

# Utjecaj promjene geometrije na aerodinamičku silu stražnjeg krila natjecateljskog automobila

---

**Melnjak, Petar**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:140277>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-09**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Petar Melnjak**

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Utjecaj promjene geometrije na aerodinamičku silu stražnjeg  
krila natjecateljskog automobila

Mentor:

Prof. dr. sc. Zdravko Virag

Komentor:

Dr. sc. Ivan Korade

Student:

Petar Melnjak

Zagreb, 2020.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarški i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: Petar Melnjak

Mat. br.: 0035211570

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Utjecaj promjene geometrije na aerodinamičku silu stražnjeg krila natjecateljskog automobila**

Naslov rada na engleskom jeziku: **The influence of geometry variations on aerodynamic force of race car rear wing**

Opis zadatka:

Kod natjecateljskih automobila, u cilju ostvarivanja što veće sile na podlogu, pribjegava se posebnom aerodinamičkom oblikovanju podvozja automobila, te ugradnji prednjeg i stražnjeg krila. Kako većina natjecateljskih kategorija propisuje najveći dopušteni raspon krila, željeno povećanje aerodinamičke sile ostvaruje se izvedbom krila s velikim specifičnim aerodinamičkim opterećenjem i to najčešće kao krila male vitkosti, što dovodi do velikog inducirano otpora. Tako u natjecanjima s promjenjivim uvjetima vožnje u oprečnosti stoje zahtjev za što većom silom na podlogu i što manjim aerodinamičkim otporom, te se pribjegava aerodinamičkoj konstrukciji s promjenjivom geometrijom u skladu s uvjetima vožnje.

U ovome radu potrebno je provesti računalne simulacije s ciljem određivanja utjecaja zakreta jednog ili više krilaca stražnjeg krila natjecateljskog automobila na silu otpora i silu prijanjanja.

U sklopu rada potrebno je:

- odabrati ili izraditi geometrijski model stražnjeg krila, te prema potrebi uvesti pojednostavljenja;
- za odabrane promjene nagiba krilaca modela, obaviti sve postupke računalnih proračuna: prostorna diskretizacija geometrijskih modela, odabir i podešavanje numeričkog postupka, post-procesiranje rješenja.
- odrediti ovisnost sile otpora i prijanjanja krila o promjeni nagiba krilaca i brzini automobila.

Rad treba sadržavati:

- uvod;
- opis problema i metoda primijenjenih za njihovo rješavanje;
- odgovarajuće prikaze dobivenih rezultata i osvrt na rezultate;
- zaključke.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

28. studenog 2019.

Datum predaje rada:

**1. rok:** 21. veljače 2020.  
**2. rok (izvanredni):** 1. srpnja 2020.  
**3. rok:** 17. rujna 2020.

Predviđeni datumi obrane:

**1. rok:** 24.2. – 28.2.2020.  
**2. rok (izvanredni):** 3.7.2020.  
**3. rok:** 21.9. - 25.9.2020.

Zadatak zadali:

Prof. dr. sc. Zdravko Virag

Dr. sc. Ivan Korade, komentor

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Igor Balen

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Ovim putem htio bih se zahvaliti doc. dr. sc. Severinu Krizmaniću bez čije stručne pomoći ovaj rad ne bi bio ostvaren, zatim zahvalio bih se mentoru prof. dr. sc. Zdravku Viragu te komentoru dr. sc. Ivanu Korade za svu pruženu pomoć prilikom pisanja ovog rada. Također, zahvaljujem se obitelji, prijateljima i djevojci na pruženoj podršci tijekom studiranja.

Petar Melnjak

# SADRŽAJ

1	Uvod.....	1
2	Teorijske osnove .....	2
2.1	Materijalni volumen .....	2
2.2	Osnovni zakoni dinamike fluida.....	2
2.2.1	Zakon očuvanja mase .....	3
2.2.2	Zakon očuvanja količine gibanja.....	3
2.3	Turbulencija.....	4
2.3.1	Statističko opisivanje turbulencije .....	5
2.3.2	Vremenski osrednjene jednadžbe.....	6
2.3.3	Modeli turbulencije .....	7
2.3.4	Boussinesqova hipoteza .....	8
2.3.5	Modeliranje turbulentne viskoznosti .....	8
2.3.6	$k-\omega$ shear stress transport model turbulencije .....	9
2.4	Aerodinamičke sile .....	11
2.4.1	Aerodinamički koeficijenti.....	12
3	Metoda konačnih volumena .....	13
3.1	Numeričke sheme .....	17
3.1.1	Uzvodna shema .....	17
3.1.2	Linearna uzvodna shema.....	18
4	Proračuni strujanja pomoću OpenFOAM paketa .....	19
4.1	Geometrija .....	19
4.2	Izrada Mreže .....	20
4.3	Rubni uvjeti .....	24
4.4	Postavke proračuna.....	27
5	Rezultati proračuna .....	28
5.1	Prva varijanta krila.....	28
5.2	Druga varijanta .....	34
6	Zaključak.....	39

## POPIS SLIKA

Slika 1: Utjecaj pojedinih aerodinamičkih komponenti na ukupnu silu potiska.....	1
Slika 2: Prikaz razvoja graničnog sloja uz ravnu ploču [2].....	5
Slika 3: Ekstremni slučajevi opstrujavanja tijela [2].....	11
Slika 4: Primjer ravninskog strujanja [2] .....	12
Slika 5: Dio diskretiziranog područja proračuna.....	14
Slika 6: Uz definiciju uzvodne sheme.....	17
Slika 7: Uz definiciju linearne uzvodne sheme .....	18
Slika 8: Varijante krila .....	20
Slika 9: Varijante krila korištene u proračunima .....	20
Slika 10: Područje proračuna .....	21
Slika 11: Profinjenja: r_endplate, r_lopatice_1_ispred .....	23
Slika 12: Profinjenja: r_lopatice_2_ispred, r_lopatice_1_iza .....	23
Slika 13: Profinjenje u području Gurney flap-a .....	24
Slika 14: Polje brzine prve varijante krila u presjeku $y=0.2$ .....	28
Slika 15: Gurney flap .....	29
Slika 16: Raspodjela koeficijenta tlaka po stražnjem krilu prve varijante.....	29
Slika 17: Dijagram koeficijenta tlaka prve varijante donje lopatice na presjeku $y=0$ .....	30
Slika 18: Dijagram koeficijenta tlaka prve varijante gornje lopatice na presjeku $y=0$ .....	30
Slika 19: Vizualizacija vrtloga pomoću strujnica .....	32
Slika 20: Prikaz intenziteta vrtloga prve varijante krila za $Q=1000 \text{ s}^{-2}$ .....	32
Slika 21: Duljina kraka momenta.....	33
Slika 22: Polje brzine druge varijante krila.....	34
Slika 23: Područje niskog tlaka na gornjoj lopatici.....	35
Slika 24: Raspodjela koeficijenta tlaka po stražnjem krilu druge varijante.....	36
Slika 25: Dijagram koeficijenta tlaka druge varijante donje lopatice na presjeku $y=0$ .....	36
Slika 26: Dijagram koeficijenta tlaka druge varijante gornje lopatice na presjeku $y=0$ .....	37
Slika 27: Prikaz intenziteta vrtloga prve varijante krila za $Q=1000 \text{ s}^{-2}$ .....	38

## POPIS TABLICA

Tablica 1: Koeficijenti $k-\omega$ SST modela turbulencije .....	10
Tablica 2: Nazivi pojedinih rubnih ploha.....	22
Tablica 3: Nazivi pojedinih profinjenja .....	22
Tablica 4: Vrste granica i rubni uvjeti.....	25
Tablica 5: Vrste granica i rubni uvjeti.....	25
Tablica 6: Podrelaksacijski faktori .....	27
Tablica 7: Usporedba koeficijenata uzgona gornje lopatice .....	35



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$A_{ref}$	[m <sup>2</sup> ]	referentna površina
$D$	[N]	sila otpora
$D_n$	[kg/s]	jačina difuzije
$F$	[N]	sila uzgona
$F_n$	[kg/s]	jačina konvekcije
$f_i$	[N/kg]	komponente vektora specifične masene sile
$J_i$	[-]	vektor fluksa fizikalne veličine
$\bar{k}$	[J/kg]	kinetička energija turbulencije
$p$	[N/m <sup>2</sup> ]	tlak
$\bar{p}$	[N/m <sup>2</sup> ]	statistički osrednjeno polje tlaka
$p_{kin}$	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	kinematički tlak
$Re$	[-]	Reynoldsov broj
$v_i$	[m/s]	komponente vektora brzine strujanja
$\bar{v}_i$	[m/s]	osrednjeni dio vektora brzine strujanja
$v_i'$	[m/s]	pulsirajući dio polja vektora brzine strujanja
$v_n$	[m/s]	projekcija vektora brzine u smjeru vanjske normale
$v_t$	[m/s]	karakteristična brzina turbulentnih pulsacija
$\delta_{ij}$	[-]	Kroneckerov simbol
$\Sigma_{ij}$	[N/m <sup>2</sup> ]	tenzor viskoznih naprezanja
$\varphi$	[-]	polje fizikalne veličine
$\Delta n$	[m]	udaljenost između čvorova konačnog volumena
$\Gamma$	[kg/ms]	koeficijent difuzije
$\mu$	[Pas]	dinamička viskoznost
$\mu_t$	[kg/ms]	turbulentna viskoznost
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	gustoća
$\nu$	[m <sup>2</sup> /s]	kinematička viskoznost
$\omega$	[s <sup>-1</sup> ]	specifična brzina disipacije

# SAŽETAK

Glavni zahtjev natjecateljskog automobila je minimalno vrijeme potrebno za savladavanje određene trkaće staze. U cilju ostvarivanja glavnog zahtjeva, inženjeri veliku pozornost pridaju oblikovanju aerodinamičkih komponenti jer i najmanja promjena aerodinamičkih komponenti dat će znatne promjene u performansama automobila.

Zadatak ovoga rada bio je istražiti strujanje oko modela stražnjeg krila natjecateljskog automobila s posebnom pozornošću na aerodinamičke sile koje djeluju na stražnje krilo prilikom vožnje natjecateljskog automobila. U radu su također pokazane beneficije pri uporabi aktivnog stražnjeg krila, koje se ostvaruju promjenom napadnog kuta jedne od lopatica za vrijeme vožnje.

U radu su prikazane dvije varijante stražnjeg krila. Proračuni su izvršeni u programskom paketu openFOAM. Korišteni je model nestlačivog stacionarnog turbulentnog strujanja, a turbulencija je modelirana pomoću  $k - \omega SST$  modela turbulencije. U svim proračunima brzina neporemećenog strujanja bila je 20 m/s.

U analizi rezultata dan je prikaz: polja brzina, raspodjele bezdimenzijskog koeficijenta tlaka po stražnjem krilu, intenziteta i veličine vrtložnog traga, te usporedba aerodinamičkih sila za različite varijante krila.

Ključne riječi: aerodinamičke sile, natjecateljski automobil, aktivno stražnje krilo, računalna dinamika fluida

## SUMMARY

The main demand of a race car is to set the fastest lap around a particular race track. In order to achieve the main demand, engineers pay great attention to the design of aerodynamic components, because even the smallest changes to the aerodynamic components will give significant changes in the performance of the car.

The task of this thesis was to investigate the flow around the rear wing of a race car with particular attention to the aerodynamic forces that act on the rear wing when driving a race car. The thesis also demonstrates the benefits of using the active rear wing, which is achieved by changing the angle of attack of one of the blades while driving.

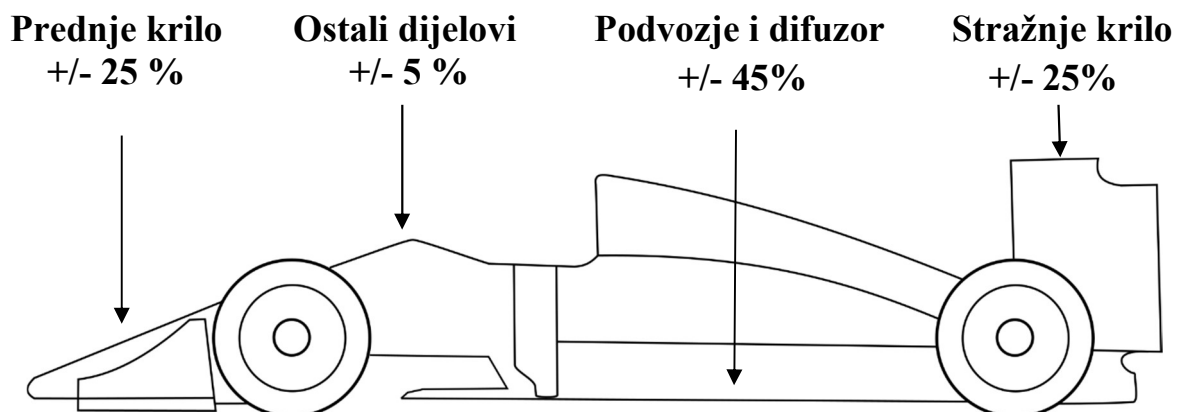
Two variants of the rear wing are presented in the thesis. The calculations were made in the openFOAM software package. An incompressible steady-state turbulent flow model was used, and turbulence was modeled using a  $k-\omega SST$  turbulence model. In all calculations, the velocity of undisturbed flow was 20 m/s.

The analysis of the results shows: velocity fields, distribution of pressure coefficient on the rear wing, vortex trace intensity and magnitude, and comparison of aerodynamic forces for different wing variants.

Keywords: aerodynamic forces, race car, active rear wing, computational fluid dynamics (CFD)

# 1 Uvod

Aerodinamika je grana dinamike koja proučava gibanje zraka i vrlo je bitan faktor u konstruiranju sportskih i natjecateljskih automobila. Svrha primjene aerodinamike na sportske automobile jest stvaranje negativnog uzgona tj. potiska koji se najčešće definira pomoću bezdimenzijskog koeficijenta uzgona. Primjena potiska se ponajviše očituje u omogućavanju velikih brzina prilikom savladavanja zavoja. Najvažnije komponente natjecateljskog automobila sa gledišta aerodinamike su: prednje i stražnje krilo, podvozje i difuzor, dok će predmet istraživanja ovog rada biti stražnje krilo sportskog automobila. Na idućoj slici prikazana je važnost pojedine aerodinamičke komponente na ukupnu generiranu silu potiska.



**Slika 1: Utjecaj pojedinih aerodinamičkih komponenti na ukupnu silu potiska**

Svaka najmanja promjena aerodinamike stražnjeg krila kao što je na primjer promjena napadnog kuta lopatica, rezultirati će značajnim promjenama u performansama automobila. Za razumijevanje aerodinamičnog efekta na stražnjem krilu bitno je poznavati osnovni zahtjev natjecateljskog automobila, a to je minimalno vrijeme potrebno za savladavanje trkaće staze. Upravo je to glavni uvjet koji diktira optimalne napadne kutove lopatica stražnjeg krila.

Cilj rada je pokazati utjecaj promjene napadnog kuta jedne od lopatica na aerodinamičke sile, odnosno pokazati beneficije pri upotrebi aktivnog stražnjeg krila na natjecateljskim automobilima.

## 2 Teorijske osnove

Aerodinamika razlikuje nekoliko područja brzina relativnog gibanja u kojima su strujanje zraka i pojave uzrokovane tim strujanjem bitno različite, pa su i optimalni oblici tijela (aeroprofil) za svako područje drugačiji. Prilikom bavljenja aerodinamikom vozila nalaziti ćemo se u području malih podzvučnih brzina u kojima je Machov broj manji od 0.3. U tom se području zrak može smatrati nestlačivim, pa otpor tijela u struji ovisi jedino o viskoznim svojstvima zraka, tj. sastoji se od otpora trenja uzrokovanog manjom brzinom strujanja u graničnom sloju, odnosno pojavom tangencijalnog naprezanja, otpora oblika i inducirano otpora.

