

# Procjenjivanje sposobnosti procesa i sposobnosti mjernog sustava

---

**Kralj, Hrvoje**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2009**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:558924>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-29**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentor:

Doc.dr.sc. Biserka Runje

Hrvoje Kralj

Zagreb, 2009.

## *Zahvala*

*Ovom prilikom želim se zahvaliti na stručnom vodstvu tijekom izrade ovog diplomskog rada mentorici doc.dr.sc. Biserki Runje kao i svim profesorima FSB-a na prenesenom znanju.*

*Hvala mojim roditeljima, sestri, baki i djevojci Dušanki na bezuvjetnoj podršci i ljubavi tijekom cijelog školovanja.*

*Hrvoje KRALJ*

## ***Izjava***

*kojom izjavljujem da sam diplomski rad izradio samostalno koristeći znanje stečeno tijekom studija i stručno vodstvo mentorice doc.dr.sc. Biserke Runje.*

## **Sažetak**

U radu je razrađen i opisan postupak procjene sposobnosti procesa. U cilju pravilne interpretacije rezultata definirani su uvjeti, pretpostavke, normalnosti i stabilnosti procesa, koje je nužno zadovoljiti prije same procjene.

Postupak procjene sposobnosti procesa za raspodjele podataka koje se ponašaju po normalnoj razdiobi proveden je primjenom dobro poznatih indeksa sposobnosti procesa. Razrađena je raspodjela i primjena kontrolnih karata koje se primjenjuju u procjeni sposobnosti procesa.

Navedene su i opisane osnovne sastavnice mjernog sustava koje su potrebne za kvalitetnu procjenu mjernog sustava. Razrađeni su i definirani mjeriteljski pojmovi i statističke veličine za procjenu sastavnica mjernog sustava. Navedene su i detaljno razrađene metode procjene sposobnosti mjernog sustava u proizvodnim uvjetima.

U okviru eksperimentalnog dijela rada provedene su analize, sposobnosti procesa i sposobnosti mjernog sustava, postupka lijevanja staklenih boca. Posebno je analiziran i utvrđen utjecaj kvalitete mjernog sustava na procjenu sposobnosti procesa. Analize su provedene statističkim paketom Minitab 15.

# Sadržaj

<b>1. UVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>2. PROCJENJIVANJE SPOSOBNOSTI PROCESA</b> .....	<b>2</b>
2.1. INDEKSI SPOSOBNOSTI PROCESA.....	3
2.1.1. Sposobnost procesa u dužem vremenskom razdoblju .....	4
2.1.2. Preliminarna sposobnost procesa.....	9
2.1.3. Sposobnost u kratkom vremenskom razdoblju.....	9
<b>3. KONTROLNE KARTE</b> .....	<b>10</b>
3.1. TEHNIKA KONTROLNIH KARATA.....	11
3.2. KONTROLNE KARTE ZA MJERLJIVE KARAKTERISTIKE .....	13
3.3. KONTROLNE KARTE ZA ATRIBUTIVNE KARAKTERISTIKE .....	16
<b>4. ANALIZA MJERNOG SUSTAVA U PROIZVODNIM UVJETIMA</b> .....	<b>17</b>
4.1. IZVORI VARIJABILNOSTI .....	17
4.2. POGREŠKE MJERNOG SUSTAVA.....	18
4.3. KLASIFIKACIJA POGREŠAKA MJERNOG SUSTAVA.....	19
4.4. PROCJENA SPOSOBNOSTI MJERNOG SUSTAVA .....	24
<b>5. UTJECAJ MJERNOG SUSTAVA NA INDEKS SPOSOBNOSTI PROCESA <math>C_p</math></b> .....	<b>28</b>
<b>6. EKSPERIMENTALNI DIO</b> .....	<b>30</b>
6.1. ANALIZA SPOSOBNOSTI MJERNOG SUSTAVA U POSTUPKU MJERENJA MASE STAKLENIH BOCA (R&R).....	31
6.2. ANALIZA SPOSOBNOSTI PROCESA IZRADE STAKLENIH BOCA .....	32
<b>7. ZAKLJUČAK</b> .....	<b>45</b>
<b>8. LITERATURA</b> .....	<b>46</b>

## Popis slika

**Slika 1.** Tolerancijsko polje zahtjeva

**Slika 2.** Potencijalna sposobnost procesa

**Slika 3.** Primjeri različitih indeksa sposobnosti

**Slika 4.** Položaj procesa u odnosu na granice zahtjeva

**Slika 5.** Necentriranost u tolerancijskom području

**Slika 6.** Postupak poboljšavanja kvalitete praćenog procesa

**Slika 7.** Osjetljivost  $\bar{x} - R$  karta

**Slika 8.** Elementi mjernog sustava

**Slika 9.** Netočnost

**Slika 10.** Nestabilnost

**Slika 11.** Linearna pogreška

**Slika 12.** Pravac regresije  $y = ax + b$

**Slika 13.** Ponovljivost – EV

**Slika 14.** Obnovljivost – AV

**Slika 15.** Preciznost u funkciji ponovljivosti i obnovljivosti

**Slika 16.** Varijabilnost mjernog sustava R&R

**Slika 17.** Ukupna varijabilnost mjernog sustava

**Slika 18.** Sposobnost mjernog sustava

**Slika 19.** Procjena sposobnosti mjernog sustava

**Slika 20.** Udio R&R u tolerancijskom polju T ili ukupnoj varijaciji TV

**Slika 21.** Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa  $C_p$

**Slika 22.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$

**Slika 23.** Shema staklarske peći

**Slika 24.** Digitalna vaga Mettler Toledo PB3001

**Slika 25.** Prikaz sposobnosti mjernog sustava (R&R)

**Slika 26.** Papir vjerojatnosti za liniju 611

**Slika 27.**  $\bar{x} - R$  karta za liniju 611

**Slika 28.** Grafički prikaz sposobnosti procesa za liniju 611

**Slika 29.** Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 611

**Slika 30.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 611

**Slika 31.** Papir vjerojatnosti za liniju 612

**Slika 32.**  $\bar{x} - R$  karta za liniju 612

**Slika 33.** Grafički prikaz sposobnosti procesa za liniju 612

**Slika 34.** Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 612

**Slika 35.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 612

**Slika 36.** Papir vjerojatnosti za liniju 613

**Slika 37.**  $\bar{x} - R$  karta za liniju 613

**Slika 38.** Grafički prikaz sposobnosti procesa za liniju 613

**Slika 39.** Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 613

**Slika 40.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 613



## Popis tablica

**Tablica 1.** Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa  $C_p$

**Tablica 2.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$

**Tablica 3.** Tehničke karakteristike digitalne vage Mettler Toledo PB3001

**Tablica 4.** Sposobnost mjernog sustava (R&R)

**Tablica 5.** Rezultati mjerenja mase boce za pivo ( $160 \pm 1$ ) g na liniji 611

**Tablica 6.** Rezultati mjerenja mase boce za pivo ( $136 \pm 1$ ) g na liniji 612

**Tablica 7.** Rezultati mjerenja mase boce za pivo ( $278 \pm 3$ ) g na liniji 613

**Tablica 8.** Vrijednosti stvarnih  $C_p$  u ovisnosti o utjecaju mjernog sustava na  $C_p$  za liniju 611

**Tablica 9.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 611

**Tablica 10.** Vrijednosti stvarnih  $C_p$  u ovisnosti o utjecaju mjernog sustava na  $C_p$  za liniju 612

**Tablica 11.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  liniju 612

**Tablica 12.** Vrijednosti stvarnih  $C_p$  u ovisnosti o utjecaju mjernog sustava na  $C_p$  za liniju 613

**Tablica 13.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 613

## Popis simbola i oznaka

$C_p$	indeks potencijalne sposobnosti procesa
$C_{pk}$	demonstrirana izvrsnost
LCL	donja kontrolna granica
UCL	gornja kontrolna granica
LSL	donja granica tolerancije
USL	gornja granica tolerancije
$\sigma$	standardno odstupanje
$\hat{\sigma}$	procjena standardnog odstupanja
D	ciljana vrijednost
$\bar{x}_i$	aritmetička sredina i-tog uzorka
$\bar{\bar{x}}$	aritmetička sredina aritmetičkih sredina ili centralna linije korištene kontrolne karte
R	raspon
$\bar{R}$	aritmetička sredina raspona
$R_0$	raspon između mjeritelja
k	broj uzoraka
n	veličina uzorka
$d_2, d_2^*$	empirijski faktor za računanje standardnog odstupanja
s	standardno odstupanje uzoraka
$\mu$	očekivana vrijednost
g	broj raspona
r	broj ponovljenih mjerenja
EV	ponovljivost
AV	obnovljivost
R&R	varijabilnost mjernog sustava
TV	ukupna varijabilnost mjernog sustava

# 1. Uvod

Potreba za što uspješnijom kontrolom procesa postaje neizbježna zbog neprestanog rasta kompleksnosti tehničkih sustava u industriji. U skladu s time, raste uporaba statističkih metoda i alata koje između ostalog uključuju alate za procjenu kvalitete mjernog sustava i alate za procjenu sposobnosti procesa.

Analizom sposobnosti procesa primarno se analizira rasipanje procesa dok se analizom sposobnosti mjernog sustava analizira ukupno rasipanje mjernog sustava i rasipanje pojedinog elementa mjernog sustava.

Praksa je pokazala da treba uložiti ogromne napore da se smanji rasipanje i postigne poboljšanje određenog procesa. Da bi se postigli i mali pomaci ka poboljšanju procesa potrebno je stalno mjerenje i analiziranje podataka.

Poboljšanje je jedino uspješno kada je zasnovano na činjenicama i kada je proizašlo iz analize podataka. Upravo u cilju kontinuiranog praćenja i poboljšavanja procesa u radu su razrađene metode procjene sposobnosti procesa i sposobnosti mjernog sustava u proizvodnim uvjetima.

## 2. Procjenjivanje sposobnosti procesa

Analiza sposobnosti procesa uz statističku kontrolu i planiranje pokusa, statističke su metode, kojima se već godinama pokušava smanjiti varijabilnost proizvodnih procesa i njihovih konačnih proizvoda.

Sposobnost procesa označuje prirodno ponašanje procesa kada na njega ne djeluju nikakvi posebni događaji ili uzroci, a uobičajeno je da se ona brojčano opisuje kao udjel izradaka unutar zadanih tolerancija.

**Temeljni uvjet sposobnosti procesa je  $T \geq 6\sigma$**

Proces je sposoban ako je raspon zahtjeva veći ili jednak od raspona procesa. Raspon zahtjeva (tolerancijsko područje) **T** je područje između gornje (USL) i donje granice zahtjeva (LSL). Raspon procesa podrazumijeva područje unutar  $\pm 3$  standardna odstupanja ( $6\sigma$ ) u odnosu na sredinu procesa (99,73% površine ispod krivulje normalne raspodjele kojom se aproksimira proces). Imajući u vidu da se kod normalne razdiobe praktično svi podaci (99,73%) nalaze unutar granica od  $\pm 3\sigma$ , a može se reći da proces čija se širina rasipanja poklapa sa širinom zadane tolerancije ima potencijalnu sposobnost procesa jednaku 1.

Sposobnost procesa se procjenjuje računanjem tzv. indeksa sposobnosti procesa. Računanje i pravilna interpretacija indeksa sposobnosti procesa temelji se na sljedećim pretpostavkama:

- raspodjela podataka se može aproksimirati normalnom raspodjelom
- proces koji se razmatra je stabilan i bez značajnih uzroka varijacija (proces je „pod kontrolom“)

- pouzdana procjena sposobnosti procesa može se donijeti samo temeljem praćenja procesa primjenom odgovarajuće kontrolne karte i nakon dovođenja procesa u stanje statističke kontrole (stanje „pod kontrolom“).  
Ukoliko proces nije „pod kontrolom“ računanje indeksa sposobnosti je puka formalnost i zavaravanje.

Otklanjanjem značajnih uzroka varijacija u procesu i dovođenjem sredine procesa u okoliš ciljane vrijednosti ima smisla procjenjivati njegovu sposobnost.

## 2.1. Indeksi sposobnosti procesa

Indeksi sposobnosti procesa su prvi puta uvedeni u Japanu početkom 80-tih godina prošlog stoljeća, a potom su vrlo brzo prihvaćeni u čitavom svijetu.

Analiza sposobnosti procesa u najvećem broju slučajeva zapravo je proračun indeksa sposobnosti. Kada je željni proces doveden pod kontrolu, indeksi se računaju kako bi se pomoću njih mjerila kvaliteta proizvedenih dobara. Mjerenje kvalitete je procjena koliko dobro proizvodi upadaju unutar zadanog tolerancijskog polja.

Indeksi sposobnosti su mjera kojom se kvantificira odnos između stvarne izvedbe procesa i zadanih zahtjeva. Točnije, indeksom sposobnosti opisuje se stvarna sposobnost procesa da generira točno određenu karakteristiku dosljedno unutar specifikacija. Općenito se može reći da što je viša vrijednost indeksa, manji je broj proizvoda izvan specifikacijskih granica. Na temelju toga moguće je donijeti zaključak o nedovoljnom broju proizvoda koji zadovoljavaju zahtjeve pa su potrebna dodatna poboljšanja.

U moru različitih definicija, tvrtka Ford pronašla je svoje tumačenje indeksa sposobnosti procesa i to na način da uvažava vrijeme odvijanja samog procesa.

Tako postoji određivanje sposobnosti procesa u :

- a) duljem vremenskom razdoblju (eng. *Long-Term Process Capability*)
- b) preliminarna sposobnost procesa (eng. *Preliminary Process Capability*)
- c) kratkom vremenskom razdoblju (eng. *Short-Term Capability*)

### 2.1.1. Sposobnost procesa u dužem vremenskom razdoblju

Indeks sposobnosti procesa računaju se nakon odvijanja procesa tijekom razložno dugog vremenskog razdoblja u kojem su se mogli pojaviti svi mogući utjecaji varijacija procesa.

Preporuka 20 proizvodnih dana.

