

# Numeričko određivanje faktora forme trimarana

---

Oreč, Ivan

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:424462>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-10**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Ivan Oreč**

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli, dipl. ing.

Student:

Ivan Oreč

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i proučavajući navedenu literaturu.

Posebno se želim zahvaliti svojoj profesorici i mentorici prof. dr. sc. Nastii Degiuli i naravno asistentima Andrei Farkasu i Ivani Martić koji su me vodili i pomagali u izradi ovog završnog rada. Također bih želio zahvaliti svim svojim dobrim profesorima i asistentima koji su me strpljivo i marljivo poučavali brodograđevnoj struci tijekom ove četiri godine mog studiranja na Fakultetu strojarstva i brodogradnje.

Velika hvala ide i mojoj dragoj obitelji čija me potpora i ljubav nosila i u teškim trenucima.

Svima se od srca zahvaljujem.

Ivan Oreč



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija brodogradnje



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Ivan Oreč**

Mat. br.: 0035203631

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **NUMERIČKO ODREĐIVANJE FAKTORA FORME TRIMARANA**

Naslov rada na engleskom jeziku: **NUMERICAL ASSESSMENT OF THE FORM FACTOR OF TRIMARAN**

Opis zadatka:

Tradicionalno, ukupni otpor broda može se podijeliti na komponente ovisne o Froudeovom i Reynoldsovom broju. Uobičajena praktična metoda razdvajanja ukupnog otpora je na otpor valova i viskozni otpor, pri čemu se viskozni otpor može procijeniti primjenom faktora forme. Faktor forme najčešće se određuje eksperimentalnim putem koristeći metodu Prohaske. U posljednje vrijeme moguće je uočiti značajan razvoj računalne dinamike fluida te njenu sve veću primjenu u raznim područjima. Provođenjem numeričke simulacije viskoznog strujanja oko udvojenog modela broda moguće je odrediti faktor forme.

U završnom radu potrebno je, uz pomoć programskog paketa za računalnu dinamiku fluida, numerički odrediti faktor forme trimarana.

U radu je potrebno:

1. Dati pregled literature vezane za numeričke simulacije viskoznog strujanja oko višetrupnog broda.
2. Dati matematičku osnovu numeričkih metoda za simulaciju viskoznog strujanja oko udvojenog modela.
3. Pripremiti proračunsku mrežu, početne i rubne uvjete potrebne za numeričku simulaciju viskoznog strujanja fluida oko udvojenog modela.
4. Izvršiti numeričku simulaciju strujanja oko udvojenog modela trimarana koristeći programski paket za računalnu dinamiku fluida.
5. Usporediti numerički dobivene rezultate faktora forme trimarana s eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi.

Rezultate proračuna prikazati odgovarajućim tablicama, dijagramima i slikama.

U radu koristiti programski paket STAR-CCM+ dostupan na FSB-u.

U radu treba navesti literaturu i eventualno dobivenu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:

29. studenog 2018.

Zadatak zadao:

Rok predaje rada:

**1. rok:** 22. veljače 2019.

**2. rok (izvanredni):** 28. lipnja 2019.

**3. rok:** 20. rujna 2019.


Predviđeni datumi obrane:

**1. rok:** 25.2. - 1.3. 2019.

**2. rok (izvanredni):** 2.7. 2019.

**3. rok:** 23.9. - 27.9. 2019.

  
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

Predsjednica Povjerenstva:  
  
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. UVOD .....	1
1.1. Pregled literature.....	2
2. OTPOR BRODA.....	4
2.1. Općenito.....	4
2.2. Raščlana ukupnog otpora.....	4
2.2.1. ITTC-1957.....	7
2.3. Faktor forme .....	8
2.3.1. Učinak zakrivljenosti na otpor trenja .....	8
2.3.2. Viskozni otpor tlaka .....	8
2.3.3. Viskozni otpor .....	8
2.3.4. Određivanje faktora forme .....	9
2.3.5. Metoda Prohaske .....	10
3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA .....	11
3.1. Općenito.....	11
3.2. Matematički model .....	13
3.3. Osnovne jednadžbe dinamike fluida.....	14
3.4. Turbulentno strujanje.....	15
3.4.1 Vremenski osrednjene jednadžbe za slučaj nestlačivog strujanja.....	15
3.4.2. Model turbulencije .....	16
3.4.3. k- $\omega$ SST model turbulencije.....	16

3.5. Metoda konačnih volumena.....	17
3.6. Modeliranje graničnog sloja .....	18
3.7. Verifikacija rezultata numeričke simulacije .....	20
3.7.1. Konvergencija rezultata numeričke simulacije .....	20
3.7.2. Procjena nesigurnosti numeričke simulacije .....	21
4. NUMERIČKA SIMULACIJA POKUSA UDVOJENOG MODELA.....	23
4.1. Geometrijske značajke modela i ulaz u STAR-CCM+ .....	23
4.2. Kreiranje domene .....	25
4.3. Rubni uvjeti .....	26
4.4. Generiranje mreže.....	27
4.5. Odabir fizikalnog modela .....	33
5. REZULTATI NUMERIČKIH SIMULACIJA.....	35
5.1. Usporedba rezultata numeričke simulacije i provedenog eksperimenta .....	36
5.2. Vizualizacija rezultata .....	37
5.2.1. Prizori .....	37
6. ZAKLJUČAK .....	42
LITERATURA.....	43
PRILOZI.....	45

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Komponente ukupnog otpora [3].....	6
Slika 2. Određivanje faktora forme metodom Prohaske [3].....	10
Slika 3. Shematski prikaz računalne dinamike fluida [4].....	13
Slika 4. Dio diskretiziranog područja proračuna [4].....	18
Slika 5. Profil brzine strujanja u turbulentnom graničnom sloju [21].....	20
Slika 6. Model trimaranske konfiguracije s osnovnim dimenzijama i rasporedom trupova [14].....	24
Slika 7. Trodimenzijski prikaz trimaranske konfiguracije.....	25
Slika 8. Domena numeričke simulacije.....	25
Slika 9. Prikaz granica domene i pripadnih rubnih uvijeta.....	26
Slika 10. Diskretizacija jednotrupnog broda (gruba mreža).....	28
Slika 11. Diskretizacija jednotrupnog broda (fina mreža).....	29
Slika 12. Diskretizacija trimaranske konfiguracije k1 (gruba mreža).....	29
Slika 13. Diskretizacija trimaranske konfiguracije k1 (fina mreža).....	30
Slika 14. Diskretizacija domene jednotrupni brod (lijevo) i konfiguracija trimarana k1 (desno).....	30
Slika 15. Vrijednost zidne funkcije $y^+$ duž trupa za trimaransku konfiguraciju k1.....	31
Slika 16. Prikaz ćelija prizmatičnog sloja kod srednjeg trupa trimarana (fina mreža).....	31
Slika 17. Prikaz ćelija prizmatičnog sloja srednjeg trupa gledano u $yz$ ravnini.....	32
Slika 18. Prikaz prizmatičnog sloja na pramcu srednjeg trupa trimarana u $xy$ ravnini.....	32
Slika 19. Prikaz prizmatičnog sloja trimarana (k1) u $yz$ ravnini.....	32
Slika 20. Prikaz prizmatičnog sloja na bočnom trupu trimarana u $xy$ ravnini.....	33
Slika 21. Prikaz odabranih fizikalnih modela numeričke simulacije.....	33
Slika 22. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini jednotrupnog broda.....	38
Slika 23. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini trimaranske konfiguracije k1.....	38
Slika 24. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini trimaranske konfiguracije k2.....	39
Slika 25. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini trimaranske konfiguracije k3.....	39
Slika 26. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini trimaranske konfiguracije k4.....	40
Slika 27. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini trimaranske konfiguracije k7.....	40
Slika 28. Slika strujnica oko trimaranske konfiguracije k1.....	41



**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Glavne značajke srednjeg trupa i bočnih stabilizatora.....	23
Tablica 2. Konfiguracije trimarana C98-349 (DINMA Trieste) [14].....	24
Tablica 3. Odabrani alati diskretizacije.....	27
Tablica 4. Detaljne postavke diskretizacije (fina mreža).....	27
Tablica 5. Broj ćelija jednotrupnog broda i trimaranske konfiguracije k1.....	28
Tablica 6. Broj ćelija preostalih konfiguracija.....	28
Tablica 7. Izračunati faktori forme jednotrupnog broda.....	35
Tablica 8. Verifikacija rezultata za simulaciju jednotrupnog broda.....	36
Tablica 9. Izračunati faktori forme trimaranske konfiguracije k1.....	36
Tablica 10. Verifikacija rezultata za simulaciju trimaranske konfiguracije k1.....	36
Tablica 11. Usporedba eksperimentalno i numerički dobivenih faktora forme [5].....	37
Tablica 12. Usporedba izračunatih koeficijenata sile otpora trenja.....	37

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$a$	/	koeficijent nagiba pravca (metoda Prohaske)
$B_0$	m	širina bočnog trupa
$B_M$	m	širina srednjeg trupa
$C_A$	/	koeficijent dodatnog otpora
$C_B$	/	koeficijent punoće
$C_F$	/	koeficijent otpora trenja
$C_{F0}$	/	koeficijent otpora trenja ekvivalentne ravne ploče
$C_P$	/	koeficijent otpora tlaka
$C_{PV}$	/	koeficijent viskoznog otpora tlaka
$C_R$	/	koeficijent preostalog otpora
$C_T$	/	koeficijent ukupnog otpora
$C_V$	/	koeficijent viskoznog otpora
$C_W$	/	koeficijent otpora valova
$d$	m	udaljenost između pramca srednjeg i pramca bočnog trupa u uzdužnom smjeru
$D_{ij}$	$s^{-1}$	tenzor brzine deformacije
$Fn$	/	Froudeov broj
$F_S$	/	faktor sigurnosti
$f_i$	$m/s^2$	vektor masenih sila
$g$	$m/s^2$	gravitacijska konstanta
$k$	/	faktor forme
$k_F$	/	koeficijent proporcionalnosti otpora trenja
$k_{ITTC}$	/	faktor forme izračunat pomoću korelacijske linije model-brod ITTC'57
$k_{PV}$	/	koeficijent proporcionalnosti viskoznog otpora tlaka
$k_{RDF}$		faktor forme izračunat računalnom dinamikom fluida
$L$	m	duljina broda
$L_0$	m	duljina bočnog trupa
$L_M$	m	duljina srednjeg trupa
$p$	Pa	tlak

$\bar{p}$	Pa	vremenski osrednjena vrijednost polja tlaka
$p'$	Pa	pulzirajući (fluktuirajući) tlak
$p_i$	/	red točnosti
$R_A$	N	dodatni otpor
$R_F$	N	otpor trenja
$R_{F0}$	N	otpor trenja ekvivalentne ravne ploče
$R_{F\_ITTC}$	N	otpor trenja izračunat pomoću korelacijske linije model-brod ITTC'57
$R_i$	/	omjer konvergencije
$r_i$	/	omjer profinjenja mreže
$Rn$	/	Reynoldsov broj
$R_P$	N	otpor tlaka
$R_{PV}$	N	viskozni otpor tlaka
$R_T$	N	ukupni otpor
$R_V$	N	viskozni otpor
$R_W$	N	otpor valova
$RD$	%	relativna devijacija
$S$	m <sup>2</sup>	oplakana površina
$s$	m	razmak između uzdužnih simetralnih ravnina bočnih trupova u poprečnom smjeru
$\bar{S}_i$	N	vrijednost rezultata numeričke simulacije
$S_L$	N	donja vrijednost rezultata numeričke simulacije
$S_U$	N	gornja vrijednost rezultata numeričke simulacije
$T$	m	gaz
$T_0$	m	gaz bočnog trupa
$T_M$	m	gaz srednjeg trupa
$\overline{U}_G$	/	nesigurnost mreže
$U_i$	/	nesigurnost
$\overline{U}_{SN}$	/	ukupna nesigurnost numeričke simulacije
$\overline{U}_T$	/	nesigurnost vremenskog koraka
$U^+$	/	bezdimenzijska brzina
$U_\tau$	m/s	brzina trenja

---

$v$	m/s	brzina
$v_i$	m/s	vektor brzine
$\bar{v}_i$	m/s	vremenski osrednjena vrijednost komponente polja brzine
$v_i'$	m/s	pulzirajućeg komponenta brzine
$V$	m <sup>3</sup>	volumen
$V_m$	m <sup>3</sup>	materijalni volumen
$y$	m	udaljenost od stijenke
$y^+$	/	bezdimenzijska udaljenost od stijenke
$\delta_{ij}$	/	Kroneckerov simbol
$\delta_{RE}$	/	parametar nesigurnosti
$\varepsilon_i$	/	razlika rezultata
$\kappa$	/	von Karmanova konstanta
$\mu$	Pas	dinamički koeficijent viskoznosti
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	kinematički koeficijent viskoznosti
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća
$\Sigma_{ij}$	N/m <sup>2</sup>	devijatorski dio tenzora naprezanja
$\sigma_{ij}$	N/m <sup>2</sup>	tenzor naprezanja
$\tau_w$	N/m <sup>2</sup>	tangencijalno naprezanje na stijenci

## SAŽETAK

U ovom radu provedeno je istraživanje faktora forme za pet različitih trimaranskih konfiguracija Wigley-eve serije C98-349. Istražen je utjecaj rasporeda simetričnih bočnih trupova u odnosu na srednji trup na faktor forme primjenom računalne dinamike fluida (RDF). U tu svrhu provedeno je deset numeričkih simulacija koristeći programski paket STAR-CCM+ za trimaranske konfiguracije k1, k2, k3, k4 i k7 te za jednotrupni brod. Prikazan je matematički model koji rješava Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe (RANS) te je odabran model turbulencije

$k-\omega$  SST. Numerički izračunati faktori forme validirani su usporedbom s eksperimentalno dobivenim vrijednostima faktora forme. Prikazane su i komentirane raspodjele tlaka po oplakanoj površini za svaku trimaransku konfiguraciju. Rezultati pokazuju kako je uslijed viskozne interferencije faktor forme trimarana veći u odnosu na faktor forme jednotrupnog broda. Dobiveni rezultati ukazuju na to da trimaranske konfiguracije s većim bočnim razmakom trupova imaju manje vrijednosti faktora forme. Pokazano je da se računalna dinamika fluida može koristiti kao praktičan alat za određivanje faktora forme jednotrupnih i višetrupnih brodova.

Ključne riječi: faktor forme, trimaranska konfiguracija, Wigley-eva serija, računalna dinamika fluida (RDF), Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe (RANS),  $k-\omega$  SST model turbulencije, udvojeni model

## **SUMMARY**

The investigation on the form factor for five different trimaran configurations of Wigley series C98-349 is carried out in this thesis. The influence of trimaran layout on form factor is assessed using Computational Fluid Dynamics (CFD) by performing ten numerical simulations utilizing software package STAR-CCM+ for trimaran configurations k1, k2, k3, k4, k7 and monohull. Mathematical model based on Reynolds Averaged Navier-Stokes equations (RANS) is presented and  $k-\omega$  SST turbulence model is selected. The numerically obtained form factors are validated by comparison with experimentally obtained values form factors. Pressure distributions on wetted surface for each trimaran configuration are also shown and discussed. Form factor of trimaran configuration is larger than the form factor of monohull due to the occurrence of viscous interference. The obtained results show that trimaran configurations with larger separations have smaller values of form factors. It is shown that CFD can be used as a practical tool for the determination of form factors for both monohull and multihull vessels.

Key words: form factor, trimaran configuration, Wigley's series, Computational Fluid Dynamics (CFD), Reynolds Averaged Navier-Stokes equations (RANS),  $k-\omega$  SST turbulence model, double body

## 1. UVOD

Trimaran je plovilo koje se sastoji od srednjeg i dva bočna trupa. Postoji nekoliko prednosti ovog tipa plovila u odnosu na konvencionalne jednotrupne brodove, a to su: smanjeni otpor pri većim brzinama plovidbe, prema tome i manja potrošnja goriva, te veća površina palube za smještaj tereta, putnika, opreme i posade [1]. Trimaran ima veću oplakanu površinu u odnosu na jednotrupni brod tako da pri manjim brzinama ima veći otpor trenja [2]. Osim same geometrije trupova na ukupni otpor trimarana utječe i položaj bočnih trupova u odnosu na srednji trup.

Temeljne metode za određivanje hidrodinamičkih značajki brodske forme su: empiričko-statističke metode, eksperimentalne metode (ispitivanje fizičkih modela ili broda u naravi) i numeričke metode [3]. Ispitivanja fizičkog modela su dugotrajna i skupa stoga se pokušavaju pronaći odgovarajući matematički modeli, koji bi s dovoljnom točnošću mogli opisati strujanje fluida oko trupa broda te analitičkim ili numeričkim putem doći do odgovarajuće procjene hidrodinamičkih značajki broda. Sve bržim razvojem računala omogućeno je rješavanje velikih sustava jednadžbi u relativno kratkom vremenu. U tom smjeru se razvija nova grana mehanike fluida koja se naziva računalna dinamika fluida RDF (*eng. Computational Fluid Dynamics-CFD*) [4].

RDF omogućava kreiranje numeričkog modela i provedbu numeričke simulacije u kojoj je kontinuum diskretiziran metodom konačnih volumena. Tako RDF postaje neizostavan dio procesa projektiranja broda danas. Kako bi se ocijenila valjanost RDF-a potrebno je provesti postupak validacije usporedbom s rezultatima eksperimentalnih ispitivanja fizičkih modela.

U ovome radu je ispitan utjecaj položaja bočnih trupova u odnosu na srednji trup trimaranske konfiguracije na faktor forme. Numerička simulacija pokusa udvojenog modela provedena je u programskom paketu za računalnu dinamiku fluida STAR-CCM+. Rezultati numeričkih simulacija uspoređeni su s eksperimentalno dobivenim vrijednostima faktora forme trimaranskih konfiguracija Wigley-eve serije C98-349 [5]. Dobiveni rezultati pokazuju da trimaranske konfiguracije s većim bočnim razmakom trupova imaju manje vrijednosti faktora forme.

### 1.1. Pregled literature

U nastavku je dan pregled primjene RDF-a u brodskoj hidrodinamici.

