

# Primjena algoritama raspoređivanja na primjeru proizvodnje u tekstilnoj industriji

---

**Klepo, Tomislav**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:408261>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-18**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Tomislav Klepo**

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Goran Đukić, dipl. ing.

Student:

Tomislav Klepo

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i literaturu navedenu na kraju rada.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Goranu Đukiću na pruženoj pomoći prilikom pisanja rada. Također se zahvaljujem gosp. Ivici Mihalju, savjetniku uprave za razvoj tehnologija u Hemco d.o.o., i gosp. Mladenu Šalinoviću, voditelju prodaje za ključne klijente u Hemco d.o.o., na ustupljenim informacijama za izradu ovog rada.

Zahvaljujem se i svojoj obitelji na potpori tijekom studiranja te svima koji su mi na bilo koji način pomogli.

Tomislav Klepo



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske radove studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **TOMISLAV KLEPO** Mat. br.: **0035199164**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Primjena algoritama raspoređivanja na primjeru proizvodnje u tekstilnoj industriji**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Application of scheduling algorithms on the example of production in the textile industry**

Opis zadatka:

Problem raspoređivanja proizvodnih operacija na strojeve poznat je i složen optimizacijski problem. U tekstilnoj industriji isti se može okarakterizirati kao netipičan problem raspoređivanja fleksibilne hibridne linijske proizvodnje. Osim složenih egzaktnih metoda za dobivanje rješenja koriste se i jednostavniji i brži heuristički algoritmi. U radu je na primjeru problema raspoređivanja u tekstilnoj industriji potrebno prikazati i primijeniti neke heurističke algoritme.

U radu je potrebno:


- prikazati problem raspoređivanja, vrste i varijacije problema i načine rješavanja
- napraviti pregled dostupnih izvora o raspoređivanju u tekstilnoj industriji
- dati opis primjera problema (opis tvrtke, opis proizvodnoga procesa, opis tehnološkoga lista odabranog proizvoda i dr.)
- primijeniti odabrane algoritme za određivanje rasporeda na odabranom primjeru
- provesti analizu usporedbe dobivenih rješenja pojedinim algoritmima i same provedbe u tvrtki temeljene na iskustvu.

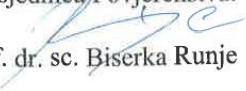
U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
02. svibnja 2019.

Rok predaje rada:  
04. srpnja 2019.

Predviđeni datum obrane:  
10. srpnja 2019.  
11. srpnja 2019.  
12. srpnja 2019.

Zadatak zadao:  
  
prof. dr. sc. Goran Đukić

Predsjednica Povjerenstva:  
  
prof. dr. sc. Biserka Runje

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA .....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK .....	V
SUMMARY .....	VI
1. UVOD .....	1
2. RASPOREĐIVANJE .....	2
2.1. Tehnike mrežnog planiranja .....	3
2.2. Određivanje rasporeda na jednom stroju .....	6
2.3. Optimizacijske metode .....	11
2.3.1. Metoda međusobne izmjene susjeda .....	11
2.3.2. Dinamičko programiranje .....	11
2.3.3. Metoda grananja i granica .....	12
2.4. Heurističke metode .....	12
2.4.1. Konstruktivne heuristike i pravila dodjeljivanja .....	12
2.4.2. Nasumično uzorkovanje .....	13
2.4.3. Tehnike pretraživanja susjedstva .....	14
2.4.4. Tabu pretraživanje .....	14
2.4.5. Simulirano žarenje .....	15
2.4.6. Genetski algoritmi .....	16
2.5. Problem s više paralelnih strojeva .....	16
2.6. Raspoređivanje radioničke proizvodnje .....	18
2.7. Raspoređivanje linijske proizvodnje .....	19
3. RASPOREĐIVANJE U TEKSTILNOJ INDUSTRIJI .....	23
4. PRIMJER PRIMJENE ALGORITMA RASPOREĐIVANJA U TEKSTILNOJ INDUSTRIJI .....	26
4.1. Proizvodnja tvrtke Hemco d.o.o. ....	27
4.2. Određivanje vremena ciklusa i potrebnog broja strojeva .....	28
4.3. Balansiranje proizvodne linije i algoritam raspoređivanja .....	33
4.4. Rezultati algoritma .....	37
5. MOGUĆNOSTI POBOLJŠANJA .....	51
6. ZAKLJUČAK .....	52
LITERATURA .....	53
PRILOZI .....	55

**POPIS SLIKA**

Slika 1.	Aktivnost na točki (a), aktivnost na strelici (b).....	4
Slika 2.	Primjer gantograma, [1].....	6
Slika 3.	Stepenasta funkcija problema s jednim strojem, [2] .....	9
Slika 4.	Primjer gantograma za problem paralelnih strojeva s prekidanjem operacija, [2] .....	17
Slika 5.	Primjer gantograma za raspoređivanje radioničke proizvodnje, [2] .....	18
Slika 6.	Primjer gantograma za raspored linijske proizvodnje, [2] .....	20
Slika 7.	Hemco d.o.o. ....	26
Slika 8.	Šivaona .....	27
Slika 9.	Skica proizvoda.....	28
Slika 10.	Dijagram redoslijeda izvođenja operacija .....	32
Slika 11.	Shematski prikaz algoritma .....	36
Slika 12.	Ulazni podaci i programski kod .....	38
Slika 13.	Raspored prema dosadašnjem pravilu raspoređivanja .....	39
Slika 14.	Raspored sa strojevima u stanicama.....	41
Slika 15.	Rasporedi za proizvodnju prema dosadašnjem pravilu .....	44
Slika 16.	Graf – vrijeme protoka .....	46
Slika 17.	Graf – vrijeme izrade.....	46
Slika 18.	Graf – prosječna iskoristivost strojeva .....	47
Slika 19.	Prikaz rasporeda LTT heuristike za sve veličine serija .....	48
Slika 20.	Gantogram za operacije montaže .....	49

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Tehnološki list proizvoda .....	29
Tablica 2. Oznake strojeva.....	30
Tablica 3. Izračun broja potrebnih strojeva .....	31
Tablica 4. Heuristička pravila koja se koriste u algoritmu, [13] .....	37
Tablica 5. Raspored operacija .....	40
Tablica 6. Početni rezultati.....	41
Tablica 7. Raspored operacija za STT heuristiku.....	42
Tablica 8. Rezultati za rasporede sa strojevima spojenim u stanice.....	43
Tablica 9. Rezultati algoritma za različite veličine serije .....	45
Tablica 10. Raspoređene operacije i potreban broj strojeva za montažu .....	50



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$a$	min	Optimistično vrijeme trajanja aktivnosti
$b$	min	Pesimistično vrijeme trajanja aktivnosti
$ml$	min	Najvjerojatnije vrijeme trajanja aktivnosti
$t$	min	Očekivano vrijeme trajanja aktivnosti
$\sigma_p^2$	min	Varijanca aktivnosti
$p_j$	min	Vrijeme obrade $j$ -tog posla
$r_j$	min	Vrijeme izdavanja $j$ -tog posla
$d_j$	min	Rok završetka $j$ -tog posla
$C_j$	min	Vrijeme završetka $j$ -tog posla
$F_j$	min	Vrijeme protoka $j$ -tog posla
$L_j$	min	Kašnjenje $j$ -tog posla
$T_j$	min	Zaostajanje $j$ -tog posla
$F$	min	Ukupno vrijeme protoka
$T$	min	Ukupno zaostajanje
$F_{max}$	min	Maksimalno vrijeme protoka
$T_{max}$	min	Maksimalno kašnjenje
$U$	-	Broj zakašnjelih poslova
$C_{max}$	min	Maksimalno vrijeme završetka
$M$	min	Vrijeme izrade
$q_{ij}$	-	Vjerojatnost odabira kod metode simuliranog žarenja
$T$	-	Parametar metode simuliranog žarenja
$Z$	-	Funkcija cilja metode simuliranog žarenja
$m$	-	Broj strojeva
$n$	-	Broj poslova
$A_j$	min	Parametar Palmerovog i Guptinog algoritma

## **SAŽETAK**

Teorija raspoređivanja je jedno od područja operacijskih istraživanja koje se bavi razvojem i primjenom matematičkih modela i metoda za rješavanje problema određivanja rasporeda proizvodnje. Problemi raspoređivanja se ubrajaju u skupinu NP-teških problema. Za pronalazak rješenja manjih problema koriste se optimizacijske metode. Za veće se probleme koriste različite heurističke metode koje su brže, ali ne garantiraju pronalazak optimalnog rješenja. U ovom radu prikazana je primjena heurističkog algoritma raspoređivanja na primjeru proizvoda tekstilne industrije. Prikazani su i uspoređeni rezultati rasporeda za primjene različitih heurističkih pravila.

Ključne riječi: raspoređivanje, heurističke metode, tekstilna industrija

## **SUMMARY**

The theory of scheduling is one of the areas of operational research that deals with the development and application of mathematical models and methods for solving the problems of determining the production schedule. The scheduling problems are part of the NP-hard problem group. Optimization methods are used to find solutions to minor problems. For larger problems, different heuristic methods are used. Heuristic methods are quicker, but do not guarantee the finding of an optimal solution. This paper presents a heuristic scheduling algorithm on the example of the textile industry. Results of different heuristic rules are presented and compared.

Key words: scheduling, heuristic methods, textile industry

## 1. UVOD

Raspoređivanje operacija procesa proizvodnje koji se obavlja u više faza ima velik utjecaj na vremena završetaka i produktivnost proizvodnje. U fazi planiranja potrebno je odrediti na kojim će se strojevima proizvodnja odvijati, koje će se operacije obavljati na pojedinim strojevima te u koje vrijeme. Raspoređivanjem se nastoji ostvariti minimalno ukupno vrijeme proizvodnje kako bi se u konačnici smanjili troškovi proizvodnje (iako su mogući i drugačiji ciljevi, kao npr. maksimizacija iskoristivosti strojeva, balans opterećenja po odjelima i dr.). Problemi ovog tipa se ubrajaju u skupinu NP-teških problema kod kojih je primjena točnih matematičkih (optimizacijskih) metoda ograničena na slučajeve s malim brojem operacija i strojeva, dok se za kompleksnije slučajeve koriste druge, heurističke metode. Postizanje optimalnog rezultata je vrlo teško ostvariti i u većini slučajeva bi zahtijevalo velika vremena računanja pa većina metoda daje suboptimalna rješenja koja su u praksi prihvatljiva.

U literaturi se spominje više vrsta problema koji se razlikuju po kompleksnosti i karakteristikama procesa kao što su broj različitih proizvoda i broj njihovih operacija, broj i vrsta strojeva, zavisnost i vremena operacija i ostali. Ovisno o kompleksnosti problema, razvijene su različite metode rješavanja.

U ovom radu će se opisati algoritam raspoređivanja operacija i njegova primjena na primjeru proizvoda iz tekstilne industrije. Za tekstilnu industriju je karakteristična linijska proizvodnja, a proizvodni procesi su specifični po tome što se u proizvodnji jednog proizvoda koristi nekoliko različitih vrsta strojeva, od kojih svake vrste može biti nekoliko strojeva u jednoj liniji. Proizvodi se sastoje od više dijelova koji mogu imati različit broj operacija, a operacije su međusobno zavisne. Stoga je uloga raspoređivanja operacija po strojevima ujedno i balansiranje linije kako bi se dobilo jednako opterećenje svih strojeva i omogućio protok materijala bez većih zastoja.

U prvom dijelu rada su opisane vrste problema raspoređivanja i navedene su metode rješavanja pojedinih vrsta koji se spominju u literaturi. U nastavku je prikazan pregled literature o raspoređivanju u tekstilnoj industriji, a na kraju je opisan problem iz tekstilne industrije koji je korišten kao primjer na kojemu je opisan algoritam rješavanja problema ove vrste. U radu se promatrao utjecaj različitih rasporeda operacija na rezultate proizvodnje prema različitim kriterijima.

## 2. RASPOREĐIVANJE

Problem raspoređivanja (eng. *scheduling*) poznat je problem u planiranju proizvodnje koji za cilj ima odrediti optimalan raspored zadataka po različitim kriterijima. Pomoću informacija o zadacima i resursima za izvođenje operacija (strojevima), potrebno je odrediti vremenski raspored izvršavanja zadataka. Metodama za rješavanje problema raspoređivanja želi se utvrditi koji će se zadatak obavljati na kojem stroju i u koje vrijeme. Kroz povijest su razvijeni različiti modeli koji se bave rješavanjem ovog problema, a velik broj modela upućuje na to da nema općenite metode koja će davati optimalne rezultate za svaki problem.

Problemu raspoređivanja se općenito pristupa u dva koraka. Prvi korak je odrediti redosljed kojim će se dodjeljivati zadaci, a u drugom koraku se određuje raspored kojim se određuju vremena početaka (i završetaka) te na kojem stroju se zadatak izvodi. Pojam redosljeda (eng. *sequence*) označava poredak, odnosno govori o slijedu događanja, dok pojam rasporeda (eng. *schedule*) označava razmještaj, odnosno međusobni odnos vremenskih jedinica, program aktivnosti ili obveza, određivanje radnog mjesta i upućivanje na rad.

U procesu raspoređivanja, potrebno je znati vrstu i količinu svakog resursa kako bi se moglo odrediti kada se poslovi mogu izvršavati. Određivanjem resursa definiraju se ograničenja problema. Također je potrebno opisati sva tehnološka ograničenja (prioritetna ograničenja) koja postoje među zadacima. Informacije o resursima i zadacima određuju vrstu problema raspoređivanja.

Poticaј za razvoj općenitih metoda raspoređivanja bili su problemi koji se pojavljuju u proizvodnji. Zbog toga se u opisivanju problema raspoređivanja najčešće koristi terminologija preuzeta iz proizvodnje koja se koristi i u različitim neproizvodnim područjima. Stoga se resursi obično nazivaju strojevi, a zadaci se nazivaju poslovi. Poslovi se mogu sastojati od nekoliko osnovnih zadataka koji se nazivaju operacije.

Teorija raspoređivanja prvenstveno se bavi matematičkim modelima koji se odnose na proces raspoređivanja. Modeli raspoređivanja se kategoriziraju s obzirom na ograničenja resursa i prirodu zadataka. Na primjer, model može sadržavati jedan stroj ili više strojeva. Ako sadrži jedan stroj, poslovi su uglavnom neovisni jedni o drugima i sastoje se od jedne faze, dok modeli s više strojeva obično uključuju poslove s više faza (operacija). Ako se skup poslova dostupnih za planiranje ne mijenja tijekom vremena, sustav se naziva statičkim, za razliku od slučajeva u kojima se novi poslovi pojavljuju tijekom vremena, gdje se sustav naziva

dinamičkim. Kada se pretpostavlja da su uvjeti problema potpuno određeni model je deterministički, a ako se pojavljuju nesigurnosti s eksplicitnim razdiobama vjerojatnosti model je stohastički.

Problem raspoređivanja se prema računalnoj složenosti ubraja u skupinu NP-teških problema. NP-teški problemi su problemi za čije rješavanje ne postoji poznati polinomni algoritam, tako da vrijeme za pronalaženje rješenja eksponencijalno raste s veličinom problema. Iako nije definitivno dokazano da ne postoji polinomni algoritam za rješavanje NP-teških problema, još niti jedan takav algoritam nije razvijen.

Zbog toga se već kod jednostavnijih problema raspoređivanja optimizacijskim metodama teško dolazi do optimalnog rješenja jer je vrijeme računanja predugo. Iz tog razloga se koriste razne heurističke metode koje za izvođenje ne zahtijevaju značajnije računске napore, no isto tako ne garantiraju pronalaženje globalno optimalnih rješenja.

U nastavku su prikazani osnovni teorijski modeli, optimizacijske i heurističke metode rješavanja i neke verzije svakog problema.

## 2.1. Tehnike mrežnog planiranja

Tehnike mrežnog planiranja su široko primjenjive tehnike koje se koriste za raspoređivanje resursa i određivanje redoslijeda izvođenja aktivnosti te se stoga mogu promatrati kao temelj za proučavanje problema raspoređivanja. Mnogi problemi koji su kasnije opisani se mogu lakše vizualizirati i analizirati korištenjem ovih tehnika. Osnovne dvije tehnike mrežnog planiranja su metoda kritičnog puta - CPM (eng. *Critical Path Method*) i tehnike evaluacije i pregleda programa - PERT (eng. *Program Evaluation and Review Technique*). CPM metoda pretpostavlja da su vremena trajanja aktivnosti fiksna, tj. konstantna, dok PERT metoda koristi razdiobu vjerojatnosti kod vremena aktivnosti kako bi se omogućila varijacija.

CPM i PERT pojavili su se samostalno krajem 1950-ih i smatraju se alatima za planiranje i raspoređivanje aktivnosti projekata. Prihvaćene su kao praktične tehnike i uspješno su primijenjene u različitim područjima uključujući istraživanje i razvoj, građevinu, održavanje, marketing i proizvodnju.

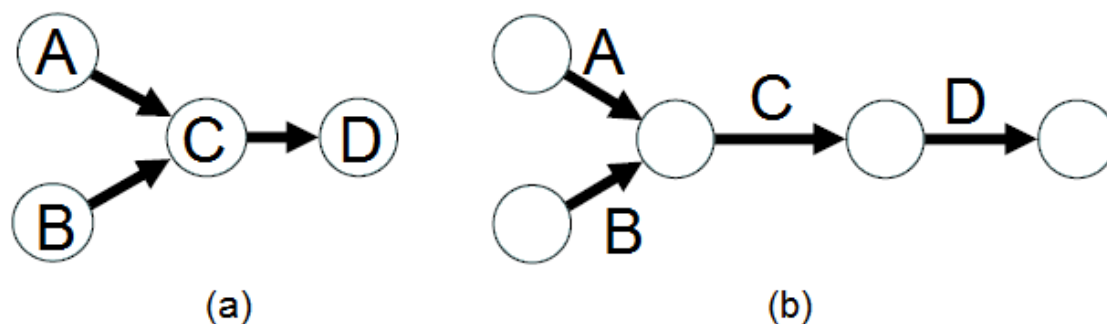
U smislu korištenja mrežnih tehnika u planiranju projekata, projekt predstavlja skup unaprijed definiranih zadataka koji se nazivaju aktivnosti. Kada se sve ove aktivnosti provedu, projekt je završen. Analogno teoriji raspoređivanja, projekt se može shvatiti kao jedan posao, koji se izvodi u više faza (operacija) koje su međusobno povezane. Završetkom svih operacija, posao je završen. Operacije se kod planiranja projekta nazivaju aktivnosti. Aktivnosti projekta su

međusobno povezane i podliježu logičkim ograničenjima koja ograničavaju raspoređivanje aktivnosti. Grafički prikaz logičkih odnosa među projektnim aktivnostima se naziva mrežni model aktivnosti. Osim što prikazuje logička ograničenja, mrežni model također prikazuje strukturu problema koja se koristi za analizu.