Indeksi su slijedeći:

- Potencijalna sposobnost  $C_p$
- Omjer sposobnosti  $C_r$
- Donja i gornja potencijalna sposobnost  $C_{pL}$  i  $C_{pU}$
- Demonstrirana izvrsnost  $C_{pk}$

#### Potencijalna sposobnost $C_p$

Najčešće korišteni indeks jest onaj za izračun potencijalne sposobnosti. Uveden je 1974. godine, kao rezultat Juranovih istraživanja i on pretpostavlja stabilnost te normalnu razdiobu procesa. Njime se opisuje raspon tolerancijskog polja u odnosu na stvarno rasipanje podataka. Izraz za računanje potencijalne sposobnosti dan je kako slijedi.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (1)$$

gdje su :

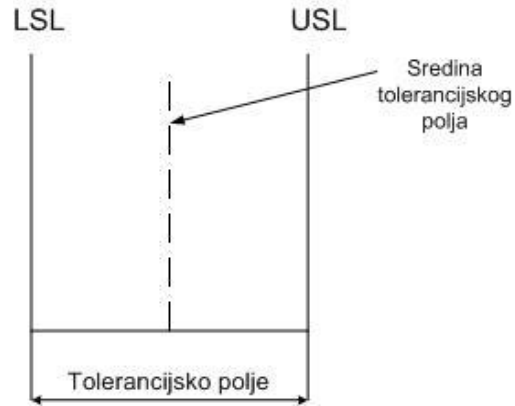
USL - gornja granica zahtjeva

LSL - donja granica zahtjeva

$6\sigma$  - raspon promatranog procesa

Gornja i donja granica zahtjeva čine tolerancijsko polje odnosno raspon zahtjeva, prikazano na slici 1.

Tolerancijsko polje = USL – LSL

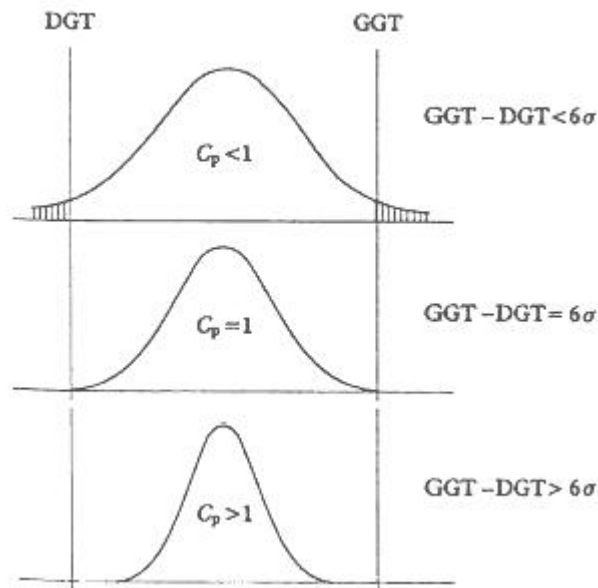


**Slika 1.** Tolerancijsko polje zahtjeva

Raspon procesa podrazumijeva područje unutar  $\pm 3$  standardna odstupanja, ( $6\sigma$ ) u odnosu na sredinu procesa. To predstavlja točno 99,73% površine ispod krivulje normalne razdiobe, kojom se aproksimira proces. Temeljni uvjet sposobnosti procesa je:

$$\text{Tolerancijsko polje} \geq 6\sigma$$

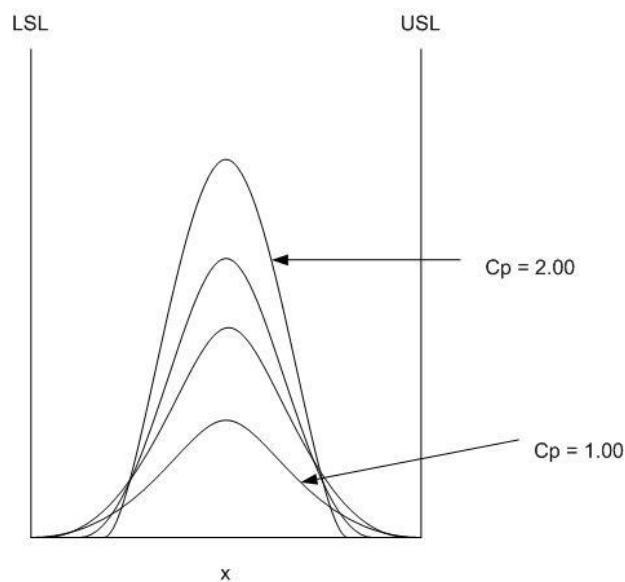
Teži se iznosu indeksa većem ili jednakom od 1 vidi sliku 2. Čime se implicira da je broj uzoraka van granica specifikacije vrlo malen.



**Slika 2.** Potencijalna sposobnost procesa

Odnosno, čim je vrijednost indeksa veća, rasipanje procesa je manje. Danas se u razvijenim zemljama zahtjeva da najmanja vrijednost indeksa iznosi 1,33. Taj zahtjev neke kompanije podižu na 1,67 ili čak na više od 2.

Na slici 3. lako je uočiti razliku između pojedinih iznosa.

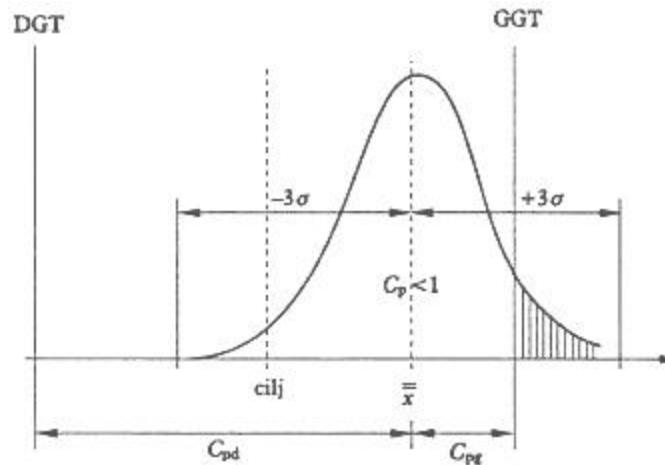


**Slika 3.** Primjeri različitih indeksa sposobnosti



## Demonstrirana izvrsnost $C_{pk}$

Sljedeći indeks predstavio je Kane 1986. godine i naziva se demonstrirana izvrsnost. Njome se mjeri udaljenost očekivane vrijednosti i najbliže granice zahtjeva, bilo gornje bilo donje, a u obzir se uzima samo polovica rasipanja procesa, što iznosi  $3\sigma$ . Ovim indeksom moguće je ustvrditi položaj procesa u odnosu na granice zahtjeva, točnije njegovu centriranost slika 4.



**Slika 4.** Položaj procesa u odnosu na granice zahtjeva

Prihvatljivi iznosi su viši od 1, a u današnjim sve zahtjevnijim poduzećima, ne pristaje se na ništa manje od 1,5.

Izračunavanje stvarne sposobnosti procesa  $C_{pk}$  preko procijenjene standardne devijacije i položaja srednje vrijednosti u tolerantnom polju glasi:

$$C_{pk} = \min \left[ \frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right] \quad (2)$$

gdje je:

$\mu$  – očekivana vrijednost

Veza između dva navedena indeksa glasi:

$$C_{pk} = C_p(1-k) \quad (3)$$

gdje je faktor  $k$  dan izrazom 4.

$$k = \frac{|m - \mu|}{\frac{(USL - LSL)}{2}} \quad (4)$$

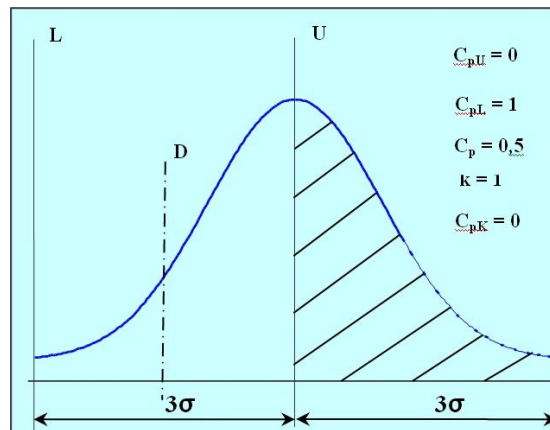
gdje je:

$m$ -sredina specifičnog raspona

$$m = \frac{USL + LSL}{2} \quad (5)$$

Korekcijskim faktorom izražava se necentriranost u usporedbi sa tolerancijskim područjem.

Ako je proces idealno centriran  $k$  će iznositi 0, a  $C_p$  i  $C_{pk}$  će bit jednaki. Udaljavanjem procesa od ciljanih zahtjeva,  $k$  će se povećavati slika 5.



**Slika 5.** Necentriranost u tolerancijskom području

### 2.1.2. Preliminarna sposobnost procesa

U nazivlju indeksa se umjesto sposobnost koristi termin značajka. U tom smislu se indeksi označavaju kao  $P_p$ ,  $P_{pL}$ ,  $P_{pU}$ ,  $P_{pk}$ . Računaju se na isti način kao  $C_p$ ,  $C_{pL}$ ,  $C_{pU}$ ,  $C_{pk}$  osim što se standardno odstupanje, koje se naziva „ukupno standardno odstupanje“, procjenjuje se iz svih podataka temeljem izraza 6.

$$\hat{\sigma} = s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (6)$$

Preliminarna procjenjivanje sposobnosti procesa provodi se na početku odvijanja procesa ili nakon kratkog vremena praćenja procesa.

Preporuka je da se razmatra uzorak od najmanje 100 jedinica.

Zahtjevi na najmanje indeksa  $P_p$  i  $P_{pk}$  su stroži nego za iznose indeksa  $C_p$  i  $C_{pk}$  (npr. Ako je zahtjev za  $C_p \geq 1,33$  tada je ekvivalentni zahtjev za  $P_p \geq 1,67$  ).

### 2.1.3. Sposobnost u kratkom vremenskom razdoblju

Za analizu sposobnosti procesa u kratkom vremenskom razdoblju često se koristi termin „analiza sposobnosti stroja“.

Primjenjuje se, u pravilu, prilikom pred – preuzimanja ili preuzimanja stroja. Preporučuje se provođenju analize na uzorku od najmanje 50 jedinica.

Temeljni interes je informacija o rasipanju podataka oko ciljane vrijednosti  $D$  prikazano izrazima 7 i 8.

$$D = \frac{USL + LSL}{2} \quad (7)$$

$$C_{pM} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - D)^2}{n-1}} \quad (8)$$

### 3. Kontrolne karte

Stabilnost procesa provjerava se statističkom kontrolom, točnije kontrolnim kartama. Dr. Walter A. Shewhart je u dvadesetim godinama 20. stoljeća i to u laboratoriju Bell-ove kompanije prvi uočio razlike između kontroliranih i nekontroliranih varijacija, te razvio kontrolnu kartu kojom se te razlike mogu vizualno prikazati.

Kontrolne karte su jednostavno i djelotvorno sredstvo da se postigne statistička kontrola procesa. Jednostavno se primjenjuje na mjestu odvijanja procesa. I svim sudionicima procesa daje pouzdane informacije kada da poduzimaju a kada da ne poduzimaju određene akcije vezane za proces. Rezultati procesa koji su pod kontrolom mogu se predviđati. Stoga se i proizvođač i korisnik proizvoda mogu pouzdati u postignutu razinu kvalitete. Kada je proces doveden u stanje pod kontrolom, njegove se performanse mogu i dalje unaprjeđivati. Očekivani učinci unapređenja mogu se predvidjeti, a stvarni učinci lako pratiti informacijama s kontrolnih karata.

Kontrolne su karte zajednički jezik o stanju procesa koji se primjenjuje u horizontalnoj i vertikalnoj komunikaciji.

Kontrolne karte se dijele na dvije temeljne skupine:

1. Kontrolne karte za mjerljive karakteristike
2. Kontrolne karte za atributivne karakteristike

Na svakoj kontrolnoj karti potrebno je odrediti kontrolne granice te središnju liniju. Postoje donja kontrolna granica – DKG (eng. Lower control limit, LCL) i gornja kontrolna granica – GKG (eng. Upper control limit, UCL). Kontrolne granice se postavljaju (računaju) na granice rasipanja ( $\pm 3\sigma$ ) statističkog parametra ( $\bar{x}$ , R, s, p i drugi) koji se prati kontrolnom kartom (račun iz uzoraka). Pored kontrolnih granica mogu se koristiti i tzv. Granice upozorenja (postavlja se na  $\pm 2\sigma$  ili  $\pm 1\sigma$ ).

Kada nema podataka izvan tako postavljenih kontrolnih granica, za promatrani proces koristi se termin „proces je pod kontrolom“ ili „stabilan proces“.

Ovaj termin pokazuje da proces varira isključivo pod utjecajem nekih poznatih i očekivanih uzroka te se redovito kaže da je proces zbog toga stabilan.

Kontrolne karte se mogu i trebaju primjenjivat kako za procese koji nužno daju nesukladne proizvode ( $C_p < 1$ ), tako i za sposobne procese ( $C_p > 1$ ).

U slučaju određivanja (računanja) kontrolnih granica za proces za koji nemamo prethodnih saznanja (nepoznate varijacije procesa) potrebno je provesti korekciju granica u slučaju pojave podataka izvan kontrolnih granica. Korekcija (ponovno računanje granica) provodi se nakon eliminacije uzoraka (odgovarajućih statističkih parametara koji se prate) koji su izvan kontrolnih granica.

Za poznate procese (poznato rasipanje) kontrolne granice se postavljaju prije uzimanja uzoraka. To je i najprirodniji način korištenja kontrolnih karata jer se eventualna pojava značajnih odstupanja promptno može istražiti.

Kontrolne karte treba «odmaknuti» od računala i približiti radnom mjestu (stroju).

