posljednje dvije spomenute mreže, za daljnju analizu je odabrana mreža sa prosječnom veličinom elemenata 1,75 mm. Odabrana mreža daje prihvatljive rezultate uz manji broj konačnih elemenata, a samim time i kraćim trajanjem simulacije u odnosu na najgušću mrežu.



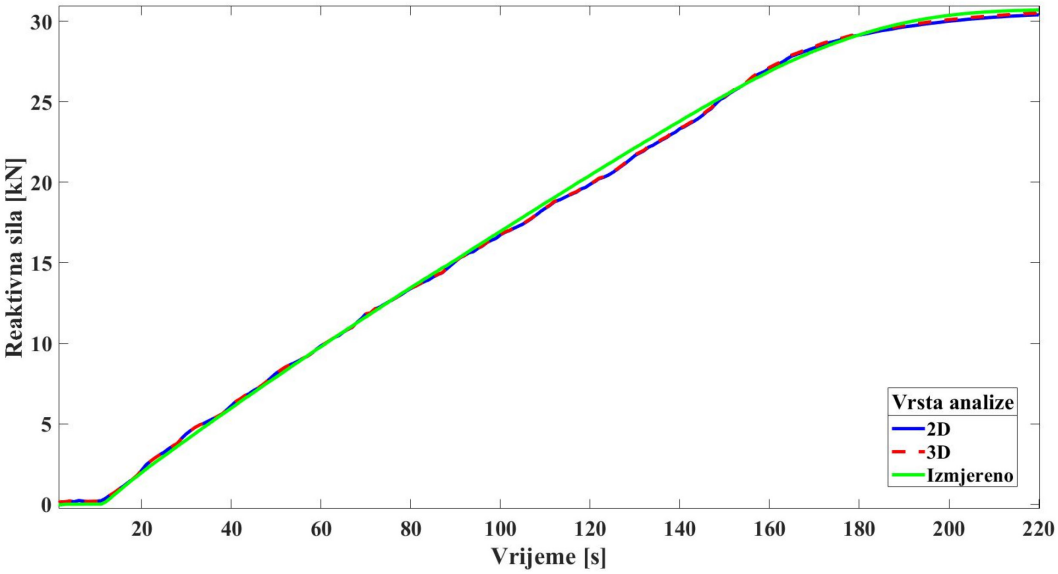
Slika 4.8. Usporedba sume reaktivnih sila za različite veličine elemenata.



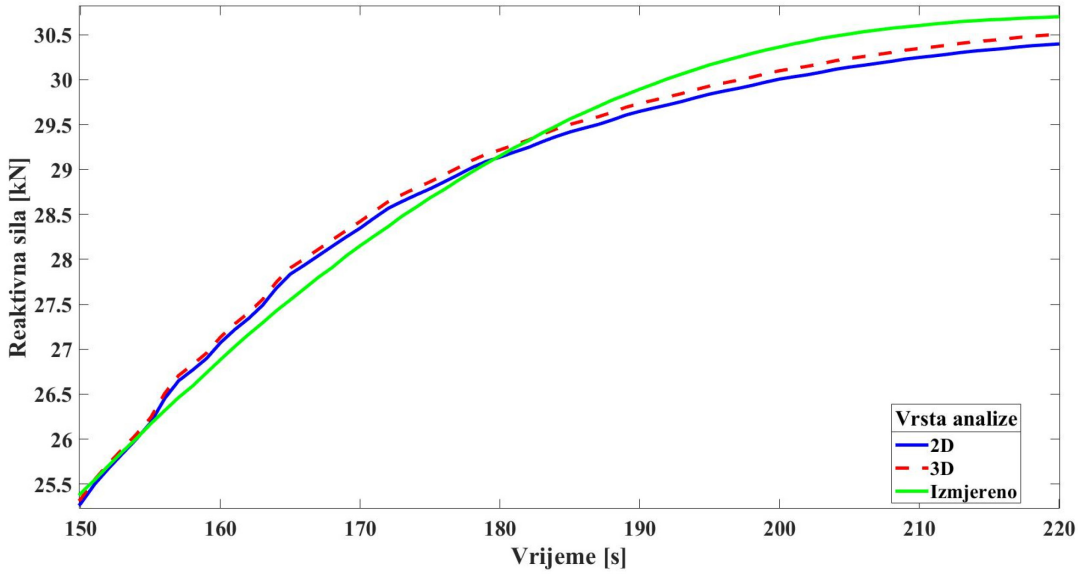
Slika 4.9. Uvećani prikaz usporedbe sume reaktivnih sila od 170. do 220. sekunde za različite veličine elemenata.

4.5 Verifikacija konačnih elemenata i usporedba 3D i 2D analize

Slika 4.10 prikazuje usporedbu između sume reaktivnih sila za odabranu 2D te 3D mrežu (prosječna veličina KE 1,75 mm) i eksperimentalno izmjerene sile. Nadalje, Slikom 4.11 rezultati su prikazani od 150 do 220. vremenskog trenutka te je vidljivo kako su 3D i 2D analizom dobiveni gotovo identični rezultati uz neznatne promjene do kojih dolazi približavanjem maksimalnoj vrijednosti. Osim toga, vidi se određeno odstupanje numeričkih rezultata u odnosu na izmjerene vrijednosti, koje su i očekivane s obzirom na to da ne možemo u potpunosti simulirati sve stvarne uvjete vlačnog ispitivanja. Spomenuta odstupanja su zanemariva te je zaključeno kako je odabrana mreža konačnih elemenata prihvatljiva i bit će korištena za daljnju analizu.

