

# Usporedba različitih konfiguracija repa primjenom metode noseće linije

---

**Cerinski, Damijan**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:077504>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-29**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**USPOREDBA RAZLIČITIH  
KONFIGURACIJA REPA  
PRIMJENOM METODE  
NOSEĆE LINIJE**

**Damijan Cerinski**

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**USPOREDBA RAZLIČITIH  
KONFIGURACIJA REPA  
PRIMJENOM METODE  
NOSEĆE LINIJE**

Mentor:

Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Student:

Damijan Cerinski

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru, Izv. prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na stručnoj pomoći i savjetima te uloženom trudu.

Damijan Cerinski



Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje
Datum 25-02-2016 Prilog
Klasa: 001-04/16-6/3
Ur.broj: 15-1703-16-144

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Damijan Cerinski** Mat. br.: 0035186073

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Usporedba različitih konfiguracija repa primjenom metode noseće linije**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Comparison of different tail configurations with application of the lifting line method**

Opis zadatka:

Kombinacija horizontalni – vertikalni rep ima presudan značaj kod ostvarivanja stabilnosti letjelice, a posebno je značajan gradijent normalne sile po napadnom kutu, za slučaj uzdužne stabilnosti. Na sličan način gradijent bočne sile repa po kutu klizanja bitan je kod stabilnosti po pravcu. Određivanje gradijenta bočne sile po kutu klizanja predstavlja analogan problem određivanju gradijenta normalne sile po napadnom kutu pri čemu se promatrana konfiguracija repa rotira oko uzdužne osi za 90 stupnjeva.

Aerodinamička interferencija između horizontalnog i vertikalnog repa ima bitnu ulogu i u velikoj mjeri određena je tipom konfiguracije (konvencionalna konfiguracija, T-rep, V-rep ili obrnuti V-rep) i njenim geometrijskim parametrima (poput vitkosti, dihedrala, suženja).

U završnom radu potrebno je:

- prilagoditi postojeći numerički model noseće linije za analizu kombinacije horizontalni – vertikalni rep i to u različitim konfiguracijama;
- primjenom razvijenog modela kao rezultat odrediti gradijent aerodinamičkog koeficijenta normalne sile po napadnom kutu te gradijent aerodinamičkog koeficijenta bočne sile po kutu klizanja;
- napraviti analizu rezultata razvijene metode za različite konfiguracije repa.

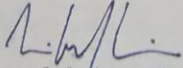
U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
25. studenog 2015.

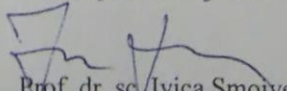
Rok predaje rada:  
**1. rok:** 25. veljače 2016.  
**2. rok (izvanredni):** 20. lipnja 2016.  
**3. rok:** 17. rujna 2016.

Predviđeni datumi obrane:  
**1. rok:** 29.2., 02. i 03.03. 2016.  
**2. rok (izvanredni):** 30. 06. 2016.  
**3. rok:** 19., 20. i 21. 09. 2016.

Zadatak zadao:

  
Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Ilica Smojver

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK.....	V
SUMMARY .....	VI
1. UVOD.....	1
2. PARAMETRI I KONFIGURACIJE REPA .....	2
2.1. Parametri repa .....	2
2.2. Različite konfiguracije repa .....	3
2.3. Aerodinamički koeficijenti zrakoplova.....	4
2.4. Generiranje potrebne geometrije repa.....	5
3. MODEL NOSEĆE LINIJE.....	6
3.1. Prandtlov model noseće linije .....	6
3.2. Weissingerov model noseće linije.....	6
3.2.1. Princip Weissingerovog modela .....	6
3.2.2. Brzina inducirana $\Pi$ vrtlogom .....	7
Inducirana brzina $j$ -te kontrolne točke od $i$ -tog $\Pi$ vrtloga je:.....	8
A ukupna inducirana brzina $j$ -te kontrolne točke od svih $\Pi$ vrtloga je: .....	9
3.2.3. Određivanje intenziteta $\Pi$ vrtloga .....	9
4. PRORAČUN GRADIJENTA NORMALNE I BOČNE SILE.....	10
4.1. Gradijent normalne sile po napadnom kutu .....	10
4.2. Gradijent bočne sile po kutu klizanja.....	11
4.3. Odabir broja segmenata .....	13
5. ANALIZA RAZLIČITIH KONFIGURACIJA REPA .....	14
5.1. Analiza konfiguracije obrnuti V rep .....	14
5.1.1. Gradijent normalne sile .....	15
5.1.2. Gradijent bočne sile .....	17
5.2. Analiza konfiguracije V-rep.....	19
5.2.1. Gradijent normalne sile po napadnom kutu .....	19
5.2.2. Gradijent bočne sile po kutu klizanja.....	21
5.3. Konvencionalna konfiguracija repa .....	23
6. ZAKLJUČAK.....	25
LITERATURA.....	26
PRILOZI.....	27

