

# Analiza odabranih performansi helikoptera s koaksijalnim rotorom

---

Šego, Neven

Master's thesis / Diplomski rad

2016

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:783643>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-26**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Neven Šego**

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentori:

Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak, dipl. ing.

Student:

Neven Šego

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru na savjetima i pomoći, roditeljima Ljerki i Bošku te djevojci Veroniki na strpljenju i podršci, kao i prijateljima koji su me trpili za vrijeme izrade ovog rada.

Neven Šego



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomatske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomatske ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	12-05-2016 Prilog
Klasa:	002-04/16-6/3
Ur.broj:	15-1103-16-196

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: Neven Šego

Mat. br.: 0035167875

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza odabranih performansi helikoptera s koaksijalnim rotorom**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Selected Performance Analysis for the Helicopter With Coaxial Rotor**

Opis zadatka:

U odnosu na konvencionalnu konfiguraciju helikoptera s glavnim i repnim rotorom, glavna prednost koaksijalne konfiguracije helikoptera je njena kompaktnost, odnosno manje sveobuhvatne dimenzije. Kod koaksijalne konfiguracije svaki rotor doprinosi pogonskoj sili te nema potrebe za odvajanjem dijela korisne snage na pogonjenje repnog rotora nužnog u klasičnoj konfiguraciji, ali interferencija između dva rotora uzrok je smanjenju ukupne aerodinamičke učinkovitosti.

Teorija diska, iako jednostavnih postavki, ali uz određena proširenja, primjenjuje se za procjenu performansi helikopterskih rotora te je primjenjiva i na koaksijalne rotore.

U diplomskom radu potrebno je:

- opisati konstrukciju koaksijalnog rotora;
- napraviti analizu vertikalnog leta helikoptera koaksijalne konfiguracije primjenom teorije diska;
- napraviti analizu horizontalnog leta helikoptera koaksijalne konfiguracije primjenom teorije diska;
- odrediti odabrane performanse u vertikalnom i horizontalnom letu temeljem provedenih analiza te ih usporediti s drugim dostupnim rezultatima;
- napraviti usporedbu rezultata konfiguracije s koaksijalnim rotorom s odgovarajućom konvencionalnom konfiguracijom s jednim glavnim rotorom.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
10. ožujka 2016.


Rok predaje rada:  
12. svibnja 2016.

Predviđeni datumi obrane:  
18., 19. i 20. svibnja 2016.

Zadatak zadao:

  
Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Iyica Smojver

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ.....	I
POPIS SLIKA.....	II
POPIS OZNAKA.....	III
SAŽETAK.....	V
SUMMARY.....	VI
1. UVOD.....	1
2. Konstrukcija koaksijalnog rotora.....	2
3. Vertikalni let.....	5
3.1.Osnovne jednađbe.....	6
3.1.1.Jednađba kontinuiteta.....	6
3.1.2.Jednađba očuvanja količine gibanja.....	6
3.1.3.Bernoulijeva jednađba.....	6
3.1.4.Ubrzanje struje i inducirana brzina.....	7
3.1.5.Lebdenje.....	8
3.2.Prilagodba jednađbi na koaksijalni rotor.....	8
3.3.Provjera modela pomoću eksperimenta.....	11
4.1.Osnovne jednađbe.....	13
4.2.Analiza performansi pomoću primjera.....	15
6. ZAKLJUČAK.....	21
LITERATURA.....	22
PRILOZI.....	23

**POPIS SLIKA**

Slika 1: Rezultantni uzgon i moment pri lebdenju [6].....	2
Slika 2: Rezultantni uzgon i moment pri skretanju [1].....	3
Slika 3: Idealni rotor za slučaj vertikalnog penjanja [2].....	5
Slika 4: Odnos koeficijenta pogonske sile i koeficijenta snage za lebdenje.....	11
Slika 5: Odnos učinkovitosti rotora u lebdenju i koeficijenta pogonske sile.....	12
Slika 6: Ovisnost normiranog koeficijenta vertikalne brzine i normiranog koeficijenta napredovanja.....	15
Slika 7: Promjena potrebne snage u ovisnosti o stupnju napredovanja rotora.....	16
Slika 8: Odnos koeficijenta pogonske sile i koeficijenta snage za lebdenje za Ka-50 i AH-64.....	17
Slika 9: Odnos učinkovitosti rotora u lebdenju i koeficijenta pogonske sile za Ka-50 i AH-64.....	18
Slika 10: Ovisnost normiranog koeficijenta vertikalne brzine i normiranog koeficijenta napredovanja za Ka-50 i AH-64.....	19
Slika 11: Ovisnost potrebne snage u odnosu na stupanj napredovanja rotora za Ka-50 i AH-64.....	20

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$\dot{m}$	kg/s	Maseni protok zraka kroz rotor
$\rho$	kn/m <sup>3</sup>	Gustoća zraka
$A$	m <sup>2</sup>	Površina diska
$V_C$	m/s	Brzina vertikalnog penjanja
$V$	m/s	Brzina nastrujavanja zraka na presjek
$\Delta V$	m/s	Promjena brzine strujanja
$T$	N	Pogonska sila
$L$	N	Sila uzgona
$p$	Pa	Tlak zraka
$v_i$	m/s	Inducirana brzina
$v_h$	m/s	Inducirana brzina u lebdenju
$P$	W	Snaga
$P_h$	W	Snaga potrebna za lebdenje
$T_l$	N	Pogonska sila donjeg rotora
$T_u$	N	Pogonska sila gornjeg rotora
$P_i$	W	Inducirana snaga
$(P_i)_{tot}$	W	Inducirana snaga koaksijalnog rotora
$\kappa$	-	Koeficijent inducirane snage
$\kappa_i$	-	Faktor interferencije
$v_u$	m/s	Inducirana brzina gornjeg rotora
$v_l$	m/s	Inducirana brzina donjeg rotora
$w_l$	m/s	Brzina strujanja dovoljno daleko iza donjeg rotora
$(P_i)_{coax}$	W	Inducirana snaga koaksijalnog rotora
$(P_i)_{isolated}$	W	Inducirana snaga pojedinačnog rotora
$C_T$	-	Koeficijent pogonske sile
$C_P$	-	Koeficijent snage
$\sigma$	-	Koeficijent ispunjenosti kraka
$N$	-	Broj krakova rotora
$c$	m	Duljina tetive lopatice rotora
$\eta_m, \eta$	-	Iskoristivost rotora u lebdenju
$\lambda_i$	-	Koeficijent inducirane brzine
$\lambda_h$	-	Koeficijent inducirane brzine u lebdenju
$DL$	N/m <sup>2</sup>	Opterećenje diska
$C_{D0}$	-	Koeficijent otpora profila
$U$	m/s	Rezultantna brzina strujanja na rotoru



---

$V_{\infty}$	m/s	Brzina horizontalnog leta
$\alpha$	°	Kut nagiba diska
$\Gamma$	m <sup>3</sup> /s	Cirkulacija
$\Gamma_0$	m <sup>3</sup> /s	Cirkulacija na pola raspona
$R$	m	Radijus rotora
$\mu$	-	Stupanj napredovanja rotora
$D$	N	Sila otpora letjelice
$W$	N	Težina letjelice
$q$	Pa	Dinamički tlak uslijed horizontalnog leta
$f$	m <sup>2</sup>	Površina parazitskog otpora svedena na ekvivalentnu ravnu ploču

## **SAŽETAK**

Rad obuhvaća postavljanje osnovnih jednažbi teorije diska za rotor helikoptera, njihovu prilagodbu za potrebe analize koaksijalnog rotora te izradu pripadajućeg aerodinamičkog modela. Rezultati teorije su uspoređeni s relevantnim izvorima (Leishman, Harrington, Dingeldein) te nakon toga primijenjeni na dva helikoptera iz aktivne vojne službe – ruskom Ka-50 i američkom AH-64.

Ključne riječi: aerodinamički model, helikopter, koaksijalni rotor, Ka-50

## **SUMMARY**

This paper consists of putting together the equations necessary for the momentum theory for helicopter rotors, their modification for the use with coaxial rotors and the making of an aerodynamical model accordingly. The results are compared to those given in relevant papers and books (Leishman, Harrington, Dingeldein) and then applied to two modern military helicopters still in use today – the Russian Ka-50 and the American AH-64.