Deng et al. [6] su istraživali nekoliko faktora koji utječu na rezultate otpora i drugih hidrodinamičkih značajki, kao što su postavke mreže, izbor diskretizacijskih shema i modela turbulencije. Došli su do zaključka da faktor koji najviše utječe na rezultate otpora je veličina ćelije na oplakanoj površini. Također preporučuju  $k-\omega$  SST model turbulencije za jednotrupna plovila, jer u odnosu na ostale ispitane modele turbulencije daje bolje rezultate.

Jiang et al. [7] su istraživali utjecaj oblika tunela na hidrodinamičke značajke gliserske forme trimarana ispitujući model u bazenu te provedbom numeričke simulacije. Modelska ispitivanja su provedena za Froudeove brojeve na temelju istisnine u rasponu od 0,90 do 5,87. Otpor, gaz i trim dobiveni ispitivanjem modela u bazenu su pokazali da trimaran ima povoljan otpor tek u gliserskom režimu plovidbe. Rezultati numeričkih simulacija pokusa otpora trimarana pokazali su zadovoljavajuću točnost u odnosu na rezultate modelskih ispitivanja. Zaključili su kako uzgon generiran u tunelu (između dva trupa) ima direktan utjecaj na iznos sile otpora, odnosno što je veći uzgon na tunelu trupa, to je manji otpor trupa. Zong et al. [8] su proveli optimizaciju forme trimarana. Razvili su metodu modifikacije forme, koju su i primijenili u postupku optimizacije forme. Proveli su i numeričku simulaciju kako bi procijenili ukupni otpor broda. MIGA (Multi-Island Genetic Algorithm) kombiniran s RS (Response Surface) je primijenjen za optimizaciju forme s ciljem minimizacije otpora.

Poundra et al. [9] su optimirali trimaransku formu jahte s obzirom na otpor i pomorstvenost. Provodeći numeričke simulacije došli su do zaključaka kako lakši brod ima lošija svojstva pomorstvenosti. Nadalje pokazali su kako položaj bočnih trupova uzrokuje razlike u vrijednostima sila otpora za svaku konfiguraciju bez obzira na to što imaju jednak srednji trup i jednak bočni razmak između simetralnih ravnina srednjeg i bočnih trupova. Autori su zaključili kako korelacija između otpora i pomorstvenosti broda s konstantnim omjerom  $s/L$  je ovisna o oplakanoj površini i ubrzanjima broda.

Wu et al. [10] su proveli numeričku simulaciju gibanja trimarana te su izračunali dodatni otpor valova koristeći Reynoldsove osrednjene Naver-Stokesove jednadžbe. Rezultati numeričke simulacije validirani eksperimentalnim rezultatima pokazuju zadovoljavajuću točnost.

Hafez et al. [11] su proveli numeričko ispitivanje utjecaja položaja bočnih trupova trimarana na hidrodinamičku interferenciju za tri serije trimarana (Wigley, AMECRC i NPL). Za svaku seriju provedeno je 4681 numeričkih simulacija koristeći programske pakete Hullspeed i Maxsurf za određivanje otpora pri Froudeovim brojevima u rasponu od 0,2 do 1,0. Pokazali su da je



izračunati faktor hidrodinamičke interferencije osjetljiviji na uzdužni pomak bočnih trupova nego na poprečni.

Naz i Karim [12] su proveli istraživanje hidrodinamičkih značajki trimarana i katamarana pri različitim brzinama broda varirajući dubine vode. Koristeći RDF i trodimenzijsku Rankinovu metodu izvora dobili su sliku strujanja na slobodnoj površini. Slika valova, otpor valova, gaz i trim broda su određeni za različite uzdužne i poprečne razmake trupova na različitim dubinama. Dobiveni rezultati pokazali su značajan porast otpora u plitkoj vodi u odnosu na duboku vodu. Zaključili su između ostalog kako otpor valova te utjecaj gaza i trima može biti minimiziran optimirajući uzdužne i poprečne razmake trupova.

Javanmardi et al. [13] su istražili otpor i upravljivost trimarana s Wigley-evom formom. Ispitali su utjecaj položaja bočnih trupova za četiri različita uzdužna razmaka i dva poprečna razmaka. Dobiveni rezultati pokazuju da je otpor trimarana manji kod konfiguracija s većim poprečnim razmakom bočnih trupova.

Degiuli et al. [14] su proveli eksperimentalno istraživanje komponenata otpora trimaranskih konfiguracija s Wigley-evom formom. Dobiveni rezultati pokazuju da je problem određivanja otpora valova i viskoznog otpora trimarana analogan problemu određivanja istih komponenata ukupnog otpora jednotrupnog broda. Poseban problem je mjerenje ukupnog otpora na relativno malim modelima, s obzirom da pri malim brzinama sila otpora iznosi 1,2% najveće izmjerene sile otpora. Dodatan problem malog modela je slaba učinkovitost žice za podsticanje turbulencije. Također dobiveni rezultati pokazuju da su pri Froudeovim brojevima od 0,26 do 0,375 trimaranske konfiguracije  $k_1$ ,  $k_4$  i  $k_7$  bolje sa stajališta otpora u odnosu na ostale konfiguracije.

Farkas et al. [15] su proveli numeričko ispitivanje međudjelovanja komponenata ukupnog otpora za jednotrupni brod S60 i katamaran S60. Autori su također ispitivali pojavu interferencije koristeći se podjelom ukupnog otpora, kako bi odredili utjecaj viskozne i valne interferencije na ukupni otpor katamarana. Pokazali su da viskozna interferencija utječe na iznos faktora forme katamarana, pa prema tome katamaran ima i različit faktor forme u odnosu na jednotrupni brod iste forme. Pokazano je da je faktor forme ovisan o međusobnom razmaku trupova, a ne ovisi o Froudeovom broju.

## 2. OTPOR BRODA

### 2.1. Općenito

Otpor broda pri određenoj brzini je sila kojom tekućina djeluje na brod suprotno od smjera gibanja broda. Otpor broda jednak je komponenti sile tekućine koja djeluje u smjeru paralelnom s vektorom brzine gibanja broda [3]. Sila ukupnog otpora  $R_T$  složena je funkcija ovisna o:

- geometriji broda ( $L, B, T, S, C_B$ , oblik rebara),
- brzini gibanja,  $v$ ,
- značajkama tekućine: dinamički koeficijent viskoznosti  $\mu$ , gustoća  $\rho$ ,
- ubrzanju zemljine sile teže,  $g$ ,

gdje je  $L$  duljina broda,  $B$  širina broda,  $T$  gaz broda,  $S$  oplakana površina broda, a  $C_B$  koeficijent punoće brodske forme.

Ukupni otpor se može napisati kao:

$$R_T = f(\text{geometrija broda}, v, \mu, \rho, g) \quad (1)$$

Za brod u naravi vrijedi sljedeća jednadžba:

$$R_{TS} = C_{TS}(\text{geometrija broda}, Fn, Rn) \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (2)$$

gdje je  $R_{TS}$  sila ukupnog otpora,  $C_{TS}$  koeficijent ukupnog otpora koji je funkcija geometrije broda te Reynoldsovog i Froudeovog broja.

Reynoldsov broj predstavlja omjer inercijskih i viskoznih sila:

$$Rn = \frac{Lv}{\nu} \quad (3)$$

Froudeov broj predstavlja omjer inercijskih i gravitacijskih sila:

$$Fn = \frac{v}{\sqrt{gL}} \quad (4)$$

Zbog složenosti funkcije (2) potrebno je otpor broda raščlaniti na komponente, odnosno pojedine vrste otpora.

### 2.2. Raščlana ukupnog otpora

Ukupni otpor broda  $R_T$  može se podijeliti na komponente, prema uzroku nastajanja. Između pojedinih komponenti otpora postoji složena interakcija. Ako promatramo trup koji se giba jednoliko pravocrtno konstantnom brzinom  $v$ , na trup broda djeluje ukupna hidrodinamička sila. Horizontalna komponenta ukupne hidrodinamičke sile na trup suprotna je smjeru gibanja broda i predstavlja silu ukupnog otpora broda  $R_T$ . Na element površine uronjenog dijela trupa broda

djeluje vektor ukupnog naprezanja  $\vec{p}$  koji se može razložiti na vektor tangencijalnog naprezanja  $\vec{\tau}_0$  i na vektor tlaka u smjeru normale  $\vec{p}_N$  [3].

Tako ukupni otpor broda možemo prikazati izrazom:

$$R_T = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1) dS + \int_S p_N \cos(p, x_1) dS \quad (5)$$

Prvi član jednadžbe (5) predstavlja otpor trenja:

$$R_F = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1) dS \quad (6)$$

A drugi član predstavlja otpor tlaka:

$$R_p = \int_S p_N \cos(p, x_1) dS \quad (7)$$

Prema tome ukupni otpor broda se može raščlaniti na dva dijela:

$$R_T = R_F + R_p \quad (8)$$

Ova podjela ne ulazi u strukturu strujanja i pojava u tekućini oko trupa broda, već se temelji na saznanju da voda djeluje na trup broda kontinuirano raspodijeljenim površinskim silama  $\vec{p}_N$ . Strujanje oko trupa broda podijeljeno je u područje s dominantnim utjecajem viskoznosti (granični sloj i hidrodinamički trag) te vanjsko područje sa zanemarivim učinkom viskoznosti (potencijalno strujanje). Ukoliko se slijedi ova podjela strujanja logično je ukupni otpor podijeliti na komponentu viskoznog otpora uslijed viskoznih učinaka u graničnom sloju i na otpor potencijalnog strujanja. Otpor u neviskoznom potencijalnom strujanju (idealna tekućina) postoji samo ako se uslijed gibanja tijela na slobodnoj površini generiraju valovi. Na taj način se ukupni otpor dijeli na:

$$R_T = R_V + R_W \quad (9)$$

gdje je  $R_V$  viskozni otpor, a  $R_W$  otpor valova.

Pod pretpostavkom da su komponente međusobno nezavisne proizlazi da je viskozni otpor funkcija  $Rn$ , a otpor valova funkcija  $Fn$ :

$$R_V = C_V(Rn) \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (10)$$

$$R_W = C_W(Fn) \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (11)$$

Jedan dio viskoznog otpora posljedica je tangencijalnih naprezanja između tekućine i oplata broda i taj dio definira se kao otpor trenja  $R_F$ , a preostali dio viskoznog otpora je posljedica neke promjene tlaka duž trupa broda uzrokovane viskoznim pojavama unutar graničnog sloja. Slijedi da je viskozni otpor sastavljen od otpora trenja i viskoznog otpora tlaka:

$$R_V = R_F + R_{PV} \quad (12)$$

Budući da hidrodinamički tlak možemo raščlaniti na tlak uzrokovan promjenama u graničnom sloju  $p_{PV}$  i tlak slike vala  $p_W$ , otpor tlaka se dijeli na:

$$R_P = R_{PV} + R_W \quad (13)$$

gdje je  $R_{PV}$  viskozni otpor tlaka, a  $R_W$  otpor valova kako slijedi:

$$R_{PV} = C_{PV}(Rn) \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (14)$$

$$R_W = C_W(Fn) \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (15)$$

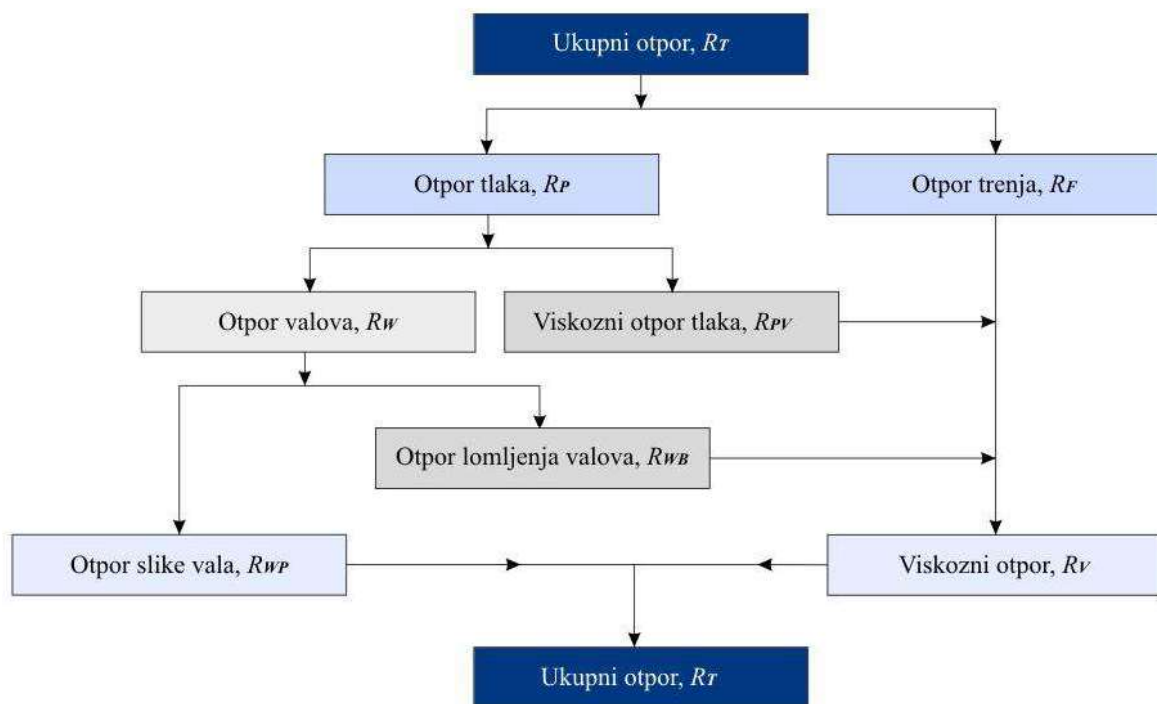
gdje je  $C_{PV}$  koeficijent viskoznog otpora tlaka, a  $C_W$  koeficijent otpora valova.

U konačnici ukupni otpor može se raščlaniti na sljedeći način:

$$R_T = [C_F(Rn) + C_{PV}(Rn) + C_W(Fn) + C_A] \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (16)$$

gdje je  $C_F$  koeficijent otpora trenja, a  $C_A$  koeficijent korelacijskog dodatka.

Na slici 1. prikazane su komponente ukupnog otpora.



Slika 1. Komponente ukupnog otpora [3]

### 2.2.1. ITTC-1957

Pri ispitivanju modela broda nije moguće u potpunosti zadovoljiti dinamičku sličnost (jednakost  $Rn$  i  $Fn$ ), stoga se pokusi izvode u uvjetima djelomičnog modeliranja. Zadovoljava se sličnost  $Fn$ , dok se  $Rn$  drži iznad kritične vrijednosti kako bi se postiglo turbulentno strujanje. Dobivene rezultate je potrebno prenijeti s modelskih na brodske vrijednosti. Postoji više metoda za preračunavanje otpora s modelskih na brodske vrijednosti.

Metoda ITTC-1957 se temelji na Froudevoj podjeli ukupnog otpora na otpor trenja, određen prema korelacijskoj liniji model-brod ITTC-1957 i preostali otpor kako slijedi:

$$R_T = [C_F(Rn) + C_R(Fn)] \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (17)$$

Korelacijska linija model-brod ITTC-1957 definirana je izrazom:

$$C_F = \frac{0,075}{(\log Rn - 2)^2} \quad (18)$$

Dinamometrom se mjeri iznos sile ukupnog otpora modela  $R_{TM}$  pomoću koje računamo koeficijent ukupnog otpora prema izrazu:

$$C_{TM} = \frac{R_{TM}}{\frac{1}{2} \rho v^2 S} \quad (19)$$

Nadalje koeficijent preostalog otpora modela  $C_{RM}$  računamo kao razliku koeficijenta ukupnog otpora modela  $C_{TM}$  i koeficijenta otpora trenja  $C_{FM}$  dobivenog prema izrazu (30) kako slijedi:

$$C_{RM} = C_{TM} - C_{FM} \quad (20)$$

Budući da je koeficijent preostalog otpora  $C_R=f(Fn)$  slijedi:

$$C_{RS} = C_{RM} = C_R \quad (21)$$

Prema tome koeficijent ukupnog otpora broda u naravi određuje se kako slijedi:

$$C_{TS} = C_{FS} + C_{TS} \quad (22)$$

## 2.3. Faktor forme

### 2.3.1. Učinak zakrivljenosti na otpor trenja

Usljed zakrivljenosti trupa broda tlak će se duž trupa mijenjati, a isto tako će se mijenjati i brzina vanjskog potencijalnog strujanja. To izaziva promjene brzine strujanja u graničnom sloju, a time i promjenu smjera i veličine tangencijalnog naprežanja  $\tau_0$ . Koeficijent otpora trenja trupa broda bit će općenito veći od odgovarajućeg koeficijenta otpora trenja ekvivalentne ravne ploče (ravna ploča jednake duljine i oplakane površine broda). Teorijska i eksperimentalna istraživanja su pokazala su da je koeficijent otpora trenja zakrivljenih površina, ukoliko nema odvajanja strujanja, proporcionalan koeficijentu otpora trenja ekvivalentne ravne ploče [3]:

$$C_F = k_F \cdot C_{F0} \quad (23)$$

gdje je  $k_F$  koeficijent proporcionalnosti, a  $C_{F0}$  koeficijent otpora ekvivalentne ravne ploče.

### 2.3.2. Viskozni otpor tlaka

Viskozni otpor tlaka ili otpor forme posljedica je generiranja graničnog sloja (javljaju se normalna naprežanja na oplakanoj površini uslijed viskoznosti i turbulencije), a ovisan je o  $Rn$  i obliku trupa. Provedenim eksperimentalnim i numeričkim istraživanjima pokazano je da je koeficijent viskoznog otpora tlaka proporcionalan s koeficijentom otpora trenja ekvivalentne ravne ploče:

$$C_{PV} = k_{PV} \cdot C_{F0} \quad (24)$$

gdje je  $k_{PV}$  koeficijent proporcionalnosti.

### 2.3.3. Viskozni otpor

Viskozni otpor u sebi sadržava otpor trenja ekvivalentne ravne ploče, otpor trenja uslijed zakrivljenosti i viskozni otpor tlaka, te je definiran sljedećim izrazom:

$$C_V = C_F + C_{PV} = (k_F + k_{PV}) \cdot C_{F0} \quad (25)$$

Za praktične proračune i kod eksperimentalnog određivanja viskoznog otpora uvodi se faktor forme koji je definiran izrazom:

$$k_F + k_{PV} = 1 + k \quad (26)$$

gdje je  $k$  faktor forme.