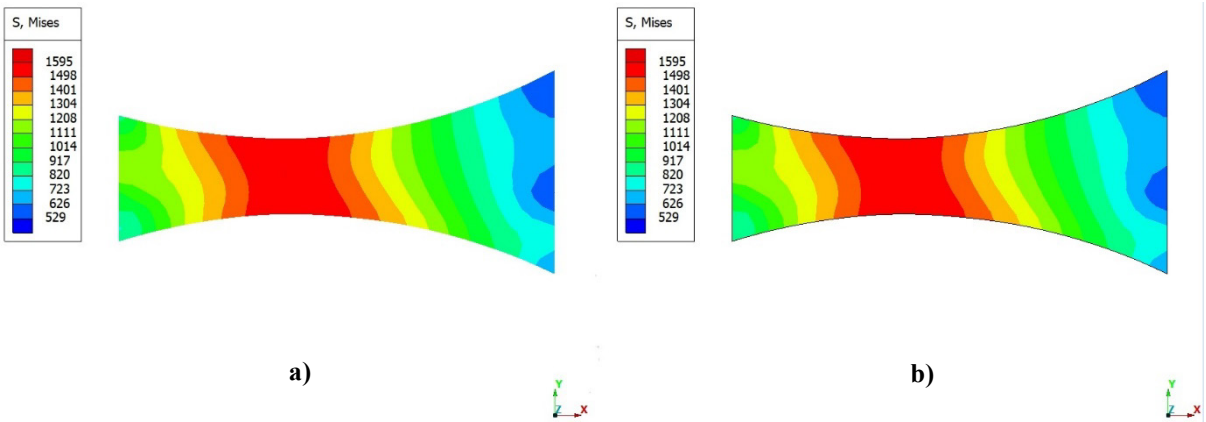


Slika 4.10. Usporedba suma reaktivnih sila dobivenih 2D i 3D analizom te eksperimentalno izmjerene reaktivne sile.



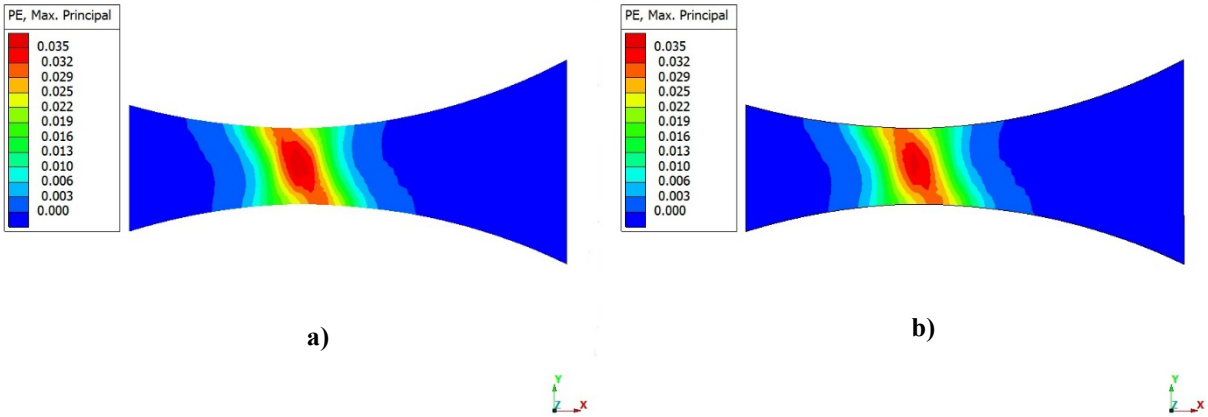
Slika 4.11. Uvećana usporedba suma reaktivnih sila dobivenih 2D i 3D analizom te eksperimentalno izmjerene reaktivne sile (od 150. do 220. sekunde).

Na Slici 4.12 je prikazana raspodjela naprezanja prema Von Misesu po cijeloj dužini uzorka. Na Slici 4.12 a) je prikazana raspodjela za 2D analizu, a na Slici 4.12 b) za 3D analizu. Raspodjela naprezanja je gotovo identična za obje analize. Također, vidljivo je kako su vrijednosti naprezanja najveće na najsuženijem dijelu, dok se udaljavanjem od kritičnog područja vrijednosti naprezanja postepeno smanjuju.



Slika 4.12. Raspodjela naprezanja za: a) 2D analizu i b) 3D analizu. Vrijednosti naprezanja izražene su MPa.

Na Slici 4.13 je prikazana raspodjela plastičnih deformacija po cijeloj dužini uzorka. Slika 4.13 a) prikazuje raspodjelu dobivenu 2D analizom, dok Slika 4.13 b) prikazuje raspodjelu dobivenu 3D analizom. Može se vidjeti kako su najveće deformacije lokalizirane u najtanjem dijelu uzorka, gdje maksimalna vrijednost glavne najveće deformacije u čvoru elementa iznosi 3,5%. Također, vidljivo je kako je za obje analize raspodjela deformacija gotovo identična. Nadalje, može se vidjeti kako koncentracija plastičnih deformacija nastaje pod kutom od 45°u odnosu na opterećenje.