### 2.1 Materijalni volumen

Materijalni volumen (fluidno tijelo) je ekvivalentno sustavu materijalnih točaka u mehanici, te zatvorenom termodinamičkom sustavu u termodinamici, pa će svi zakoni mehanike i termodinamike biti direktno primjenjivi i na materijalni volumen. Materijalni volumen će u općem slučaju s vremenom mijenjati svoji položaj, oblik i veličinu, ali će se uvijek sastojati od jednih te istih čestica.

### 2.2 Osnovni zakoni dinamike fluida

Osnovni zakoni koji opisuju strujanje fluida, jesu:

- zakon očuvanja mase,
- zakon očuvanja količine gibanja,
- zakon očuvanja momenta količine gibanja,
- zakon očuvanja energije,
- drugi zakon termodinamike.

U slučaju da nema momenata raspodijeljenih po volumenu i po površini materijalnog volumena, zakon očuvanja momenta količine gibanja svodi se na simetričnost tenzora naprezanja. S obzirom da se entropija ne pojavljuje u ostalim zakonima dinamike fluida, jednadžba drugog zakona termodinamike se može rješavati nezavisno od ostalih jednadžbi, pa

se ona naziva i „pasivnom“ jednadžbom. Stoga se drugi zakon termodinamike neće uzimati u skup osnovnih jednadžbi, nego će ga se primjenjivati ukoliko postoji potreba za ispitivanjem fizikalnosti procesa. Ovi zakoni su definirani za sustav materijalnih točaka, odnosno za zatvoreni termodinamički sustav, a u dinamici fluida će biti primijenjeni na materijalni volumen  $V_m(t)$ . U idućim poglavljima definirat će se zakoni očuvanja primijenjeni u ovome radu.

### 2.2.1 Zakon očuvanja mase

Zakon očuvanja mase za materijalni volumen glasi: brzina promjene mase unutar materijalnog volumena jednaka je nuli.

Zakon očuvanja mase izražen za česticu fluida je opisan jednadžbom kontinuiteta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{x_j} = 0 \quad (2.1)$$

Gdje je  $\rho$  gustoća, a  $v_j$  vektor brzine fluida. Ako uzmemo u obzir nestlačivost fluida, tada gustoća ostaje konstantna kroz prostor i vrijeme pa se izraz može napisati u obliku:

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.2)$$

### 2.2.2 Zakon očuvanja količine gibanja

Definicija zakona očuvanja količine gibanja za materijalni volumen glasi: brzina promjene količine gibanja materijalnog volumena jednaka je sumi vanjskih sila (masenih i površinskih) koje djeluju na materijalni volumen. Zakon očuvanja količine gibanja, izveden je iz II.

Newtonovog zakona za gibanje čestice fluida, a opisan je Navier-Stokesovim jednadžbama:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-p \delta_{ji} + \Sigma_{ji}) + \rho f_i \quad (2.3)$$

Gdje  $\Sigma_{ji}$  predstavlja simetrični tenzor viskoznih naprezanja koji raspisan glasi:

$$\Sigma_{ji} = \mu \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ji} \quad (2.4)$$

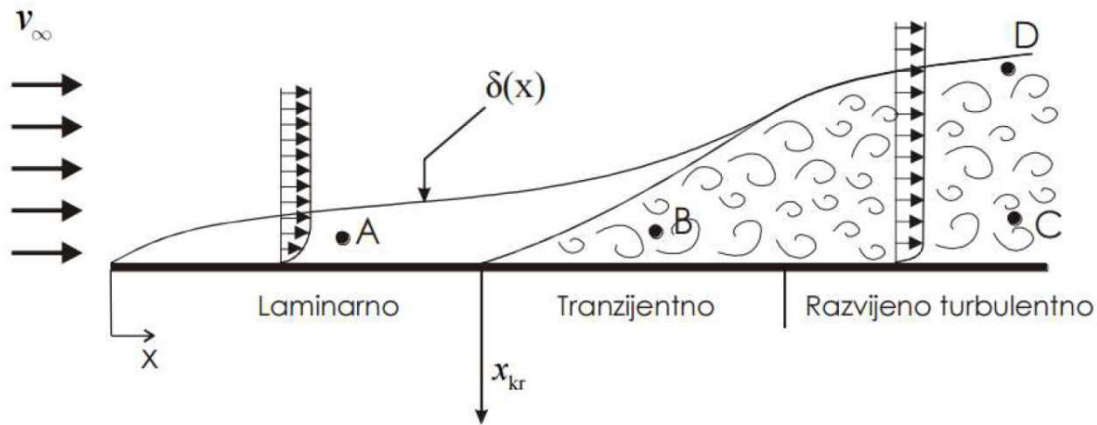
## 2.3 Turbulencija

Sama riječ „turbulentan“ ima značenje: nemiran, pun poremećaja, buran, u stanju jakog komešanja, što u potpunosti odražava karakter takvog strujanja. Turbulentno strujanje fluida najčešći je oblik strujanja fluida u prirodi. Redovno se pojavljuje pri visokim vrijednostima Reynoldsova broja. Karakterizira ga kaotično gibanje čestica fluida u kojemu sve promjenjive veličine pokazuju slučajne promjene po vremenskoj i prostornim koordinatama. Strujanje je izrazito nestacionarno, obilježeno intenzivnim miješanjem fluida na razini većih ili manjih čestica. Upravo to intenzivno miješanje fluida na nivou čestica daje turbulentnom strujanju difuzijski karakter s posljedicom povećanja disipacije energije. Kao što je ranije navedeno, turbulentno strujanje se javlja pri visokim vrijednostima Reynoldsova broja koji predstavlja omjer inercijskih i viskoznih sila.

$$Re = \frac{vx}{\nu} \quad (2.5)$$

Gdje  $\nu$  predstavlja kinematičku viskoznost,  $v$  brzinu strujanja, a  $x$  karakterističnu duljinu. Pošto nam Reynoldsov broj diktira vrstu strujanja, na način da pri niskim vrijednostima Reynoldsova broja imamo laminarno strujanje u kojemu su viskozne sile dominantne naspram inercijskih i karakterizirano je urednim gibanjem čestica fluida. Za razliku od turbulentnog strujanja, koje se javlja pri visokim vrijednostima Reynoldsova broja, kada su inercijske sile dominantne nad viskoznim, a karakteriziraju ga slučajne pulsacije svih promjenjivih veličina, te burno komešanje čestica fluida. Definirati ćemo kritični Reynoldsov broj  $Re_{kr}$  kao vrijednost Reynoldsova broja kod kojega se pojavljuje prva nestabilnost strujanja. Vrijednost kritičnog Reynoldsova broja nije čvrsta vrijednost. Za cijev, na primjer, ona zavisi od: oblika ulaza u cijev, hrapavosti stijenke cijevi, čistoće fluida, vibracijama u cijevi i još mnogo drugih. Stoga se mogu definirati i dvije vrijednosti kritičnog Reynoldsova broja, a to su donja i gornja vrijednost. Donja vrijednost kritičnog Reynoldsova broja je ona ispod koje se za određeni oblik strujanja ne pojavljuje nestabilnost strujanja, odnosno ona vrijednost ispod koje nije zabilježeno turbulentno strujanje. Gornja vrijednost kritičnog Reynoldsova broja je ona iznad koje nije zabilježeno laminarno strujanje. Treba imati na umu da se gornja vrijednost kritičnog Reynoldsova broja dobiva u laboratorijskim uvjetima u kojima se bilo kakve smetnje koje postoje u realnim uvjetima neutraliziraju, kako bi se uspjelo održati laminarno strujanje što je moguće pri višim vrijednostima Reynoldsova broja. Donja slika prikazuje razvoj graničnog sloja uz ravnu ploču. Na početku ploče razvija se laminarni granični sloj sve do vrijednosti

kritičnog Reynoldsova broja  $Re_{kr}$ , kada postaje nestabilan. Granični sloj postaje nestabilan u smislu da se u presjeku  $x_{kr}$  periodički i relativno rijetko pojavljuju pulsacije brzine i tlaka. Udaljavanjem od tog presjeka pulsacije postaju sve češće i sve gušće u prostoru, tako da nakon nekog presjeka govorimo o potpuno razvijenom turbulentnom strujanju.



Slika 2: Prikaz razvoja graničnog sloja uz ravnu ploču [2]

Potrebno je naglasiti da se i u laminarnom i u turbulentnom strujanju formira granični sloj u neposrednoj blizini tijela, u kojem se brzina fluida mijenja od nule (na samoj površini tijela, zbog viskoznosti fluida koji se lijepi za stijenk), do brzine neporemećenog strujanja. Unutar graničnog sloja u turbulentnom strujanju, gdje su inercijske sile dominantne nad viskoznom, ne mogu se zanemariti viskozne sile. Ipak, zbog izraženije difuzije, koja ima tendenciju ujednačavanja profila brzine, u turbulentnom strujanju profil brzine će biti ujednačeniji, što za posljedicu ima izraženiji gradijenta brzine na stijenci odnosno veće smično naprezanje.

### 2.3.1 Statističko opisivanje turbulencije

Sve veličine u razvijenom turbulentnom strujanju pokazuju stohastičke pulsacije u širokom spektru frekvencija i širokom spektru valnih duljina. Numeričko rješavanje Navier-Stokesovih jednadžbi za ovakav slučaj je računalno prezahtjevno, jer bi proračunska mreža morala biti toliko sitna da uhvati najmanje amplitude turbulentnih pulsacija, a vremenski korak integracije toliko malen da uhvati najviše frekvencije pulsacija. Rješavanjem takvog sustava dobio bi se skup numeričkih vrijednosti traženih polja fizikalnih veličina u velikom broju prostornih točaka za velik broj vremenskih trenutaka, što nas sa stajališta inženjera i ne zanima. Ono što inženjera



zanima jesu integralne veličine, a rješavanjem ovog sustava te će veličine također biti promjenjive u vremenu, što ponovo povlači za sobom činjenicu da te vrijednosti inženjera neće zanimati. Iz tog razloga se nameće sama po sebi ideja za uprosječenje svih veličina Navier-Stokesovih jednadžbi, te da se rješavaju jednadžbe za uprosječene veličine koje inženjera prvenstveno i zanimaju. Postupkom uprosječenja značajno se olakšava zadaća numeričkog rješavanja jednadžbi, jer prostorna i vremenska diskretizacija ne mora više biti toliko mala. Najčešće se koristi vremensko uprosječenje koje se još naziva i Reynoldsovo osrednjavanje, prema kojem se neka veličina  $f$  može prikazati zbrojem vremenski osrednjene vrijednosti  $\bar{f}$  i pulsirajućeg dijela  $f'$  ( $f = \bar{f} + f'$ ). Vremenski osrednjena vrijednost  $\bar{f}$  u razdoblju  $T_0$  glasi:

$$\bar{f}(x_i t) = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(x_i, t - \tau) d\tau \quad (2.6)$$

### 2.3.2 Vremenski osrednjene jednadžbe

Kako je ranije navedeno, u ovom slučaju nalazimo se u području malih podzvučnih brzina u kojima je Machov broj manji od 0.3, te se u tom se području zrak može smatrati nestlačivim. Radi toga, sljedeće jednadžbe će biti prikazane za slučaj nestlačivog strujanja ( $\rho = konst.$ ). Skup vremenski osrednjenih jednadžbi kontinuiteta i količine gibanja se naziva Reynoldsovim jednadžbama.

Osrednjavanjem jednadžbe kontinuiteta dobije se jednadžba kontinuiteta za osrednjeno strujanje:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.7)$$

Reynoldsovim osrednjavanjem jednadžbe količine gibanja, pritom uvažavajući relacije koje vrijede za vremensko osrednjavanje, dobije se jednadžba količine gibanja za osrednjeno strujanje:

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{v}_j \bar{v}_i) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{v'_i v'_j} \right] \quad (2.8)$$

Iz gornje jednadžbe je vidljivo da je osrednjeno strujanje opisano pomoću osrednjenih veličina i pulsirajućeg člana. Dakle, nije moguće riješiti osrednjeno strujanje neovisno o pulsirajućem

strujanju, jer se u jednadžbi količine gibanja zbog nelinearnog člana brzine  $v_j v_i$  pojavljuje predstavnik pulsirajućeg strujanja, član  $-\rho \overline{v'_i v'_j}$  koji označuje turbulentnu difuziju količine gibanja. Ovaj član se još i naziva tenzor turbulentnih ili Reynoldsovih naprezanja koji je simetričan tenzor drugog reda sa šest nepoznanica i glasi:

$$-\rho \overline{v'_i v'_j} = \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{ccc} -\rho \overline{v'_1 v'_1} & -\rho \overline{v'_1 v'_2} & -\rho \overline{v'_1 v'_3} \\ & -\rho \overline{v'_2 v'_2} & -\rho \overline{v'_2 v'_3} \\ & & -\rho \overline{v'_3 v'_3} \end{array} \right] \\ \text{simetrično} \end{array} \quad (2.9)$$

Reynoldsove jednadžbe sadrže više nepoznanica nego što ima jednadžbi pa takav sustav nije zatvoren i nema jednoznačno rješenje. Zbog toga je potrebno uvesti model turbulencije koji će omogućiti zatvaranje sustava.

### 2.3.3 Modeli turbulencije

Osrednjavanjem Navier-Stokesovih jednadžbi za nestlačivo strujanje izgubili smo dio informacija koje su te jednadžbe primarno sadržavale. Da bi povratili izgubljene informacije potrebno je poznavati beskonačan broj korelacija, no iskustvo je pokazalo da se može odrediti konačan broj korelacija koje je potrebno poznavati da bi se proračunale karakteristike određenih polja interesantne sa stajališta inženjerske prakse. To je činjenica na kojoj se temelje modeli turbulencije.

Zadatak modela turbulencije je usklađivanje broja jednadžbi i broja nepoznatih polja, na način da se modelira član pulsirajućeg strujanja pomoću poznatih parametara sustava. Modeli turbulencije se dijele s obzirom na red korelacije brzina za koju se rješava transportna jednadžba na: modele prvog, drugog i trećeg reda. Modeli turbulencije prvog reda su najjednostavniji modeli, dok su modeli trećeg reda najkompleksniji modeli, što ne mora nužno značiti da su modeli trećeg reda najtočniji. To proizlazi iz činjenice da što je viši red modela turbulencije, to je više članova koje treba modelirati, čime se sustavno uvodi greška u proračun.

### 2.3.4 Boussinesqova hipoteza

Modeli turbulencije prvog reda najčešće se modeliraju prema hipotezi Boussinesqa. Modelira se dvojnja korelacija brzina, odnosno tenzor Reynoldsovih (turbulentnih) naprežanja na način:

$$-\rho \overline{v'_i v'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \quad (2.10)$$

Iz jednadžbe (2.10) se može primijetiti analogija s Newtonovim zakonom viskoznosti, stoga modeli turbulencije koji se temelje na Boussinesqovoj hipotezi nazivaju se newtonovskim modelima turbulencije. Na taj se način šest nepoznatih komponenti tenzora Reynoldsovih naprežanja modelira jednim nepoznatim poljem turbulentne viskoznosti. Turbulentna viskoznost, za razliku od molekularne viskoznosti, nije fizikalno svojstvo fluida već je funkcija uvjeta strujanja.