**POPIS SLIKA**

Slika 1.	Parametri repa.....	2
Slika 2.	Konvencionalni rep [6].....	3
Slika 3.	Obrnuti V rep [7].....	3
Slika 4.	V rep [8].....	4
Slika 5.	$\Pi$ vrtlozi na strelastom repu.....	6
Slika 6.	$\Pi$ vrtlog.....	7
Slika 7.	Nezarotirana konfiguracija repa.....	12
Slika 8.	Zarotirana konfiguracija repa za $-90^\circ$ oko pozitivne osi $x$ .....	12
Slika 9.	Odabir broja segmenata.....	13
Slika 10.	Raspodjela $\Gamma$ po rasponu repa za $\varphi = 0^\circ$ i $\varphi = -35^\circ$ i $\alpha = 1^\circ$ .....	15
Slika 11.	Promjena gradijenta normalne sile po kutu dihedrala.....	16
Slika 12.	Raspodjela $\Gamma$ po polurasponu repa za $\varphi = -35^\circ$ i $\beta = 1^\circ$ .....	17
Slika 13.	Promjena gradijenta bočne sile po kutu dihedrala.....	18
Slika 14.	Raspodjela $\Gamma$ po rasponu repa za $\alpha = 4^\circ$ .....	20
Slika 15.	Promjena gradijenta normalne sile po kutu dihedrala.....	20
Slika 16.	Raspodjela $\Gamma$ po polurasponu repa za $\beta = 4^\circ$ i $\varphi = 30^\circ$ .....	21
Slika 17.	Promjena gradijenta bočne sile po kutu dihedrala.....	22
Slika 18.	Raspodjela $\Gamma$ po rasponu horizontalnog stabilizatora za $\alpha = 10^\circ$ i $\beta = 0^\circ$ .....	24
Slika 19.	Raspodjela $\Gamma$ po rasponu vertikalnog stabilizatora za $\alpha = 0^\circ$ i $\beta = 10^\circ$ .....	24

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Parametri obrnutog V repa .....	14
Tablica 2. Parametri V-repa .....	19
Tablica 3. Parametri konvencionalnog repa .....	23
Tablica 4. Rezultati za konvencionalni rep .....	23



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$b$	m	raspon repa
$c_r$	m	tetiva u korijenu
$\alpha$	rad	napadni kut
$\beta$	rad	kut klizanja
$A$	/	vitkost repa
$\lambda$	/	suženje
$V_\infty$	m/s	aerodinamička brzina
$\Lambda_{LE}$	rad	strijela napadnog kuta
$\Lambda_{1/4}$	rad	strijela vezanog vrtloga
$\varphi$	rad	kut dihedrala
$b'$	m	duljina polurepa
$C_N$	/	aerodinamički koeficijent normalne sile
$C_Y$	/	aerodinamički koeficijent bočne sile
$C_L$	/	aerodinamički koeficijent sile uzgona
$N$	N	normalna sila
$Y$	N	bočna sila
$L$	N	sila uzgona
$S_{ref}$	m <sup>2</sup>	referentna površina
$\Gamma$	m <sup>2</sup> /s	intenzitet cirkulacije vrtloga
$m$	/	broj segmenata
$C_{L\alpha}$	/	gradijent sile uzgona po napadnom kutu
$C_{N\alpha}$	/	gradijent normalne sile po napadnom kutu
$C_{Y\beta}$	/	gradijent bočne sile po kutu klizanja