Slika 4.13. Raspodjela plastičnih deformacija za: a) 2D analizu i b) 3D analizu.

Iz rezultata prikazanih na Slici 4.11 te raspodjela naprezanja i plastičnih deformacija na Slikama 4.12 i 4.13 slijedi zaključak kako će 3D i 2D analize elastoplastičnog ponašanja dati gotovo identične rezultate, koji su u prihvatljivim granicama za inženjerske primjene. Također, preporuka je koristiti 2D konačne elemente jer će dati zadovoljavajuće rezultate u kraćem vremenskom periodu trajanja simulacije.

5 Numeričko modeliranje duktilnog oštećenja u programskom paketu *Abaqus*

Ovo poglavlje posvećeno je numeričkoj analizi duktilnog oštećenja materijala HARDOX 450. Analiza je provedena 2D i 3D konačnim elementima, čija je veličina odabrana u poglavlju 4. Također, prikazana je usporedba dobivenih rezultata za dvije analize te je na kraju opisana razlika između 2D i 3D analize.

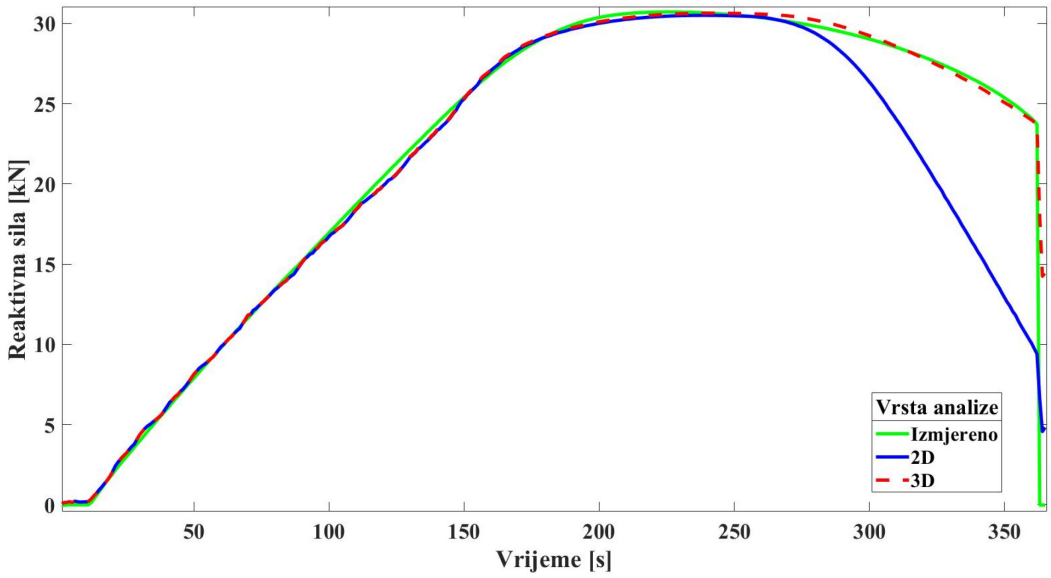
5.1 Numerička analiza

Osim parametara materijala prikazanih u Tablici 1. te Tablici 2., za analizu duktilnog oštećenja korišteni su parametri prikazani u Tablici 4.

Tablica 4. Materijalni parametri duktilnog oštećenja

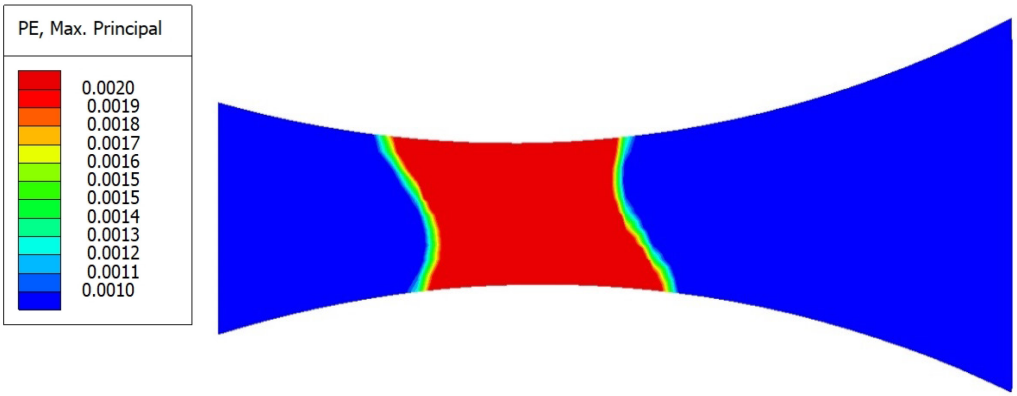
Lomna deformacija (-)	Triaksijalnost naprezanja (-)	Brzina deformiranja (s^{-1})	Oštećenje kod loma (-)
0,1	0,33	0	0,9