### 3.1. Tehnika kontrolnih karata

Tehnika kontrolnih karata sastoji se od uzimanja većeg broja malih uzoraka iz procesa. Uzorci se uzimaju, ako je to primjenjivo, u slučajnim obilascima. Važno je naznačiti da se kontrolnom kartom prate varijacije procesa u vremenu. To znači da uzorci uvijek moraju biti zadnje proizvedene jedinice. Temeljem provedenih mjerenja (kontrolne) uzorka računa se jedan ili više statističkih parametara iz dobivenih rezultata mjerenja. Vrijednosti statističkih parametara uzoraka predmet su praćenja primjenom odgovarajuće kontrolne karte. Povezanost uzoraka pripadnih statističkih parametara i osnovnog procesa iz kojeg se uzorci uzimaju statistički je određen pomoći izraza 9 i 10.

$$x_0 \approx \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \dots + \bar{x}_n}{k} \quad (9)$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_k}{k} \quad (10)$$

gdje je:

$x_0$  - sredina osnovnog procesa

$\bar{x}_i$  - aritmetička sredina i-tog uzorka

$k$  - broj uzoraka

$n$  - veličina uzorka

Veza  $\sigma_0$  i  $\sigma_{\bar{x}}$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

Veza raspona  $\bar{R}$  i  $\sigma_0$

$$\bar{R} = d_2 \sigma_0$$

$$d_2 = f(n)$$

Veza  $\bar{\sigma}$  i  $\sigma_0$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_k}{k}$$

$$\bar{\sigma} = c_2 \sigma_0$$

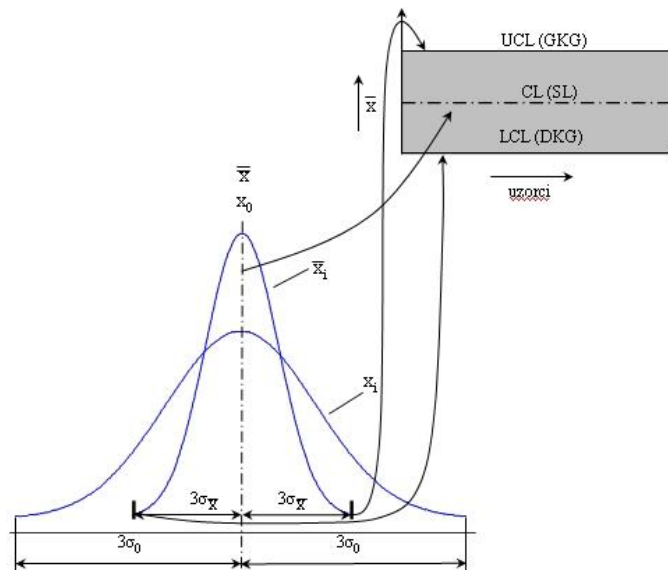
$$c_2 = f(n)$$

Veza  $\sigma_\sigma$  i  $\sigma_0$

$$\sigma_\sigma = a_2 \sigma_0$$

$$a_2 = f(n)$$

Na svakoj kontrolnoj karti treba odrediti kontrolne granice i središnju liniju, kontrolne granice su donja kontrolna granica LCL i gornja kontrolna granica UCL te granice su statističke granice i nisu povezane s granicama zahtjeva. Podatak izvan kontrolne granice (iznad UCL ili ispod LCL) pokazuje da se u procesu, statistički promatrano, dogodio ne slučajan već značajan uzrok varijacije (odstupanja). Najefikasniji postupak poboljšavanja kvalitete praćenog procesa je promptno otkrivanje uzroka značajnih varijacija i provođenje odgovarajućih popravnih radnji slika 6.



Slika 6. Postupak poboljšavanja kvalitete praćenog procesa

### 3.2. Kontrolne karte za mjerljive karakteristike

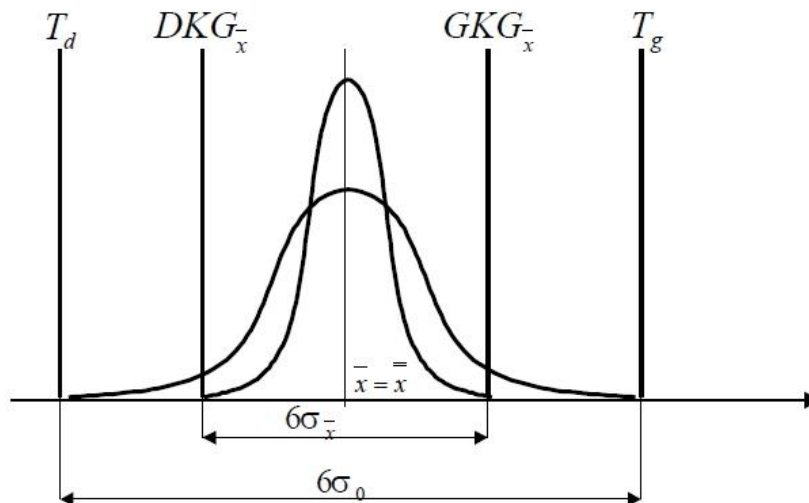
Baziraju se na normalnoj razdiobi te postoje dvije osnovne.

#### $\bar{x}$ – R karta

$\bar{x}$  – R karta daje uvid u kretanje procesa na osnovu statističke teorije i vjerojatnosti, a njom se registriraju dva važna pokazatelja procesa i to kretanje aritmetičke sredine procesa  $\bar{x}_i$  i kretanje raspona uzorka  $R_i$ . Prvi podatak  $\bar{x}_i$  daje uvid u centriranost procesa, dok drugi,  $R_i$  govori o njegovom rasipanju.

Primjena joj dolazi kod izražaja kod serijske i velikoserijske komadne proizvodnje gdje se kontrola svodi na mjerenje malih uzoraka ( $n=2$  do 10 komada), te su troškovi kontrole znatno smanjeni.

Na osnovu krivulje normalne razdiobe moguće je sagledati kako se dolazi do kontrolnih granica i na čemu se temelji osjetljivost ove karte slika 7.



Slika 7. Osjetljivost  $\bar{x}$  – R karte

Određuju li se kontrolne granice u kojim se kreće aritmetička sredina procesa dana je izrazom 11.

$${}^G_D KG_{\bar{x}} = \bar{X} \pm A_2 \bar{R} \quad (11)$$

$$\text{gdje je: } A_2 = 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \quad (12)$$

gdje su:

$n$  - veličina uzorka

$d_2$  - tablični koeficijent

$\bar{R}$  - prosječni raspon

Formule za određivanje granica kod procesa u kojem se kreće raspon dane su izrazima 13 i 14.

$$GKG_R = D_4 \bar{R} \quad (13)$$

$$DKG_R = D_3 \bar{R} \quad (14)$$

gdje su:

$D_4$  i  $D_3$  – tablični koeficijenti

### $\bar{x} - s$ karta

U ovoj karti prati se rasipanje preko kretanja standardnog odstupanja. Preporuča se da uzorci za ovu kartu budu veći od 25.

Ove karte primjenjuju se u procesima koji su zaokruženog tipa i odvijaju se u zatvorenim ciklusima određene dužine trajanja kada se proces ne može pratiti dok je ciklus u toku, nego se na kraju ciklusa mogu uzeti veći uzorci i koristeći  $\bar{x} - s$  karte donositi zaključke o procesu.



Izraz za kretanje aritmetičke sredine dan je kako slijedi:

$${}^G_D KG_{\bar{x}} = \bar{X} \pm A_1 \bar{s} \quad (15)$$

gdje je :

$$A_1 = \frac{3}{c_2 \sqrt{n}} \quad (16)$$

gdje su:

$A_1$  - tablični koeficijent

$c_2$  - tablični koeficijent

$n$  - veličina uzorka

Naravno, i u ovoj karti moguće je pratiti kretanje drugog parametra, što je u ovom slučaju standardno odstupanje dano izrazima 17 i 18.

$$GKG_s = B_4 \bar{s} \quad (17)$$

$$DKG_s = B_3 \bar{s} \quad (18)$$

gdje su:

$B_4$  i  $B_3$  – tablični koeficijenti

### 3.3. Kontrolne karte za atributivne karakteristike

Matematička podloga ovih karata je binomna i Poissonova raspodjela.

Postoje četiri osnovna tipa kontrolnih karata za atributivne podatke, i to:

p - Prikazuje grafičko kretanje postotka loših komada u uzorcima. Veličine uzoraka pri tome mogu biti različite. Radi nesimetrije karta vrlo dobro odgovara tek ako je broj loših komada u uzorku barem 4 ( $n \cdot p \geq 4$ )

np- Direktno prikazuje broj pronađenih škart jedinica. Ova je karta primjenjiva kada je veličina uzoraka konstantna.

u - Prikazuje prosječan broj grešaka (ne loših komada) pronađenih u jednoj isporuci i to na jedinicu proizvoda. Veličine uzoraka pri tome mogu biti različite.

c - Prati broj grešaka na jednom proizvodu ili uzorku. Uzorci moraju biti iste veličine.

Kontrolne su karte jednostavno i djelotvorno sredstvo da se postigne statistička kontrola procesa. Jednostavno se primjenjuju na mjestu odvijanja procesa. Izravnim sudionicima u procesu daju pouzdane informacije kada da poduzimaju, a kada da ne poduzimaju akcije.

Rezultati procesa koji je pod kontrolom mogu se predviđati. Stoga se i proizvođač i korisnik proizvoda mogu pouzdati u postignutu razinu kvalitete, kao i u stabilnost troškova za postizanje te razine kvalitete.

Kada je proces doveden u stanje pod kontrolom, njegove se performanse mogu i dalje unapređivati da bi se smanjile uobičajene varijacije.

## 4. Analiza mjernog sustava u proizvodnim uvjetima

Kod procjene mjernog sustava potrebno je identificirati i kvantificirati izvore varijabilnosti u mjernom postupku, odrediti stabilnost mjernog sustava te odrediti sposobnost mjernog sustava.

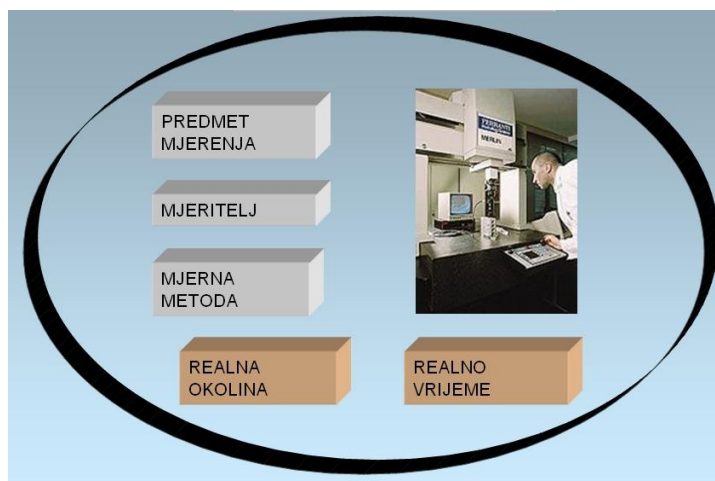
Potrebe za analizom mjernog sustava javljaju se pri preuzimanju nove mjerne opreme, kod usporedbe mjernih karakteristika različitih mjernih sredstava, pri utvrđivanju sustavnih pogrešaka, kod usporedbe mjernih karakteristika prije i poslije popravka mjerne opreme i kod određivanja sastavnica za izračunavanje varijacija procesa mjerenja i ocjenjivanja prihvatljivosti za kontrolu proizvodnog procesa.

U analizi mjernog sustava primjenjuju se slijedeće metode:

- R – metoda
- Metoda aritmetičkih sredina i raspona ( $\bar{x} - R$ )
- ANOVA metoda

### 4.1. Izvori varijabilnosti

Glavni izvori varijabilnosti mjernog sustava su predmet mjerenja, mjerna metoda, mjeritelj te okolina i vrijeme u kojima se mjerenje odvija slika 8.



Slika 8. Elementi mjernog sustava

## 4.2. Pogreške mjernog sustava

Sustavne pogreške u tijeku ponovljenih mjerenja iste veličine ostaju stabilne ili se mijenjaju na predviđen način. Teorijski se može definirati kao srednja vrijednost koja bi proizašla iz beskonačnog broja mjerenja iste veličine izvedenih u uvjetima ponovljivosti manje istinita vrijednost mjerne veličine. Kao ni istinita vrijednost, niti sustavna pogreška, a niti njeni uzroci ne mogu biti potpuno poznati. Sustavne pogreške nastaju zbog nesavršenosti mjernog objekta, mjerne opreme, mjernog postupka, mjeritelja i utjecaja okoline. Ako sustavna pogreška potječe od utvrđenog djelovanja utjecajne veličine na mjerni rezultat to se djelovanje može količinski iskazati.

Sustavne pogreške poznatih uzroka i odredivih vrijednosti mogu se iz rezultata odstraniti ispravkom. Ispravak je jednak procijenjenoj sustavnoj pogrešci, ali je suprotnoga predznaka. Budući da se sustavna pogreška ne može točno znati, ispravak je obilježen nesigurnošću.

Slučajne pogreške su pogreške koje se javljaju kod ponovljenih mjerenja iste veličine koje se mijenjaju na nepredvidiv način. Teorijski se može definirati kao mjera rasipanja rezultata mjerenja oko srednja vrijednost koja bi proizašla iz mjerenja beskonačno puta iste veličine izvedenih u uvjetima ponovljivosti ili obnovljivosti. Za slučajnu pogrešku pretpostavlja se da nastaje iz nepredvidivih ili slučajnih vremenskih ili prostornih promjena utjecajnih veličina koja se zbivaju u mjernom objektu, mjernoj opremi i okolini ili ih uzrokuje sam mjeritelj. Djelovanje takvih promjena, uzrokuje promjene u ponovljenim opažanjima mjerene veličine. Premda slučajnu pogrešku mjernog rezultata nije moguće svesti na ništicu, ona se može smanjiti povećanjem broja mjerenja, njezino je očekivanje ili očekivana vrijednost jednaka ništici.

Grube pogreške u tijeku ponovljenih mjerenja iste veličine značajno odstupaju u odnosu na ostale rezultate. Nastaju zbog nepažnje mjeritelja, pogrešno primijenjene metode i neodgovarajućeg ili neispravnog mjerila. Mjerni rezultat s grubom pogreškom se odbacuje. Katkad je teško razlučiti radi li se o gruboj pogrešci ili samo o većem slučajnom odstupanju. U takvim nejasnim slučajevima koriste se statistički testovi na

osnovi kojih su definirani kriteriji za određivanje i uklanjanje mjernog rezultata za koji se sumnja da je gruba pogreška a te metode su: kriterij 3s, Grubbsov kriterij, Dixonov kriterij i dr.