Uvrštavanjem Boussinesqove hipoteze u Reynoldsove (osrednjene Navier-Stokesove) jednadžbe dobije se sljedeći oblik:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{v}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_i \bar{v}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial(\bar{p} + \rho \frac{2}{3} \bar{k})}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu + \mu_t \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.12)$$

Budući da uvrštavanjem Boussinesqove hipoteze više nemamo članova koji opisuju strujanje turbulentnih pulsacija, moguće je koristiti grublju prostornu i vremensku diskretizaciju. U jednadžbama nam još preostaje razriješiti pitanje nepoznatog polja turbulentne viskoznosti kako bi sustav postao u potpunosti definiran.

### 2.3.5 Modeliranje turbulentne viskoznosti

Boussinesqova ideja da turbulentna naprežanja modelira slično viskoznim naprežanjima, direktno vodi k ideji za modeliranje turbulentne viskoznosti, koja se temelji na analogiji s molekularnom viskoznošću. Iz kinetičke teorije plinova viskoznost je proporcionalna gustoći fluida, slobodnoj putanji molekula i karakterističnoj brzini gibanja molekula, prema tome turbulentnu viskoznost se može definirati u obliku:

$$\mu_t = \rho l_t v_t \quad (2.13)$$

Gdje je  $\rho$  gustoća,  $l_t$  je duljina puta miješanja, a  $v_t$  je brzina turbulentnih pulsacija. Budući da turbulentna viskoznost ovisi o dvije veličine iz turbulentnog strujanja koje nisu svojstvo fluida, već ovise o strujanju, postoji više modela turbulencije koji se razlikuju po načinu definiranja ovih veličina. Najčešći način modeliranja turbulentne viskoznosti je pomoću rješavanja dvije transportne jednačbe od kojih je jedna za kinetičku energiju  $k$   $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ , a druga za specifičnu brzinu disipacije kinetičke energije  $\omega$   $\left[\frac{m^2}{s^3}\right]$ . U ovom radu korišten je  $k - \omega SST$  model koji se pokazao kao pouzdan model u analizama računalne dinamike fluida (engl. CFD).

### 2.3.6 $k-\omega$ shear stress transport model turbulencije

$k - \omega SST$  je model koji rješava dvije transportne jednačbe od kojih je jedna jednačba turbulentne kinetičke energije  $k$ , a druga specifične disipacijske energije  $\omega$ . Osnovni  $k - \omega$  model može se koristiti za probleme graničnog sloja, jer se model dobro ponaša kroz viskozni podsloj pa sve do zida.  $SST$  formulacija se prebacuje na  $k - \varepsilon$  ponašanje na većim udaljenostima od graničnog sloja, čime se izbjegava problem preosjetljivosti  $k - \omega$  modela u strujanju van graničnog sloja. Stoga  $k - \omega SST$  model spaja dobre karakteristike od više modela turbulencije, te je iz tog razloga postao standard u CFD analizama.  $k - \omega SST$  moguće je koristiti bez prigušnih (engl. damping) funkcija za vrijednosti  $y^+ < 1$ , gdje  $y^+$  predstavlja bezdimenzijsku udaljenost od stijenke.

Jednačbe koje prikazuju  $k - \omega SST$  model su sljedeće:

- Turbulentna viskoznost:

$$v_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (2.14)$$

- Turbulentna kinetička energija:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.15)$$

- Specifična brzina disipacije:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega^2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (2.16)$$

- Koeficijenti i pomoćni izrazi jednadžbi:

$$F_2 = \tanh \left[ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500v}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right] \quad (2.17)$$

$$P_k = \min \left( \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, 10\beta^* k \omega \right) \quad (2.18)$$

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500v}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega^2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (2.19)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho \sigma_{\omega^2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right) \quad (2.20)$$

$$\Phi = \Phi_1 F_1 + \Phi_2 (1 - F_2) \quad (2.21)$$

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta^*$	$\sigma_{k1}$	$\sigma_{k2}$	$\sigma_{\omega 1}$	$\sigma_{\omega 2}$
$\frac{5}{9}$	0.44	$\frac{3}{40}$	0.0828	$\frac{9}{100}$	0.85	1	0.5	0.865

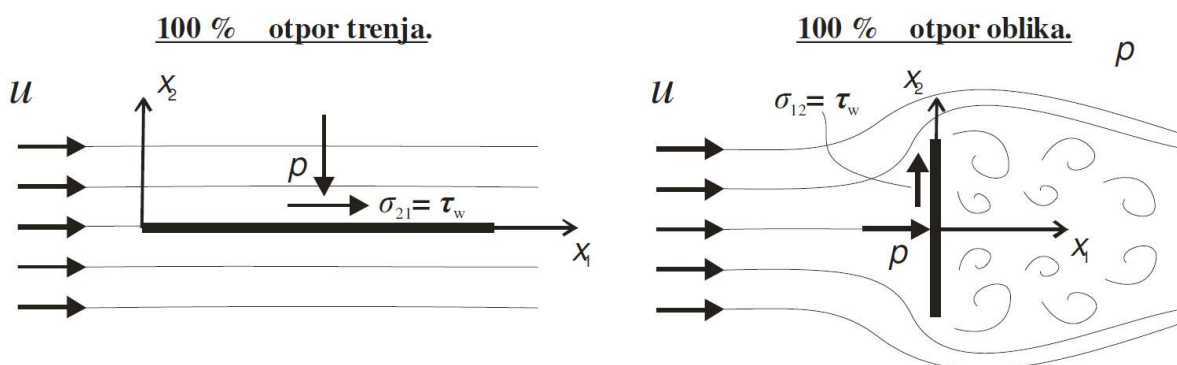
Tablica 1: Koeficijenti  $k$ - $\omega$  SST modela turbulencije

## 2.4 Aerodinamičke sile

Prilikom opstrujavanja nekog tijela, fluid na to tijelo djeluje odgovarajućom silom. Ta sila se sastoji od sile tlaka i sile trenja.

Sile tlaka nastaju kao posljedica razlike tlakova na pojedinim površinama tijela. Javljaju se na svakoj površini koja je u doticaju s fluidom, te ovise o tlaku fluida uz površinu promatranog tijela i veličini površine.

Sile trenja nastaju kao posljedica viskoznosti fluida i to na način da čestice koje se nalaze uz samu stijenku tijela, oko kojeg fluid struji, se lijepe za stijenku i gibaju se zajedno sa tijelom. Što znači da postoji relativna brzina između čestica fluida koje se nalaze uz samu stijenku i onih udaljenijih od stijenke. Upravo radi relativne brzine između susjednih čestica fluida postoje i viskozne sile između tih čestica, te na taj način fluid prenosi na površinu tijela silu trenja. Ovisno o obliku tijela i smjeru strujanja, doprinosi pojedinih sila na ukupnu aerodinamičku silu biti će drugačiji. Sljedeća slika prikazuju dva ekstremna slučaja:



Slika 3: Ekstremni slučajevi opstrujavanja tijela [2]

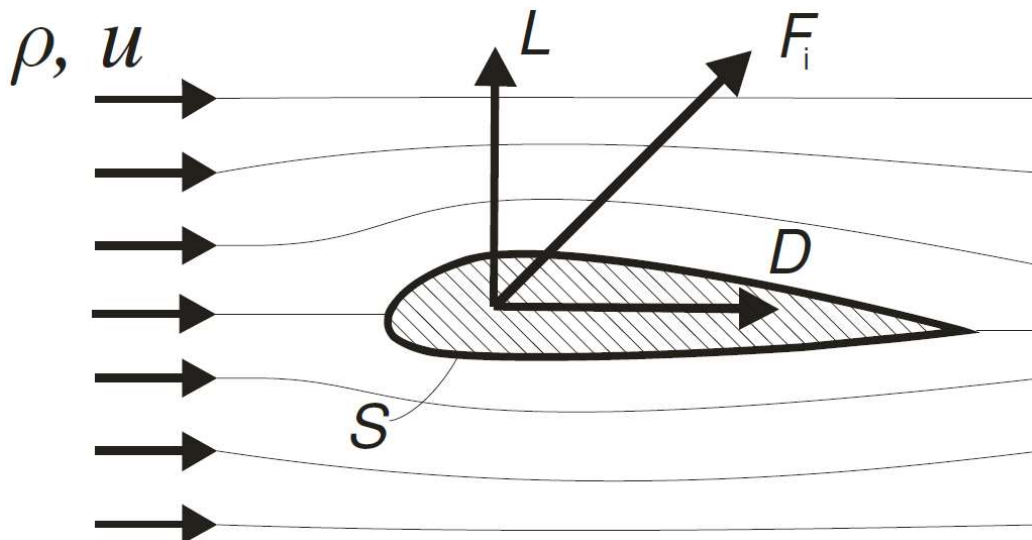
U prvom slučaju, sile tlaka okomite su na smjer strujanja, pa se ukupna sila otpora sastoji samo od sile trenja, odnosno viskoznih sila, dok je drugom slučaju situacija obrnuta. Sile tlaka djeluju u smjeru strujanja, a viskozne sile okomito na smjer strujanja. U tom slučaju ukupnoj sili otpora doprinose samo tlačne sile. Pri realnim slučajevima opstrujavanja tijela, uvijek će postojati i jedan i drugi doprinos ukupnoj sili otpora.

### 2.4.1 Aerodinamički koeficijenti

Aerodinamički koeficijenti su bezdimenzijski brojevi koji se koriste za određivanje aerodinamičkih karakteristika tijela oko kojih struji fluid. Korištenje aerodinamičkih koeficijenata olakšava usporedbu efikasnosti aerodinamičkih karakteristika iz razloga što su sve sile svedene na bezdimenzijski oblik.

- Aerodinamički koeficijent otpora (engl. Drag coefficient):  $C_D = D/0.5\rho v^2 A_{ref}$
- Aerodinamički koeficijent uzgona (engl. Lift coefficient):  $C_L = L/0.5\rho v^2 A_{ref}$

Gdje  $D$  predstavlja silu otpora koja djeluje paralelno i u istom smjeru kao i strujanje, dok  $L$  predstavlja silu uzgona (potiska) okomitu na smjer strujanja,  $A_{ref}$  predstavlja referentnu površinu, dok  $0.5\rho v^2$  predstavlja dinamički tlak neporemećene struje. Na idućoj slici prikazani su smjerovi aerodinamičkih sila na primjeru ravninskog strujanja.



Slika 4: Primjer ravninskog strujanja [2]

### 3 Metoda konačnih volumena

Metoda konačnih volumena je integralna metoda koja se temelji na integriranju konzervativnog oblika transportnih jednadžbi po konačnim volumenima na koje je podijeljeno područje proračuna. Metoda konačnih volumena je najzastupljenija numerička metoda u problemima strujanja fluida. Prema toj metodi, područje proračuna strujanja dijeli se na velik broj konačnih volumena u kojima se računaju vrijednosti polja fizikalnih veličina. Konačni volumeni se ne smiju preklapati, te moraju u potpunosti ispunjavati domenu.

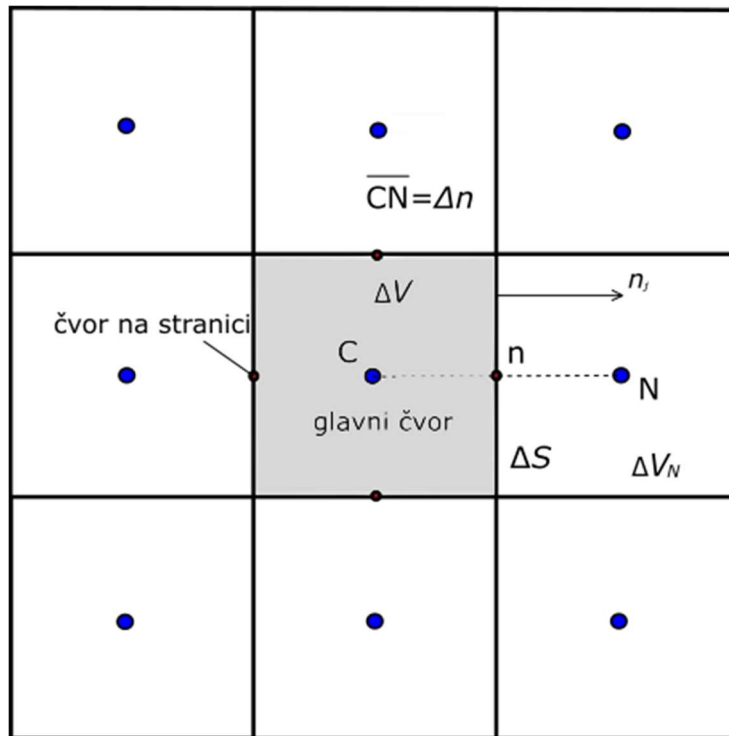
Osnovni oblik jednadžbe pomoću koje se zapisuju svi fizikalni zakoni naziva se opća transportna jednadžba i glasi:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = - \int_{\Sigma \Delta S} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (3.1)$$

U kojoj članovi osnovne transportne jednadžbe predstavljaju:

- prvi član – nestacionarni član (član lokalne promjene)
- drugi član – konvektivni član
- treći član – difuzijski član
- četvrti član – izvorski član





Slika 5: Dio diskretiziranog područja proračuna

U izrazu (3.1) se pojavljuju volumenski i površinski integrali koji se aproksimiraju sukladno integralnom teoremu o srednjoj vrijednosti. Ako se pretpostavi nestlačivost fluida ( $\rho = konst.$ ) dobije se izraz:

$$\int_{\Delta V} \varphi dV = \bar{\varphi}_{\Delta V} \Delta V \quad (3.2)$$

Pri čemu je  $\bar{\varphi}_{\Delta V}$  srednja vrijednost fizikalne veličine  $\varphi$  unutar konačnog volumena. Ako se pretpostavi da je konačni volumen dovoljno mali, onda se promjena veličine  $\varphi$  unutar konačnog volumena može aproksimirati linearnom raspodjelom, odnosno razvojem u Taylorov red oko vrijednosti u čvoru C, u obliku:

$$\varphi(x_j) = \varphi_C + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right|_C (x_j - x_j^C) \quad (3.3)$$

Gdje je  $x_j$  vektor položaja bilo koje točke unutar konačnog volumena.

Uvrsti li se izraz (3.3) u jednadžbu (3.2) dobije se:

$$\overline{\varphi}_{\Delta V} \Delta V = \left[ \varphi_C + \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \Big|_C (x_j^T - x_j^C) \right] \Delta V \quad (3.4)$$

Iz jednadžbe je vidljivo, ako je vektor položaja težišta  $x_j^T$  jednak vektoru položaja centralnog čvora C, veličinu  $\varphi$  unutar kontrolnog volumena je moguće aproksimirati na način:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV \approx \rho \frac{d\varphi_C}{dt} \quad (3.5)$$

Time je aproksimiran član lokalne promjene, te izgleda upravo kako je gore navedeno.

Slično vrijedi i za integral izvorskog člana koji se aproksimira na sljedeći način:

$$\int S_\varphi dV \approx S_C \Delta V \quad (3.6)$$

Gdje je  $S_C$  vrijednost izvorskog člana u čvoru C kao aproksimacija srednje vrijednosti izvorskog člana unutar volumena  $\Delta V$ .