Key words: aerodynamic model, helicopter, coaxial rotor, Ka-50

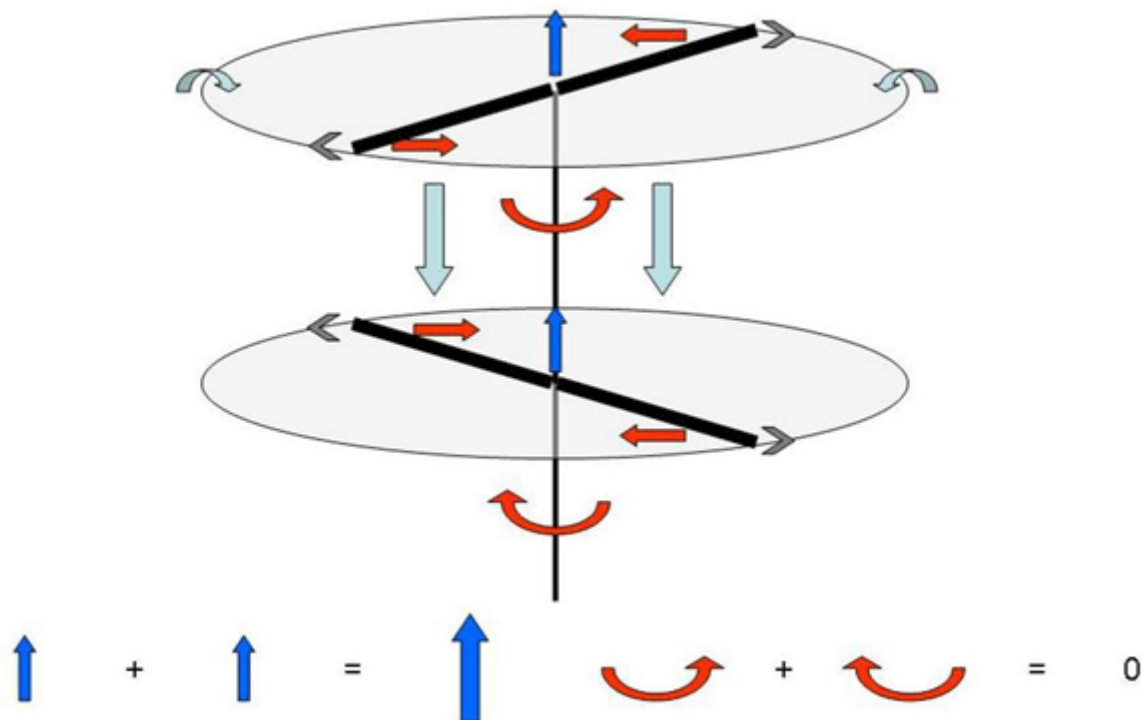
## 1. UVOD

U odnosu na konvencionalnu konfiguraciju helikoptera s glavnim i repnim rotorom, glavna prednost koaksijalne konfiguracije helikoptera je njena kompaktnost, manje sveobuhvatne dimenzije. Kod koaksijalne konfiguracije svaki rotor doprinosi pogonskoj sili te nema potrebe za odvajanjem dijela korisne snage na pogonjenje repnog rotora nužnog u klasičnoj konfiguraciji. Interferencija između dva rotora koaksijalne konfiguracije uzrok je smanjenju ukupne aerodinamičke učinkovitosti.

Teorija diska, iako jednostavnih postavki, ali uz određena proširenja, primijenjuje se za procjenu performansi helikopterskih rotora te je primjenjiva i na koaksijalne rotore.

U prvom dijelu rada će biti izvedene jednadžbe potrebne za analizu klasične (konvencionalne) konfiguracije te prilagodbe potrebne za analizu koaksijalnog rotora a u drugom dijelu će biti uspoređeni rezultati dobiveni našim modelom u odnosu na rezultate teorije i ispitivanja pronađenih u literaturi. Kraj ovog diplomskog rade će obuhvatiti primjenu teorije diska na postojeće predstavnike pojedine konfiguracije koji se danas koriste u vojnoj službi i predstavljaju vrhunac tehnologije i razvoja konfiguracija koje koriste – ruski Ka-50 (koaksijalni rotor) i američki AH-64 (klasična konfiguracija).

## 2. Konstrukcija koaksijalnog rotora

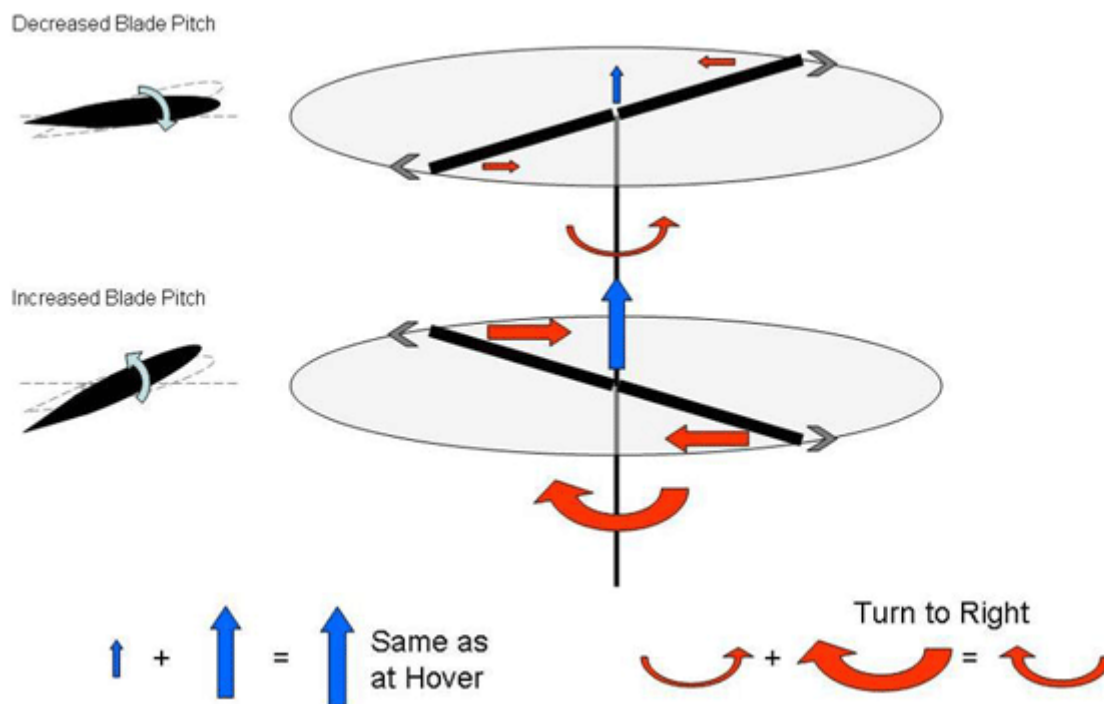


Slika 1: Rezultantni uzgon i moment pri lebdenju [6]

Kao što je rečeno u Uvodu, koaksijalni rotor se sastoji od dva rotora (gornjeg i donjeg) čija vratila imaju zajedničku uzdužnu os. S obzirom da helikopter s koaksijalnim rotorima ima dva kontrarotirajuća rotora, njihovi momenti kojima rotori djeluju na trup helikoptera se međusobno poništavaju, čime se eliminira potreba za repnim rotorom te omogućava da se sva raspoloživa snaga motora koristi za dobivanje potiska (a time i uzgona).

Skretanje helikoptera se postiže promjenom okretnog momenta pojedinog rotora, što se postiže promjenom kolektivnog napadnog kuta lopatica tog rotora uslijed čega dolazi do promjene otpora na tom rotoru a time i promjene momenta. S obzirom da pri promjeni napadnog kuta lopatica dolazi i do promjene uzgona, što je nepoželjno jer dovodi i do promjene visine leta helikoptera, potrebno je istovremeno na drugom rotoru promijeniti napadni kut lopatica tako da ukupni uzgon ostane isti. Ova promjena ujedno povećava rezultantni moment na trup helikoptera te ubrzava skretanje. Zanimljivo je da zbog utjecaja gornjeg rotora na donji, lopaticice donjeg rotora kod helikoptera Ka-50 imaju postavni kut koji

je za  $1,25^\circ$  manji nego kod lopatica gornjeg rotora kako bi u lebdenju rezultatni moment pri lebdenju bio jednak nuli [1].



Slika 2: Rezultantni uzgon i moment pri skretanju [1]

Drugi problem kod helikoptera s klasičnom konfiguracijom je nesimetrija uzgona. Kod helikoptera s koaksijalnim rotorima je taj problem puno manji jer rotori zbog suprotnog smjera rotacije daju rezultatni uzgon koji je više-manje ujednačeno raspoređen, što ujedno znači i da su vibracije koje se prenose na trup bitno manje.

Kao i kod helikoptera s klasičnom konfiguracijom, ograničavajući faktor za maksimalnu brzinu leta je uzgon na nazadujućim lopaticama rotora (lopaticama koje se kreću u smjeru u kojem i nastrojavajući zrak) ali u ovom slučaju, zbog kontrarotirajućih rotora, maksimalna brzina nije posljedica gubitka uzgona nego promjene konusa obaju rotora (posebice donjeg koji je konstantno u struji gornjeg rotora) u tolikoj mjeri da se putanje napredujuće lopatice donjeg rotora i nazadujuće lopatice gornjeg rotora počnu preklapati uslijed čega dolazi do udara jedne lopatice u drugu a time i do njihovog oštećenja. Ovaj problem se javlja i kod naglog povećanja kolektivnog kuta pri velikim brzinama, ali je u ovom slučaju problem moguće lako zaobići pravilnom procedurom (pri velikim brzinama se penjanje postiže držanjem kolektiva na miru i povlačenjem cikličke palice unazad).

Upravljanje rotorima se, kao i kod klasične konfiguracije, vrši preko nagibnih ploča (engl.

*swashplate*). Kod koaksijalnih rotora je potrebno imati dva seta kliznih ploča (jedan je za donji rotor a drugi za gornji) koji omogućavaju i cikličku i kolektivnu promjenu na rotorima te istovremeno usklađenost navedenih komandi na oba rotora.

Koaksijalni rotori zbog simetričnog rasporeda dijelova jedini zadržavaju aerodinamička svojstva bez obzira na smjer kretanja helikoptera.

Važno je napomenuti da koaksijalni rotori, unatoč većem broju dijelova u odnosu na klasičnu konfiguraciju imaju određenih prednosti kod odžavanja jer imaju manji broj različitih dijelova. Još jedna velika prednost koaksijalnih rotora je sigurnost - naime, s obzirom da ne postoji repni rotor, pristup letjelici (u pravilu zbog utovara/istovara robe i/ili putnika) dok se rotori vrte je puno sigurniji.