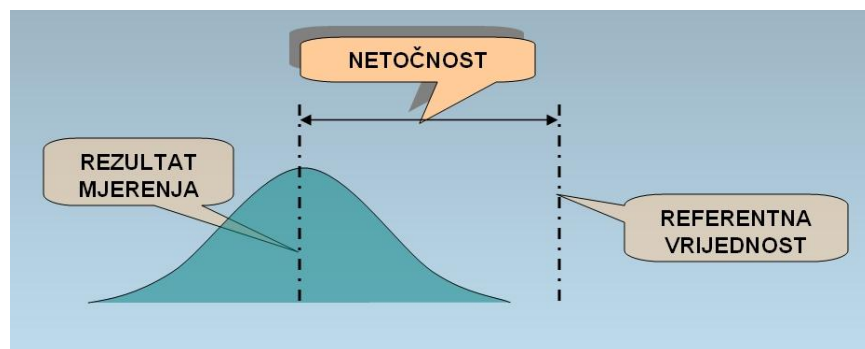
### 4.3. Klasifikacija pogrešaka mjernog sustava

U klasifikaciju pogrešaka mjernih sustava spadaju:

- Netočnost
- Nestabilnost
- Linearna pogreška
- Ponovljivost
- Obnovljivost

#### Netočnost

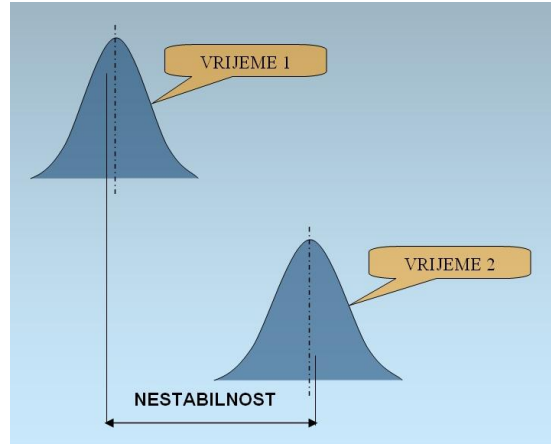
Netočnost je razlika između dobivenog rezultata mjerenja i referentne vrijednosti. Referentna vrijednost je vrijednost koja služi kao dogovorena referenca za mjernu vrijednost, a može biti utvrđena na osnovi srednje vrijednosti rezultata više mjerenja provedenih mjernom opremom više razine točnosti slika 9.



Slika 9. Netočnost

## Nestabilnost

Nestabilnost je totalna varijacija mjerenja jedne karakteristike tijekom dužeg vremenskog razdoblja slika 10.

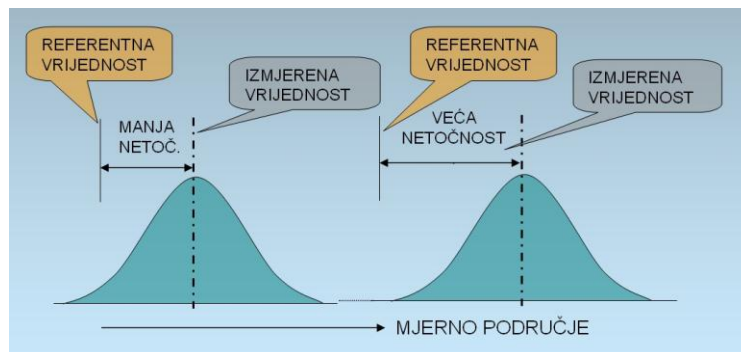


Slika 10. Nestabilnost

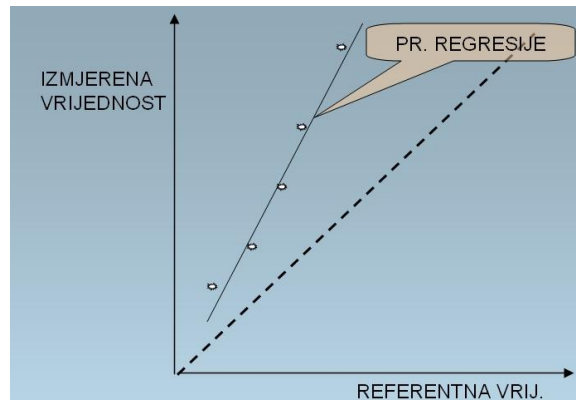
## Linearna pogreška

Linearna pogreška je stalan (linearni) rast ili pad vrijednosti pogreške rezultata mjerenja (netočnosti) unutar određenog dijela mjernog područja instrumenta slika 11.

Pravac regresije  $y = ax + b$  slika 12.



Slika 11. Linearna pogreška



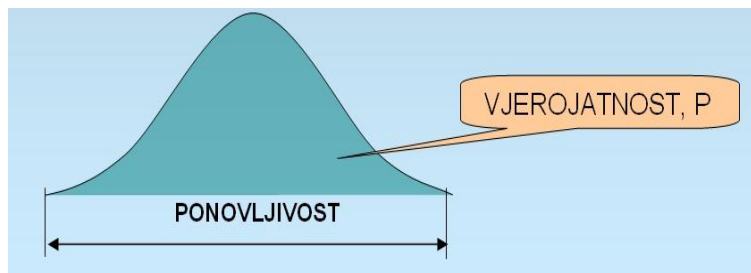
**Slika 12.** Pravac regresije  $y = ax + b$

### Ponovljivost – EV

Ponovljivost je usko slaganje između rezultata uzastopnih mjerenja iste mjerene veličine izvedenih u istim mjernim uvjetima koji uključuju: isti mjerni postupak, istog mjeritelja, isto mjerilo upotrijebljeno u istim uvjetima, isto mjesto i ponavljanje u kratkom vremenu.

Ponovljivost se može izraziti količinski s pomoću značajki rasipanja rezultata mjerenja slika 13.

Ponovljivost u najvećoj mjeri određuje utjecaj mjerila u varijaciji mjernog sustava.



**Slika 13.** Ponovljivost - EV

Ponovljivost –EV je rasipanje rezultata mjerenja dobiveno od strane jednog mjeritelja pri višestrukom mjerenju identične karakteristike na istim dijelovima (uzorcima) uz korištenje istog mjernog instrumenta.

Do vrijednosti EV dolazi se pomoću slijedećeg izraza:

$$EV = 5,15 \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (19)$$

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{g} \quad (20)$$

gdje je:

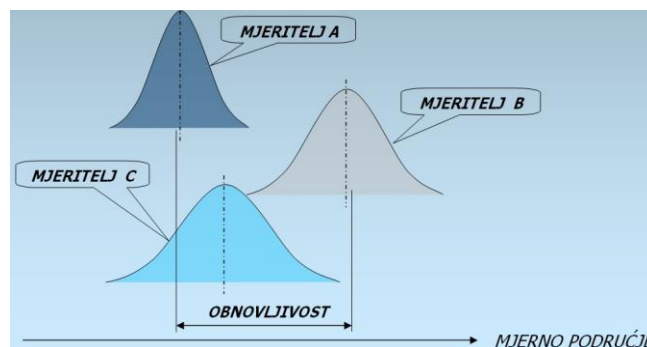
$\bar{R}$  – srednji raspon rezultata mjerenja

$d_2$  – empirijski faktor koji povezuje procijenjeno standardno odstupanje i raspon rezultata mjerenja. Faktor  $d_2$  funkciji je broja ponovljenih mjerenja  $m$  i broja raspona  $g$ . Broj raspona  $g$  jednak je umnošku broja dijelova (uzoraka) i broja mjeritelja.

### Obnovljivost - AV

Obnovljivost je rasipanje rezultata mjerenja dobiveno od strane većeg broja mjeritelja pri višestrukome mjerenju iste karakteristike na istim dijelovima uz korištenje istog ili različitog mjernog instrumenta slika 14.

U slučaju da u mjernom sustavu sudjeluje samo jedan mjeritelj, obnovljivost je definirana kao rasipanje rezultata mjerenja dobiveno pri višestrukome mjerenju identične karakteristike na istim dijelovima uz korištenje istog ili različitog mjernog instrumenta kroz duži vremenski period.



Slika 14. Obnovljivost – AV



Može se izraziti količinski s pomoću značajki rasipanja rezultata mjerenja, u najvećoj mjeri određuje utjecaj mjeritelja u varijaciji mjernog sustava. Do vrijednosti AV dolazi se pomoću sljedećeg izraza:

$$AV = 5,15 \frac{R_0}{d_2^*} \quad (21)$$

$$R_0 = \bar{x}_{\max} - \bar{x}_{\min} \quad (22)$$

gdje je:

$R_0$  – razlika najveće i najmanje aritmetičke sredine svih rezultata svih mjeritelja.

$d_2^*$  – empirijski faktor koji povezuje procijenjeno standardno odstupanje i raspon rezultata mjerenja. U funkciji je broja mjeritelja  $m$  i broja raspona  $g$ .

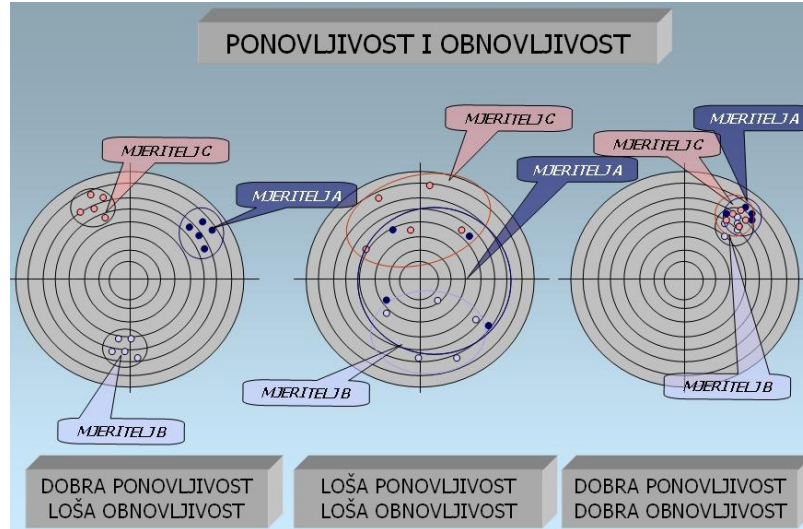
Broj raspona  $g$  u ovom slučaju jednak je 1.

Budući je u vrijednosti obnovljivosti izračunatoj na ovaj način uključena i varijacija rezultata uzrokovana mjerilom (ponovljivost), potrebno je napraviti korekciju, odnosno isključiti vrijednost ponovljivosti.

$$AV = \sqrt{\left[5,15 \frac{R_0}{d_2^*}\right]^2 - \left[5,15 \frac{\bar{R}}{d_2}\right]^2 \left[\frac{1}{n \cdot r}\right]} \quad (23)$$

gdje je  $n$  broj dijelova, a  $r$  broj ponovljenih mjerenja.

Preciznost rezultata mjerenja u funkciji ponovljivosti i obnovljivosti prikaza je na slici 15.



Slika 15. Preciznost u funkciji ponovljivosti i obnovljivosti

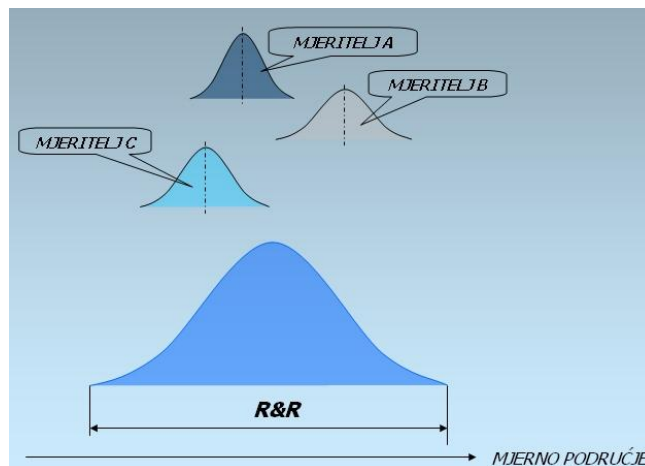
Matematički možemo prikazat:

$$\text{PRECIZNOST} = \sigma^2 \text{ PONOVLJIVOST} + \sigma^2 \text{ OBNOVLJIVOS}$$

Preciznost mjernog sustava se sastoji od obnovljivosti i ponovljivosti ili zajedničkim imenom nazvano R&R.

#### 4.4. Procjena sposobnosti mjernog sustava

Varijabilnost mjernog sustava ovisio o ukupnom rasipanju rezultata mjerenja uslijed zajedničkog učinka ponovljivosti i obnovljivosti (R&R) slika 16.



Slika 16. Varijabilnost mjernog sustava R&R

Izraz za izračun sposobnosti mjernog sustava R&R dan je izrazom 24

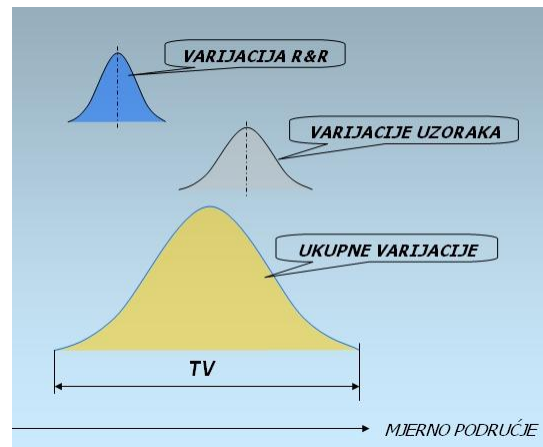
$$R \& R = \sqrt{EV^2 + AV^2} \quad (24)$$

gdje je:

EV - ponovljivost

AV - obnovljivost

Ukupna varijabilnost mjernog sustava TV ovisi o varijaciji mjernog sustava R&R i o varijaciji uzoraka (slika 17).



**Slika 17.** Ukupna varijabilnost mjernog sustava

Ukupna varijacija mjernog sustava TV dana je izrazom 25.

$$TV = \sqrt{(R \& R)^2 + PV^2} \quad (25)$$

gdje je:

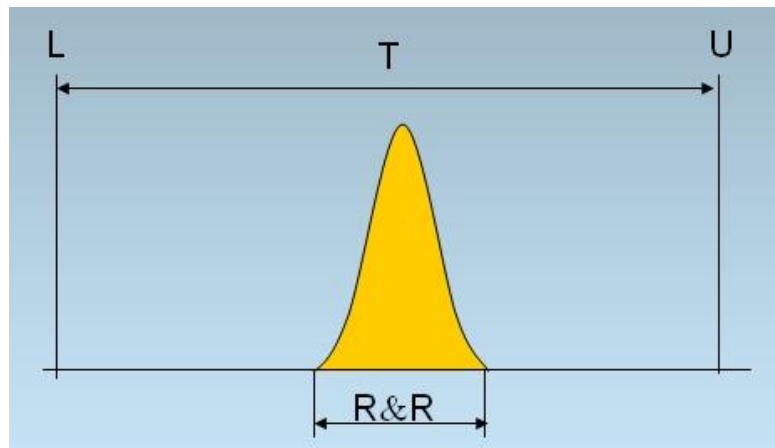
R&R – varijacija mjernog sustava

PV – varijacija dijelova

Izraz za varijaciju dijelova PV dan je formulom 26.

$$PV = 5,15 \frac{R_p}{d_2^{\otimes}} \quad (26)$$

Sposobnost mjernog sustava predstavlja udio varijabilnosti mjernog sustava (R&R) iskazanog postotkom područja dopuštenog odstupanja (T) slika 18.