Aktivnost se u grafičkom prikazu mrežnog modela može prikazati na dva načina:

- aktivnost na točki (eng. *Activity on Node – AON*),
- aktivnost na strelici (eng. *Activity on Arrow – AOA*).

Mreže se sastoje od čvorova i usmjerenih lukova. U AOA mreži lukovi (strelice) predstavljaju aktivnosti, a čvorovi predstavljaju događaje. Razlika između aktivnosti i događaja je ta da su aktivnosti procesi koji su povezani s vremenskim intervalima tijekom kojih se izvode, a događaji se definiraju kao stupanj postignuća, tj. označavaju početak i/ili završetak aktivnosti i povezani su s točkama u vremenu. Ovakav prikaz mreže je uobičajen za prikazivanje planiranja i praćenja aktivnosti projekta. U AON mreži čvorovi predstavljaju aktivnosti, a lukovi prikazuju logičke odnose između aktivnosti i češće se koristi za prikazivanje problema raspoređivanja. Na [Slika 1] su obje vrste prikaza.



**Slika 1.** Aktivnost na točki (a), aktivnost na strelici (b)

Izrada mrežnog modela se odvija u nekoliko koraka. Prije svega, potrebno je prikupiti podatke o vremenima trajanja aktivnosti i odrediti veze između aktivnosti, odnosno odrediti koje aktivnosti moraju prethoditi, a koje slijediti. Nakon toga se prema prikupljenim podacima stvara mreža koja prikazuje povezanost među aktivnostima. Aktivnostima u mreži dodaju se informacije o trajanju te se prema tome određuju najraniji i najkasniji počeci i završeci aktivnosti. Vremenska rezerva svake aktivnosti prikazuje vremenski period za koji određena aktivnost može kasniti, a da to kašnjenje ne utječe na kašnjenje cijelog projekta. Računa se kao razlika najkasnijeg i najranijeg početka ili kao razlika najkasnijeg i najranijeg

završetka. Aktivnosti kojima je vremenska rezerva jednaka nuli predstavljaju aktivnosti kritičnog puta. Kritični put predstavlja najkraće vrijeme završetka projekta. Budući da aktivnosti na kritičnom putu nemaju vremensku rezervu, svako kašnjenje tih aktivnosti će uzrokovati kašnjenje čitavog projekta.

Pretpostavka CPM-a je fiksna procjena trajanja aktivnosti, dok se kod PERT metode uzima u obzir varijacija vremena aktivnosti. Zbog toga se za određivanje trajanja aktivnosti kod PERT metode koriste tri procjene vremena, a to su:

- optimistično vrijeme  $a$ ,
- pesimistično vrijeme  $b$ ,
- najvjerojatnije vrijeme  $ml$ .

Očekivano vrijeme trajanja aktivnosti se računa prema izrazu (1):

$$t = \frac{a + 4ml + b}{6} \quad (1)$$

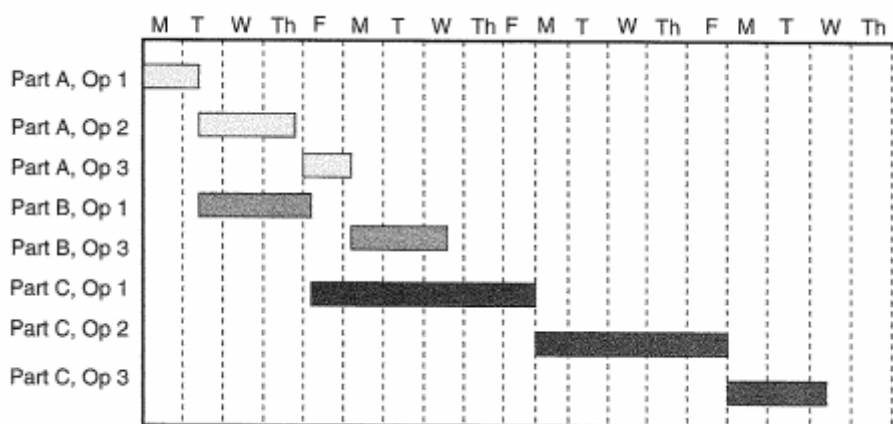
a varijanca aktivnosti prema izrazu (2):

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{b - a}{6}\right)^2 \quad (2)$$

Ukupna varijanca projekta se računa kao suma varijanci aktivnosti kritičnog puta. Pretpostavke PERT metode su da procjena vremena trajanja aktivnosti slijedi beta razdiobu, a ukupno vrijeme završetka projekta slijedi normalnu razdiobu. Također se pretpostavlja da su vremena trajanja aktivnosti statistički neovisna.

CPM i PERT metode su korisne za planiranje i praćenje tijeka projekta, no imaju nekoliko ograničenja. Aktivnosti i njihove međusobne veze moraju biti jednoznačno definirane prije početka projekta. Procjenu vremena trajanja aktivnosti može biti vrlo teško za utvrditi, pogotovo ako ne postoje nikakvi podaci o takvim ili sličnim aktivnostima iz prošlih projekata. Osim korištenja mrežnog modela, za prikazivanje aktivnosti projekta se koriste Ganttovi dijagrami – gantogrami. Gantogram se može promatrati kao koordinatni sustav koji na horizontalnoj osi prikazuje vrijeme, a na vertikalnoj objekte terminiranja (kod projekta su to aktivnosti). Horizontalna duljina pravokutnika na dijagramu predstavlja vrijeme trajanja aktivnosti. Primjer gantograma je na [Slika 2].





**Slika 2. Primjer gantograma, [1]**

Gantogramom je prikazan vremenski tijek projekta i omogućeno je određivanje kritičnih aktivnosti i praćenje njihovog izvršavanja. Ovakav tip prikaza se vrlo često koristi za prikazivanje rješenja u teoriji raspoređivanja s tim da je na horizontalnoj osi je prikazano vrijeme, a na vertikalnoj osi su prikazani strojevi koji izvode poslove, [1].

## 2.2. Određivanje rasporeda na jednom stroju

Određivanje redoslijeda na jednom stroju je specijalizirani problem raspoređivanja u kojem redoslijed poslova u potpunosti određuje raspored. Najjednostavniji problem s redoslijedom je onaj u kojem postoji jedan resurs ili stroj, poslovi se sastoje od samo jedne operacije, a sva vremena obrade su deterministička. Problem s jednim strojem prikazuje različite teme raspoređivanja i pruža osnovu za proučavanje različitih mjera izvedbe i nekoliko tehnika rješavanja. Stoga je ovaj problem temelj za razvoj i razumijevanje problema raspoređivanja. Osim ograničenja na jedan stroj, osnovni problem karakteriziraju ovi uvjeti:

1. Postoji  $n$ -poslova s jednom operacijom istovremeno dostupnih za izvođenje (svi poslovi su dostupni u trenutku u kojem je dostupan stroj za proizvodnju).
2. Stroj može obavljati najviše jedan posao odjednom.
3. Vrijeme pripreme stroja neovisno je o redoslijedu operacija i uključeno je u vrijeme obrade.
4. Značajke koje opisuju poslove su determinističke i unaprijed poznate (npr. trajanje operacije).
5. Stroj je stalno dostupan (ne pojavljuju se kvarovi).

6. Stroj nikada nije u stanju mirovanja dok slijedeći posao čeka na izvršenje, odnosno dok je dostupan slijedeći posao.
7. Kada posao započne, izvodi se bez prekida.

Kada se radi o karakteristikama poslova za model jednog stroja, potrebno je razlikovati informacije koje su unaprijed poznate i informacije koje su generirane kao rezultat odluka o raspoređivanju. Informacije koje su unaprijed poznate nazvane su ulazne informacije, a za slučaj jednog stroja to su:

- Vrijeme obrade (eng. *processing time*) ( $p_j$ ) - vrijeme obrade koju zahtijeva  $j$ -ti posao,
- Vrijeme izdavanja (eng. *ready time* ili *release time*) ( $r_j$ ) - vrijeme u kojem je  $j$ -ti posao dostupan za obradu,
- Rok završetka (eng. *due time*) ( $d_j$ ) - vrijeme u kojem je potrebno da je  $j$ -ti posao dovršen.

Prema trećem uvjetu, vrijeme obrade  $p_j$  uključuje vrijeme obrade i vrijeme podešavanja stroja. Vrijeme izdavanja može se smatrati vremenom dolaska, tj. vrijeme kada se  $j$ -ti može početi izvoditi. U osnovnom modelu pretpostavka u prvom uvjetu je da je  $r_j = 0$  za sve poslove. Rokovi u nekim slučajevima ne postoje, ali ima slučajeva kada rokove završetka poslova treba uzeti u obzir.

Informacije koje se generiraju kao rezultat odluka o raspoređivanju su izlazne informacije i predstavljaju informacije koje će se koristiti za procjenu valjanosti rasporeda, a to su:

- Vrijeme završetka (eng. *completion time*) ( $C_j$ ) - vrijeme završetka obrade  $j$ -tog posla,
- Vrijeme protoka (eng. *flowtime*) ( $F_j$ ) - vrijeme koje  $j$ -ti posao provodi u sustavu, računa se prema izrazu (3):

$$F_j = C_j - r_j \quad (3)$$

- Kašnjenje (eng. *lateness*) ( $L_j$ ) - vrijeme u kojem vrijeme završetka  $j$ -tog posla premašuje rok završetka, računa se prema izrazu (4):

$$L_j = C_j - d_j \quad (4)$$

Protok mjeri odziv sustava na pojedinačne zahtjeve za uslugom i predstavlja interval koji posao čeka između njegova dolaska i odlaska. Kašnjenje mjeri usklađenost rasporeda s danim rokovima završetaka poslova. Negativno kašnjenje predstavlja raniji završetak nego što je zahtijevano, a pozitivno kašnjenje predstavlja kasniji završetak posla nego što se traži. U

mnogim situacijama, različite kazne su povezane s pozitivnim kašnjenjem, ali nikakve koristi nisu povezane s negativnim zakašnjenjem. Stoga je često korisno raditi s količinom koja mjeri samo pozitivno kašnjenje:

- Zaostajanje, eng. *tardiness* ( $T_j$ ) – kašnjenje  $j$ -tog posla u slučaju da se posao ne završi prije roka završetka ili nula u suprotnom (5):

$$T_j = \max \{0, L_j\} \quad (5)$$

Rasporedi se općenito procjenjuju zbirnim količinama koje uključuju informacije o svim poslovima. Mjere učinka rasporeda obično su funkcije skupa završetaka u rasporedu. U slučaju da je zakazano  $n$  poslova, ukupne mjere izvedbe su sljedeće:

- ukupno vrijeme protoka (6):

$$F = \sum_{j=1}^n F_j \quad (6)$$

- ukupno zaostajanje (7):

$$T = \sum_{j=1}^n T_j \quad (7)$$

- maksimalno vrijeme protoka (8):

$$F_{max} = \max_{1 \leq j \leq n} \{F_j\} \quad (8)$$

- maksimalno kašnjenje (9):

$$T_{max} = \max_{1 \leq j \leq n} \{T_j\} \quad (9)$$

- broj zakašnjelih poslova (10):

$$U = \sum_{j=1}^n \delta(T_j) \quad (10)$$

gdje je  $\delta(x) = 1$  za  $x > 0$ , odnosno  $\delta(x) = 0$  u suprotnom

- maksimalno vrijeme završetka (11):

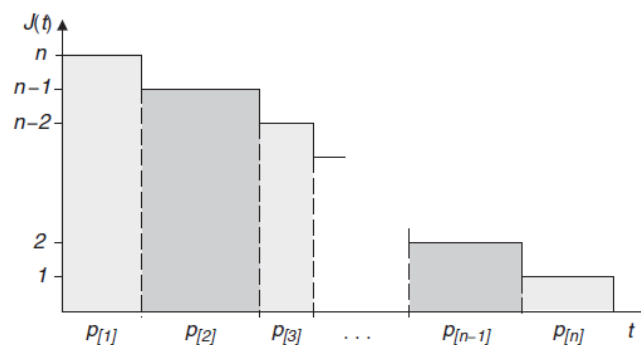
$$C_{max} = \max_{1 \leq j \leq n} \{C_j\} \quad (11)$$

Prema osnovnim pretpostavkama za slučaj jednog stroja, maksimalno vrijeme završetka je jednako maksimalnom vremenu protoka ( $C_{max} = F_{max} = p_j$ ), a ta je količina poznata kao vrijeme izrade (vrijeme izrade na jednom stroju, vremenski raspon izrade, eng. *makespan*, uvijek je jednako maksimalnom vremenu završetka  $C_{max}$ , a označava se sa  $M$ ).

S ovom notacijom, minimiziranje ukupnog vremena protoka poznato je kao  $F$ -problem, minimiziranje ukupnog kašnjenja kao  $T$ -problem, itd. Ukupno vrijeme protoka je zbroj svakog od radnih tokova. U ovoj vrsti funkcije cilja, svaki posao izravno doprinosi mjerama izvedbe, jer je svako pojedino vrijeme protoka dio zbroja.

Osnovni slučaj raspodjele poslova s jednim strojem predstavlja slučaj bez zadanih rokova završetka. Raspoređivanje poslova na jedan stroj bez ograničenja rokovima završetka ima za cilj održavati niske razine sredstava za proizvodnju (sirovina), odnosno osigurati brz obrtaj sredstava.

Vrijeme posla provedeno u sustavu je njegovo vrijeme protoka, a cilj brzog obrta može se protumačiti kao minimiziranje ukupnog protoka. Cilj održavanja niske razine zaliha može se tumačiti kao minimiziranje prosječnog broja poslova u sustavu. U trenutku nula je  $n$  poslova u sustavu, a završetkom svakog posla se broj poslova postepeno smanjuje. Kada se grafički prikaže promjena broja poslova u vremenu, dobije se stepenasta funkcija, [Slika 3.].



Slika 3. Stepenasta funkcija problema s jednim strojem, [2]

Vremenska duljina rasporeda jednaka je maksimalnom vremenu protoka, u ovom slučaju je to suma vremena trajanja poslova, i neovisna je o redoslijedu obrade poslova. Površina ispod krivulje ( $A$ ) jednaka je ukupnom protoku, a može se izračunati prema izrazu (12):

$$A = n \cdot p_{[1]} + (n - 1) \cdot p_{[2]} + \dots + 2p_{[n-1]} + p_{[n]} \quad (12)$$

Minimiziranje ukupnog vremena protoka postiže se metodom dodjeljivanja poslova s najkraćim vremenima obrade poznatom kao SPT metoda (eng. *Shortest Processing Time*). SPT metoda raspodjeljuje poslove u rastućem redoslijedu s obzirom na vrijeme obrade, tj. u svakom koraku se dodaje posao s najkraćim vremenom obrade. Ova metoda u ovom slučaju daje optimalan rezultat.

Jedna od varijacija ovog slučaja je minimiziranje ukupnog protoka s dodijeljenim težinama za poslove. U ovoj varijaciji  $F$ -problema, radna mjesta nemaju jednaku važnost. Jedan od načina razlikovanja radnih mjesta je dodijeliti vrijednost ili težinu,  $w_j$  svakom poslu. Ponderirana verzija ukupnog vremena protoka je ukupno ponderirano vrijeme protoka, koje se definira kao suma umnožaka pondera i vremena protoka. Optimalno pravilo za ovaj slučaj je raspoređivanje najkraćeg ponderiranog vremena obrade SWPT (eng. *Shortest Weighted Processing Time*).

Slijedeći problem iz ove skupine uzima u obzir rokove završetaka. Za ovaj slučaj se koristi više metoda od kojih svaka daje optimalan rezultat za jednu od mjera uspješnosti. Tako se prethodno spomenuta SPT metoda koristi kako bi se smanjilo ukupno kašnjenje ( $T$ ) u slučajevima kad su rokovi završetaka svih poslova jednaki i u slučaju kada se nijedan posao ne može završiti u roku.

Za slučaj kad rokovi završetaka nisu jednaki, za minimiziranje kašnjenja se koristi metoda dodjeljivanja poslova s najkraćim rokovima završetka, EDD metoda (eng. *Earliest Due Date*). EDD metoda raspodjeljuje poslove u rastućem redoslijedu s obzirom rokove završetka posla, tj. u svakom koraku se dodaje posao s najkraćim rokom završetka.

Metoda minimalnog slobodnog vremena, MST metoda (eng. *Minimum Slack Time*) daje optimalne rezultate za postizanje minimalnog vremena kašnjenja za slučajeve kod kojih stroj nema „praznog hoda“. Ova metoda koristi Smith-ovo pravilo prema kojem se  $i$ -ti posao može staviti na zadnje raspoloživo mjesto u slučaju da ispunjava dva uvjeta:

1. rok završetka  $i$ -tog posla je dulji od sume svih vremena obrade,
2. u slučaju da više poslova ispunjava prvi uvjet, treba odabrati onaj posao koji ima najdulje vrijeme obrade

U obzir treba uzeti ograničenje metode jer metoda ne daje optimalne rezultate u slučaju kad prvi uvjet nije ispunjen.

Ostali problemi s jednim strojem koji se spominju u literaturi su problemi s nesimultanim dolascima operacija (vremena izdavanja poslova su različita, tj. nisu svi poslovi dostupni u početnom vremenu), problemi s povezanim poslovima (određeni poslovi ne mogu započeti dok se njihovi prethodnici ne završe), problemi s pripremnim vremenima ovisnim o redoslijedu poslova (nakon što se završi jedan posao stroj je potrebno pripremiti za slijedeći posao, a duljina vremena pripreme stroja ovisi o poslu koji će se izvoditi poslije odrađenog posla) i problemi sa stohastičkim vremenima obrade.

Prethodno navedene metode se koriste samo za određene vrste problema i mjera uspješnosti. Za postizanje optimalnosti u svim ostalim uvjetima problema i prema ostalim mjerama uspješnosti koriste se opće optimizacijske metode.

## **2.3. Optimizacijske metode**

Metode koje su ovdje opisane nisu ograničene na primjenu slučaja s jednim strojem, već su općenite i mogu se primijeniti i za rješavanje složenijih problema raspoređivanja. Radi jednostavnijeg prikaza, opisane su na primjeru problema s jednim strojem. Ovdje će se ukratko opisati metode međusobne izmjene susjeda (eng. *Adjacent Pairwise Interchange Methods*), dinamičko programiranje (eng. *Dynamic Programming*) i metoda grananja i granica (eng. *Branch And Bound Method*).