Potrebno je još aproksimirati površinske integrale koji u jednadžbi (3.1) označuju protok fizikalnog svojstva uslijed konvekcije i difuzije kroz površinu konačnog volumena. Vektor konvekcijskog toka je definiran kao  $\rho v_j \varphi$ , a vektor difuzijskog toka je  $-\Gamma \cdot (\partial \varphi / \partial x_j)$ . Ova dva vektora nisu kolinearna, a njihov zbroj čini ukupni vektor  $J_j$ . Protoku fizikalnog svojstva doprinosi samo normalna komponenta vektora toka  $J_j n_j$ .

$$\Delta J_n = \int_{\Delta S} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) = \left[ \overline{\rho (v_n \varphi)}_{\Delta S} - \Gamma \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{\Delta S} \right] \Delta S \quad (3.7)$$

Član  $\overline{(v_n \varphi)}_{\Delta S}$  se može raspisati kao umnožak srednjih vrijednosti normalne komponente brzine i vrijednosti u težištu  $n$  površine  $\Delta S$ . Na isti način se srednja vrijednost normalne derivacije polja  $\varphi$  na površini  $\Delta S$  aproksimira vrijednošću normalne derivacije polja  $\varphi$  u točki  $n$   $(\overline{d\varphi/dn})_{\Delta S} \approx \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_n$ . Nakon uvođenja bezdimenzijske koordinate  $\tilde{n} = n/\Delta n$ , gdje je  $\Delta n$  udaljenost čvorova C i N prikazana na slici 5, može se zapisati:

$$\Delta J_n = \rho v_{n,n} \Delta S \varphi_n - \frac{\Gamma \Delta S}{\Delta n} \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n = F_n \varphi_n - D_n \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n \quad (3.8)$$

Gdje  $F_n = \rho v_{n,n} \Delta S$  predstavlja jačinu konvekcije, tj. maseni protok fluida kroz površinu  $\Delta S$ , a  $D_n = \Gamma \Delta S / \Delta n$  jačinu difuzije, odnosno difuzijsku vodljivost.

Uvrštavanjem izraza (3.5), (3.6) i (3.8) u jednadžbu (3.2) slijedi:

$$\rho \frac{d\varphi_c}{dt} \Delta V = - \sum_{nb=1}^{N_{nb}} \left( F_n - D_n \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n \right)^{nb} + S_c \Delta V \quad (3.9)$$

Gdje  $nb$  označuje zbrajanje po svim  $N_{nb}$  stranicama konačnog volumena. U numeričkom postupku računaju se i pamte samo čvorne vrijednosti polja  $\varphi$ , dok će se vrijednosti na stranicama aproksimirati pomoću vrijednosti u glavnim čvorovima. Taj se postupak naziva shemom diferencije ili numeričkom shemom. Primjenom sheme diferencija koje koriste samo vrijednosti u glavnim čvorovima za aproksimaciju, dobije se izraz:

$$\Delta J_n = F_n - D_n \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n = F_n \varphi_c + a_N (\varphi_c - \varphi_N) \quad (3.10)$$

Gdje je  $a_N$  koeficijent koji ovisi od primjenjene sheme diferencije. Naknadnim sređivanjem jednadžbi, linearizacijom, te primjenom neke od metoda za vremensku integraciju izraz se svede na:

$$a_c \varphi_c = \sum_{nb=1}^{N_{nb}} [a_N^{nb} \varphi_N^{nb}] + b \quad (3.11)$$

Gornja jednadžba je linearna algebarska jednadžba dobivena diskretizacijom integrala po konačnom volumenu s centralnim čvorom C. Ovaj postupak je proveden za jedan konačni volumen. Ako bi se postupak ponovio za sve konačne volumene nastao bi sustav linearnih algebarskih jednadžbi u kojem su nepoznanice čvorne vrijednosti polja  $\varphi$ . Sustav će se sastojati od broja jednadžbi koji je jednak broju konačnih volumena, odnosno broju nepoznatih čvornih vrijednosti polja  $\varphi$ . Taj se sustav može simbolički zapisati u obliku:

$$[A_{ji}][\varphi_i] = [b_j] \quad (3.12)$$

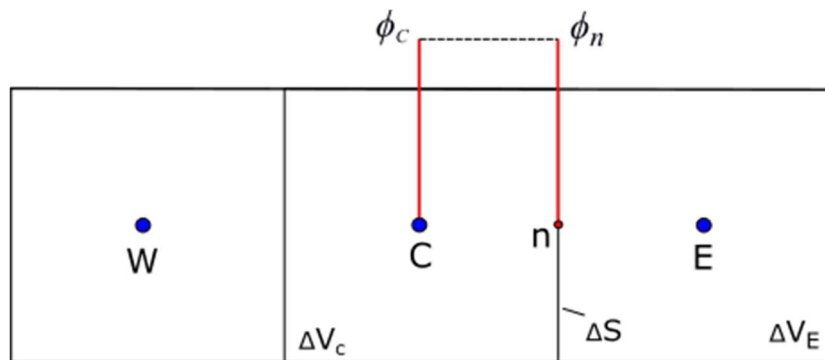
Gdje  $[A_{ji}]$  označuje matricu sustava,  $[\varphi_i]$  označuje vektor nepoznanica čvornih vrijednosti polja  $\varphi$ , a  $[b_j]$  označuje vektor desne strane u kojeg ulaze sve poznate veličine, odnosno rubni uvjeti sustava.

### 3.1 Numeričke sheme

U ovome radu koristit će se uzvodna shema koja je prvog reda točnosti, te linearna uzvodna shema koja je drugog reda točnosti, stoga će se pobliže objasniti samo ove dvije numeričke sheme.

#### 3.1.1 Uzvodna shema

Uzvodna shema prvog reda točnosti je najjednostavnija numerička shema. Po uzvodnoj shemi pretpostavlja se da je vrijednost fizikalne veličine na stranici jednaka vrijednosti u čvoru konačnog volumena uzvodno.



Slika 6: Uz definiciju uzvodne sheme

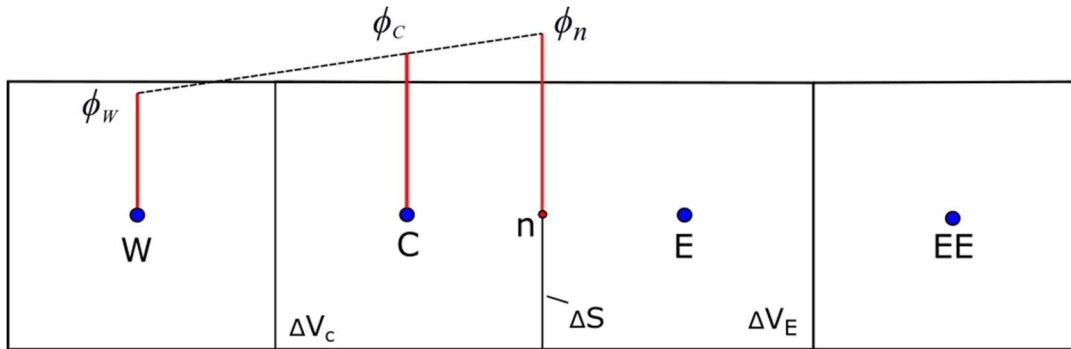
Prema uzvodnoj shemi prvog reda točnosti, vrijednost  $\phi_n$  konvektivnog člana računa se kao

$$\phi_n = \begin{cases} \phi_C & \text{za } F > 0 \\ \phi_E & \text{za } F < 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Osnovni nedostatak ove sheme je da unosi lažnu difuziju u numeričko rješenje, dok je dobra strana izuzetno jednostavno računanje koeficijenata.

### 3.1.2 Linearna uzvodna shema

Linearna uzvodna shema je prava potpuno uzvodna shema koja je drugog reda točnosti. U toj shemi vrijednost fizikalne veličine na stranici  $\phi_n$  može odrediti linearnom ekstrapolacijom vrijednosti ( $\phi_w, \phi_c$ ) iz uzvodnih čvorova.



Slika 7: Uz definiciju linearne uzvodne sheme

Difuzijski se transport definira shemom centralnih razlika, a vrijednost konvektivnog člana  $\phi_n$  se računa kao:

$$\phi_n = \begin{cases} \phi_c + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{n}} \Big|_c^{\text{uzvodno}} & = \phi_c + \frac{1}{2} (\phi_c - \phi_w) \text{ za } F > 0 \\ \phi_E + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{n}} \Big|_E^{\text{uzvodno}} & = \phi_E + \frac{1}{2} (\phi_E - \phi_{EE}) \text{ za } F < 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Ova shema za razliku od uzvodne sheme prvog reda generira negativne koeficijente, što znači da će postojati oscilatorno rješenje u blizini diskontinuiteta. Za sve sheme koje daju nefizikalno oscilatorno rješenje problema kaže se da su neomeđene (engl. Unbounded). Svojstvo omeđenosti numeričke sheme je vrlo važno, što se od dobrih numeričkih shema bezuvjetno zahtijeva.

---

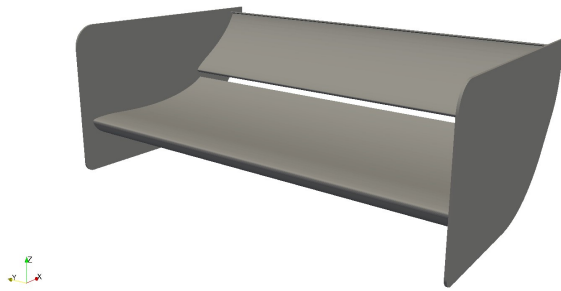
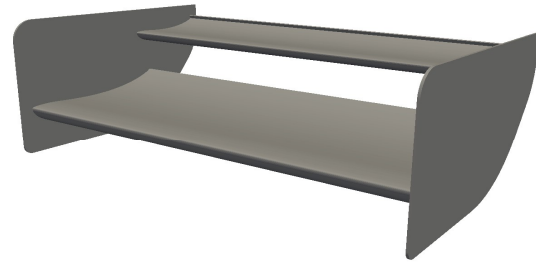
## 4 Proračuni strujanja pomoću OpenFOAM paketa

U ovome radu promatrat će se aerodinamičke sile koje djeluju na stražnje krilo natjecateljskog automobila. Cilj rada je pokazati utjecaj promjene napadnog kuta jedne od lopatica stražnjeg krila na aerodinamičke sile, odnosno pokazati beneficije pri upotrebi aktivnog stražnjeg krila na natjecateljskim automobilima. Beneficije se očituju u smislu smanjenja sile otpora u situacijama trke kada je to potrebno, to jest povećanje sile potiska u situacijama kada će to rezultirati bržem savladavanju određenog dijela staze. Smanjenje napadnog kuta jedne od lopatica za vrijeme utrke naziva se sustav smanjenja otpora (DRS - engl. Drag Reduction System), koji ćemo simulirati u idućim poglavljima.

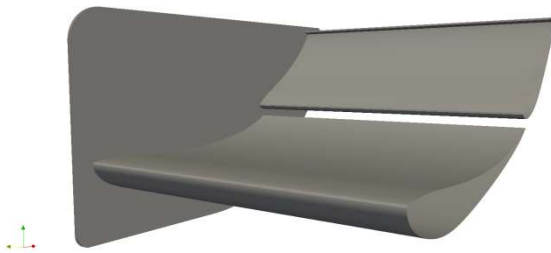
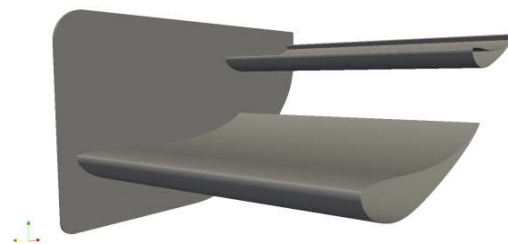
Prilikom korištenja rezultata dobivenih ovim simulacijama treba imati na umu da je uzet u obzir samo utjecaj stražnjeg krila formule na strujanje, bez prisustva ostalih dijelova natjecateljskog automobila. Prisustvom ostalih dijelova automobila, struja zraka koja bi dolazila na krilo razlikovala bi se od neporemećene struje koja dolazi prilikom provedenih simulacija, no pošto je stražnje krilo natjecateljskog automobila dovoljno visoko postavljeno smatra se da struja zraka neće biti znatnije poremećena, te da će rezultati provedene simulacije biti dovoljno točni.

### 4.1 Geometrija

Stražnje krilo modelirano je od strane FSB racing tima te je preuzeto u STEP formatu, a sve daljnje preinake na geometriji obavljene su pomoću programskog paketa *Salome*. Za potrebe proračuna modelirane su dvije varijante stražnjeg krila formule. Prva varijanta krila koja je modelirana predstavlja model u kojem su lopatice postavljene pod takvim napadnim kutom da daju veliku silu potiska (negativnog uzgona) potrebnu za savladavanje onih dijelova trkaće staze koju karakteriziraju zavoji. U drugoj varijanti krila koja je modelirana, gornjoj lopatici je u potpunosti smanjen napadni kut s ciljem smanjenja sile otpora na ravnim dijelovima trkaće staze, gdje velika sila potiska nije potrebna. Na idućim slikama prikazane su dvije varijante krila.

**Prva varijanta****Druga varijanta****Slika 8: Varijante krila**

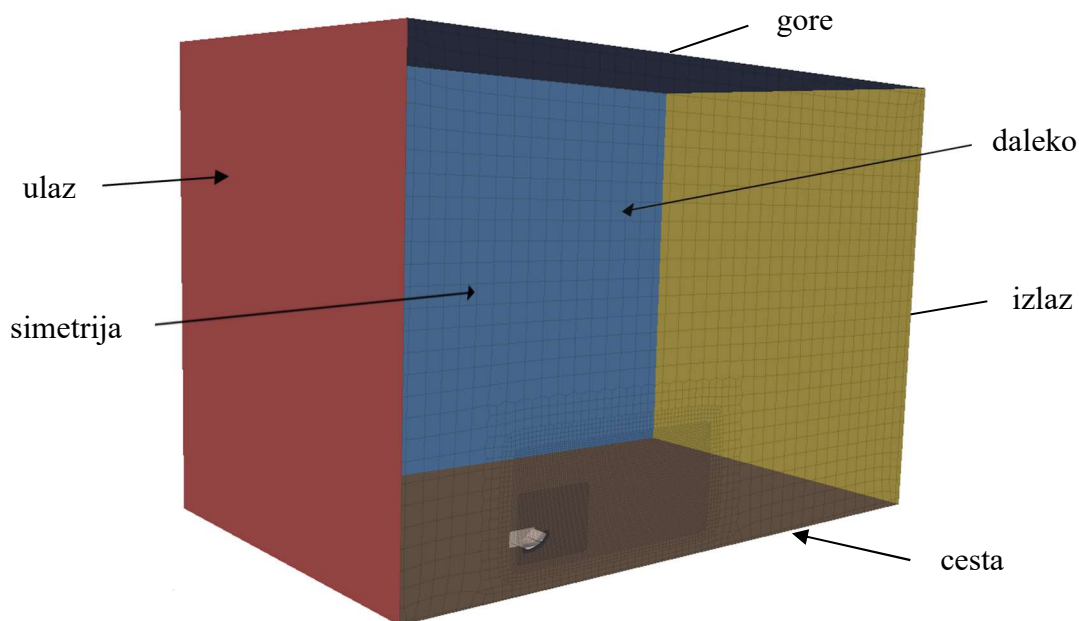
Pošto je strujanje oko ovog tijela simetrično kao što je simetrično i samo krilo, radi uštede na radnoj memoriji prilikom izrade područja proračuna koristili smo samo polovicu krila, kao što je prikazano na idućoj slici.