**Slika 18.** Sposobnost mjernog sustava

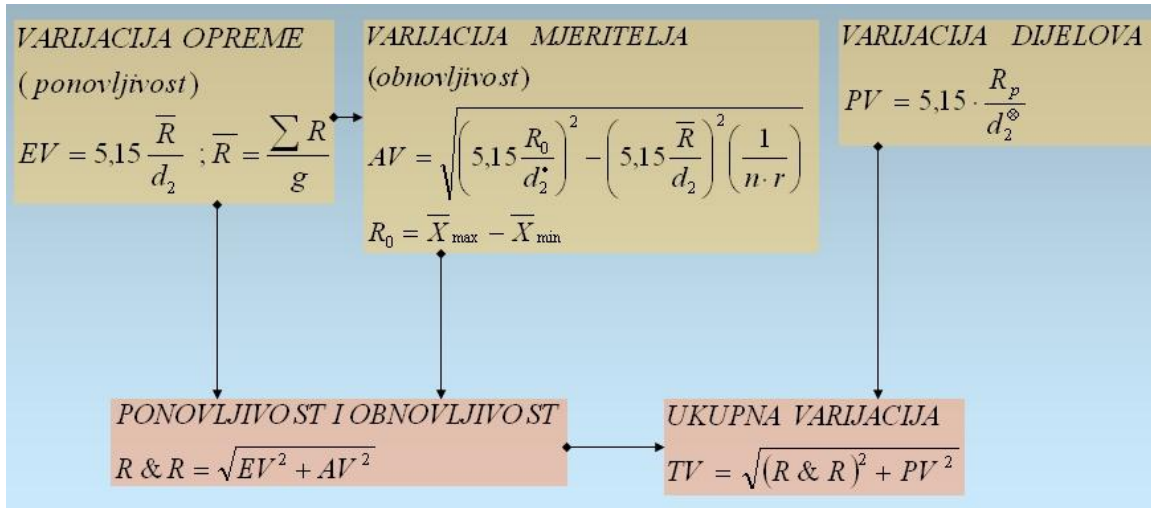
Izraz za izračunavanje sposobnosti mjernog sustava glasi:

$$\text{SPOSOBNOST MJERNOG SUSTAVA} = \frac{R \& R}{TV} \cdot 100\% \quad (27)$$

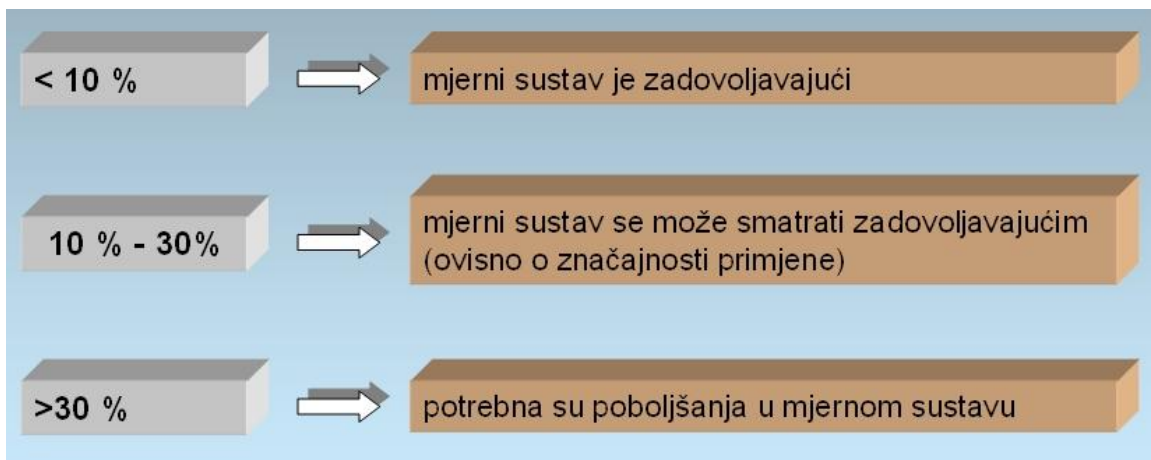
ili

$$\text{SPOSOBNOST MJERNOG SUSTAVA} = \frac{R \& R}{T} \cdot 100\% \quad (28)$$

Shema metode procjene sposobnosti mjernog sustava aritmetičkih sredina i raspona ( $\bar{X} - R$ ) prikazana je na slici 19. Udio R&R u tolerancijskom polju T ili ukupnoj varijaciji TV dan je slikom 20.



**Slika 19.** Procjena sposobnosti mjernog sustava

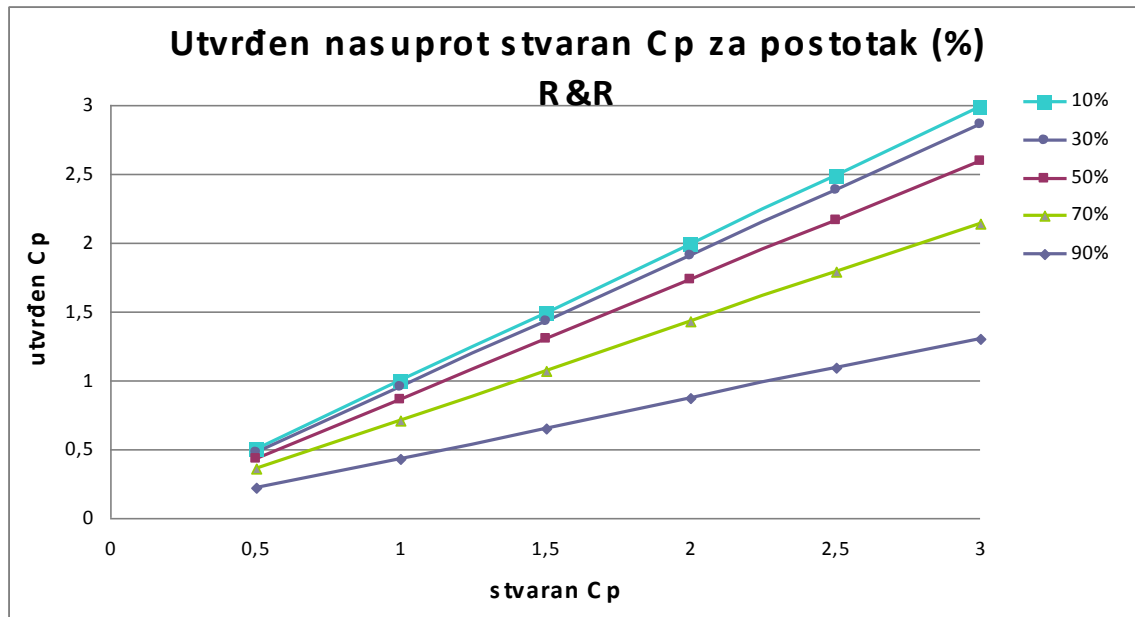


**Slika 20.** Udio R&R u tolerancijskom polju T ili ukupnoj varijaciji TV

## 5. Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa $C_p$

Veza između sposobnosti mjernog sustava (R&R) i indeksa sposobnosti procesa  $C_p$  dan je izrazom 29, slikom 21. i tablicom 1.

$$C_{p_{\text{utvrden}}} = C_p \times \sqrt{1 - (R \& R)^2} \quad (29)$$



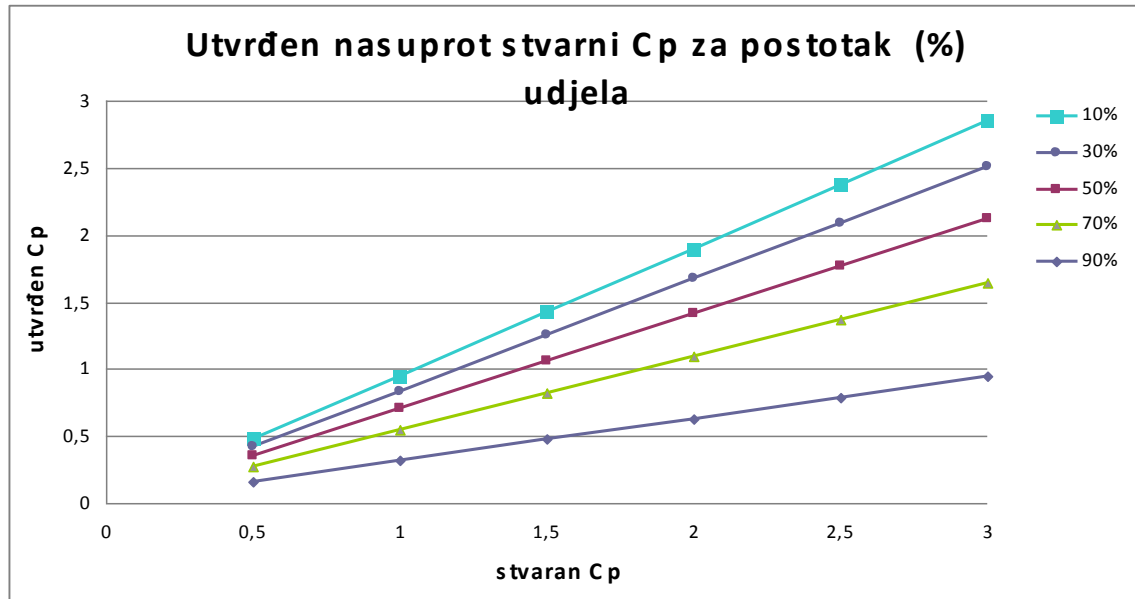
Slika 21. Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa  $C_p$

Tablica 1. Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa  $C_p$

stvaran $C_p$	utvrđen $C_p$				
	90%	70%	50%	30%	10%
0,5	0,21794495	0,35707142	0,4330127	0,4769696	0,49749372
1	0,43588989	0,71414284	0,8660254	0,9539392	0,99498744
1,5	0,65383484	1,07121426	1,29903811	1,4309088	1,49248116
2	0,87177979	1,42828569	1,73205081	1,9078784	1,98997487
2,5	1,08972474	1,78535711	2,16506351	2,384848	2,48746859
3	1,30766968	2,14242853	2,59807621	2,8618176	2,98496231

Ukoliko je kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  u ovisnosti o sposobnosti mjernog sustava (R&R) dana je izrazom 30, slikom 22. i tablicom 2.

$$C_{p_{uvrden}} = C_p \times \sqrt{1 - (R \& R)} \quad (30)$$



**Slika 22.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$

**Tablica 2.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$

stvaran Cp	uočen Cp				
	90%	70%	50%	30%	10%
0,5	0,15811388	0,27386128	0,35355339	0,41833001	0,47434165
1	0,31622777	0,54772256	0,70710678	0,83666003	0,9486833
1,5	0,47434165	0,82158384	1,06066017	1,25499004	1,42302495
2	0,63245553	1,09544512	1,41421356	1,67332005	1,8973666
2,5	0,79056942	1,36930639	1,76776695	2,09165007	2,37170825
3	0,9486833	1,64316767	2,12132034	2,50998008	2,84604989

## 6. Eksperimentalni dio

Provedena je analiza rezultat mjerenja mase staklenih boca, proizvodnog pogona Vetropak Straže. Analizirani su rezultati sa 3 linije (611, 612 i 613) koje opskrbljuje jedna staklarska peć slika 23.



Slika 23. Shema staklarske peći

Mjerenja su provedena primjenom digitalne vage Mettler Toledo PB3001 slika 24.



Slika 24. Digitalna vaga Mettler Toledo PB3001

Tablica 3. Tehničke karakteristike digitalne vage Mettler Toledo PB3001

Mjerno područje	do 3000 g
Rezolucija	0,01 g
Linearnost	$\pm 0,1$ g
Vrijeme stabilizacije	1,5 s
Osjetljivost (temperaturni pomak)	10 ppm/ $^{\circ}$ C
Veličina mjerne ploče	$\varnothing$ 180 mm

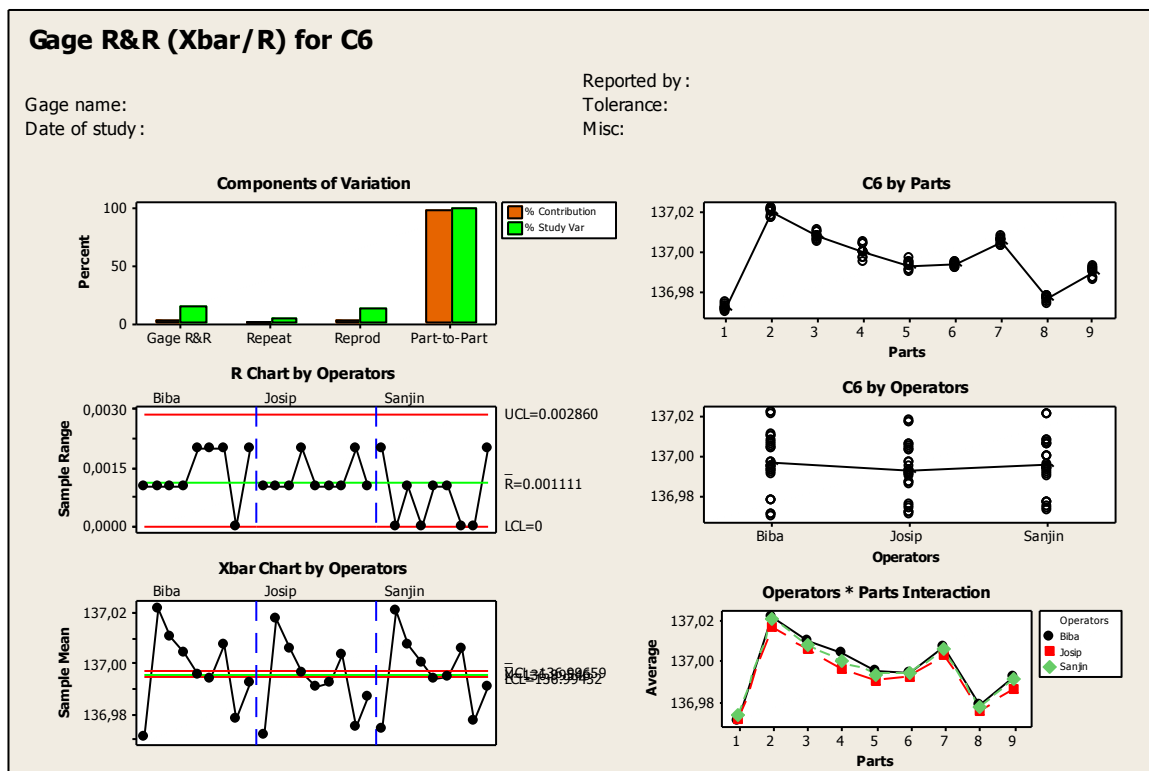


## 6.1. Analiza sposobnosti mjernog sustava u postupku mjerenja mase staklenih boca (R&R)

S ciljem procijene kvalitete primijenjenog mjernog sustava u postupku mjerenja mase staklenih boca provedeno je mjerenje od strane 3 mjeritelja. Svaki mjeritelj mjerio je mase deset staklenih boca nazivne mase ( $160 \pm 1$ ) g. Mjerenja su ponavljana tri puta. Analiza je provedena primjenom statističkog paketa Minitab 15. Rezultati mjerenja prikazani su tablicom 4 i slikom 25.