Slika 5.1 prikazuje usporedbu između sume reaktivnih sila dobivene 2D te 3D analizom i eksperimentalno izmjerene sile. Vidljivo je kako su rezultati do postizanja maksimalne vrijednosti gotovo jednaki za sve slučajeve. Daljnjim tijekom analize, vidljivo je kako se rezultati 3D analize i izmjerenih rezultata vrlo dobro poklapaju. Kao i za slučaj elastoplastične analize, prikazane u poglavlju 4.5, vidi se očekivano odstupanje numeričkih rezultata u odnosu na izmjerene vrijednosti. Nadalje, promatranjem dobivene sume reaktivne sile korištenjem CPS4R elemenata vidljivo je kako nakon postizanja maksimalne vrijednosti dolazi do većeg pada krivulje u odnosu na eksperimentalno dobivene podatke te rezultate dobivene 3D analizom. Do te pojave dolazi zbog pretpostavke o konstantnoj debljini CPS4R konačnog elementa [27], stoga ovi elementi ne mogu opisati postepeno smanjenje poprečnog presjeka. S druge strane, C3D8R konačni elementi mogu opisati navedenu pojavu pa su zato rezultati 3D analize točniji [27].

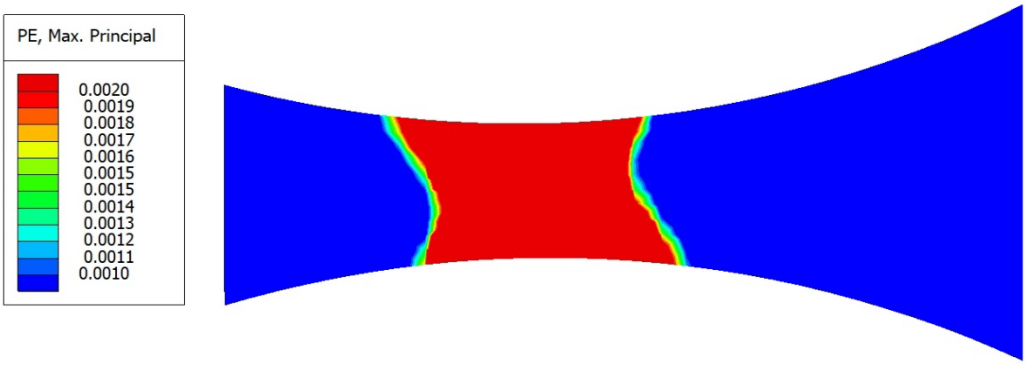


Slika 5.1. Usporedba suma reaktivnih sila dobivenih 2D i 3D analizom te eksperimentalno izmjerene reaktivne sile.

Slika 5.2 a) prikazuje raspodjelu plastičnih deformacija dobivenu korištenjem CPS4R elemenata, a Slika 5.2 b) raspodjelu plastičnih deformacija dobivenu 3D analizom. Vidljivo je kako su plastične deformacije veće od 0,2 % lokalizirane u najtanjem dijelu ligamenta ispitnog uzorka, što odgovara eksperimentalno dobivenim podacima (Slika 3.3 f)). Vrijednost deformacije od 0,2% predstavlja konvencionalnu granicu tečenja, koja je detaljnije objašnjena u poglavlju 2.1. Udaljavanjem od kritičnog presjeka vrijednosti plastične deformacije se smanjuju te postaju zanemarive. Raspodjela deformacija je za oba slučaja gotovo identična.



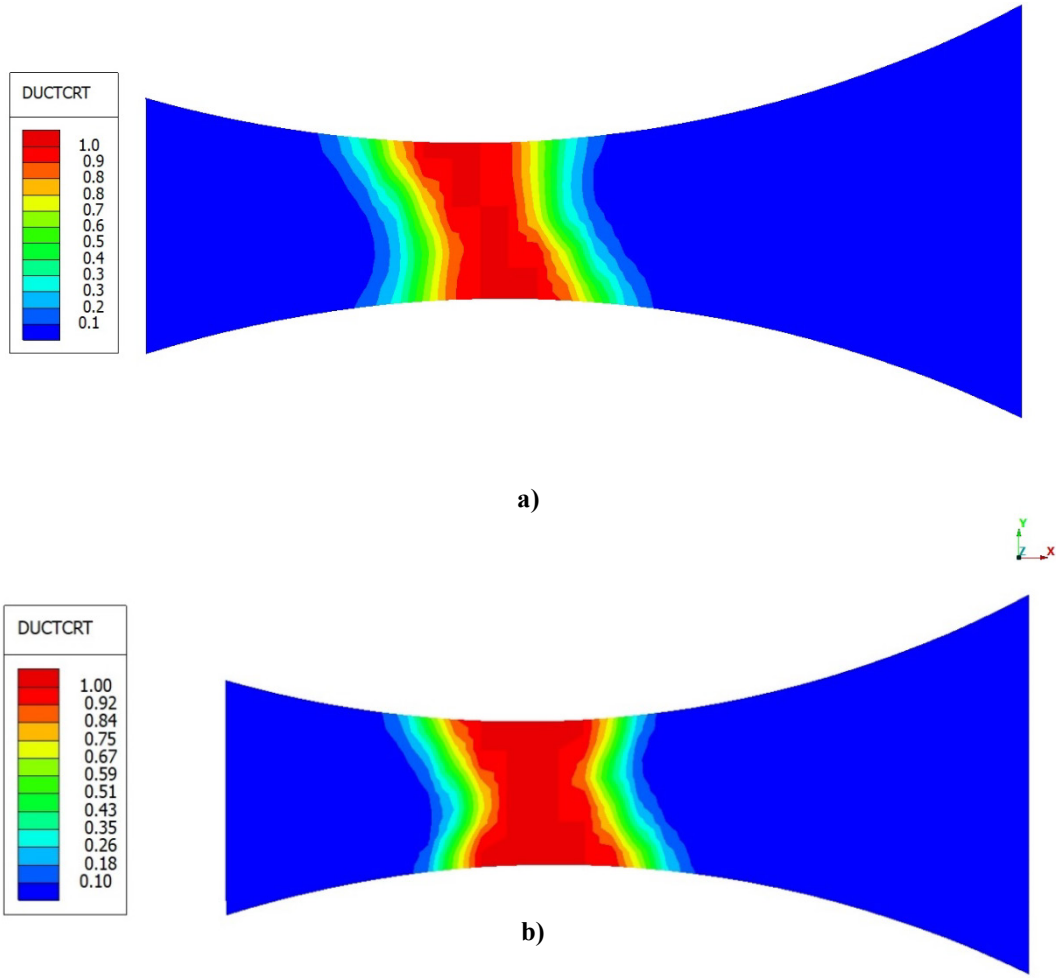
a)



