

# Proračun opterećenja disekcije torakalne aorte

---

**Pešorda, Filip**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:161292>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-15**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Filip Pešorda**

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentor:

Prof. dr. sc. Igor Karšaj, dipl. ing.

Student:

Filip Pešorda

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svome mentoru.

Filip Pešorda.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Filip Pešorda** Mat. br.: 0035190382

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Proračun opterećenja disekcije torakalne aorte**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of dissection in thoracic aorta**

Opis zadatka:

Disekcija aorte karakterizirana je stvaranjem lažnog lumena, koji je od pravog lumena odvojen intimom i dijelom medije. Disekcije se klasificiraju kao tip A (uzlazna aorta) i tip B (koji zahvaća uglavnom silaznu torakalnu aortu). Tip A i komplicirane aortne disekcije tipa B liječe se kirurški. S druge strane pokazalo se da operacija nekomplikiranih disekcija tipa B ne poboljšava preživljavanje pacijenata unutar dvije godine nakon operacije te se nekomplikirane disekcije obično samo slikovno prate svakih šest mjeseci. Stoga su numerički modeli i proračuni nekomplikiranih disekcija tipa B važni i mogu se koristiti pri procjeni hoće li nekomplikirana disekcija postati komplicirana te se na taj način pomoglo liječnicima pri odluci o daljnjoj terapiji.

U okviru ovog diplomskog rada potrebno je odrediti opterećenja (raspodjele tlaka i posmičnog naprezanja) na stijenku aorte unutar pravog i lažnog lumena u slučaju nekomplikirane disekcije tipa B. Potrebno je parametarski ispitati utjecaj različitih veličina i položaja ulaza i izlaza lažnog lumena na opterećenje stijenke. Proračunom je potrebno uzeti u obzir utjecaj strujanja krvi na deformabilnu stijenku.

Dodatne informacije i nacrti dostupni su prema potrebi.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

2. svibnja 2019.

Zadatak zadao:

Izv.prof.dr.sc. Igor Karšaj

Datum predaje rada:

4. srpnja 2019.

Predviđeni datum obrane:

10., 11. i 12. srpnja 2019.

Predsjednica Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS OZNAKA .....	VI
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. UVOD.....	1
2. MEDICINSKA POZADINA.....	2
2.1. Krvožilni sustav .....	2
2.2. Aorta.....	3
2.3. Disekcija aorte.....	5
3. TEORIJSKA PODLOGA.....	7
3.1. Mehanika kontinuuma.....	7
3.1.1. Kinematika kontinuuma.....	7
3.1.2. Tenzori naprežanja.....	9
3.1.3. Elastično ponašanje materijalnih modela u mehanici kontinuuma.....	11
3.2. Mehanika fluida .....	12
3.2.1. Zakon očuvanja mase.....	12
3.2.2. Zakon očuvanja količine gibanja .....	13
3.2.3. Zakon očuvanja energije .....	14
3.2.4. Klasifikacija strujanja .....	15
3.2.4.1. Stlačivo/nestlačivo .....	15
3.2.4.2. Laminarno/turbulentno .....	15
3.2.5. Newtonovski i nenwtonovski fluidi .....	16
3.3. Problem međudjelovanja deformabilnog tijela i fluida.....	17
4. METODA KONAČNIH ELEMENATA I ABAQUS.....	18
4.1. Metoda konačnih elemenata.....	18
4.2. Programski paket <i>Abaqus</i> .....	18
4.2.1. Korišteni konačni elemeneti .....	19
5. PROVEDENE SIMULACIJE .....	21

---

5.1. Simulacija strujanja krvi kroz zdravu aortu .....	21
5.1.1. Geometrija modela .....	21
5.1.2. Materijalni model .....	22
5.1.3. Prostorna diskretizacija .....	22
5.1.4. Vremenska diskretizacija .....	23
5.1.5. Rubni uvjeti .....	23
5.1.6. Rezultati .....	26
5.2. Simulacija disekcije aorte .....	31
5.2.1. Geometrija modela .....	31
5.2.2. Materijalni model .....	31
5.2.3. Prostorna diskretizacija .....	32
5.2.4. Vremenska diskretizacija .....	33
5.2.4. Rubni uvjeti .....	33
5.2.4.1. Rubni uvjeti za domenu deformabilnog tijela .....	33
5.2.4.2. Rubni uvjeti za domenu fluida .....	34
5.2.5. Rezultati za referentni slučaj .....	37
5.2.6. Prvi slučaj .....	41
5.2.7. Drugi slučaj .....	42
5.2.8. Treći slučaj .....	43
5.2.9. Četvrti slučaj .....	44
5.2.10. Usporedba rezultata za sve slučajeve nametnutih rubnih uvjeta .....	45
6. ZAKLJUČAK .....	48
LITERATURA .....	49
PRILOZI .....	51

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Krvožilni sustav, preuzeto s [4].....	3
Slika 2.	Dijelovi aorte (lijevo, preuzeta iz [5]); dijelovi stijenke arterije (desno, preuzeto iz [6]).....	4
Slika 3.	Klasifikacija disekcije aorte[8].....	6
Slika 4.	Referentna/početna i trenutna/prostorna konfiguracija .....	8
Slika 5.	Vektori naprezanja u referentnoj i trenutnoj konfiguraciji[9].....	10
Slika 6.	Newtonovski i nenewtonovski fluidi.....	16
Slika 7.	Domena fluida i domena deformabilnog tijela.....	17
Slika 8.	FC3D8 i C3D8H element[11] .....	19
Slika 9.	Geometrija modela fluida i stijenke .....	21
Slika 10.	Prostorna diskretizacija modela za slučaj: A)Domene fluida B) Domene deformabilnog tijela .....	23
Slika 11.	Definiranje površina modela fluida (A) te stijenke aorte (B).....	24
Slika 12.	Raspodjela posmičnih naprezanja po duljini za simulaciju s deformabilnom stijenkou u različitim vremenskim trenucima .....	26
Slika 13.	Raspodjela posmičnih naprezanja po duljini za simulaciju s krutom stijenkou u različitim vremenskim trenucima.....	27
Slika 14.	Usporedba raspodjele posmičnih naprezanja po duljini za simulaciju s krutom i deformabilnom cijevi za trenutak $t=0,4s$ .....	27
Slika 15.	Usporedba posmičnih naprezanja za krutu i deformabilnu stijenu za različite vremenske trenutke.....	28
Slika 16.	Usporedba tlaka na ulazu domene za slučaj krute i deformabilne stijene.....	28
Slika 17.	Raspodjela tlaka po duljini žile za krajnji trenutak simulacije: A) Kruta stijenska B) Deformabilna stijenska .....	29
Slika 18.	Raspodjela brzina za krajnji trenutak simulacije: A) Kruta stijenska B) Deformabilna stijenska .....	29
Slika 19.	Raspodjela posmičnog naprezanja za krajnji trenutak simulacije: A) Kruta stijenska B) Deformabilna stijenska .....	30
Slika 20.	Geometrija domene fluida (A) i domene deformabilne stijene (B).....	31
Slika 21.	Prostorna diskretizacija modela.....	32



Slika 22.	Rubni uvjeti simetrije za deformabilne stijenske.....	33
Slika 23.	Rubni uvjet simetrije za strujanje.....	34
Slika 24.	Rubni uvjeti simetrije za domene fluida.....	35
Slika 25.	Interakcija fluida i deformabilne stijenske.....	35
Slika 26.	Ulazna i izlazna površina domene strujanja fluida.....	35
Slika 27.	Maksimalno posmično naprezanje za vanjsku domenu fluida za drugi slučaj: A) Unutarnja površina B) Vanjska površina.....	37
Slika 28.	Maksimalno posmično naprezanje za unutarnju domenu fluida za referentni slučaj.....	38
Slika 29.	Maksimalni tlak za domenu strujanja fluida za referentni slučaj.....	38
Slika 30.	Divergencija rješenja.....	39
Slika 31.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za referentni slučaj.....	39
Slika 32.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za referentni slučaj.....	40
Slika 33.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za prvi slučaj....	41
Slika 34.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za prvi slučaj.....	41
Slika 35.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za drugi slučaj..	42
Slika 36.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za drugi slučaj.....	42
Slika 37.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za treći slučaj ...	43
Slika 38.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za treći slučaj.....	43
Slika 39.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za četvrti slučaj	44
Slika 40.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za četvrti slučaj ...	44
Slika 41.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za sve slučajeve za $t=0,06s$ .....	45
Slika 42.	Posmično naprezanje za jedan element unutarnje domene za različite vremenske trenutke.....	46
Slika 43.	Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za sve slučajeve za $t=0,06s$ .....	46
Slika 44.	Raspodjela posmičnog naprezanja za jedan element vanjske domene za sve slučajeve.....	47
Slika 45.	Tlakovi na ulaznoj površini unutarnje domene fluida.....	47

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Klasifikacija disekcije aorte .....	6
Tablica 2. Materijalni model domene fluida .....	22
Tablica 3. Materijalni model domene deformabilnog tijela za deformabilnu stijenku .....	22
Tablica 4. Broj konačnih elemenata za diskretizaciju pojedine domene .....	23
Tablica 5. Rubni uvjeti za domenu fluida u simulaciji interakcije fluida i deformabilne stijenke.....	24
Tablica 6. Rubni uvjeti za domenu fluida u simulaciji s krutom stijenkom.....	25
Tablica 7. Rubni uvjeti za domenu fluida u simulaciji interakcije fluida i deformabilne stijenke.....	25
Tablica 8. Tablica rubnih uvjeta za domenu deformabilnog tijela.....	26
Tablica 9. Materijalni model domene fluida .....	32
Tablica 10. Materijalni model unutarnje domene deformabilnog tijela.....	32
Tablica 11. Rubni uvjet za unutarnju domenu proračuna .....	36
Tablica 12. Rubni uvjet za vanjsku domenu proračuna .....	36
Tablica 13. Variranje ulaznih brzina .....	37
Tablica 14. Legende na dijagramima .....	45

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Opis
<b>b</b>	Lijevi Cauchy-Greenov tenzor
<b>C</b>	Desni Cauchy-Greenov tenzor
$C_{10}$	Materijalna konstanta
<b>D</b>	Tenzor elastičnosti
$D_1$	Materijalna konstanta
<b>F</b>	Tenzor gradijenta deformiranja
<b>f</b>	Vektor masene gustoće
$I_1$	Prva invarijanta desnog Cauchy-Greenovog tenzora
<b>J</b>	Jacobijanova determinanta
<b>n</b>	Vektor normale
<b>P</b>	Prvi Piola-Kirchhoffov vektor napreznja
<b>p</b>	Tlak
<b>Q</b>	Protok
<b>Re</b>	Reynoldsov broj
<b>S</b>	Površina
<b>S</b>	Drugi Piola-Kirchhoffov vektor napreznja
<b>T</b>	Prvi Piola-Kirchhoffov vektor napreznja
<b>t</b>	Vrijeme
<b>U</b>	Pomak čestice
<b>u</b>	Pomak
<b>v</b>	Brzina
<b>W</b>	Energija deformiranja
<b>x</b>	Gibanje po prostornim koordinatama
<b>X</b>	Gibanje po materijalnim koordinatama
<b>x</b>	Karakteristična duljina
$\beta(t)$	Prostorna konfiguracija tijela
$\beta_0$	Referentna ili materijalna konfiguracija
$\delta$	Kroneckerov delta
$\mu$	Dinamička viskoznost
$\mu_v$	Volumenska viskoznost

---

$\rho$	Gustoća
$\boldsymbol{\sigma}$	Cauchyjev tenzor naprezanja
$\sigma$	Tenzor naprezanja
$\Sigma$	Dio totalnog tenzora naprezanja koji se pojavljuje uslijed djelovanja viskoznih sila
$\nu$	Kinematička viskoznost
$\Omega_f$	Domena fluida
$\Omega_s$	Domena deformabilnog tijela
$\Gamma_i$	Granica domena

## SAŽETAK

U radu su opisana temeljna znanja iz područja medicine i mehanike kontinuuma potrebna za razumijevanje napravljenog u sklopu ovog rada.

Za numeričku analizu korišten je i opisan programski paket za metodu konačnih elemenata *Abaqus*.

Kreiran je model zdrave aorte. Za zdravu aortu provedena je simulacija u kojoj se stijenka krvne žile smatra apsolutno krutom i u kojoj se stijenka smatra deformabilnom. Rješenja dobivena u simulaciji s krutom stijenkom uspoređena su s onim dobivenim za deformabilnu stijenku.

Potom je izrađen model disekcije aorte te je definiran i opisan referentni slučaj. Rezultati dobiveni za referentni slučaj poslužili su pri definiranju ostala četiri slučaja za koje su provedene simulacije. Za sve slučajeve prikazani su rezultati za posmična naprezanja po duljini stijenke aorte. Na osnovu dobivenih rezultata izvedeni su zaključci. Utvrđeno je da se povećanjem ulazne brzine u lažni lumen posmična naprezanja po duljini vanjskog dijela stijenke pravog lumena povećavaju, dok se za unutarnji dio stijenke smanjuju.

Ključne riječi: *Abaqus*, kruta stijenka, deformabilna stijenka, zdrava aorta, disekcija aorte

## SUMMARY

Basic theory in the areas of medicine and continuum mechanics needed for the understanding of this paper is explained in the beginning of the paper.

*Abaqus*, finite element analysis software, that was used for numerical analysis is explained in this paper as well.

Model of a healthy aorta was created. This model was used for a simulation in which wall of the aorta is considered to be absolutely rigid and a simulation in which wall of the aorta is considered to be deformable. Results of these simulations were compared to each other.

Furthermore, model of the dissection of aorta was created and reference case was defined as well as described. Results of the reference case were used in defining other four cases for which the simulations were performed. Results of wall shear along the length of aorta wall were shown for all cases. Conclusions were made on the basis of results. It was determined that with the increase of entry speed in false lumen, wall shear along the length of the outer part of the real lumen is increased, while it is decreased along the inner part of the wall.

Key words: *Abaqus*, rigid wall, deformable wall, healthy aorta, dissection of aorta

## 1. UVOD

Ljudski organizam sastoji se od raznovrsnih stanica, tkiva i organa čijom međusobnom interakcijom život kao takav biva moguć. Za potpuno razumijevanje svih bioloških, kemijskih i fizikalnih procesa koji se odvijaju u jednom živom organizmu potrebna je suradnja više znanstvenih disciplina. Biomehanika, kao interdisciplinarna znanstvena disciplina objašnjava upravo te procese primjenjujući spoznaje iz klasične mehanike, mehanike deformabilnih tijela, mehanike fluida, numeričke matematike, itd.

U ovom radu primjenjuje se mehanika kontinuuma za analizu disekcije aorte te izrađuju odgovarajući modeli strujanja fluida u zdravoj aorti i strujanja fluida kroz disekciju aorte prema podacima zadanim u diplomskom zadatku. Teorijsku podlogu rada čine temeljne mehanika fluida i mehanika deformabilnog tijela. Temeljna metoda korištena u radu jest metoda konačnih elemenata. Metoda konačnih elemenata jedna je od najzastupljenijih numeričkih metoda u inženjerskoj praksi. Ova metoda se temelji na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma.

U okviru ovog rada modelirana je zdrava aorta i disekcija aorte. Za modele su izvršene simulacije te su prikazani rezultati.

Za rješavanje i modeliranje korišten je programski paket *Abaqus*. To je programski paket za analizu konačnim elementima i računalom potpomognuto inženjerstvo (eng. *computer aided engineering*, CAE).

## 2. MEDICINSKA POZADINA

U okviru ovog poglavlja prikazana su temeljna medicinska znanja za razumijevanje problema disekcije aorte.

### 2.1. Krvožilni sustav

Krvožilni sustav prikazan na Slika 1 omogućuje cirkulaciju krvi u ljudskom organizmu, sačinjavaju ga srce, krvne žile i krv. Krvožilni sustav možemo podijeliti na sistemnu cirkulaciju i plućnu cirkulaciju. Sistemna cirkulacija obuhvaća transport krvi od srca do perifernih tkiva i nazad opet do srca. Krv koja se vrati sa periferije u srce ulazi u plućnu cirkulaciju gdje se obogaćuje kisikom i takva krv bogata kisikom se vraća u srce. Iz srca ponovno odlazi u sistemsku cirkulaciju.

Funkcija krvožilnog sustava je opskrba tkiva kisikom i hranjivim tvarima, kao i odnošenje otpadnih proizvoda te prijenos hormona iz jednoga dijela tijela u drugi.

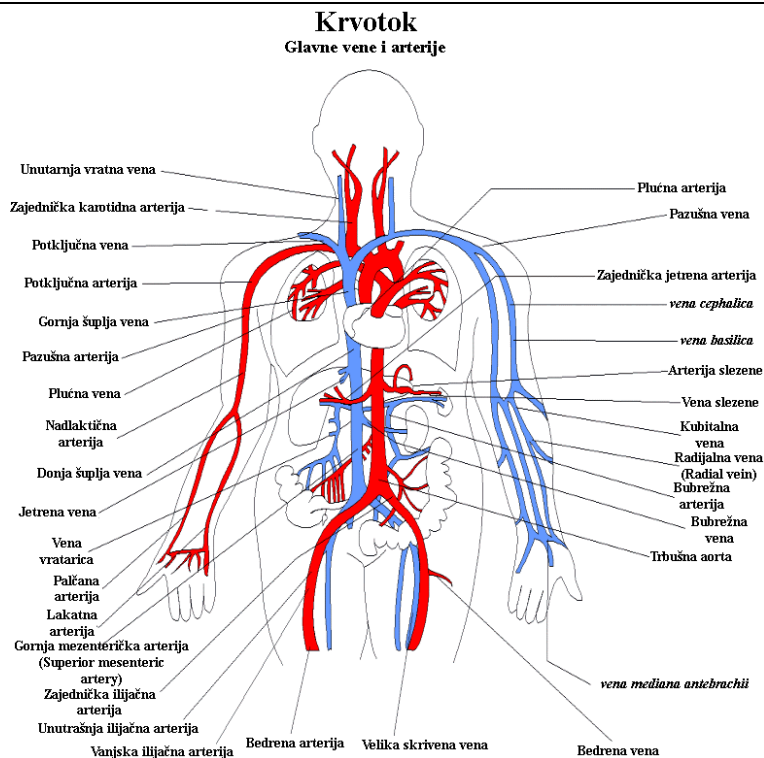
Srce je mišićna crpka koja pumpa krv te na taj način omogućava djelovanje cijelog krvotoka koje se očituje u dostatnom protoku krvi kroz tkiva.