Ako se izraz (26) uvrsti u (25) slijedi:

$$C_V = (1 + k) \cdot C_{F0} = C_{F0} + \Delta C_{F0} + C_{PV} \quad (27)$$

Faktor forme odnosi se na povećanje otpora trenja i otpora viskozno g tlaka uslijed zakrivljenosti oplakane površine. Ovisan je o geometrijskim značajkama. Faktor forme  $1+k$  definiran je izrazom:

$$1+k = \frac{R_V}{R_{F0}} \quad (28)$$

#### 2.3.4. Određivanje faktora forme

Najjednostavniji način određivanja faktora forme je iz rezultata modelskih ispitivanja, koja se provode pri niskim vrijednostima  $Fn$  tako da nema značajnog generiranja valova pa je praktički ukupni otpor modela jednak viskoznom otporu, a faktor forme iznosi:

$$k = \frac{C_V - C_{F0}}{C_{F0}} = \frac{C_V}{C_{F0}} - 1 \quad (29)$$

Drugi način eksperimentalnog određivanja faktora forme jest ispitivanje udvojenog modela. To je model izveden tako da bude simetričan u odnosu na ravninu vodne linije. Model ispitan u zaronjenom stanju bez utjecaja slobodne površine imat će otpor jednak dvostrukom viskoznom otporu modela broda:

$$R_{TM} = 2 \cdot R_{VM} = 2 \cdot (R_{FM} + R_{PVM}) \quad (30)$$

$$C_{TM} = C_{VM} \quad (31)$$

$$C_{VM} = \frac{2R_{VM}}{0,5\rho v^2 S} \quad (32)$$

Faktor forme određuje se prema izrazu (29). Prednost ovog načina je u znatno većim  $Rn$  odnosno osiguravanju turbulentnog strujanja. Međutim zanemarena je razlika u strujanju, koja neizbježno nastaje kada se slobodna površina zamijeni ravninom simetrije udvojenog modela i time je u rezultatu prisutna izvjesna pogreška.

Faktor forme moguće je odrediti i numeričkim simulacijama viskozno g strujanja oko udvojenog modela na sljedeći način:

$$1+k_{RDF} = \frac{R_V}{R_F} \quad (33)$$

Moguće odrediti faktor forme tako da se otpor trenja odredi prema korelacijskoj liniji model-brod ITTC-1957, a viskozni otpor numeričkom simulacijom te slijedi:

$$1+k_{ITTC} = \frac{R_V}{R_{F_{ITTC}}} \quad (34)$$

### 2.3.5. Metoda Prohaske

Metoda Prohaske temelji se na Hughesovoj metodi podjele otpora, samo što je 1966. godine Prohaska predložio novi način određivanja faktora forme eksperimentalnim putem. Trodimenzijski faktor forme  $k$  određuje se prema izrazu (28).

Za slučaj kada nema odvajanja strujanja koeficijent ukupnog otpora određen je s:

$$C_T = (1 + k)C_{F0} + C_W \quad (35)$$

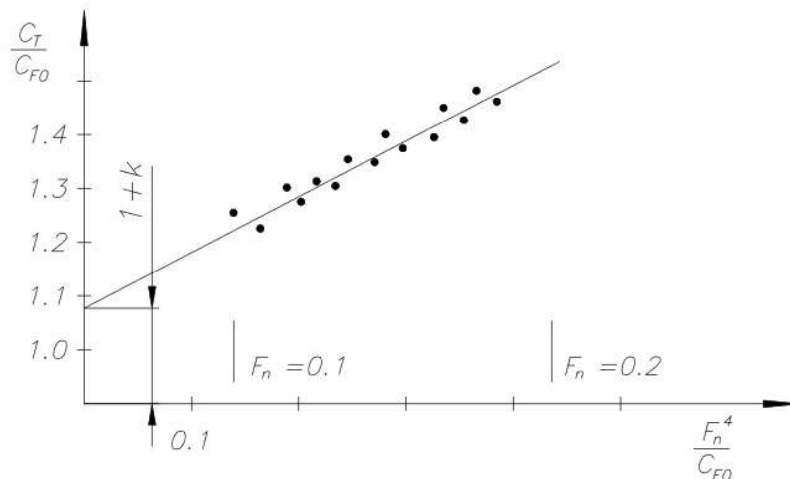
gdje je  $C_W$  određen izrazom:

$$C_W = aFn^4 \quad (36)$$

Član  $a$  u jednadžbi (36) predstavlja koeficijent nagiba pravca koji je definiran sljedećim izrazom:

$$\frac{C_T}{C_{F0}} = (1 + k) + \frac{C_W}{C_{F0}} = (1 + k) + a \frac{Fn^4}{C_{F0}} \quad (37)$$

Na slici 2. prikazan je način određivanja faktora forme metodom Prohaske.



Slika 2. Određivanje faktora forme metodom Prohaske [3]



### 3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA

#### 3.1. Općenito

Mehanika fluida je teorijsko-eksperimentalna znanost koja proučava gibanje tekućina i plinova. Pokušavaju se razviti fizikalni modeli strujanja fluida koji se matematički opisuju kao sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Međutim većina pojava vezana za strujanje fluida opisana je nelinearnim parcijalnim diferencijalnim jednadžbama koje se ne mogu riješiti analitički. Posebno se to odnosi na turbulentno strujanje koje je izrazito stohastičke prirode pa se niti ne može opisati analitički. Tako se u mehanici fluida posebno razvio eksperimentalni pristup kojim se fizički modelira sama pojava, a mjernim instrumentima se bilježe fizikalne veličine. Nakon niza provedenih eksperimenata može se dobiti jasniji uvid o pojavi.

Razvojem računalne znanosti i tehnologije omogućena je primjena numeričkih metoda za rješavanje matematičkih modela koji opisuju strujanje fluida što dovodi do razvoja novog područja u mehanici fluida koje se naziva računalna dinamika fluida (RDF).

Svakoj računalnoj simulaciji prethodi definicija problema te izborom odgovarajućeg matematičkog modela. Matematički model, kao sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi ima opće rješenje, koje ima određeni broj konstanti, a posebno rješenje je određeno početnim i rubnim uvjetima. U komercijalnom programskom paketu STAR-CCM+, korištenom u ovom radu, matematički modeli već su ugrađeni u računalni program, a korisnik putem sučelja može odabrati podvarijantu modela koja odgovara zadanom problemu. Drugi korak numeričke simulacije jest numeričko rješavanje matematičkog modela koje se sastoji od tri koraka: diskretizacija područja proračuna, diskretizacija parcijalnih diferencijalnih jednadžbi (uzimajući u obzir specifične rubne uvijete) i postupak rješavanja jednadžbi. Rezultat diskretizacije područja proračuna je područje podijeljeno na konačan broj manjih volumena sa čvorovima u kojima se računaju vrijednosti polja fizikalnih veličina. Diskretizacija parcijalnih diferencijalnih jednadžbi provodi se nekom od numeričkih metoda (metodom konačnih razlika, metodom konačnih elemenata ili metodom konačnih volumena), a njen rezultat je sustav algebarskih jednadžbi. Ako je polazna diferencijalna jednadžba linearna, dobije se sustav linearnih jednadžbi, ako nije dobije se sustav nelinearnih jednadžbi. Nelinearni sustav jednadžbi rješava se iterativnim postupkom koji u sebi sadrži rješavanje sustava linearnih algebarskih jednadžbi. Treći korak u numeričkoj simulaciji je analiza numeričkog rješenja, koja podrazumijeva prikaz skalarnih, vektorskih i tenzorskih polja, integraciju protoka, sile, momenata, polja tlakova i sl. te dijagramski prikaz željenih veličina.

U organizacijskom smislu numerička simulacija se provodi kroz tri programa:

- predprocesor,
- procesor,
- postprocesor.

Predprocesor je računalni program za generiranje mreže. Jasno da pri generiranju mreže treba voditi računa i o rubnim uvjetima. Na primjer poznato je da u graničnom sloju, koji nastaje pri opstrujavanju tijela, postoje veliki gradijenti fizikalnih veličina, što zahtijeva diskretizaciju tog područja manjim volumenima, za razliku od područja daleko od tijela. Procesor je program koji rješava željeni matematički model sa zadanim početnim i rubnim uvjetima. Postprocesor je program koji služi za vizualizaciju rezultata proračuna, odnosno za izračunavanje pojedinih integralnih veličina [4].

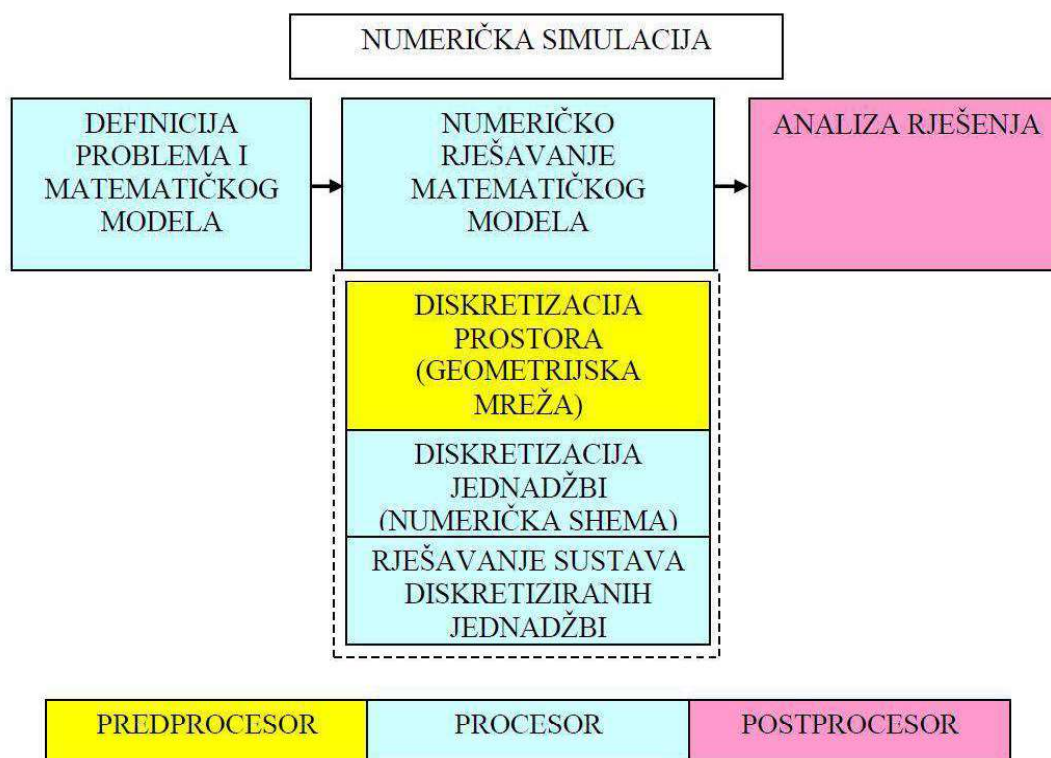
Prednosti računalnih simulacija nad eksperimentalnim pristupom su sljedeće:

- skraćuju vrijeme projektiranja,
- RDF daje potpuniju sliku strujanja,
- RDF može simulirati uvijete koji se ne mogu ostvariti u eksperimentu,
- RDF je sve jeftiniji,
- RDF troši manje energije.

Nedostaci računalnih simulacija u odnosu na eksperimentalni pristup su:

- ograničena primjena na slučajeve za koje postoje dobri matematički modeli,
- kada se traži ograničeni broj rezultata može biti skuplji.

Na slici 3. prikazan je shematski prikaz računalne dinamike fluida.



Slika 3. Shematski prikaz računalne dinamike fluida [4]

### 3.2. Matematički model

Svaka numerička simulacija temelji se na matematičkom modelu koji je postupkom diskretizacije preveden u sustav linearnih ili nelinearnih algebarskih jednadžbi. Matematički model je sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi čijim se rješavanjem može kvantificirati i odrediti fizikalne veličine. Prirodni fenomeni tumače se kroz fizikalne koncepte koji sadrže niz pretpostavki o fizikalnoj pojavi. Iz toga se postavlja fizikalni model koji opisuje konkretnu pojavu.

Za strujanje tekućine oko duboko uronjenog tijela uzimaju se pretpostavke da je fluid:

- kontinuum,
- homogen,
- jednodimenzionalan,
- jednofazan,
- strujanje je trodimenzijsko,
- strujanje je stacionarno,
- strujanje je turbulentno.

Kontinuum je neprekidno djeljiv prostor koji ima jednaka fizikalna svojstva i u infinitezimalno malom volumenu. Homogenost pretpostavlja da su svojstva jednako rasprostranjena po cijelom

volumenu. Jednokomponentan i jednofazan fluid znači da fluid nije heterogena mješavina više tvari i da ima samo jedno agregatno stanje.

Strujanje fluida u prirodi najčešće je turbulentno, a to je izrazito nestacionarno strujanje sa pulzacijama brzina i tlaka koje su stohastičke prirode. Laminarno strujanje se pojavljuje tek pri niskim vrijednostima Reynoldsovog broja. Pri optjecanju tekućine oko tijela pojavljuje se i turbulentno i laminarno strujanje. Također su strujanja u prirodi uglavnom trodimenzijska, ali se nekada zbog pojednostavljenja pretpostavlja ravninsko odnosno dvodimenzijsko ili jednodimenzijsko strujanje.

Modeliranje turbulencije je znanstveno područje koje je još uvijek u razvoju. Postoje različiti pristupi: direktno rješavanje Navier-Stokesovih jednadžbi, modeliranje malih pulzacija fizikalnih veličina ili modeliranje svih turbulentnih pulzacija uz pomoć pristupa temeljenom na Reynoldsovom osrednjavanju Navier-Stokesovih jednadžbi. Turbulentna viskoznost se modelira pomoću dva parametra turbulencije, čija raspodjela može biti definirana pomoću algebarske ili diferencijalne jednadžbe. Najpoznatiji modeli s dvije jednadžbe su  $k-\varepsilon$  i  $k-\omega$ .

### 3.3. Osnovne jednadžbe dinamike fluida

Glavne jednadžbe korištene u proračunu nestlačivog viskoznog strujanja su Navier – Stokesove jednadžbe, koje se mogu izvesti kombinacijom Eulerove jednadžbe gibanja i konstitutivnih jednadžbi za Newtonski fluid [16]. Strujanje fluida u mehanici fluida opisano je osnovnim zakonima dinamike fluida:

- zakon očuvanja mase,
- zakon očuvanja količine gibanja,
- zakon očuvanja momenta količine gibanja,
- zakon očuvanja energije,
- zakon o prirastu entropije.

Svi ti zakoni definirani su za materijalni volumen  $V_m$ , koji se sastoji od istih čestica, a može mijenjati oblik i položaj.

Zakon održanja mase (jednadžba kontinuiteta) za nestlačivi fluid glasi:

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (38)$$

Zakon očuvanja količine gibanja (Eulerova jednadžba gibanja) glasi:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (39)$$

gdje je  $\rho$  gustoća fluide (konstantna),  $v_i$  vektor brzine,  $f_i$  gustoća masenih sila,  $\sigma_{ij}$  tenzor naprezanja, a  $\frac{D}{Dt}$  operator materijalne derivacije.

Zakoni posebnih ponašanja fluida (konstitutivne jednačbe) [17] su sljedeće:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \Sigma_{ij} \quad (40)$$

$$p = -\frac{1}{3}\sigma_{kk} \quad (41)$$

$$\Sigma_{ij} = 2\mu D_{ij} - \frac{2}{3}\mu D_{kk}\delta_{ij} \quad (42)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \quad (43)$$

pri čemu je  $p$  tlak,  $\delta_{ij}$  Kroneckerov simbol,  $\Sigma_{ij}$  devijatorski dio tenzora naprezanja,  $\mu$  dinamički koeficijent viskoznosti, a  $D_{ij}$  tenzor brzine deformacije.

Slijedi Navier-Stokesova jednačba gibanja fluida:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p + \frac{2}{3}\mu D_{kk}\right) + 2\frac{\partial}{\partial x_j}(\mu D_{ij}) \quad (44)$$

Jednačbu (44) uz  $\mu = \text{const.}$  što vrijedi u ovom slučaju za Newtonske fluide konstantne gustoće može se pojednostavljeno izraziti kao:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 v_i \quad (45)$$

gdje je  $\nu$  kinematički koeficijent viskoznosti kako slijedi:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (46)$$

### 3.4. Turbulentno strujanje

#### 3.4.1 Vremenski osrednjene jednačbe za slučaj nestlačivog strujanja

U ovom radu promatra se nestlačivo ( $\rho = \text{const.}$ ) strujanje, u kojem zanemaruje utjecaj masenih sila ( $f_i = 0$ ). Takvo strujanje može se opisati jednačbom kontinuiteta (38) i jednačbom količine gibanja (45) u kojima su nepoznanice komponente polja brzine  $v_i$  i polja tlaka  $p$ . Te veličine može se prikazati zbrojem osrednjene vrijednosti i pulzirajućeg dijela na sljedeći način [2]:

$$v_i = \bar{v}_i + v_i' \quad (47)$$

$$p_i = \bar{p}_i + p_i' \quad (48)$$

Uvrštavanjem u jednačbu kontinuiteta (44) za nestlačivo strujanje fluida slijedi:

$$\frac{\partial(\bar{v}_j + v_j')}{\partial x_j} = 0 \quad (49)$$

Jednadžba kontinuiteta za osrednjeno strujanje glasi:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (50)$$

Iz čega slijedi da je jednadžba kontinuiteta za pulzirajuće strujanje:

$$\frac{\partial v_j'}{\partial x_j} = 0 \quad (51)$$

Budući da za linearnu jednadžbu kontinuiteta vrijedi princip superpozicije (zbroy dvaju rješenja jednadžbe je također rješenje jednadžbe) jednadžbe kontinuiteta za pulzirajuće strujanje i vremenski osrednjeno strujanje su istovjetne. U inženjerskoj praksi je dovoljno odrediti rješenja jednadžbe za vremenski osrednjeno strujanje, a pulzirajuće se može zanemariti.

Nadalje vremenskim osrednjavanjem jednadžbe količine gibanja za ukupno strujanje dobije se jednadžba količine gibanja za osrednjeno strujanje, koja glasi:

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{v_i' v_j'}) \quad (52)$$

Zadnji član jednadžbe (52) predstavlja Reynoldsov tenzor turbulentnog naprezanja.