b)

Slika 5.2. Raspodjela plastične deformacije za: a) 2D analizu i b) 3D analizu.

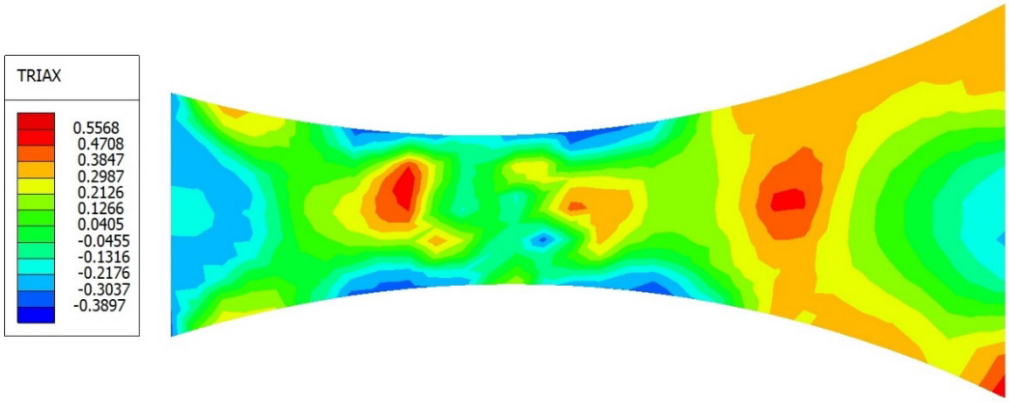
Slika 5.3 a) prikazuje raspodjelu duktilnog oštećenja po cijeloj dužini uzorka za 2D analizu, dok Slika 5.3 b) prikazuje raspodjelu duktilnog oštećenja u slučaju 3D analize. Može se vidjeti kako je vrijednost oštećenja najveća u kritičnom presjeku, gdje će nastupiti lom ispitnog uzorka. Vrijednost oštećenja udaljavanjem od kritičnog područja naglo pada te je pri rubovima zanemariva. Uspoređujući Slike 5.2 i 5.3, vidljivo je kako područje trajne deformacije uzorka odgovara području u kojem se pojavljuje oštećenje. Kao i u slučaju eksperimentalnog ispitivanja (Slika 3.3 f)), vidljivo je kako do koncentracije oštećenja dolazi pod kutom od 45° u odnosu na opterećenje, tj. lom uzrokuju tangencijalnih naprezanja.



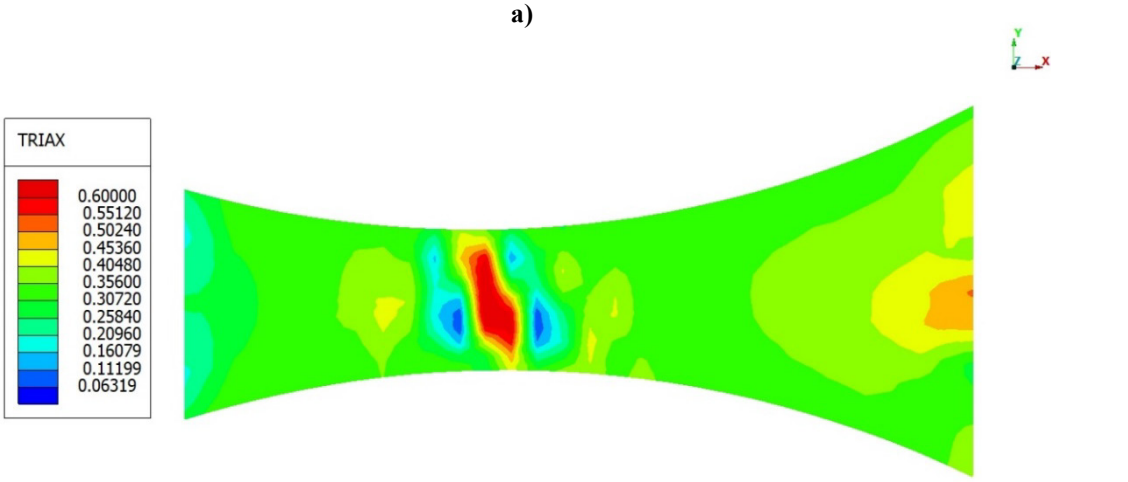
Slika 5.3. Raspodjela duktilnog oštećenja za: a) 2D analizu, b) 3D analizu.