**Tablica 4.** Sposobnost mjernog sustava (R&R)

Study Var %Study Var			
Source	StdDev (SD)	(6 * SD)	(%SV)
Total Gage R&R	0.0021170	0.0127021	13.49
Repeatability	0.0006563	0.0039378	4.18
Reproducibility	0.0020127	0.0120763	12.83
Part-To-Part	0.0155483	0.0932900	99.09
Total Variation	0.0156918	0.0941508	100.00
Number of Distinct Categories = 10			



**Slika 25.** Prikaz sposobnosti mjernog sustava (R&R)

Iz prikazanih rezultata može se zaključiti da udio mjernog sustava R&R u ukupnoj varijaciji TV iznosi 13,5 % što se može smatrati zadovoljavajuće. Sa stanovišta tolerancijskog polja T mjerni sustav višestruko zadovoljava jer troši svega 0,1 % tolerancijskog polja.

## 6.2. Analiza sposobnosti procesa izrade staklenih boca

Rezultati mjerenja (mase boca) prikazani su tablicama 5, 6 i 7.

**Tablica 5.** Rezultati mjerenja mase boce za pivo ( $160 \pm 1$ ) g na liniji 611

Nazivna masa:				$160 \pm 1$ g					
Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g
1	160,29	41	159,87	81	160,22	121	159,81	161	159,57
2	160,33	42	160,18	82	160,64	122	160,07	162	159,99
3	160,05	43	160,25	83	159,65	123	160,13	163	159,92
4	159,70	44	160,24	84	159,85	124	160,32	164	159,73
5	160,04	45	160,09	85	159,92	125	159,69	165	160,09
6	160,42	46	160,03	86	159,49	126	160,10	166	160,44
7	160,63	47	160,01	87	160,41	127	159,52	167	159,83
8	159,84	48	159,90	88	159,89	128	160,41	168	159,55
9	160,07	49	159,93	89	160,42	129	160,34	169	160,03
10	160,21	50	159,80	90	160,56	130	160,30	170	160,31
11	160,21	51	160,06	91	160,27	131	160,63	171	159,93
12	160,12	52	159,98	92	159,71	132	160,00	172	160,01
13	160,32	53	160,12	93	160,66	133	159,70	173	159,78
14	159,62	54	159,39	94	159,94	134	160,33	174	159,66
15	160,16	55	159,62	95	160,21	135	159,62	175	160,36
16	159,72	56	160,22	96	159,78	136	160,04	176	160,20
17	160,01	57	160,56	97	160,33	137	159,77	177	159,94
18	160,06	58	160,53	98	160,18	138	159,95	178	159,34
19	160,32	59	159,90	99	159,98	139	160,26	179	160,40
20	160,02	60	159,74	100	160,36	140	159,83	180	160,24
21	159,56	61	159,79	101	160,34	141	159,37	181	160,32
22	160,01	62	160,45	102	159,99	142	160,31	182	160,33
23	160,28	63	160,29	103	159,80	143	160,36	183	159,57
24	159,93	64	160,32	104	159,85	144	160,08	184	159,69
25	159,80	65	160,22	105	159,82	145	160,23	185	160,39
26	160,33	66	159,87	106	160,12	146	159,87	186	160,08

27	159,87	67	160,15	107	159,70	147	159,65	187	159,90
28	160,23	68	159,84	108	160,39	148	159,99	188	159,87
29	160,13	69	159,66	109	160,03	149	160,22	189	160,17
30	160,20	70	159,93	110	159,71	150	159,93	190	160,30
31	160,26	71	160,32	111	159,82	151	160,84	191	160,15
32	159,69	72	159,80	112	159,70	152	160,09	192	160,20
33	160,01	73	159,80	113	159,72	153	159,83	193	160,22
34	160,15	74	159,99	114	159,75	154	160,09	194	159,79
35	159,60	75	159,96	115	159,89	155	160,24	195	159,81
36	159,87	76	159,94	116	160,34	156	160,42	196	160,10
37	160,24	77	159,85	117	159,78	157	160,11	197	159,52
38	159,70	78	160,68	118	160,17	158	159,99	198	159,38
39	160,08	79	160,64	119	159,76	159	160,29	199	160,10
40	159,92	80	159,52	120	160,70	160	159,89	200	160,21

**Tablica 6.** Rezultati mjerenja mase boce za pivo ( $136 \pm 1$ ) g na liniji 612

Nazivna masa:				$136 \pm 1$ g					
Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g
1	134,54	41	135,39	81	135,42	121	136,13	161	135,25
2	137,15	42	135,89	82	136,04	122	137,65	162	137,04
3	136,63	43	135,87	83	136,08	123	134,91	163	135,07
4	135,73	44	135,96	84	135,75	124	134,89	164	136,52
5	136,58	45	135,32	85	136,33	125	135,98	165	136,42
6	136,14	46	135,66	86	136,07	126	135,42	166	136,18
7	137,49	47	135,20	87	134,75	127	134,53	167	136,55
8	138,00	48	136,63	88	135,95	128	136,53	168	136,75
9	135,49	49	136,81	89	137,56	129	135,00	169	137,40
10	135,66	50	134,40	90	136,35	130	135,15	170	135,73
11	135,54	51	136,54	91	136,91	131	136,38	171	135,35
12	136,26	52	136,06	92	135,44	132	136,46	172	135,90
13	136,50	53	135,80	93	135,79	133	134,86	173	136,48
14	135,76	54	135,50	94	135,30	134	136,32	174	136,22
15	135,92	55	136,07	95	134,65	135	135,49	175	135,77
16	136,10	56	135,84	96	136,92	136	135,38	176	136,97
17	136,41	57	135,86	97	135,44	137	135,28	177	135,89
18	136,43	58	136,05	98	135,93	138	136,75	178	136,39
19	135,63	59	136,60	99	135,56	139	135,81	179	136,34
20	135,43	60	135,88	100	136,85	140	135,59	180	135,73
21	135,34	61	136,06	101	135,53	141	137,30	181	134,94
22	135,79	62	135,11	102	135,30	142	135,32	182	135,29
23	136,42	63	136,86	103	135,09	143	135,34	183	136,10
24	136,55	64	136,37	104	136,92	144	135,49	184	135,16
25	135,96	65	136,05	105	137,33	145	136,90	185	135,10
26	137,41	66	135,81	106	136,04	146	135,84	186	136,89

27	137,02	67	136,96	107	136,37	147	136,15	187	136,82
28	134,86	68	136,02	108	135,88	148	136,43	188	136,58
29	135,03	69	135,32	109	136,63	149	136,85	189	137,13
30	134,86	70	134,90	110	136,52	150	133,94	190	136,04
31	134,86	71	136,81	111	136,55	151	136,07	191	136,02
32	135,71	72	136,69	112	136,61	152	136,06	192	136,17
33	136,61	73	135,41	113	135,20	153	136,64	193	136,18
34	135,71	74	135,99	114	135,52	154	135,71	194	136,59
35	136,75	75	135,63	115	135,69	155	135,34	195	134,73
36	136,82	76	134,90	116	136,40	156	136,06	196	135,58
37	135,92	77	135,31	117	136,47	157	136,47	197	136,58
38	135,27	78	135,15	118	135,99	158	135,05	198	135,07
39	136,26	79	135,67	119	136,05	159	135,97	199	136,70
40	136,68	80	135,87	120	136,52	160	137,18	200	136,81

**Tablica 7.** Rezultati mjerenja mase boce za pivo ( $278 \pm 3$ ) g na liniji 613

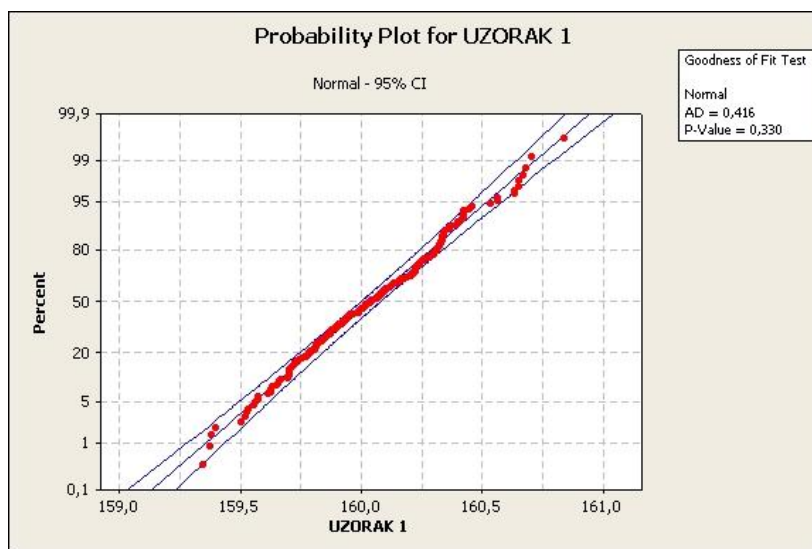
Nazivna masa:				$278 \pm 3$ g					
Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g	Broj uzorka	Izvagano, g
1	277,09	41	278,50	81	278,70	121	277,94	161	277,10
2	277,08	42	278,07	82	278,82	122	278,60	162	278,60
3	277,40	43	277,41	83	278,42	123	276,86	163	278,38
4	277,77	44	278,30	84	278,36	124	278,17	164	279,12
5	277,65	45	279,00	85	278,30	125	277,42	165	277,85
6	278,59	46	278,08	86	278,18	126	277,57	166	277,86
7	277,79	47	278,84	87	278,00	127	277,86	167	279,00
8	277,96	48	278,25	88	277,78	128	278,07	168	277,78
9	278,14	49	277,68	89	277,28	129	277,98	169	277,53
10	278,20	50	277,55	90	278,28	130	277,31	170	277,91
11	277,94	51	278,01	91	278,39	131	278,59	171	277,54
12	278,76	52	276,78	92	278,33	132	277,90	172	279,32
13	277,89	53	277,95	93	278,47	133	277,60	173	278,07
14	278,43	54	277,89	94	278,72	134	277,43	174	278,64
15	278,61	55	277,86	95	278,10	135	278,86	175	277,32
16	278,45	56	278,37	96	277,54	136	278,55	176	278,00
17	277,62	57	277,61	97	277,89	137	278,33	177	278,61
18	276,92	58	278,30	98	278,10	138	278,51	178	278,28
19	278,11	59	278,14	99	277,86	139	278,36	179	277,76
20	277,92	60	278,88	100	278,10	140	277,75	180	277,17
21	278,61	61	277,83	101	277,25	141	278,85	181	277,96
22	278,32	62	278,58	102	278,02	142	277,99	182	278,35
23	277,47	63	277,84	103	277,46	143	277,66	183	277,79
24	277,98	64	278,19	104	278,05	144	278,48	184	277,94
25	277,97	65	277,85	105	277,48	145	278,13	185	277,93
26	278,35	66	278,13	106	277,97	146	277,49	186	278,73

27	278,74	67	277,43	107	278,21	147	277,55	187	277,19
28	279,48	68	277,16	108	277,92	148	278,12	188	277,76
29	278,45	69	278,63	109	278,00	149	277,09	189	278,56
30	278,33	70	277,72	110	277,40	150	278,35	190	277,42
31	278,08	71	277,64	111	278,50	151	276,67	191	277,77
32	278,37	72	278,69	112	277,51	152	277,47	192	277,76
33	278,31	73	278,27	113	277,52	153	277,75	193	277,98
34	278,38	74	278,63	114	277,57	154	278,25	194	278,25
35	278,81	75	278,27	115	277,86	155	278,15	195	278,11
36	277,13	76	278,65	116	277,83	156	277,64	196	278,38
37	277,92	77	278,37	117	278,45	157	277,40	197	277,00
38	277,89	78	277,64	118	278,06	158	278,16	198	278,48
39	277,70	79	278,30	119	278,29	159	277,20	199	278,15
40	277,29	80	277,33	120	278,14	160	278,60	200	278,15

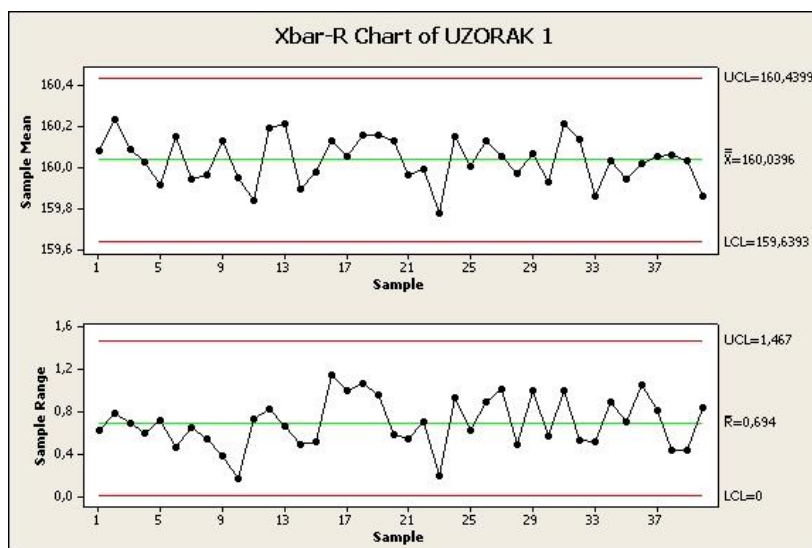
Podaci dobiveni vaganjem uzoraka analizirani su primjenom statističkim paketom Minitab 15. Tako se nude opcije za izračun osnovnih statističkih vrijednosti, prikazi u histogramima, papirima vjerojatnosti i 3D grafovima, regresija, provjeravanje hipoteza te izračun indeksa sposobnosti procesa. Transformaciju podataka bazirana je Johnson-ovim funkcijama, a program ispisuje o kojem se području sustava jednadžbi radi.