### **2.3.1. Metoda međusobne izmjene susjeda**

Ranije navedene metode (SPT, SWPT i EDD) koriste principe međusobne izmjene susjeda. Za slučaj jednog stroja s rokovima završetaka, potrebno je:

1. generirati početno rješenje i izračunati vrijednost odabrane mjere uspješnosti,
2. u početnom rješenju (rasporedu) odabrati jedan posao,
3. zamijeniti mjesto odabranog posla s prvim susjedom,
4. ponavljati korak tri sve dok se zamjenom postiže bolje rješenje, u suprotnom zaustaviti proces.

Ova metoda ovisi o odabiru početnog rješenja i moguće je da dobiveno rješenje ne bude globalni, već lokalni optimum. Zbog toga se za slučajeve s velikim brojem mogućih (početnih) rješenja koriste druge metode jer ova metoda ne garantira da je pronađeno rješenje optimalno.

### **2.3.2. Dinamičko programiranje**

Kada funkcija cilja ima aditivni oblik, kao u problemima raspoređivanja, optimum je moguće pronaći pristupom dinamičkog programiranja. Dinamičko programiranje je opća tehnika optimizacije za donošenje uzastopnih odluka. Kod raspoređivanja se mora uzastopno odlučivati koji je posao na prvom mjestu, koji na drugom mjestu, i tako dalje. Dinamičko programiranje odnosi se na probleme koji se mogu podijeliti u potprobleme, od kojih svaki

uključuje podskup odluka. Računski zahtjevi dinamičkog programiranja rastu eksponencijalnom brzinom s povećanjem veličine problema, no ovaj pristup je i dalje učinkovitiji od potpunog brojanja svih izvedivih rasporeda, jer računski napor potpunog brojanja raste faktorijelno s veličinom problema. Iako je učinkovitiji od potpunog nabiranja, činjenica da računski zahtjev metode dinamičkog programiranja pokazuje eksponencijalni rast ukazuje na to da bi se u slučajevima s velikim brojem elemenata trebale koristiti druge metode.

### **2.3.3. Metoda grananja i granica**

Kao što samo ime kaže, ova metoda se sastoji od dvije procedure: grananja i graničenja. Grananje je proces kojim se početni problem dijeli na manje potprobleme, a graničenje je proces računanja donje granice rezultata potproblema. U slučaju raspoređivanja na jednom stroju, početni problem koji se sastoji od  $n$ -poslova je potrebno podijeliti na  $n$ -potproblema, a svaki potproblem se dijeli na više potproblema i tako dalje. Kada se ne bi provodilo graničenje, samim procesom grananja bi se ispisala sva moguća rješenja. Stoga je svrha graničenja spriječiti grananje svih potproblema, odnosno odrediti koji potproblemi će se dalje granati kako bi se došlo do optimalnog rješenja. U svakom je koraku potrebno odrediti donje granice, a one potprobleme koji imaju najniže vrijednosti granica treba dalje podijeliti sve dok se ne dođe do optimalnog rješenja. Računske zahtjeve ove metode je teško predvidjeti jer ovise o parametrima procesa.

## **2.4. Heurističke metode**

Osim metoda optimizacije, za rješavanje problema raspoređivanja se koriste različite heurističke metode. Optimizacijske metode su bazirane na kombinatornim postupcima i računski napor potreban za rješavanje problema pomoću tih metoda raste iznimno brzo kako se veličina problema povećava. Upravo zbog tog razloga su razvijene heurističke metode. No ove metode, za razliku od optimizacijskih metoda, ne garantiraju pronalazak optimalnih rješenja. U nastavku su opisane neke heurističke metode koje se koriste za rješavanje problema raspoređivanja.

### **2.4.1. Konstruktivne heuristike i pravila dodjeljivanja**

Konstruktivne heuristike i pravila dodjeljivanja (eng. *Constructive heuristics and dispatching rules*) koriste posebne parametre koji daju prioritet operacijama prema određenim pravilima.

U svakom koraku raspoređivanja se stroju dodjeljuje operacija s najvećim prioritetom. Neka pravila su, [3]:

- najkraće vrijeme izvođenja (eng. *Shortest Processing Time* – SPT) – najviši prioritet od svih raspoloživih operacija ima operacija s najkraćim vremenom izvođenja,
- najduže vrijeme izvođenja (eng. *Longest Processing Time* – LPT) – najviši prioritet od svih raspoloživih operacija ima operacija s najdužim vremenom izvođenja,
- najduže preostalo vrijeme posla (eng. *Most Work Remaining* - MWKR) - najviši prioritet od svih raspoloživih operacija ima operacija posla kojem je preostalo najviše vremena da se završi,
- najkraće preostalo vrijeme posla (eng. *Least Work Remaining* - LWKR) - najviši prioritet od svih raspoloživih operacija ima operacija posla kojem je preostalo najmanje vremena da se završi,
- ukupni posao (eng. *Total Work* - TWORK) - najviši prioritet od svih raspoloživih operacija ima operacija posla koji ima najmanje ukupno vrijeme izvođenja,
- FIFO (eng. *First In First Out*) - najviši prioritet od svih raspoloživih operacija ima operacija koja je prva došla u red za izvođenje, tj. ona operacija koja najdulje čeka na izvođenje,
- LIFO (*Last In First Out*) - najviši prioritet od svih raspoloživih operacija ima operacija koja je zadnja došla u red za izvođenje, tj. ona operacija koja najkraće čeka na izvođenje.

#### **2.4.2. Nasumično uzorkovanje**

Metodom nasumičnog uzorkovanja (eng. *Random Sampling*) se iz skupa mogućih rješenja generira uzorak od  $N$  rješenja između kojih se odabire najbolje rješenje. Vjerojatnost da je odabrano rješenje optimalno se povećava s povećanjem veličine uzorka, no također se povećava i računski napor za izvršavanje procedure. Problemi koji se ovdje javljaju su kako generirati uzorak rješenja te kako ga evaluirati. Veličina uzorka se može odrediti prema željenoj vjerojatnosti da je rješenje optimalno. Uz pretpostavku da je u određenom problemu optimalno rješenje jedinstveno, vjerojatnost da je dobiveno rješenje optimalno iznosi  $[1 - (1 - 1/n!)^N]$ , pri čemu je  $n$  broj operacija koje se raspoređuju. Ova heuristička metoda daje dobra rješenja za probleme s jednostavnom i jasnom logikom te ograničenim računalnim naporima. U složenijim problemima uglavnom nije primjenjiva.



### 2.4.3. Tehnike pretraživanja susjedstva

Tehnike pretraživanja susjedstva (eng. *Neighborhood Search Techniques*) su bazirane na metodama međusobne izmjene susjeda i metodi nasumičnog uzorkovanja. Nasumičnim uzorkovanjem se generira jedno početno rješenje koje se zove sjeme (eng. *seed*). Zatim se pomoću određenog pravila generira susjedstvo rješenja i odabere se najbolje rješenje. Odabrano rješenje postaje novo sjeme, a postupak se ponavlja sve dok se u susjedstvu rješenja pronalazi bolje rješenje. Problemi koji se ovdje susreću su kako generirati početno rješenje, odnosno sjeme u čijem bi se susjedstvu mogao nalaziti optimum te koje pravilo treba koristiti pri generiranju susjedstva rješenja. Na primjeru slučaja jednog stroja s određenim rokovima završetaka i  $n$  poslova, početno rješenje može biti  $1, 2, 3, \dots, n$ . Ako se za pravilo generiranja susjedstva uzme pravilo međusobne izmjene susjeda, drugi korak procedure bi dao slijedeće rješenje:

$2, 1, 3, 4, \dots, n - 2, n - 1, n$

$1, 3, 2, 4, \dots, n - 2, n - 1, n$

...

$1, 2, 3, 4, \dots, n - 1, n - 2, n$

$1, 2, 3, 4, \dots, n - 2, n, n - 1$

Od ovih rješenja bi se odabralo najbolje koje bi postalo novo sjeme. Osim pravila izmjene susjeda, mogu se koristiti pravila umetanja prvog, pravilo umetanja posljednjeg i druga pravila.

### 2.4.4. Tabu pretraživanje

U svom osnovnom obliku, tabu pretraživanje (eng. *Tabu Search*) može se promatrati kao modificirani oblik pretraživanja susjedstva. Kod ove metode se također kreće od nekog nasumičnog rješenja od kojeg se generira susjedstvo rješenja. Iz susjedstva se najbolje rješenje odabire kao sjeme za slijedeću iteraciju, no algoritam se ne zaustavlja u slučaju da se ne pronalaze bolja rješenja, već se vraća korak u natrag i uzima drugo najbolje rješenje u tom koraku za novo sjeme. Ukoliko se pretraživanjem susjedstva novog sjemena ne pronade bolje rješenje, to sjeme se stavlja na popis tabua i rješenja s tog popisa se više ne uzimaju za sjeme. Duljina popisa tabu rješenja je u praktičnim uvjetima unaprijed određena kako bi se smanjilo vrijeme izvođenja algoritma.

Ova metoda također ne garantira pronalazak optimalnog rješenja, no u usporedbi s ostalim metodama, manje je osjetljiva na lokalne optimume. Pravilo međusobne izmjene susjeda se pokazalo kao pravilo koje uglavnom daje zadovoljavajuća rješenja pri generiranju susjedstva, a za složenije probleme je ustanovljeno da metoda daje jednake rezultate kao metoda pretraživanja susjedstva.

#### 2.4.5. Simulirano žarenje

Tabu pretraživanje nadilazi jedan od problema pretraživanja susjedstva, a to je zadržavanje u lokalnom optimumu. No pri izboru novog sjemena se uvijek uzima najbolje rješenje koje se ne nalazi na popisu zabranjenih rješenja (tabu popisu). U slučaju da je cilj minimizirati promatranu veličinu funkcije cilja, u svakom koraku pretraživanja tabua se nastoji funkciju cilja što strmije spustiti. Suprotno tome, metodom simuliranog žarenja (naziva se i simulirano kaljenje) (eng. *Simulated Annealing*) se nastoji u svakom koraku pomalo „spustiti“ krivulju. Ime i inspiracija metode potječu od žarenja u metalurgiji, postupka koje uključuje grijanje i kontrolirano hlađenje materijala kako bi se povećala veličina njegovih kristala i smanjile njihove greške. Rano u tom procesu, pri visokim temperaturama, čestice u materijalu ponekad se mijenjaju u stanje više energije, ali je na niskim temperaturama takvo ponašanje mnogo manje vjerojatno. Na vrlo niskim temperaturama, čestice se gotovo uvijek premještaju u stanja niže energije kad god se pojavi mogućnost. Analogno s ovim fizičkim procesom, svaki korak algoritma zamjenjuje trenutno rješenje slučajnim susjednim rješenjem, odabranim s vjerojatnošću koja ovisi o razlici između vrijednosti funkcije cilja i o globalnom parametru  $T$  (koji se naziva temperatura), koji se postupno smanjuje tijekom postupka. U fazi  $i$  funkcija cilja je  $Z_i$ , što odgovara vrijednosti  $Z$  za  $i$ -to sjeme. Postupak dalje generira susjedstvo rješenja  $i$ -tog sjemena i nasumično odabire sljedeće sjeme pri čemu svako rješenje iz susjedstva ima određenu vjerojatnost da bude izabrano za sljedeće sjeme. Vjerojatnost da  $j$ -ti susjed postane sljedeće sjeme se računa prema izrazu (13):

$$q_{ij} = \min \left\{ 1, e^{-\frac{\Delta Z}{T(i)}} \right\} \quad (13)$$

gdje  $T(i)$  označava temperaturu u fazi  $i$ , a  $\Delta Z = Z_j - Z_i$ . Vjerojatnost da će kandidat biti odabran za sljedeće sjeme uvijek je 1 ako postoji poboljšanje funkcije cilja, ali ako se funkcija cilja poveća, vjerojatnost odabira se smanjuje s povećanjem funkcije cilja. Vjerojatnost se smanjuje kako se temperatura smanjuje, dok su ostali parametri jednaki. Prema tome, kako se pretraživanje nastavlja, postoji mogućnost smanjenja vjerojatnosti prelaska na gore rješenje.

Odabir raspodjele parametra  $T$  je proizvoljan, a rezultati koje daje metoda simuliranog žarenja su osjetljivi na planirani računski napor, koji se ovdje mjeri brojem faza parametra  $T$ .

#### 2.4.6. Genetski algoritmi

Genetski algoritmi (eng. *Genetic Algorithms*) oponašaju procese prirodne evolucije i pripadaju skupini evolucijskih algoritama, koji generiraju rješenja za optimizacijske probleme koristeći tehnike inspirirane prirodnom evolucijom, kao što su nasljeđivanje, mutacija, selekcija i križanje. Sam algoritam se može promatrati kao postupak pretraživanja susjedstva koji ima sličnosti s nekoliko heuristika koje su navedene ranije, ali drugačiju logiku. Umjesto definiranja susjeda promjenom jednog slijeda, genetski algoritam kombinira dva (ili više) postojeća rješenja, odabirom nekih značajki iz jednog, a ostatak od drugog. Budući da se novi kandidati mogu promatrati kao potomci postojećih, terminologija je posuđena iz evolucije i genetike. U genetskom algoritmu se populacija nizova (kromosoma) koji kodiraju optimizacijske probleme kandidatskim rješenjima razvija od početnih prema boljim rješenjima. Rješenja su uobičajeno binarno zapisana (kodirana) kao nizovi nula i jedinica, ali su moguća i druga kodiranja. Evolucija obično počinje od nasumično generirane populacije, a može se generirati i primjenom jedne od heurističkih metoda opisanih ranije, i odvija se u generacijama. U svakoj generaciji se procjenjuje sposobnost svakog pojedinca u populaciji. Više pojedinaca se na temelju njihove sposobnosti odabire iz sadašnje populacije te se modificira (međusobnim križanjem i mutacijom pojedinaca s najvećom sposobnosti) kako bi se stvorila nova populacija. Veličina populacije ovisi o prirodi problema, ali obično sadrži nekoliko stotina ili tisuća mogućih rješenja. Nova populacija se zatim koristi u sljedećoj iteraciji algoritma. Obično se algoritam završava kada se proizvede maksimalni broj generacija ili se dostigne zadovoljavajuća razina sposobnosti za populaciju. Kao rješenje se odabire najспособniji od svih „preživjelih“ u posljednjoj generaciji. Zbog velikog zahtijevanog vremena računanja, algoritam se najčešće prekida kada se postigne maksimalan broj generacija, a tako dobiveno rješenje može, ali ne mora biti globalni optimum.

#### 2.5. Problem s više paralelnih strojeva

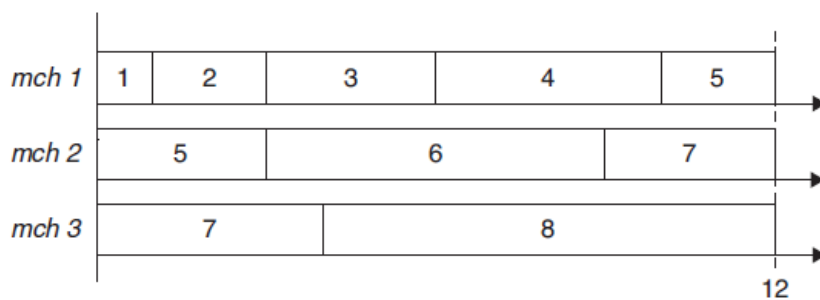
U problemu s jednim strojem je za dobivanje rješenja dovoljno da se odredi redoslijed izvođenja poslova. U svim ostalim problemima kod kojih se pojavljuje veći broj strojeva, uz redoslijed izvođenja, potrebno je i odrediti raspored poslova po strojevima. Najjednostavniji takav slučaj je slučaj s paralelnim strojevima.

U problemu s paralelnim strojevima vrijede svi uvjeti koji su definirani za slučaj jednog stroja, jedina razlika je postojanje više strojeva koji mogu obaviti posao. U modelu paralelnih strojeva se raspoređuju poslovi koji se sastoje od jedne operacije i istovremeno su dostupni u trenutku nula, strojevi su identični (svaki se posao može obaviti na svakom stroju) i poslovi nisu međusobno zavisni (povezani).

Ovisno o tome mogu li se poslovi prekidati ili ne, razlikuju se dva slučaja osnovnog modela paralelnih strojeva. Za slučaj kad je prekidanje operacija dozvoljeno, posao se može jedan dio vremena izvoditi na jednom stroju, a ostatak vremena na drugim strojevima, uz uvjet da se istovremeno može obavljati samo na jednom stroju. Vrijeme izrade  $M$  za unaprijed definiran broj strojeva  $m$  određuje se prema izrazu (14):

$$M = \max \left[ \sum_{j=1}^n \frac{p_j}{m}, \max_j \{p_j\} \right] \quad (14)$$

Iz prethodnog izraza je vidljivo da vrijeme izrade određuje veće vrijeme između ukupnog prosječnog vremena svih poslova i vremena najdužeg posla. Poslovi se redom dodjeljuju na strojeve dok se suma vremena poslova dodijeljenih stroju ne izjednači s vremenom izrade za stroj. Ako se zadnji dodijeljeni posao ne završi u cijelosti na jednom stroju, ostatak njegovog vremena se prenosi na slijedeći stroj. Postupak se ponavlja dok se ne dodijele svi poslovi. Gantogramski prikaz jednog takvog slučaja je na [Slika 4].



**Slika 4.** Primjer gantograma za problem paralelnih strojeva s prekidanjem operacija, [2]

Isti postupak se može provesti i za slučaj kad prekidanje poslova nije dozvoljeno, no ni u jednom od dva navedena slučaja se ne garantira optimalno rješenje prema svim kriterijima uspješnosti. U slučaju s prekidanjem poslova se ne garantira rješenje s minimalnim brojem poslova koji se prekidaju, a u slučaju kad prekidanje poslova nije dozvoljeno, postupak ne daje rješenje s minimalnim potrebnim brojem strojeva. Metodama grananja i granica te dinamičkim programiranjem se mogu pronaći optimalna rješenja kad prekidanje poslova nije

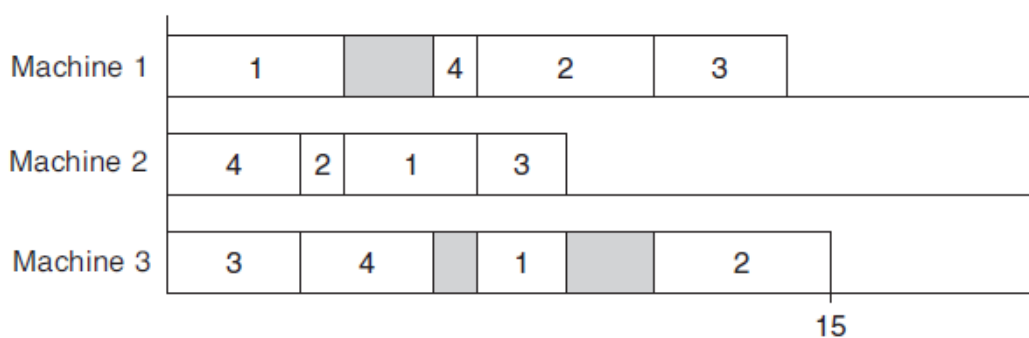
dozvoljeno, no njihova primjena je ograničena na probleme s manjim brojem strojeva (najviše tri, [2]) pa se za veće probleme koriste heurističke metode.