Krv je fluid koji služi za transport hranjivih tvari i kisika cijelim tijelom, sastoji se od krvnih stanica (eritrocita, trombocita, leukocita) koje se nalaze u plazmi. Plazma je većim dijelom voda, a osim krvnih stanica sadrži proteine, hormone, glukozu i ugljikov dioksid. Krvne žile su strukture u obliku cijevi koje se mogu podijeliti na arterije, vene i kapilare. Arterije su krvne žile koje pod visokim tlakom odvedu krv bogatu hranjivim tvarima i kisikom iz srca i dovode ju u tkiva. Zbog toga imaju čvršće stijenke, a krv kroz njih protječe velikom brzinom.

S druge pak strane, vene deoksigeniranu krv transportiraju iz tkiva nazad prema srcu. Kako je tlak u venskom sustavu vrlo nizak, venske su stijenke tanke, no ipak s dovoljno mišićnih stanica koje omogućuju njihovo stezanje i širenje. Zbog ovih svojstva djeluju kao glavni spremnik viška krvi u cirkulaciji.

Kapilare su krvne žile najmanjeg promjera (5-10  $\mu\text{m}$ ) čija se uloga očituje u izmjeni hranjivih tvari, elektrolita, tekućine i hormona između krvi i tkiva. Stijenke kapilara su vrlo tanke i sadrže brojne sitne kapilarne pore kroz koje se može odigravati izmjena tvari.





Slika 1. Krvožilni sustav, preuzeto s [4]

## 2.2. Aorta

Aorta je najveća arterija u ljudskom tijelu. Dijelovi aorte od srca prema ilijačnim arterijama su: uzlazna aorta, luk aorte, torakalna aorta i abdominalna aorta te su prikazani na Slika 2. Uzlazna aorta (lat. *aorta ascendens*) počinje unutar osrčja proširenjem u razini zalistaka aortalnog ušća i proteže se do netom ispod odvajanja brahiocefalične arterije. Luk aorte je struktura konveksna prema gore koja daje ogranke za krvnu opskrbu gornjih udova, vrata i glave. Nastavlja se na uzlaznu aortu te doseže do iza lijevog glavnog bronha gdje se prelazi u torakalni dio silazne aorte. Izlaskom iz ošita silazna aorta (lat. *aorta descendens*) svoj tijek nastavlja kao abdominalna aorta te završava račvanjem na dvije ilijačne arterije, desnu i lijevu, koje krvlju opskrbljuju donje udove.

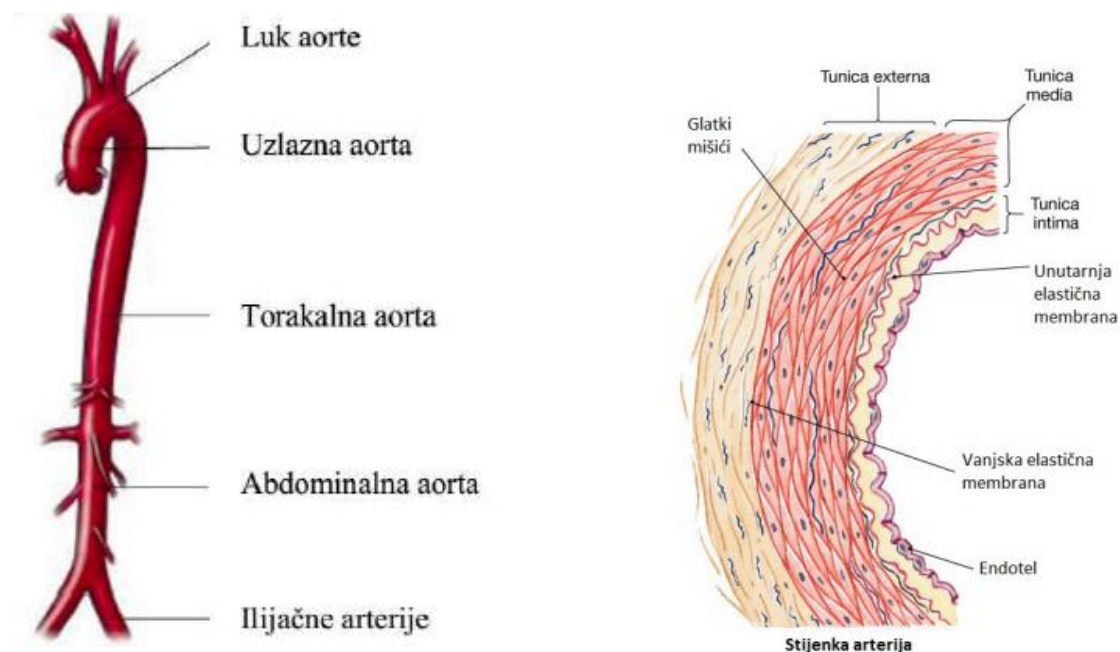
Arterije u ljudskog tijela dijelimo na tri tipa prema njihovoj veličini i strukturi: velike - elastične arterije, srednje velike - mišićne arterije i arteriole.

Stijenka elastične arterije, pa tako i aorte sačinjena je od tri sloja: intime, medije i adventicije. Intima je unutarnji sloj arterije sačinjen od endotelnih stanica koje prekrivaju subendotelni sloj izgrađen od vezivnog tkiva. Intimu od medije odvaja unutrašnja elastična membrana.

Membrana je izgrađena od elastina i otvora za prolaz tvari što su smještene duboko u stijenci žile.

Medija se nalazi između adventicije i intime, pretežno se sastoji od niza koncentrično poredanih, diskontinuiranih elastičnih lamela, čiji se broj povećava s godinama. Glatke mišićne stanice i retikulinska vlakna su smješteni između elastičnih lamela. Slojevi elastičnih lamela ublažavaju velike promjene tlaka tijekom srčanog ciklusa. Za vrijeme sistole (kontrakcije srčanih klijetki), elastične lamele aorte se rastežu i smanjuju porast tlaka. Za vrijeme diastole (opuštanje srčanih klijetki) tlak u aorti pada na vrlo nisku razinu, ali elastični povrat stjenke pomaže kod održavanja tlaka. Posljedica ovih procesa je da arterijski tlak i brzina protoka krvi na periferiji padaju i postaju jednoličniji.

Adventicija je vanjski sloj arterije koji se sastoji od kolagenih vlakana tipa I i elastičnih vlakana, postepeno prelazi u okolno vezivno tkivo organa kroz koji žila prolazi. Limfne žile i hranidbene arterije se također mogu naći u adventiciji.



**Slika 2.** Dijelovi aorte (lijevo, preuzeta iz [5]); dijelovi stijenke arterije (desno, preuzeto iz [6])

## 2.3. Disekcija aorte

Disekcija aorte je bolest koju karakterizira prodor krvi između slojeva stijenke i stvaranje lažnog lumena, a rupturom aorte često nastaje smrtonosno krvarenje. Disekcija aorte najčešće nastaje kao posljedica dugotrajne arterijske hipertenzije i ateroskleroze. Pojavljuje se i u sklopu nasljednih poremećaja vezivnog tkiva koji dovode do slabljenja aortalne stijenke.

Hemodinamičke osobine kardiovaskularnog sustava izlažu aortu značajnim traumatskim silama. Sistolički aortalni tlak ovisi o vaskularnom otporu, udarnom volumenu srca i popustljivosti aorte. Tijekom sistole krv dolazi u aortu i u njoj se povisuje tlak. Aorta se pod utjecajem povećanog tlaka proširuje zahvaljujući elastičnim svojstvima medije aorte. U dijastoli se tlak unutar aorte snižava uz održan anterogradni protok krvi.

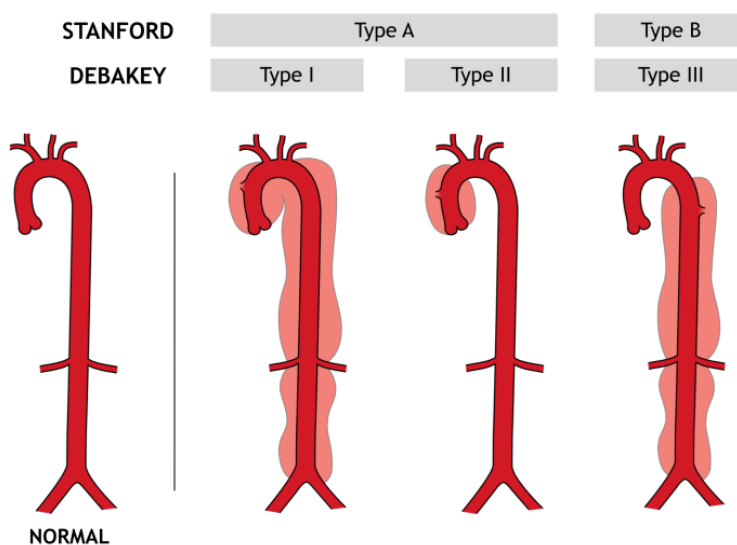
Starenjem aorta gubi elastičnost i postaje osjetljivija na pulsne promjene krvnoga tlaka. Degeneracija medije aorte smatra se glavnim procesom u razvoju aortalne disekcije. Starenjem aorte dolazi do fragmentacije elastina i povećanja omjera mase kolagena i elastina, čime se povećava krutost stijenke. Nadalje, ateroskleroza uzrokuje atrofiju medije, odnosno odumiranje mišićnih stanica koje također pridonose elastičnosti aorte. Ovakav progresivan gubitak elastičnosti rezultira povećanim naprezanjem unutar stijenke aorte, a time i što povećanom mogućnošću nastanka disekcije. Proces razvoja disekcije se još dodatno ubrzava hipertenzijom, doknasljedni poremećaji vezivnog tkiva također zahvaćaju dijelove medije, što aortu čini sklonom pucanju.

Disekcija najčešće započinje sa razdorom intime. Razdor je obično koso ili uzdužno položen, a krv ulazi kroz defekt šireći se na granici vanjske i srednje trećine medije. Na taj način unutar medije nastaje novi lumen. Razdor se može širiti proksimalno prema srcu, katkad čak u koronarne arterije i rupturirati u perikardnu šupljinu. Distalnim širenjem može doprijeti sve do ilijačnih arterija. U distalnom dijelu disecirane aorte može nastati novi razdor kojim se krv vraća u lumen što se naziva dvocijevnom aortom. Disekcija se može proširiti u manje ogranke aorte i dovesti do kolapsa slojeva stijenke uzrokujući opstrukciju dotične krvne žile.

Postoje tri klasifikacije disekcije aorte: Stanfordova, DeBakeyeva i anatomska klasifikacija, [7]. Tablica 1 i Slika 3 prikazuju veze između tipova disekcija.

Tablica 1. Klasifikacija disekcije aorte

KLASIFIKACIJA		
STANFORD	DEBAKEY	ANATOMSKA
Tip A	Tip I Tip II	Proksimalni tip (tip I, tip II, tip A)
Tip B	Tip III	Distalni tip (tip III, tip B)



Slika 3. Klasifikacija disekcije aorte[8]

Debakeyev sustav razlikuje disekcije koje počinju u uzlaznoj aorti i šire se najmanje do luka aorte i dalje (tip I); one koje počinju i ograničene su na uzlaznu aortu (tip II) i one koje počinju u silaznoj prsnoj aorti šireći se distalno ili proksimalno (tip III).

Prema Stanfordovoj klasifikaciji, tip A zahvaća uzlaznu, dok klasifikacija tipa B zahvaća samo silaznu aortu. Iako disekcija može započeti bilo gdje uzduž aorte, najčešće se događa u proksimalnoj uzlaznoj aorti ili u silaznoj prsnoj aorti. U okviru ovog rada bit će analizirana disekcija tipa B.

### 3. TEORIJSKA PODLOGA

Za probleme biomehanike neophodna je teorijska podloga iz tehničkih znanstvenih disciplina, stoga ovo poglavlje opisuje pojedina područja korištena u okviru ovog rada.

#### 3.1. Mehanika kontinuuma

Mehanika kontinuuma bavi se proučavanjem gibanja čvrstih, tekućih i plinovitih tijela na makroskopskom nivou, što znači da ne razmatra atomsku strukturu tvari, već definira pojam „neprekidne sredine“ ili „materijalnog kontinuuma“, čime se pretpostavlja da materija potpuno ispunjava prostor koji zauzima tijelo, [2]. Pojam kontinuuma podrazumijeva da se fizikalne veličine definiraju u geometrijskoj točki bez volumena, pomoću limesa, te je na taj način u mehanici kontinuuma omogućena primjena infinitezimalnog računa.

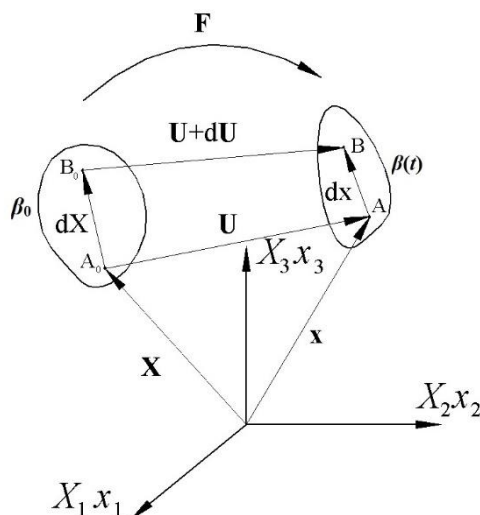
Područja proučavanja mehanike kontinuuma su definiranje fizikalnih veličina i temeljnih zakona koji opisuju mehaniku deformabilnih tijela i fluida. Osnovne fizikalne veličine koje mehanika kontinuuma definira su: pomak, brzina, akceleracija, deformacija, sila, masa, gustoća, naprezanje. Zakoni na kojima počiva mehanika kontinuuma su: zakon očuvanja mase, zakon količine gibanja, zakon momenta količine gibanja te prvi i drugi zakon termodinamike. Pomoću navedenih zakona i fizikalnih veličina moguće je u potpunosti opisati kontinuum. U daljnjem razlaganju opisana su pojedina područja mehanike kontinuuma koja su neophodna za razumijevanje napravljenog u okviru ovog rada.

##### 3.1.1. Kinematika kontinuuma

Kinematika kontinuuma proučava promjenu položaja i oblika tijela ne promatrajući pritom sile koje djeluju na tijelo.

Tijelo se može promatrati kao skup čestica koje se prilikom gibanja deformiraju. Za određeni trenutak tijelo poprima određeni oblik različit od onog kojeg je imalo za prethodni trenutak. Svaki takav, u određenom trenutku poprimiti geometrijski oblik i položaj naziva se trenutna ili prostorna konfiguracija tijela  $\beta(t)$ , a definirana je u odnosu na referentnu ili materijalnu konfiguraciju  $\beta_0$ . Koordinate čestice u početnom su trenutku zadane u referentnoj konfiguraciji s vektorom položaja  $\mathbf{X}$ , čije se komponente nazivaju materijalne koordinate. U

nekom drugom trenutku, kada se tijelo nalazi u trenutnoj konfiguraciji, položaj čestice je određen vektorom položaja  $\mathbf{x}$ , čije se komponente nazivaju prostornim koordinatama. Za razliku od materijalnih koordinata koje određuju točke čestice, prostorne koordinate određuju točke prostora.



Slika 4. Referentna/početna i trenutna/prostorna konfiguracija

Gibanju kontinuuma može se pristupiti na dva načina:

- 1) **Lagrangeovim pristupom** - gibanje se opisuje pomoću materijalnih koordinata

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) \quad (3.1)$$

- 2) **Eulerovim pristupom** - gibanje se opisuje pomoću prostornih koordinata

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}(\mathbf{x}, t). \quad (3.2)$$

Može se reći kako je suštinska razlika u ova dva pristupa način na koji promatraju česticu u gibanju. Lagrangeov pristup promatrati će gibanje svake čestice posebno, dok će se Eulerovim pristupom promatrati gibanje čestica na određenom fiksnom području. Zbog svojih karakteristika Lagrangeov pristup se upotrebljava u mehanici deformabilnih tijela, dok se Eulerov pristup koristi u mehanici fluida.

Pomak čestice moguće je definirati pomoću izraza:

$$\mathbf{U} = \mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X}, \quad (3.3)$$

Kod Eulerova pristupa, izraz poprima oblik

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{x} - \mathbf{X}(\mathbf{x}, t), \quad (3.4)$$

dok za Lagrangeov pristup vrijedi

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X}. \quad (3.5)$$

Veza između elementarne dužine u prostornoj i elementarne dužine u referentnoj konfiguraciji određena je tenzorom gradijenta deformiranja, što se može zapisati kao:

$$d\mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} d\mathbf{X} = \mathbf{F} d\mathbf{X}, \quad (3.6)$$

odnosno:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}. \quad (3.7)$$

Tenzor gradijenta deformiranja  $\mathbf{F}$  preslikava duljine iz referentne u trenutnu konfiguraciju, a njegov inverzni tenzor  $\mathbf{F}^{-1}$  iz trenutne u referentnu konfiguraciju.

Polarnom dekompozicijom, sukladno Cauchyjevu teoremu nesingularni tenzori drugog reda mogu se razložiti na simetrični i ortogonalni dio. Za gradijent deformiranja tada vrijedi:

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{R}, \quad (3.8)$$

pri čemu  $\mathbf{V}$  označava lijevi tenzor izduženja koji se odnosi na trenutnu konfiguraciju, dok je  $\mathbf{U}$  desni tenzor izduženja, a odnosi se na referentnu konfiguraciju. Tenzor  $\mathbf{R}$  je tenzor zakreta kojeg karakterizira ortogonalnost.