Unatoč očitim prednostima, koaksijalni rotori se u praksi rijetko susreću zbog kompleksnosti izrade (dva seta kliznih ploča, dvije glavčine...) te cijene izrade, cijene održavanja i mase rotora (ukupna masa letjelice je manja nego kod klasične konfiguracije) koji su posljedica te kompleksnosti.

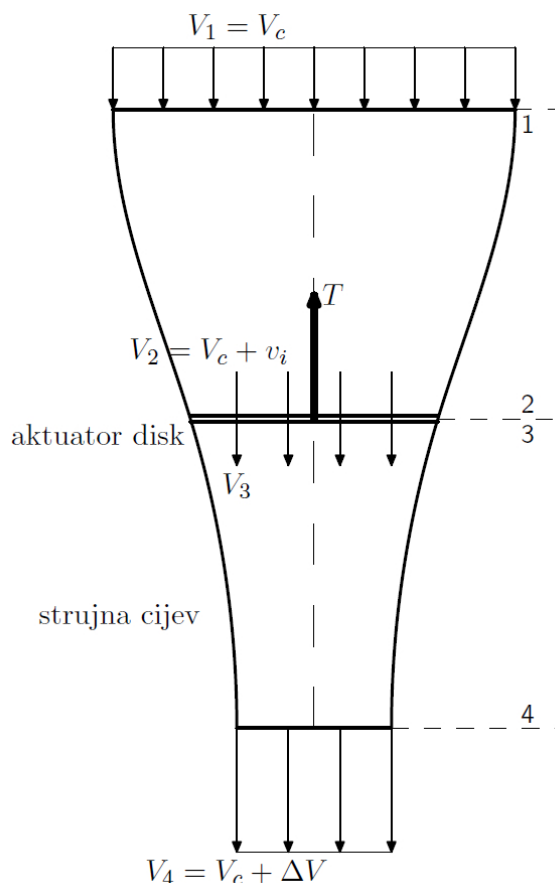
Dodatni problem je mala zastupljenost koaksijalnog rotora u praksi pa se rijeđe može naći aerodinamički model.

### 3. Vertikalni let

Pojam vertikalnog leta obuhvaća sve režime leta prilikom kojih je horizontalna brzina letjelice jednaka nuli. Pri tome protok zraka kroz rotor okomit na površinu rotora. Za potrebe ovog rada, strujanje kroz rotor će biti analizirano pomoću teorije diska. Pretpostavke koje uvodimo su:

- brzina na disku je konstantna,
- tlak na disku je konstantan,
- rotacija struje zraka koji prolazi kroz rotor je zanemarena,
- struja zraka koja prolazi kroz rotor odvajaju se od okolnog zraka zamišljenom strujnom cijevi,
- strujanje je nestlačivo.

Ako zamislimo helikopter u vertikalnom penjanju, strujanje na rotoru će biti kao na Slici 3.



Slika 3: Idealni rotor za slučaj vertikalnog penjanja [2]



### 3.1. Osnovne jednačbe

#### 3.1.1. Jednačba kontinuiteta

Kako je jedna od pretpostavki teorije diska da je protok kroz rotor konstantan, možemo u skladu sa Slikom 3. reći da je izraz za maseni protok

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 = \rho_3 A_3 V_3 = \rho_4 A_4 V_4.$$

S obzirom da pretpostavljamo nestlačivo strujanje, dobijemo

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = A_3 V_3 = A_4 V_4$$

te za sam disk, uz  $A = A_2 = A_3$  vrijedi

$$V_2 = V_3$$

što znači da se brzina strujanja pri prolazu kroz disk ne mijenja.

#### 3.1.2. Jednačba očuvanja količine gibanja

Ako promotrimo Sliku 3., vidjet ćemo da zrak mijenja brzinu strujanja od  $V_1$  do  $V_4$ , gdje brzina  $V_1$  zapravo predstavlja brzinu penjanja  $V_c$  pa vrijedi

$$\Delta V = V_4 - V_1 = V_4 - V_c.$$

Znamo da za slučaj jednodimenzionalnog stacionarnog strujanja pogonska sila jednaka umnošku masenog protoka i promjene brzine strujanja, odnosno, promjeni količine gibanja, što daje

$$T = \dot{m} \Delta V = \rho A_2 V_2 (V_4 - V_c).$$

#### 3.1.3. Bernoulijeva jednačba

Promatrajući Sliku 3. možemo postaviti Bernoulijevu jednačbu za presjeke 1 i 2

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

odnosno za 3 i 4

$$p_3 + \frac{1}{2} \rho V_3^2 = p_4 + \frac{1}{2} \rho V_4^2$$

iz čega slijedi

$$p_3 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (V_4^2 - V_c^2).$$

Znamo da je sila umnožak tlaka i površine na koju djeluje stoga pogonsku silu možemo pisati kao

$$T = A(p_3 - p_2) = \frac{1}{2} \rho A (V_4^2 - V_c^2),$$

što u kombinaciji s izrazom dobivenim pomoću jednadžbe očuvanja količine gibanja daje brzinu struje na rotoru

$$V_2 = \frac{1}{2}(V_4 + V_c).$$

Povećanje brzine od presjeka 1 do presjeka 2 možemo prikazati kao

$$v_i = V_2 - V_1 = \frac{1}{2}(V_4 + V_c) - V_1 = \frac{1}{2}(V_4 - V_1) = \frac{1}{2} \Delta V$$

te analogno za presjeke 3 i 4

$$V_4 - V_3 = V_4 - V_2 = V_4 - \frac{1}{2}(V_4 + V_c) = \frac{1}{2}(V_4 - V_c) = \frac{1}{2} \Delta V = v_i.$$

Ovo pokazuje da je prema teoriji diska povećanje brzine daleko iza diska dva puta veće od povećanja brzine na disku

$$\begin{aligned} V_2 = V_3 = V_1 + \frac{1}{2} \Delta V = V_1 + v_i \\ V_4 = V_1 + \Delta V = V_1 + 2v_i. \end{aligned}$$

Brzinu  $v_i$  nazivamo induciranom brzinom.

### 3.1.4. Ubrzanje struje i inducirana brzina

Znamo da se struja zraka na presjeku 4 ubrza za  $\Delta V = V_4 - V_1 = V_4 - V_c$  te uz uvrštavanje izraza za  $V_2$  dobijemo

$$T = \rho A (V_c + \frac{1}{2} \Delta V) \Delta V = 2 \rho A (V_c + v_i) v_i,$$

iz čega slijedi

$$\Delta V = -V_c + \sqrt{V_c^2 + \frac{2T}{\rho A}},$$

te iz toga

$$v_i = \frac{1}{2} \left( -V_c + \sqrt{V_c^2 + \frac{2T}{\rho A}} \right).$$

### 3.1.5. Lebdenje

Kod lebdenja imamo  $V_c = 0$ ,  $V_4 = \Delta V$  iz čega slijedi

$$v_i = \frac{1}{2} \Delta V = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = v_h \quad (1)$$

te tu brzinu nazivamo induciranom brzinom u lebdenju a označavamo ju sa  $v_h$ .

Snagu potrebnu za lebdenje možemo dobiti kao umnožak pogonske sile i inducirane brzine u lebdenju, odnosno

$$P_h = T \cdot v_h = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}} = 2\rho A v_h^3 \quad (2)$$

Iz gornje relacije je vidljivo da snaga potrebna za lebdenje raste s kubom inducirane brzine te da bi rotor određene mase lebdio s danom pogonskom silom i minimalnom induciranom snagom, potrebno je povećati protok zraka kroz rotor, što se postiže povećanjem površine rotora.

### 3.2. Prilagodba jednadžbi na koaksijalni rotor

Ako promotrimo slučaj lebdenja za koaksijalni rotor, znamo da je pogonska sila, kao i kod klasične konfiguracije, jednaka težini letjelice. Iz to ga slijedi da je pogonska sila svakog od rotora jednaka

$$T = T_l = T_u = \frac{W}{2},$$

gdje je  $W$  težina letjelice,  $T_u$  pogonska sila gornjeg rotora a  $T_l$  pogonska sila donjeg rotora. Iz ovoga slijedi da je ukupna pogonska sila jednaka  $2T$ , odnosno

$$v_i = \sqrt{\frac{2T}{2\rho A}}$$

a ukupna inducirana snaga

$$(P_i)_{tot} = \frac{(2T)^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}}.$$

Uvođenjem faktora interferencije definiranog sa

$$\kappa_i = \frac{(P_i)_{tot}}{P_i} = \sqrt{2} = 1,41,$$

što znači da je potrebno 41% više snage za rad koaksijalnog rotora nego za dva potpuno odvojena rotora.

Ako promotrimo svaki od rotora zasebno, vidimo da za induciranu brzinu gornjeg rotora vrijedi

$$v_u = v_h = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}}.$$

Uz pretpostavku da zbog suženja strujne cijevi zrak sa gornjeg rotora nastrujava samo na

polovicu donjeg rotora, tj. da vrijedi da na površinu  $\frac{A}{2}$  nastrujava zrak brzinom  $2v_h$ ,

dobijemo da je ukupni maseni protok zraka na donjem rotoru jednak

$$\dot{m} = \rho \frac{A}{2} (2v_u + v_l) + \rho \frac{A}{2} v_l = \rho A (v_u + v_l)$$

pa slijedi da je pogonska sila na donjem rotoru

$$T_l = \rho A (v_u + v_l) w_l - 2\rho A v_u^2,$$

gdje je  $w_l$  brzina strujanja dovoljno daleko iza donjeg rotora.