### Obrada podataka za liniji 611, boce za pivo ( $160 \pm 1$ ) g

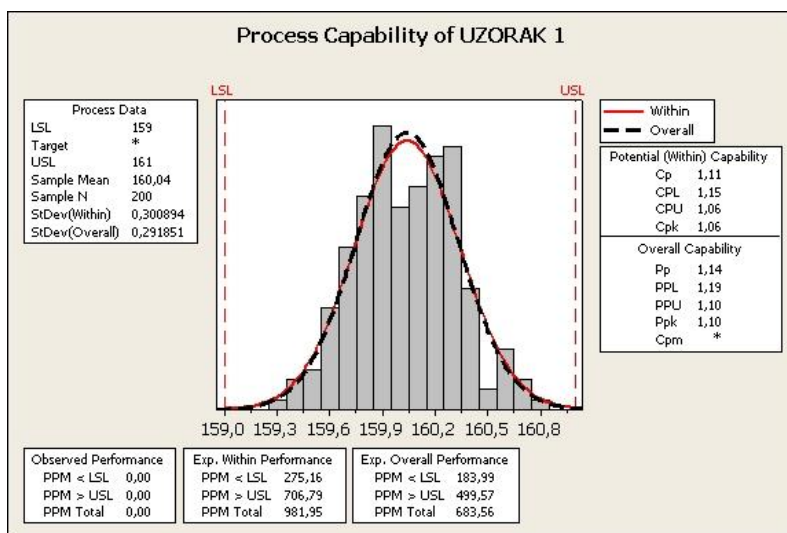
Rezultati obrađenih podataka prikazani su na slikama od 26 do 30 i tablicama 8 i 9.



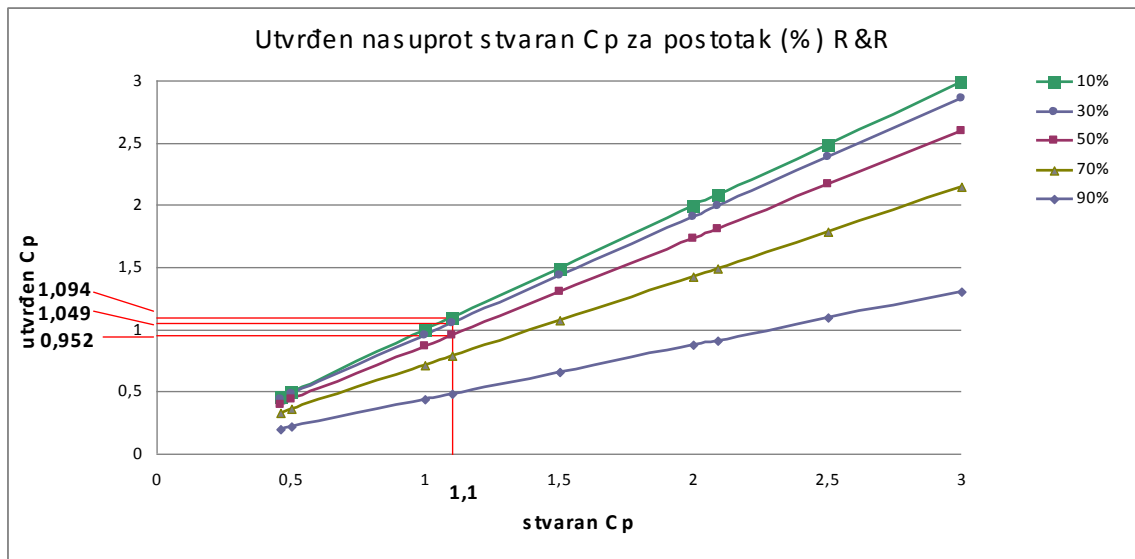
Slika 26. Papir vjerojatnosti za liniju 611



Slika 27.  $\bar{x} - R$  karta za liniju 611



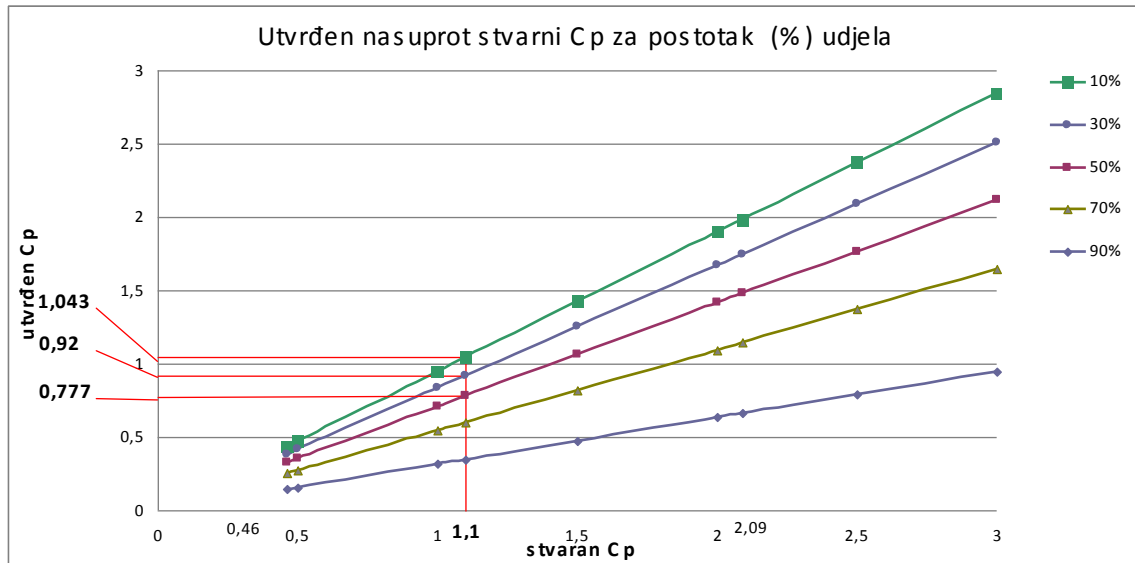
Slika 28. Grafički prikaz sposobnosti procesa za liniju 611



**Slika 29.** Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 611.

**Tablica 8.** Vrijednosti stvarnih  $C_p$  u ovisnosti o utjecaju mjernog sustava na  $C_p$  za liniju 611.

linija 611		
stvarni $C_p$	R&R	utvrđeni $C_p$
1,11	10 %	1,094
1,11	30 %	1,049
1,11	50 %	0,952
1,11	70 %	0,785
1,11	90 %	0,479



**Slika 30.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 611

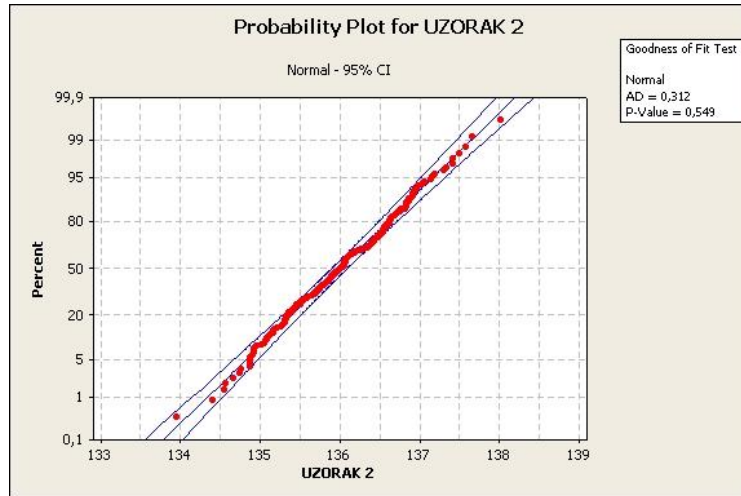
**Tablica 9.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 611

Linija 611		
stvarni Cp	R&R	utvrđeni Cp
1,11	10 %	1,043
1,11	30 %	0,92
1,11	50 %	0,777
1,11	70 %	0,602
1,11	90 %	0,347

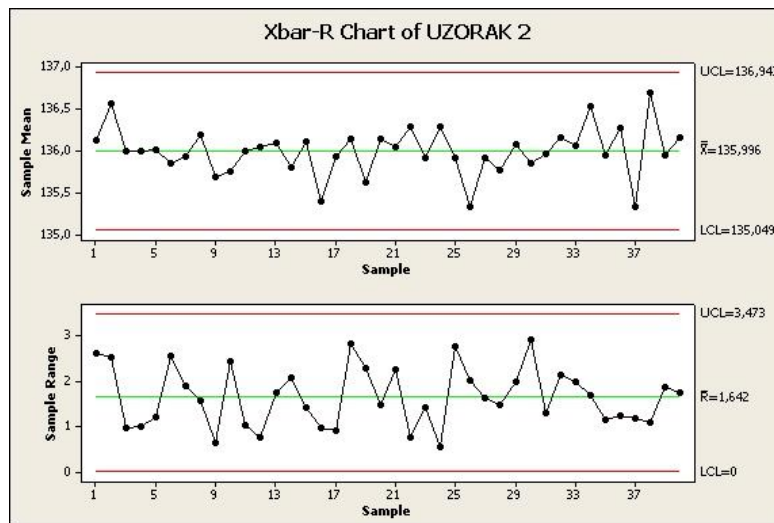


## Obrada podataka za liniji 612, boce za pivo ( $136 \pm 1$ ) g

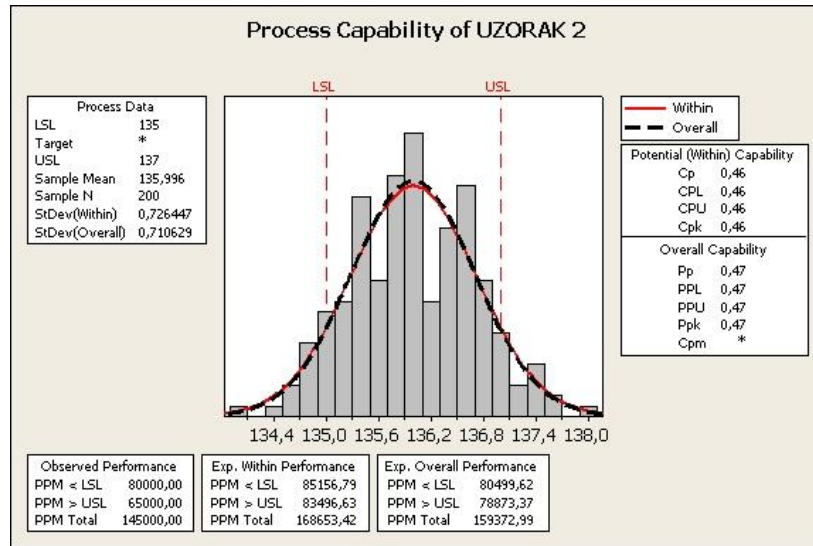
Rezultati obrađenih podataka prikazani su na slikama od 31 do 35 i tablicama 10 i 11.



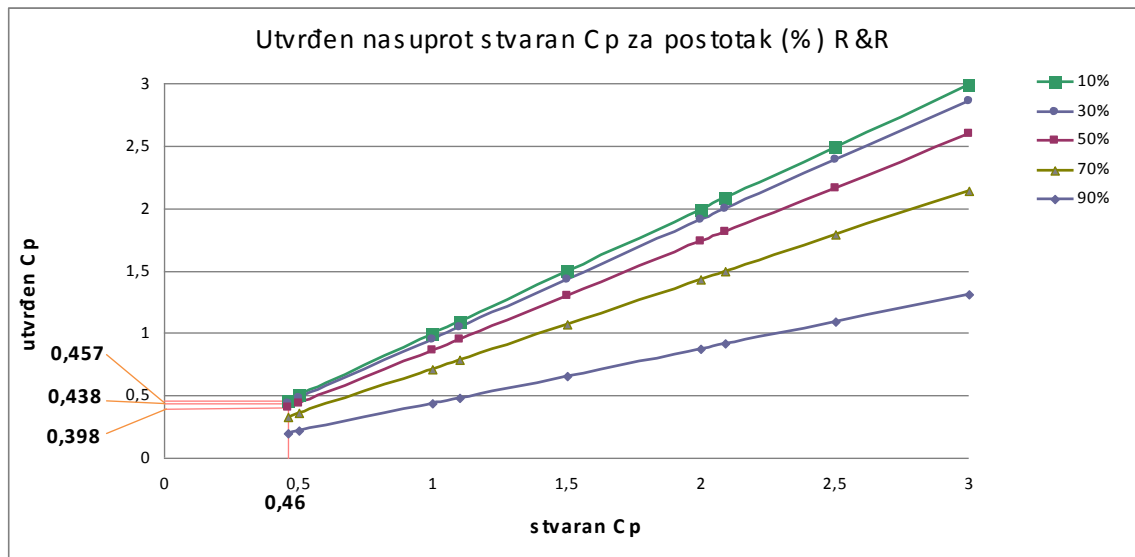
Slika 31. Papir vjerojatnosti za liniju 612