Budući da se tenzor gradijenta deformiranja odnosi na trenutnu i na referentnu konfiguraciju te je zbog toga nepraktičan za upotrebu, javlja se potreba za uvođenjem tenzora čije će komponente biti definirane u trenutnoj ili referentnoj konfiguraciji zasebno. To su lijevi i desni Cauchy-Greenovi tenzori deformiranosti, koji se dobivaju kvadriranjem diferencijalne udaljenosti u trenutnoj, odnosno u referentnoj konfiguraciji. Desni Cauchy-Greenov tenzor glasi:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{U}^2, \quad (3.9)$$

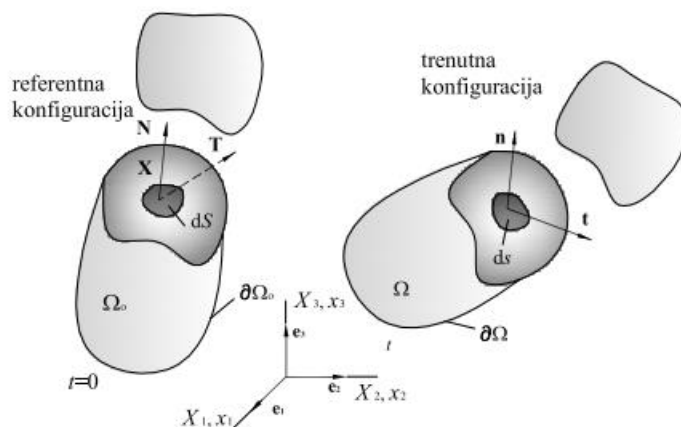
a lijevi Cauchy-Greenov tenzor definiran je na sljedeći način:

$$\mathbf{b} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T = \mathbf{V}^2. \quad (3.10)$$

### 3.1.2. Tenzori naprezanja

Uslijed gibanja i deformiranja, čestice u tijelu mijenjaju svoj položaj i dolaze u interakciju s drugim česticama što za posljedicu ima pojavu naprezanja. Naprezanje je tenzorska veličina, a

u mehanici kontinuuma razlikuju se više vrsta tenzora naprezanja ovisno o konfiguraciji za koju je tenzor definiran, trenutnoj ili referentnoj. Tenzor naprezanja može biti definiran za obje konfiguracije istodobno, tada je riječ o dualnoj konfiguraciji tenzora (eng. *two point tensor*).



**Slika 5. Vektori naprezanja u referentnoj i trenutnoj konfiguraciji[9]**

Kako bi se definirao tenzor naprezanja za određenu konfiguraciju, polazi se od definicije vektora naprezanja. Slika 5 prikazuje tijelo presječeno na dva dijela u referentnoj i trenutnoj konfiguraciji. Na površini presjeka tijela javljaju se reaktivne sile koje nastoje održati stanje u tijelu koje je vladalo prije podjele. Za diferencijalnu površinu  $ds$  u trenutnoj konfiguraciji, a koja je određena vektorom normale  $\mathbf{n}$ , postoji diferencijalna veličina sile  $d\mathbf{f}$  jednaka:

$$d\mathbf{f} = \mathbf{t}ds, \quad (3.11)$$

gdje je  $\mathbf{t}$  Cauchyjev vektor naprezanja. Na sličan način površina  $dS$  u referentnoj konfiguraciji je određena vektorom normale  $\mathbf{N}$ . Prema Cauchyevu postulatu za površinu  $dS$  vrijedi:

$$d\mathbf{f} = \mathbf{t}ds = \mathbf{T}dS, \quad (3.12)$$

pri čemu  $\mathbf{T}$  označava prvi Piola-Kirchhoffov vektor naprezanja. Sada je pomoću Cauchyjevog teorema moguće definirati tenzore naprezanja:

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{n}, \quad (3.13)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{P}^T \mathbf{N}. \quad (3.14)$$

$\boldsymbol{\sigma}$  je Cauchyjev tenzor naprezanja, dok  $\mathbf{P}$  označava prvi Piola-Kirchhoffov tenzor naprezanja. Cauchyjev tenzor naprezanja  $\boldsymbol{\sigma}$  simetričan je tenzor, definiran u trenutnoj



konfiguraciji, a povezuje trenutnu površinu i trenutnu silu, dok je  $\mathbf{P}$  nesimetričan tenzor koji je definiran dualnom konfiguracijom, a povezuje trenutnu silu i početnu površinu.

Veza između Cauchyjevog i Piola-Kirchhoffovog tenzora naprezanja definirana je kao:

$$\mathbf{P} = \mathcal{J}\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}, \quad (3.15)$$

pri čemu  $J$  predstavlja Jacobijanovu determinantu:

$$J = \det \mathbf{F}. \quad (3.16)$$

Budući da je prvi Piola-Kirchhoffov tenzor naprezanja nesimetričan i dualan tenzor (eng. *two point tensor*), a zbog toga nepogodan za proračune, može se definirati drugi Piola-Kirchhoffov tenzor naprezanja  $\mathbf{S}$  koji se odnosi samo na referentnu konfiguraciju:

$$\mathbf{S} = \mathbf{P}\mathbf{F}^{-T} = \mathcal{J}\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T}. \quad (3.17)$$

### 3.1.3. *Elastično ponašanje materijalnih modela u mehanici kontinuuma*

Mehanika kontinuuma, elastično ponašanje materijala definira s obzirom na vezu između deformacije i naprezanja, koja može biti linearna ili nelinearna.

Za većinu konstrukcijskih materijala (čelik, bakar, bronca) ovisnost naprezanja o deformacijama je linearna. Linearna ovisnost može se prema [2] izraziti Hookeovim zakonom:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad (3.18)$$

pri čemu  $D_{ijkl}$  označava tenzor elastičnosti, ovaj tenzor je za opći slučaj tenzor četvrtog reda. Nelinearna ovisnost naprezanja o deformacijama karakteristična je za hiperelastične i hipoeelastične materijale (guma, polimeri, biološka tkiva). Za hiperelastične materijale važno svojstvo je  $W$  energija deformiranja (eng. *strain energy*) jer ona povezuje naprezanje sa deformacijama. Energija deformacije za hiperelastični neo-Hookeov materijalni model može se prema [10] definirati relacijom:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + \frac{1}{D_1}(J_{el} - 1)^2, \quad (3.19)$$

pri čemu  $I_1$  označava prvu invarijantu desnog Cauchy-Greenovog tenzora,  $C_{10}$  i  $D_1$  su materijalne konstante, a  $J_{el}$  je elastična volumenska deformacija. Ako je materijal apsolutno

nestlačiv za njega vrijedi da je izraz  $\frac{1}{D_1}$  približno jednak nuli, pa se izraz za energiju deformiranja kod neo-Hookeov hiperelastično nestlačivog materijala može definirati kao :

$$W = C_{10} (I_1 - 3). \quad (3.20)$$

### 3.2. Mehanika fluida

Mehanika fluida je znanstvena disciplina koja proučava ponašanje fluida, dijeli se na hidrostatiku i hidrodinamiku.

Fluid je tvar, koja se pod djelovanjem, ma kako malenog, posmičnog naprezanja neprekidno deformira, odnosno struji, može biti u kapljevitom ili plinovitom stanju. Kapljevine neznatno mijenjaju svoj volumen pri promjeni tlaka te im je svojstveno nestlačivo ponašanje. Plinovi promjenom tlaka mijenjaju svoj obujam te su izrazito stlačivi.

U mehanici fluida gibanje/strujanje se opisuje prostornim/Eulerovim koordinatama, pritom se definira koncept kontrolnog volumena za koji su opisani osnovni zakoni očuvanja:

- Zakon očuvanja mase;
- Zakon očuvanja količine gibanja;
- Zakon očuvanja energije.

#### 3.2.1. Zakon očuvanja mase

Zakon očuvanja mase jedan je od osnovnih zakona koji opisuje ponašanje fluida. Za slučaj jednofaznog strujanja fluida, masa fluida ne može nastati niti nestati, pa je za kontrolni volumen zakon očuvanja mase moguće zapisati u integralnom obliku:

$$\int_S \rho v_j n_j dS = - \frac{d}{dt} \int_V \rho dV, \quad (3.21)$$

pri čemu lijeva strana jednadžbe predstavlja maseni protok kroz površinu kontrolnog volumena, dok je desna strana jednadžbe zapravo matematički zapis brzine promjene mase unutar kontrolnog volumena. Implementacijom Gauss-Ostrogradsky integralnog teorema izraz (3.21) moguće je svesti na:

$$\int_V \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j) \right] dV = 0. \quad (3.22)$$

Relaciju (3.22) moguće je integrirati, a samim tim i zapisati u diferencijalnom obliku te ona glasi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j) = 0. \quad (3.23)$$

### 3.2.2. Zakon očuvanja količine gibanja

Zakon očuvanja količine gibanja moguće je opisati na sličan način kao i zakon očuvanja mase. U skladu s drugim Newtonovim zakonom, promjena količine gibanja jednaka je zbroju volumenskih i površinskih sila koje djeluju na česticu, prema tome za kontrolni volumen zakon očuvanja količine gibanja u integralnom obliku može se zapisati kao:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) dV + \int_S (\rho v_i) v_j n_j dS = \int_V \rho f_i dV + \int_S \sigma_{ji} n_j dS, \quad (3.24)$$

gdje prvi član s lijeve strane jednadžbe predstavlja brzinu promjene količine gibanja, dok drugi član opisuje fluks količine gibanja. Desna strana jednadžbe predstavlja zbroj volumenskih i površinskih sila. Koristeći se Gauss-Ostrogradsky integralnim teoremom relacija (3.24) poprima oblik:

$$\int_V \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j) \right] dV = \int_V \left( \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \right) dV. \quad (3.25)$$

Integriranjem prethodnog izraza dolazi se do:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j}, \quad (3.26)$$

pri čemu  $\sigma_{ji}$  predstavlja tenzor naprezanja u fluidu, a  $f_i$  vektor masene gustoće vanjskih sila.

Tenzor naprezanja može se napisati kao:

$$\sigma_{ji} = -p\delta_{ij} + \Sigma_{ij}, \quad (3.27)$$

gdje je  $\delta_{ij}$  Kroneckerov delta, koji je jednak 1 za  $i = j$ , dok je za  $i \neq j$  jednak 0. Drugi član s desne strane jednadžbe (3.27), odnosno dio totalnog tenzora naprezanja koji se pojavljuje uslijed djelovanja viskoznih sila,  $\Sigma_{ij}$  moguće je raspisati:

$$\Sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \left( \mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij}, \quad (3.28)$$

pri čemu je  $\mu$  dinamička viskoznost, a  $\mu_v$  volumenska viskoznost. Volumenska viskoznost jednoatomnih plinova jednaka je nuli, kao i u strujanjima gdje je mala brzina promjene volumena čestica fluida, odnosno gdje je mala promjena gustoće:

$$\mu_v = 0. \quad (3.29)$$

Implementiranjem izraza (3.29) u izraz (3.28) dolazi se do:

$$\Sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij}. \quad (3.30)$$

Ako se u relaciju (3.26) uvrsti (3.27) i (3.30), dobiva se konačni oblik zakona očuvanja količine gibanja, ujedno time je određen i Navier-Stokesov sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Dakle, novonastali izraz je oblika:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] + \rho f_i, \quad (3.31)$$

gdje je prvi član s desne strane gradijent tlaka, drugi član predstavlja normalno i posmično naprezanje, a treći član opisuje djelovanje volumenskih sila na fluid unutar kontrolnog volumena.

### 3.2.3. Zakon očuvanja energije

Zakon očuvanja energije počiva na temeljnom fizikalnom principu koji kazuje kako je količina energije nekog sustava konstantna, ona ne može nastati niti nestati, samo je moguća njena pretvorba iz jednog u drugi oblik. Brzina promjene kinetičke i unutarnje energije unutar kontrolnog volumena jednaka je snazi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na kontrolni volumen te brzini izmjene topline između kontrolnog volumena i okoline. Matematički zapis zakona očuvanja energije u integralnom obliku za kontrolni volumen glasi:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho e) dV + \int_S (\rho e) v_j n_j dS = \int_V \rho f_i v_i dV + \int_V S dV + \int_S \sigma_{ji} n_j v_i dS - \int_S q_j n_j dS. \quad (3.32)$$

Kao i prethodna dva zakona očuvanja, i zakon očuvanja energije moguće je zapisati u diferencijalnom obliku:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho e v_j) = \rho f_i v_i + S + \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ji} v_i - q_j). \quad (3.33)$$

### 3.2.4. Klasifikacija strujanja

Strujanja prema tipu možemo razvrstati u slijedeće kategorije:

#### 3.2.4.1. Stlačivo/nestlačivo

Strujanje fluida može biti stlačivo ili nestlačivo, stlačivo strujanje karakterizira promjenjivost gustoće ( $\rho \neq konst.$ ). U okviru ovog rada analizira se nestlačivo strujanje za koje vrijedi  $\rho = konst.$  Za nestlačivo strujanje zakon očuvanja mase definiran izrazom (3.23) modificira se te prelazi u:

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0. \quad (3.34)$$

relaciju (3.30) na osnovu (3.34) za nestlačivo strujanje moguće je zapisati kao:

$$\Sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (3.35)$$

što omogućava pojednostavljenje zakona količine gibanja:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho f_i. \quad (3.36)$$

Izraz (3.34) s izrazom (3.36) čini sustav parcijalnih diferencijalnih jednadžbi koji opisuje nestacionarno nestlačivo strujanje fluida, sustav jednadžbi naziva se Navier-Stokesov sustav.

#### 3.2.4.2. Laminarno/turbulentno

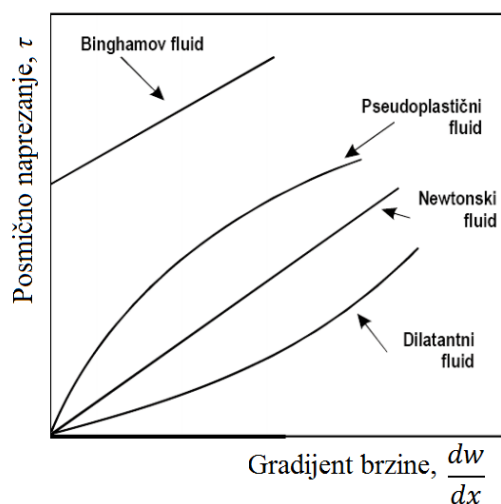
Strujanje fluida može biti laminarno ili turbulentno. Laminarno strujanje je uredno strujanje u kojem se čestice fluida gibaju u slojevima, karakterizira ga dominantnost viskoznih u odnosu na inercijske sile, odnosno niske vrijednosti Reynoldsova broja. Među slojevima u laminarnom strujanju miješanje čestica ne postoji ili je ono minimalno. S druge pak strane, turbulentno strujanje karakterizira intenzivno miješanje čestica, slučajne pulsacije tlaka i brzine, velika disipacija energije i visoke vrijednosti Reynoldsova broja. Bezdimenzijska veličina koja klasificira tip strujanja je Reynoldsov broj, definiran kao:

$$\text{Re} = \frac{vx}{\nu}, \quad (3.37)$$

Pri čemu  $v$  predstavlja brzinu,  $x$  karakterističnu duljinu,  $\nu$  kinematičku viskoznost fluida. Strujanje u krvnim žilama pretežno je laminarnog karaktera.

### 3.2.5. Newtonovski i nenewtonovski fluidi

Newtonovski fluidi su oni za koje vrijedi linearan odnos između posmičnog napreznja i gradijenta brzine, takva je većina tekućina koje se susreću u tehnici (voda, ulje, zrak). Za takve fluide vrijedi da im je viskoznost konstantna. Nenewtonovski fluidi mogu se klasificirati kao pseudoplastični, dilatantni ili binghamovi. Pseudoplastične fluide karakterizira smanjenje viskoznosti s povećanjem posmičnog napreznja za razliku od dilatantnih za koje se povećanjem posmičnog napreznja viskoznost smanjuje. Primjer pseudoplastičnih fluida su emulzije i smole, dok primjer dilatantnih fluida možemo pronaći u uljenim bojama ili tiskarskom crnilu. Binghamovi fluidi su plastične tvari koje se počinju ponašati kao fluidi tek nakon što je premašena određena vrijednost posmičnog napreznja. Takve su npr. masti za podmazivanje, mulj otpadnih voda, glinene suspenzije.



Slika 6. Newtonovski i nenewtonovski fluidi

Krv je po svojim svojstvima nenewtonovski fluid, ali se u žilama većeg promjera može promatrati kako je viskoznost konstantna. U ovom radu analizira se aorta, koja je žila većeg promjera, pa je i krv modelirana kao newtonovski fluid s konstantnom viskoznosti.

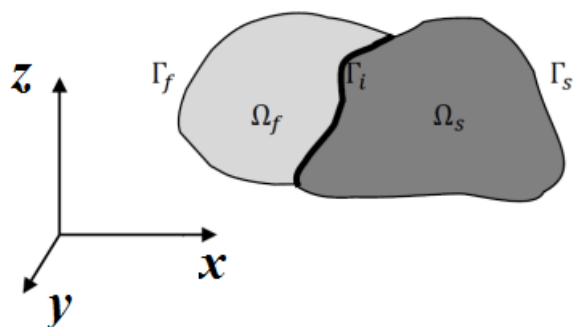
### 3.3. Problem međudjelovanja deformabilnog tijela i fluida

Slika 7 prikazuje domenu fluida  $\Omega_f$  i domenu deformabilnog tijela  $\Omega_s$ , na granici dviju domena  $\Gamma_i$  mora biti zadovoljen rubni uvjet[13]:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_s, \quad (3.38)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_f \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}_s \mathbf{n}, \quad (3.39)$$

čime je propisana jednakost brzine na granici dviju domena i jednakost normalnog naprežanja.



Slika 7. Domena fluida i domena deformabilnog tijela

## 4. METODA KONAČNIH ELEMENATA I ABAQUS

Ovim poglavljem će se ukratko opisati metoda konačnih elemenata, programski paket Abaqus i korišteni konačni elementi.

### 4.1. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata jedna je od najzastupljenijih numeričkih metoda u inženjerskoj praksi. Temelj ove metode je fizička diskretizacija kontinuuma. Fizička diskretizacija obavlja se podjelom područja na konačne elemente. Elementi su međusobno povezani u čvorovima. Stanje u svakom elementu, kao što je npr. polje pomaka, brzine, deformacije, naprezanja, temperature te ostalih veličina u problemu polja, opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija. Te funkcije moraju zadovoljavati odgovarajuće uvjete da bi se diskretizirani model što više približio ponašanju kontinuiranog sustava. Uz pravilnu formulaciju konačnih elemenata, približavanje točnom rješenju raste s povećavanjem broja elemenata. Prilikom izvođenja algebarskih jednadžbi polazi se od definicije jednadžbi koje opisuju stanje u elementu ili se rabi varijacijska formulacija. Nakon izvođenja jednadžbi za konačni element, gdje su nepoznanice neovisne varijable u čvorovima, odgovarajućim postupcima izvode se globalne jednadžbe za diskretizirani model. Pomoću izračunatih čvornih veličina moguće je, primjenom poznatih teorijskih relacija, odrediti sve veličine potrebne za analizu opisanoga kontinuiranog sustav[3].

### 4.2. Programski paket *Abaqus*

U radu je korišten programski paket za numeričku analizu *Abaqus*, verzija *Abaqus* 6.14-1, koji se temelji na metodi konačnih elemenata.