Inducirana snaga donjeg rotora iznosi

$$P_l = T_l (v_u + v_l) = \frac{1}{2} \rho A (v_u + v_l) w_l^2 - 2\rho A v_u^3,$$

što uz pretpostavku  $T_u = T_l = T$  i  $T = 2\rho A v_u^2$  daje

$$T_l = T = \frac{1}{2} \rho A (v_u + v_l) w_l$$

i

$$T(2v_u + v_l) = \frac{1}{2} \rho A (v_u + v_l) w_l^2.$$

Ako uvrstimo  $w_l = 2v_u + v_l$  i  $T = 2\rho A v_u^2$  dobit ćemo

$$4\rho A v_u^2 = \rho A (v_u + v_l) w_l = \rho A (v_u + v_l) (2v_u + v_l),$$

što nakon sređivanja daje

$$v_l = \left( \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \right) v_u = 0,5616 v_u$$

te nakon uvrštavanja u izraz za snagu donjeg rotora daje

$$P_l = T(v_u + v_l) = 1,5616 T v_h,$$

odnosno za cijeli koaksijalni rotor

$$(P_i)_{coax} = T v_h + 1,5616 T v_h = 2,5616 T v_h \quad (3)$$

Sada koeficijent interferencije iznosi

$$\kappa_i = \frac{(P_i)_{coax}}{2(P_i)_{isolated}} = 1,281, \quad (4)$$

što je povećanje snage za 28% a ne 41% kao ranije i mnogo bliže eksperimentalnim podacima.

Bezdimenzijski koeficijenti koji su nam zanimljivi za promatranje su:

- koeficijent pogonske sile

$$C_T = \frac{T}{\rho A \Omega^2 R^2}, \quad (5)$$

- koeficijent snage

$$C_P = \frac{P}{\rho A \Omega^3 R^3}, \quad (6)$$

- koeficijent ispunjenosti kraka

$$\sigma = \frac{Nc}{\pi R}, \quad (7)$$

gdje je  $N$  broj krakova a  $c$  srednja duljina tetive kraka u metrima,

- učinkovitost rotora u lebdenju (engl. *figure of merit*)

$$\eta_m = \frac{P_i}{P_i + P_0} = \left( 1 + \frac{C_{P0} \sqrt{2}}{C_T^{3/2}} \right)^{-1}, \quad (8)$$

- koeficijent inducirane brzine  $\lambda_i = \frac{v_i}{\Omega R}$ ,  $\lambda_h = \sqrt{\frac{C_T}{2}}$

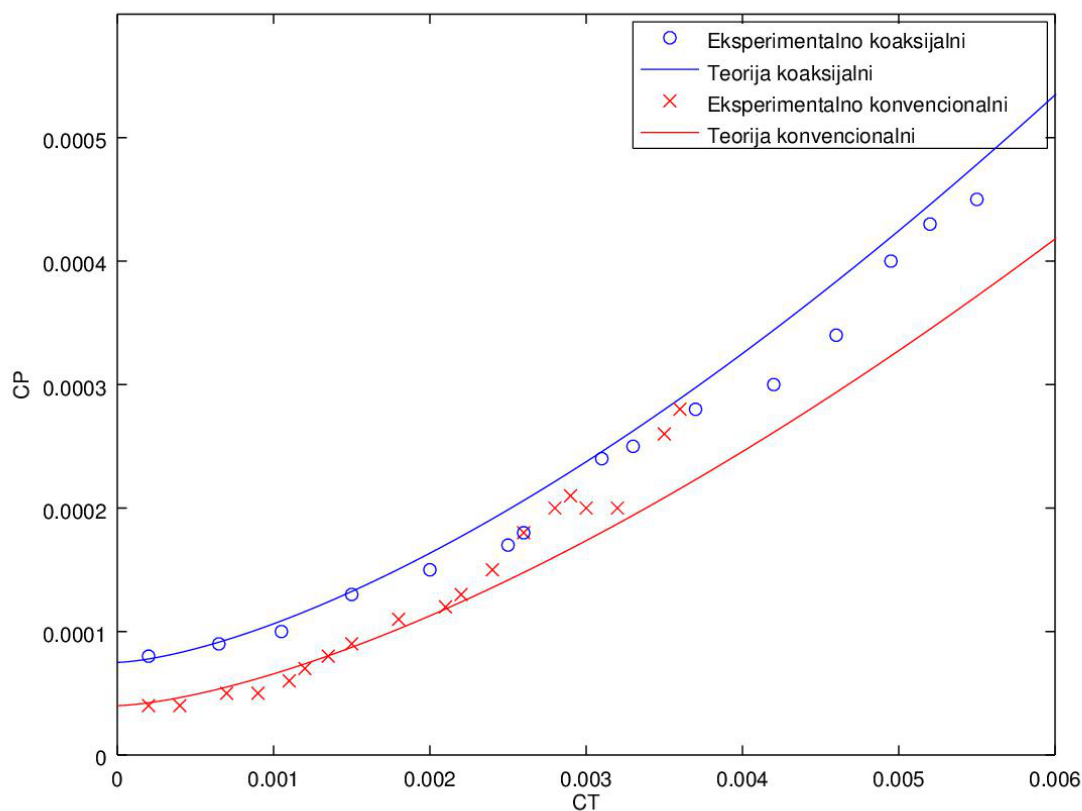
- opterećenje diska  $DL = \frac{T}{A}$ .

Kako u praksi rotor nije idealan, uvodi se dodatni korekcijski faktor  $\kappa$  kojeg zovemo koeficijent inducirane snage a tipična procijenjena vrijednost mu je 1,15 pa imamo

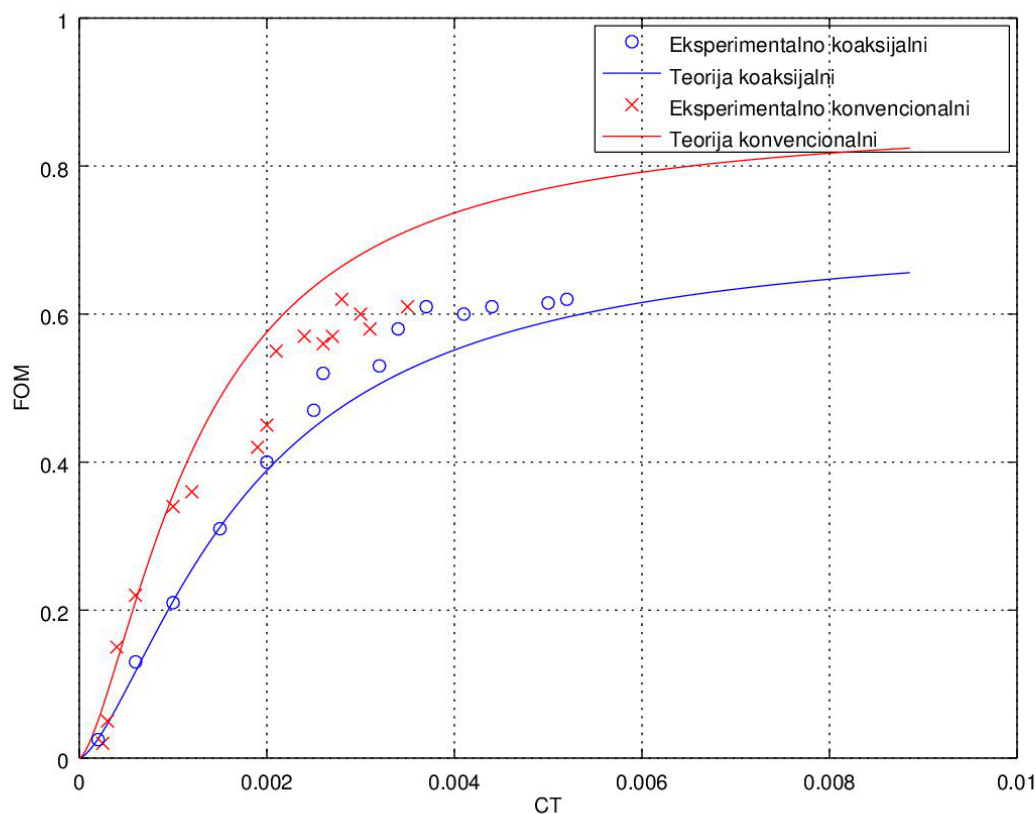
$$C_P = \kappa \frac{C_T^{3/2}}{\sqrt{2}}. \quad (9)$$

### 3.3. Provjera modela pomoću eksperimenta

Unošenjem svih potrebnih jednadžbi u programski paket Octave te podataka o eksperimentalnom rotoru (Prilog 1), dobivamo rezultate teorije koje možemo usporediti s rezultatima dobivenim eksperimentima u zračnom tunelu (Slika 4 i Slika 5). Eksperimentalne podatke smo dobili očitanjem iza dijagrama koji se nalaze u [3], [4] i [5]. Teorijske vrijednosti za  $C_T$  i  $C_P$  prema jednadžbama (5) i (9). Za analizu konfiguracije s jednim rotorom koristimo vrijednosti  $\kappa_i=1$  i  $\sigma=0,027$  a za koaksijalni rotor  $\kappa_i=1,216$  i  $\sigma=0,054$ . S obzirom da smo u jednadžbi (4) pokazali da je za rad koaksijalnog rotora potrebna veća snaga nego za izolirani rotor (konvencionalna konfiguracija), povećani  $C_P$  koaksijalnog rotora u odnosu na konvencionalnu konfiguraciju je očekivan.