**Prva varijanta****Druga varijanta****Slika 9: Varijante krila korištene u proračunima**

## 4.2 Izrada Mreže

Diskretizacija područja proračuna za ovaj rad napravljena je uz pomoć više-platformske biblioteke računalnih programa *cfMesh*. *cfMesh* je više-platformska biblioteka za automatsku izradu mreže koja je implementirana unutar novijih *openFOAM* paketa. Nakon konačne dorade dviju varijanti krila u programskom paketu *Salome*, prvi korak u izradi mreže jest definiranje područja proračuna. Budući da su za ovaj problem jedini poznati rubni uvjeti oni oblika neporemećene struje u beskonačnosti, područje proračuna mora započinjati dovoljno daleko

ispred samog krila. Isto tako, područje mora biti dovoljno rasprostranjeno iza modela (u smjeru strujanja) kako bi se na izlaznoj plohi područja postigli uvjeti razvijenog strujanja (ujednačenog u uzdužnom smjeru). U smislu navedenog, prilikom izrade područja proračuna bilo je vrlo bitno postaviti i gornju granicu područja dovoljno visoko, pošto prilikom opstrujavanja krila, strujnice zraka će sa gornje strane krila pratiti konturu lopatica, te će radi velikog napadnog kuta lopatica na izlaznom bridu imati značajnu komponentu u vertikalnom smjeru. Donja granica područja proračuna simulira cestu, na način da je postavljena na realnoj udaljenosti na kojoj se stražnje krilo trkaćeg bolida nalazi od ceste, te da se giba brzinom strujanja zraka unutar područja proračuna. Širina odnosno dubina područja definirana je na način da jedna ploha predstavlja ravninu simetrije koja presijeca model stražnjeg krila točno na polovici, dok je druga ploha postavljena deset širina krila dalje od plohe simetrije.



**Slika 10: Područje proračuna**

Nakon definiranja područja proračuna, potrebno je unutar njega oduzeti volumen koji predstavlja polovicu krila. Na taj se način dobije ukupno područje unutar kojeg će biti izvršen proračun. No za potrebe izrade mreže unutar *cfMesh* programskog paketa potrebno je pojedine rubne površine zasebno spremiti u STL formatu te ih potom povezati i spremiti u fms format. Time se unutar ukupnog područja proračuna definiraju pojedine rubne plohe. Sljedeća tablica prikazuje imena pojedinih izlučenih ploha unutar područja proračuna za dvije varijante proračuna koji će biti provedeni, te kratka objašnjenja svake rubne plohe.



Varijanta_1	Varijanta_2	objašnjenje
ulaz	ulaz_v2	Ulazni presjek, ravnina gdje strujanje ulazi i započinje proračun
izlaz	izlaz_v2	Izlazni presjek, ravnina gdje strujanje izlazi i gdje se vrijednosti veličina određuju samim proračunom
gore	gore_v2	Gornja granica domene
cesta	cesta_v2	Donja granica domene, simulira cestu (giba se brzinom strujanja)
simetrija	simetrija_v2	Predstavlja ravninu simetrije, presijeca krilo u ravnini simetrije
daleko	daleko_v2	Ravnina koja predstavlja dubinu do koje se domena proteže
lopatica_1	lopatica_1_v2	Rubne plohe koje opisuju prvu lopaticu na koju strujanje nailazi
lopatica_2	lopatica_2_v2	Rubne plohe koje opisuju drugu lopaticu na koju strujanje nailazi
endplate	endplate_v2	Rubne plohe koje opisuju ploče na rubovima krila

**Tablica 2: Nazivi pojedinih rubnih ploha**

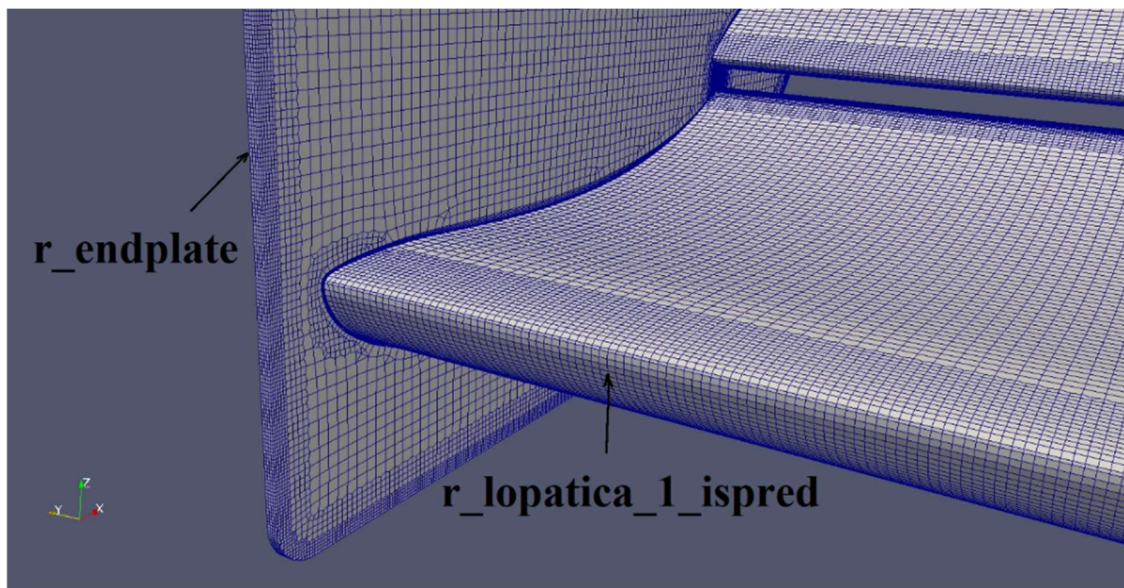
Osim rubnih ploha koje su pojedinačno spremljene u STL formatu i potom povezane, programski paket *cfMesh* omogućuje finiju diskretizaciju okoliša ploha koje se navedu unutar biblioteke *meshDict* uz profinjenja koja su stavljena na rubne plohe modela oko kojeg struji zrak. Radi toga iz programskog paketa *Salome* izvezeno je još nekoliko ploha koje će služiti za dodatnu, finiju diskretizaciju mreže. U tablici 3 su prikazane skupine ploha koje su dodatno izdvojene za obje varijante mreže.

Varijanta_1	Varijanta_2
r_endplate	r_endplate_v2
r_gurney	r_gurney_v2
r_lopatica_1_ispred	r_lopatica_1_ispred_v2
r_lopatica_1_iza	r_lopatica_1_iza_v2
r_lopatica_2_ispred	r_lopatica_2_ispred_v2

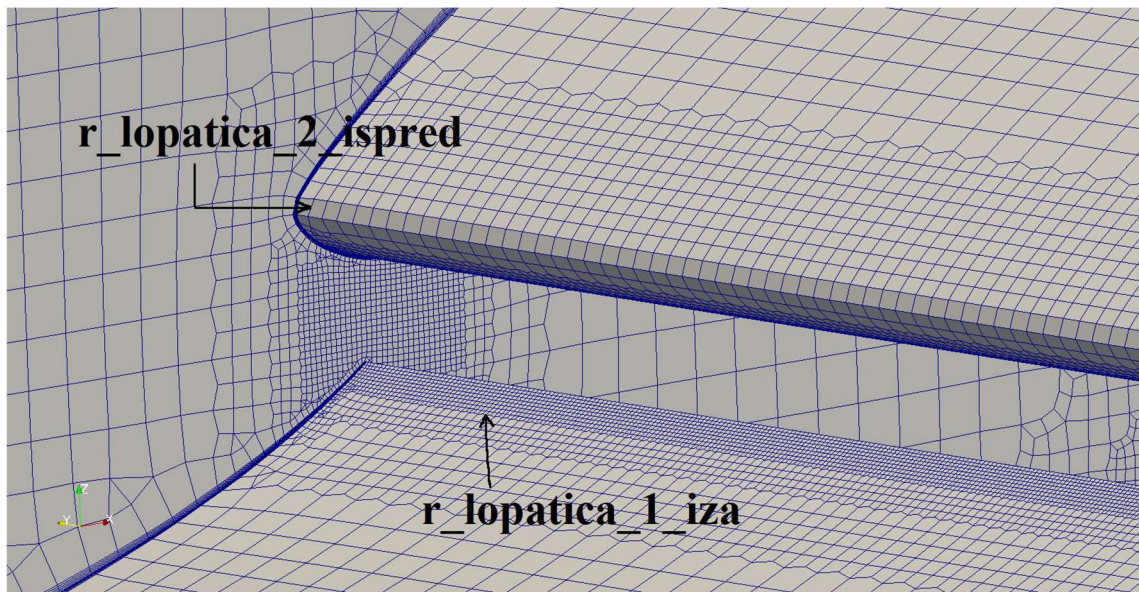
**Tablica 3: Nazivi pojedinih profinjenja**

Plohe navedene u gornjoj tablici su one koje su ili vrlo tanke (ne bi ih bilo moguće razlučiti postojećim prostornim korakom mreže) ili se nalaze u području velike zakrivljenosti geometrije. Time one predstavljaju dijelove mreže na kojima će doći do velikih promjena fizikalnih veličina. Iz tih razloga, na njima se primjenjuje finija diskretizacija kako bi rezultati bili točniji.

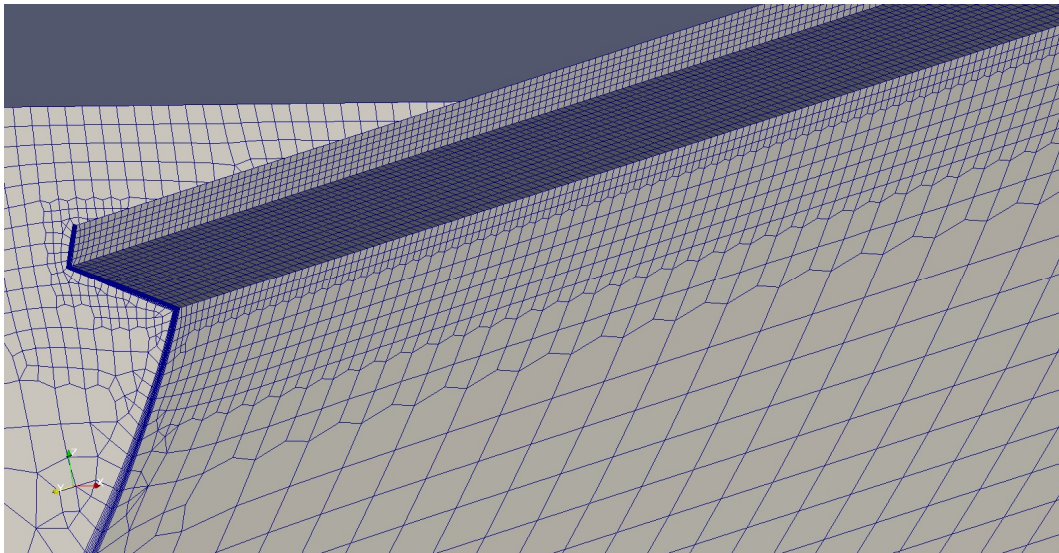
Područja s primjenom finije prostorne diskretizacije, navedena u gornjoj tablici, prikazana su na donjim slikama.



Slika 11: Profinjenja: r\_endplate, r\_lopatice\_1\_ispred



Slika 12: Profinjenja: r\_lopatice\_2\_ispred, r\_lopatice\_1\_iza



**Slika 13: Profinjenje u području Gurney flap-a**

Osim profinjenja na navedenim plohama, postavljena su još profinjenja u prostor između lopatica (vidljivo na slici 12) iz razloga što će u tom prostoru biti velike promjene fizikalnih veličina. Također mreža je profinjena u prostor neposredno iza krila kako bi se uhvatio što je bolje moguće vrtložni trag.

### 4.3 Rubni uvjeti

Postavljanje rubnih uvjeta kod proračuna strujanja je vrlo bitan dio predprocesiranja (dio proračuna u kojemu se vrši generiranje mreže, te postavljanje rubnih uvjeta i postavka proračuna) iz razloga što jako utječu na rješenja samog proračuna. Rubni uvjeti moraju biti odabrani na način da odgovaraju stvarnom strujanju u prirodi. Kako je ranije već rečeno granice područja proračuna moraju biti dovoljno udaljene od izvora poremećaja strujanja da se radi njih ne bi pojavila pogreška prilikom simulacije. Npr. ako gornja granica područja proračuna ne bi bila postavljena dovoljno visoko iznad krila, dobio bi se efekt strujanja kroz tunel, što bi implementiralo grešku unutar simulacije, odnosno proračuna.

Na ulaznoj granici, zadane su fiksne vrijednosti svih veličina s kojima fluid ulazi u područje proračuna, a na izlaznoj, njihova nulta promjena u smjeru okomitom na granicu (ujedno i smjeru neporemećene brzine). Na površinama koje predstavljaju stražnje krilo postavljeni su rubni uvjeti nepropusne stijenke te se na njima čestice fluida lijepe na površinu krila. Budući da je strujanje turbulentno, primijenjeni model turbulencije zahtijeva korištenje zidnih funkcija. Pri

rješavanju tlaka na tim se površinama primjenjuje rubni uvjet nultog gradijenta tlaka u normalnom smjeru na površinu, a pošto je strujanje viskozno, odabir rubnih uvjeta vezanih za turbulenciju na površini krila ovisi o finoći generirane mreže odnosno vrijednosti  $y^+$  parametra. Za ovaj slučaj u kojemu je mreža na površini krila dovoljno profinjena, za kinetičku energiju turbulencije korištena je *kqRWallFunction*, za specifičnu brzinu disipacije *omegaWallFunction*, te za turbulentnu viskoznost *nutUspaldingWallFunction*. Za donju granicu područja proračuna koja se naziva „cesta“, jer simulira cestu, postavljeni su rubni uvjeti pomičnog zida kojem je brzina uniformna i nalazi se na stvarnoj udaljenosti krila od tla. Na ostalim granicama područja korištena je funkcija *Symmetry*. U ravnini simetrije korištena je iz razloga da bi rezultati mogli biti preslikati na drugu polovicu krila, a na ostalim granicama je korištena iz razloga što nije zahtjevnija za računanje i daje točne rezultate (pošto su granice postavljene dovoljno daleko od poremećaja strujanja). Sljedeće tablice prikazuju popis granica područja proračuna i pripadajućih rubnih uvjeta za pojedinu granicu.

Naziv granice	Vrsta granice	Rubni uvjeti		
		$U$	$p$	$k$
ulaz	patch	freestream	freestreamPressure	fixedValue
izlaz	patch	freestream	freestreamPressure	zeroGradient
cesta	wall	fixedValue	zeroGradient	kqRWallFunction
gore	symmetry	symmetry	symmetry	symmetry
simetrija	symmetry	symmetry	symmetry	symmetry
daleko	symmetry	symmetry	symmetry	symmetry
lopatica_1	wall	fixedValue	zeroGradient	kqRWallFunction
lopatica_2	wall	fixedValue	zeroGradient	kqRWallFunction
endplate	wall	fixedValue	zeroGradient	kqRWallFunction

Tablica 4: Vrste granica i rubni uvjeti

Naziv granice	Vrsta granice	Rubni uvjeti	
		$\omega$	$\nu$
ulaz	patch	fixedValue	Calculated
izlaz	patch	zeroGradient	calculated
cesta	wall	omegaWallFunction	nutkWallFunction
gore	symmetry	symmetry	symmetry
simetrija	symmetry	symmetry	symmetry
daleko	symmetry	symmetry	symmetry
lopatica_1	wall	omegaWallFunction	nutUspaldingWallFunction
lopatica_2	wall	omegaWallFunction	nutUspaldingWallFunction
endplate	wall	omegaWallFunction	nutUspaldingWallFunction

Tablica 5: Vrste granica i rubni uvjeti

Vrste granica i rubni uvjeti koji su navedeni u gornjim tablicama odnose se na prvu varijantu modela na kojemu se vrše proračuni, te iste granice i rubni uvjeti vrijede naravno i za drugu varijantu modela na kojemu se vrše proračuni, samo što se u njihovim nazivima nalazi oznaka `_v2` što označava drugu varijantu modela, odnosno mreže, pa će tako npr. `lopatica_1` za drugu varijantu biti `lopatica_1_v2`, itd.