Reynoldsovim osrednjavanjem pokušava se stohastička priroda turbulentnog strujanja prikazati vremenski osrednjenim poljima brzine i tlaka, a to je moguće ako je poznato beskonačno mnogo korelacija brzina i tlaka. Međutim, iskustvo pokazuje da je dovoljno poznavati konačan broj korelacija da bi se proračunale karakteristike polja interesantne sa stajališta inženjerske prakse.

### 3.4.2. Model turbulencije

Opći zahtjevi koji se postavljani pred model turbulencije su: univerzalnost, točnost, mogućnost ekonomičnog rješavanja i jednostavnost. Modeli turbulencije dijele se s obzirom na red korelacije brzina za koju se rješava transportna jednadžba (jednadžba prijenosa) na one prvog, drugog i trećeg reda.

### 3.4.3. $k$ - $\omega$ SST model turbulencije

$k$ - $\omega$  model turbulencije sadrži dvije jednadžbe koje rješavaju transportne jednadžbe za turbulentnu kinetičku energiju  $k$  i specifičnu brzinu disipacije turbulentne kinetičke energije  $\omega$ . Jedna od prednosti  $k$ - $\omega$  model turbulencije u odnosu na  $k$ - $\varepsilon$  model je poboljšanje preciznosti proračuna u graničnom sloju na mjestima povećanog gradijenta tlaka. Međutim, najznačajnija prednost je ta što je model primjenjiv u cijeloj domeni graničnog sloja, uključujući i područja velikog utjecaja viskoznosti, bez dodatnih modifikacija.

Najveći nedostatak  $k-\omega$  modela je ta što je proračun graničnog sloja osjetljiv na vrijednosti specifičnih brzina disipacije turbulentne kinetičke energije  $\omega$ , što se očituje u prevelikoj osjetljivosti na rubne uvijete.

Ovaj problem ne postoji kod  $k-\varepsilon$  modela. Uočeno je da  $\varepsilon$  transportne jednačbe mogu biti transformirane u  $\omega$  transportne jednačbe pomoću supstitucijske varijable. Tako je razvijen  $k-\omega$  SST model (*eng. Shear Stress Transport*). Transformirana jednačba izgleda slično onoj u standardnom  $k-\omega$  modelu uz dodatak nekonzervativnog člana križne difuzije. Dodavanjem ovog člana u transportnu jednačbu rezultati dobiveni primjenom  $k-\omega$  modela turbulencije postaju identični rezultatima dobivenim korištenjem  $k-\varepsilon$  modela turbulencije [18].

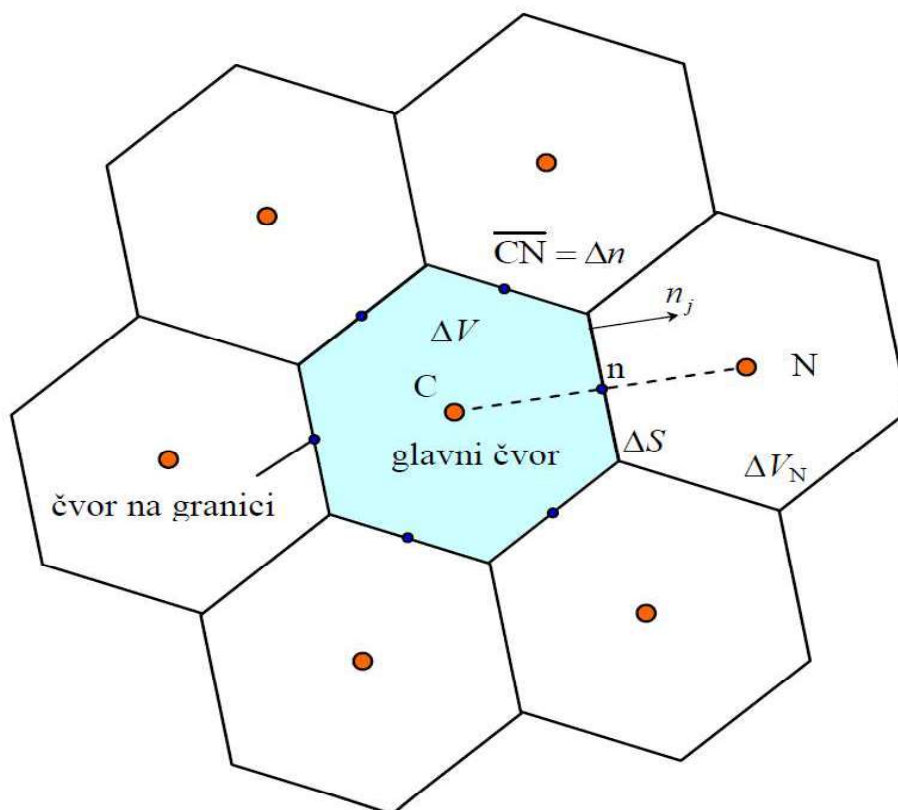
### 3.5. Metoda konačnih volumena

Kao što je već rečeno, diferencijalne jednačbe koje daje matematički model strujanja fluida nije moguće riješiti analitičkim putem, stoga ih je potrebno svesti na konačan broj algebarskih jednačbi koje je moguće riješiti računalom. Taj postupak svodenja diferencijalnih jednačbi na konačan broj algebarskih jednačbi provodi se nekom od numeričkih metoda. Za probleme dinamike fluida posebno je pogodna metoda konačnih volumena. Njome se diskretizira domena na konačan broj manjih volumena u kojima se postavljaju jednačbe sa pripadnim uvjetima, slika 4. Metoda konačnih volumena je poput metode konačnih elemenata integralna metoda koja se temelji na integriranju konzervativnog oblika transportnih jednačbi [4].

Integralna jednačba po konačnom volumenu glasi:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = - \int_{\Sigma \Delta S} (\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (53)$$

gdje lijevi član jednačbe predstavlja brzinu promjene sadržaja fizikalne veličine  $\varphi$  unutar konačnog volumena, prvi član s desne strane predstavlja konvekcijski i difuzijski protok fizikalne veličine  $\varphi$  kroz granice volumena, a drugi član s desne strane izvor fizikalne veličine  $\varphi$ .



Slika 4. Dio diskretiziranog područja proračuna [4]

### 3.6. Modeliranje graničnog sloja

Granični sloj je područje tekućine neposredno uz oplakanu površinu trupa u kojem se zbiva najveći broj pojava vezanih za viskoznost. Brzina graničnog sloja mijenja se u smjeru normale na oplakanu površinu. Na samoj površini brzina je jednak nuli, a na izvjesnoj udaljenosti od stijenke se asimptotski približava brzini vanjskog, potencijalnog strujanja. Debljina graničnog sloja definira se kao ona na kojoj se uspostavlja 99% brzine vanjskog strujanja. Strujanje unutar graničnog sloja može biti laminarno ili turbulento [19].

Da bi se izračunali veliki gradijenti brzina u unutarnjem dijelu graničnog sloja, potrebna je veća gustoća mreže oko oplakane površine. Čelije koje se nalaze blizu oplakane površine imaju izraženo veliku vitkost. Ovo predstavlja problem sa stajališta povećanog broja ćelija i znatno otežava proces numeričkog računa. Da bi se riješio ovaj problem razvijene su zidne funkcije, koje omogućavaju da se značajan dio ćelija blizu oplakane površine zanemare, a da se brzina doda prvom čvoru mreže koji se nalazi blizu oplakane površine. Nedostatak zidnih funkcija je što su temeljene na dvodimenzijском strujanju, obično bez gradijenata tlaka, stoga se ne mogu očekivati pouzdana rješenja u područjima veće zakrivljenosti trupa gdje je izraženo trodimenzijsko strujanje i veliki gradijenti tlaka [20].



Bezdimenzijski profil brzine se prikazuje kao funkcija bezdimenzijske udaljenosti od stijenke graničnog sloja:

$$U^+ = f(y^+) \quad (54)$$

gdje su bezdimenzijska brzina i bezdimenzijska udaljenost od stijenke definirani izrazima:

$$U^+ = \frac{U}{U_\tau} \quad (55)$$

$$y^+ = \frac{y \cdot U_\tau}{\nu} \quad (56)$$

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (57)$$

gdje je  $U$  srednja brzina strujanja,  $U_\tau$  brzina trenja,  $y$  udaljenost od stijenke, a  $\tau_w$  tangencijalno naprezanje na stijenci.

Na slici 5. je prikazan odnos bezdimenzijske brzine i bezdimenzijske udaljenosti od stijenke u turbulentnom graničnom sloju.

Turbulentni granični sloj sastoji se od linearnog podsloja (*eng. linear sublayer*) koji se još naziva laminarni podsloj. Za linearni podsloj vrijedi:

$$U^+ = y^+ \quad (58)$$

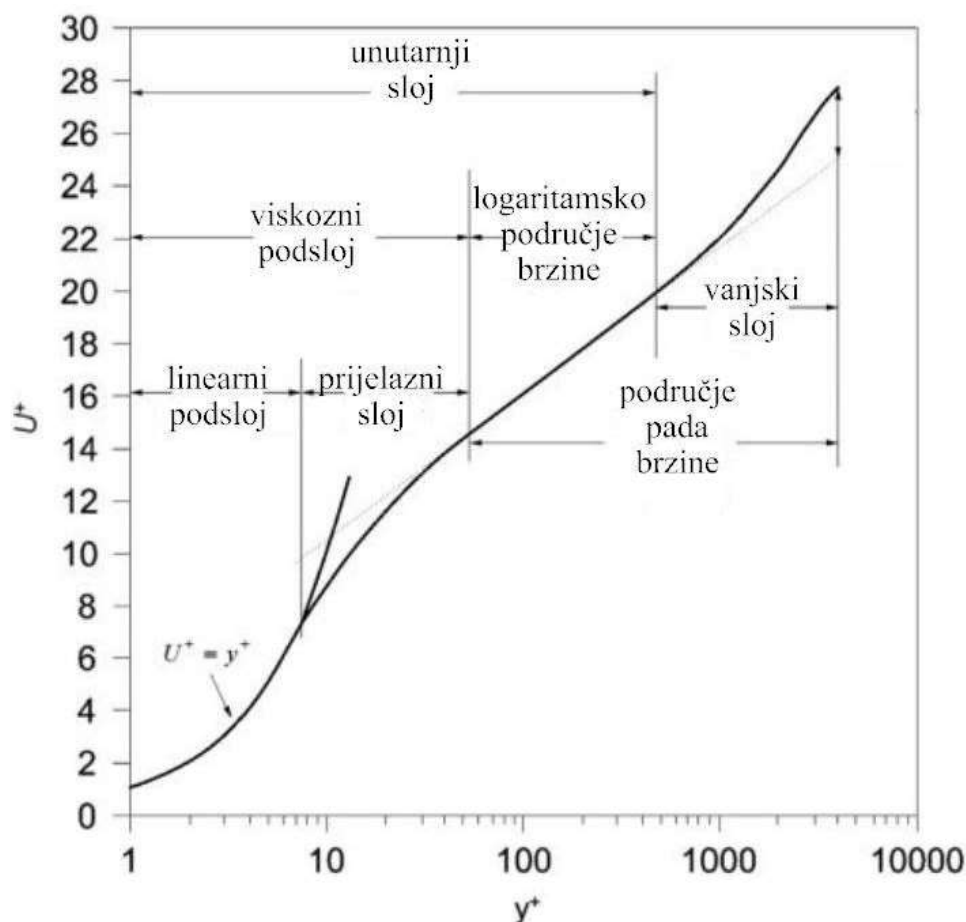
U prijelaznom području (*eng. buffer layer*) prestaje linearan odnos bezdimenzijske brzine i bezdimenzijske udaljenosti od stijenke.

Za logaritamsko (*eng. log-law region*) područje brzine u graničnom sloju vrijedi:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (59)$$

gdje je  $\kappa$  von Karmanova konstanta, a  $B$  konstanta integracije.

Zidne funkcije koriste se za vrijednosti bezdimenzijske udaljenosti od stijenke  $30 \leq y^+ \leq 300$ , dakle u logaritamskom području brzine, slika 5. U ovom radu nisu korištene zidne funkcije jer se gore navedeni uvjet nije mogao zadovoljiti oko oplakane površine modela zbog nepovoljnog oblika ćelija u prizmatičnom sloju (*eng. prism layer*). Generiran je prizmatični sloj čija prva ćelija se nalazi u linearnom podsloju,  $y^+ \leq 1$ .



Slika 5. Profil brzine strujanja u turbulentnom graničnom sloju [21]

### 3.7. Verifikacija rezultata numeričke simulacije

Verifikacija je proces procjene nesigurnosti rezultata numeričke simulacije i provjera konvergencije rješenja iterativnog postupka rješavanja numeričke simulacije.

#### 3.7.1. Konvergencija rezultata numeričke simulacije

Procjena nesigurnosti provodi se za rezultate numeričkih simulacija, a prvo se određuje tip konvergencije rješenja. U prvom koraku računaju se razlike između rezultata dobivenih za različite gustoće mreže, kako slijedi [22]:

$$\varepsilon_{i,21} = \widehat{S}_{i2} - \widehat{S}_{i1} \quad (60)$$

$$\varepsilon_{i,32} = \widehat{S}_{i3} - \widehat{S}_{i2} \quad (61)$$

gdje su  $\widehat{S}_{i1}$ ,  $\widehat{S}_{i2}$  i  $\widehat{S}_{i3}$  odgovaraju riješenima za finu, srednju i grubu mrežu.

Omjer konvergencije je definiran kako slijedi:

$$R_i = \frac{\varepsilon_{i,21}}{\varepsilon_{i,32}} \quad (62)$$

S obzirom na omjer konvergencije  $R_i$  razlikujemo tri tipa konvergencije:

- monotona konvergencija  $0 < R_i < 1$ ,
- oscilatorna konvergencija  $-1 < R_i < 0$ ,
- divergencija  $R_i > 1$  i  $R_i < -1$ .

### 3.7.2. Procjena nesigurnosti numeričke simulacije

Nakon što je određen tip konvergencije provodi se procjena nesigurnosti numeričke simulacije.

Ukupna nesigurnost se računa prema izrazu [22]:

$$\overline{U_{SN}} = \sqrt{\overline{U_T}^2 + \overline{U_G}^2} \quad (63)$$

gdje je  $\overline{U_{SN}}$  ukupna nesigurnost numeričke simulacije,  $\overline{U_T}$  je nesigurnost vremenskog koraka, a  $\overline{U_G}$  je nesigurnost gustoće mreže. Obzirom da je u ovom radu provedena simulacija stacionarnog strujanja, komponenta nesigurnosti vremenskog koraka  $\overline{U_T}$  jednaka je nuli pa se jednadžba (63) može se pisati u obliku:

$$\overline{U_{SN}} = \sqrt{\overline{U_G}^2} \quad (64)$$

Nesigurnost gustoće mreže jednaka je:

$$U_G = \frac{U_i}{\hat{S}_{i1}} \quad (65)$$

gdje je  $\hat{S}_{i1}$  rezultat numeričke simulacije dobiven finom mrežom, a parametar  $U_i$  ovisi o tipu konvergencije koji se određuje s obzirom na omjer  $R_i$  definiran u poglavlju 3.7.1.

Za monotonu konvergenciju, u proračunu nesigurnosti koristi se Richardsonova ekstrapolacija, gdje se nesigurnost određuje pomoću faktora  $F_S$  i parametra  $\delta_{RE}$  koji su definirani sljedećim izrazima:

$$U_i = F_S \cdot \delta_{RE} \quad (66)$$

gdje se  $F_S$  određuje iskustveno te iznosi:

$$F_S = 1,25 \quad (67)$$

a  $\delta_{RE}$  se dobije iz izraza:

$$\delta_{RE} = \frac{\varepsilon_{i,21}}{r_i^{p_i} - 1} \quad (68)$$

gdje je  $r_i$  omjer profinjena mreže, a eksponent  $p_i$  se određuje prema izrazu:

$$p_i = \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_{i,32}}{\varepsilon_{i,21}}\right)}{\ln(r_i)} \quad (69)$$

Za oscilatornu konvergenciju parametar  $U_i$  računa se kao polovina razlike najveće i najmanje vrijednosti rezultata numeričke simulacije:

$$U_i = \frac{1}{2} \cdot (S_U - S_L) \quad (70)$$

Ako se radi o divergenciji rješenja parametar nesigurnosti  $U_i$  računa se prema izrazu:

$$U_i = |S_U - S_L| \quad (71)$$

## 4. NUMERIČKA SIMULACIJA POKUSA UDVOJENOG MODELA

### 4.1. Geometrijske značajke modela i ulaz u STAR-CCM+

Numeričke simulacije provedene su za trimaran jednostavne parabolične Wigley-eve forme sa srednjim i dva manja bočna trupa. Forma nije namijenjena praktičnoj brodogradnji već ima primarnu primjenu kod razvijanja i testiranja raznih metoda u brodogradnji kao što su proračuni iz područja dinamike fluida, pomorstvenosti, a također i plovnosti i stabiliteta [23]. Osnovna prednost je njezina derivabilnost i integrabilnost, a može se prikazati analitičkom jednadžbom:

$$y(x, z) = \pm \frac{B}{2} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{x}{L/2} \right)^2 \right] \cdot \left[ 1 - \left( \frac{z}{T} \right)^2 \right] \quad (72)$$

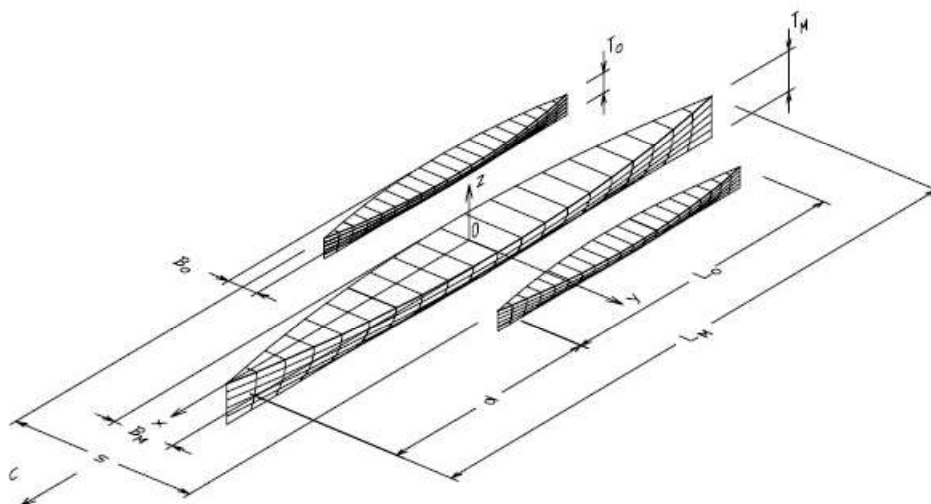
gdje je  $L$  duljina,  $B$  širina i  $T$  gaz trupa.