Slika 32.  $\bar{x} - R$  karta za liniju 612



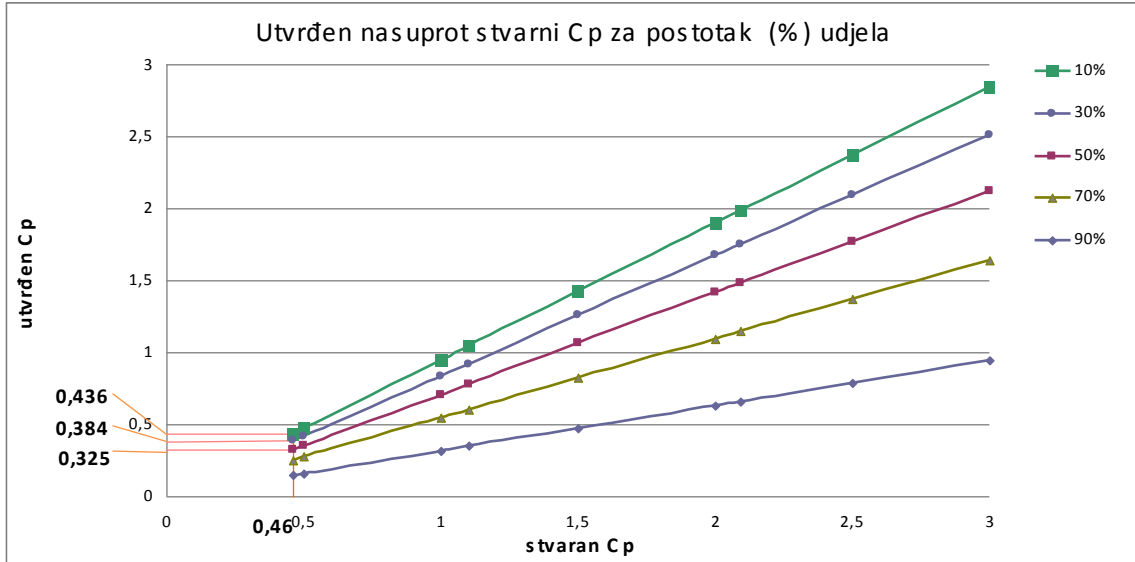
**Slika 33.** Grafički prikaz sposobnosti procesa za liniju 612



**Slika 34.** Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 612

**Tablica 10.** Vrijednosti stvarnih  $C_p$  u ovisnosti o utjecaju mjernog sustava na  $C_p$  za liniju 612.

Linija 612		
stvarni $C_p$	R&R	utvrđeni $C_p$
0,46	10 %	0,457
0,46	30 %	0,438
0,46	50 %	0,398
0,46	70 %	0,328
0,46	90 %	0,2



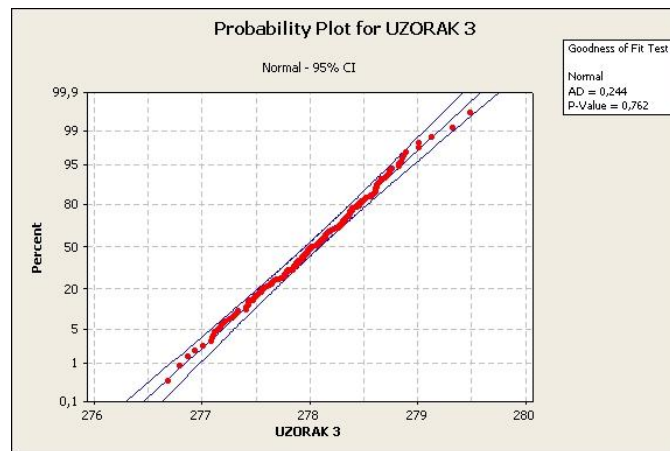
**Slika 35.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 612

**Tablica 11.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  liniju 612

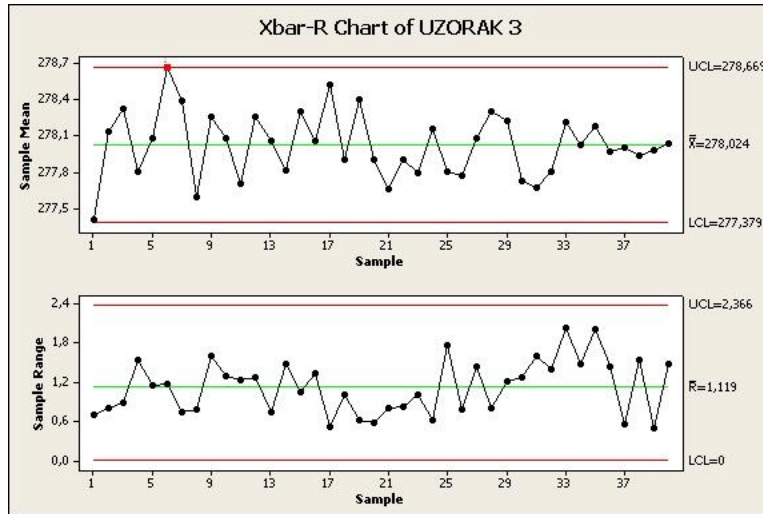
Linija 612		
stvaran $C_p$	R&R	utvrđen $C_p$
0,46	10 %	0,436
0,46	30 %	0,384
0,46	50 %	0,325
0,46	70 %	0,251
0,46	90 %	0,145

**Obrada podataka za liniji 613, boce za pivo ( $278 \pm 3$ ) g**

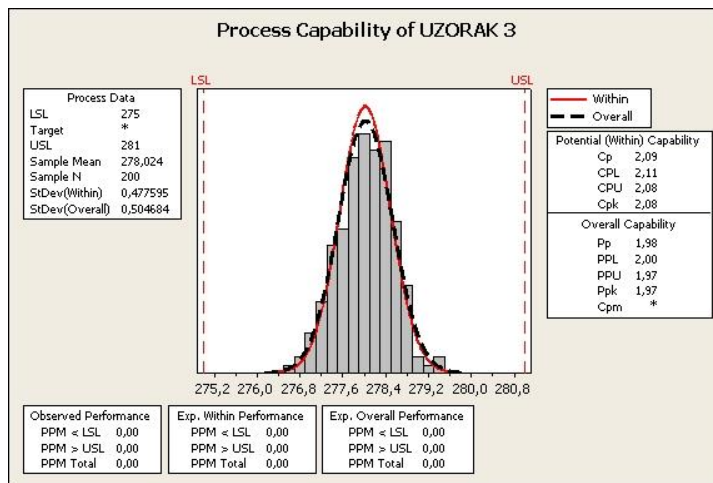
Rezultati obrađenih podataka prikazani su na slikama od 36 do 40 i tablicama 12 i 13.



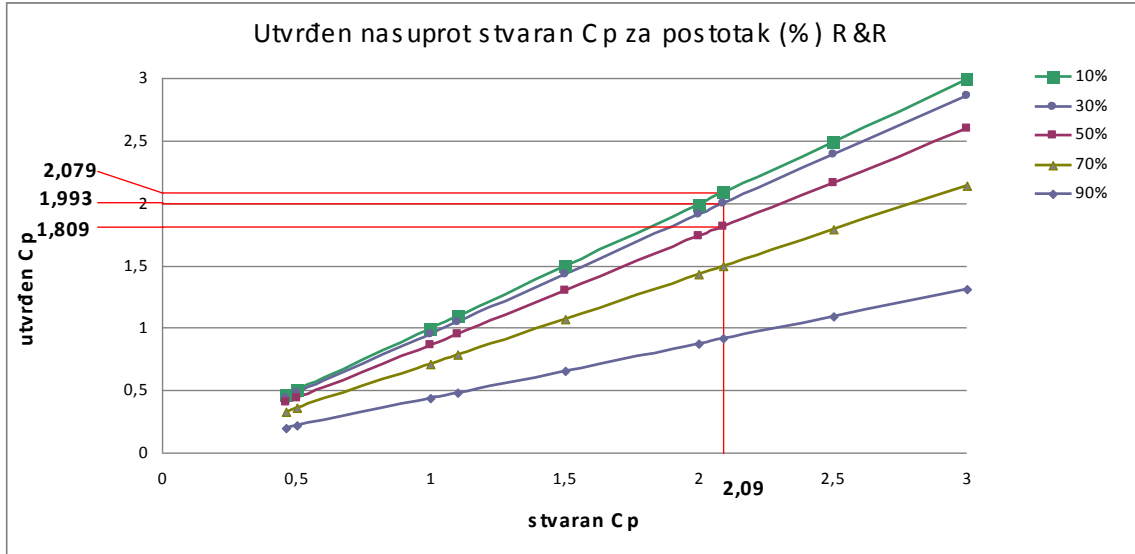
**Slika 36.** Papir vjerojatnosti za liniju 613



Slika 37.  $\bar{x} - R$  karta za liniju 613



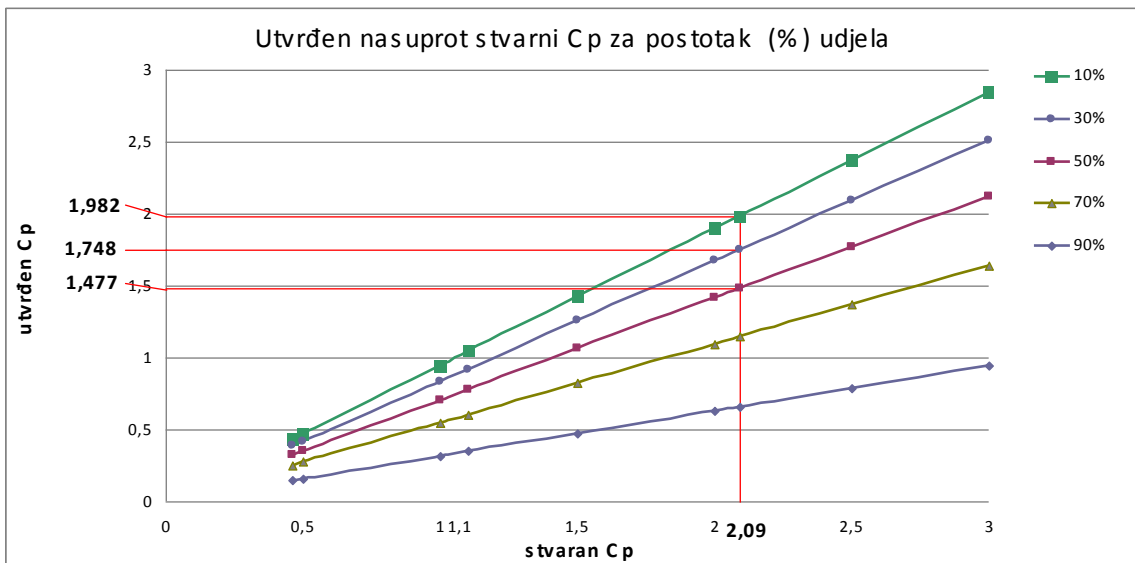
Slika 38. Grafički prikaz sposobnosti procesa za liniju 613



Slika 39. Utjecaj mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 613.

Tablica 12. Vrijednosti stvarnih  $C_p$  u ovisnosti o utjecaju mjernog sustava na  $C_p$  za liniju 613.

Linija 613		
stvarni $C_p$	R&R	utvrđen $C_p$
2,09	10 %	2,079
2,09	30 %	1,993
2,09	50 %	1,809
2,09	70 %	1,492
2,09	90 %	0,911



Slika 40. Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 613

**Tablica 13.** Kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana varijacijom  $\sigma^2$  procjena sposobnosti procesa  $C_p$  za liniju 613

Linija 613		
stvarni $C_p$	R&R	utvrđen $C_p$
2,09	10 %	1,982
2,09	30 %	1,748
2,09	50 %	1,477
2,09	70 %	1,144
2,09	90 %	0,66

U postupku analize masa staklenih boca utvrđeni su indeksi sposobnosti procesa kako slijedi:

za liniju 611  $C_p=1,11$ ,  $C_{pk}=1,06$ ;

za liniju 612  $C_p=0,46$ ,  $C_{pk}=0,46$ ;

za liniju 612  $C_p=2,09$ ,  $C_{pk}=2,08$ .

Papiri vjerojatnosti (slike 26, 31, 36) i kontrolne karte (slike 27, 32, 37) pokazuju da se podaci pokoravaju normalnoj razdiobi te da je proces pod kontrolom. Udio varijacija mjernog sustava R&R u ukupnoj varijaciji TV iznosi 13,5 % što govori u prilog kvalitete mjernog sustava u postupku mjerenja mase boca. U konkretnom primjeru varijacija mjernog sustava R&R ne utječe značajno na iznos indeksa sposobnosti procesa  $C_p$ .

## 7. Zaključak

U radu je opisan i razrađen postupak procjene sposobnosti procesa, te su definirani uvjeti koje je potrebno zadovoljiti prije postupka procjene.

Utvrđeno je da je primjena kontrolnih karata u postupku procjene sposobnosti procesa i u postupku procjene mjernog sustava neizostavna jer omogućuje pravilnu interpretaciju rezultata.

Teorijskim i eksperimentalnim razmatranjima utvrđeno je da kvaliteta mjernog sustava (R&R) ima značajan utjecaj na iznos indeksa sposobnosti procesa.

U okviru eksperimentalnog dijela rada, računanjem koeficijenata sposobnosti procesa, procijenjena je sposobnost procesa lijevanja staklenih boca sa 3 linije. Iznosi koeficijenata sposobnosti procesa  $C_p=0,46$ ,  $C_{pk}=0,46$  na liniji 612 pokazuju da proces nije sposoban, dok su procesi na linijama 611 i 613 sposobni ( $C_p=1,11$ ,  $C_{pk}=1,06$ ;  $C_p=2,09$ ,  $C_{pk}=2,08$ ).

Udio varijacija mjernog sustava R&R u ukupnoj varijaciji TV iznosi 13,5 % što govori u prilog kvalitete mjernog sustava u postupku mjerenja mase boca. U konkretnom primjeru varijacija mjernog sustava R&R ne utječe značajno na iznos indeksa sposobnosti procesa  $C_p$ .

## 8. Literatura

- [1] B. Runje: „Predavanja iz kolegija Osnove osiguranja kvalitete“, FSB 2008.
- [2] „Certified Lean Six Sigma Black Belt Book“, s Interneta,  
<http://www.OpenSourceSixSigma.com>
- [3] J. Maršanić, Diplomski rad: „Procjena sposobnosti procesa nenormalno distribuiranih podataka“, FSB 2008.
- [4] Forrest W. Breyfolge III: „Implementing Six Sigma“, Awiley-Interscience Publication, 1999.
- [5] Malin Albing: Process Capability Analysis with Focus on Indices for One-sided Specification Limits, s Interneta
- [6] S. Mahović: „Predavanja iz kolegija Teorija i tehnika mjerenja“, FSB 2008.
- [7] Grupa autora: *Inženjerski priručnik; 4/III, Organizacija proizvodnje*, Školska knjiga, d.d., Zagreb, 2002.
- [8] V. Mudronja: „Predavanja iz kolegija Kontrola kvalitete“, FSB 2008.
- [9] M. Kovačec: „Seminarski rad, Suvremena kontrola kvalitete“ FSB 2009.
- [10] s Interneta, <http://www.wikipedia.org>.
- [10] Minitab 15.1.1.0., Manual