## SAŽETAK

Cilj ovog rada je postojeći model noseće linije modificirati za mogućnost analize različitih konfiguracija repa. Potrebno je odrediti gradijent normalne sile po napadnom kutu i gradijent bočne sile po kutu klizanja koji se koriste za određivanje uzdužne i poprečne statičke stabilnosti zrakoplova. Gradijent bočne sile po kutu klizanja određen je na način da se konfiguracija repa zarotirala za  $-90^\circ$  oko uzdužne osi što predstavlja analogan problem određivanja gradijenta normalne sile po napadnom kutu. Rezultati su uspoređeni s eksperimentalnim i numeričkim rezultatima te računalnim programom XFLR5 čime je provjerena točnost metode.

Ključne riječi: model noseće linije, gradijent normalne sile po napadnom kutu, gradijent bočne sile po kutu klizanja, konfiguracija V repa, konfiguracija obrnutog V repa, konvencionalna konfiguracija repa

## **SUMMARY**

The aim of thesis is to modify lifting line method for ability to analyze different tail configuration. It is required to determine normal force gradient due to angle of attack and side force gradient due to sideslip angle which are used to determine longitudinal and lateral static stability. Side force gradient due to sideslip angle is determine with rotated model around longitudinal axis for angle of  $-90^\circ$  which present analogous problem of solving normal force gradient due to angle of attack. The results are compared with experimental and numerical results and with software XFLR5 whereby accuracy of method is verified.

Key words: lifting line method, normal force gradient due to angle of attack, side force gradient due to sideslip angle, V tail configuration, reversed V tail configuration, conventional tail configuration

## 1. UVOD

Zadatkom završnog rada zadano je da se postojeći model noseće linije prema literaturi [1] modificira za analizu različitih konfiguracija repa te odrede gradijenti normalne sile po napadnom kutu i gradijenti bočne sile po kutu klizanja. Kako u modelu noseće linije nije moguće uzeti u obzir kut klizanja, gradijent bočne sile po kutu klizanja je riješen na način da se konfiguracija repa zarotira za  $-90^\circ$  oko uzdužne osi što tada predstavlja analogan problem određivanju gradijenta normalne sile po napadnom kutu za zarotirani model.

Analizirane su konfiguracije repa za koje su dostupni rezultati numeričkom metodom prema literaturi [3] i eksperimentalnim ispitivanjima prema literaturi [3, 4] te su s njima uspoređeni rezultati razvijenog modela.

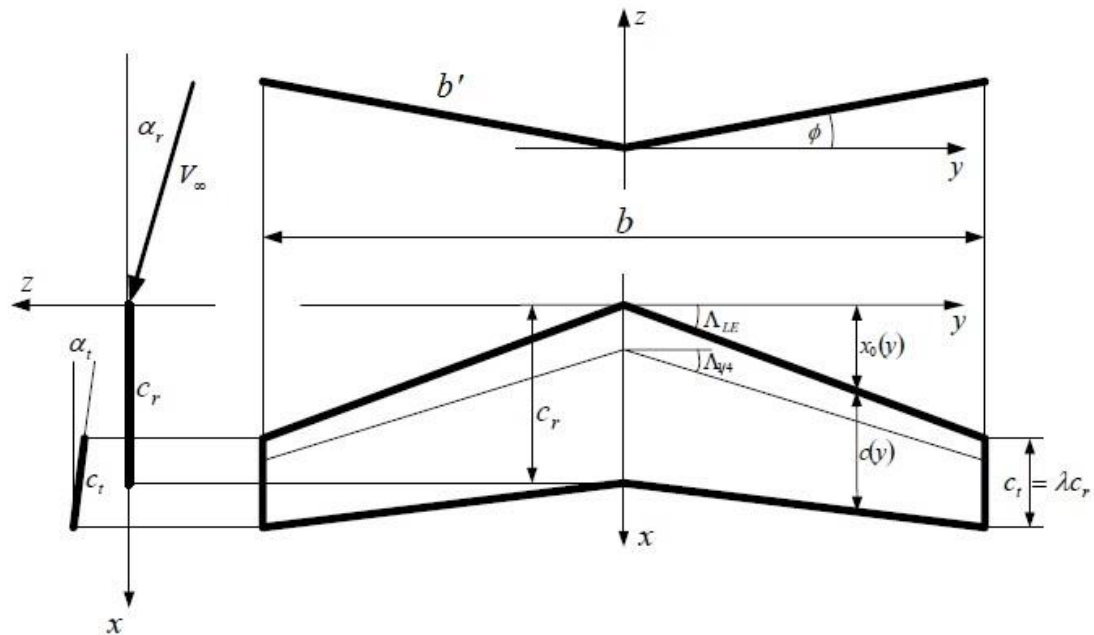
Uz to u programu XFLR5 [5] će biti analizirane konfiguracije repa i ti rezultati će biti još jedna provjera modela noseće linije.