Ostali modeli problema paralelnih strojeva su modeli koji uzimaju u obzir rokove završetaka poslova, modeli s poslovima kojima su dodijeljeni prioriteta izvođenja, stohastički modeli i drugi, a svi oni se rješavaju nekom od metoda koje su opisane u prethodnom poglavlju.

## 2.6. Raspoređivanje radioničke proizvodnje

U raspoređivanju radioničke proizvodnje (eng. *job shop scheduling problem*) potrebno je rasporediti  $n$  poslova na  $m$  strojeva s tim da se svaki posao sastoji od više operacija koje su međusobno zavisne, što znači da se operacija posla može početi izvoditi tek kad je završena operacija koja joj prethodi. Za razliku od problema s paralelnim strojevima kod kojih su svi strojevi identični, u ovom slučaju se pojavljuju različiti strojevi, odnosno više ne vrijedi uvjet da se svaka operacija može obaviti na svakom stroju. Broj operacija i redosljed izvođenja za svaki posao se može razlikovati. Svaki posao može imati takav redosljed operacija da se početna operacija svakog posla može izvoditi na bilo kojem stroju, što znači da kretanje poslova ne mora biti jednosmjerno. Ovaj problem karakterističan je za manje proizvodne pogone kod kojih se proizvodnja odvija po stanicama.

U osnovnom modelu se pretpostavlja da je svaki stroj različite vrste, a jedina razlika u odnosu na slučaj s paralelnim strojevima je ta što se poslovi sastoje od više međusobno zavisnih operacija. Primjer gantograma za raspored operacija po strojevima za raspoređivanje radioničke proizvodnje je na [Slika 5] .



Slika 5. Primjer gantograma za raspoređivanje radioničke proizvodnje, [2]

Gornja slika prikazuje jedan od mogućih rasporeda za slučaj s tri stroja i četiri posla koji se sastoje od tri operacije, a svaka se operacija izvodi na različitom stroju. Također, redosljed

izvođenja operacija različit je za svaki posao. Tako se prva operacija prvog posla obavlja na stroju 1, druga na stroju 2 i treća na stroju 3, a prva operacija drugog posla se obavlja na stroju 2, druga na stroju 1 i treća na stroju 3 itd.

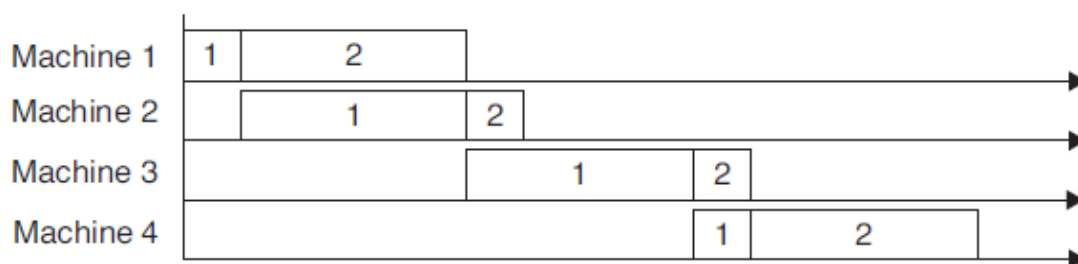
Za raspoređivanje radioničke proizvodnje kod koje su svi strojevi različiti razvijen je algoritam pomicanja uskog grla koji daje optimalna rješenja. Algoritam radi na principu metode grananja i granica, a u svakom koraku se koristi heurističko pravilo za određivanje donje granice. U postupku se u svakom koraku algoritma traži koji je stroj „usko grlo“, odnosno koji stroj ima najdulje vrijeme izrade. To se provodi na način da se promatra svaki stroj posebno i da se odredi redoslijed izvođenja operacija na stroju poštujući ograničenja zavisnosti operacija. Redoslijed operacija na stroju određuje se prema LT (eng. *Longest Tail*) heurističkom pravilu prema kojemu se prvo dodjeljuju operacije onog posla kod kojeg je zbroj vremena preostalih operacija tog posla najdulji. Nakon što se odredi redoslijed izvođenja operacija na svakom stroju, računaju se vremena izrade i stroj s najduljim vremenom izrade postaje „usko grlo“. Taj stroj se više ne uzima u razmatranje jer je na njemu postignut optimalan redoslijed i on predstavlja donju granicu metode grananja i granica. U slijedećem se koraku preuređuju redoslijedi operacija na preostalim strojevima s obzirom na stroj koji je proglašen uskim grlom u prethodnom koraku i izračunavaju se nova vremena izrade. Postupak se dalje ponavlja sve dok se pronalaze uska grla.

Ovisno o broju poslova i strojeva, za sve vrste ovog problema se najčešće koriste heurističke metode, a primjena optimizacijskih metoda (kao i primjena metode pomicanja uskog grla) je ograničena na relativno manje probleme. U [2] se navodi da se za probleme s preko 200 operacija ne mogu koristiti optimizacijske metode zbog velikih računskih zahtjeva.

## 2.7. Raspoređivanje linijske proizvodnje

Kao i kod raspoređivanja radioničke proizvodnje, u slučaju raspoređivanja linijske proizvodnje (eng. *Flow shop scheduling*) pojavljuju se različiti strojevi, odnosno ne vrijedi uvjet da se svaka operacija može obaviti na svakom stroju kao kod problema s paralelnom strojevima. Osim toga, kod ovog problema se svaki posao sastoji od više operacija koje se izvode jedna za drugom, tj. svaka operacija nakon prve ima točno jednog izravnog prethodnika, a svaka operacija prije posljednje ima točno jednog izravnog nasljednika i poslovi su međusobno nezavisni. Ova vrsta problema karakteristična je za industrije kod kojih se proizvodnja odvija u serijama na proizvodnim linijama.

U osnovnom modelu se pretpostavlja  $m$  strojeva i  $n$  poslova od kojih se svaki sastoji od  $m$  operacija. Osnovni model pretpostavlja jednosmjerno kretanje poslova što znači da se svaka operacija izvodi točno jednom na svakom stroju i to istim redoslijedom za svaki posao i po tome se razlikuje od raspoređivanja radioničke proizvodnje. Primjer gantograma jednog takvog rasporeda je na [Slika 6] koja prikazuje raspored dva posla s četiri operacije koje se istim redoslijedom izvode na četiri različita stroja.



Slika 6. Primjer gantograma za raspored linijske proizvodnje, [2]

Poseban slučaj linijske proizvodnje je slučaj s dva stroja, poznat kao Johnsonov problem kojeg je razvio S. M. Johnson 1954. godine i poznat je kao jedan od prvih formalnih rezultata iz područja teorije raspoređivanja. Osim ograničenja na dva stroja, model pretpostavlja  $n$  poslova s dvije operacije od kojih se svaka izvodi na jednom stroju. Posao  $j$  karakterizira vrijeme obrade operacije  $p_{1j}$ , koju je potrebno odraditi na stroju 1, a  $p_{2j}$  vrijeme koje je potrebno za obavljanje operacije 2 na stroju 2 nakon završetka operacije na stroju 1. Prema Johnsonovom pravilu, posao  $i$  prethodi poslu  $j$  u optimalnom nizu ako je zadovoljen kriterij (15):

$$\min \{p_{1i}, p_{2j}\} \leq \min \{p_{1j}, p_{2i}\} \quad (15)$$

Postupak pronalaženja optimalnog rješenja počinje s pronalaženjem najkraće operacije među neraspoređenim poslovima. Ako se minimalno vrijeme operacije promatranog posla pojavi na stroju 1, promatrani posao se postavlja na prvi slobodan položaj. U suprotnom, ako je minimalno vrijeme operacije promatranog posla na stroju 2, promatrani posao se postavlja na posljednji slobodan položaj. Postupak se ponavlja sve dok se ne rasporede svi poslovi. Redoslijed izvođenja operacija je na oba stroja jednak, a postupak uvijek daje optimalno rješenje.

Slučajevi s tri i više strojeva rješavaju se najčešće nekom od heurističkih metoda, a u posebnim slučajevima se za dobivanje optimalnog rješenja može primijeniti Johnsonovo pravilo, a takvi slučajevi su:

- stroj 1 je dominantan u odnosu na stroj 2:  $\min\{p_{1j}\} \geq \max\{p_{2j}\}$  – Johnsonovo pravilo se primjenjuje na pseudoproblem s dva stroja za koje vrijedi (aproksimativna Johnsonova metoda):
  - $p'_{1j} = p_{1j} + p_{2j}$
  - $p'_{2j} = p_{2j} + p_{3j}$
- stroj 3 je dominantan u odnosu na stroj 2:  $\min\{p_{3j}\} \geq \max\{p_{2j}\}$  – primjenjuje se Johnsonova aproksimativna metoda po uzoru na prethodni slučaj,
- regresivna druga faza:  $p_{2j} \leq \min\{p_{1j}, p_{3j}\}$  za sve  $j = 1, 2, \dots, n$  – primjenjuje se Johnsonova aproksimativna metoda,
- stroj 2 je dominantan u odnosu na stroj 1:  $\min\{p_{2j}\} \geq \max\{p_{1j}\}$  – početno rješenje se dobije primjenom Johnsonovog pravila na strojeve 2 i 3. Rješenje se zatim poboljšava umetanjem poslova s manjim vremenom prve operacije na prvo mjesto,
- stroj 2 je dominantan u odnosu na stroj 3:  $\min\{p_{2j}\} \geq \max\{p_{3j}\}$  – rješava se analogno prethodnom slučaju,
- ako je posao  $i$  prema Johnsonovom pravilu preferiran u odnosu na posao  $j$  za svaki od podproblema dva stroja  $i-j$  prikazan parovima 1-2, 2-3 i 1-3 te ako ti rasporedi zajedno tvore potpuno rješenje, ukupan raspored je optimalan (prošireno Johnsonovo pravilo),
- konstantna druga faza – ako je vrijeme druge operacije za sve poslove jednako i ako se primjenom SPT metode na stroj 1 dobije jednako rješenje kao primjenom LPT (Longest Processing Time) na stroj 3, raspored je optimalan.

Za rješavanje problema raspoređivanja  $n$  poslova na  $m$  strojeva, od kojih svaki posao ima  $m$  operacija koje se izvode istim redoslijedom, koriste se heuristički algoritmi: Guptin algoritam i Palmerov algoritam. Oba algoritma koriste slične principe za određivanje redoslijeda dodavanja operacija. Redoslijed se temelji na indeksu vrijednosti. Algoritmi se izvode u dva koraka. U prvom koraku se izračunaju indeksi vrijednosti  $A_j$  za svaki posao korištenjem određenog izraza. Izraz za prvi korak Palmerovog algoritma je (16):

$$A_j = - \sum_{i=1}^m \{m - (2i - 1)\} p_{ij} \quad (16)$$

a izraz za prvi korak Guptinog algoritma je (17):



$$A_j = \frac{e_j}{\min_{1 \leq k \leq m-1} \{p_{jk} + p_{j(k+1)}\}} \quad (17)$$

pri čemu je  $e_j = 1$  za slučaj  $p_{j1} < p_{jm}$ , odnosno  $e_j = -1$  za slučaj  $p_{j1} \geq p_{jm}$ .

U drugom koraku se poslovi poredaju prema padajućoj vrijednosti indeksa i tako dobiven redosljed predstavlja rješenje algoritma.

Osim osnovnog, u praksi se često pojavljuje model poznat kao hibridna proizvodna linija. U tom modelu, linija se sastoji od nekoliko faza od kojih svaka faza ima više strojeva. Faza može imati i jedan stroj, ali mora postojati barem jedna faza koja se sastoji od više strojeva.

Kretanje poslova je jednosmjerno što znači da se operacija jednog posla može samo jednom izvesti u svakoj fazi, a svaki se posao izvodi na jednoj ili više faza u liniji. Unutar jedne faze strojevi mogu biti iste ili različite vrste, a u više različitih faza se mogu pojaviti iste vrste strojeva.

Poseban slučaj ovog tipa predstavlja hibridna fleksibilna proizvodna linija kod koje se ne mora svaki posao izvoditi u svim fazama. Redosljed operacija ne mora biti jednak za sve poslove pa se prema tome mogu primijetiti sličnosti ovog problema s raspoređivanjem radioničke proizvodnje.

### 3. RASPOREĐIVANJE U TEKSTILNOJ INDUSTRIJI

Tehnike raspoređivanja se mogu primjenjivati u različitim industrijama, a sam raspored poslova direktno utječe na vremena završetaka. Vrstu problema određuju njegova ograničenja, a na odabir metode utječe funkcija cilja. Stoga je prvo potrebno prepoznati o kojoj se vrsti problema radi te definirati funkciju cilja, a zatim odabrati metodu rješavanja. Prethodno navedeni problemi i metode rješavanja su dokaz složenosti problema raspoređivanja budući da ne postoji metoda koja će za svaki problem davati optimalno rješenje s razumnim računalnim naporom.

U tekstilnoj industriji se procesi obrade materijala mogu podijeliti na krojenje i šivanje. U procesu krojenja se iz tkanine izrezuju razni oblici koji se u procesu šivanja preoblikuju u gotov proizvod. Krojenje se najčešće odvija u jednoj fazi na jednom stroju, dok se šivanje izvodi na proizvodnim linijama na više strojeva. Stoga je sa stajališta raspoređivanja zanimljiviji proces šivanja i svi izvori koji su ovdje navedeni obrađuju tu fazu proizvodnje. Uobičajeno je problem raspoređivanja u tekstilnoj industriji prepoznat kao problem raspoređivanja linijske proizvodnje, no u praksi se pojavljuju različita ograničenja koja kod teoretskog modela nisu uzeta u obzir pa tako nastaju izvedenice osnovnog problema koje mogu imati karakteristike ostalih problema, kao npr. raspoređivanje radioničke proizvodnje.

U izvoru [4] je prikazana uporaba hiper-heurističke metode zasnovane na kombinaciji tabu pretraživanja i pravilima dodjeljivanja na problemu protočne linije u tekstilnoj industriji. Metoda je u osnovi tabu pretraživanje, a u svakom koraku se primjenjuju pravila dodjeljivanja za odabir daljnjeg rješenja iz susjedstva rješenja. Dobivenim rezultatima je utvrđeno da najbolje rezultate za promatrane slučajeve daje kombinacija FIFO-LPT heurističkih pravila, no ne garantira se pronalaženje optimalnog rješenja, niti se garantira da je ta kombinacija najbolja za svaki slučaj.

U izvoru [5] je prikazan razvoj matematičkog modela raspoređivanja radioničke proizvodnje za proizvodnju više proizvoda odjednom u tekstilnoj industriji. U promatranom primjeru su poznata vremena izdavanja, vremena izvođenja operacija i rokovi završetaka. Na temelju tih podataka se za dobiveno rješenje (raspored) dodjeljuju kazne za poslove koji završe sa zakašnjenjem ili završe prerano. Funkcija cilja matematičkog modela je minimizirati kazne, odnosno pronaći raspored koji će imati minimalne kazne. Osim samog modela, prikazana je i optimizacija rješenja primjenom genetskih algoritama.

U izvoru [6] se primjenjuje heuristička metoda raspoređivanja korištenjem optimizacije kolonijom mravi. Algoritam je proveden za primjer raspoređivanja linijske proizvodnje s različitim brojem strojeva i poslova od kojih svaki ima različit broj operacija i redoslijed operacija svakog posla je različit.

U [7] je prikazana primjena genetskih algoritama za određivanje rasporeda na realnom primjeru iz tekstilne industrije pri čemu se uzimaju u obzir vremena podešavanja stroja koja ovise o redoslijedu izvođenja operacija na stroju. Za dobivanje rasporeda su korištene različite vrijednosti parametara algoritma s ciljem minimiziranja vremena izrade te je prikazana prednost korištenja genetskih algoritama u odnosu na postupak ručnog raspoređivanja.

Izvor [8] prikazuje usporedbu osam različitih heurističkih pravila za rješavanje osnovnog problema raspoređivanja proizvodne linije s ciljem minimiziranja vremena izrade. Heuristička pravila su provedena na problemima iz Taillardovog skupa podataka koji se sastoji od 120 primjera problema proizvodne linije. Broj poslova u primjerima se kreće od 20 do 500, a broj strojeva od 5 do 20. Rezultati istraživanja su pokazali da najkraće vrijeme izrade daje NEH heuristika kod koje prioritet pri dodjeljivanju imaju poslovi s najdužim vremenom izvođenja.

Izvor [9] prikazuje slično kao [8] s razlikom da je ovdje promatrano vrijeme računanja za različite heuristike. Utvrđeno je da NEH heuristika daje najbolje rezultate, ali zahtijeva značajno više vremena računanja od ostalih heuristika, posebice za veće probleme.

U izvoru [10] je prikazana primjena genetskih algoritama za određivanje rasporeda poslova po pogonima. Genetski algoritam u ovom radu koristi tabu pretraživanje kako bi se ubrzalo izvršavanje algoritma.

U [11] se govori o vezi između raspoređivanja operacija i balansiranja montažne linije. Budući da se procesi šivanja u tekstilnoj industriji mogu poistovjetiti s montažnom linijom u drugim industrijama, velik broj radova za tekstilnu industriju obrađuje tematiku balansiranja proizvodne linije. Montažna linija je namijenjena za serijsku i masovnu proizvodnju pa zbog toga procesi raspoređivanja operacija na strojeve u montažnoj liniji imaju direktan utjecaj na uravnoteženost proizvodnje i ukupnu produktivnost.

U izvoru [12] se balansiranje proizvodnje provodi pomoću računalne simulacije s ciljem otkrivanja uskih grla. U simulaciji su analizirana rješenja dobivena primjenom različitih tehnika balansiranja proizvodnje kojima se povećala ukupna produktivnost.

U izvoru [13] je prikazana uporaba genetskih algoritama za balansiranje proizvodne linije. Predložene su vrijednosti parametara genetskog algoritma za različite veličine problema.

---

U [14] je prikazan algoritam dodjeljivanja operacija za slučaj proizvodnje u tekstilnoj industriji s ciljem minimiziranja vremena izrade, a ujedno i balansiranja linije, koji koristi različita heuristička pravila. Algoritam koji je prikazan u ovom izvoru će se koristiti na primjeru koji će se prikazati u nastavku.