*Abaqus*-ov paket proizvoda sastoji se od pet osnovnih software-skih modula. To su: *Abaqus/CAE*, *Abaqus/Standard*, *Abaqus/Explicit*, *Abaqus/CFD*, *Abaqus/Electromagnetic*.

*Abaqus/CAE* je interaktivno grafičko sučelje koje služi za kreiranje geometrije modela, definiranje svojstava materijala, zadavanje opterećenja i rubnih uvjeta te kreiranje mreže konačnih elemenata. *Abaqus/Viewer* je podskup *Abaqus/CAE* koji uključuje samo post-procesni modul.



*Abaqus/Standard* služi za analize opće namjene linearnih i nelinearnih problema, koristi implicitnu shemu integracije i korišten je u ovom radu za analizu deformabilnog tijela, odnosno stijenke krvne žile.

*Abaqus/Explicit* služi za rješavanje problema dinamike koristeći eksplicitnu integracijsku shemu sa posebnom formulacijom konačnih elemenata, npr. za rješavanje vrlo nelinearnih sustava s mnogo složenih kontakata pod prijelaznim opterećenjima. Koristi eksplicitnu integracijsku shemu.

*Abaqus/CFD* (eng. *Computational Fluid Dynamics*) programska je aplikacija koja služi za rješavanje problema dinamike fluida. U okviru ovog rada *Abaqus/CFD* korišten je za analizu domene fluida, odnosno domene strujanja krvi.

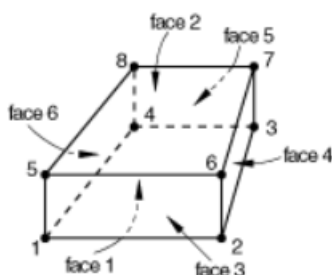
*Abaqus/Electromagnetic* je programska aplikacija za računalnu elektromagnetiku namijenjena rješavanju elektromagnetskih problema.

*Abaqus* koristi programske jezike *Python* i *Fortran* za skriptiranje. Pomoću *Python*-a moguće je kreirati modele i očitavati rezultate. *Fortran* je namijenjen definiranju korisničkih potprograma (eng. *user subroutines*).

U programskom paketu *Abaqus* postoji *Co-simulation-engine* koji omogućava povezivanje dva rješavača (eng. *solvera*) od kojih svaki rješava zasebno pojedinu domenu za koju je definiran fizikalni problem. U ovom radu korišten je *Abaqus Co-simulation-engine* za povezivanje *Abaqus/Standard*-a i *Abaqus/CFD*-a. Za povezivanje se koristi Gauss-Seidelova metoda.

#### 4.2.1. Korišteni konačni elementi

Korišteni element za diskretizaciju domene fluida je FC3D8, to je heksaedarski element za diskretizaciju fluidnog konitnuuma. Element je prvog reda i ima osam čvorova. Prikazan je na Slika 8.



Slika 8. FC3D8 i C3D8H element[11]

---

Za diskretizaciju domene deformabilnog tijela, korišten je C3D8H, element s hibridnom formulacijom. Ovaj element predviđen je za korištenje s hiperelastičnim materijalnim modelom. C3D8H element ima osam čvorova sa po 3 stupnja slobode gibanja u svakom od čvorova. Element C3D8H je korišten jer hibridna formulacija omogućava definiranje potpune nestlačivosti.

## 5. PROVEDENE SIMULACIJE

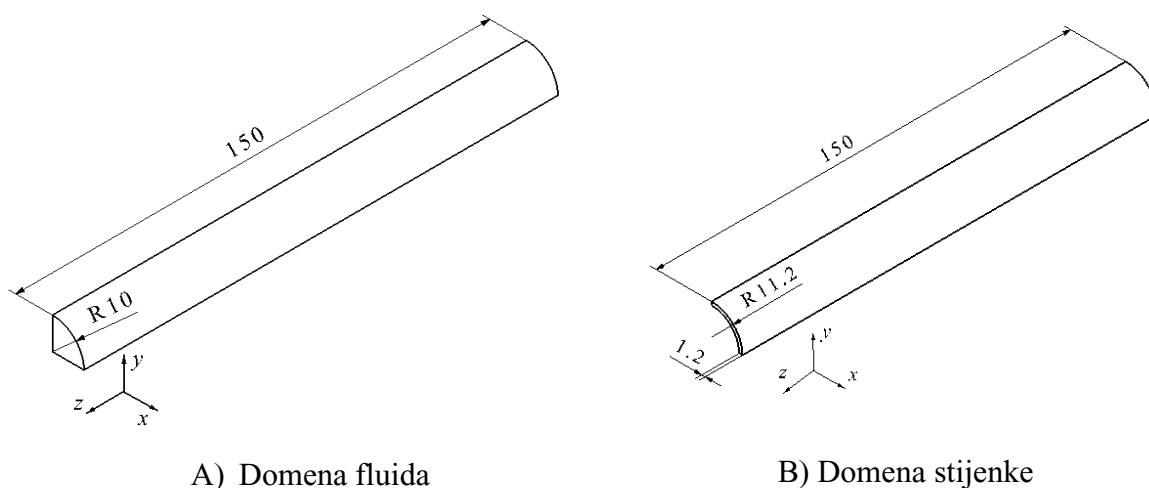
Ovo poglavlje donosi prikaz provedenih simulacija u sklopu rada.

### 5.1. Simulacija strujanja krvi kroz zdravu aortu

Kako bi se provjerila potreba za korištenjem kosimulacije, za zdravu aortu su uspoređeni rezultati simulacija dobiveni s krutom stijenkom (odnosno CFD simulacija) i rezultati dobiveni za strujanje kroz deformabilnu stijenku aorte. U oba slučaja su nametnuti identični rubni uvjeti.

#### 5.1.1. Geometrija modela

Geometrija se sastoji od dva odvojena dijela. Jedan dio čini domenu nestlačivog fluida, dok drugi dio predstavlja domenu deformabilnog tijela. Model predstavlja strujanje krvi kroz zdravu aortu, kao strujanje u ravnoj cijevi konstantnog poprečnog presjeka. Zbog štednje računalnih resursa modelirana je samo jedna četvrtina domene fluida, odnosno deformabilnog tijela. Dimenzije pojedine domene prikazane su na Slika 9. Budući da je ravna cijev beskonačno puta simetrična u odnosu na aksijalnu os, domena se mogla modelirati ne samo kao četvrtina, već i kao osmina, šesnaestina ili bilo koji manji dio. Međutim, u tom slučaju pojavljuje se problem sa zadavanjem rubnih uvjeta na granicama simetrije domena proračuna.



Slika 9. Geometrija modela fluida i stijenke

### 5.1.2. Materijalni model

Domena nestlačivog fluida/krvi se tretira kao newtonovski fluid, što znači da pokazuje linearnu ovisnost smičnog naprezanja i gradijenta brzine. Svojstva krvi, odnosno materijalnog modela domene fluida definirana su sljedećom tablicom 2.

**Tablica 2. Materijalni model domene fluida**

Newtonovski fluid	
$\rho$ [kgm <sup>-3</sup> ]	1060
$\mu$ [Pas]	0.004

Domena deformabilnog tijela, odnosno stijenke krvne žile definirana je s neo-Hookeovim materijalnim modelom sa svojstvima prema tablici 3. Na taj način uzeta je u obzir hipereleastičnost krvne žile, kao i njezina nestlačivost.

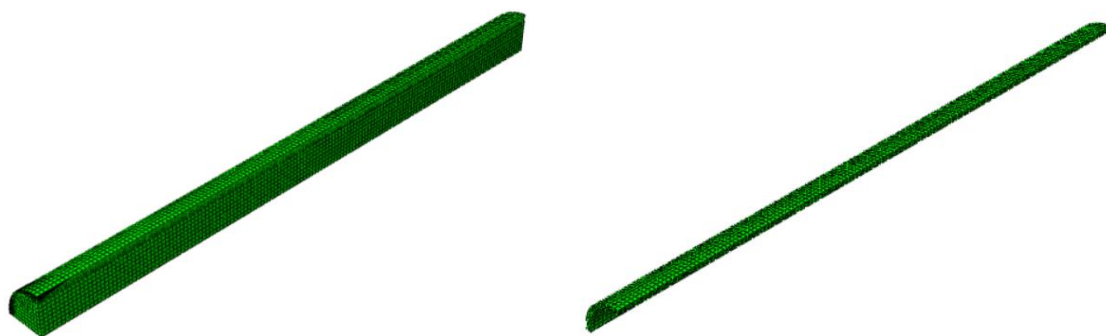
**Tablica 3. Materijalni model domene deformabilnog tijela za deformabilnu stijenk**

neo-Hooke materijalni model	
$\rho$ [kgm <sup>-3</sup> ]	1200
$C_{10}$ [MPa]	5
$D_1$	0

Osim neo-Hookeovog materijalnog modela stijenke, promatran je slučaj kada se stijenka smatra apsolutno krutom, odnosno uopće nije modelirana.

### 5.1.3. Prostorna diskretizacija

Mreža konačnih elemenata definirana je prema sljedećoj slici. Domena fluida diskretizirana je već opisanim FC3D8 elementima, a za domenu stijenke upotrijebljeni su C3D8H konačni elementi. Domena fluida je diskretizirana tako da su elementi uz stijenk aorte manji te ih ima više. Elementi se povećavaju te ih ima manje što se više približava sredini domene fluida. To je vidljivo na slici 10A. Domena deformabilnog tijela je diskretizirana tako da su svi elementi iste veličine, kao što je vidljivo na slici 10B. Broj elemenata je prikazan u tablici 4.



A) Domena fluida

B) Domena deformabilnog tijela

**Slika 10. Prostorna diskretizacija modela za slučaj: A) Domene fluida B) Domene deformabilnog tijela**

**Tablica 4. Broj konačnih elemenata za diskretizaciju pojedine domene**

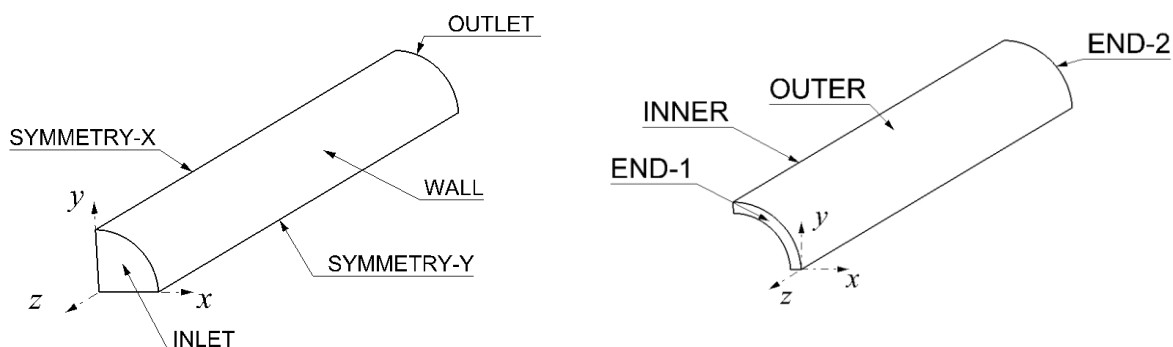
	<b>BROJ ELELEMENATA</b>
<b>Domena fluida</b>	28350
<b>Domena deformabilnog tijela</b>	9600

#### **5.1.4. Vremenska diskretizacija**

Simulacija je provedena za trajanje od  $t=0,4s$  s vremenskim korakom od  $\Delta t=5 \cdot 10^{-5}$ . Vremenski korak odabran je nakon što se provelo više analiza. Pokazalo se da su simulacije s većim vremenskim korakom nestabilne te se s njima ne dobivaju fizikalni rezultati.

#### **5.1.5. Rubni uvjeti**

Slika 11 prikazuje imena površina na kojima su kojima su dodijeljeni rubni uvjeti.



A) Domena fluida

B) Domena deformabilnog tijela

**Slika 11. Definiranje površina modela fluida (A) te stijenke aorte (B)**

U programskom paketu *Abaqus*, ako je definiran Dirichletov rubni uvjet neke brzine na određenoj površini, automatski se na toj istoj površini dodjeljuje von Neumannov rubni uvjet tlak. S druge pak strane, ako je definiran rubni uvjet tlaka, na toj istoj površini automatski se za vrijednost gradijenta brzine zadaje vrijednost nula. Na granicama proračuna nametnuti su rubni uvjeti prikazani Tablicom 5 za slučaj kosimulacije, dok su u slučaju kada se nije uzimala u obzir deformabilnost stijenke korišteni rubni uvjeti prikazani Tablicom 6.

**Tablica 5. Rubni uvjeti za domenu fluida u simulaciji interakcije fluida i deformabilne stijenke**

POVRŠINA	BRZINA(mms <sup>-1</sup> )	TLAK(MPa)
INLET	$v_z=670,6+6,706(x^2+y^2)$	$\frac{\partial p}{\partial z} = 0$
OUTLET	$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$	$p = 0,0133$
SYMMETRY-X	$v_x = 0$	$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$
SYMMETRY-Y	$v_y = 0$	$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$
WALL	$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_s$ $\sigma_f \mathbf{n} = \sigma_s \mathbf{n}$ (Fluid-structure interaction boundary)	-

## NAPOMENA:

(*Fluid-structure interaction boundary* označava rubni uvjet definiran u programskom paketu *Abaqus*)

Za simulaciju s za koju se stijenka smatra apsolutno krutom, na stijenci (*wall*) nametnut je rubni uvjet nepropusne stijenke (*no slip*). Fluid se lijepi za stijenske zida i giba se istom brzinom kao i zid, čime je vrijednost brzine na zidu jednaka nuli, budući da je zidna površina za slučaj apsolutno krute stijenke nepomična.

**Tablica 6. Rubni uvjeti za domenu fluida u simulaciji s krutom stijenkom**

POVRŠINA	BRZINA(mms <sup>-1</sup> )	TLAK(MPa)
INLET	$v_z=670,6-6,706(x^2+y^2)$	$\frac{\partial p}{\partial z} = 0$
OUTLET	$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$	$p = 0,0133$
SYMMETRY-X	$v_x = 0$	$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$
SYMMETRY-Y	$v_y = 0$	$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$
WALL	$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_s = 0$ ( <i>no slip</i> )	-

Dodatni rubni uvjeti kojima se onemogućuje gibanje mreže u smjerovima gdje je definirana simetričnost prikazani su u Tablica 7.

**Tablica 7. Rubni uvjeti za domenu fluida u simulaciji interakcije fluida i deformabilne stijenke**

POVRŠINA	POMAK(mm)
INLET	$u_z = 0$
OUTLET	$u_z = 0$
SYMMETRY-X	$u_x = 0$
SYMMETRY-Y	$u_y = 0$

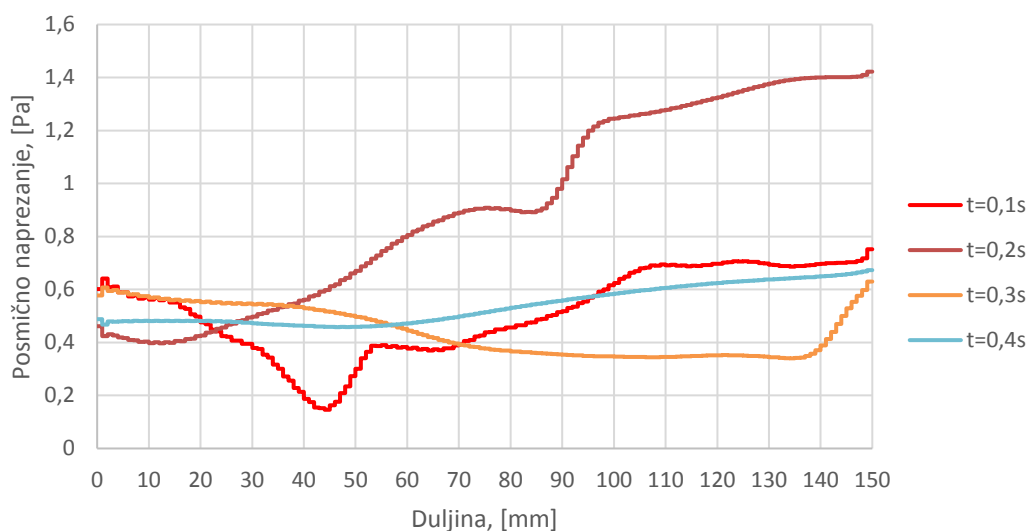
Za domenu deformabilnog tijela nametnuti su rubni uvjeti simetrije na površinama označenim u tablici 8.

Tablica 8. Tablica rubnih uvjeta za domenu deformabilnog tijela

POVRŠINA	POMAK(mm)	ZAKRET(rad)
END-1	$u_z = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$
END-2	$u_z = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$
SYMMETRY-X	$u_x = 0$	$\frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$
SYMMETRY-Y	$u_y = 0$	$\frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$

### 5.1.6. Rezultati

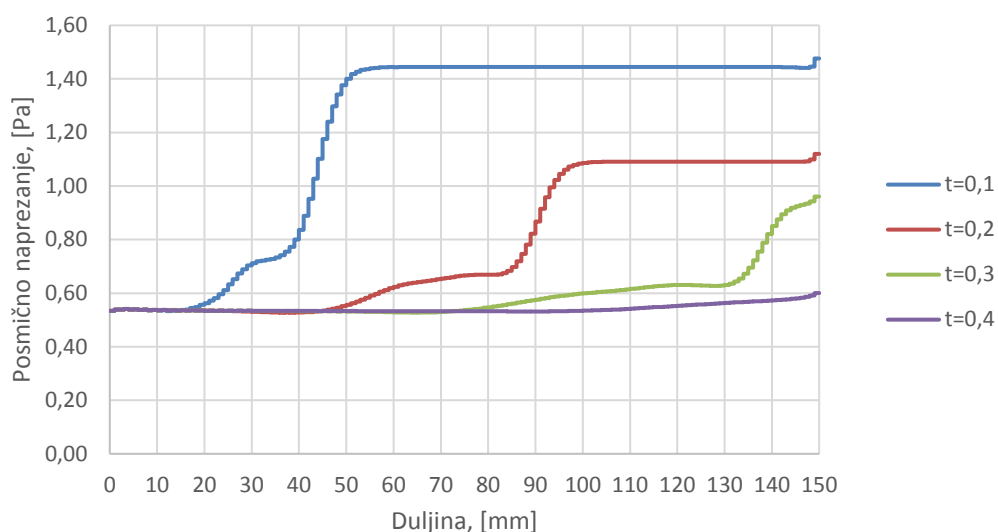
Na sljedećim dijagramima prikazani su dobiveni rezultati za provedene simulacije s apsolutno krutom i deformabilnom stijenkom.