Za različite konfiguracije trimarana Wigley-eve serije C98-349 i za srednji trup Wigley C87-267 (DINMA Trieste) provedena su eksperimentalna istraživanja, određivanja faktora forme i otpora slike valova, na bazenu za modelska ispitivanja Sveučilišta u Trstu (*tal. Dipartimento di ingegneria navale, del mare e per l'ambiente*) u suradnji sa Sveučilištem u Zagrebu (Fakultet strojarstva i brodogradnje) [5]. Glavne karakteristike srednjeg trupa su  $L_M$ ,  $B_M$ ,  $T_M$  dok geometrijski slični bočni trupovi imaju glavne izmjere  $L_O$ ,  $B_O$ ,  $T_O$ . Glavne geometrijske značajke srednjeg i bočnih trupova dane su u tablici 1.

Tablica 1. Glavne značajke srednjeg i bočnih trupova

	Srednji trup	Bočni trupovi
Duljina $L$ , m	2,4384	1,2192
Širina $B$ , m	0,24384	0,12192
Gaz $T$ , m	0,1524	0,0762
Istisnina, m <sup>3</sup>	0,04027	0,005034
Oplakana površina $S$ , m <sup>2</sup>	0,88467	0,22117
$L/B$	10	10
$T/B$	1,6	1,6
$C_B$	0,444	0,444
$C_P$	0,666	0,666

Položaj bočnih trupova definiran omjerima  $d/L_M$  i  $s/L_M$  može se varirati. Na slici 7. prikazan je model trimarana s osnovnim dimenzijama i rasporedom trupova, a tablica 2. pokazuje osnovne trimaranske konfiguracije iz ove serije. U ovom radu provedene su numeričke simulacije za trimaranske konfiguracije k1, k2, k3, k4 i k7 te za jedan trup.



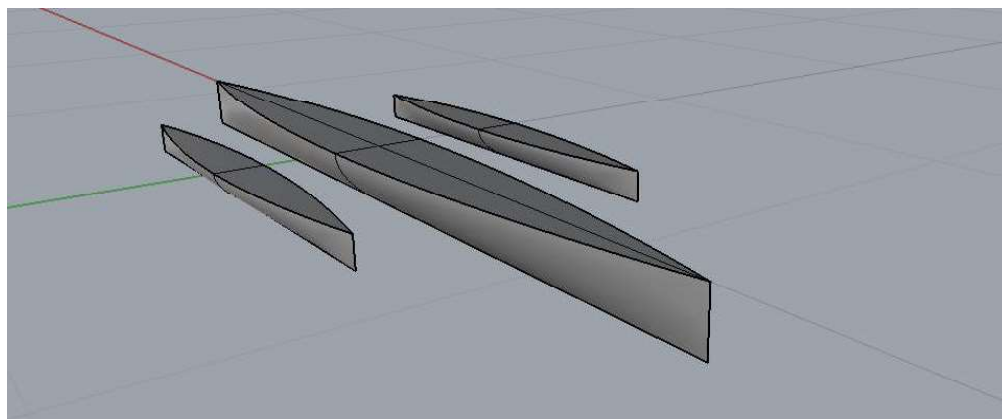
Slika 6. Model trimaranske konfiguracije s osnovnim dimenzijama i rasporedom trupova

[14]

Tablica 2. Konfiguracije trimarana C98-349 (DINMA Trieste) [14]

$d/L_M$ \ $s/L_M$	0,2	0,3	0,4	0,6
0,250	<b>k1</b>	<b>k4</b>	<b>k7</b>	-
0,375	<b>k2</b>	k5	k8	-
0,500	<b>k3</b>	k6	k9	k12

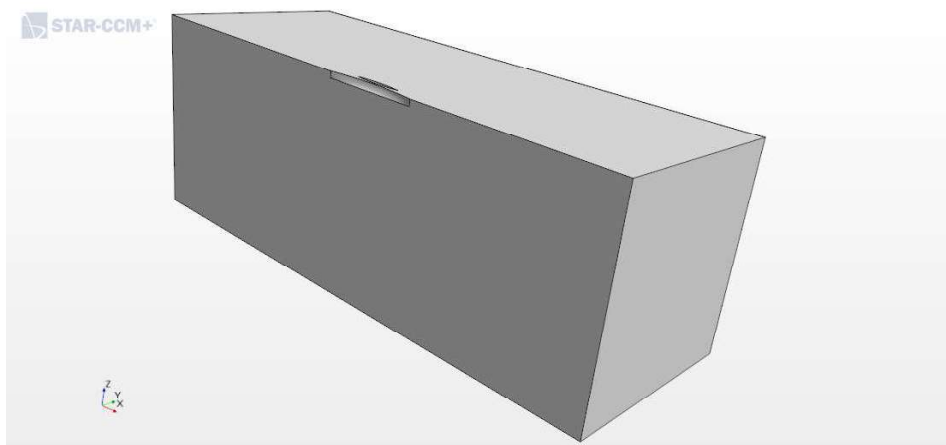
Forma modela prikazana na slici 7. napravljena je u programskom paketu Rhinoceros te spremljena u odgovarajućem obliku datoteke (IGES file) kako bi se mogla učitati u programskom paketu STAR-CCM+. Unos podataka u STAR-CCM+ vrši se naredbom unosa diskretizirane površinske mreže (*eng. import surface mesh*), a zatim se biraju i detaljne postavke unosa datoteke.



**Slika 7. Trodimenzijski prikaz trimaranske konfiguracije**

#### **4.2. Kreiranje domene**

Nakon unosa modela u program STAR-CCM+ kreirana je domena koja okružuje model trimarana sa definiranim granicama numeričkog diskretiziranog modela. Domena je oblika kvadra, a kreirana je naredbom *Geometry > Parts > New > Block* uz unos dimenzija domene. Svaka granična površina domene je važna zbog definiranja specifičnih rubnih uvjeta koji vrijede na granici domene. Pošto je trimaran simetričan domena je kreirana samo za polovicu modela trimarana, kako bi se smanjilo vrijeme simulacije. Dimenzije domene uzete su prema preporuci ITTC-a [20], tako da udaljenost između granica domene i oplakane površine jedan do dva puta veća od duljine između okomica  $L_{PP}$ . Kreirani kvadar kao zasebno geometrijsko tijelo ne predstavlja gotovu domenu spremnu za postavljanje rubnih uvjeta i fizikalnog modela, već je potrebno operacijom „*Boolean*“ od modela kvadra oduzeti model trimarana te se tako dobiva gotova kompletna domena sa svim rubnim površinama. Na slici 8. prikazana je domena numeričke simulacije.



**Slika 8. Domena numeričke simulacije**

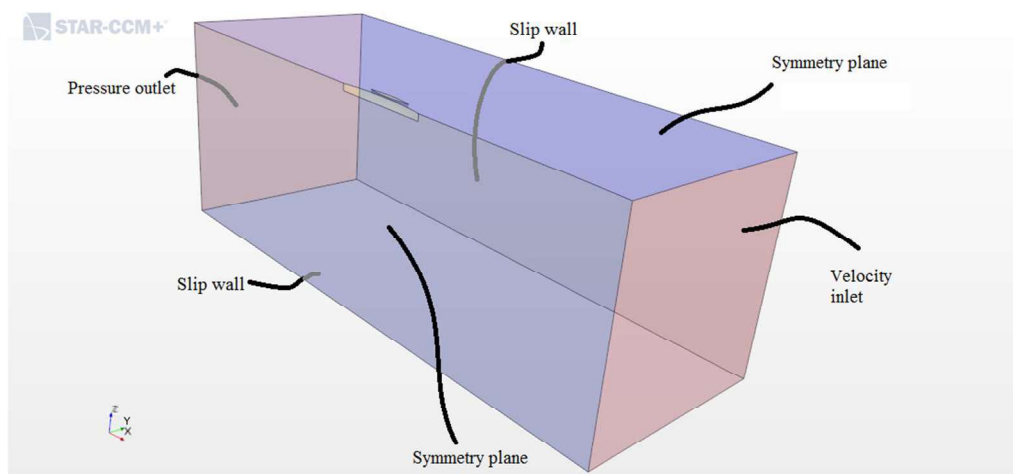
### 4.3. Rubni uvjeti

Dijelovi geometrije (*eng. Parts*), koji su kreirani koriste se za pripremu prostornog prikaza modela. Računalni model na koji se fizikalni modeli mogu primijeniti, u programskom paketu STAR-CCM+ definira se u smislu regija (*eng. Regions*), granica područja (*eng. Boundaries*) i sučelja (*eng. Interfaces*) [18]. Geometrijska domena se prevodi u regije operacijom *Assign Parts to Regions*. Tako geometrijske površine postaju granice područja za koje određujemo tip granice (*eng. Boundary Type*) odnosno rubne uvjete.

Rubni uvjeti koji su postavljeni za numeričku simulaciju udvojenog modela trimarana su sljedeći:

- Ulaz brzine (*eng. Velocity inlet*) na graničnoj površini u yz ravnini ispred pramca
- Izlaz tlaka (*eng. Pressure outlet*) na graničnoj površini u yz ravnini iza krme trimarana
- Kruta stijenka bez tangencijalnih naprezanja (*eng. Slip wall with no shear stress*) na graničnim površinama u xz ravnini na bočnoj strani te xy ravnini ispod trupa trimarana, ovaj uvjet se postavlja kako ne bi došlo do generiranja graničnog sloja na tim površinama tokom simulacije
- Simetralna ravnina (*eng. Symmetry plane*) na dvije granične površine jer se radi o pokusu udvojenog modela, tako se jedna postavlja na samoj simetralnoj ravnini broda, a druga na xy ravnini koja siječe trup broda
- Kruta stijenka (*eng. Wall*) se postavlja na oplakanoj površini glavnog trupa i bočnog trupa, na ovo površini se razvija granični sloj

Rubni uvjeti prikazani su na slici 9.



Slika 9. Prikaz granica domene i pripadnih rubnih uvjeta



#### 4.4. Generiranje mreže

Diskretizacija domene na mrežu konačnih volumena predstavlja problem sam za sebe. Danas proizvođači programskih paketa sve više pokušavaju razvijati programe i funkcije unutar programa za automatsku diskretizaciju područja. U programskom paketu STAR-CCM+ za diskretizaciju domene u postavljanju simulacije pokusa udvojenog modela koristili smo operaciju automatizirana mreža (*eng. Automated mesh*).

U tablicama 3. i 4. prikazane su postavke diskretizacije domene koje su u skladu sa preporukama [18].

**Tablica 3. Odabrani alati diskretizacije**

Opcija	Način diskretizacije
Surface Remesher	Surface Remesher
Optional Surface Meshers	Automatic Surface Repair
Core Volume Meshers	Trimmed Cell Mesher
Optional Boundary Layer Mesher	Prism Layer Mesher

**Tablica 4. Detaljne postavke diskretizacije (fina mreža)**

Svojtvo	Opcija	Vrijednost
Osnovna veličina	Vrijednost	0,02 m
CAD projekcija	Uključeno	-
Ciljana veličina površine	Postotak osnovne veličine	50
Minimalna veličina površine	Postotak osnovne veličine	6,25
Zakrivljenost površine	Broj točaka u krugu	36
Neposredna blizina površina	Broj točaka u praznini	2
Brzina rasta površine	Faktor brzine rasta	1,3
Automatsko popravljavanje površine	Minimalna neposredna blizina	0,001
Broj slojeva prizmi	Broj	20
Ukupna debljina slojeva prizmi	Apsolutna vrijednost	0,00421 m
Rastezanje prizmatičnog sloja	Faktor rastezanja	1,2
Stopa rasta	Zadana stopa rasta	Sporo
Stopa rasta	Stopa rasta površine	Sporo
Maksimalna veličina volumena	Postotak osnovne veličine	1600

U ovome radu za jednotrupni brod i za trimaransku konfiguraciju k1 napravljene su tri gustoće mreže tako da se varirala osnovna veličina ćelije (*eng. base size*), dok se ostale postavke diskretizacije nisu mijenjale. U tablici 5. prikazan je broj ćelija sa pripadnim osnovnim veličinama ćelija fine, srednje i grube mreže za jedan trup i trimaransku konfiguraciju k1, a u tablici 6. broj ćelija preostalih trimaranskih konfiguracija.

**Tablica 5. Broj ćelija jednotrupnog broda i trimaranske konfiguracije k1**

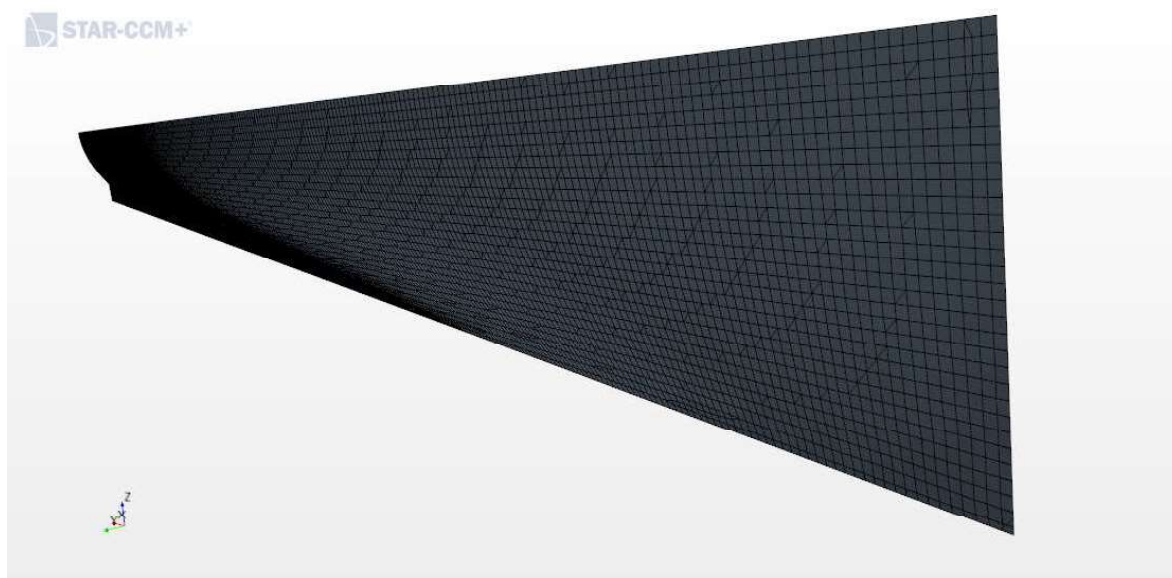
Mreža	Osnovna veličina (m)	Jednotrupni brod	k1
Gruba	0,04	594432	903887
Srednja	0,028	1217783	1847195
Fina	0,02	2282895	3485865

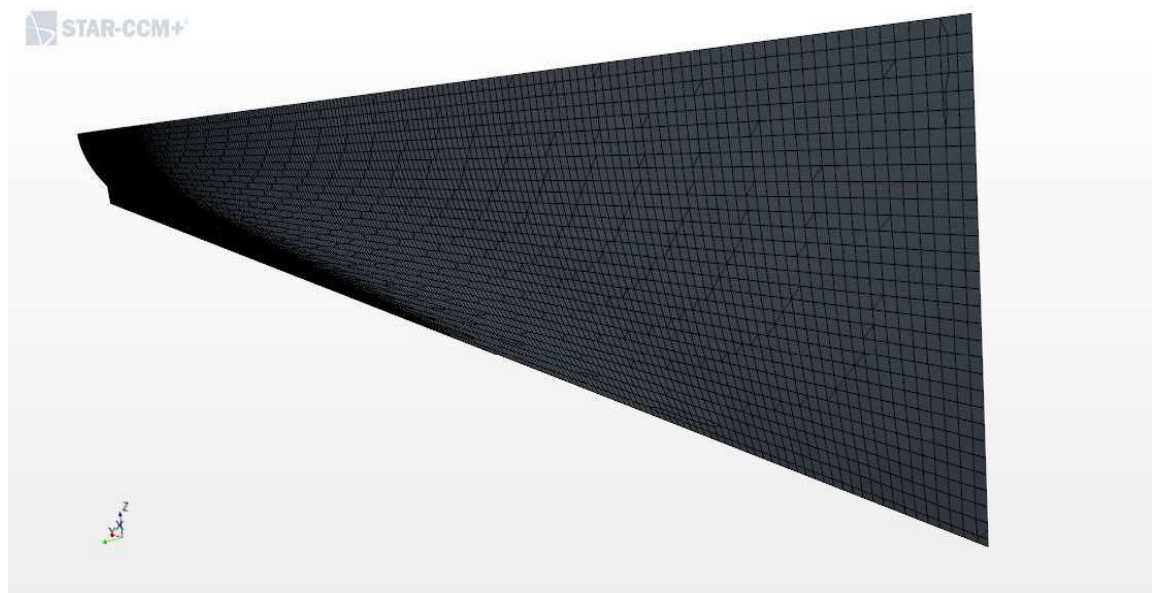
Nakon što je provedena validacija rezultata numeričke simulacije sa eksperimentalnim rezultatima [5], što će biti pokazano u sljedećem poglavlju, utvrđeno je da fina mreža daje najpouzdanije rezultate stoga su simulacije za trimaranske konfiguracije k2 k3, k4 i k7 provedene sa finom mrežom i osnovnom veličinom ćelije 0,02 m. U tablici 6. prikazan je broj ćelija za preostale konfiguracije trimarana.

**Tablica 6. Broj ćelija preostalih konfiguracija**

Konfiguracija	Osnovna veličina, m	Broj ćelija
k2	0,02	3493758
k3	0,02	3500630
k4	0,02	3512921
k7	0,02	3521733

Na slikama 10.–14. su prikazane diskretizacije mreže jednotrupnog broda i trimaranske konfiguracije k1 za finu i grubu mrežu.