#### 4. PRIMJER PRIMJENE ALGORITMA RASPOREĐIVANJA U TEKSTILNOJ INDUSTRIJI

Problem raspoređivanja u tekstilnoj industriji specifičan je po tome što se proizvodni procesi sastoje od velikog broja operacija koji se izvode na različitim vrstama strojeva, a ujedno je raspoređivanjem operacija potrebno izbalansirati proizvodnu liniju, odnosno ujednačiti opterećenje svakog stroja kako bi se proizvodnja odvijala bez zastoja. U ovom poglavlju prikazan je algoritam raspoređivanja i njegova primjena na primjeru proizvoda tvrtke Hemco d.o.o., [Slika 7].



**Slika 7. Hemco d.o.o.**

Hemco d.o.o. je tvrtka osnovana 1992. godine sa sjedištem u Đakovu. Primarna djelatnost tvrtke je proizvodnja zaštitne odjeće i opreme za različite industrije (prehrambena, logistika, poljoprivredna, šumarstvo, strojna obrada, građevinarstvo, zdravstvo itd.), a u tvrtki je zaposleno preko 180 radnika.

Asortiman proizvoda je iznimno velik (preko tisuću proizvoda) kako bi mogao zadovoljiti potrebe klijenata iz različitih industrija. Razvoj proizvoda tvrtka obavlja samostalno, u skladu s normama za proizvodnju zaštitne odjeće. Proces proizvodnje velikog dijela proizvoda sastoje se od velikog broja operacija pa je određivanje rasporeda operacija po strojevima

izrazito zahtjevan posao. U slijedećim poglavljima je najprije objašnjen način izvođenja i planiranja proizvodnje u spomenutoj tvrtki, a kasnije je obrađena primjena algoritma.

#### 4.1. Proizvodnja tvrtke Hemco d.o.o.

Proizvodni pogon tvrtke Hemco d.o.o. sastoji se od krojačnice i šivaone s četiri proizvodne linije s 25 do 30 radnih mjesta pri čemu na svakom radnom mjestu može biti najviše tri stroja, od kojih je svaki različite vrste. Broj radnih mjesta u liniji se može mijenjati i ovisi o kompleksnosti proizvoda koji se proizvodi, raspoloživosti radnika, datumima isporuke te o proizvodnoj količini, [Slika 8].



Slika 8. Šivaona

Pri razvoju proizvoda izrađuje se tehnološki list i radni list modela. Na tehnološkom listu su navedene sve proizvodne operacije s podacima o stroju na kojem se operacija izvodi i normiranim vremenima trajanja operacije. Podaci o vremenu trajanja operacije su iskustveni i prikupljeni tijekom godina rada. Radni list modela sadrži informacije o karakteristikama proizvoda, skice proizvoda s opisom i tablicu s mjerama proizvoda.

Planiranje proizvodnje odvija se na slijedeći način. Iz tehnološkog lista se očitaju vremena potrebna za krojenje i šivanje. Krojenje se odvija na dva istovrsna CNC stroja i vremena izrade su definirana karakteristikama stroja. Većina vremena izrade odnosi se na procese šivanja koje treba raspodijeliti po radnim mjestima u proizvodnoj liniji.

Proizvodni proces započinje u krojačnici gdje se iz platna tkanine izrezuju oblici potrebni za izradu proizvoda, slažu u buntove i numeriraju te šalju u šivaonu. Ondje se odvijaju svi daljnji procesi proizvodnje. Ovisno o veličini serije, proizvodnja jednog proizvoda odvija se na jednoj ili više linija za šivanje. U ovom radu se promatra proizvodnja jednog proizvoda na jednoj liniji.

Budući da tvrtka proizvodi uglavnom manje serije, dodjeljivanje operacija po radnim mjestima izvode voditelji linija na način da se operacije dodjeljuju onim redoslijedom kojim su navedene u tehnološkom listu. Detaljnije planiranje prije početka proizvodnje bi oduzimalo previše vremena jer tvrtka nema razvijene posebne procedure i alate pomoću kojih bi se efikasno riješio taj problem. U nekim slučajevima bi detaljnije planiranje i dodjeljivanje operacija radnim mjestima zahtijevalo više vremena od same proizvodnje čitave serije (proizvodnja manje serije tehnološki zahtjevnih proizvoda).

Skica proizvoda koji će se analizirati u ovom radu je na [Slika 9].



Slika 9. Skica proizvoda

#### 4.2. Određivanje vremena ciklusa i potrebnog broja strojeva

Već je ranije spomenuto da je za tekstilnu industriju karakteristična linijska proizvodnja. Kako bi se postigla uravnoteženost opterećenosti strojeva i osigurala proizvodnja bez zastoja,

potrebno je svakom radnom mjestu dodijeliti operacije u skladu s vremenom ciklusa proizvodnje, tj. s taktom linije. Općenito se takt linije računa tako da se podijeli ukupno raspoloživo vrijeme sa željenom proizvodnom količinom. Ukupno raspoloživo vrijeme proizvodnje jednog radnika u jednom danu iznosi 450 min. Željena dnevna proizvodna količina ovisi o vremenu izrade jednog komada proizvoda i raspoloživom broju radnika. Vrijeme izrade jednog komada je prikazano u tehnološkom listu, [Tablica 1].

Tablica 1. Tehnološki list proizvoda

Redni br.	Stroj	Vrijeme, min	Dio	Redni br.	Stroj	Vrijeme, min	Dio
<b>Krojenje</b>				33.	AP	0,2	i
1.	KR	1,7308		34.	OS	0,75	j
<b>Priprema</b>				<b>Montaža</b>			
2.	OS	0,45	a	35.	OS2	2,0455	l + f + g
3.	RR	0,45	a	36.	OS	2,5	l + h
4.	OS	0,9	a	37.	OS2	0,6429	l + i
5.	OW	0,34	a	38.	OS2	2,8125	l + j
6.	RR	0,3	a	39.	RING	0,8036	l + g + h
7.	AP	0,6	a	40.	RING	0,8036	l + j
8.	OS	0,75	b	41.	LAKT	1,28	k
9.	RR	1,5	b	42.	OS	2,43	k
10.	OW1	0,75	b	43.	RING	0,4	k
11.	OW1	0,3462	c	44.	LAKT	0,9	l
12.	RR	0,3	d	45.	OW2	1,5	l + k
13.	OS	1,2857	e	46.	OS2	2,25	l + k
14.	RR	1,125	e	47.	OW2	3	l + e
15.	OS2	1,5	e	48.	RR	0,18	l + e
16.	RR	0,2	e	49.	OS	1,5	l + c
17.	AP	0,4	e	50.	OS	4,5	l
18.	RR	0,4	e	51.	OS	3	l + d
19.	AP	0,8007	e	52.	OS	1,5	l + c
20.	OS	0,6429	f	53.	OS	1	l + e + k
21.	RR	0,5	f	54.	OS	3,75	l + b
22.	OS2	0,5	f	55.	OS	2,25	l + a
23.	RR	0,2	f	56.	RR	0,3	P
24.	AP	0,2	f	57.	AP	0,6	P
25.	OS	0,3	g	58.	RR	0,2	P
26.	OW2	0,3	h	59.	AP	0,4	P
27.	OS2	0,5	h	60.	RR	2,25	P
28.	OS	0,75	h	61.	RR	0,32	P
29.	OS	0,5625	i	62.	RR	0,9	P
30.	RR	0,45	i	63.	RR	0,5625	P
31.	OS2	0,4091	i	64.	RR	0,3	P
32.	RR	0,1	i	<b>Ukupno</b>		65,3735	



U [Tablica 1] se prvi stupac odnosi na redni broj operacije, drugi stupac na vrstu stroja na kojem se operacija izvršava, treći stupac prikazuje normirano vrijeme trajanja operacije, a četvrti označava dio na kojem se operacija izvodi. Oznaka dijela odgovara oznaci prema [Slika 4].

Ukupno vrijeme izrade jednog proizvoda iznosi 65,3735 min od čega se 63,6427 min odnose na vrijeme šivanja, a 1,7308 min na vrijeme krojenja. Ovdje će se zanemariti vrijeme krojenja i u obzir će se uzeti samo vrijeme šivanja. Razlog je taj što se proces krojenja ne odvija na proizvodnoj liniji (liniji za šivanje) i uvijek se odradi prije nego što linija za šivanje započne s proizvodnjom. Procesi šivanja se, prema tehnološkom listu, odvijaju na osam vrsta strojeva, [Tablica 2].

**Tablica 2. Oznake strojeva**

Oznaka	Vrsta stroja	Vrijeme rada na stroju
<b>OS</b>	Obični stroj s jednom iglom	28,8211
<b>OS2</b>	Obični stroj s dvije igle	10,66
<b>OW</b>	Overloh s jednom iglom	1,4362
<b>OW2</b>	Overloh s dvije igle	4,8
<b>RING</b>	Ringličarka	2,0072
<b>RR</b>	Ručni rad	10,5375
<b>AP</b>	Aparat za drikere	3,2007
<b>LAKT</b>	Laktarica	2,18

Broj proizvoda koje jedan radnik može sašiti u jednom danu dobije se dijeljenjem ukupno raspoloživog vremena jednog radnika s vremenom šivanja za jedan proizvod:

$$\text{Br. kom.} = \frac{450 \frac{\text{min}}{\text{radnik}}}{63,6427 \frac{\text{min}}{\text{kom}}} = 7,07 \frac{\text{kom}}{\text{radnik}}$$

Za ovaj slučaj će se uzeti linija za šivanje s 26 radnika (radnih mjesta) pa je stoga ukupna teoretska dnevna količina koja se može proizvesti na jednoj liniji:

$$7,07 \frac{\text{kom}}{\text{radnik}} \times 26 \text{ radnik} = 183,84 \text{ kom}$$

Kako bi se odredio takt linije potrebno je ukupno raspoloživo vrijeme podijeliti s dnevnom količinom:

$$T_a = \frac{450 \text{ min}}{183,84 \text{ kom}} = 2,45 \frac{\text{min}}{\text{kom}}$$

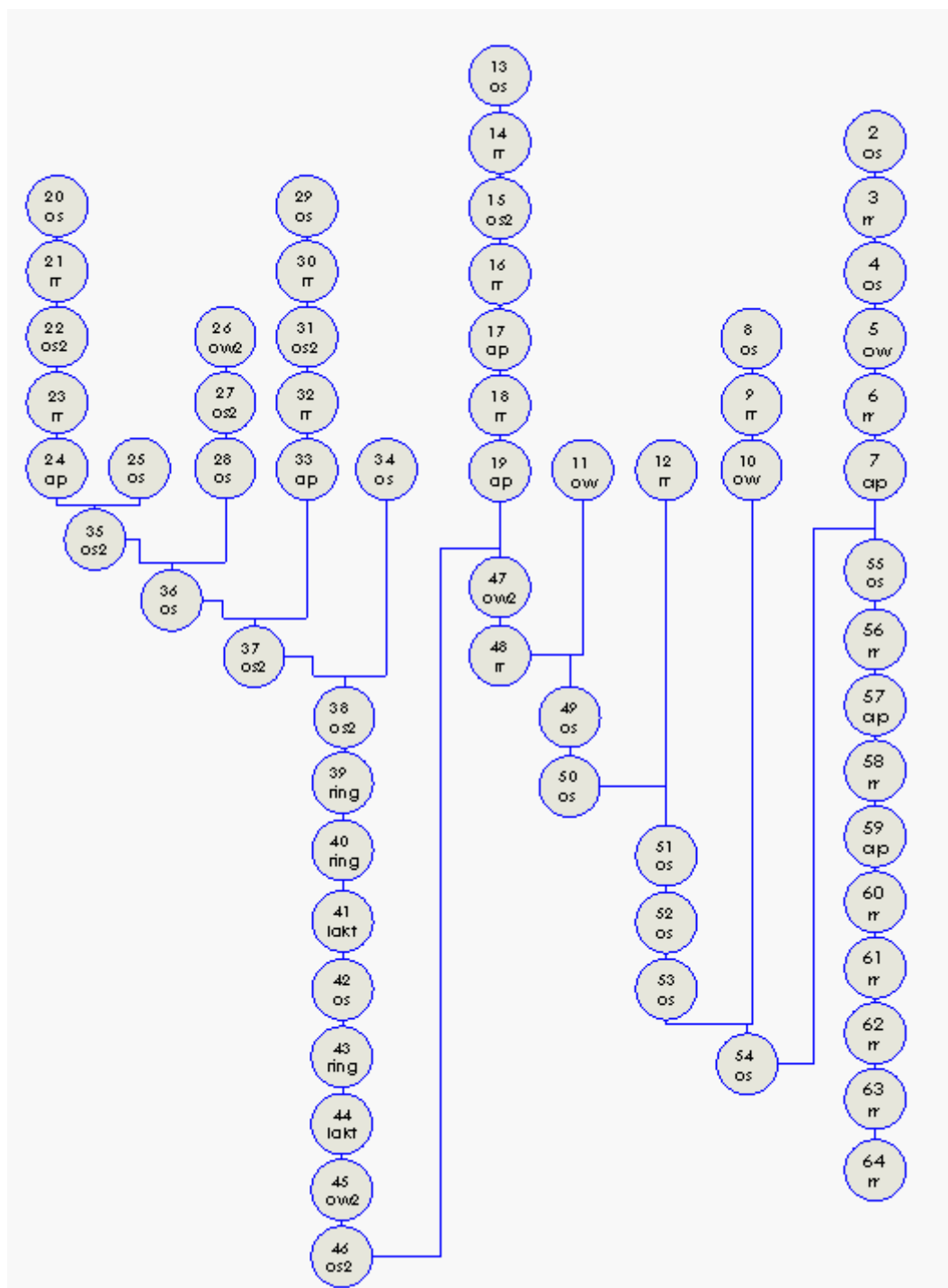
Proces šivanja ovog proizvoda generalno se može podijeliti na dva dijela kao što je prikazano u tehnološkom listu: pripremu dijelova i montažu. U pripremi je potrebno izraditi deset dijelova koji će se u montaži spojiti u gotov proizvod. Sve operacije montaže se nalaze na kritičnom putu i svaka slijedeća operacija direktno zavisi o prethodnoj. No prije montaže potrebno je pripremiti sve dijelove kako bi se montaža mogla izvoditi neprekidno bez čekanja na dijelove. Budući da se sve operacije izvode na jednoj proizvodnoj liniji za šivanje, linija je podijeljena na dva dijela. Na prvom dijelu se radi priprema dijelova, a na drugom montaža. Zbog toga se ta jedna linija može promatrati kao dvije posebne linije na koje je potrebno po strojevima rasporediti sve operacije.

U [Tablica 2] su prikazana vremena obrade na svakoj vrsti stroja za pripremu i za montažu. Kako bi se odredio potreban broj svake vrste stroja, vremena izrade po pojedinom stroju su podijeljena s vremenom takta, [Tablica 3].

**Tablica 3. Izračun broja potrebnih strojeva**

	Oznaka stroja	Vrijeme rada na stroju	Potreban broj strojeva	
			Teoretski	Stvarni
Priprema	OS	6,3911	2,61	3
	OS2	2,9091	1,19	2
	RR	5,525	2,26	3
	AP	2,2007	0,89	1
	OW	1,4362	0,59	1
	OW2	0,3	0,12	1
	<b>Ukupno priprema</b>	<b>18,7621</b>	<b>7,66</b>	<b>11</b>
Montaža	OS	22,43	9,16	10
	OS2	7,7509	3,16	4
	RING	2,0072	0,82	1
	LAKT	2,18	0,89	1
	OW2	4,5	1,84	2
	RR	5,0125	2,05	3
	AP	1	0,41	1
<b>Ukupno montaža</b>	<b>44,8806</b>	<b>18,33</b>	<b>22</b>	
<b>Ukupno</b>			<b>25,99</b>	<b>33</b>

Sve operacije iz tehnološkog lista je potrebno grupirati prema dijelovima na koje se odnose. Prikaz operacija grupiranih na taj način s oznakom stroja na kojem se izvode je na [Slika 10].



Slika 10. Dijagram redoslijeda izvođenja operacija

Prije provedbe raspoređivanja potrebno je utvrditi u koju vrstu problema bi se ovaj slučaj mogao svrstati. Budući da su strojevi poredani u liniju, može se ubrojiti u problem

raspoređivanja proizvodne linije. Karakteristike tog problema su izvođenje više poslova odjednom od kojih svaki posao ima jednak redoslijed izvođenja operacija po strojevima. Termin posao se ovdje može shvatiti kao skup operacija koje je potrebno izvesti određenim redoslijedom kako bi se proizveo jedan dio proizvoda u pripremi. Ako se promotri [Slika 9.], može se zaključiti da svaki dio koji se proizvodi u pripremi ima drugačiji redoslijed i broj operacija. Zbog toga se operacije pripreme mogu okarakterizirati kao problem hibridne fleksibilne proizvodne linije. Karakteristika hibridne fleksibilne proizvodne linije je da se barem jedna faza proizvodnje sastoji od dva ili više paralelnih nepovezanih strojeva, a svaki posao ne mora posjetiti svaku fazu. Zbog ograničenog broja strojeva u liniji, ovdje će se zanemariti pravilo da poslovi smiju samo jednom posjetiti svaku fazu, no sve druge karakteristike modela su zadržane.

Proces montaže standardni je problem serijske linijske proizvodnje jednog proizvoda koji se može shvatiti kao raspoređivanje operacija jednog posla na više strojeva. Iz tog će se razloga postupak raspoređivanja provoditi odvojeno za pripremu i montažu proizvodnje.

### 4.3. Balansiranje proizvodne linije i algoritam raspoređivanja

Prema [13], problemi balansiranja proizvodne linije za montažu podijeljeni su prema dva kriterija. Kriterij prve podjele su vrijeme operacija i broj različitih proizvoda koji se istovremeno proizvodi na liniji. Prema tom kriteriju postoje četiri tipa problema balansiranja:

- *Single Model Deterministic*, SMD - linija za montažu jednog modela proizvoda gdje su vremena operacija deterministička,
- *Single Model Stochastic*, SMS – na liniji se proizvodi jedan model proizvoda, a vremena operacija su stohastička,
- *Multi / Mixed Model Deterministic*, MMD – deterministička vremena operacija, ali se na liniji proizvodi više različitih modela proizvoda istovremeno;
- *Multi / Mixed Model Stochastic*, MMS – isto kao MMD, samo sa stohastičkim vremenima operacija.