Slika 12. Raspodjela posmičnih naprezanja po duljini za simulaciju s deformabilnom stijenkom u različitim vremenskim trenucima

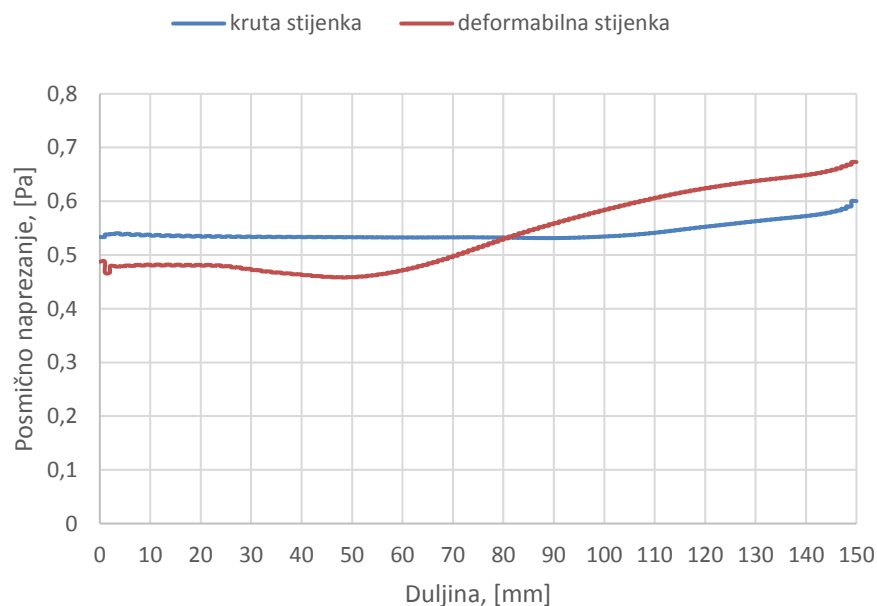
Posmična naprezanja po duljini za simulaciju s deformabilnom stijenkom pokazuju najveći prirast vrijednosti za  $t=0,2s$ . U ostalim vremenskim trenucima prirast je nešto manje izražen.





**Slika 13. Raspodjela posmičnih naprezanja po duljini za simulaciju s krutom stijenkom u različitim vremenskim trenucima**

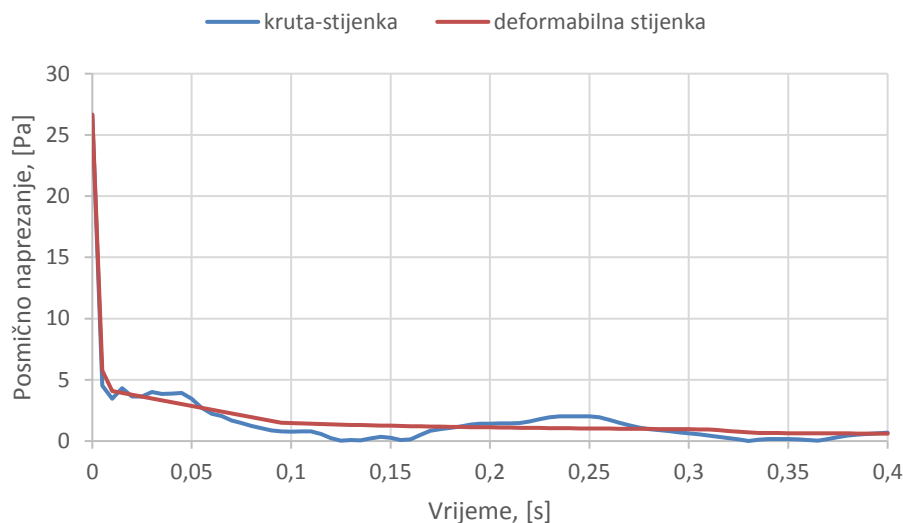
Slika 13 prikazuje posmično naprezanje po duljini za simulaciju s krutom stijenkom u različitim vremenskim trenucima. Krivulje su jednakih oblika. Posmično naprezanje je približno konstantno do određene duljine ovisno o vremenskom trenutku, zatim bilježi nagli rast te se ponovno približava nekoj konstantnoj vrijednosti.



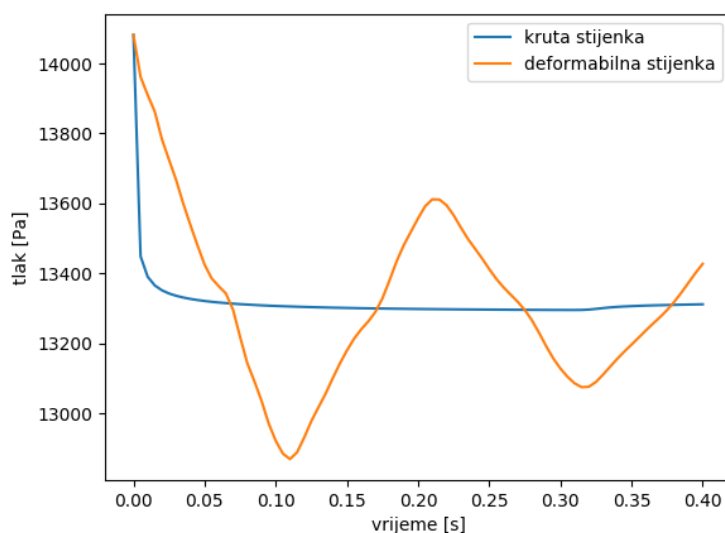
**Slika 14. Usporedba raspodjele posmičnih naprezanja po duljini za simulaciju s krutom i deformabilnom cijevi za trenutak  $t=0,4s$**

Posmična naprezanja po duljini žile u simulaciji s deformabilnom stijenkom mijenjaju se izrazito nelinearno i skokovito. Uzrok tome je međudjelovanje sa stijenkom. Budući da je za

slučaj krute stijenke rubni uvjet zadan kao nepropusna stijenka, a u slučaju deformabilne stijenke rubni uvjet međudjelovanja fluida i deformabilnog tijela. Stijenka svojim pomacima uzrokuje gibanje domene fluida, pri čemu se javljaju veći gradijenti brzine. Kako je gradijent brzine proporcionalan posmičnom naprezanju, samim tim posmično naprezanje pokazuje veće vrijednosti u slučaju deformabilne stijenke. Također, vrijednost posmičnog naprezanja na izlazu veća je u slučaju simulacije s deformabilnom stijenkou u odnosu na krutu stijenkou.



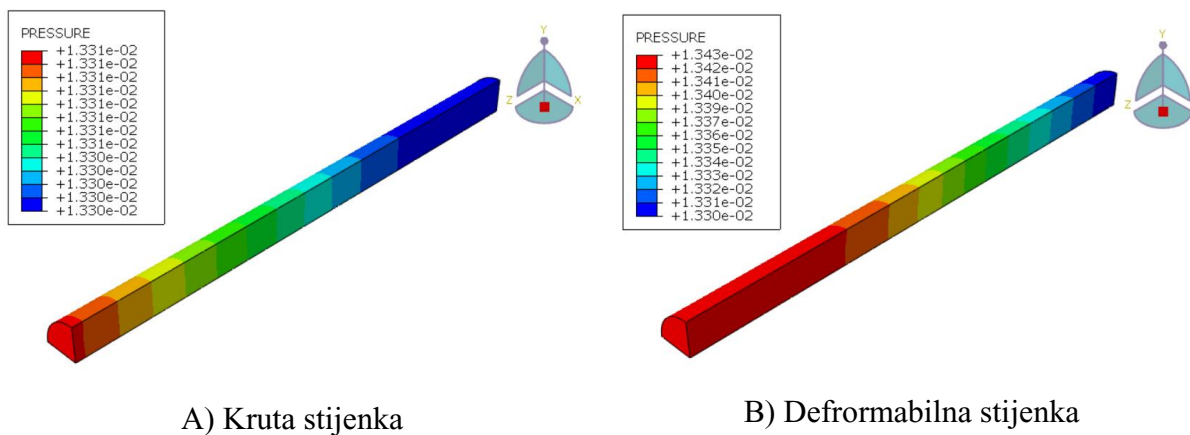
**Slika 15. Usporedba posmičnih naprezanja za krutu i deformabilnu stijenkou za različite vremenske trenutke**



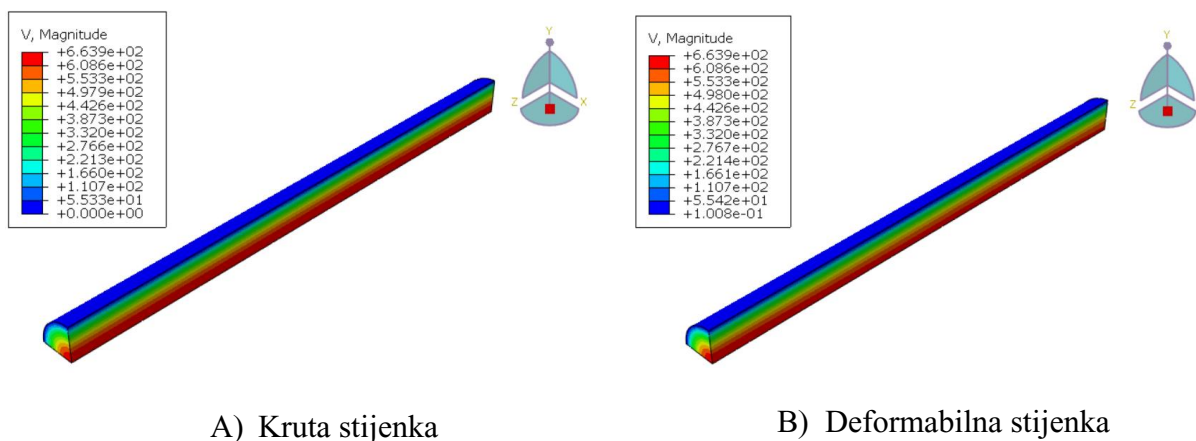
**Slika 16. Usporedba tlaka na ulazu domene za slučaj krute i deformabilne stijenke**

Vrijednosti tlaka i posmičnog naprezanja prikazane na Slika 15 i na Slika 16 pokazuju puno veće oscilacije za slučaj deformabilne stijenke u odnosu na slučaj s krutom stijenkom, što je i za očekivati zbog interakcije deformabilne stijenke i fluida.

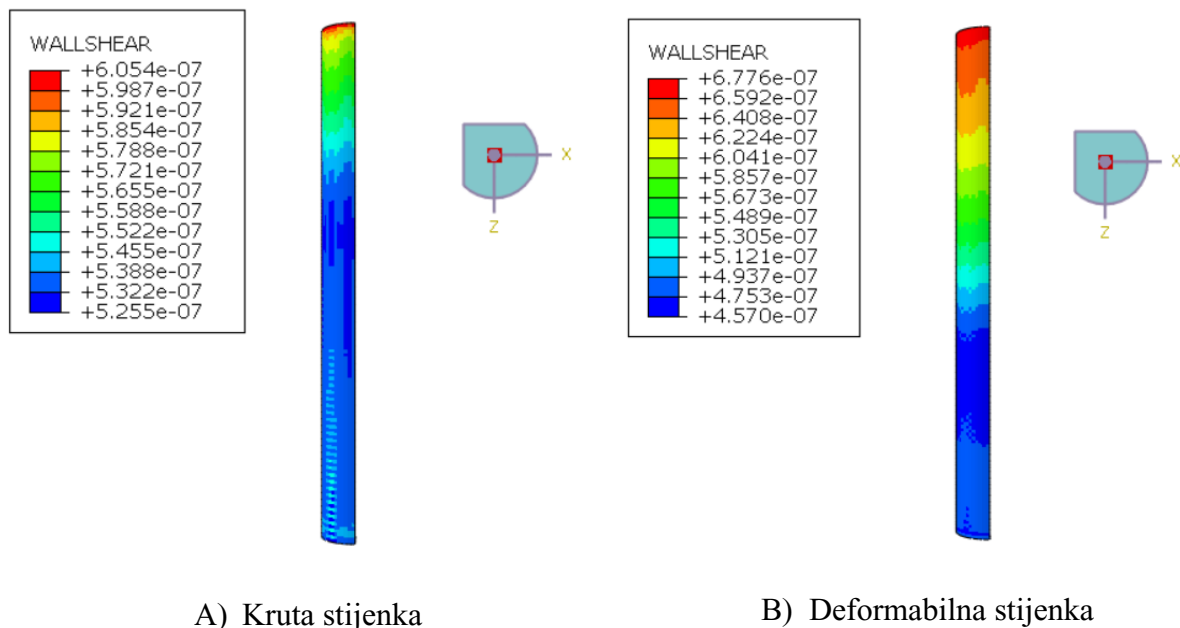
Bolji uvid u dobivene rezultate pružaju Slika 17, Slika 18 i Slika 19.



**Slika 17. Raspodjela tlaka po duljini žile za krajnji trenutak simulacije: A) Kruta stijenka B) Deformabilna stijenka**



**Slika 18. Raspodjela brzina za krajnji trenutak simulacije: A) Kruta stijenka B) Deformabilna stijenka**



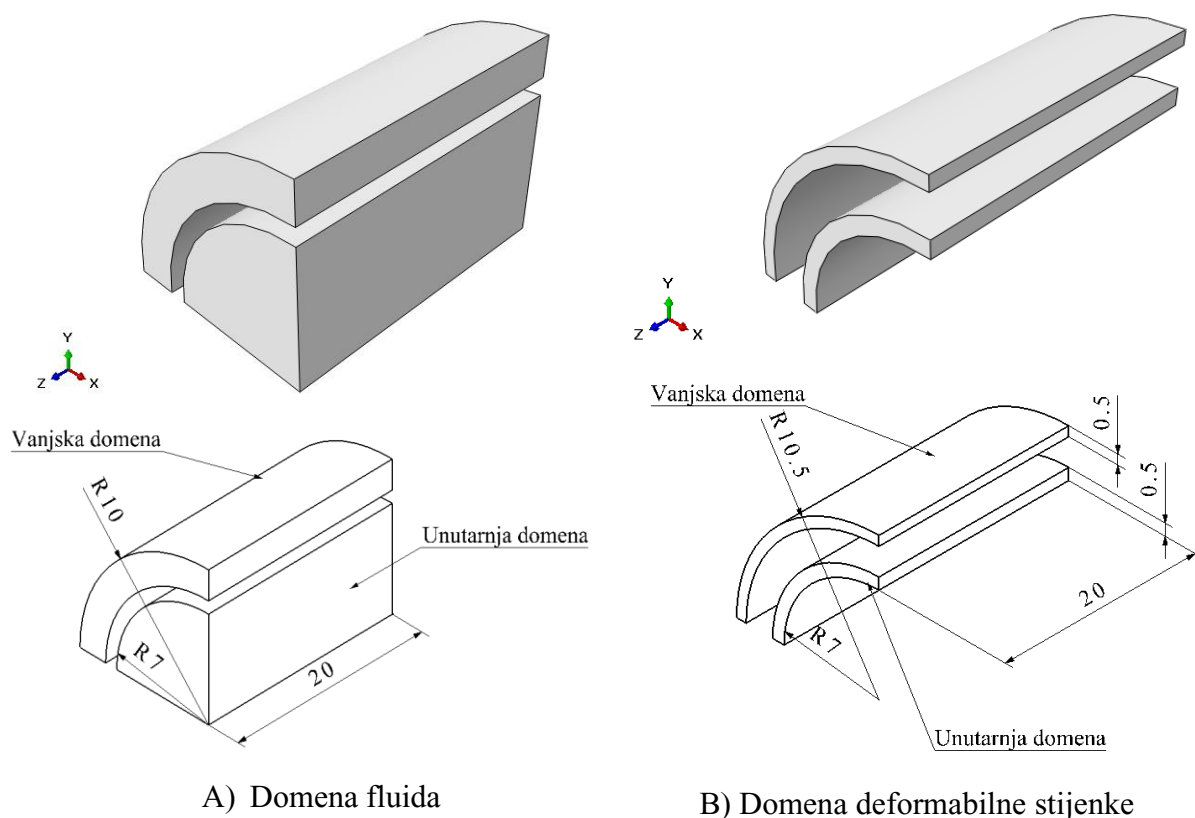
**Slika 19. Raspodjela posmičnog naprezanja za krajnji trenutak simulacije: A) Kruta stijenka  
B) Deformabilna stijenka**

## 5.2. Simulacija disekcije aorte

Kao drugi primjer modelirana je pojednostavljena geometrija disekcije torakalne aorte tipa B.

### 5.2.1. Geometrija modela

Kreirana je geometrija modela, kao što se vidi na Slika 20. Geometrija se sastoji od domene fluida i domene deformabilnog tijela. Domena fluida predstavlja krv, dok domena deformabilnog tijela predstavlja stijenku krvne žile. Svaka od domena podijeljena je na unutarnji i vanjski dio. Unutarnji dio domene fluida predstavlja strujanje kroz pravi lumen krve žile, dok vanjski dio domene predstavlja lažni lumen koji je nastao disekcijom. Vanjska domena deformabilne stijenke predstavlja stijenku lažnog lumena, a unutarnja domena je stijenka pravog lumena.



Slika 20. Geometrija domene fluida (A) i domene deformabilne stijenke (B)

### 5.2.2. Materijalni model

Krv, odnosno domena fluida može se u žilama većeg promjera smatrati newtonovskim fluidom. Za provedene simulacije definirana je sa svojstvima prema sljedeć tablici.

**Tablica 9. Materijalni model domene fluida**

Newtonovski fluid	
$\rho$ [kgm <sup>-3</sup> ]	1060
$\mu$ [Pas]	0,004

Unutarnja domena deformabilnog tijela, odnosno stijenke krvne žile definirana je s neo-Hookeovim materijalnim modelom sa svojstvima prema sljedećoj tablici.