Slika 4: Odnos koeficijenta pogonske sile i koeficijenta snage za lebdjenje



Slika 5: Odnos učinkovitosti rotora u lebdenju i koeficijenta pogonske sile

Kao što je vidljivo iz slika, poklapanje teorije i eksperimenata je zadovoljavajuće i postoje samo manja odstupanja, od kojih je dio posljedica ručnog očitavanja koordinata.

Krivulja iskoristivosti rotora je dobivena po jednadžbi

$$\eta = \frac{\frac{CT^{3/2}}{\sqrt{2}}}{\kappa \frac{CT^{3/2}}{\sqrt{2}} + \sigma \frac{C_{D0}}{8}}; \quad (10)$$

za konvencionalni, odnosno

$$\eta = \frac{\frac{CT^{3/2}}{\sqrt{2}}}{\kappa_i \kappa \frac{CT^{3/2}}{\sqrt{2}} + 2\sigma \frac{C_{D0}}{8}}; \quad (11)$$

za koaksijalni.

S obzirom da smo jednadžbom (4) pokazali da je za rad koaksijalnog rotora potrebno više snage nego za konvencionalnu konfiguraciju, ne čudi što graf pokazuje da je iskoristivost rotora konvencionalne konfiguracije veća nego iskoristivost koaksijalnog rotora.

## 4. Horizontalni let

### 4.1. Osnovne jednadžbe

Kod horizontalnog leta maseni protok zraka iznosi

$$\dot{m} = \rho A U,$$

gdje je  $U$  rezultantna brzina na disku i računa se prema

$$U = \sqrt{(V_\infty \cos(\alpha))^2 + (V_\infty \sin(\alpha) + v_i)^2} = \sqrt{V_\infty^2 + 2 V_\infty v_i \sin(\alpha) + v_i^2}.$$

Ako postavimo jednadžbu očuvanja količine gibanja u smjeru normale na disk, dobijemo

$$T = \dot{m}(w + V_\infty \sin(\alpha)) - \dot{m} V_\infty \sin(\alpha) = \dot{m} w,$$

što je isto kao kod vertikalnog leta.

Slično se događa i kada napravimo provjeru po zakonu očuvanja energije

$$\begin{aligned} P &= T(v_i + V_\infty \sin(\alpha)) = \frac{1}{2} \dot{m} (V_\infty \sin(\alpha) + v_i)^2 - \frac{1}{2} V_\infty^2 \sin^2(\alpha) = \\ &= \frac{1}{2} \dot{m} (2 V_\infty w \sin(\alpha) + w^2), \end{aligned}$$

što nakon sređivanja daje  $w = 2 v_i$ , što dalje daje

$$T = 2 \dot{m} v_i = 2 \rho A U v_i = 2 \rho A v_i \sqrt{V_\infty^2 + 2 V_\infty v_i \sin(\alpha) + v_i^2}.$$

Kao što je vidljivo, za  $V_\infty = 0$  gornja jednadžba poprima oblik kao u vertikalnom letu.

S obzirom da kod horizontalnog leta pri većim brzinama vrijedi  $V_\infty \gg v_i$ , često se koristi i Glauertova aproksimacija za velike brzine koja glasi

$$T = 2 \rho A v_i V_\infty.$$

Uzgon možemo računati preko jednadžbe

$$T = L = \int_0^\pi \Gamma(\theta) \sin(\theta) d\theta = \rho V_\infty \Gamma_0 R \left( \frac{\pi}{2} \right),$$

gdje je  $\Gamma(\theta) = \Gamma_0 \sin(\theta)$  a  $\Gamma_0$  cirkulacija na pola raspona ( $y = 0$ ). Ako uzmemo

$$v_i = \frac{\Gamma_0}{4R}$$

dobijemo nakon sređivanja

$$L = T = 2 \rho A v_i V_\infty. \quad (12)$$



Iz poznatih izraza

$$T = 2 \dot{m} v_i = 2(\rho A U) v_i$$

i

$$T = 2\rho A v_i \sqrt{(V_\infty \cos(\alpha))^2 + (V_\infty \sin(\alpha) + v_i)^2}$$

dobijemo jednadžbu za izračun inducirane brzine

$$v_i = \frac{v_h^2}{2\rho A v_i \sqrt{(V_\infty \cos(\alpha))^2 + (V_\infty \sin(\alpha) + v_i)^2}}$$

Uvođenjem stupnja napredovanja rotora

$$\mu = \frac{V_\infty \cos \alpha}{\Omega R} \quad (13)$$

dobijemo

$$\lambda = \frac{V_\infty \sin \alpha}{\Omega R} + \frac{v_i}{\Omega R} = \mu \tan \alpha + \lambda_i.$$

Uz

$$\lambda_i = \frac{\lambda_h^2}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \quad (14)$$

i

$$\lambda_h = \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \quad (15)$$

dobijemo

$$\lambda = \mu \tan \alpha + \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}. \quad (16)$$

S obzirom da gornje jednadžbe zahtijevaju poznavanje kuta nagiba rotora  $\alpha$  te da naši ulazni podaci uključuju brzinu u nekom rasponu (npr. za pokusni model smo uzeli raspon od 0 do 40 m/s), kut nagiba rotora računamo pomoću jednadžbe

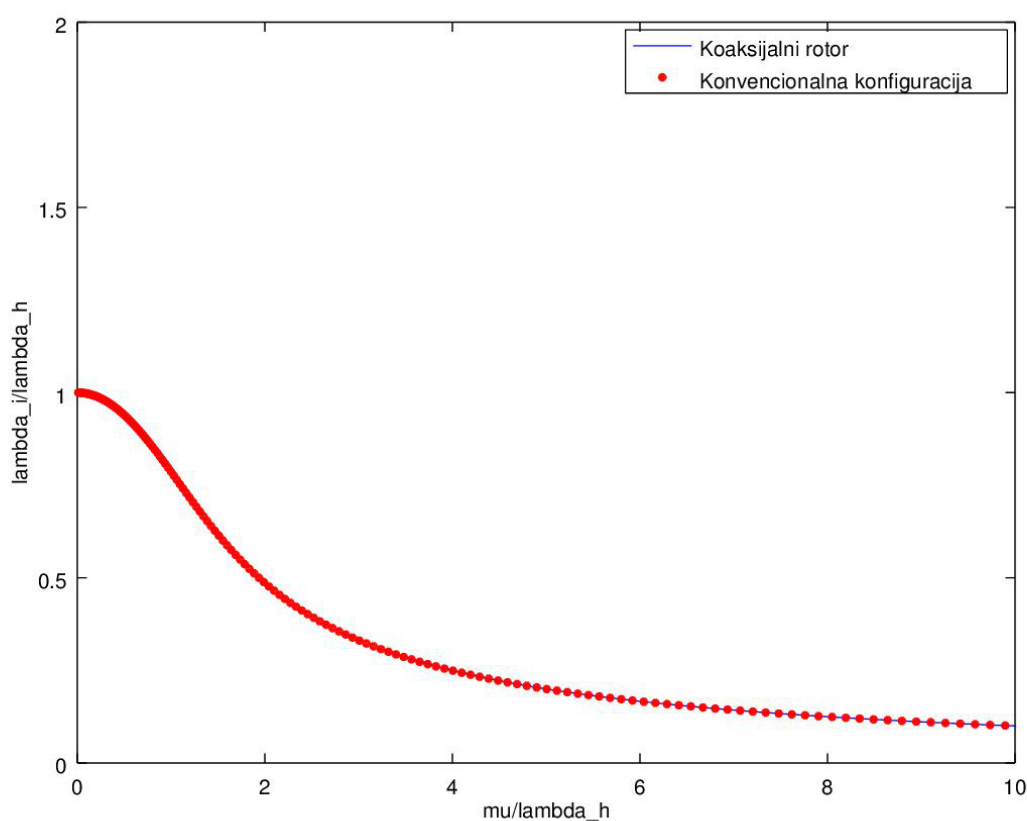
$$\alpha = \arctan\left(\frac{D}{W}\right) \quad (17)$$

gdje je  $D = qf = \frac{1}{2}\rho V^2 f$

sila otpora a  $f$  parazitski otpor letjelice sveden na ekvivalentnu ravnu ploču u  $m^2$  a  $W$  težina helikoptera u njutnima.