Kriterij druge podjele su ograničenja i funkcija cilja problema. Prema tome postoje dva tipa problema balansiranja od kojih svaki ima nekoliko verzija:

- *Simple Assembly Line Balancing Problem*, SALBP:
  - Tip 1 - SALBP-1 - problem se sastoji u dodjeljivanju zadataka radnim mjestima tako da se broj stanica minimizira za fiksno vrijeme ciklusa,

- Tip 2 - SALBP-2 - smanjuje vrijeme ciklusa za unaprijed određeni broj stanica,
  - Tip E - SALBP-E - ovaj problem je najopćenitija verzija problema koja maksimizira učinkovitost linije čime se istovremeno smanjuje vrijeme ciklusa i broj stanica s obzirom na njihov međusobni odnos;
  - Tip F - SALBP-F - problem je utvrditi postoji li izvediva ravnoteža proizvodnje za danu kombinaciju broja stanica i vremena ciklusa.
- *General Assembly Line Balancing Problem, GALBP:*
- *Mixed Assembly Balancing Line - MALBP* - problem balansiranja proizvodne linije s više različitih modela proizvoda, zadaci se dodjeljuju stanicama uzimajući u obzir različita vremena zadataka za različite modele, a cilj je pronaći optimalan broj stanica i vrijeme ciklusa,
  - *Mixed Model Sequencing - MSP* - problem s određivanjem redoslijeda proizvodnje različitih modela proizvoda tako da su neučinkovitosti minimizirane (preopterećenje posla, zaustavljanje linije, popravak itd.),
  - UALBP – problem s montažnim linijama u obliku slova U za proizvodnju jednog modela proizvoda.

Algoritam koji će se prikazati se prema prvoj podjeli ubraja u skupinu SMD modela jer su vremena operacija unaprijed definirana, a prema drugoj u SALBP-1 problem balansiranja iz razloga što se balansira linija za proizvodnju jednog proizvoda s ciljem minimiziranja broja stanica za odabrano vrijeme ciklusa.

Prije nego što se prikažu koraci algoritma, potrebno je navesti pretpostavke modela:

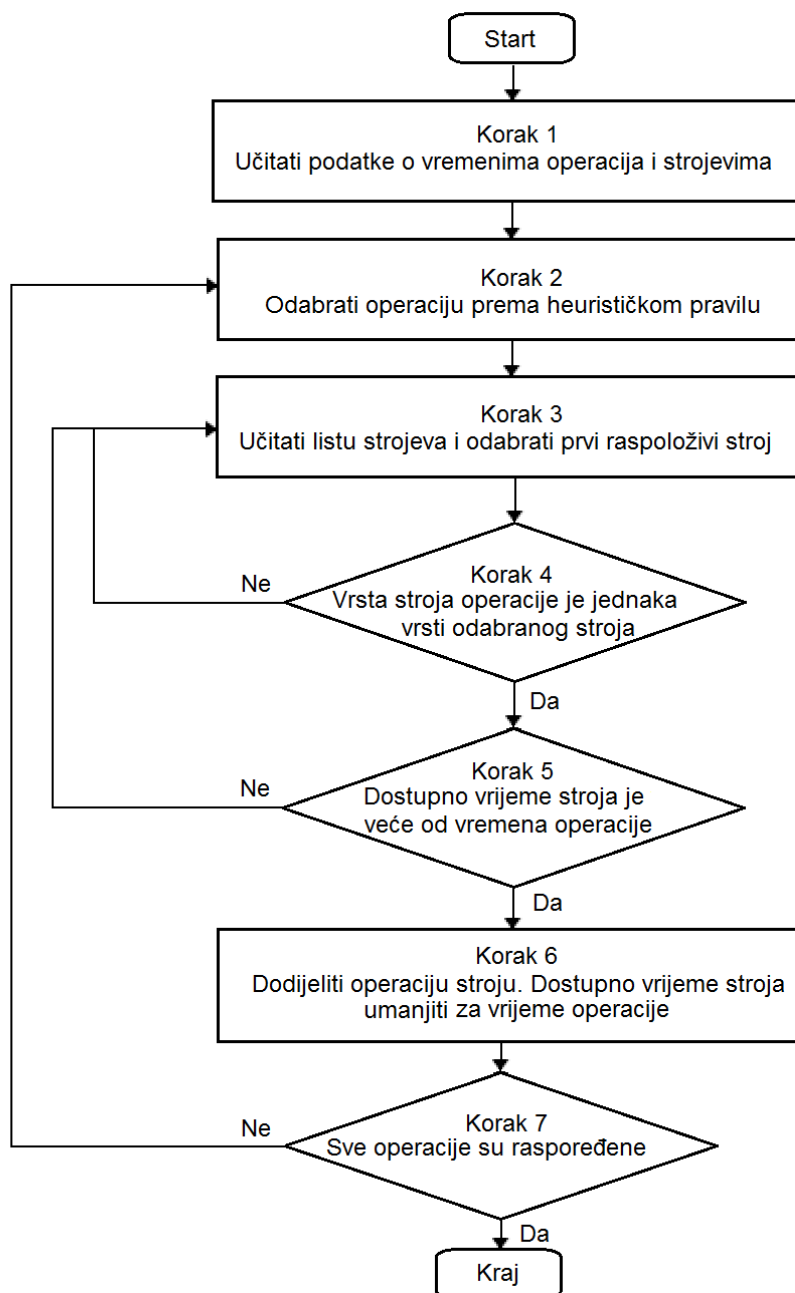
1. Vrijeme svake operacije i vrijeme ciklusa su konstantni.
2. Vremena trajanja, zavisnosti operacija i tip stroja su poznati za svaku operaciju, tj. tehnološki proces je jednoznačno definiran.
3. Sva vremena operacija su manja od vremena ciklusa.
4. Kada se jednom počne izvoditi, operaciju nije moguće prekidati.
5. Vremena podešavanja stroja i zastoji nisu uzeti u obzir, pretpostavlja se da su svi strojevi u svakom trenutku spremni za proizvodnju.
6. Raspoređivanje operacija mora uzeti u obzir zavisnost operacija, tj. operacija se ne može dodijeliti dok nije dodijeljena prethodna operacija o kojoj zavisi.
7. Na jednom radnom mjestu nije moguće izvođenje dvije ili više operacija odjednom, nego se može izvoditi samo jedna operacija za drugom.

Algoritam zahtijeva da sve operacije koje se dodjeljuju imaju vrijeme izvođenja kraće od vremena takta. Prema tehnološkom listu u [Tablica 1], može se primijetiti da sve operacije pripreme zadovoljavaju tu pretpostavku, no neke operacije montaže imaju duže vrijeme izvođenja od vremena takta. Zbog toga je za te operacije algoritam modificiran.

Algoritam je slijedeći:

- Korak 1: Iz tehnološkog lista učitati podatke o vremenima trajanja operacija i vrstama strojeva.
- Korak 2: Odabrati prvu raspoloživu operaciju dijela prema heurističkom pravilu. Raspoložive su sve operacije koje nemaju prethodnika ili su njihovi prethodnici već dodijeljeni.
- Korak 3: Učitati listu strojeva potrebnih za izvođenje operacija i poredati ih rastućim redoslijedom prema dostupnom vremenu obrade. Dostupno vrijeme obrade je u početku svim strojevima jednako vremenu ciklusa. Odabrati prvi stroj iz liste.
- Korak 4: Provjeriti odgovara li vrsta stroja operacije vrsti prvog stroja u listi strojeva. Ako odgovara, nastaviti sa slijedećim korakom algoritma, u suprotnom odabrati slijedeći stroj iz liste.
- Korak 5: Provjeriti je li dostupno vrijeme stroja veće od vremena trajanja operacije. Ako odgovara, nastaviti sa slijedećim korakom algoritma, u suprotnom odabrati slijedeći raspoloživi stroj iz liste.
- Korak 6: Dodijeliti promatranu operaciju stroju. Dostupno vrijeme stroja smanjiti za iznos vremena trajanja operacije.
- Korak 7: Provjeriti jesu li raspoređene sve operacije. Ako jesu, postupak raspoređivanja je gotov, u suprotnom se vratiti na Korak 2.

Na [Slika 11] je shematski prikaz algoritma.



Slika 11. Shematski prikaz algoritma

Heuristička pravila koja se spominju u trećem koraku algoritma su preuzeta iz [13], a prikazana su u [Tablica 4].

Tablica 4. Heuristička pravila koja se koriste u algoritmu, [13]

SALBP-1 heuristike	
Heuristička pravila	Objašnjenje
LTT (eng. <i>Longest Task Time</i> )	Prioritet ima operacija s najduljim vremenom izvođenja
MFT (eng. <i>Most Following Tasks</i> )	Prioritet ima operacija iza koje slijedi najveći broj operacija
RPW (eng. <i>Ranked Positional Weight</i> )	Prioritet ima operacija iza koje slijedi operacija s najduljim vremenom izvođenja
STT (eng. <i>Shortest Task Time</i> )	Prioritet ima operacija s najkraćim vremenom izvođenja
LNFT (eng. <i>Least Number of Following Tasks</i> )	Prioritet ima operacija iza koje slijedi najmanji broj operacija

Heuristička pravila navedena u [Tablica 4] koriste jednostavna pravila za dodjeljivanje operacija i ubrajaju se u konstruktivna heuristička pravila. Osim pravila navedenih u tablici koristit će se još dva heuristička pravila koja su opisana ranije:

- MWKR - prioritet ima operacija posla kojem je preostalo najviše vremena da se završi,
- LWKR - prioritet ima operacija posla kojem je preostalo najmanje vremena da se završi.

Guptin i Palmerov algoritam se ne mogu primijeniti u ovom slučaju jer nemaju svi poslovi jednak broj operacija i redoslijed izvođenja.

Na primjeru ranije opisanog proizvoda je proveden algoritam sa svakom heuristikom posebno i u nastavku su prikazani rezultati.

#### 4.4. Rezultati algoritma

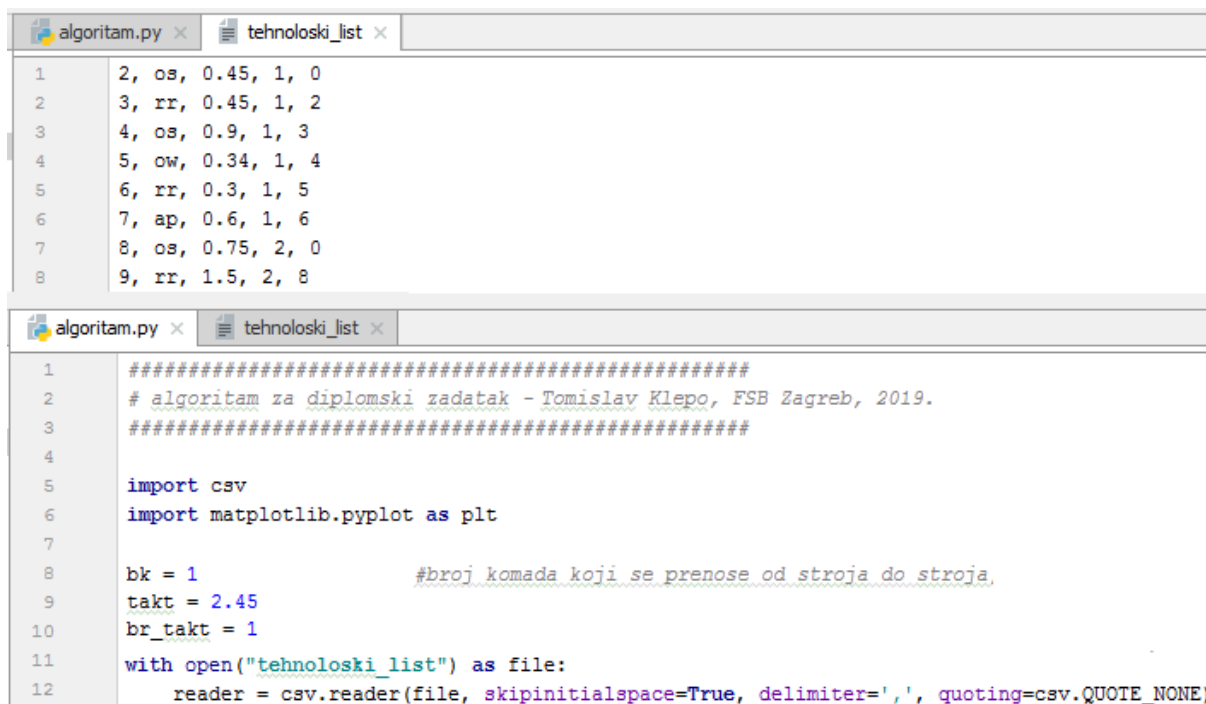
Kao što je prethodno navedeno, rezultati algoritma će se prikazati odvojeno za pripremu i montažu proizvodnje. Najprije će se prikazati za pripremu.



Prije nego što se provede algoritam koji je ranije objašnjen, prikazat će se trenutni način raspoređivanja kojeg tvrtka koristi. Ranije je navedeno da se operacije dodjeljuju po stanicama onim redom kojim su navedene u tehnološkom listu.

Vremena operacija u tehnološkom listu su jedinična vremena, no zbog lakše manipulacije materijalom se uvijek svaka operacija izvodi tri puta zaredom, na tri različita komada prije nego što se pošalje na slijedeći stroj. Zbog toga je pri raspoređivanju potrebno sva vremena operacija pomnožiti s brojem tri.

Za potrebe ovog rada napravljeno je programsko rješenje koje koristi prethodno opisani algoritam za generiranje rasporeda. Ulazni podaci u program su podaci iz tehnološkog lista (redni broj operacije, vrijeme trajanja operacije, vrsta stroja na kojem se operacija izvodi, redni broj dijela na kojemu se operacija obavlja, prethodna operacija), vrijeme trajanja ciklusa, broj komada koji se obrađuju zajedno i broj ciklusa. Kao rezultat se dobiju operacije raspoređene po strojevima zajedno s intervalima zauzeća stroja koji se prikazuju u obliku gantograma. Na [Slika 12] su prikazani ulazni podaci i dio programskog koda koji je pisan u programskom jeziku Python.



```
algoritam.py x tehnoski_list x
1 2, os, 0.45, 1, 0
2 3, rr, 0.45, 1, 2
3 4, os, 0.9, 1, 3
4 5, ow, 0.34, 1, 4
5 6, rr, 0.3, 1, 5
6 7, ap, 0.6, 1, 6
7 8, os, 0.75, 2, 0
8 9, rr, 1.5, 2, 8

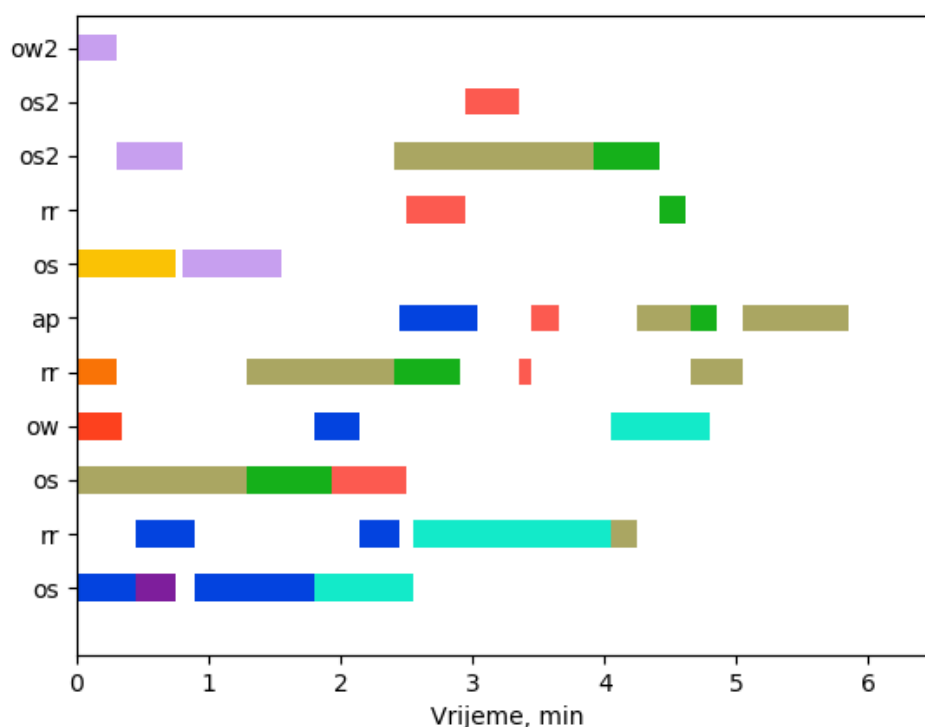
algoritam.py x tehnoski_list x
1 #####
2 # algoritam za diplomski zadatak - Tomislav Klepo, FSB Zagreb, 2019.
3 #####
4
5 import csv
6 import matplotlib.pyplot as plt
7
8 bk = 1 #broj komada koji se prenose od stroja do stroja
9 takt = 2.45
10 br_takt = 1
11 with open("tehnoloski_list") as file:
12     reader = csv.reader(file, skipinitialspace=True, delimiter=',', quoting=csv.QUOTE_NONE)
```

Slika 12. Ulazni podaci i programski kod

Program je podijeljen u tri dijela. U prvom dijelu se učitavaju podaci iz tehnološkog lista i određuje redosljed dodjeljivanja operacija prema heurističkim pravilima.

Drugi dio dodjeljuje operacije strojevima i postavlja intervale zauzeća stroja na način da se početak svake operacije postavi u najranije moguće vrijeme. Treći dio je zadužen za izračun pokazatelja uspješnosti i generiranje gantograma.

Ukoliko se u algoritmu ne primjene heuristička pravila, program dodjeljuje operacije po redu prema tehnološkom listu i na taj način se dobije raspored prema kojem se trenutno raspoređuju operacije u poduzeću. Gantogramski prikaz rasporeda proizvodnje prema dosadašnjem postupku raspoređivanja je prikazan na [Slika 13].



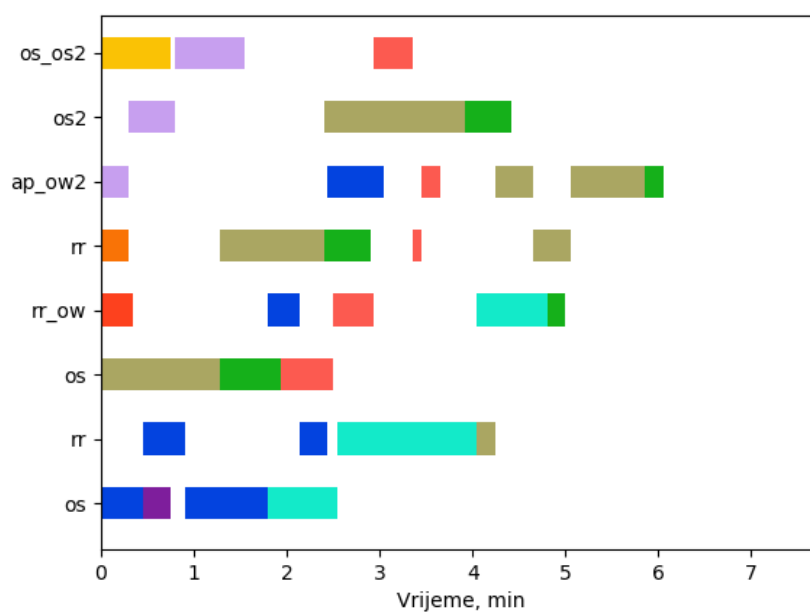
**Slika 13. Raspored prema dosadašnjem pravilu raspoređivanja**

Ista boja pravokutnika u gantogramu označava da se radi o operacijama koje se izvode na istom dijelu proizvoda. Na vertikalnoj osi su navedeni strojevi prema oznakama iz [Tablica 2], a horizontalna os prikazuje vrijeme u minutama. Obojani pravokutnici predstavljaju intervale zauzeća stroja, a praznine između dva intervala zauzeća predstavljaju vrijeme čekanja na slijedeću operaciju. Iz slike se može primijetiti da se na nekim strojevima izvode dvije različite operacije istog posla što znači da se neki dijelovi proizvoda dvaput obrađuju na istom stroju, ali na različit način. Raspored operacija po strojevima koji se dobije ovakvim načinom raspoređivanja je prikazan u [Tablica 5].