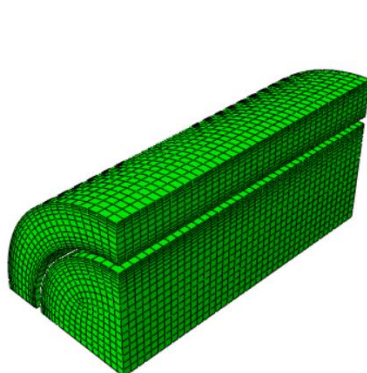
**Tablica 10. Materijalni model unutarnje domene deformabilnog tijela**

neo-Hooke materijalni model	
$\rho$ [kgm <sup>-3</sup> ]	1200
$C_{10}$ [MPa]	5000
$D_1$	0

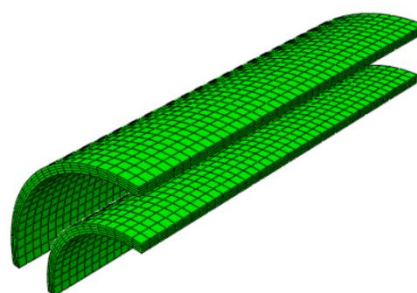
Vanjska domena krvne žile zbog jednostavnosti smatrana je apsolutno krutom.

### 5.2.3. Prostorna diskretizacija

Domena fluida diskretizirana je već opisanim FC3D8 elementima, a za domenu stijenke upotrebljeni su C3D8H konačni elementi.



C) Domena fluida



D) Domena deformabilnog tijela

**Slika 21. Prostorna diskretizacija modela**

Domena fluida diskretizirana je s 20640 elemenata, dok je domena deformabilnog tijela diskretizirana s 6880 elemenata.

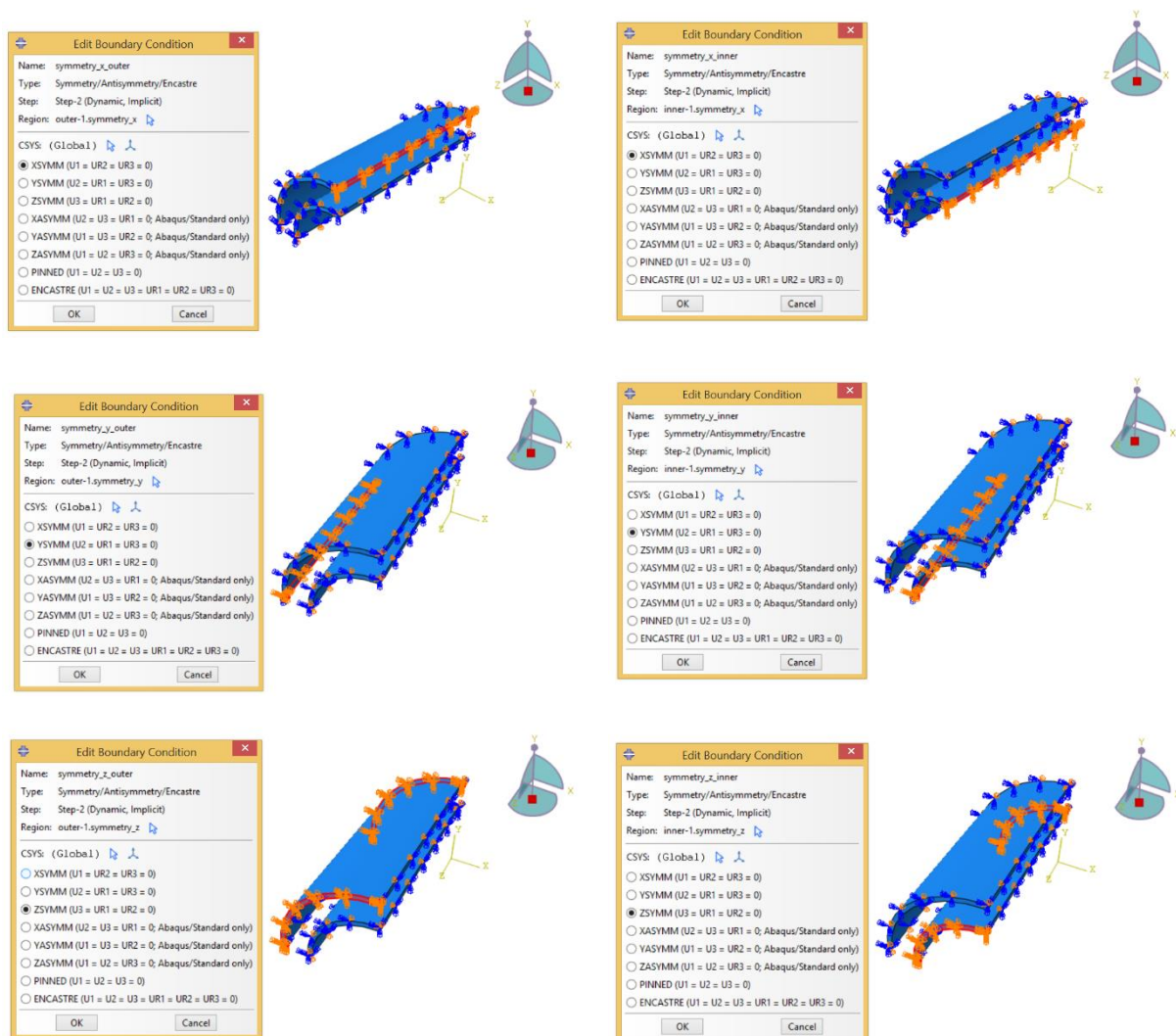
## 5.2.4. Vremenska diskretizacija

Simulacija je provedena za trajanje od  $t=1,2s$ . S vremenskim korakom od  $\Delta t=5 \cdot 10^{-5}$ . Korak integracije je odabran prema simulaciji za zdravu aortu.

### 5.2.4. Rubni uvjeti

#### 5.2.4.1. Rubni uvjeti za domenu deformabilnog tijela

Budući da je modelirana samo četvrtina geometrije, za domene deformabilnih stijenki bilo je potrebno definirati rubne uvjete simetrije. Rubni uvjeti definirani su za ravne plohe na način da je ograničen pomak u smjeru normale na plohu te zakreti u odnosu na ostale dvije osi. Dodjeljeni rubni uvjeti za domenu deformabilne stijenke prikazani su na Slika 22.

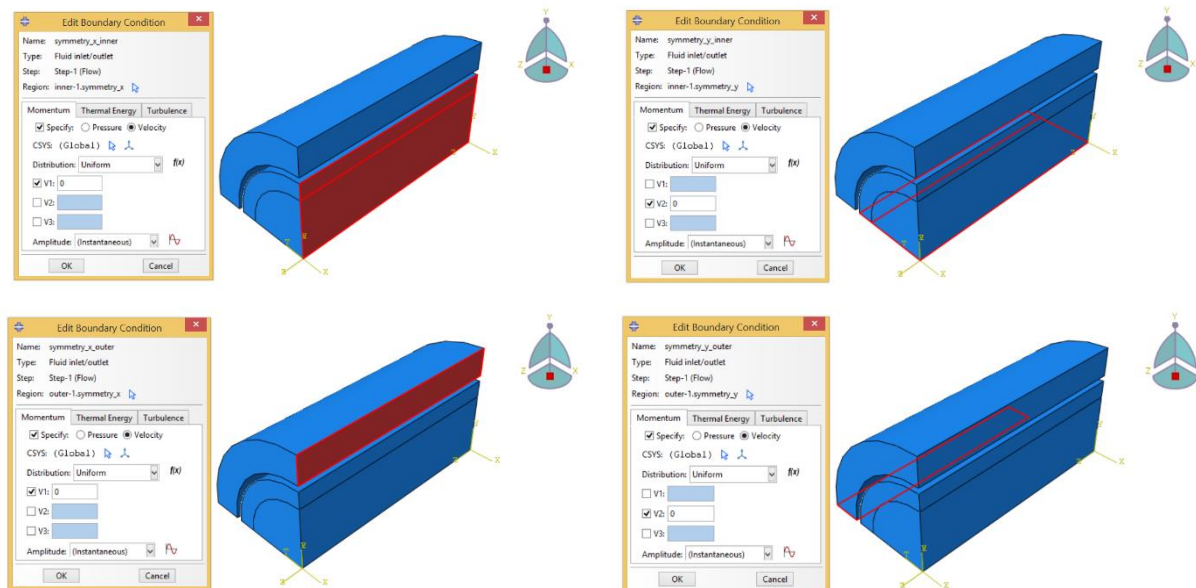


Slika 22. Rubni uvjeti simetrije za deformabilne stijenke



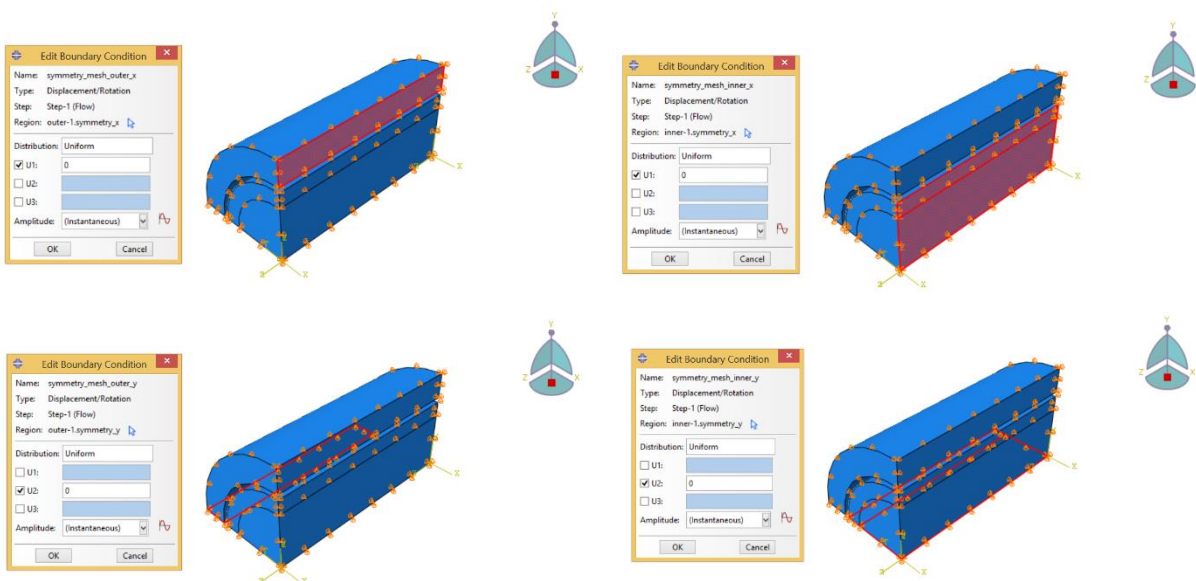
## 5.2.4.2. Rubni uvjeti za domenu fluida

Na ravnim plohama u ravninama  $x$ - $z$  i  $y$ - $z$  definirani su rubni uvjeti simetrije za strujanje na način da se za normalnu komponentu brzine definira vrijednost nula.

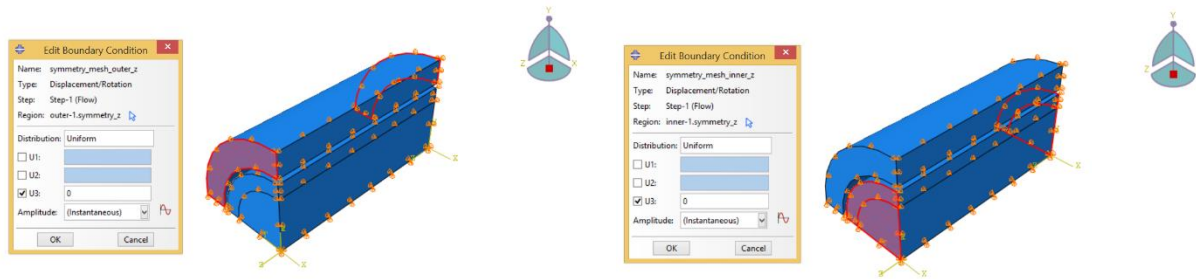


Slika 23. Rubni uvjet simetrije za strujanje

Za površine u ravninama  $x$ - $y$ ,  $x$ - $z$  i  $y$ - $z$  nametnuti su rubni uvjeti simetrije za deformirajuću mrežu što se zadaje na način da se za vrijednost normalne komponente pomaka postavi vrijednost jednaka nuli. Način na koji su zadani pomaci deformirajuće mreže prikazuje sljedeća slika.

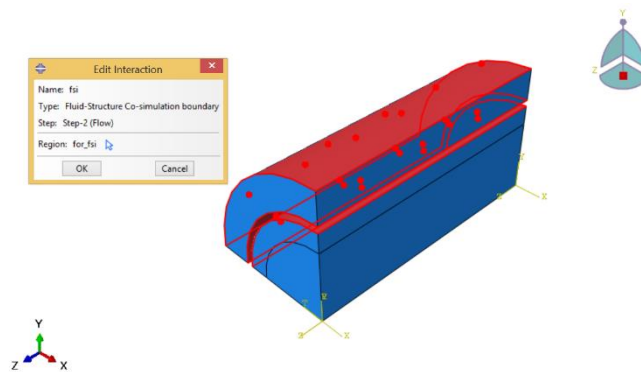




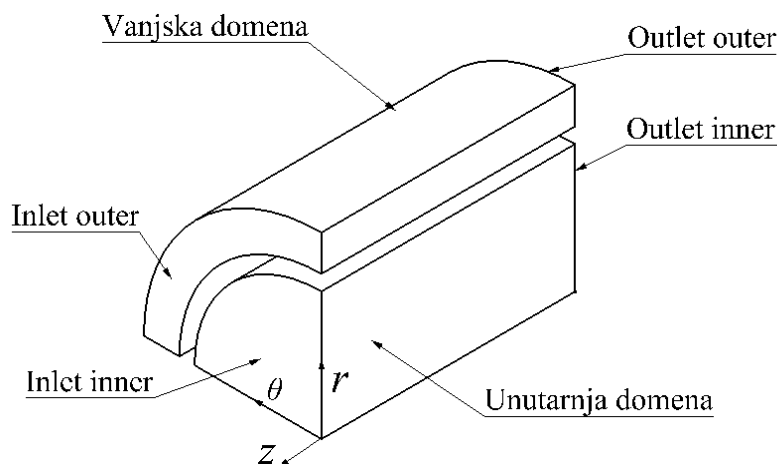


Slika 24. Rubni uvjeti simetrije za domene fluida

Na zidnim površinama (engl. *wall*) definirano je u modulu *Interaction* međudjelovanje fluida i deformabilnog tijela opcijom *Fluid—Structure Co-simulation boundary*.



Slika 25. Interakcija fluida i deformabilne stijenske



Slika 26. Ulazna i izlazna površina domene strujanja fluida

Na ulaznim površinama unutarnje i vanjske domene kao rubni uvjet definirana je brzina u cilindarskom koordinatnom sustavu prikazanom na Slika 26. Brzina je varirana te je simulacija izvršena za više slučajeva. Prvo je provedena simulacija za osnovni slučaj za koji su vrijednosti brzina definirane u Tablica 11 i Tablica 12. Za izlazne površine nametnut je rubni uvjet tlaka kao konstantna vrijednost.

Tablica 11. Rubni uvjet za unutarnju domenu proračuna

POVRŠINA	BRZINA, [mms <sup>-1</sup> ]	TLAK, [MPa]
INLET	$v_z = -10,28r^2 + 500$	$\frac{\partial p}{\partial z} = 0$
OUTLET	$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$	$p = 0,0133$

Tablica 12. Rubni uvjet za vanjsku domenu proračuna

POVRŠINA	BRZINA, [mms <sup>-1</sup> ]	TLAK, [MPa]
INLET	$v_z = -51,2r^2 + 896r - 3840$	$\frac{\partial p}{\partial z} = 0$
OUTLET	$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$	$p = 0,0133$

Na osnovu dobivenih rezultata za protok iz prvotno provedene simulacije, definirani su ostali slučajevi za koje će simulacija biti provedena:

$$Q_{vanjski} + Q_{unutarnji} = Q_{ukupno}, \quad (5.1)$$

pri čemu  $Q_{vanjski}$  označava protok vanjske domene (lažni lumen),  $Q_{unutarnji}$  je protok unutarnje domene (pravi lumen), a  $Q_{ukupno}$  je ukupni volumni protok. Izraz (5.1) može se napisati:

$$v_{sr,1} R^2 \pi + v_{sr,2} (R_2^2 - R_1^2) \pi = Q_{ukupno}, \quad (5.2)$$

$$v_{sr,1} R^2 \pi + v_{sr,2} (R_2^2 - R_1^2) \pi = Q_{ukupno}, \quad (5.3)$$

gdje je  $v_{sr,1}$  srednja brzina strujanja za pravi lumen, a  $v_{sr,2}$  srednja brzina strujanja za lažni lumen.  $R$  predstavlja radijus unutarnje domene, dok su  $R_2$  i  $R_1$  vanjski i unutarnji radijus vanjske domene. Uvođenjem maksimalnih brzina  $v_{sr,1} = \frac{v_{max,1}}{2}$  i  $v_{sr,2} = \frac{v_{max,2}}{2}$  dobiva se:

$$\frac{v_{max,1}}{2} R^2 \pi + \frac{v_{max,2}}{2} (R_2^2 - R_1^2) \pi = Q_{ukupno}, \quad (5.4)$$

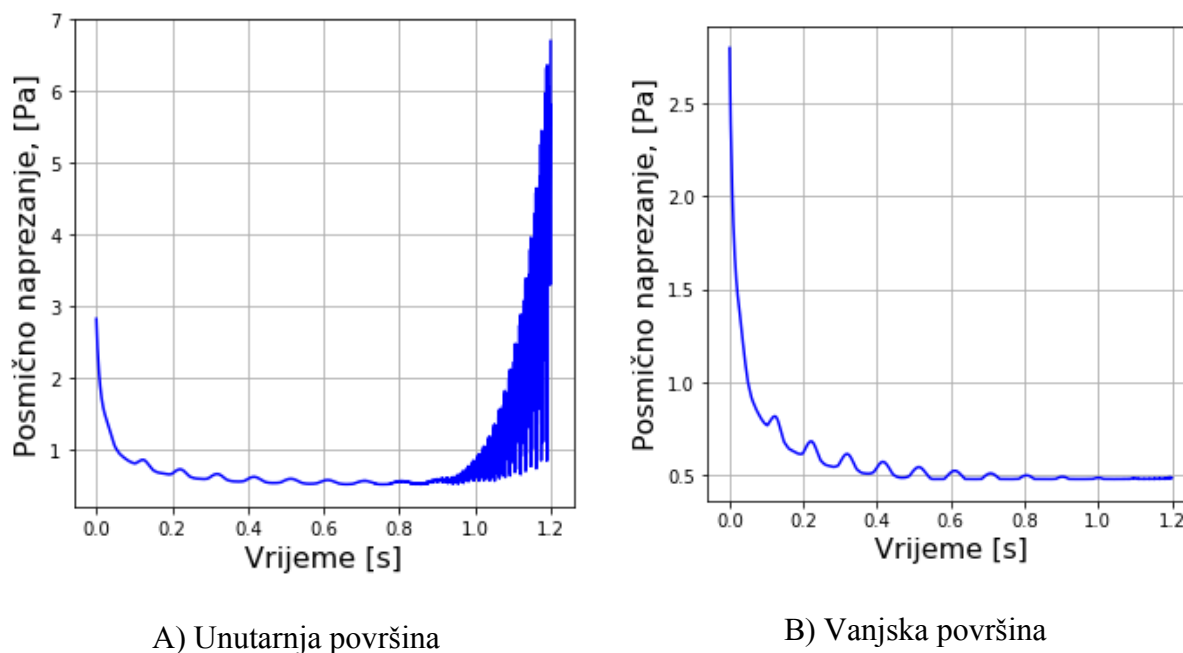
$$v_{max,1} = \frac{2Q_{ukupno}}{R^2 \pi} - v_{max,2} \frac{(R_2^2 - R_1^2)}{R^2}, \quad (5.5)$$

pri čemu  $v_{\max,1}$  ustvari predstavlja tjeme parabole zadane kao rubni uvjet na ulaznoj površini unutarnje domene (pravog lumena), dok je  $v_{\max,2}$  tjeme parabole zadane kao rubni uvjet na ulaznoj površini vanjske domene (lažnog lumena). Za ovisnost definiranu izrazom (5.5) Tablica 13. prikazuje promatrane slučajeve.