Simulacije su provedene sa vrijednosti neporemećene brzine strujanja u iznosu od 20 m/s na ulazu u područje proračuna, a polje je inicijalizirano s vrijednosti od  $10^{-12}$  m/s, jer je iz iskustva zaključeno kako će se na taj način olakšati proračunavanje jednadžbe kontinuiteta na samom početku proračuna.

Potrebno je još zadati inicijalne vrijednosti parametara turbulencije koje koristi  $k$ - $\omega$  SST model turbulencije, a oni se računaju na sljedeći način:

- Specifična kinetička energija turbulencije

$$k = \frac{3}{2} (UI)^2 \quad (4.1)$$

Gdje  $U$  predstavlja brzinu neporemećenog strujanja, a  $I$  predstavlja intenzitet turbulencije. Vrijednost korištenog intenziteta turbulencije je 1% što spada u skupinu nisko turbulentnih strujanja. Dobivena vrijednost kinetičke energije iznosi  $k = 0.06 \text{ m}^2/\text{s}^2$  pri brzini strujanja od 20 m/s.

- Specifična brzina disipacije

$$\omega = \frac{\sqrt{k}}{C_{\mu}^{0.25} l} \quad (4.2)$$

U kojoj  $k$  predstavlja kinetičku energiju turbulencije,  $C_{\mu}$  predstavlja konstantu modela turbulencije koja iznosi 0.09, dok  $l$  predstavlja karakterističnu duljinu turbulencije koja se računa prema izrazu:

$$l = 0.07L \quad (4.3)$$

Gdje  $L$  predstavlja duljinu izvora poremećaja. U ovom slučaju to je duljina endplate-a u smjeru strujanja, pa je  $l = 0.028 \text{ m}$ , a specifična brzina disipacije iznosi  $\omega = 15.197 \text{ m}^2/\text{s}^3$ .

## 4.4 Postavke proračuna

Proračuni su provedeni u programskom paketu *openFOAM*, pomoću numeričkog rješavača *simpleFoam*. Numerički rješavač *simpleFoam* proračunava stacionarna nestlačiva turbulentna strujanja, koristeći algoritam SIMPLE (eng. Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) za povezivanje polja tlaka i brzine, te GAMG rješavač za računanje korekcije tlaka.

Podrelaksacijski faktori korišteni u proračunima su dani u tablici:

Veličina	oznaka	Faktor
tlak	$p$	0.3
brzina	$U$	0.7
specifična brzina disipacije	$\omega$	0.7
specifična kinetička energija turbulencije	$k$	0.7

**Tablica 6: Podrelaksacijski faktori**

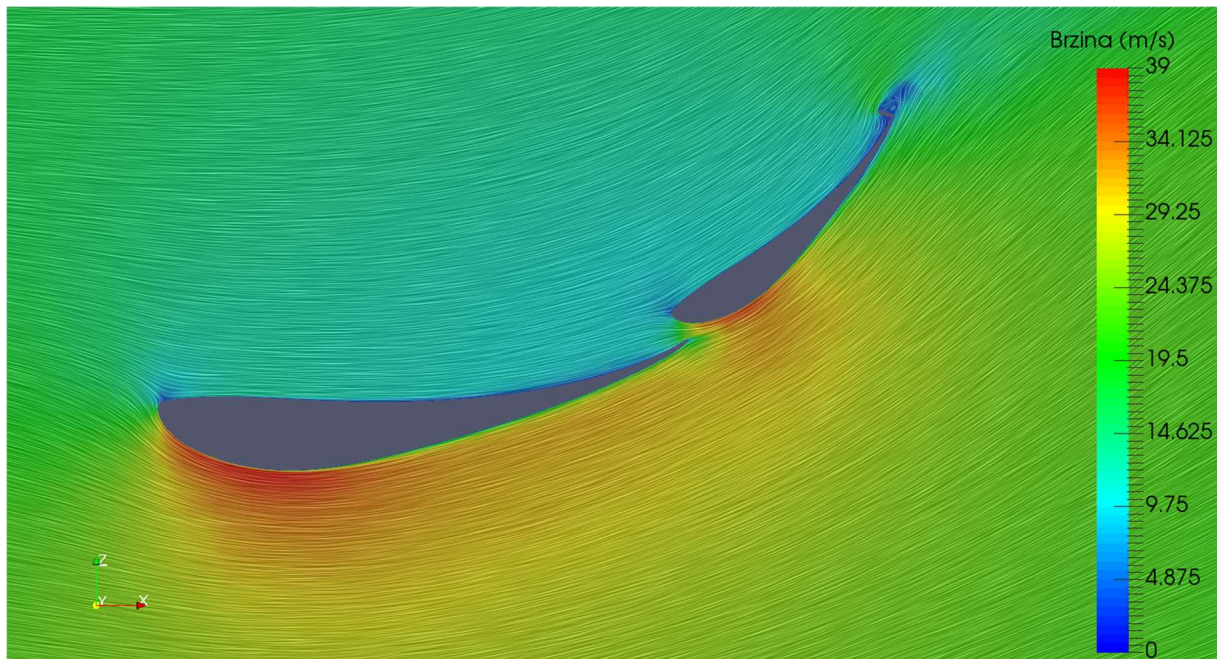
U poglavlju 3.1 opisane su numeričke sheme koje su korištene u proračunima. Zbog toga se ovdje neće baviti ponovnim objašnjavanjem pojedine sheme, već će biti navedeno gdje je koja shema korištena. Pošto se računa stacionarni problem, kod odabira metode vremenske integracije, odabire se metoda *steadyState* po kojoj se isključuju bilo kakve promjene po vremenskoj koordinati. Divergensi brzine definirani su pomoću *Gauss lienarUpwind* sheme (opisane u poglavlju 3.1.2), dok su divergensi specifične kinetičke energije turbulencije i specifične brzine disipacije definirani pomoću sheme *Gauss upwind* (opisane u poglavlju 3.1.1).

Sa ovime su u potpunosti definirani potrebni podatci, od geometrije pa sve do postavki proračuna te je moguće započeti proračune.

## 5 Rezultati proračuna

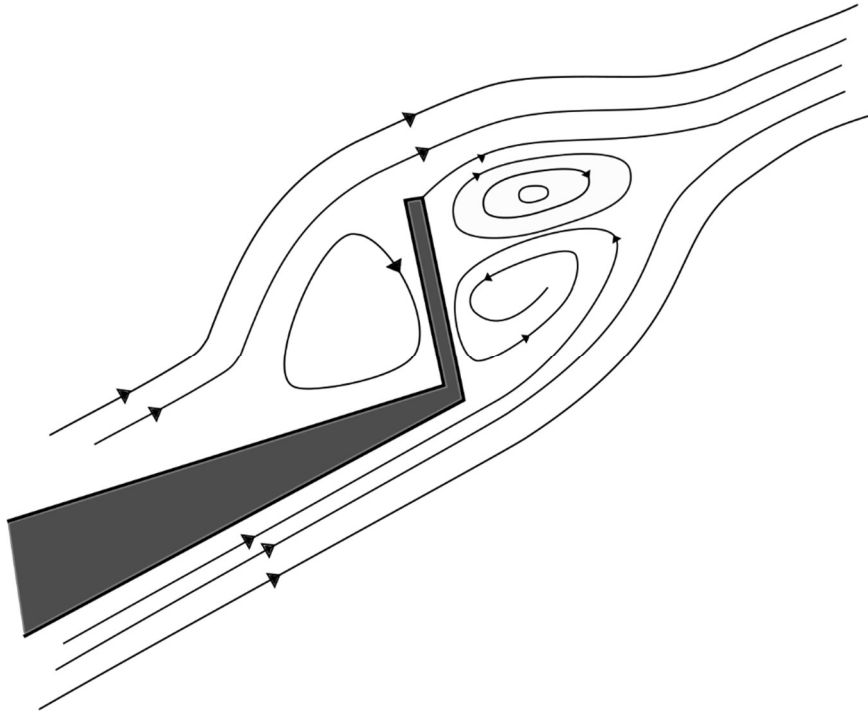
### 5.1 Prva varijanta krila

Na slici ispod, prikazano je polje brzine u presjeku  $y=0.2$ , kako bi se vidjela raspodjela brzine u okolici aeroprofila odnosno lopatica.



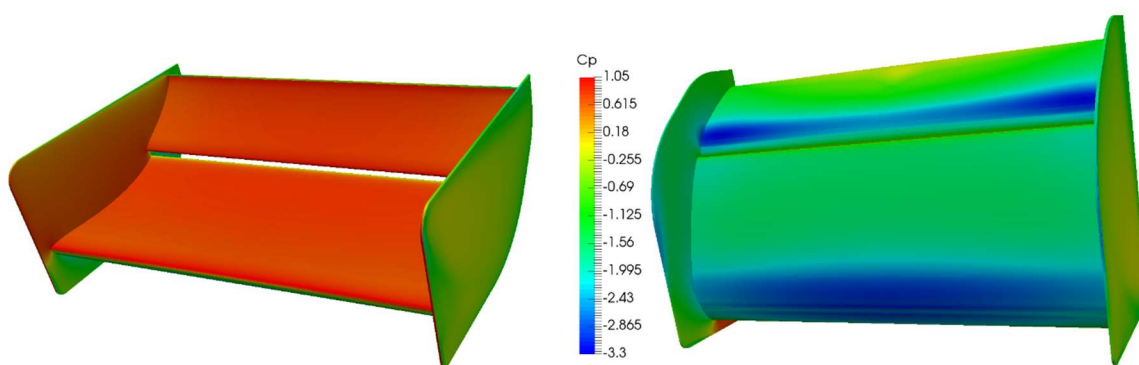
**Slika 14: Polje brzine prve varijante krila u presjeku  $y=0.2$**

Na slici je vidljivo kako je brzina strujanja ispod lopatica veća od brzine strujanja u djelu iznad lopatica, što za sobom povlači činjenicu da će tlak ispod lopatica biti niži od tlaka iznad lopatica odnosno sila tlaka na lopaticice djelovati će prema dolje. Upravo je to način na koji stražnje krilo daje svoji doprinos u povećanju sile potiska. Na slici se još može primijetiti i područje iznad gornje lopaticice u kojemu je brzina jako mala. To područje predstavlja mali separacijski mjehurić nastao radi Gurney flap-a. Gurney flap je tanki dio lopaticice na izlaznom rubu lopaticice (engl. trailing edge) koji je okomit na samu lopaticicu. Njegova uloga je zadržati područje visokog tlaka sve do ruba lopaticice te samim time povećati potisak. Istovremeno unutar separacijskog mjehurića stvaraju se dva vrtloga suprotne rotacije koji mogu odgoditi ili u potpunosti ukloniti pojavu odvajanja strujanja, tako što svojom rotacijom počinju zakretati i strujanje izvan separacijskog mjehurića te ne dopuštaju da se strujanje odvoji. Na slici 15, prikazan je način na koji vrtlozi sprječavaju ili odgađaju pojavu separacije u blizini izlaznog brida.



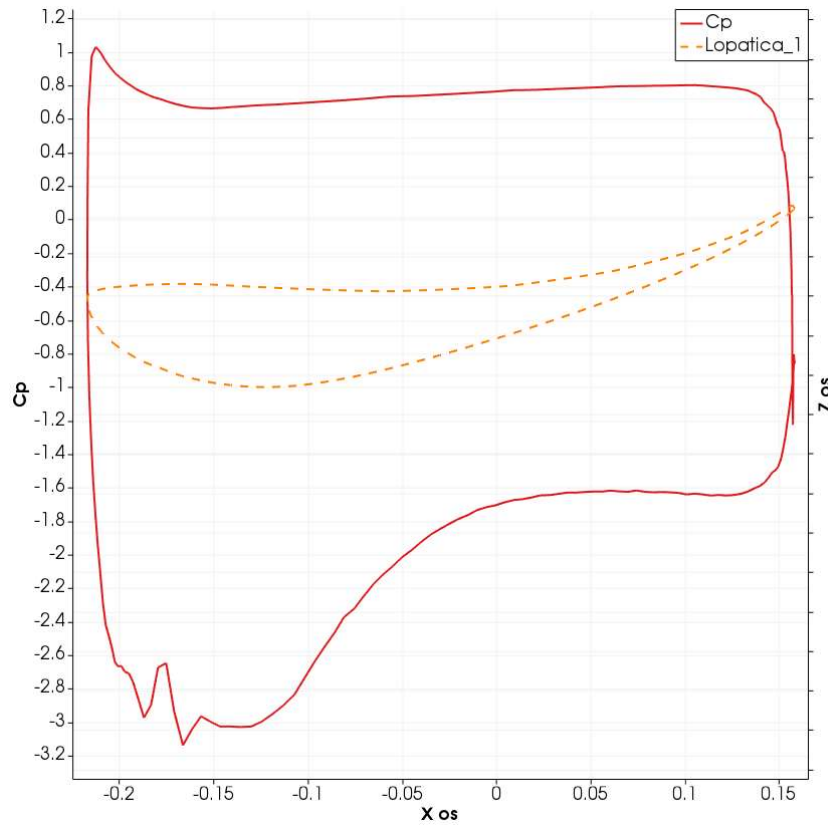
Slika 15: Gurney flap

Na idućim slikama prikazat će se raspodjela bezdimenzijskog koeficijenta tlaka po stražnjem krilu formule te dijagrami koeficijenta tlaka za svaku od lopatica na presjeku koji leži u ravnini simetrije (dijagram koji se odnosi na gornju lopaticu biti će prikazan bez gurney flapa, iz razloga što je okomit na lopaticu te predstavlja problem za dijagramski prikaz). Prilikom računanja koeficijenta tlaka  $C_p$  unutar *OpenFOAM* programskog paketa bitno je znati da je fizikalna veličina tlaka definirana pomoću izraza za kinematički tlak koji glasi  $p_{kin} = p/\rho$ , stoga izraz za koeficijent tlaka prelazi u oblik:  $C_p = p_{kin}/0.5U^2$ .