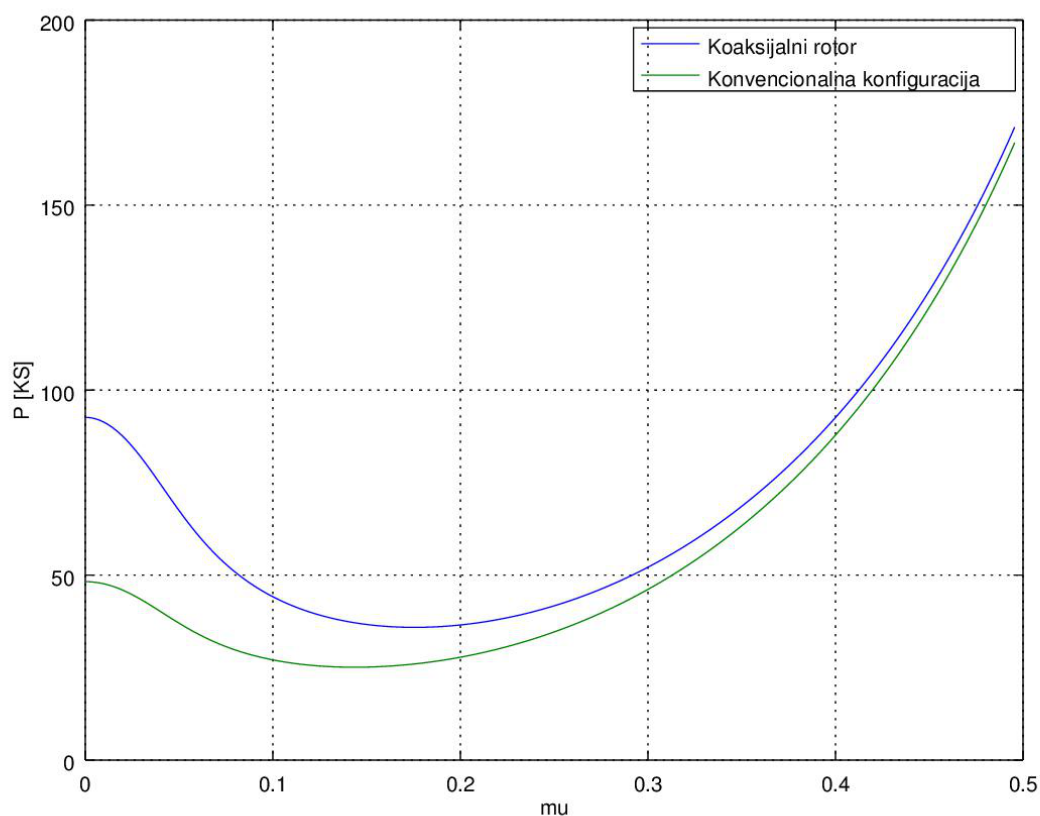
#### 4.2. Analiza performansi pomoću primjera

Nakon unošenja jednadžbi i parametara pokusnog modela (Prilog 1) u programski paket Octave, za horizontalni let smo dobili graf koji pokazuje ovisnost omjera stupnja napredovanja i faktora inducirane brzine lebdenja (normirani koeficijent vertikalne brzine,  $\mu/\lambda_h$ ) te faktora inducirane brzine i faktora inducirane brzine lebdenja (normirani koeficijent napredovanja,  $\lambda_i/\lambda_h$ ). Koristeći jednadžbe (12) do (15), dobijemo graf kao na Slici 6. Kao što je vidljivo iz grafa, za vrijednost  $\mu/\lambda_h=0$  dobijemo  $\lambda_i/\lambda_h=1$ , što je zapravo slučaj lebdenja (stupanj napredovanja je jednak nuli).



**Slika 6: Ovisnost normiranog koeficijenta vertikalne brzine i normiranog koeficijenta napredovanja**

S obzirom da smo jednadžbama (12) do (15) pokazali da parametri  $\mu$ ,  $\lambda$ , i  $\lambda_h$  ovise o koeficijentu  $C_T$  koji se ne razlikuje za konvencionalnu konfiguraciju i koaksijalni rotor, poklapanje krivulja na Slici 6. je očekivano.

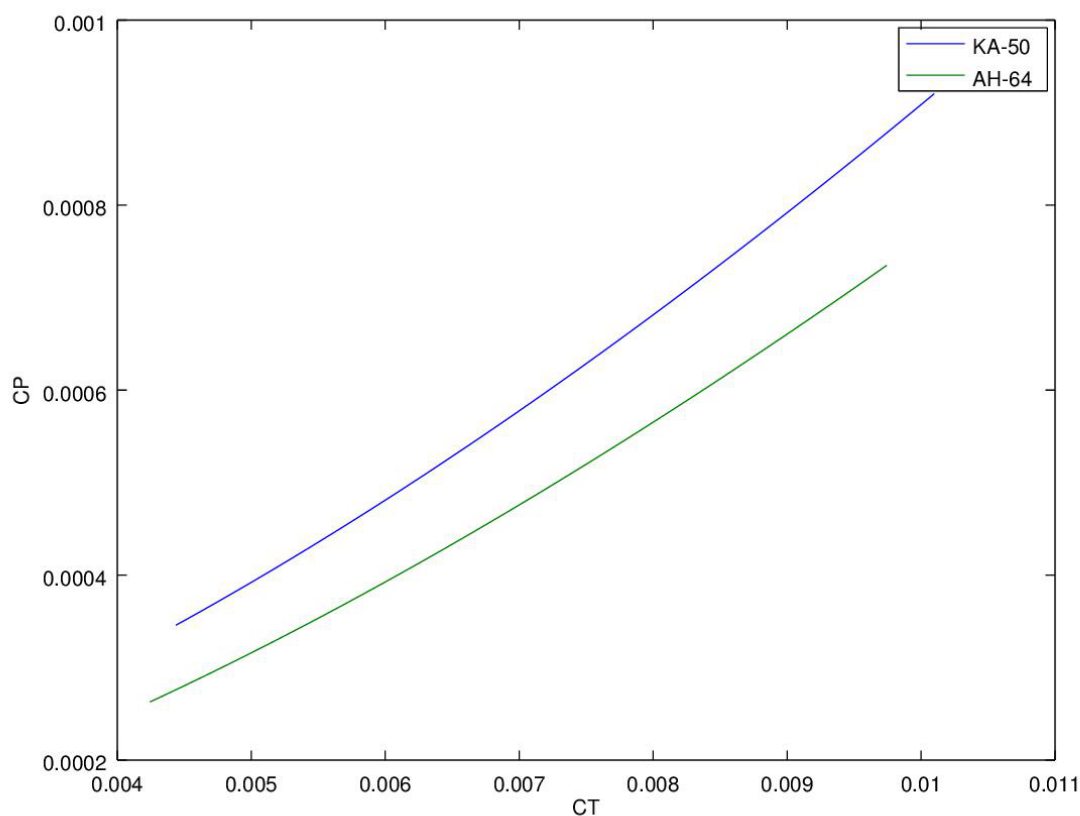


**Slika 7: Promjena potrebne snage u ovisnosti o stupnju napredovanja rotora**

Iz Slike 7. je vidljivo da pri manjim brzinama konvencionalna konfiguracija zahtjeva manje snage na glavnom rotoru nego koaksijalni rotor. Pri većim brzinama potrebna snaga postaje podjednaka za obje konfiguracije, s time da je zanimljivo da postoji područje brzine za koje konvencionalnoj konfiguraciji raste potrebna snaga a koaksijalnom rotoru opada.

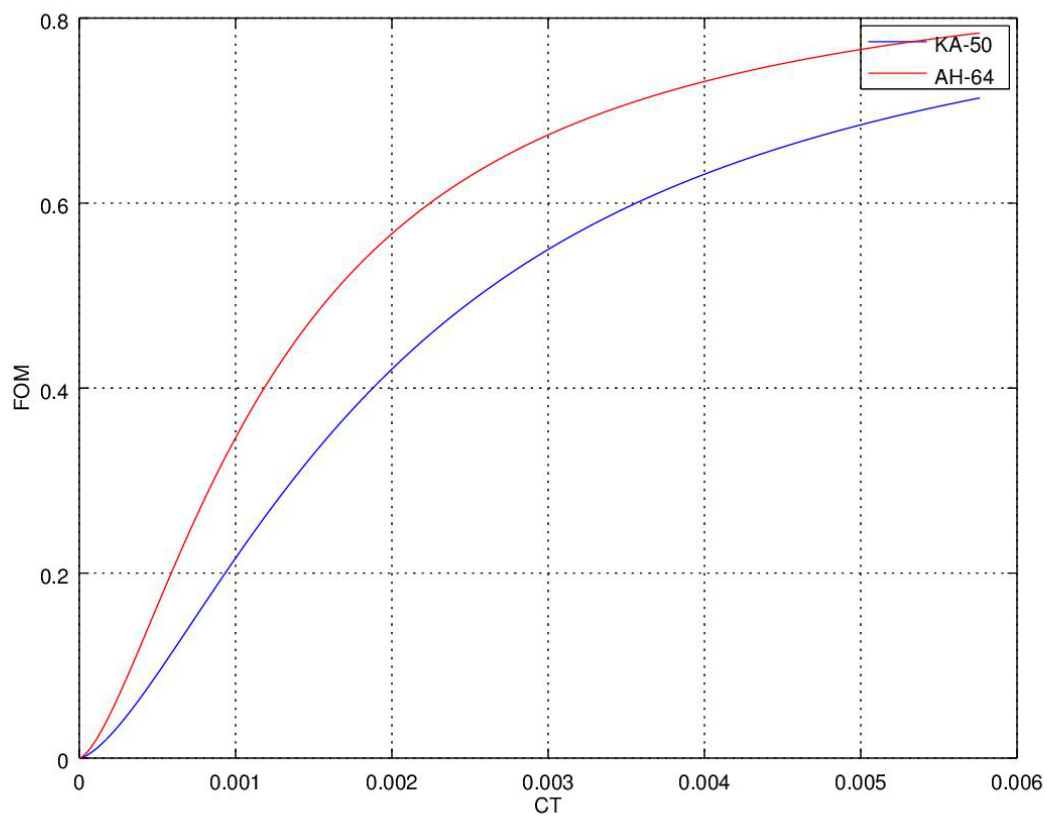
## 5. Primjena teorije na postojeći helikopter

S obzirom da smo u prethodnim poglavljima pokazali da teorija funkcionira i da se rezultati dobro poklapaju s eksperimentima, iste analize performansi ćemo napraviti i za postojeći helikopter, u ovom slučaju ruski vojni helikopter Ka-50 (dostupni podaci su u Prilogu 2.) u usporedbi s američkim AH-64 (dostupni podaci su u Prilogu 3.). Navedeni helikopteri su izabrani jer svaki za sebe predstavljaju vrhunac razvoja pripadajućih konfiguracija te su se kroz godine službe pokazali kao izrazito pouzdani i kvalitetni strojevi, a time i zanimljivima za analizu..