**Slika 10. Diskretizacija jednotrupnog broda (gruba mreža)**



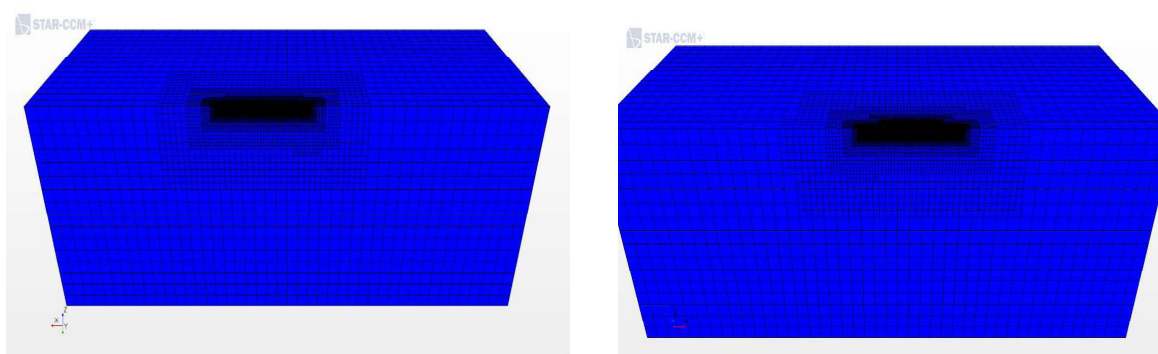
**Slika 11. Diskretizacija jednotrupnog broda (fina mreža)**



**Slika 12. Diskretizacija trimaranske konfiguracije k1 (gruba mreža)**



Slika 13. Diskretizacija trimaranske konfiguracije k1 (fina mreža)



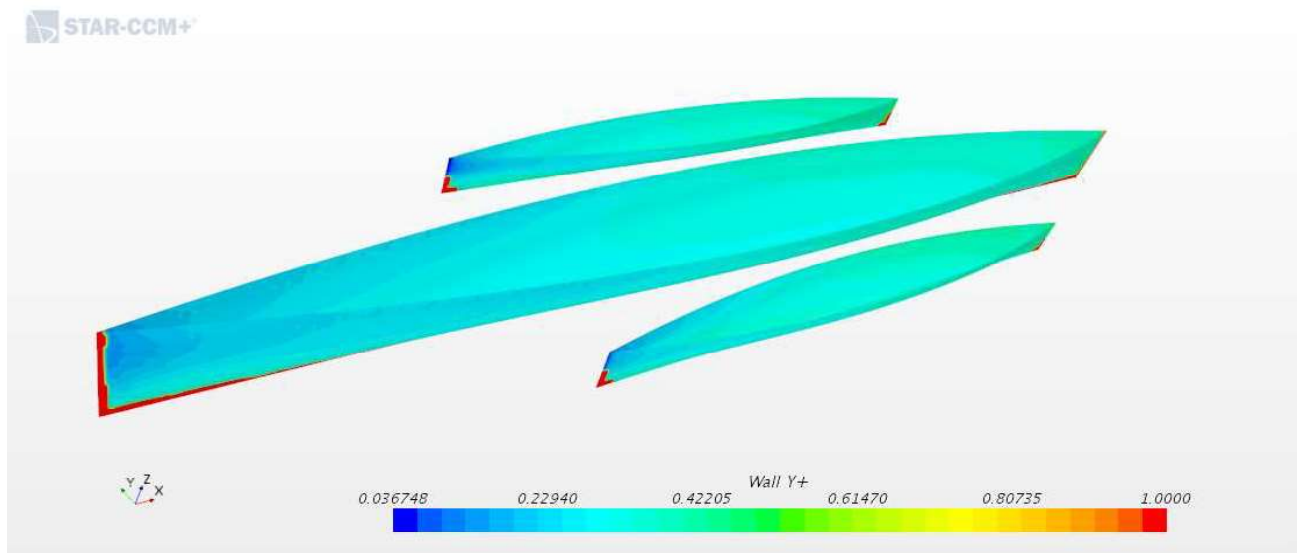
Slika 14. Diskretizacija domene: jednotrupni brod (lijevo), trimaranska konfiguracija k1 (desno)

Posebno je važno prilikom diskretizacije domene voditi računa o specifičnim područjima kao što je područje neposredno uz trup broda gdje se razvija viskozni granični sloj. Kako je već rečeno za provedbu simulacije iznimno je važan parametar  $y^+$ , koji možemo izraziti preko jednadžbe [21]:

$$y^+ = 0,172 \cdot \left(\frac{y}{L}\right) \cdot Re^{0,9} \quad (73)$$

gdje  $y$  predstavlja polovinu visine prve ćelije graničnog sloja uz trup.

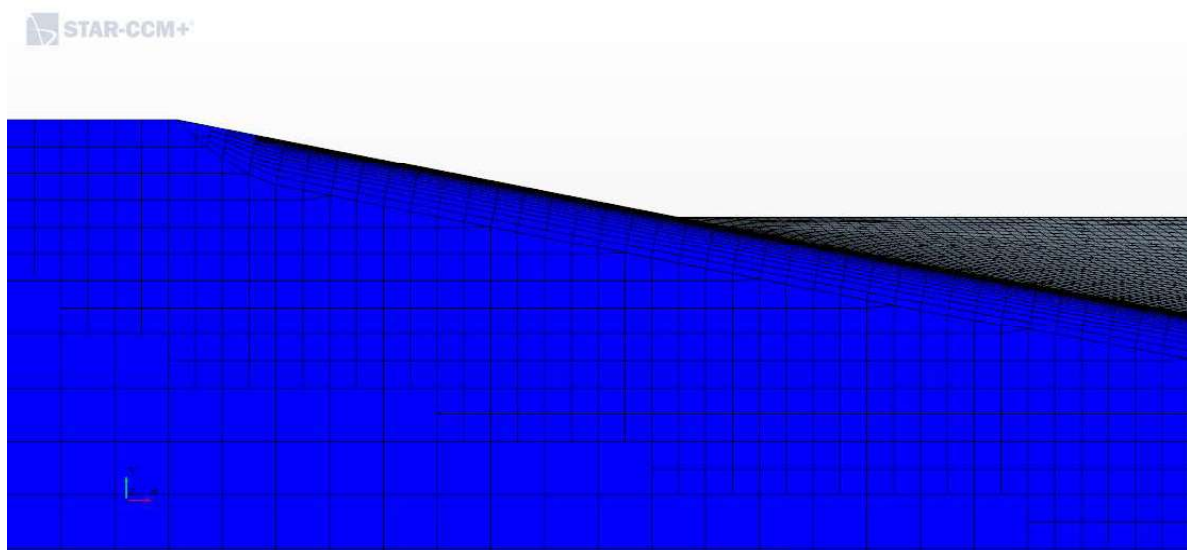
Potrebno je ostvariti ili vrijednosti  $30 \leq y^+ \leq 300$  ili za područja ispod prijelaznog područja (*eng. buffer layer*)  $y^+ \leq 3$ . U ovome radu je prizmatični sloj ćelija postavljen tako da vrijednost parametra  $y^+$  bude manja od 1 kako bi bili daleko od prijelaznog područja. Vrijednosti parametra  $y^+$  duž trupa za trimaransku konfiguraciju k1 prikazane su na slici 15.



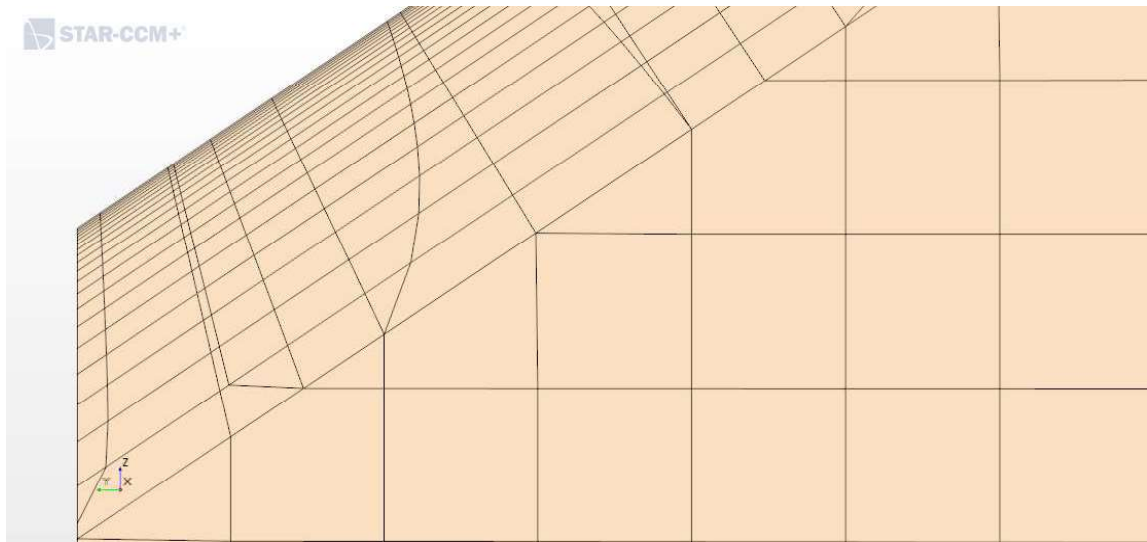
**Slika 15. Vrijednost zidne funkcije  $y^+$  duž trupa za trimaransku konfiguraciju k1**

Na slici 15. vidi se da se zadani uvjet ostvaruje gotovo po cijeloj oplakanoj površini osim na oštrim rubovima forme, što se za potrebe ovog rada smatra dovoljno dobrim.

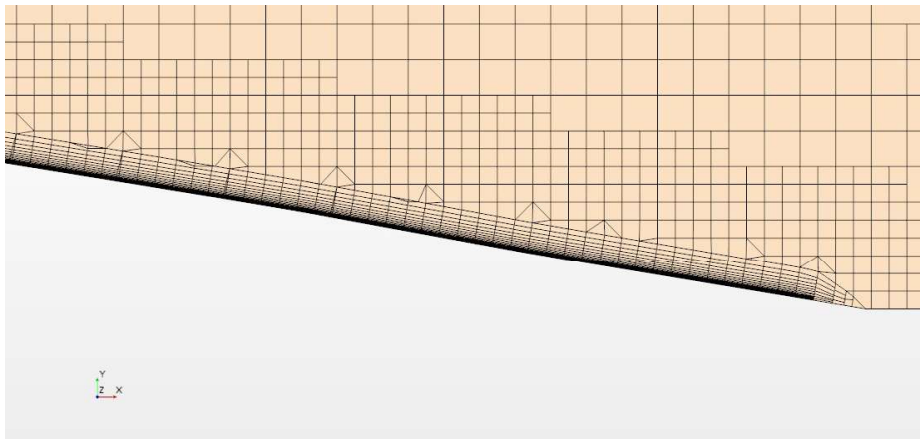
Postavke mreže prizmatičnog sloja već su prikazane u tablici 5. Na slikama 16.-20. prikazan je izgled ćelija prizmatičnog sloja.



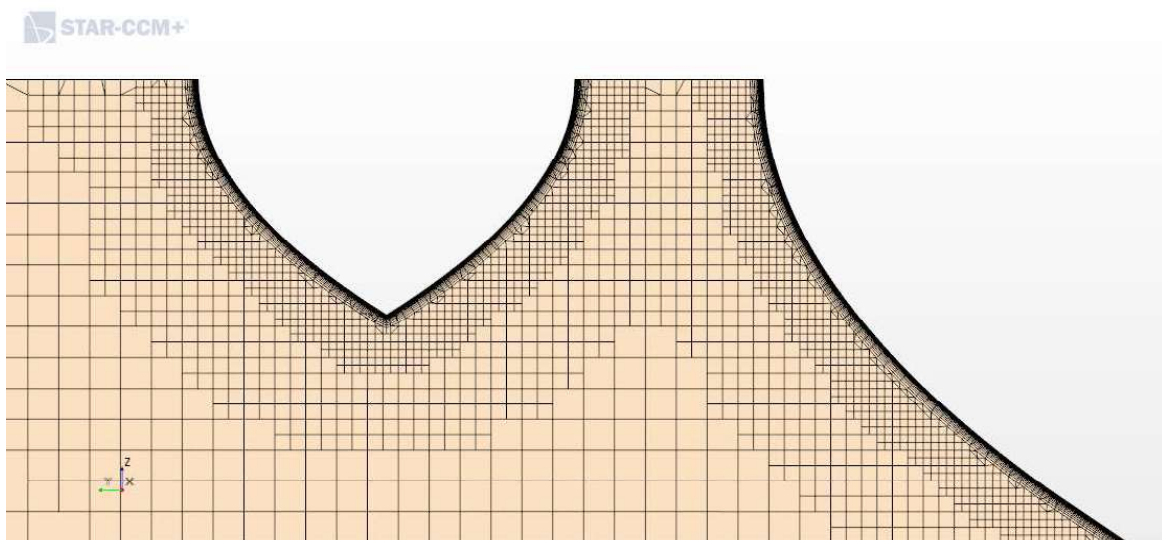
**Slika 16. Prikaz ćelija prizmatičnog sloja kod srednjeg trupa trimarana (fina mreža)**



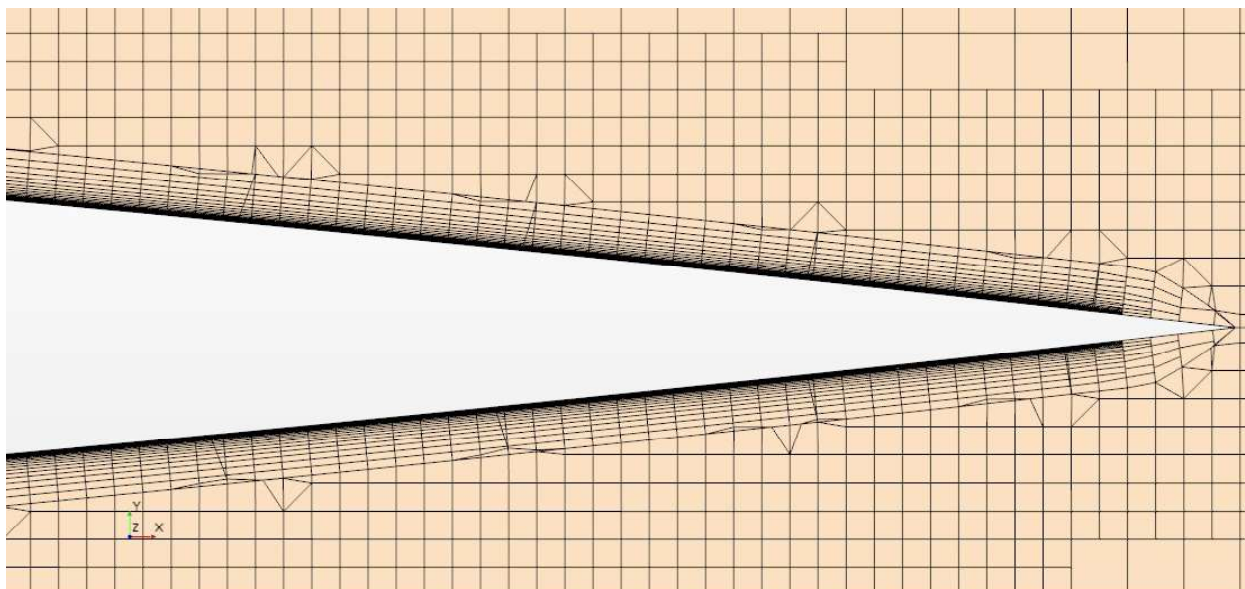
**Slika 17. Prikaz ćelija prizmatičnog sloja srednjeg trupa trimarana u yz ravnini**



**Slika 18. Prikaz prizmatičnog sloja na pramcu srednjeg trupa trimarana u xy ravnini**



**Slika 19. Prikaz prizmatičnog sloja trimarana u yz ravnini**

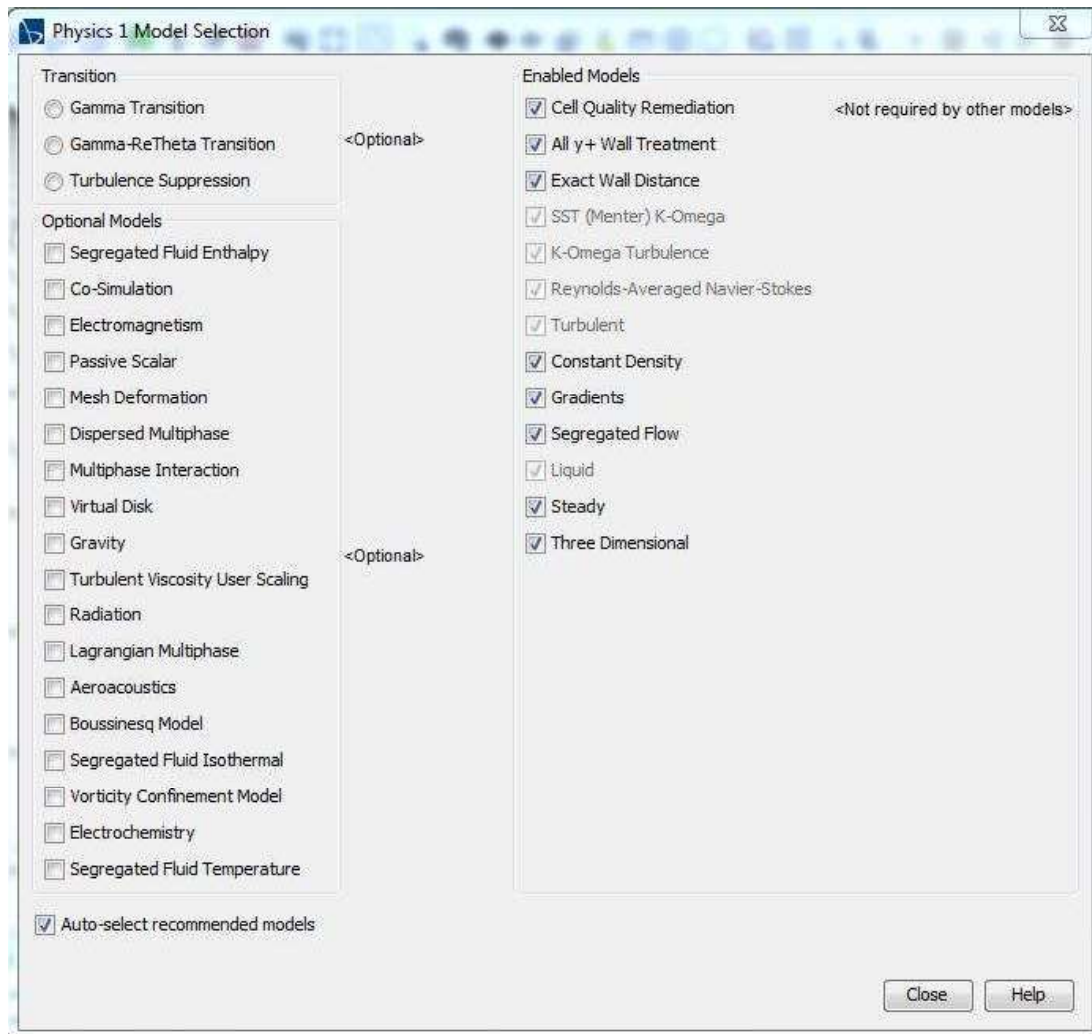


**Slika 20. Prikaz prizmatičnog sloja na bočnom trupu trimarana u  $xy$  ravni**

#### 4.5. Odabir fizikalnog modela

Posljednja faza u pripremi numeričke simulacije je odabir fizikalnog modela. Pošto se ovdje radi o duboko uronjenom udvojenom modelu, u ovoj simulaciji izabran je jednokomponentni jednofazni fluid konstantne gustoće  $\rho=999,1026 \text{ kg/m}^3$  i viskoznosti  $\mu=0,001138 \text{ Pas}$ . Sve simulacije provedene su za Froudeov broj temeljen na duljini srednjeg trupa  $Fn=0,15$ . Kako se radi o trodimenzionalno viskoznom stacionarnom strujanju fluida oko forme trupa, uneseni su modeli Reynoldsovih osrednjenih Navier-Stokesovih jednadžbi. Za model turbulencije odabran je  $k-\omega$  SST. Model podijeljenog strujanja (*eng. segregated flow*) rješava jednadžbe strujanja za svaku komponentu brzine i tlak odvojeno.