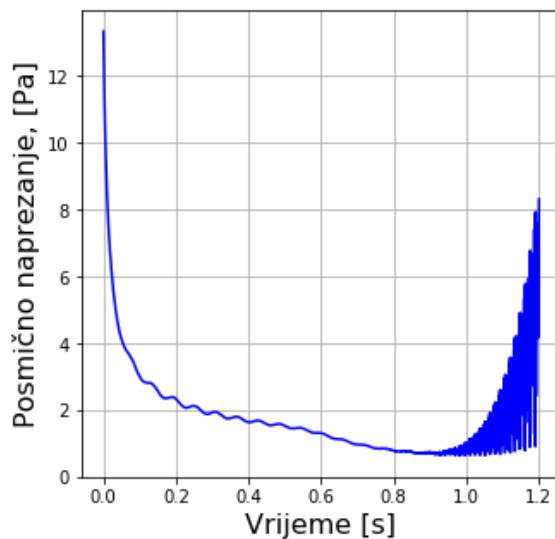
Tablica 13. Variranje ulaznih brzina

	$v_{\max,1}$ , [mms <sup>-1</sup> ]	$v_{\max,2}$ , [mms <sup>-1</sup> ]	$Q_{\text{vanjski}}/Q_{\text{ukupno}}$ [-]
<b>Referentni slučaj</b>	500	80	0,9
<b>1.Slučaj</b>	552,61	40	0,93
<b>2.Slučaj</b>	481,18	120	0,87
<b>3.Slučaj</b>	445,47	160	0,81
<b>4.Slučaj</b>	409,76	200	0,74

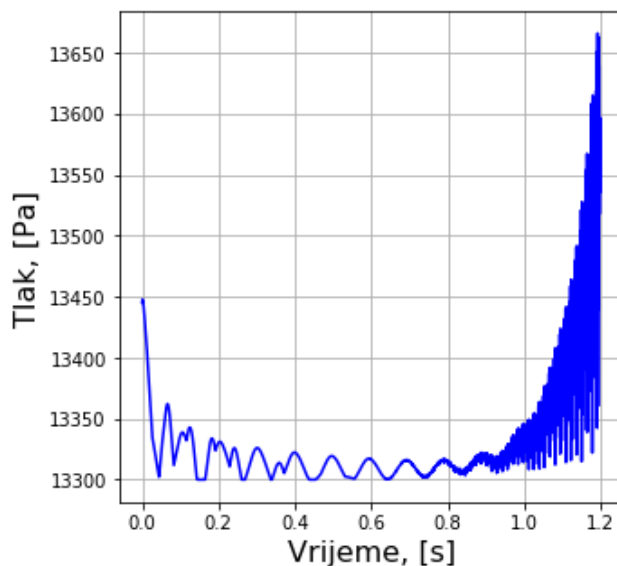
### 5.2.5. Rezultati za referentni slučaj



Slika 27. Maksimalno posmično naprezanje za vanjsku domenu fluida za referentni slučaj: A) Unutarnja površina B) Vanjska površina



**Slika 28.** Maksimalno posmično naprezanje za unutarnju domenu fluida za referentni slučaj



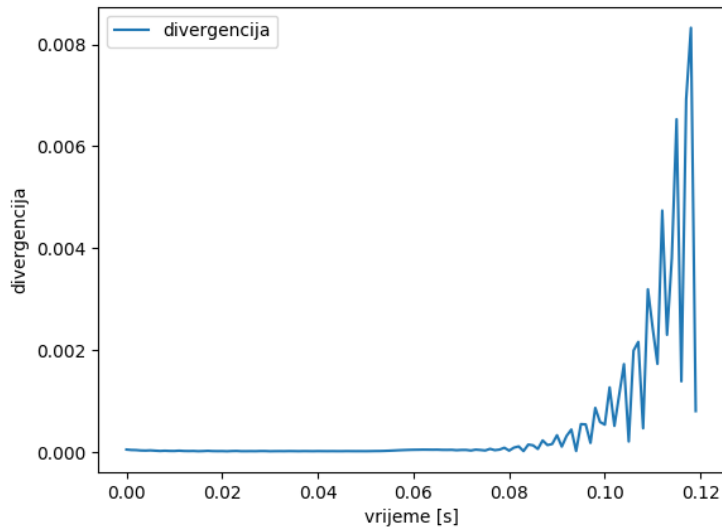
**Slika 29.** Maksimalni tlak za domenu strujanja fluida za referentni slučaj

Uvidom u rezultate prikazane na Slika 27, Slika 28, Slika 29 za domenu fluida jasno je kako rješenja divergiraju nakon trenutka  $t \approx 0,08s$ . Kako bi rješenja bila prihvatljiva vrijednost divergencije definirana izrazom prema [14]:

$$\|\nabla \mathbf{v}\|_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum \nabla \mathbf{v}^2}{N}}, \quad (5.6)$$

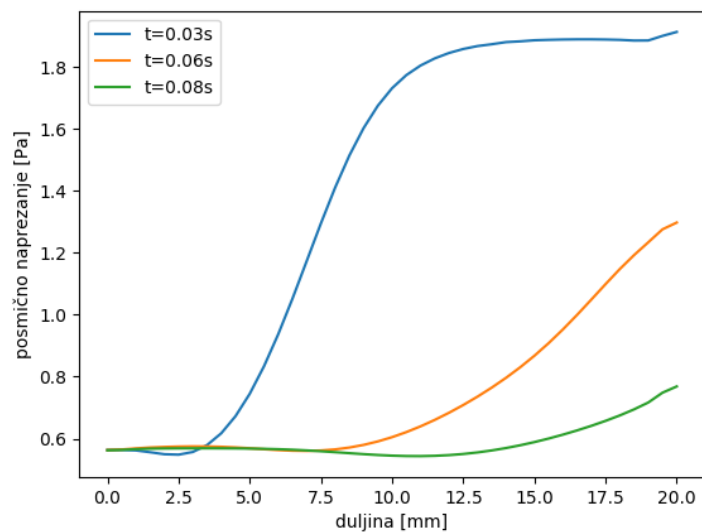
bi trebala biti manja od  $10^{-3}$ . Za referentni slučaj divergencija nakon  $t \approx 0,08s$  premašuje tu vrijednost te će se u obzir uzimati samo rezultati dobiveni do vremenskog trenutka  $t = 0,08s$ .

Na Slika 30 prikazana je divergencija rješenja za domenu fluida.



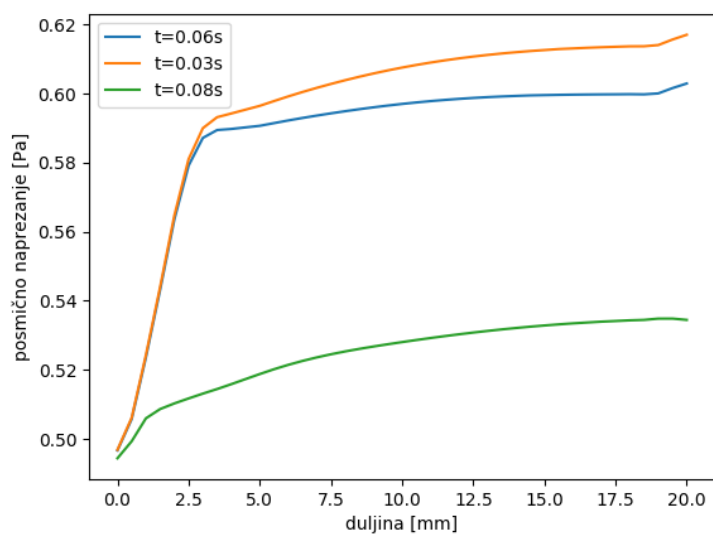
**Slika 30. Divergencija rješenja**

U nastavku će biti prikazani dijagrami za posmična naprezanja za rješenja do trenutka  $t = 0,08s$ .



**Slika 31. Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za referentni slučaj**

Slika 31 prikazuje raspodjelu posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene fluida za referentni slučaj u različitim vremenskim trenucima. Kao što je vidljivo vrijednost posmičnog naprezanje raste prema izlazu iz disekcije.

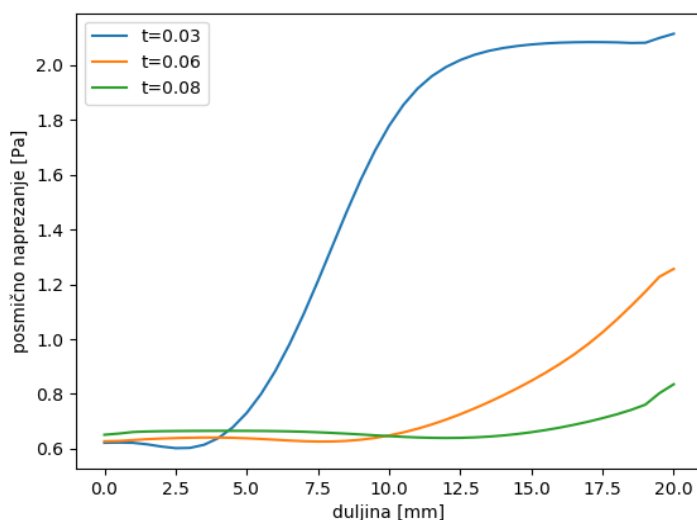


**Slika 32. Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za referentni slučaj**

Na Slika 32 vidljiva je raspodjela posmičnog naprezanja na stijenku pravog lumena po duljini vanjske domene za referentni slučaj. Kao i za slučaj unutarnje domene stijenke vrijednosti naprezanja se povećavaju s povećanjem prema izlazu iz domene disekcije.

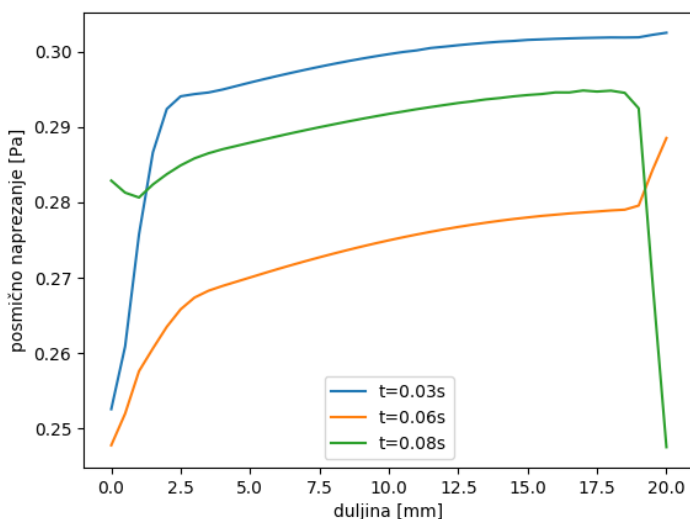
Posmična naprezanja pokazuju veće vrijednosti po duljini unutarnje domene zbog toga što su i vrijednosti brzina, a time i gradijenta veće u pravom, nego u lažnom lumenu.

### 5.2.6. Prvi slučaj



**Slika 33. Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za prvi slučaj**

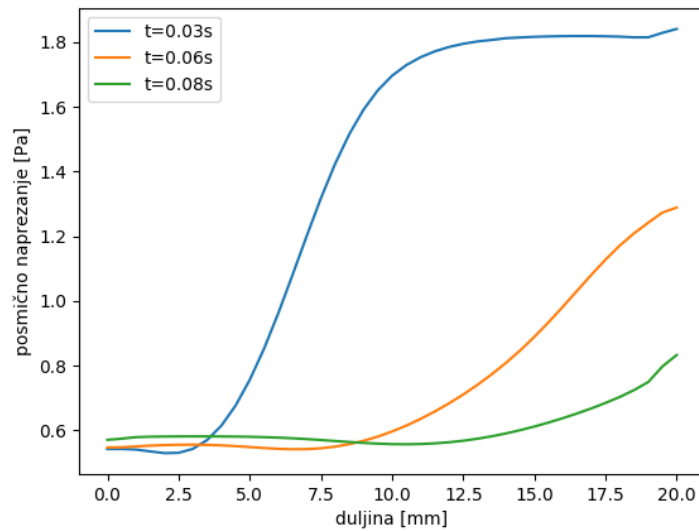
Slika 33 prikazuje očekivanu raspodjelu posmičnog naprezanja, odnosno dobivaju se vrijednosti slične onima dobivenim za referentni slučaj.



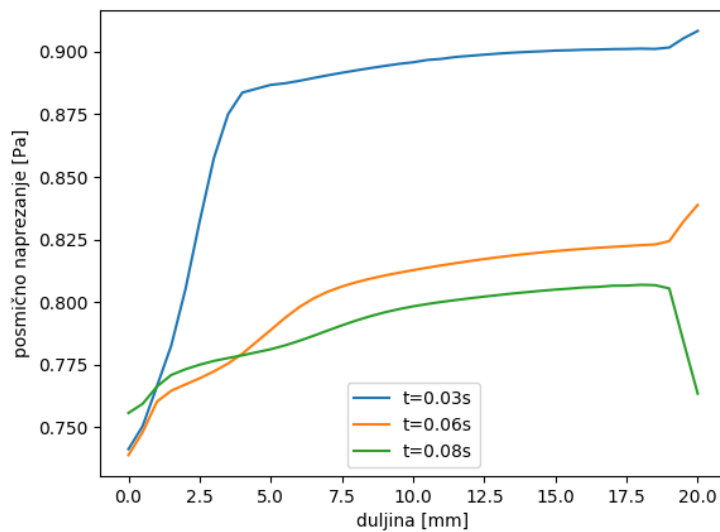
**Slika 34. Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za prvi slučaj**

Za vanjsku domenu dobivaju se nešto neočekivanije vrijednosti, odnosno za trenutak  $t=0,08s$  rješenja prikazuju određena odstupanja od očekivanog. Vrijednosti dobivene za  $t=0,06s$  i  $t=0,03s$  ne odstupaju od očekivanog.

### 5.2.7. Drugi slučaj



Slika 35. Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za drugi slučaj

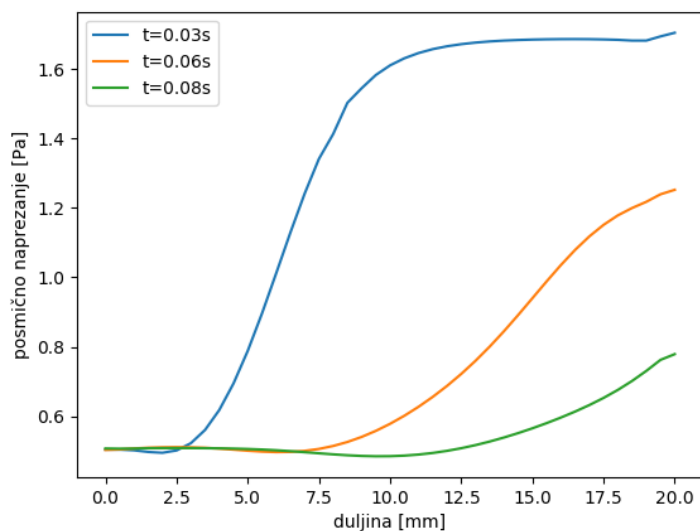


Slika 36. Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za drugi slučaj

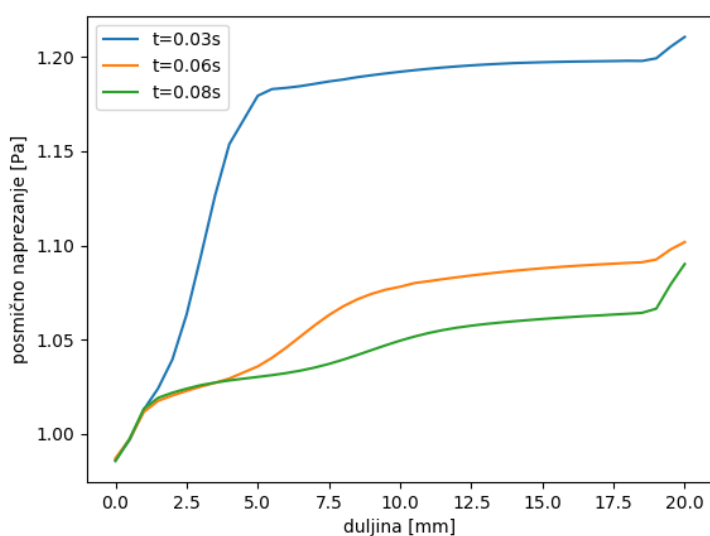
Za drugi slučaj posmično naprezanja na stijenku pravog lumena po duljini vanjske, odnosno unutarnje domene prikazane su na Slika 35 i Slika 36. Ove vrijednosti pokazuju očekivanu distribuciju duž stijenke.