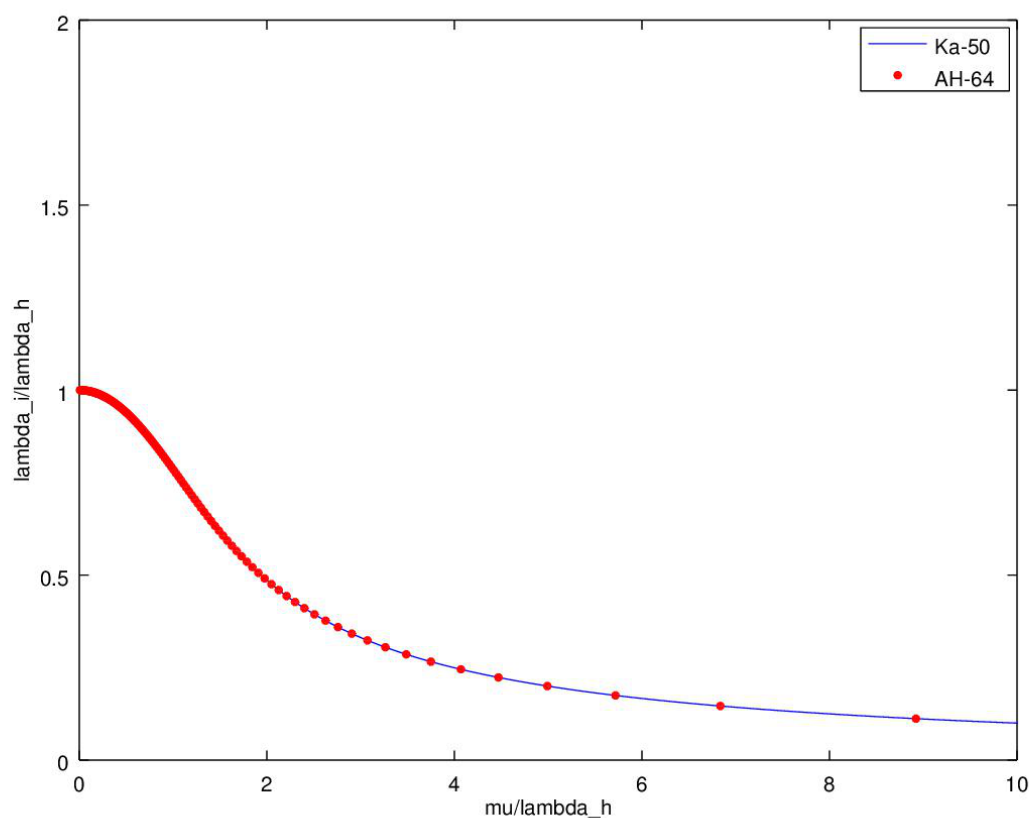


**Slika 8: Odnos koeficijenta pogonske sile i koeficijenta snage za lebdenje za Ka-50 i AH-64**

Kao što vidimo na Slici 8., graf odnosa koeficijenta pogonske sile i koeficijenta snage za konkretne helikoptere ima isti oblik kao i graf izrađen prema podacima za pokusni rotor (Slika 4.). Ovdje, kao i na Slici 4. vidimo da je za rad koaksijalnog rotora potrebno više snage nego za konvencionalnu konfiguraciju.

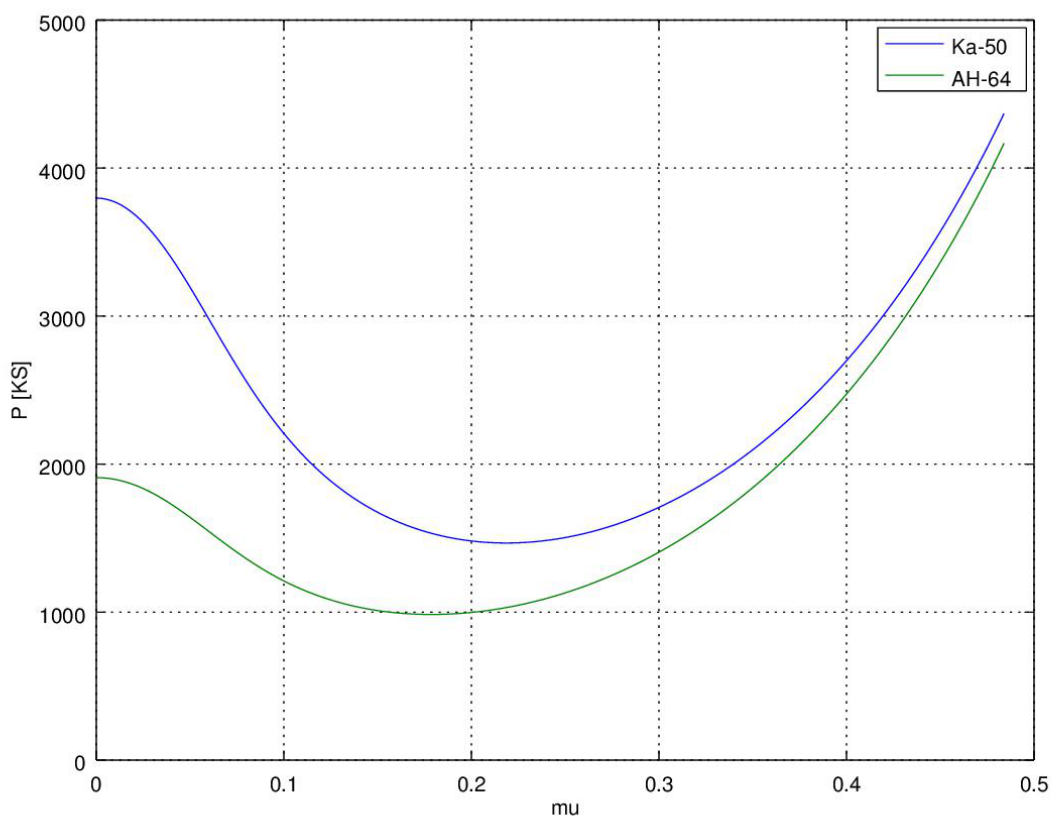


**Slika 9: Odnos učinkovitosti rotora u lebdenju i koeficijenta pogonske sile za Ka-50 i AH-64**  
Slika 9. prikazuje promjenu učinkovitosti rotora u lebdenju u odnosu na koeficijent pogonske sile za Ka-50 i AH-64 te su rezultati u skladu s očekivanjima, Slikom 5. i jednadžbom (4).



**Slika 10: Ovisnost normiranog koeficijenta vertikalne brzine i normiranog koeficijenta napredovanja za Ka-50 i AH-64**

Kao i u slučaju analize probnog rotora, Slika 10. pokazuje da se krivulje ovisnosti normiranog koeficijenta vertikalne brzine i normiranog koeficijenta napredovanja poklapaju za slučaj postojećih helikoptera različitih konfiguracija.



**Slika 11: Ovisnost potrebne snage u odnosu na stupanj napredovanja rotora za Ka-50 i AH-64**

U skladu s očekivanjima na temelju rezultata za probni rotor (Slika 7.), analiza za Ka-50 i AH-64 pokazuje da pri manjim brzinama klasična konfiguracija treba manje snage na glavnom rotoru nego koaksijalni rotor. S obzirom da je riječ o vojnim helikopterima, podaci o površini parazitskog otpora svedene na ekvivalentnu ravnu ploču su procijenjene pa postoji mogućnost da bi se javila manja odstupanja kada bi točni podaci bili dostupni.

## 6. ZAKLJUČAK

Usporedbom rezultata dobivenih vlastitim aerodinamičkim modelom temeljenim na teoriji diska prilagođenoj koaksijalnim rotorima i rezultata dobivenih ispitivanjima u zračnom tunelu ([3], [4], [5]), pokazalo se da je model dobar te da ga možemo upotrijebiti za analizu postojećih helikoptera, kao i donošenje zaključaka vezanih za iste.

Primjena modela prvo na probni rotor pa zatim i na postojeće helikoptere, Ka-50 i AH-64, je pokazala očite prednosti klasične konfiguracije u odnosu na koaksijalni rotor. Primjerice, pokazalo se da klasična konfiguracija za istu vrijednost koeficijenta snage  $C_T$  ima značajnije manju vrijednost koeficijenta snage  $C_P$ , tj. da je potrebna snaga za lebdenje u tom slučaju manja (Slika 4. i Slika 8.). Isto tako, pokazalo se da je učinkovitost rotora pri lebdenju veća kod klasične konfiguracije nego kod koaksijalnog rotora (Slika 5. i Slika 9.). Pokazalo se i da je snaga potrebna za horizontalni let bitno manja kod klasične konfiguracije nego kod koaksijalnog rotora (Slika 7. i Slika 11.).

Model je pokazao i da se ovisnost normiranog koeficijenta vertikalne brzine i normiranog koeficijenta napredovanja ne mijenja ovisno o konfiguraciji (Slika 6. i Slika 10.).

Daljnje analize performansi je moguće napraviti na temelju dijagrama promjene snage u ovisnosti o stupnju napredovanja rotora (Slika 7. i Slika 11.) koje predstavljaju temelj za daljnji rad na temi.