Model provjere parametra  $y^+$  (*eng. All  $y^+$  wall treatment*) provjerava vrijednost parametra  $y^+$  po cijeloj domeni te prema izračunatoj vrijednosti koristi odgovarajuće jednadžbe, ovisno o tome ulazi li parametar  $y^+$  u linearni podsloj ili u logaritamsko područje brzine. Udaljenost od stijenke je parametar koji predstavlja udaljenost središnje točke ćelije koja je najbliža stijenci. U STAR-CCM+ programskom paketu postoje dva modela za računanje udaljenost ćelije od stijenke u ovome slučaju izabran je model točno određene udaljenost (*eng. Exact Wall Distance*). Model popravljivanja kvalitete ćelija (*eng. Remedying Cell Quality*) pomaže da se dobiju rješenja i na loše oblikovanim dijelovima mreže. Ovaj model identificira ćelije loše kvalitete, a zatim izračunate gradijente u ovim ćelijama prepravlja tako da popravi robusnost rješenja [20]. Na slici 21. prikazani su odabrani fizikalni modeli.



**Slika 21. Prikaz odabranih fizikalnih modela numeričke simulacije**

Kada je odabran fizikalni model, postavljaju se prizori za praćenje rješenja simulacije, na kojima možemo vizualno pratiti tijek simulacije i konvergencije rješenja. Nakon ovog koraka sve je spremno za puštanje numeričke simulacije naredbom *Run*. U sljedećem poglavlju predstavljeni i analizirani su rezultati numeričkih simulacija.



## 5. REZULTATI NUMERIČKIH SIMULACIJA

U ovome radu provedene su numeričke simulacije za potpuno uronjeni model te su izračunate komponente viskoznog otpora tlaka i otpora trenja, dakle bez utjecaja slobodne površine. Simulacije su provedene u programskome paketu STAR-CCM+ pri jednakom Froudevom broju  $Fn=0,15$  za jednotrupni brod te trimaranske konfiguracije k1, k2, k3, k4 i k7. Za jednotrupni brod i trimaransku konfiguraciju k1 provedene su numeričke simulacije s tri različite mreže: gruba, srednja i fina. Numerička simulacija provedena je kroz potreban broj iteracija sve dok reziduali rješenja nisu pali ispod vrijednosti  $10^{-5}$ . Prije same analize rješenja potrebno je provesti verifikaciju kojom se određuje tip konvergencije i procjenjuje nesigurnost proračuna numeričkih simulacija, a potom i validaciju, koja je prikazana u poglavlju 5.1. ovoga rada. U ovome radu prvo su provedene simulacije za finu, srednju i grubu diskretizaciju područja, po tri za jednotrupni brod i trimaransku konfiguraciju k1. Tablice 7. i 9. prikazuju rezultate otpora trenja  $R_F$ , otpora viskoznog tlaka  $R_{VP}$  i faktora forme  $1+k$  jednotrupnog broda, odnosno trimaranske konfiguracije k1, koji su dobiveni numeričkim simulacijama provedenim za finu, srednju i grubu mrežu. Ukupna nesigurnost  $\overline{U_{SN}}$  rezultata otpora trenja numeričke simulacije srednjeg trupa je relativno mala 0,808% kao i nesigurnost faktora forme jednotrupnog broda 0,199%, dok je za otpor viskoznog tlaka nesigurnost veća u odnosu na prethodne dvije 4,99%, tablica 8. To je očekivan rezultat ako se promotre iznosi sila u tablici 7. Očito je da je iznos sile otpora trenja oko tri puta veća od iznosa sile otpora viskoznog tlaka u sve tri simulacije (fina, srednja i gruba mreža). Sličan trend ukupne nesigurnosti rezultata otpora trenja 0,838%, otpora viskoznog tlaka 4,540% te faktora forme 0,287% uočava se i u numeričkim simulacijama za trimaransku konfiguraciju k1, tablica 10. Također se može uočiti da je nesigurnost rezultata svih ispitivanih fizikalnih veličina numeričke simulacije  $\overline{U_{SN}}$  kod trimaranske konfiguracije k1 gotovo jednaka nesigurnosti za jednotrupni brod što znači da je generiran dovoljan broj ćelija.

**Tablica 7. Izračunati faktori forme jednotrupnog broda**

Mreža	Broj ćelija	$R_F, N$	$R_{VP}, N$	$1+k$
Gruba	594432	0,9084	0,0366	1,0402
Srednja	1217783	0,9169	0,0331	1,0360
Fina	2282895	0,9216	0,0346	1,0376

**Tablica 8. Verifikacija rezultata za simulaciju jednotrupnog broda**

Verifikacija rezultata	$R_F, N$	$R_{VP}, N$	$1+k$
$\varepsilon_{i,32}$	-0,0084	0,0035	0,0041
$\varepsilon_{i,21}$	-0,0047	-0,0015	-0,0015
$R_i$	0,5586	-0,4480	-0,3614
Tip konvergencije	monotona	oscilatorna	oscilatorna
$\overline{U_{SN}}$	0,808	4,991	0,199

**Tablica 9. Izračunati faktori forme trimaranske konfiguracije k1**

Mreža	Broj ćelija	$R_F, N$	$R_{VP}, N$	$1+k$
Gruba	903887	1,4390	0,0945	1,0657
Srednja	1847195	1,4530	0,0866	1,0596
Fina	3485865	1,4608	0,0874	1,0598

**Tablica 10. Verifikacija rezultata za simulaciju trimaranske konfiguracije k1**

Verifikacija rezultata	$R_F, N$	$R_{VP}, N$	$1+k$
$\varepsilon_{i,32}$	-0,0140	0,0079	0,0061
$\varepsilon_{i,21}$	-0,0079	-0,0008	-0,0002
$R_i$	0,5570	-0,1044	-0,0409
Tip konvergencije	monotona	oscilatorna	oscilatorna
$\overline{U_{SN}}$	0,838	4,54	0,287

### 5.1. Usporedba rezultata numeričke simulacije i provedenog eksperimenta

Kako je već rečeno u ovom radu je provedena numerička simulacija za izračun faktora forme za različite konfiguracije trimarana Wigley-eve serije C98-349 i za jednotrupni brod Wigley C87-267 (DINMA Trieste), čiji su faktori forme eksperimentalno određivani u bazenu za modelska ispitivanja Sveučilišta u Trstu [5]. Rezultati tog eksperimentalnog mjerenja korišteni su za validaciju numerički dobivenih rezultata. Usporedba rezultata numeričke simulacije i eksperimenata prikazana je u tablicama 11. i 12. Treba napomenuti kako je faktor forme  $k_{ITTC}$  dobiven kao omjer otpora viskoznog tlaka dobivenog numerički i otpora trenja izračunatog prema korelacijskoj liniji model-brod ITTC 1957.

**Tablica 11. Usporedba eksperimentalno i numerički dobivenih faktora forme [5]**

Konfiguracija	$1+k_{EKSP}$	$1+k_{ITTC}$	$1+k_{RDF}$	$RD_{EKSP} \%$	$RD_{ITTC} \%$
k <sub>MH</sub>	1,036	1,0171	1,03465	-0,13	1,72
k1	1,109	1,0288	1,08741	-1,95	5,70
k2	1,090	1,0311	1,09452	0,41	6,15
k3	1,094	1,0264	1,08015	-1,27	5,24
k4	1,059	1,0232	1,07058	1,09	4,63
k7	1,046	1,0214	1,06497	1,81	4,27

**Tablica 12. Usporedba izračunatih koeficijenata sile otpora trenja**

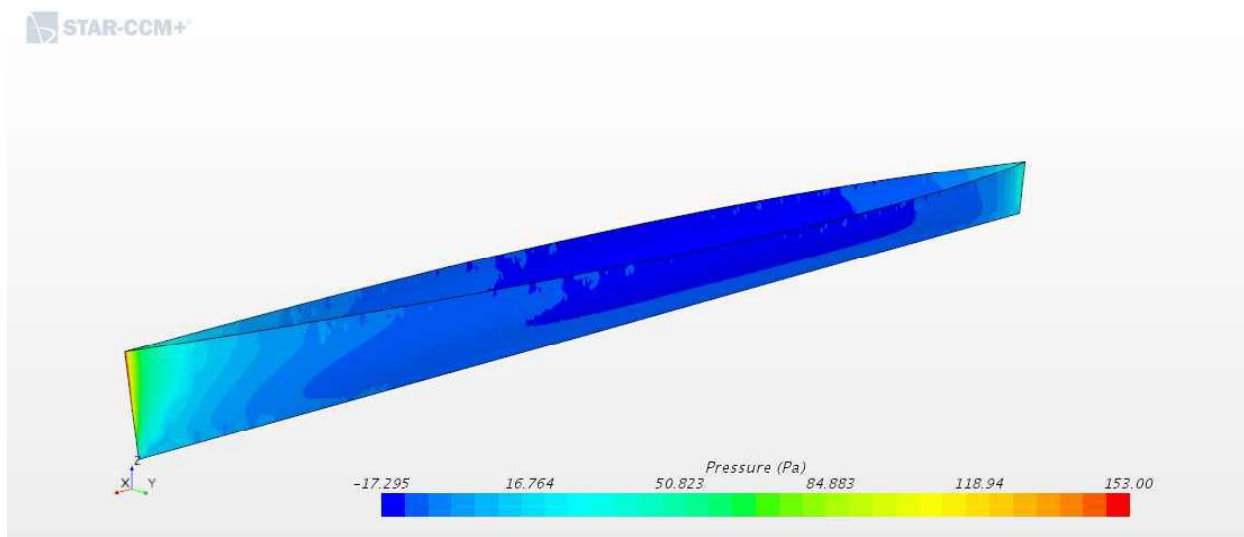
Konfiguracija	$C_{F_{ITTC}}$	$C_{F_{RDF}}$	$RD_{ITTC}, \%$
k <sub>MH</sub>	0,00426	0,00388	-9,01
k1	0,00426	0,00410	-3,85
k2	0,00426	0,00409	-3,93
k3	0,00426	0,00407	-4,49
k4	0,00426	0,00407	-4,48
k7	0,00426	0,00405	-4,79

## 5.2. Vizualizacija rezultata

Jedna od dodatnih mogućnosti koje nam pruža programski paket STAR-CCM+ je vizualizacija rezultata, odnosno fizikalnih veličina u domeni. Tako je u računalnom programu STAR-CCM+ moguće definirati prizore (*eng. scenes*) koji pokazuju polje neke fizikine veličine na odabranoj površini ili unutar domene. Također se može pratiti konvergenciju i brojčane vrijednosti rješenja u koracima iteracije na grafovima (*eng. plots*) [18].

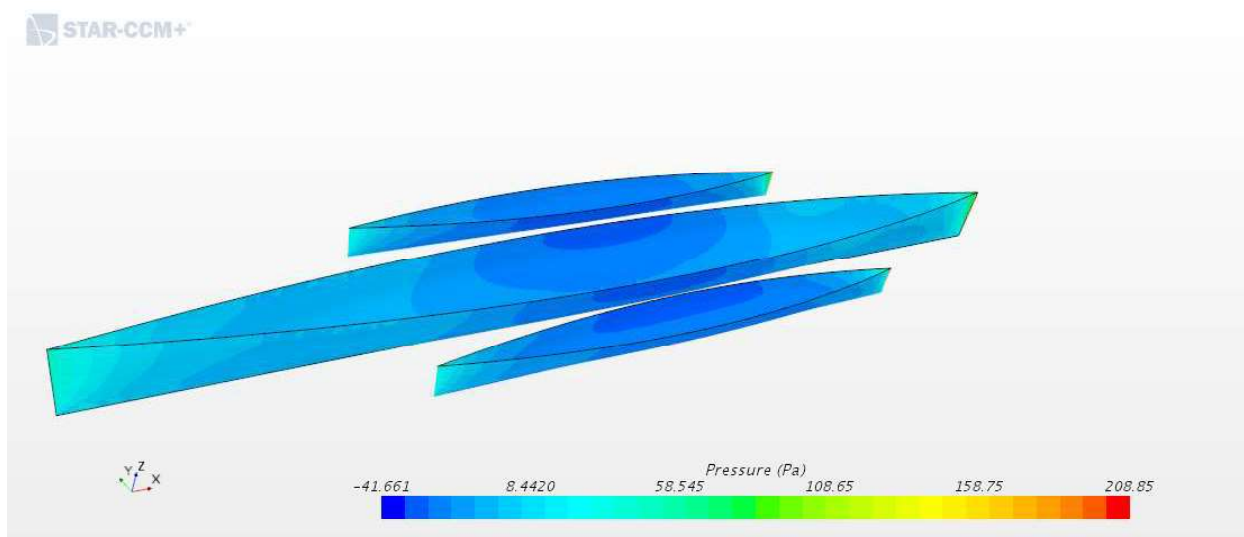
### 5.2.1. Prizori

Kako je u ovome radu provedena numerička simulacija za pokus udvojenog modela odnosno računao se faktor forme, a koji predstavlja omjer viskoznog otpora tlaka i otpora trenja, postavljeni su prizori raspodjele tlaka po oplakanoj površini trupa. Prikazana je raspodjela tlaka duž oplakane površine srednjeg trupa te trimaranskih konfiguracija k1, k2, k3, k4 i k7, slike 22.–27.

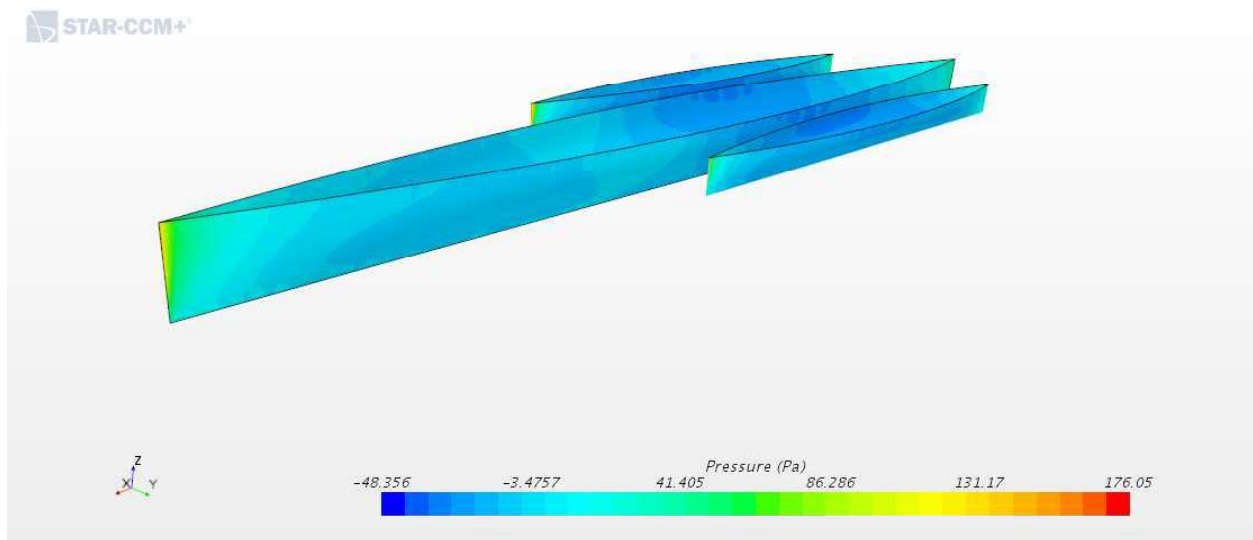


**Slika 22. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini jednotrupnog broda**

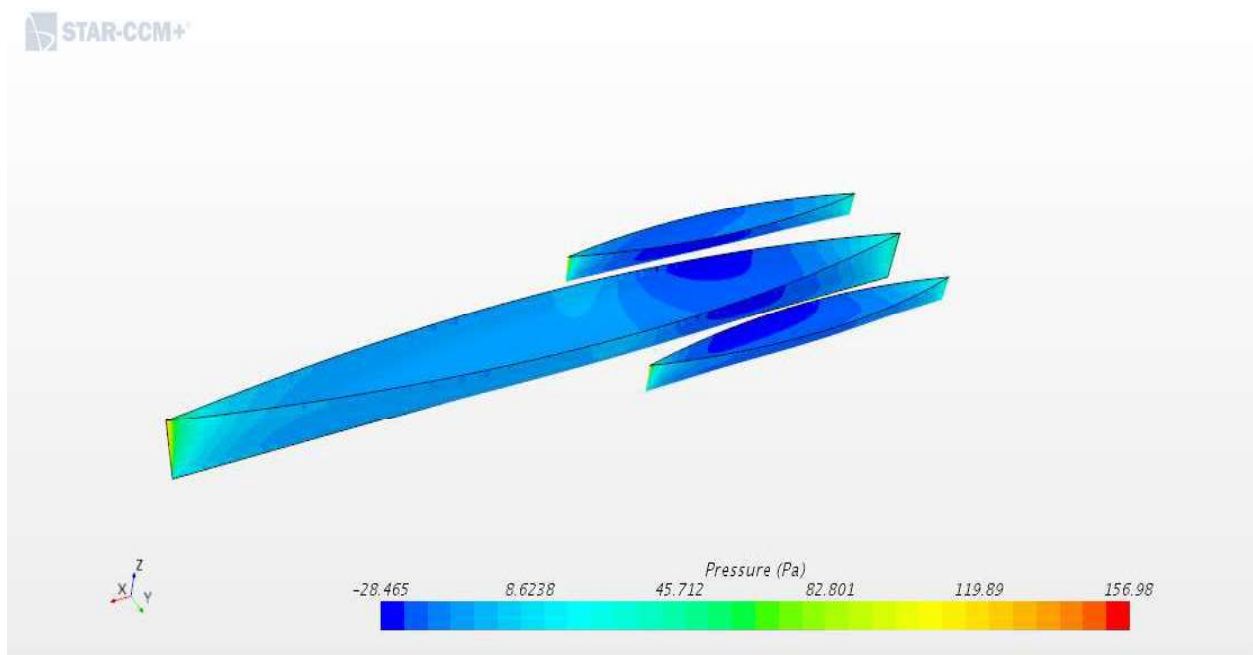
Može se uočiti kako na krmenom i pramčanom rubu forme prevladava pretlak što se moglo i očekivati, jer bi se na tim mjestima prema potencijalnoj teoriji strujanja nalazile točke zastoja. Također je očito kako se podtlak nalazi na samoj polovici duljine trupa, na mjestu maksimalne širine. Budući da se radi o simetričnoj paraboličnoj formi ovakva raspodjela tlaka je u skladu sa očekivanom. Strujanje oko trupa trimarana je promijenjeno u odnosu na jednotrupni brod, jer se stvara granični sloj oko srednjeg i bočnih trupova. Tako se u prostoru između srednjeg i bočnog trupa formira kanal strujanja, koji sužava prostor strujanju fluida što rezultira povećanom brzinom fluida odnosno smanjenim tlakom prema jednadžbi (45).