Na Slici 5.4 a) je prikazana raspodjela triaksijalnosti naprezanja po cijeloj dužini uzorka dobivena korištenjem CPS4R elemenata, a na Slici 5.4 b) raspodjela dobivena 3D analizom. Triaksijalnost naprezanja kod vlačnog opterećenja iznosi 0,33. No, u slučaju plastičnih deformacija vrijednost triaksijalnosti će rasti, tj. biti će najveća na mjestu koncentracije plastičnih deformacija, kao što je opisano u poglavlju 2.3.1.1. Na Slici 5.4 b) navedena pojava je jasno vidljiva. Po gotovo cijeloj dužini modela vrijednost triaksijalnosti se kreće oko 0,33, dok na kritičnom presjeku dolazi do povećanja vrijednosti triaksijalnosti. Raspodjela triaksijalnosti je kod 2D modela (Slika 5.4 a)) neprihvatljiva jer zanemaruje naprezanja u smjeru *z* osi. Stoga je raspodjela naprezanja te triaksijalnosti po debljini poprečnog presjeka konstantna. Na Slici 5.5. prikazana je raspodjela triaksijalnosti po debljini kritičnog poprečnog presjeka te je vidljivo kako je vrijednost triaksijalnost naprezanja maksimalna u sredini poprečnog presjeka, a postupno se smanjuje prema vanjskim plohama. Bitno je napomenuti da je razlika u dobivenim vrijednostima triaksijalnosti naprezanja jedan je od glavnih razloga razlike 2D rješenja u odnosu na 3D, tj. bržeg rasta oštećenja, prikazanog na Slici 5.1. Stoga se

može zaključiti kako 3D elementi pouzdanije opisuju fenomen nastanka i razvoja duktilnog oštećenja.

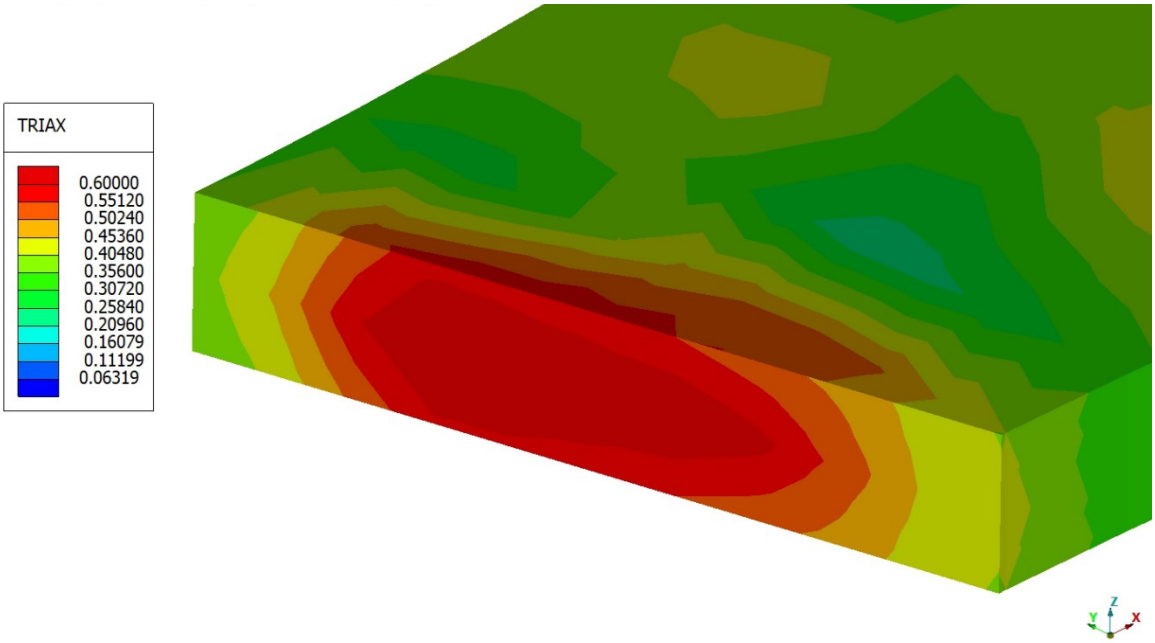


a)



b)

Slika 5.4. Raspodjela triaksijalnosti naprezanja za: a) 2D analizu i b) 3D analizu. Vrijednosti triaksijalnosti naprezanja su za 3D analizu prikazane na sredini uzdužnog presjeka.



Slika 5.5. Raspodjela triaksijalnosti naprezanja za 3D analizu po debljini kritičnog presjeka.