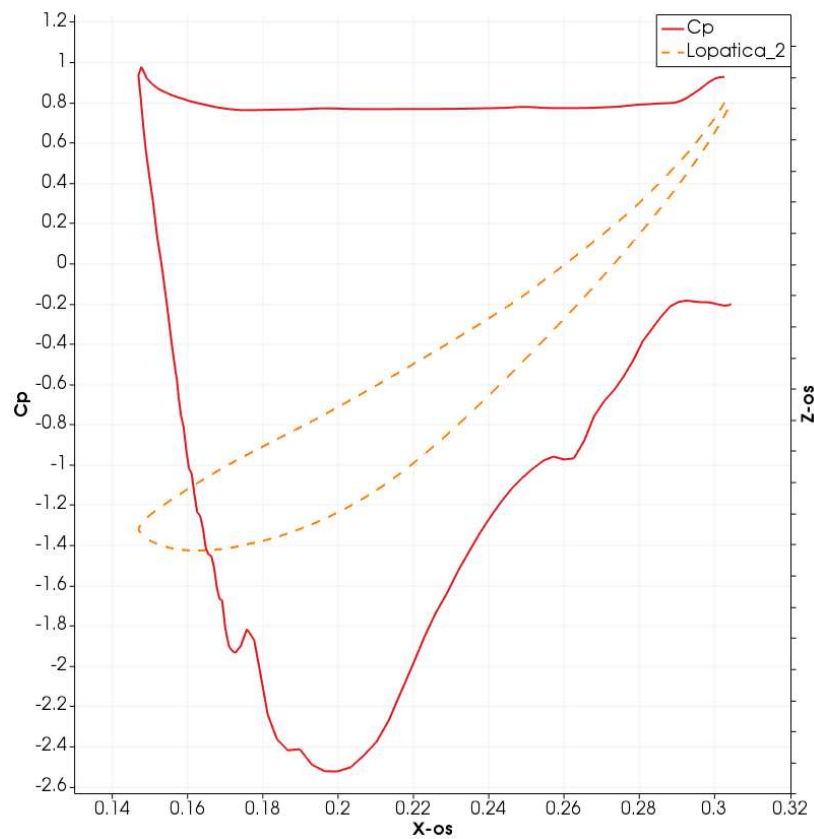


Slika 16: Raspodjela koeficijenta tlaka po stražnjem krilu prve varijante





Slika 17: Dijagram koeficijenta tlaka prve varijante donje lopatice na presjeku  $y=0$



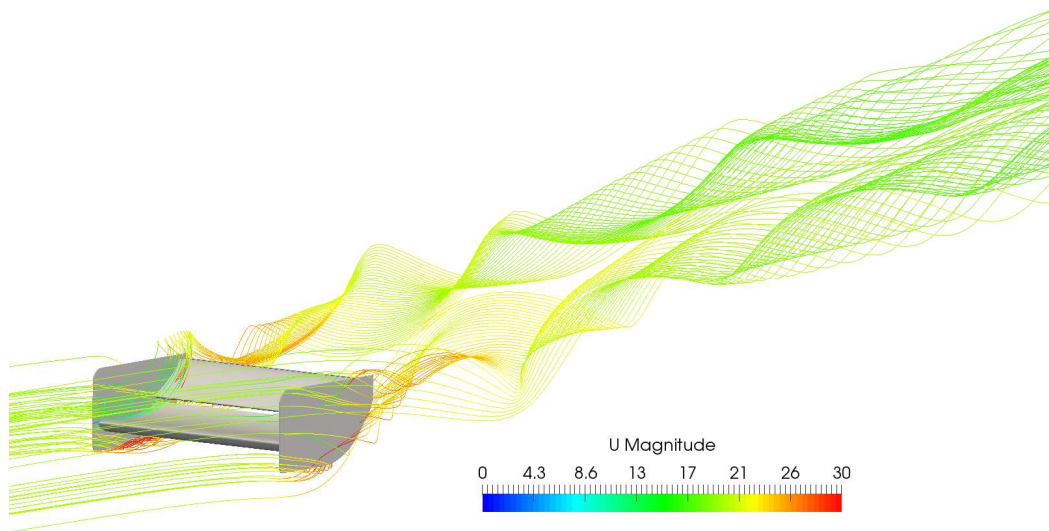
Slika 18: Dijagram koeficijenta tlaka prve varijante gornje lopatice na presjeku  $y=0$

Iz gornjih se slika vidi koliko je tlak na gornjoj (tlačnoj) strani lopatica veći od tlaka na donjoj (potlačnoj) strani na pojedinim presjecima okomitim na smjer strujanja, odnosno vidljivo je kako se upravo radi te razlike tlakova ostvaruje sila potiska na tlo. Razlika tlakova na tlačnoj i potlačnoj strani lopatica dovodi do bočnog prestrujavanja iz područja sa višim tlakom prema području sa nižim tlakom. Ta pojava uzrokuje smanjenje efektivnog napadnog kuta lopatica i zakreće smjer uzgonske sile prema smjeru strujanja, što dovodi do pojave inducirano otpora i smanjenja koeficijenta uzgona (potiska). Inducirani otpor je komponenta sile potiska koja je u smjeru sile otpora (pošto više sila potiska nije okomita na smjer strujanja) i predstavlja njen dodatak. Iz razloga što je pojava inducirano otpora loša, na bočne rubove lopatica su postavljeni endplate-i kojima je uloga da sprječavaju prestrujavanje sa područja višeg tlaka na područje nižeg tlaka.

Prestrujavanja se očituju kao pojava dvaju vrtloga koji se protežu na velikim udaljenostima od krila nizstrujno. Ta se pojava naziva vrtložnim tragom. Za prikaz intenziteta vrtloga korišten je  $Q$  kriterij koji se izračunava kao polovica razlike između dvostrukog unutarnjeg skalarnog umnoška tenzora vrtložnosti i tenzora brzine deformacije

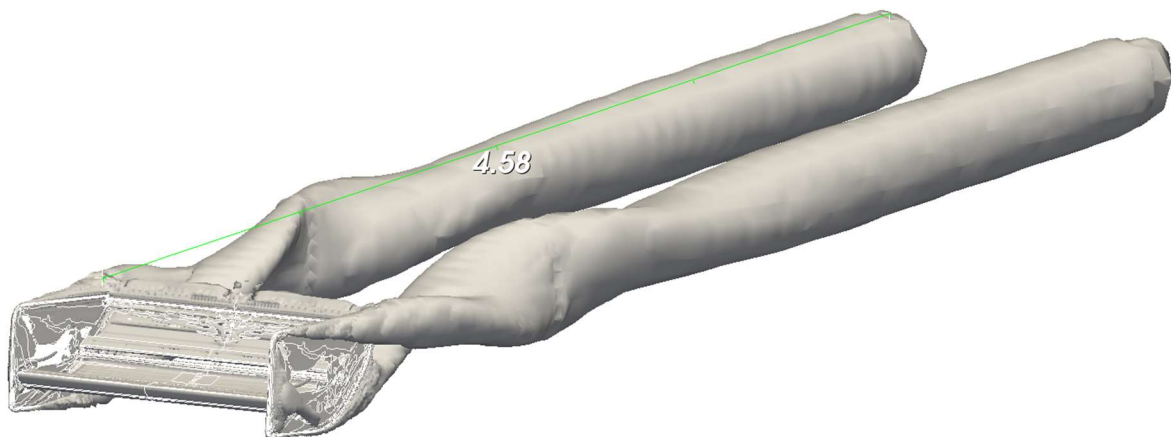
$$Q = \frac{1}{2} (V_{ij}V_{ij} - D_{ij}D_{ij}) \quad (5.1)$$

Gdje je  $V_{ij}$  tenzor vrtložnosti, a  $D_{ij}$  tenzor brzine deformacije. U području u kojemu je  $Q > 0$  prevladava strujanje oblika rotacije krutog tijela, dok u područjima  $Q < 0$  strujanje teži obliku strujanja u potencijalnom vrtlog. Stoga se može reći kako područja s vrijednostima  $Q > 0$  predstavljaju vrtloge. Tako se u ovom slučaju za vizualizaciju vrtloga koristila izo-ploha polja  $Q$  koja je služila za smještanje polazišnih točaka pri stvaranju vrtložnih strujnica.



**Slika 19: Vizualizacija vrtloga pomoću strujnica**

Osim za smještanje polazišnih točaka pri stvaranju strujnica, vrijednost  $Q$  kriterija koristila se za prikazivanje intenziteta vrtloga i to na način da se napravila izo-ploha sa velikom vrijednosti  $Q$  kriterija ( $Q = 1000s^{-2}$ ) te je izmjerena ukupna dužina vrtloga. Na slici 20 može se vidjeti jačina i veličina generiranih vrtloga.



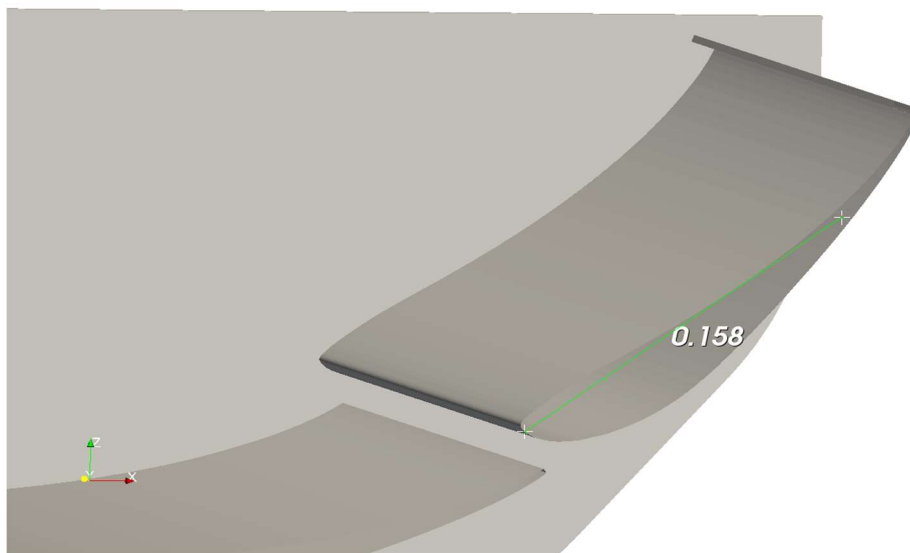
**Slika 20: Prikaz intenziteta vrtloga prve varijante krila za  $Q=1000 s^{-2}$**

Tijekom simulacije uz rezidualne vrijednosti, pratile su se i vrijednosti koeficijenta otpora, uzgona i momenta te je simulacija provedena do broja iteracija u kojoj su vrijednosti gore

navedenih koeficijenata u potpunosti konvergirale. Proračunati koeficijenti za prvu varijantu stražnjeg krila iznose:

$$C_d = 1.8045 \quad C_l = -5.5704 \quad C_m = -0.8334$$

Kod izračuna gornjih koeficijenata za referentnu površinu uzeta je ploština projekcije polovine tijela gledano iz smjera strujanja koja iznosi  $A_{ref} = 0.12 \text{ m}^2$ . Za izračun koeficijenta momenta promatrala se samo gornja lopatica, iz razloga što je to lopatica koju će biti potrebno zarotirati oko osi rotacije. Za krak momenta uzeta je najveća udaljenost između rubne plohe gornje lopatice i osi rotacije, a to je zapravo udaljenost napadnog brida i osi rotacije  $l_{ref} = 0.158 \text{ m}$ . Na slici ispod prikazana je os rotacije gornje lopatice te duljina kraka momenta.



**Slika 21: Duljina kraka momenta**

Koeficijent momenta je bitna stavka proračuna iz razloga što govori koliki moment će se morati primijeniti da bi se krilo moglo zarotirati oko osi rotacije pri određenoj brzini. Tako se pri brzini od 20 m/s iznos momenta koji djeluje na gornju lopaticu izračunao na način:

$$M = 2C_m \frac{1}{2} \rho U^2 A_{ref} l_{ref} = -7.727 \text{ Nm} \quad (5.2)$$

Negativni predznak u rezultatu označava negativni smjer momenta po pravilu desne ruke, dok dvojka na početku jednadžbe označava da se moment računa na cijeloj gornjoj lopatici.

Osim koeficijenta uzgona koji služi za međusobnu usporedbu različitih modela, u aerodinamici je vrlo bitno znati i iznos sile potiska. Sila potiska predstavlja dodatnu silu uz težinu automobila

koja pritišće automobil prema površini asfalta te na taj način povećava prianjanje guma na podlogu i omogućava brže savladavanje zavoja. Iznos sile potiska zadnjeg krila računa se prema izrazu:

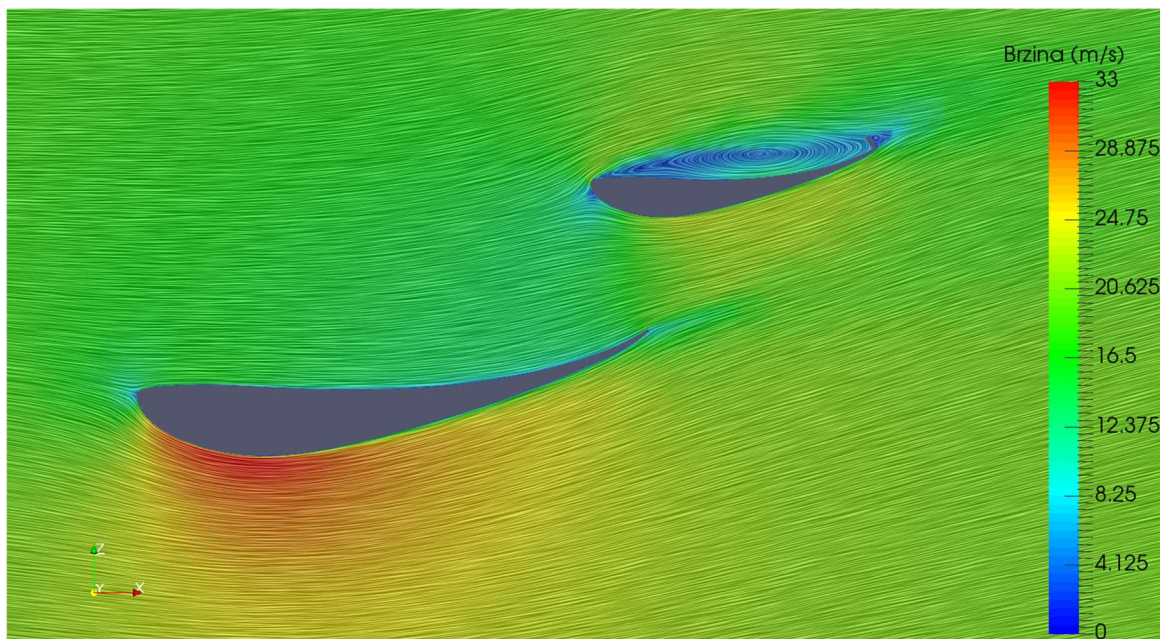
$$L = 2C_l \frac{1}{2} \rho U^2 A_{ref} = -327.54 \text{ N} \quad (5.3)$$

Negativni predznak proizlazi iz činjenice da je pozitivan smjer sile  $L$  definiran u smjeru prema gore kao što je to prikazano na slici 4, dok dvojka na početku formule ponovo označuje računanje sile cijelog stražnjeg krila. Iz formule (5.3) se zaključuje da pri brzini od 20 m/s uz težinu automobila zadnje krilo formule generirat će dodatnu silu prema površini asfalta u iznosu od 327.54 N.

## 5.2 Druga varijanta

U ovom poglavlju prikazat će se rezultati proračuna druge varijante krila dobivene rotiranjem gornje lopatice oko osi rotacije za kut od  $35^\circ$ , kako bi se dovela pod nulti napadni kut.

Sljedeća slika prikazuje polje brzine u presjeku  $y=0.2$ , kako bi se mogla usporediti sa prvom varijantom.