Tablica 5. Raspored operacija

Stroj	Dodijeljene operacije	Opterećenje stroja
<b>Redoslijed dodjeljivanja operacija: 2, 3, 4, ..., 33</b>		
OS	2, 4, 8, 25	96 %
RR	3, 6, 9, 16	98 %
OS	13, 20, 29	99 %
OW	5, 10, 11	57 %
RR	12, 14, 18, 21, 32	97 %
AP	7, 17, 19, 24, 33	88 %
OS	28, 34	60 %
RR	23, 30	26 %
OS2	15, 22, 27	100 %
OS2	31	16 %
OW2	26	12 %

Opterećenje stroja se dobije dijeljenjem zbroja vremena svih operacija dodijeljenih stroju s vremenom takta. Iz tablice se može primijetiti da su opterećenja nekih strojeva značajno manja od ostalih, npr. na zadnjem stroju u tablici je opterećenje stroja tek 12 % što bi značilo da radnik na tom stroju radi samo 12 % od ukupnog vremena. S ciljem postizanja što veće iskorištenosti radnika, strojevi s malim opterećenjem se spajaju u stanice s ostalim strojevima koji nisu dovoljno opterećeni. Spajanje strojeva u stanice se provodi na način da opterećenje svih stanica bude ujednačeno i da ne prelazi maksimalno opterećenje od 100 % jer bi na taj način nastala uska grla na tim radnim mjestima. Na jednoj radnoj stanici radi jedan radnik, a u svakom trenutku se na radnoj stanici može izvoditi samo jedna operacija na jednom stroju. Nakon što se određeni strojevi grupiraju u stanice dobiva nešto drugačiji raspored operacija, [Slika 14].



Slika 14. Raspored sa strojevima u stanicama

[Tablica 6] prikazuje mjere izvedbe za rasporede koji se dobiju primjenom heurističkih pravila, bez spajanja strojeva u stanice. Kao mjere izvedbe su korišteni ukupno vrijeme protoka koje se računa prema izrazu (6) i vrijeme izrade prema izrazu (11).

Tablica 6. Početni rezultati

Pravilo dodjeljivanja	Ukupno vrijeme protoka, min	Vrijeme izrade, min
Dosadašnje pravilo	39,21	5,85
MFT	38,08	6,11
LTT	40,45	6,70
STT	43,69	7,81
LNFT	35,56	6,08
RPW	43,80	6,66
MWKR	34,56	6,31
LWKR	36,91	5,96

Ukupno vrijeme protoka je vrijeme koje je potrebno za završetak svih poslova, odnosno ukupno vrijeme rada kojeg radnici moraju obaviti da bi se završili svi poslovi. Podatak o ukupnom vremenu protoka se može koristiti za izračun troškova rada koji u tekstilnoj industriji imaju velik udio u ukupnim troškovima proizvodnje.

Vrijeme izrade predstavlja vrijeme stroja (ili stanice) koje ima najveće vrijeme protoka i koristi se da bi se utvrdilo najkraće vrijeme u kojem će svi poslovi biti završeni. Podatak o vremenu izrade se može koristiti kako bi se odredilo u kojem vremenu će proizvod ili serija proizvoda biti dostupna za isporuku. Druge mjere izvedbe, kao što su kašnjenje ili zaostajanje, se ne razmatraju jer nisu zadane ulazne informacije koje su potrebne za njihov izračun.

Ako se detaljnije promotre rasporedi pojedinih pravila, može se primijetiti da je kod nekih rasporeda nemoguće provesti spajanje strojeva u stanice. Primjer takvog slučaja je raspored dobiven primjenom STT pravila. U [Tablica 7] je prikazan raspored operacija po strojevima i opterećenje strojeva dobivenih primjenom tog pravila.

**Tablica 7. Raspored operacija za STT heuristiku**

Stroj	Dodijeljene operacije	Opterećenje stroja
<b>Redoslijed dodjeljivanja operacija: 12, 25, 26, 11, 2, 3, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 20, 21, 22, 23, 24, 8, 28, 34, 4, 5, 6, 7, 13, 14, 9, 10, 15, 16, 17, 18, 19</b>		
RR	12, 3, 30, 32, 21, 23, 6, 16	99 %
OS	25, 2, 29, 20	78 %
OW2	26	12 %
OW	5, 10, 11	57 %
OS	8, 28, 34	89 %
RR	14, 18	98 %
OS2	27, 31, 22	56 %
RR	23, 30	26 %
OS	4, 13	87 %
RR	9	60 %
OS2	15	60 %

Iz tablice se može vidjeti da postoji više strojeva koji imaju opterećenje preko 50 % i njihovim spajanjem bi se dobilo opterećenje radne stanice koje je veće od 100 % i ta radna stanica bi predstavljala usko grlo proizvodnje. Također, jedna od pretpostavki modela je da prekidanje operacija nije dozvoljeno što znači da se operacija ne može dijelom izvoditi na jednom stroju, a dijelom na drugom, već se u cijelosti mora obaviti na jednom stroju. Slični rasporedi se dobiju primjenom LNFT i LWKR heurističkih pravila. Zbog toga se takvi rasporedi neće dalje razmatrati jer se u praksi ne bi mogli izvesti na ekonomičan način.

Spajanje strojeva u stanice je iterativni posao i teško je unaprijed odrediti koje bi strojeve trebalo spojiti u stanice. Iz tog se razloga spajanje strojeva u stanice provodi na način da se prvo odredi raspored bez spajanja, a zatim se na temelju opterećenosti stroja određuje koji će strojevi biti u jednoj stanici. [Tablica 8] prikazuje rezultate sa spajanjem u stanice za one rasporede kod kojih je to moguće.

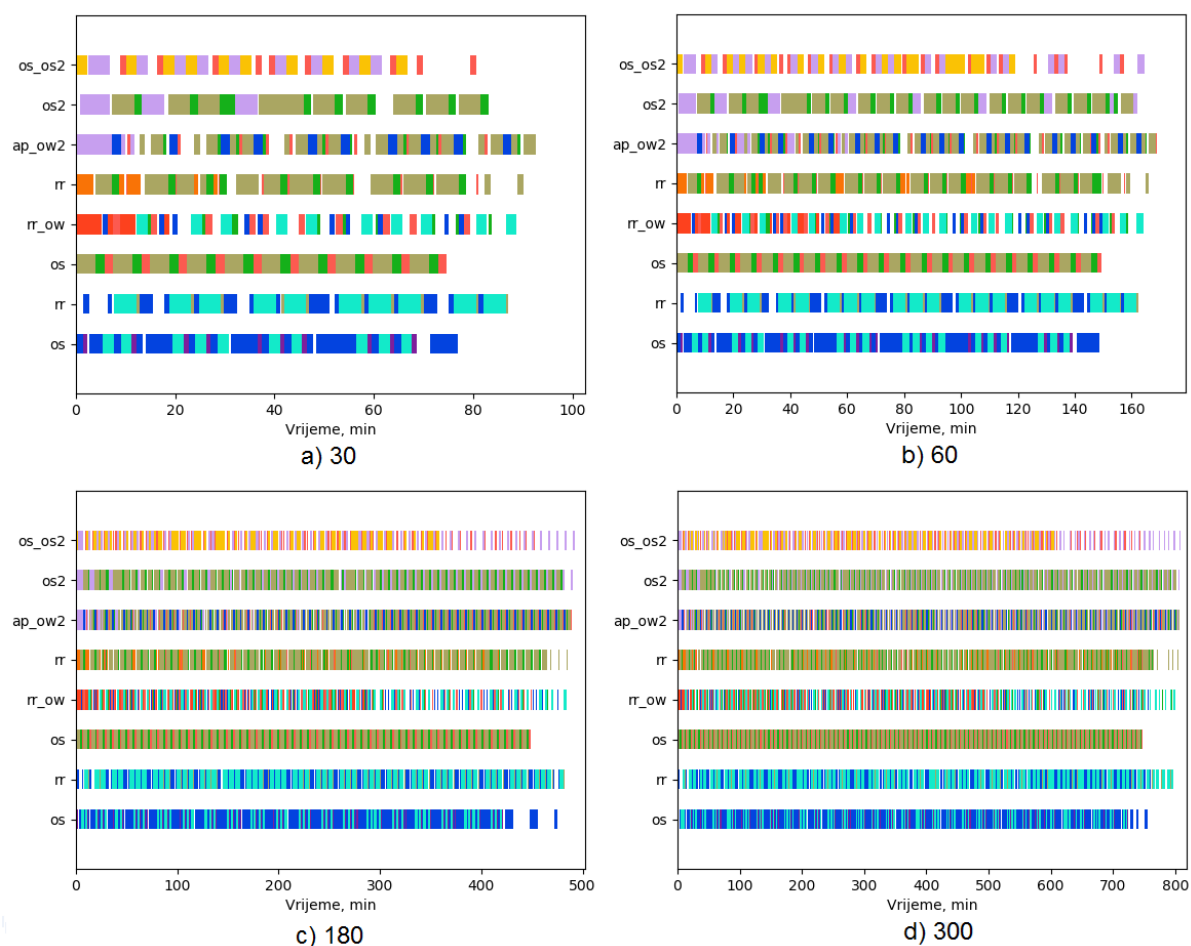
**Tablica 8. Rezultati za rasporede sa strojevima spojenim u stanice**

Pravilo dodjeljivanja	Vrijeme protoka, min	Vrijeme izrade, min
Dosadašnje pravilo	34,00	6,05
MFT	34,68	6,11
LTT	35,08	6,70
RPW	38,84	6,66
MWKR	32,39	6,31

Sva pravila daju slične rezultate pa tako prema kriteriju najkraćeg ukupnog vremena protoka najbolji rezultat daje MWKR pravilo, a prema kriteriju vremena izrade za ovaj proizvod daje dosadašnji raspored kojeg tvrtka koristi.

Svi rezultati dosad prikazani su korišteni kako bi se dokazalo da postoji razlika u vremenu izvođenja koja ovisi o načinu raspoređivanja. Primjenom različitih heurističkih pravila se dobivaju različiti rasporedi koji daju različite rezultate. Budući da je proizvodnja na liniji u tekstilnoj industriji karakteristična po serijskoj proizvodnji, a ne po pojedinačnoj, u nastavku je prikazan raspored proizvodnje za različite veličine serija ovog proizvoda.

Budući da tvrtka proizvodi različite veličine serija, koje su za pojmove tekstilne industrije male serije, analizirani su slučajevi s veličinama serije od 30, 60, 180 i 300 komada. Na [Slika 15] su prikazani rasporedi za navedene veličine serija koji se dobiju korištenjem algoritma prema dosadašnjem postupku raspoređivanja kojeg tvrtka koristi.



**Slika 15. Rasporedi za proizvodnju prema dosadašnjem pravilu**

Mjere izvedbe rasporeda koji se dobiju primjenom heurističkih pravila i dosadašnjeg postupka za sve navedene veličine serija su prikazani u [Tablica 9]. Osim ukupnog vremena protoka i vremena izrade, ovdje se kao mjera izvedbe rasporeda promatra i prosječna iskoristivost strojeva, a računa se kao količnik sume vremena svih dodijeljenih operacija i ukupnog vremena protoka za cijelu seriju proizvoda, odnosno prikazuje u kolikom postotku vremena protoka je stroj iskorišten za izvođenje operacija, što se može shvatiti kao omjer teoretskog i stvarnog vremena koje je potrebno za proizvodnju cijele serije.

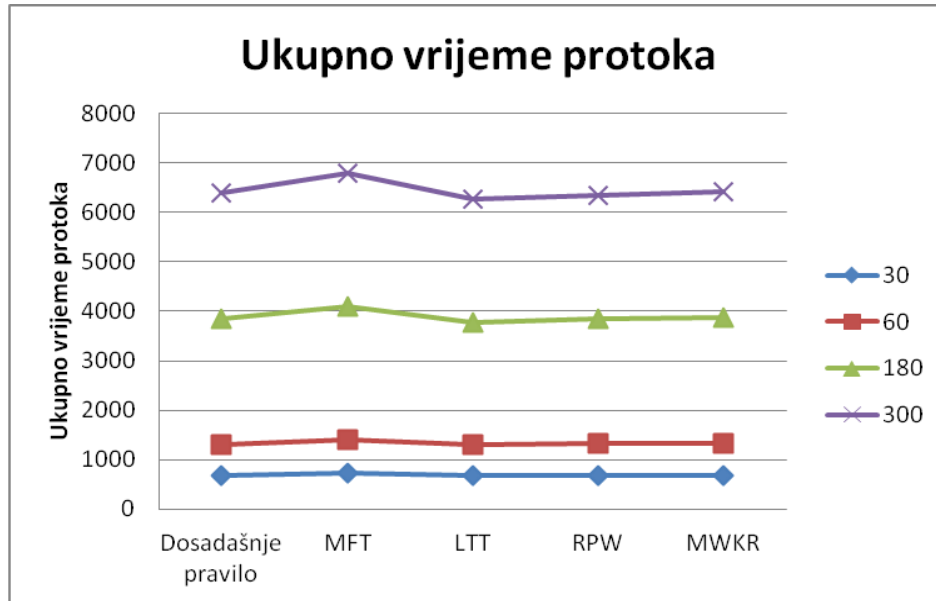
Tablica 9. Rezultati algoritma za različite veličine serije

Veličina serije, kom	Pravilo dodjeljivanja	Ukupno vrijeme protoka, min	Vrijeme izrade, min	Prosječna iskoristivost strojeva, %
<b>30</b>	Dosadašnje pravilo	681,6	93,2	82,6
	MFT	720,0	97,2	78,2
	LTT	681,8	94,6	82,5
	RPW	678,8	90,9	82,9
	MWKR	683,9	96,0	82,3
<b>60</b>	Dosadašnje pravilo	1299,1	171,3	86,7
	MFT	1395,6	184,8	80,7
	LTT	1296,4	173,3	86,8
	RPW	1324,7	172,0	84,9
	MWKR	1318,2	180,2	85,4
<b>180</b>	Dosadašnje pravilo	3850,2	492,8	87,7
	MFT	4090,8	529,0	82,5
	LTT	3787,4	493,9	89,1
	RPW	3855,2	491,5	87,6
	MWKR	3873,4	517,1	87,1
<b>300</b>	Dosadašnje pravilo	6401,4	812,5	87,9
	MFT	6785,9	873,3	82,9
	LTT	6281,8	814,1	89,6
	RPW	6355,1	806,4	88,6
	MWKR	6429,7	854,0	87,5

Iz [Tablica 9] može se primijetiti da niti jedno heurističko pravilo ne daje najbolje rješenje prema svim kriterijima.



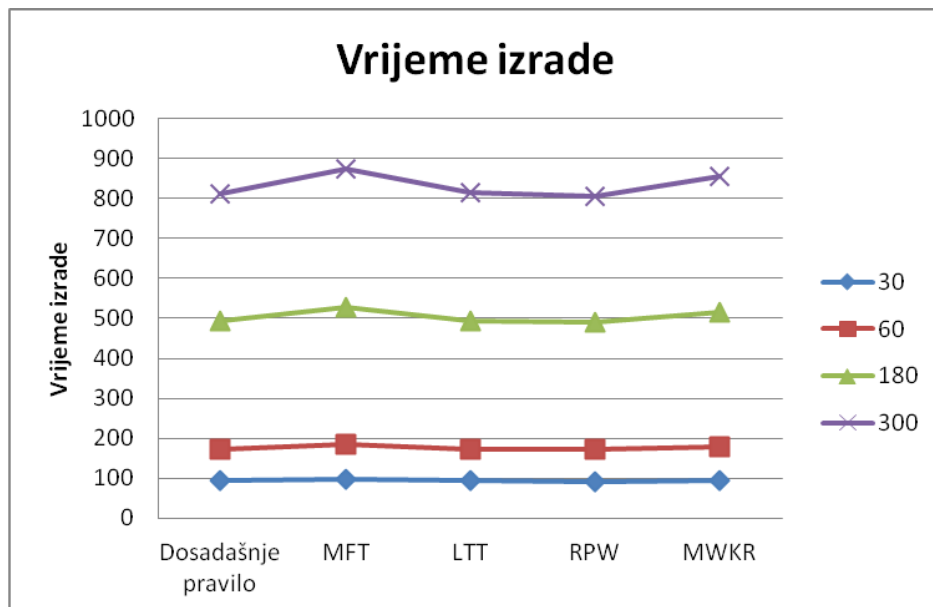
Na [Slika 16] prikazan je graf s podacima iz tablice za ukupno vrijeme protoka.



Slika 16. Graf – vrijeme protoka

Graf prikazuje utjecaj veličine serije i heurističkih pravila na ukupno vrijeme protoka. Najbolji raspored je onaj koji daje minimalno vrijeme protoka, a u ovom slučaju se dobije primjenom LTT heurističkog pravila. S povećanjem veličine serije se povećavaju razlike između vremena protoka za različite heuristike.

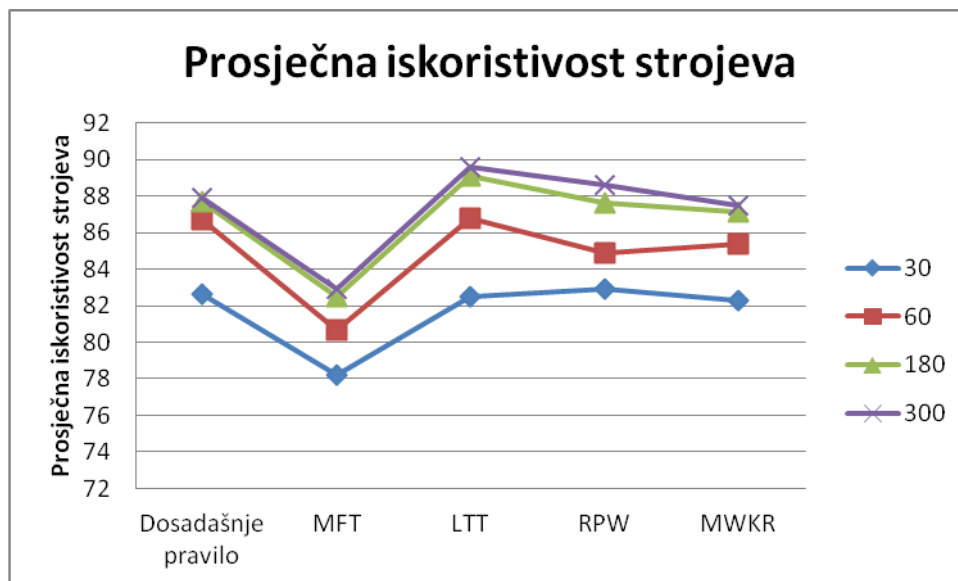
Na [Slika 17] prikazan je graf za vrijeme izrade.