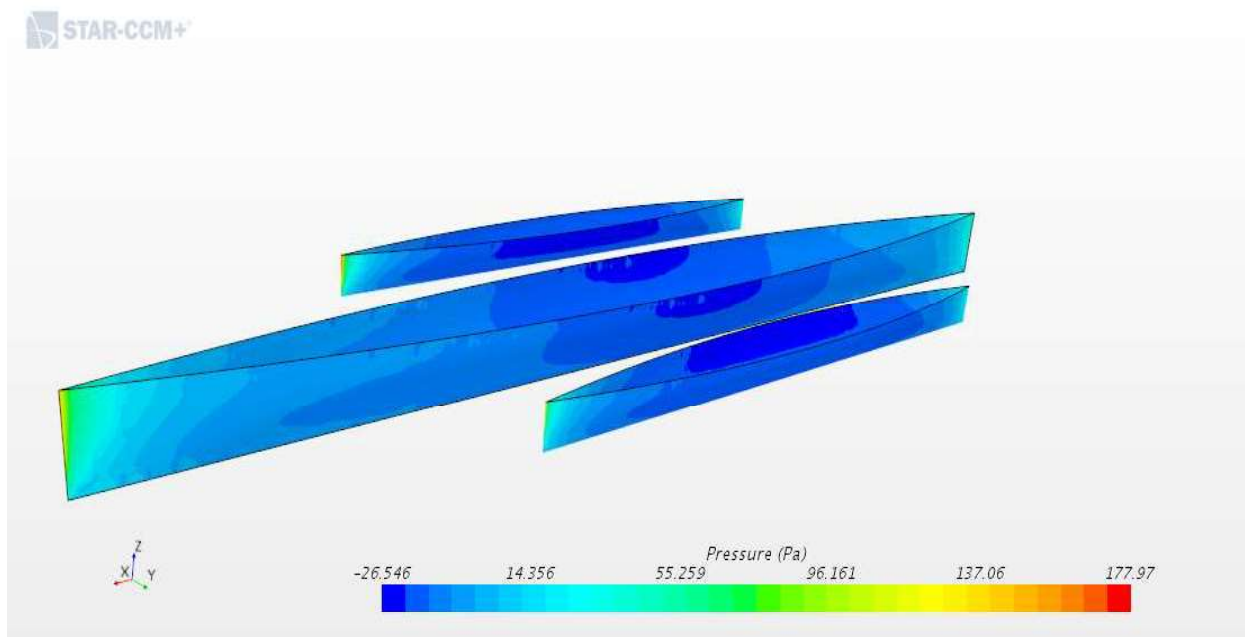
**Slika 23. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini trimaranske konfiguracije k1**



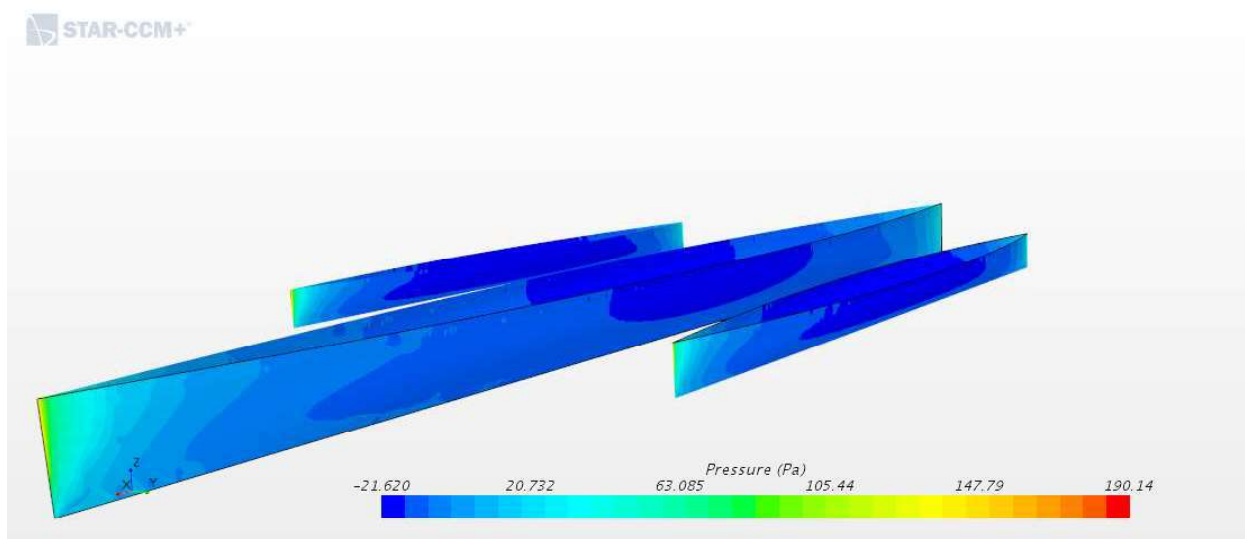
**Slika 24. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini trimaranske konfiguracije k2**



**Slika 25. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini trimaranske konfiguracije k3**



**Slika 26. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini trimaranske konfiguracije k4**

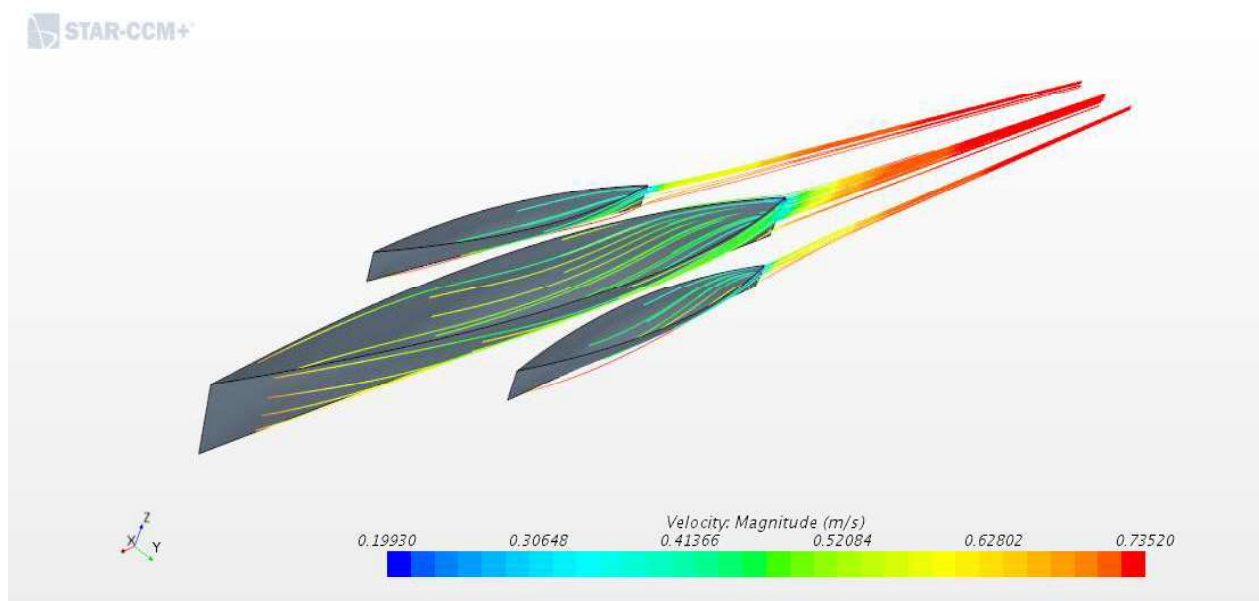


**Slika 27. Raspodjela tlaka po oplakanoj površini trimaranske konfiguracije k7**

Ako se usporede raspodjela tlaka na jednotrupnom brodu s ostalim trimaranskim konfiguracijama može se uočiti određena sličnost. Područja pretlaka i ovdje se mogu uočiti na krmenoj i pramčanoj okomici kod srednjeg i bočnih trupova. Međutim može se uočiti da se područje minimalnog tlaka odnosno podtlaka pomiče duž trupa i tlak mijenja iznos ovisno o položaju bočnih trupova. Ako se promotre trimaranske konfiguracije k1, k2 i k3 koje imaju jednaki bočni razmak, a različiti uzdužni položaj bočnih trupova može se uočiti kako se područje podtlaka pomiče zajedno sa bočnim trupovima prema krmenoj okomici srednjeg trupa. Apsolutni

iznos podtlaka gotovo je dvostruko veći kod trimaranske konfiguraciji k1 nego kod jednotrupnog broda. Trimaranska konfiguracija k2 pokazuje najveći apsolutni iznos podtlaka na području između srednjeg i bočnog trupa.

Na trimaranskoj konfiguraciji k3 područje podtlaka također prati poziciju bočnih trupova, međutim podtlak je nešto manji u odnosu na trimaranske konfiguracije k1 i k2. Nadalje trimaranske konfiguracije k4 i k7, koje imaju isti uzdužni položaj bočnih trupova, ali veći bočni razmak između trupova, pokazuju kako iznos podtlaka na polovici duljine trupa pada sa bočnim razmakom. Minimalni podtlak na konfiguraciji k7 je gotovo dvostruko manji u odnosu na minimalni podtlak na konfiguraciji k1. Još jedan detalj se može uočiti, a to je raspodjela tlaka na bočnim trupovima. Na slikama 23.-26. može se uočiti da je na konfiguracijama k1, k2, k3 i k4 polje tlaka nesimetrično na bočnim trupovima. S unutarne strane oplakane površine bočnih trupova podtlak je veći nego s vanjske strane. To se može opravdati već spomenutim suženim prostorom između bočnog i srednjeg trupa te formiranjem graničnog sloja na srednjem i bočnom trupu. Na trimaranskoj konfiguraciji k7 može se uočiti gotovo simetrična raspodjela tlaka s lijeve i desne strane bočnog trupa. Ovakvi rezultati ukazuju na znatan utjecaj viskozne interferencije. Na slici 28. prikazana je slika strujnica oko trimaranske konfiguracije k1 s izračunatim iznosima brzina duž strujnica.



**Slika 28. Slika strujnica oko trimaranske konfiguracije k1**

## 6. ZAKLJUČAK

Cilj završnog radu bio je odrediti utjecaj rasporeda trupova trimarana parabolične forme, Wigley-eve serije C98-349, na iznos faktora forme. Provedeno je ukupno deset numeričkih simulacija viskoznog strujanja oko udvojenog modela koristeći programski paket STAR-CCM+ za jednotrupni brod te za trimaranske konfiguracije k1, k2, k3, k4 i k7. Svaka numerička simulacija provedena je za Froudeov broj  $F_n=0,15$  i Reynoldsov broj  $R_n=1570861$ . Postavljen je matematički model temeljen na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim jednadžbama te modelu turbulencije  $k-\omega$  SST, koji su ugrađeni u programski paket STAR-CCM+. Provedena je validacija rezultata faktora forme s eksperimentalno dobivenim rezultatima [5]. Pokazano je kako trimaranske konfiguracije s najmanjim bočnim razmakom između trupova k1, k2 i k3 imaju veći iznos sila viskoznog otpora  $R_V$  i veće faktore forme  $1+k$  u odnosu na trimaranske konfiguracije k4 i k7, koje imaju veći poprečni razmak bočnih trupova što odgovara i eksperimentalno dobivenim rezultatima. Nadalje trimaranska konfiguracija k7, koja ima najveći poprečni razmak bočnih trupova, ima najmanji faktor forme u odnosu na ostale trimaranske konfiguracije, što je također pokazano eksperimentom. Uvidom u polje tlaka na oplakanoj površini bočnih trupova, može se primijetiti da konfiguracija k7 ima gotovo simetričnu raspodjelu tlaka na bočnim trupovima za razliku od ostalih konfiguracija. Na temelju dobivenih rezultata i usporedbe s eksperimentom može se zaključiti kako je iznos faktora forme manji kod trimaranskih konfiguracija s većim poprečnim razmakom bočnih trupova. Isto tako faktor forme jednotrupnog broda je manji u odnosu na bilo koju trimaransku konfiguraciju, što ukazuje na utjecaj viskozne interferencije na faktor forme. Može se zaključiti kako se računalna dinamika fluida (RDF) pokazala kao dobar alat za predviđanje faktora forme.



**LITERATURA**

- [1] De Marco, C., La Rosa, A.: *Resistance Analysis for a Trimaran*, International Journal of Environmental and Ecological Engineering, 2014., 8(1), pp. 7-15.
- [2] Hwan Son, C.: *CFD Investigation of Resistance of High-Speed Trimaran Hull Forms*, University of Ulsan in South Korea, 2001.
- [3] Gamulin, A.: *Otpor i propulzija broda*, interna skripta, FSB, Zagreb, 1997.
- [4] Virag, Z., Džijan, I.: *Računalna dinamika fluida*, skripta - predavanja, FSB, Zagreb, 2014.
- [5] Degiuli, N.: *Eksperimentalno određivanje otpora valova serije Wigley-evih trimarana 2001.*, doktorska disertacija, FSB, Zagreb
- [6] Deng R., Huang De-bo, Zhou Guang-li, Sun Hua-wei: *Investigation on Some Factors Effecting Ship Resistance Calculation with CFD Code FLUENT*, Journal of Ship Mechanics, 2013., 17(6), pp. 616-624.
- [7] Jiang, Y., Sun, H., Zou, J., Hu, A., Yang, J.: *Analysis of tunnel hydrodynamic characteristics for planing trimaran by model tests and numerical simulations*, Ocean Engineering, 2016., 113, pp. 101-110.
- [8] Zong, Z., Hong, Z., Wang, Y., Hefazid, H.: *Hull form optimization of trimaran using self-blending method*, Applied Ocean Research, 2018., 80, pp. 240–247.
- [9] Poundraa, G.A.P., Utama, I.K.A.P., Hardianto, D., Suwasono, B. *Optimizing Trimaran Yacht Hull Configuration Based on Resistance and Seakeeping Criteria*, Procedia Engineering, 2017., 194, pp. 112 – 119.
- [10] Wu, C., Zhou, D., Gao, L., Quan-ming Miao: *CFD computation of ship motions and added resistance for a high speed trimaran in regular head waves*, International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, 2011., 3, pp. 105-110.
- [11] Hafez, K.A., El-Kot, A.A.: *Comparative investigation of the stagger variation influence on the hydrodynamic interference of high speed trimaran*, Alexandria Engineering Journal, 2012., 51, pp. 153–169.
- [12] Naz, N., Karim, M.: *Investigation of Hydrodynamic Characteristics of High Speed Multihull Vessels including Shallow Water Effect*, Procedia Engineering, 2017., 194, pp. 51 – 58.
- [13] Javanmardi, M.R., Jahanbakhsh, E., Seif, M.S., Sayyaadi, H.: *Hydrodynamic Analysis of Trimaran Vessels*, Polish Maritime Research, 2008., 15, pp. 11-18.

- [14] Degiuli, N., Werner, A., Zotti, I.: *An Experimental Investigation into the Resistance Components of Trimaran Configurations*, International Conference on Fast Sea Transportation  
FAST'2005, June 2005, St. Petersburg, Russia.
- [15] Farkas, A., Degiuli, N., Martić, I.: *Numerical investigation into the interaction of resistance components for a series 60 catamaran*, Ocean Engineering, 2017., 146, pp. 151-169.
- [16] Degiuli N., Werner A., *Mehanika fluida IB*, podloge za nastavu,  
<http://eucenje.fsb.hr/course/view.php?id=819>.
- [17] Werner, A., Degiuli, N., *Mehanika fluida IIB*, podloge za nastavu,  
<http://eucenje.fsb.hr/course/view.php?id=820>.
- [18] STAR-CCM+, User Guide.
- [19] Degiuli, N., *Otpor i propulzija broda*, podloge za nastavu,  
<http://eucenje.fsb.hr/course/view.php?id=821>.
- [20] ITTC-Recommended Procedures and Guidelines, 2011.
- [21] Tezdogan, T., Demirel, Y.K., Kellett, P., Khorasanchi M., Incecik, A., Turan, O.: *Full-scale unsteady RANS CFD simulations of ship behaviour and performance in head seas due to slow steaming*, Ocean Engineering, 2015., 97, pp. 186-206.
- [22] ITTC, *Uncertainty Analysis in CFD Verification and Validation Methodology and Procedures*, 2011.
- [23] Grubišić I., *Geometrija broda*, digitalni udžbenik, <https://www.fsb.unizg.hr/geometrija.broda/>.

**PRILOZI**

CD-R disk