5.2 Diskusija

Iz raspodjela naprezanja i plastičnih deformacija u elastoplastičnom području dobivenih korištenjem 2D i 3D mreža (te prikazanih u poglavlju 4) slijedi zaključak kako su razlike u dobivenim rezultatima zanemarivo male. Nadalje, razlika između eksperimentalno izmjerene reaktivne sile te suma reaktivnih sila dobivenih 2D i 3D elastoplastičnom analizom je, također, zanemariva. Stoga je provedena i usporedba korištenih konačnih elemenata u slučaju nastanka i razvoja duktilnog oštećenja. U oba slučaja se plastične deformacije, kao i duktilno oštećenje lokaliziraju u najtanjem dijelu ligamenta ispitnog uzorka pod kutom od 45° u odnosu na smjer narinutog opterećenja. Međutim, 2D analizom oštećenje brže raste u odnosu na eksperiment, tj. izraženija je degradacija krutosti te smanjenje nosivosti poprečnog presjeka. S druge strane, kod 3D analize pojava oštećenja odgovara eksperimentalno dobivenim podacima. Razlog tome je da korišteni CPS4R konačni elementi pretpostavljaju konstantnu debljinu elemenata tijekom analize [27], tj. ne mogu opisati pojavu smanjenja poprečnog presjeka, dok je 3D analizom navedena pojava uočena. Također, CPS4R elementi opisuju ravninsko stanje naprezanja pa su naprezanja u smjeru debljine jednaka nuli [27]. No, diskretizacijom 2D konačnim elementima se smanjuje broj stupnjeva slobode, a time i vrijeme trajanja simulacije. Slijedi zaključak da korišteni CPS4R elementi pouzdano opisuju odziv materijala u elastoplastičnom području, dok se korištenjem 3D elemenata postiže točnije predviđanje nastanka i razvoja duktilnog oštećenja.

6 Zaključak

Cilj ovog rada bio je numerički opisati nastanak i razvoj duktilnog oštećenja u čeliku visoke čvrstoće HARDOX 450 primjenom programskog paketa *Abaqus*. Početni dio rada je posvećen opisu elastoplastičnog ponašanja materijala te odziva materijala u slučaju pojave duktilnog oštećenja. Nadalje, opisana je teorijska pozadina inicijacije i rasta duktilnog oštećenja unutar zadanog programskog paketa. Nakon toga je izrađen numerički model te su na rubovima mreže konačnih elemenata propisani rubni uvjeti pomaka, koji su dobiveni eksperimentalnim mjerenjem cijelog polja pomaka primjenom DIC metode. Uzimajući u obzir da je model duktilnog oštećenja implementiran u programski paket *Abaqus* osjetljiv na veličinu konačnih elemenata, odabir veličine elemenata te ispitivanje osjetljivosti mreže provedeni su u elastoplastičnom području. Nakon odabira prikladne veličine elemenata, uspoređene su raspodjele naprezanja i glavnih najvećih deformacija dobivenih korištenjem odabranih 2D i 3D mreža konačnih elemenata. Također, uspoređene su eksperimentalno izmjerena sila te sume reaktivnih sila dobivene korištenjem navedenih mreža konačnih elemenata. Iz prikazanih rezultata zaključeno je kako su u elastoplastičnom području u oba slučaja uočene razlike zanemarivo male.

Nakon ispitivanja osjetljivosti mreže konačnih elemenata te odabira prikladne veličine mreža za 2D i 3D analizu, provedena je analiza duktilnog oštećenja u promatranom materijalu. Usporedbom numerički izračunatih suma reaktivnih sila te eksperimentalno izmjerene sile, uočeno je kako 3D elementi precizno opisuju nastanak i razvoj duktilnog oštećenja. S druge strane, zbog pretpostavke o konstantnoj debljini konačnih elemenata te nemogućnosti opisivanja pojave smanjenja poprečnog presjeka, rezultati dobivenim CPS4R elementima odstupaju u odnosu na izmjerene vrijednosti nakon iniciranja oštećenja (tj. nakon dostizanja maksimalne vrijednosti reaktivne sile). Osim toga, korišteni 2D elementi zanemaruju naprezanja u smjeru *z* osi, a time i promjenu vrijednosti triaksijalnosti naprezanja po debljini kritičnog poprečnog presjeka. Nadalje, analizom raspodjela glavne najveće plastične deformacije te duktilnog oštećenja po dužini uzorka uočeno je kako su razlike dobivene 2D i 3D analizom zanemarivo malo. U oba slučaja su plastične deformacije, kao i duktilno oštećenje, lokalizirane u najtanjem dijelu ligamenta ispitnog uzorka pod kutom od 45° u odnosu na smjer opterećenja, stoga lom uzrokuju tangencijalna naprezanja. Iz navedenih razmatranja slijedi zaključak da korišteni 3D elementi preciznije opisuju fenomen nastanka i razvoja duktilnog oštećenja te su prikladniji u analizama kod kojih postoji potreba za većom točnošću. Međutim, diskretizacijom 2D konačnim elementima smanjuje se broj stupnjeva slobode, a time i vrijeme trajanja simulacije. Stoga će ovi elementi dovoljno točno opisati duktilno oštećenje u npr. industrijskoj primjeni kada se javlja potreba za većim brojem analiza i čim kraćim trajanjem računalnih simulacija.

7 Literatura

[1] Sancho A., Cox M.J., Cartwright T., Aldrich-Smith G.D., Hooper P.A., Davies C.M., Dear J. P.:Experimental techniques for ductile damage characterisation, Imperial College London, London, 2016.