### 5.2.8. Treći slučaj



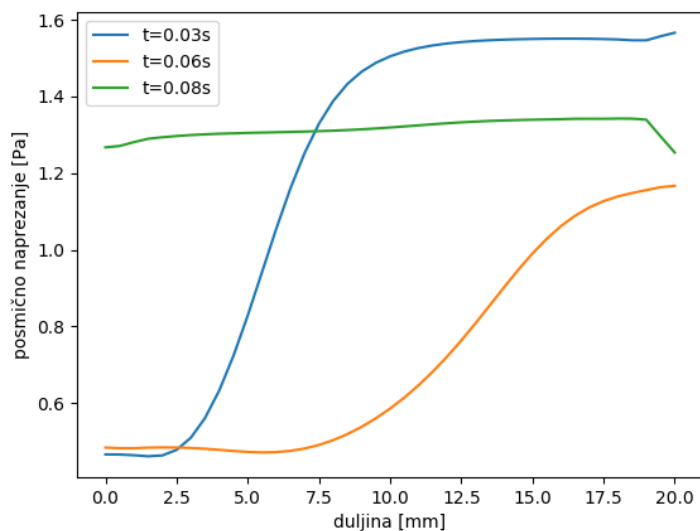
Slika 37. Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za treći slučaj



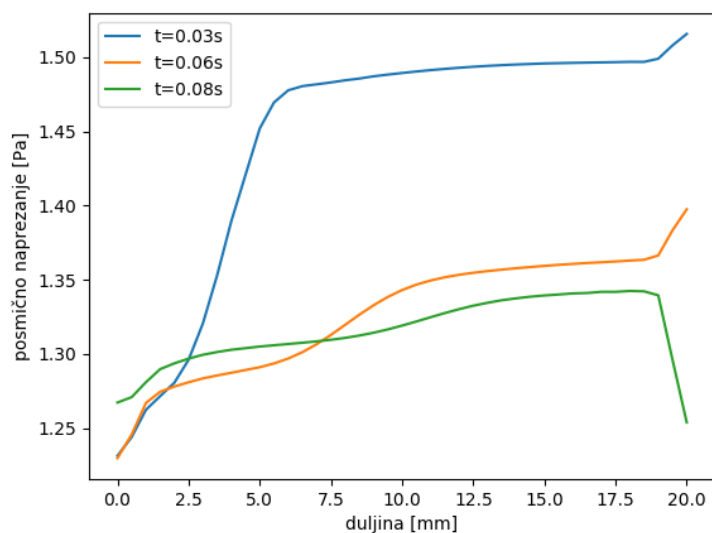
Slika 38. Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za treći slučaj

Slika 37 i Slika 38 prikazuju odgovarajuću distribuciju vrijednosti posmičnog naprezanja duž stijenke pravog lumena za treći slučaj opterećenja u odnosu na referentni slučaj prikazan Slika 31 i Slika 32.

### 5.2.9. Četvrti slučaj



**Slika 39. Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini unutarnje domene za četvrti slučaj**  
 Na Sliku 39 vrijednosti dobivene za  $t=0,08s$  pokazuju određena odstupanja duž stijenke u odnosu na referentni slučaj. Distribucija naprezanja duž stijenke pravog lumena za  $t=0,03s$  i  $t=0,06s$  je zadovoljavajuća.



**Slika 40. Raspodjela posmičnog naprezanja po duljini vanjske domene za četvrti slučaj**  
 Na Sliku 40 prikazana je raspodjela posmičnog naprezanja duž stijenke pravog lumena za vanjsku domenu. Može se uočiti kako su vrijednosti naprezanja slične onima za unutarnju

domenu, što je zadovoljavajuće jer je raspon vrijednosti ulaznih brzina za ovaj slučaj u odnosu na ostale slučajeve najmanji.

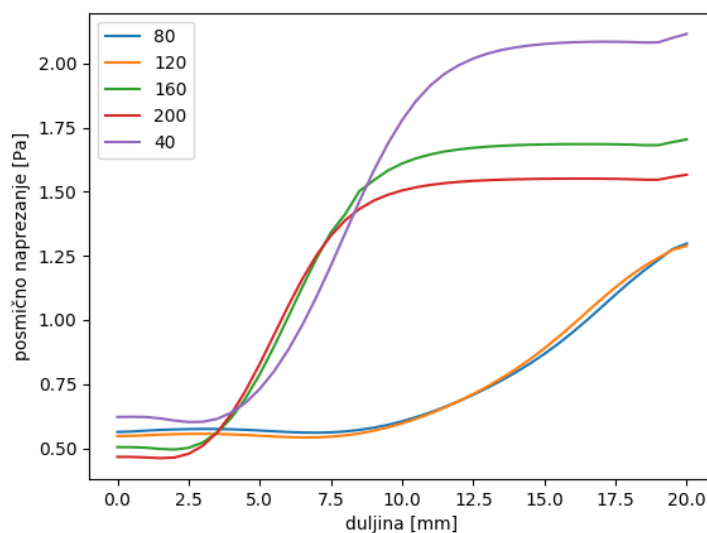
### 5.2.10. Usporedba rezultata za sve slučajeve nametnutih rubnih uvjeta

Prethodni dijagrami prikazivali su ovisnost posmičnog napreznja po duljini stijenke za svaki slučaj pojedinačno. Potrebno je prikazati i sve slučajeve na istom dijagramu.

#### NAPOMENA ZA LEGENDE NA DIJAGRAMIMA:

Tablica 14. Legende na dijagramima

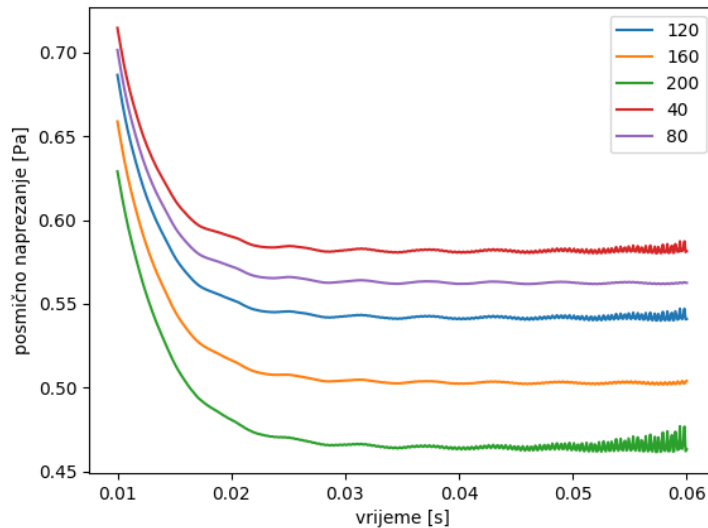
Oznaka na dijagramu	Oznaka
80	Referentni slučaj-brzina $v_{\max 2}=80 \text{ mms}^{-1}$
40	Slučaj 1-brzina $v_{\max 2}=40 \text{ mms}^{-1}$
120	Slučaj 2-s brzinom $v_{\max 2}=120 \text{ mms}^{-1}$
160	Slučaj 3-s brzinom $v_{\max 2}=160 \text{ mms}^{-1}$
200	Slučaj 4-s brzinom $v_{\max 2}=200 \text{ mms}^{-1}$



Slika 41. Raspodjela posmičnog napreznja po duljini unutarnje domene za sve slučajeve za  $t=0,06s$

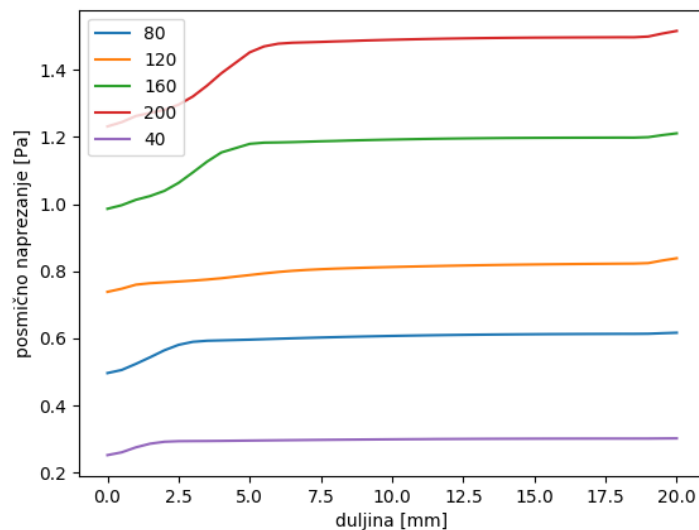
Slika 41 prikazuje raspodjelu posmičnog napreznja po duljini unutarnje stijenke pravog lumena (unutarnje površine unutarnje domene). Kao što je vidljivo maksimalna napreznja se javljaju za iznos  $v_{\max 2}=40 \text{ mms}^{-1}$ , što je i očekivano zbog toga što je brzina fluida unutar

pravog lumena za ovaj slučaj veća u odnosu na sve ostale slučajeve, pa su i gradijenti brzine za ovaj slučaj najveći. Zbog većih gradijenata brzine javljaju se i veća posmična naprežanja u odnosu na ostale slučajeve.



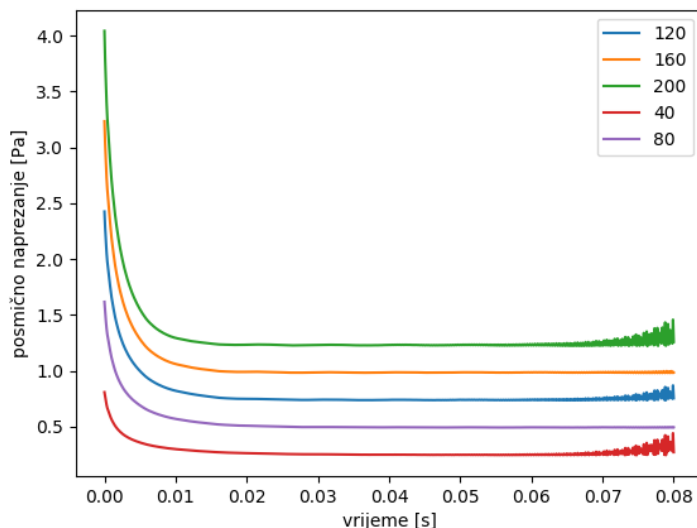
**Slika 42. Posmično naprežanje za jedan element unutarnje domene za različite vremenske trenutke**

Za različite vremenske trenutke, vidljivo je da se maksimalne vrijednosti postižu za brzinu  $v_{\max 2}=40 \text{ mms}^{-1}$ . Ovo je isto očekivano zbog većeg gradijenta brzine za  $v_{\max 2}=40 \text{ mms}^{-1}$  na stijenci pravog lumena unutarnje domene u odnosu na ostale slučajeve.

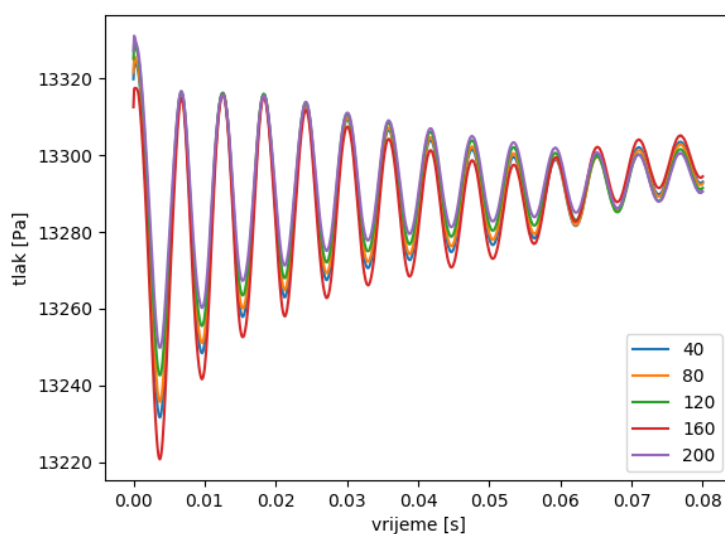


**Slika 43. Raspodjela posmičnog naprežanja po duljini vanjske domene za sve slučajeve za  $t=0,06\text{s}$**

Posmična naprezanja po duljini vanjske stijenke pravog lumena (vanjske površine unutarnje domene) prikazana su na Slika 43. Za raspodjelu prikazanu ovim dijagramom vidljivo je kako se za  $v_{\max 2}=40 \text{ mms}^{-1}$  postižu minimalne vrijednosti posmičnog naprezanja zbog toga što je na površini stijenke minimalni gradijent brzine za ovaj slučaj.



**Slika 44. Raspodjela posmičnog naprezanja za jedan element vanjske domene za sve slučajeve** Za različite vremenske trenutke, vidljivo je da se maksimalne vrijednosti postižu za brzinu  $v_{\max 2}=200 \text{ mms}^{-1}$ , što je i za očekivati. Do  $t \approx 0,01\text{s}$  vrijednosti posmičnog naprezanja naglo opadaju, nakon tog trenutka posmično naprezanje se približava nekoj konstantnoj vrijednosti.



**Slika 45. Tlakovi na ulaznoj površini unutarnje domene fluida**

Tlakovi prikazuju neravnomjerne oscilacije.

## 6. ZAKLJUČAK

Provedena je simulacija strujanja kroz zdravu aortu na dva načina, s krutom stijenkom i s deformabilnom stijenkom. Utvrđeno je da navedene simulacije za nametnute identične rubne uvjete daju drugačije rezultate. Simulacija s deformabilnom stijenkom pokazuje veće oscilacije u vrijednostima tlaka i posmičnog naprezanja za vremenske trenutke. Osim većih oscilacija u rješenju, simulacijom s deformabilnom stijenkom dobivaju se i veće vrijednosti posmičnih naprezanja na izlazu iz zdrave aorte za krajnji trenutak simulacije.

Geometrija disekcije aorte modelirana je na sličan način kao i zdrava aorta, korištenjem četvrtine modela. Kreirana je unutarnja domena koja predstavlja pravi lumen krvne žile i vanjska domena koja predstavlja lažni lumen. Provedena je referentna simulacija za koju je u odnosu na koju su definirana ostala četiri slučaja u kojima su varirani ulazni protoci, odnosno brzine za unutarnju (pravi lumen) i vanjsku (lažni lumen) domenu strujanja.

Utvrđeno je da se povećanjem brzine na ulazu u vanjsku domenu strujanja (lažni lumen), povećava i posmično naprezanje na vanjskom dijelu, a smanjuje se na unutrašnjem dijelu stijenke pravog lumena. Posmična naprezanja na unutarnji dio stijenke veća su nego na vanjski dio stijenke. Za unutarnji dio stijenke po duljini posmična naprezanja pokazuju ravnomjerniju raspodjelu u odnosu na vanjski dio stijenke.

Smatra se da lokalni hemodinamički uvjeti imaju važnu ulogu za nastanak, rast i razvoj tromba. Dva uvjeta trebaju biti ispunjena za stvaranje tromba, (1) trombociti se moraju aktivirati pod utjecajem strujanja, a zatim (2) moraju doći u područje većih posmičnih naprezanja u blizini endotelnih stanica (Di Achille et al. 2014). Posmična naprezanja ili neka funkcija posmičnih naprezanja je vrlo čest kriterij za nastanak tromba u disekciji (e.g. (Cito et al. 2013), (Shadden & Hendabadi 2013), (Di Achille et al. 2014), (Di Achille et al. 2017).

Nažalost, ne zna se mnogo o razvoju tromba u lažnom lumenu u AD. Međutim, poznato je da nedostatak tromba, djelomična tromboza ili potpuna tromboza lažnog lumena ima značajan utjecaj na ishod bolesti (Tsai et al. 2007). Numeričke simulacije provedene u ovom radu pokazuju stvarnu potrebu za korištenje interakcije fluida i čvrstog tijela. Na taj način moguće je dobiti puno točnije kriterije nastanka tromba, a samim time i predikciju razvoja disekcije aorte tipa B.

## LITERATURA

- [1] Kraut, B.: *Strojarski priručnik*, Tehnička knjiga Zagreb, 1970.
- [2] Alfirević, I.: *Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma*, Golden Marketing Zagreb, 2003.
- [3] Sorić, J.: *Metoda konačnih elemenata*, Golden Marketing Zagreb, 2004.
- [4] <https://sites.google.com/site/tonidujesite123/krvotok>(preuzeto 23.5.2019.)
- [5] Horvat, N.: *Implementacija teorije rasta i promjene strukture aorte u paket za konačne elemente*, Diplomski rad, Zageb 2015.
- [6] <http://droualb.faculty.mjc.edu/Lecture%20Notes/Unit%204/cardiovascular-blood%20vessels%20with%20figures.htm>(preuzeto 23.5.2019.)
- [7] Mihić, D.: *Interna medicina*,
- [8] <https://www.saem.org/cdem/education/online-education/m4-curriculum/group-m4-cardiovascular/thoracic-aortic-dissection>(preuzeto 23.5.2019.)
- [9] Karšaj, I.: *Numeričko modeliranje procesa deformiranja uz pretpostavku velikih deformacija*, Doktorski rad, Zagreb, 2006.
- [10] Pamuković F., *Eksperimentalno određivanje utjecaja krioprezervacije na mehanička svojstva svinjskih aorti*, Doktorski rad, Zagreb, 2018.
- [11] Abaqus 6.14 Documentation-Abaqus Analysis User's Guide
- [12] Junqueira, L. C., Carneiro J.,; *Osnove histologije*, 2005 Zagreb Medicinska naklada
- [13] Hansen, M., S.: Boundary conditions for 3D Fluid-Structure Interaction Simulations of Compliant Vessels
- [14] Introduction to Abaqus/CFD, Simulia
- [15] Di Achille P, Tellides G, Figueroa CA, Humphrey JD. 2014. *A haemodynamic predictor of intraluminal thrombus formation in abdominal aortic aneurysms*. Proc R Soc A Math Phys Eng Sci. 470:20140163–20140163.
- [16] Di Achille P, Tellides G, Humphrey JD. 2017. *Hemodynamics-driven deposition of intraluminal thrombus in abdominal aortic aneurysms*. Int j numer method biomed eng. 33:1–17.
- [17] Tsai TT, Evangelista A, Nienaber CA, Myrmel T, Meinhardt G, Cooper J V., Smith DE, Suzuki T, Fattori R, Llovet A, et al. 2007. *Partial Thrombosis of the False Lumen in Patients with Acute Type B Aortic Dissection*. N Engl J Med. 357:349–359.

- 
- [18] Cito S, Domenico M, Badimon L. 2013. A Review of Macroscopic Thrombus Modeling Methods. *Thromb Res.* 131:116–124.
- [19] Shadden SC, Hendabadi S. 2013. Potential fluid mechanic pathways of platelet activation. :467–474.



## **PRILOZI**

I. CD-R disc