Slika 17. Graf – vrijeme izrade

Vrijeme izrade također nije jednako za sve rasporede i povećanjem serije se sve više povećavaju razlike između rasporeda. Kao i kod ukupnog vremena protoka, cilj je pronaći raspored kojim će se postići minimalno vrijeme izrade. Najbolji rezultat daje RPW heurističko pravilo, dok je LTT pravilo nešto lošije prema ovom kriteriju.

Graf na [Slika 18] prikazuje prosječnu iskoristivost strojeva za različita heuristička pravila i veličine serija.



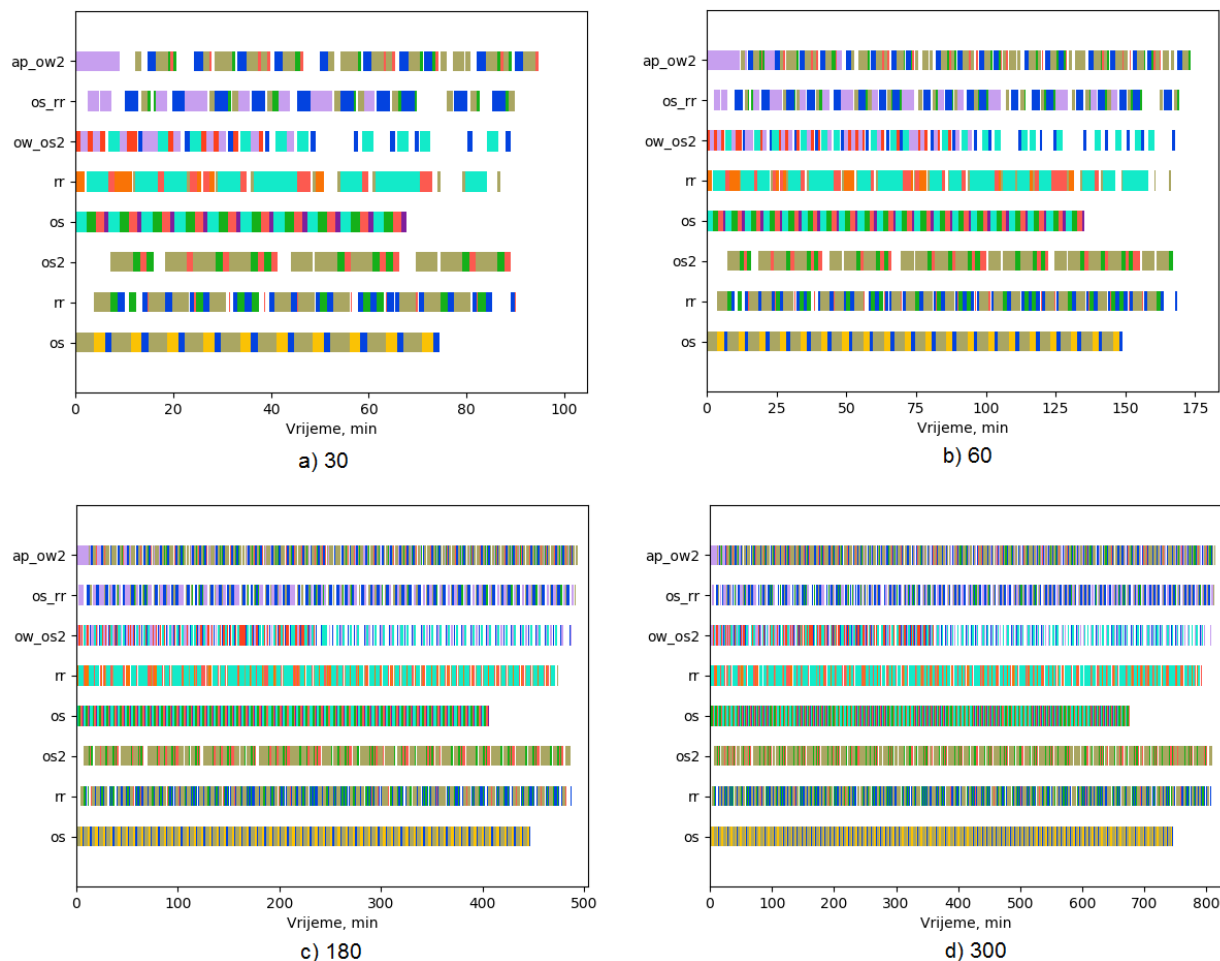
**Slika 18. Graf – prosječna iskoristivost strojeva**

Primjenom različitih heurističkih pravila se dobiju različite vrijednosti za prosječnu iskoristivost strojeva. Za razliku od vremena protoka i vremena izrade koji se žele minimizirati, iskoristivost strojeva se želi maksimizirati. Veća iskoristivost strojeva označava da ima manje vremena čekanja na strojevima između obrade dviju operacija i obrnuto je proporcionalna ukupnom vremenu protoka. Može se primijetiti da je prosječna iskoristivost strojeva najveća za LTT heuristiku koja daje najkraće ukupno vrijeme protoka, a povećava se s povećanjem veličine serije.

Od svih promatranih mjera izvedbe, ukupno vrijeme protoka u redovnim okolnostima poslovanja ima najveći utjecaj na troškove rada pa se može uzeti kao važniji kriterij u odnosu na druge pri donošenju odluke vezane uz raspoređivanje operacija. Također je pokazano da raspored koji daje najmanje ukupno vrijeme protoka ima najveću iskoristivost strojeva. U slučaju da su zadani rokovi završetaka, u obzir bi se uzeo kriterij vremena izrade. Prema tome, može se zaključiti da se najbolji raspored dobiva primjenom LTT heuristike. Na seriji

od 300 komada, razlika između ukupnog vremena protoka LTT heuristike i dosadašnjeg pravila iznosi 1,9 %, što znači da se primjenom takvog rasporeda može postići smanjenje troškova u tom iznosu.

Na [Slika 19.] prikazani su rasporedi koji se dobiju primjenom LTT heuristike za sve promatrane veličine serija.



**Slika 19. Prikaz rasporeda LTT heuristike za sve veličine serija**

Usporedbom rezultata rasporeda kojeg tvrtka koristi i ostalih rezultata dobivenih primjenom heurističkih pravila, može se primijetiti da se dosadašnji raspored nalazi u sredini po svim kriterijima. Dosadašnji postupak može se smatrati nasumičnim jer se operacije u tehnološki list ne unose po nekom pravilu, a kasnije se kod raspoređivanja dodjeljuju redom kojim su unesene u tehnološki list. U slučaju da su operacije unesene nekim drugim redom u tehnološki list, rezultat bi bio drugačiji i postojala bi mogućnost da se takvim rasporedom dobiju loši rezultati. Zbog toga bi bilo dobro isprobati više različitih rasporeda koji se dobiju primjenom

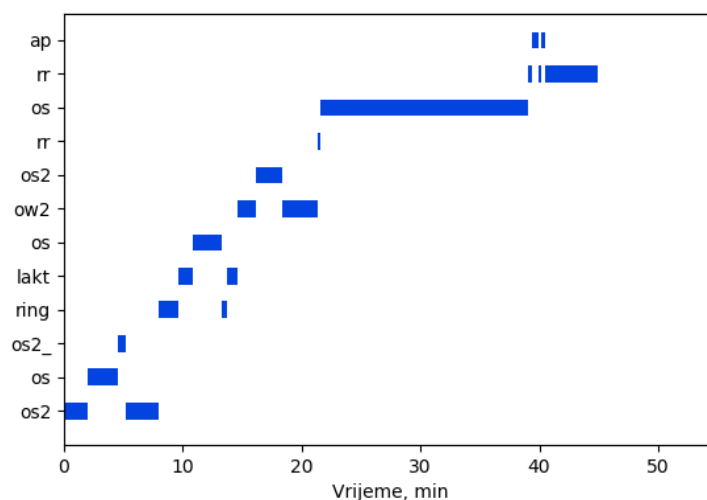
različitih heuristika kako bi se mogao odabrati onaj raspored koji će prema odabranom kriteriju davati najbolje rezultate.

Kod operacija montaže se ne mogu primijeniti heuristička pravila jer se svaka slijedeća operacija može početi izvoditi tek kada se prethodna završi. Također je uvjet da dijelovi proizvoda koji se izrađuju u pripremi budu dostupni prije nego što se krenu izvoditi operacije montaže. Dostupnost dijelova osigurava se na način da dio linije koji radi montažu započne tek nakon što se određeni broj dijelova u pripremi završi.

Vremena pojedinih operacija montaže dulja su od vremena takta, a jedna od pretpostavki algoritma je da sve operacije moraju biti kraće od vremena takta pa se algoritam neće moći primijeniti na sve operacije. Ako su operacije dulje od vremena takta, to znači da u jednom danu na jednom stroju nije moguće proizvesti izračunatu dnevnu količinu proizvodnje pa se ta operacija treba izvoditi na više strojeva. Stoga se pri dodjeljivanju operacija montaže koristi nešto drugačiji algoritam nego što se koristi za pripremu. Za operacije čije je vrijeme izvođenja kraće od vremena takta se koristi algoritam koji je opisan ranije samo bez primjene heurističkih pravila. Operacije čije je vrijeme izvođenja dulje od vremena takta se trebaju dodijeliti na dva ili više strojeva, ovisno o tome koliko je ukupno vrijeme dulje od vremena takta.

U tehnološkom listu može se primijetiti da se operacije 49 – 55 izvode na istoj vrsti stroja. Zbog toga će se te sve operacije zajedno promatrati kao jedna operacija koja se izvodi na jednom stroju. Budući da je zbroj vremena tih operacija nekoliko puta veći od duljine takta, potrebno je da se na više radnih mjesta izvode sve te operacije.

Na [Slika 20] prikazan je gantogram za proces montaže.



**Slika 20. Gantogram za operacije montaže**

Raspored operacija po strojevima i potreban broj strojeva za montažu prikazani su u [Tablica 10].

**Tablica 10. Raspoređene operacije i potreban broj strojeva za montažu**

<b>Stroj</b>	<b>Operacije</b>	<b>Vrijeme izrade</b>	<b>Potreban broj strojeva</b>
<b>OS2</b>	35, 38	4,858	2
<b>OS</b>	36	2,5	2
<b>OS2</b>	37	0,643	1
<b>RING</b>	39, 40, 43	2,007	1
<b>LAKT</b>	41, 44	2,18	1
<b>OS</b>	42	2,43	1
<b>OW2</b>	45, 47	4,5	2
<b>OS2</b>	46	2,25	1
<b>RR</b>	48	0,18	1
<b>OS</b>	49...55	17,5	7
<b>RR</b>	56, 58, 60...64	4,83	2
<b>AP</b>	57, 59	1	1

Korištenjem algoritma za operacije montaže dobiva se jedinstveno rješenje jer je u svakom koraku raspoloživa točno jedna operacija. Zbog toga će se rezultati rasporeda razlikovati samo u dijelu pripreme.

## 5. MOGUĆNOSTI POBOLJŠANJA

Pod mogućnostima poboljšanja razmatra se poboljšanje cjelokupnog procesa planiranja proizvodnje. Izradom programa za dobivanje rasporeda procesa pripreme olakšano je razmatranje različitih rasporeda kojima se utječe na vremena izvedbe proizvodnje jer tvrtka do sada nije imala tu mogućnost. Raspoređivanje se provodilo „ručno“, a primjenom programa omogućena je analiza rezultata za različita pravila raspoređivanja i odabrati ih prema različitim kriterijima. Primjena jednostavnih heurističkih pravila ne zahtijeva previše računskih napora i brzo se dolazi do rješenja, ali se ne garantira pronalazak optimalnog rasporeda. No cijeli proces raspoređivanja moguće je još unaprijediti.

Prva mogućnost poboljšanja može biti kombiniranje različitih heurističkih pravila u situacijama kada dvije ili više operacija ispunjavaju kriterij za dodjeljivanje. Ovdje je u tom slučaju odabrana operacija koja ima manji redni broj. Kombinacijom pravila bi se dobili rasporedi koje je moguće usporediti s ostalima i između više ponuđenih rješenja odabrati najbolje.

Slijedeća mogućnost je primjena različitih heurističkih metoda za određivanje redoslijeda dodjeljivanja koje su ovdje navedene. U literaturi se mogu pronaći primjene genetskih algoritama i tehnika pretraživanja susjedstva za pronalaženje optimalnih rješenja u tekstilnoj industriji. Spominju se i ostale heurističke metode kao što su tabu pretraživanje, simulirano žarenje i optimizacija kolonijama mravi, no sve te metode potrebno je prilagoditi problemu koji se proučava. Problem tih metoda je što za kompleksnije slučajeve zahtijevaju veliku količinu vremena računanja i ne garantiraju pronalazak globalno optimalnog rješenja.

Pokazano je da kod određenih rasporeda nije moguće provesti spajanje strojeva u stanice pa takve rasporede treba zanemariti. Jedno od poboljšanja bi se moglo odnositi na poboljšanje algoritma kojim bi se zanemarili takvi rasporedi, a ujedno i automatizirao proces spajanja strojeva u stanice čime bi se dodatno ubrzao proces raspoređivanja.

## 6. ZAKLJUČAK

U ovom radu prikazana je uporaba algoritma raspoređivanja na primjeru proizvoda iz tekstilne industrije. Za tekstilnu industriju karakteristična je linijska proizvodnja pa algoritmi raspoređivanja imaju ulogu balansiranja proizvodnje. Proizvode tekstilne industrije karakterizira velik broj međusobno povezanih operacija i proizvodnja na više vrsta strojeva.

Svi problemi raspoređivanja pripadaju grupi NP-teških problema i primjena egzaktnih matematičkih metoda je vrlo ograničena pa se za rješavanje tih problema koriste različite druge metode, a najviše heurističke.

Ovdje je primijenjen algoritam SALBP-I koji spada u grupu konstruktivnih heurističkih algoritama. U određenim koracima algoritma se mogu koristiti različita heuristička pravila za odabiranje slijedeće operacije, a ovdje je prikazan utjecaj tih pravila na ukupno vrijeme protoka, vrijeme izrade i prosječnu iskoristivost strojeva.

Algoritam je korišten na procesu šivanja koji je podijeljen na pripremu dijelova i montažu. Za potrebe ovog rada je razvijen program koji generira rasporede operacija po strojevima prema različitim heurističkim pravilima. Na taj način je olakšan uvid u različite mogućnosti raspoređivanja koje tvrtka do sada nije imala. Program se može koristiti i za rješavanje problema rasporeda i u drugim vrstama industrije gdje se proizvodi više različitih proizvoda na više različitih strojeva.

Krajnji rezultat algoritma je raspored i redoslijed izvođenja operacija na svakom radnom mjestu, a cilj uporabe algoritma je točno definiranje proizvodnih tokova na način da je ukupno vrijeme proizvodnje minimalno što u konačnici donosi manje troškove i kraće rokove isporuke.

S obzirom na mjeru izvedbe i veličinu serije različita heuristička pravila daju najbolje rješenje za promatrani proizvod. Ako se promatra minimiziranje vremena protoka (ili maksimiziranje iskorištenosti strojeva), s povećanjem veličine serije LTT pravilo daje najbolje rješenje. U slučaju minimiziranja vremena izrade najbolji raspored daje RPW pravilo.

Korištenjem ovdje opisane procedure raspoređivanja u svakodnevnom radu se postiže standardizacija proizvodnje i omogućuje se preciznije planiranje proizvodnje u duljim vremenskim periodima.

## LITERATURA

- [1] Chapman, S. N.: The Fundamentals of Production Planning and Control, Pearson Education, New Jersey, 2006.
- [2] Baker, K. R., Trietsch, D.: Principles of Sequencing and Scheduling, John Wiley & Sons, New Jersey, 2009.
- [3] Dominic, P. D. D., Kaliyamoorthy S., Saravana Kumar M.: Efficient dispatching rules for dynamic job shop scheduling, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 24, 2004., 70-75
- [4] Nugraheni, C. E., Abednego, L.: A Tabu-Search Based Constructive Hyper-heuristics for Scheduling Problems in Textile Industry, Journal of Industrial and Intelligent Information 5, 2017., 23-27
- [5] Guo, Z. X. et al.: Mathematical model and genetic optimization for the job shop scheduling problem in a mixed- and multi-product assembly environment: A case study based on the apparel industry, Computers & Industrial Engineering 50, 2006., 202–219
- [6] Jmali, M. et al.: Optimization of textile scheduling problems using Ants colonies algorithms, IOSR Journal of Engineering 3, 2013., 31-37
- [7] Kurniawan, H et al.: Optimizing Production Scheduling Using Genetic Algorithm in Textile Factory, Journal of System and Management Sciences 4, 2014., 27-44
- [8] Nugraheni, C. E., Abednego, L.: A Comparison Of Heuristics For Scheduling Problems In Textile Industry, Jurnal Teknologi 78, 2015., 99-104
- [9] Semančo, P., Modrák, V.: A Comparison of Constructive Heuristics with the Objective of Minimizing Makespan in the Flow-Shop Scheduling Problem, Acta Polytechnica Hungarica 9, 2012., 177-190
- [10] Uddin, M. K., Martinez Lastra, J. L.: Assembly Line Balancing and Sequencing, InTech, 2011., 13-36
- [11] Shiroma, P., J., Niemeyer, G.: Production Scheduling in the Textile Industry: a Practical Approach Using Evolutionary Algorithms with Domain-Dependent Information, IECON, 1998., 269-273
- [12] Bahadir, S. K.: Assembly Line Balancing in Garment Production by Simulation, InTech, 2011., 67-82



- 
- [13] Chen, J. C., Lin, Y.: Assembly Line Balancing Problem of Sewing Lines in Garment Industry, International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Bali, 2014., 1215-1225
- [14] Ünal, C.: A new line balancing algorithm for manufacturing cell transformation in apparel industry, *Industria Textila* 3, 2013., 155-162

## **PRILOZI**

I. CD-R disc