[2] Lam Y C, Khoddam S, Thomson P F.: Inverse computational method for constitutive parameters obtained from torsion, plane-strain and axisymmetric compression tests. Journal of Materials Processing Technology, San Diego 1998.

[3] Marčina, A.: Eksperimentalno i numeričko modeliranje vlačne motke enegretskog transformatora, FSB, Zagreb, 2020.

[4] https://www.academia.edu/9435777/KOLEGIJ_ISPITIVANJE_MATERIJALA

[5] Pustaić, D.: Teorija plastičnost i viskoelastičnosti, sažetak predavanja, Zagreb, 2009.

[6] https://hr.wikipedia.org/wiki/Youngov_modul_elasti%C4%8Dnosti

[7] https://hr.wikipedia.org/wiki/Poissonov_omjer

[8] Tomičević, Z., Janoš, K., Hild, F.: Characterization of the nonlinear behavior of nodular graphite cast iron via inverse identificationeAnalysis of uniaxial tests, FSB, Zagreb, 2016.

[9] Prof. dr. sc. Damir Jelaska: "Elementi strojeva", Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje Split, 2011.

[10] McClintock F.A.:A criterion for ductile fracture by growth of holes, Journal of Applied Mechanics, 1968.

[11] Ross C., Case J., Chilver A.: Strength of Materials and Structures 4th Edition, Butterworth-Heinemann, Oxford, 1999.

[12] http://mms2.ensmp.fr/msi_paris/transparents/Matthieu_Maziere/2013-MM-Damage.pdf

[13] Gao X.: Modeling of ductile fracture: Significance of void coalescence, nternational, Journal of Solids and Structures, 2006.

[14] Needleman and Tvergaard, 1987 A. Needleman, V. Tvergaard An analysis of ductile rupture modes at a crack tip, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1987.

[15] Xue L., Wierzbicki T.: Ductile Fracture Initiation and Propagation Modelling Using Damage Plasticity Theory. Engineering Fracture, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts 2008.

[16] Chae D., Koss D.A.: Damage accumulation and failure of HSLA-100 steel. Materials Science and Engineering: A, La Colle-sur-Loup, 2004.

[17] Jablokov V., Goto D. M., Koss D. A., McKirgan J.B.: Temperature strain rate, stress state and the failure of HY-100 steel. Materials Science and Engineering: A, La Colle-sur-Loup, 2001.

[18] Tarafder M., Tarafder S., Das A., Das S. K., Sivaprasad S.: Analysis of Damage Accumulations in High Strength Low Alloy Steels under Monotonic Deformation, CSIR, National Metallurgical Laboratory, Jamshedpur, 2013.

[19] Vernon J.:Introduction to Engineering Materials, 3rd ed. New York: Industrial Press, 1992.

[20] Rice J.R., Tracey D.M., On the Ductile Enlargement of Void sin Triaxial Stress Fields, Journalof the Mechanics and Physics of Solids 1969.

[21] Gurson A.L.: Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: PartI-Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media, Journal of Engineering Materials and Technology 1977.

[22] Tvergaard V.; Needleman A: Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar, Acta Materialia – Journal, 1984.

[23] Kachanov L. M., Introductionto Continuum Damage Mechanics, Springer Science & Business Media, Springer Netherlands, 1986.

[24] Lemaitre J., Desmorat R., Engineering Damage Mechanics, Springer, Berlin Heidelberg New York, 2005.

[25] Bonora N. A Nonlinear CDM Model for Ductile Failure, Engineering Fracture Mechanics 58, 1997.

[26] Johnson G.R., Cook W.H., Fracture Characteristics of Three Metals Subjected to Various Strains, Strain-Rates, Temperatures and Pressures, Engineering Fracture Mechanics-Journal, 1985.

[27] Abaqus Analysis User's Guide, Dassault Systemes, 2016.

[28] Hillerborg A., Modeer M., Petersson P. E., Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements, Cement and Concrete Research-Journal vol. 6, 1976.

[29] Hooputra H., Gese H., Dell H., Werner H., A Comprehensive Failure Model for Crashworthiness Simulation of Aluminium Extrusions, International Journal of Crashworthiness, vol. 9, 2004.

[30] Bai, Y., Wierzbicki, T., , "A New Model of Metal Plasticity and Fracture With Pressure and Lode Dependence," International Journal of Plasticity, 2008.

[31] Peng J., Wang Y., Dai Q., Liu X., Liu L., Zhang Z.: Effect of Stress Triaxiality on Plastic Damage Evolution and Failure Mode for 316L Notched Specimen, China 2019.

[32] Bai Y., Teng X., Wierzbicki: T.: On the Application of Stress Triaxiality Formula for Plane Strain Fracture Testing, Journal of Engineering Materials and Technology, 2009.

[33] Leclerc H, Neggers J, Mathieu F, Hild F, Roux, S.: Agence pour la Protection des Programmes, Paris , 2015.

[34] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004

[35] http://web.mit.edu/calculix_v2.7/CalculiX/ccx_2.7/doc/ccx/node26.html

[36] Yunhua L.: On Shear Locking in Finite Elelments, Department of Structural Engineering Royal Institute of Technology, Stockholm, 1997