Slika 22: Polje brzine druge varijante krila

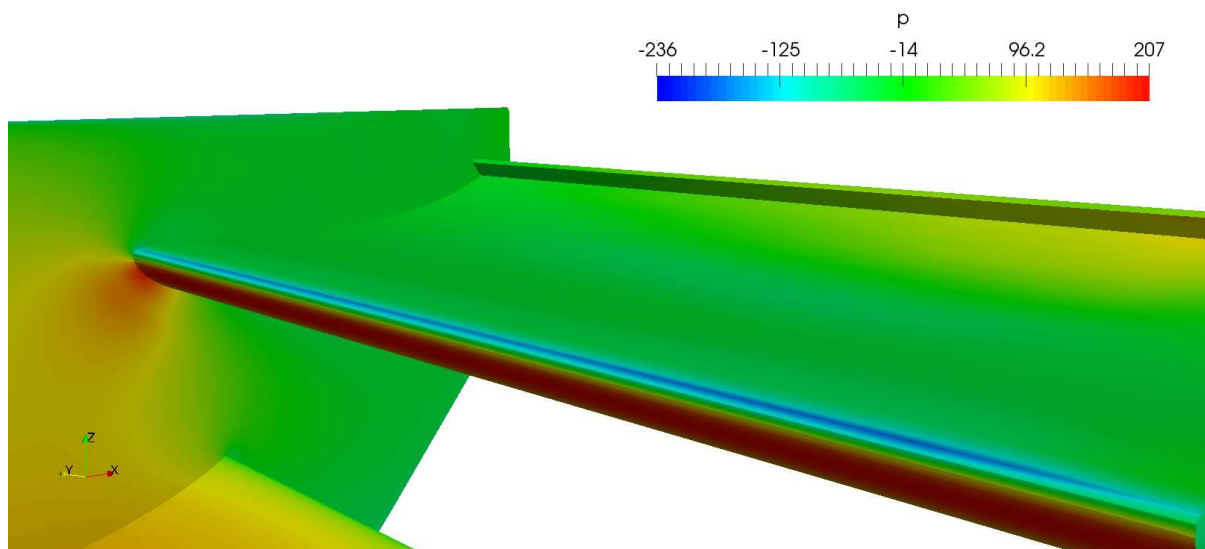
Na slici je jasno vidljivo kako na gornjoj lopatici dolazi do odvajanja strujanja odmah nakon napadnog brida, te zbog toga nikakav potisak neće biti generiran na gornjoj lopatici. To ćemo prikazati pomoću proračunatih koeficijenata uzgona na gornjoj lopatici:

Varijanta gornje lopatice	Prva varijanta	Druga varijanta
Koeficijent uzgona (potiska) $C_l$	$C_l = -1.4185$	$C_l = -0.01096$

Tablica 7: Usporedba koeficijenata uzgona gornje lopatice

Iz tablice se može uočiti da je koeficijent uzgona (potiska) gornje lopatice za prvu varijantu znatno veći nego za drugu varijantu. Cilj druge varijante nije generiranje potiska, već postavljenje lopatice pod takav napadni kut pod kojim će sila otpora, odnosno koeficijent otpora, biti što je moguće manji. Iz tog razloga, odvajanje strujanja na gornjoj lopatici, u ovom slučaju ne predstavlja problem dokle god je smanjena ukupna sila otpora stražnjeg krila.

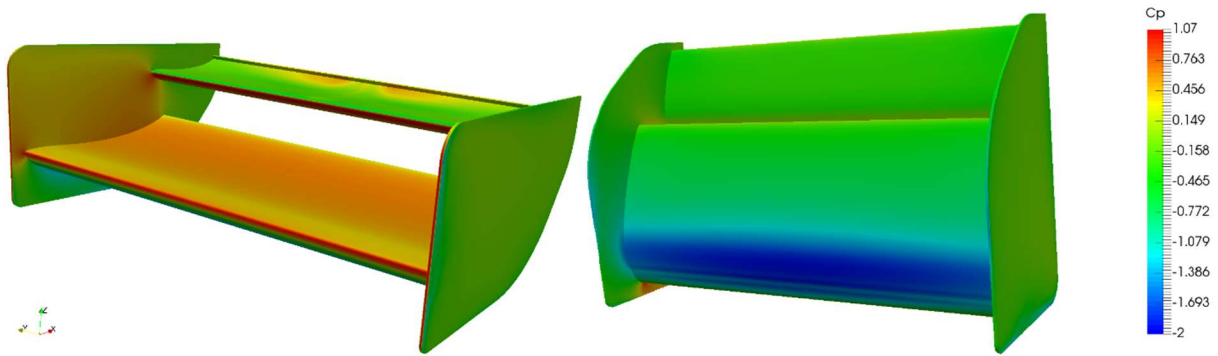
Kako strujanje na gornju lopaticu nalijeće pod kutom zbog donje lopatice koja poremećuje strujanje (vidljivo na slici 22), zaustavni se brid na gornjoj lopatici nalazi malo ispod napadnog brida. Zbog toga strujnice koje prolaze sa gornje strane zaustavnog brida moraju zaobilaziti veliki dio napadnog brida što će ih ubrzati na velike iznose brzina. To rezultira područjem jako niskog tlaka na površini lopatice, što prikazuje slika 23.



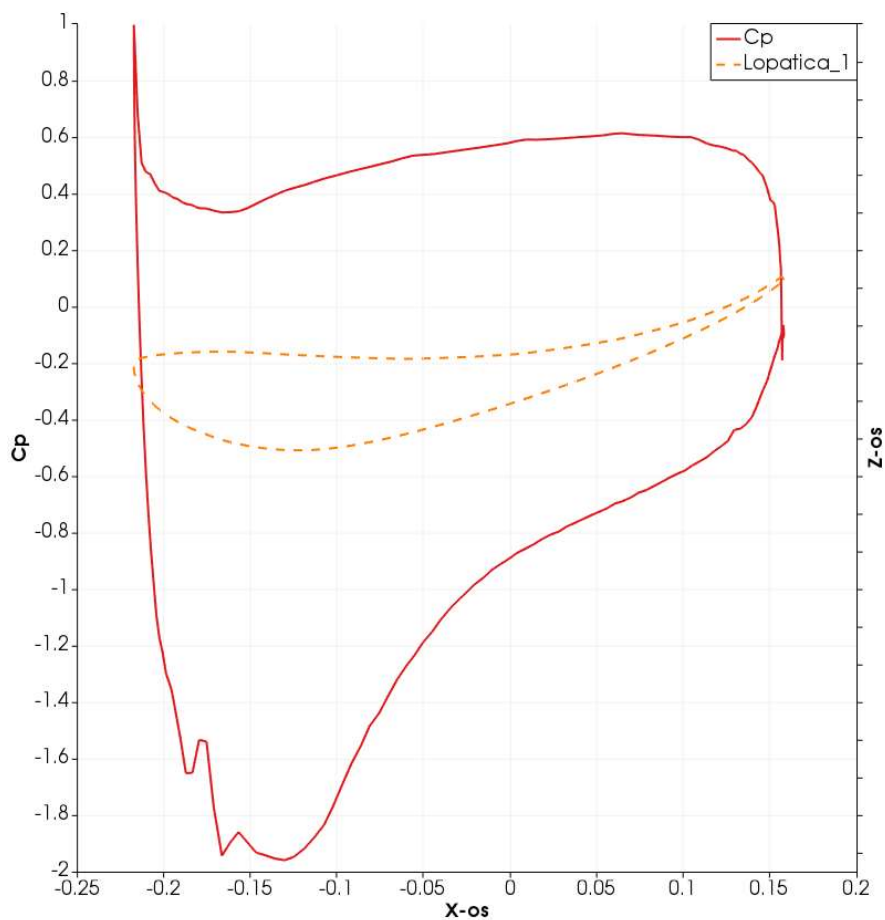
Slika 23: Područje niskog tlaka na gornjoj lopatici

Kako je ranije rečeno, vrtložni trag nastaje radi razlike tlakova na gornjoj i donjoj strani lopatica. Što je veća razlika tlakova gornje i donje strane lopatica, biti će veći i duži vrtložni

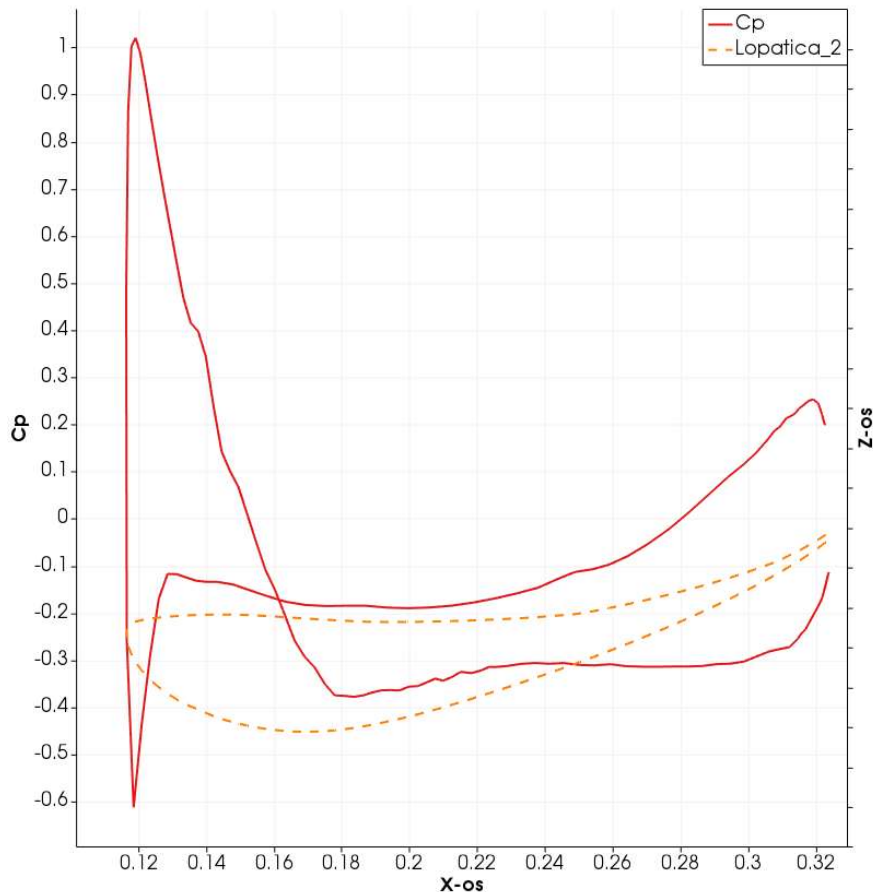
trag. Kako bi se dokazala iznesena tvrdnja, prvo će se prikazati slika raspodjele koeficijenta tlaka na stražnjem krilu te dijagrami koeficijenta tlaka za svaku od lopatica na presjeku koji leži u ravnini simetrije (kao kod prve varijante, dijagram koji se odnosi na gornju lopaticu biti će prikazan bez gurney flapa).



Slika 24: Raspodjela koeficijenta tlaka po stražnjem krilu druge varijante



Slika 25: Dijagram koeficijenta tlaka druge varijante donje lopatice na presjeku  $y=0$

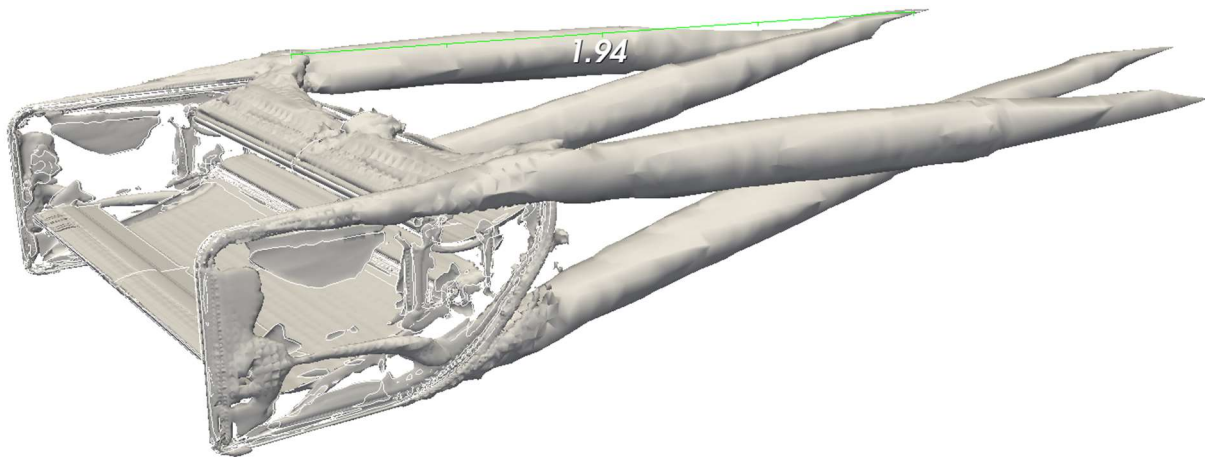


**Slika 26: Dijagram koeficijenta tlaka druge varijante gornje lopatice na presjeku  $y=0$**

Prilikom usporedbe dijagrama na slici 17 i slici 25 može se uočiti da je raspon koeficijenta tlaka puno veći kod prve varijante nego je to kod druge varijante iako donje lopatice nisu mijenjale napadni kut. Time se zaključuje da mijenjanje napadnog kuta gornje lopatice pasivno smanjuje razliku tlakova i na donjoj lopatici. Sa dijagrama na slici 26 je vidljivo kako na gornjoj strani lopatice postavljenoj pod nulti napadni kut, u trenutku odvajanja strujanja (vidljivo na slici 22) koeficijent tlaka naglo opada do vrijednosti koja je niža nego je vrijednost koeficijenta tlaka na donjoj strani lopatice. Navedene tvrdnje ujedno predstavljaju razloge puno veće sile potiska prve varijante stražnjeg krila nego druge varijante.

Za prikazivanje veličine i duljine vrtloga na idućoj slici, koristio se isti iznos  $Q$  kriterija ( $Q = 1000 \text{ s}^{-2}$ ) kao što je korišten za prvu varijantu da bi se rezultati mogli usporediti.





**Slika 27: Prikaz intenziteta vrtloga prve varijante krila za  $Q=1000 \text{ s}^{-2}$**

Sa slike 27 vidljivo je kako se u drugoj varijanti krila formiraju dva vrtloga: jedan na vrhu endplate-a, a drugi na dnu i otprilike su istih duljina. Kod prve varijante nastaje samo jedan vrtlog koji je veći i više od dva puta duži, nego su to vrtlozi druge varijante krila. Na taj način se može zaključiti da je vrtložni trag prve varijante krila puno veći od vrtložnog traga druge varijante krila.

## 6 Zaključak

Osnovni cilj ovoga rada bio je pokazati utjecaje različitih aerodinamičkih postavki na konačne performanse natjecateljskog automobila. Za bolje razumijevanje same problematike ovoga rada dotakle su se teorijske osnove koje su bile primijenjene tijekom rada, te općeniti rezultati koji su služili kao uvod u dublju problematiku samog istraživanja.

Analiza rezultata pokazala je, da se uporabom aktivnog stražnjeg krila formule (koji radi na principu da se gornja lopatica zarotira na nulti napadni kut na onim dijelovima staze gdje nije potrebna velika sila potiska) ostvaruje velika prednost u pogledu smanjenja sile otpora. Koeficijent sile otpora prilikom korištenja sustava smanjenja otpora (DRS) smanjio se za četiri puta, što će omogućiti znatno veće konačne brzine natjecateljskog automobila.

U radu nisu izvršeni proračuni za različite brzine strujanja odnosno različite brzine gibanja automobila. Iz razloga što, sila otpora i potiska rastu sa kvadratom brzine. To znači ukoliko se automobil giba dva puta većom brzinom, sila potiska i sila otpora narasti će za četiri puta. Također treba napomenuti da zbog ograničenih računalnih resursa nije uzeta u obzir geometrija cijelog natjecateljskog automobila već samo stražnjeg krila. Proračun cijelog bolida dao bi realnije rezultate, iz razloga što komponente geometrije koje se nalaze ispred stražnjeg krila izazivaju poremećaje strujanja koje u ovom radu nisu uzete u obzir.

## LITERATURA

- [1] Virag, Z., Šavar, M., Džijan, I.: *Mehanika fluida I predavanja*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2017.
- [2] Virag, Z., Šavar, M., Džijan, I.: *Mehanika fluida II predavanja*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2018.
- [3] Virag, Z., Džijan, I.: *Računalna dinamika fluida*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014.
- [4] Kesić, P.: *Osnove aerodinamike*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2003.
- [5] *OpenFOAM UserGuide version 7*, 2019.
- [6] CFD Online, <http://www.cfd-online.com/Wiki>
- [7] NASA Glenn Research Center, <https://www.nasa.gov/centers/glenn>