Prema dobivenim rezultatima analize možemo zaključiti da se koaksijalni rotor zadržao u upotrebi zbog svojih konstrukcijskih (manjeg broja različitih dijelova, manji promjer rotora) a ne aerodinamičkih svojstava koja dolaze do izražaja u posebnim situacijama (npr. vojno djelovanje u kanjonima kojima je Ka-50 prvenstveno namijenjen).



## LITERATURA

- [1] DCS: Black Shark and Coaxial Rotor Aerodynamics, [http://www.simhq.com/\\_air13/air\\_427a.html](http://www.simhq.com/_air13/air_427a.html), svibanj 2016.
- [2] Vrdoljak, M.: Skripta iz kolegija Helikopteri I, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu
- [3] Leishman, J.G.: Principles of Helicopter Aerodynamics, Cambridge University Press, 2006.
- [4] Harrington, Robert D.: FULL-SCALE-TUNNEL INVESTIGATION OF THE STATIC-THRUST PERFORMANCE OF A COAXIAL HELICOPTER ROTOR, NACA Technical Note 2318, 1951.
- [5] Dingeldein, R.C.: Wind Tunnel Studies of the Performance of Multirotor Configurations, NACA Tehnical Note 3236, 1954.
- [6] Kamov Ka-50 – Wikipedia, the free encyclopedia, [http://en.wikipedia.org/wiki/Kamov\\_Ka-50](http://en.wikipedia.org/wiki/Kamov_Ka-50), svibanj 2016.
- [7] (Aircraft) Kamov Ka-50 Black Shark | SMCars.Net – Car Blueprints Forum, <http://www.smcars.net/forums/planes/35642-aircraft-kamov-ka-50-black-shark.html>, svibanj 2016.
- [8] Kamov Ka-50 Hokum Attack Helicopter | Military-Today.com, [http://www.military-today.com/helicopters/kamov\\_ka50\\_hokum.htm](http://www.military-today.com/helicopters/kamov_ka50_hokum.htm), svibanj 2016.
- [9] Boeing AH-64 Apache – Wikipedia, the free encyclopedia, [https://en.wikipedia.org/wiki/Boeing\\_AH-64\\_Apache](https://en.wikipedia.org/wiki/Boeing_AH-64_Apache)
- [10] Rolls-Royce Turbomeca RTM322– Wikipedia, the free encyclopedia, [https://en.wikipedia.org/wiki/Rolls-Royce\\_Turbomeca\\_RTM322](https://en.wikipedia.org/wiki/Rolls-Royce_Turbomeca_RTM322), svibanj 2016.
- [11] Gyrodyne Helicopters, [http://www.gyrodynehelicopters.com/coaxial\\_benefits.htm](http://www.gyrodynehelicopters.com/coaxial_benefits.htm), svibanj 2016.

## **PRILOZI**

- I. Prilog 1 – Ulazni podaci za probni rotor
- II. Prilog 2 – Ulazni podaci za Ka-50
- III. Prilog 3 – Ulazni podaci za AH-64

# Prilog 1 – Ulazni podaci za probni rotor

## 1. Geometrija

Naziv	Vrijednost	Mjerna jedinica
Radijus rotora	3,81	m
Srednja duljina tetive lopatice	0,2159	m
Broj krakova	2	
Kutna brzina	313	min <sup>-1</sup>
Gradijent sile uzgona po napadnom kutu za profil	5,73	
Koeficijent otpora profila	0,011	
Brzina na vrhu lopatice	152,4	m/s
Koeficijent inducirane snage $\kappa$	1.15	
Faktor interferencije $\kappa_i$	1.216	
Površina parazitskog otpora svedena na ekvivalentnu ravnu ploču	0,35	m <sup>2</sup>
Masa letjelice	400	kg
Najveća visina lebdenja	2000	m

Izvor podataka: [3], [4], [5]

## 2. Motor

Naziv	Vrijednost	Mjerna jedinica
Snaga prijelaznog režima rada motora	292,6	KS
Snaga polaznog režima rada motora	266	KS
Snaga maksimalnog režima rada motora	266,1	KS

Izvor podataka: [3], [4], [5]

# Prilog 2 – Ulazni podaci za Ka-50

## 1. Geometrija

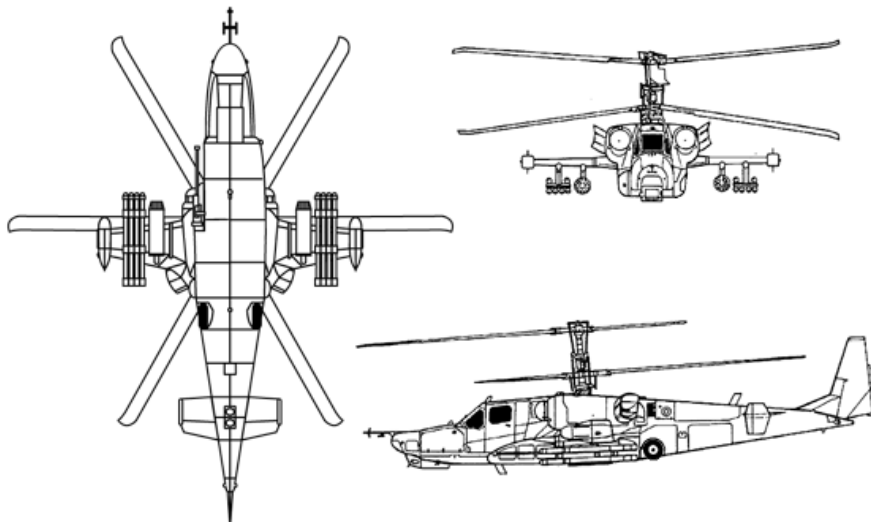
Naziv	Vrijednost	Mjerna jedinica
Radijus rotora	7,25	m
Srednja duljina tetive lopatice	0,51	m
Broj krakova	3	
Kutna brzina	313	min <sup>-1</sup>
Gradijent sile uzgona po napadnom kutu za profil	5,73	
Koeficijent otpora profila	0,007	
Brzina na vrhu lopatice	237,64	m/s
Koeficijent inducirane snage $\kappa$	1,15	
Faktor interferencije $\kappa_i$	1,16	
Površina parazitskog otpora svedena na ekvivalentnu ravnu ploču	2,55	m <sup>2</sup>
Masa letjelice	7700	kg
Najveća visina lebdenja	5000	m

Izvor podataka: [6], [7], [8]

## 2. Motor

Naziv	Vrijednost	Mjerna jedinica
Snaga prijelaznog režima rada motora	2640	KS
Snaga polaznog režima rada motora	2400	KS
Snaga maksimalnog režima rada motora	1750	KS

Izvor podataka: [6], [7], [8]



Slika 1: Ka-50 [6]

# Prilog 3 – Ulazni podaci za AH-64

## 1. Geometrija

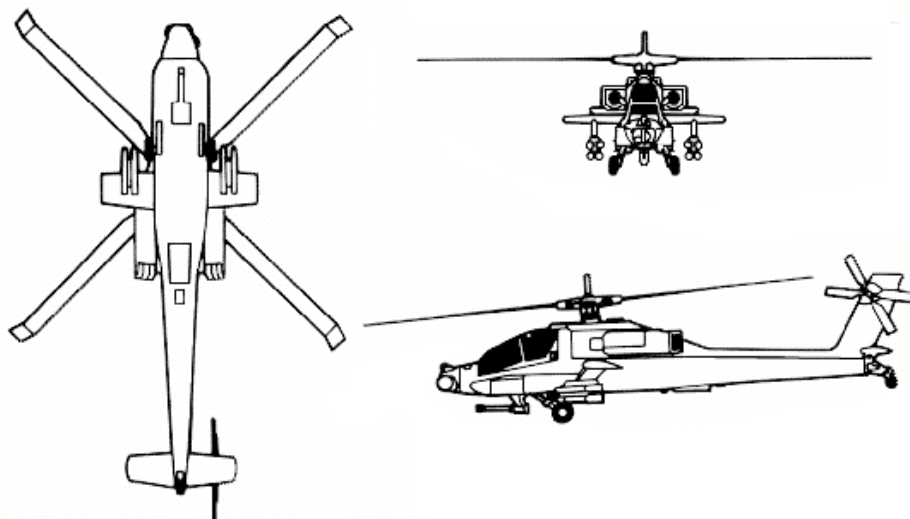
Naziv	Vrijednost	Mjerna jedinica
Radijus rotora	7,315	m
Srednja duljina tetive lopatice	0,51	m
Broj krakova	4	
Kutna brzina	313	min <sup>-1</sup>
Gradijent sile uzgona po napadnom kutu za profil	5,73	
Koeficijent otpora profila	0,007	
Brzina na vrhu lopatice	239,77	m/s
Koeficijent inducirane snage $\kappa$	1.15	
Faktor interferencije $\kappa_i$	1	
Površina parazitskog otpora svedena na ekvivalentnu ravnu ploču	2,5	m <sup>2</sup>
Masa letjelice	5165	kg
Najveća visina lebdenja	6400	m

Izvor podataka: [9], [10]

## 2. Motor

Naziv	Vrijednost	Mjerna jedinica
Snaga prijelaznog režima rada motora	2497	KS
Snaga polaznog režima rada motora	2270	KS
Snaga maksimalnog režima rada motora	1929,5	KS

Izvor podataka: [9], [10]



Slika 2: AH-64 [9]