Modificiranim modelom noseće linije želi se omogućiti analiza različitih konfiguracija repa (V rep, obrnuti V rep, konvencionalni rep, T rep) s različitim parametrima te odrediti interferencija pojedinih dijelova repa međusobno u svrhu određivanja uzdužne i poprečne stabilnosti zrakoplova.

## 2. PARAMETRI I KONFIGURACIJE REPA

### 2.1. Parametri repa

Za lakše praćenje rada potrebno je odrediti osnovne parametre repa koji će se kasnije koristiti, oni su dani u slici (1).



Slika 1. Parametri repa

- |                                    |                                |
|------------------------------------|--------------------------------|
| • Raspon repa                      | $b$                            |
| • Vitkost                          | $A$                            |
| • Napadni kut u korijenu i vrhu    | $\alpha_r \text{ i } \alpha_t$ |
| • Tetiva u korijenu i vršna tetiva | $c_r, c_t$                     |
| • Suženje repa                     | $\lambda = \frac{c_t}{c_r}$    |
| • Strijela napadnog kuta           | $\Lambda_{LE}$                 |
| • Strijela vezanog vrtloga         | $\Lambda_{1/4}$                |
| • Strijela srednje linije          | $\Lambda_m$                    |
| • Strijela izlaznog ruba           | $\Lambda_{TE}$                 |
| • Uvijanje repa – razlika kutova   | $\alpha_t - \alpha_r$          |
| • Kut dihedrala                    | $\phi$                         |
| • Duljina polurepa                 | $b' = \frac{b}{\cos \phi}$     |

Napadni kut je kut između brzine u beskonačnosti i korijena tetive. Ako rep nije uvijen onda su tetive u svakom presjeku paralelne pa je napadni kut u presjeku  $y$  jednak kao u korijenskom presjeku  $\alpha_r$ .

## 2.2. Različite konfiguracije repa

U ovom radu obrađene su tri konfiguracije repa:

1. Konvencionalni rep – sastoji se od horizontalnog i vertikalnog stabilizatora, najčešće korištena konfiguracija repa na putničkim zrakoplovima



Slika 2. Konvencionalni rep [6]

2. Obrnuti V-rep – sastoji se od dva horizontalna stabilizatora zakrenuta za negativni kut dihedrala ( $\varphi$ ), korišten najviše na bespilotnim letjelicama



Slika 3. Obrnuti V rep [7]

3. V-rep – sastoji se od dva horizontalna stabilizatora zakrenuta za pozitivni kut dihedrala ( $\varphi$ ), korišten najčešće na sportskim zrakoplovima i bespilotnim letjelicama



Slika 4. V rep [8]

### 2.3. Aerodinamički koeficijenti zrakoplova

Položaj aerodinamičke brzine određujemo u odnosu na letjelicu, jer o njenom intenzitetu i smjeru ovise aerodinamičke sile.

Aerodinamička brzina dolazi pod dva kuta u odnosu na koordinatni sustav letjelice, pod napadnim kutom( $\alpha$ ) i kutom klizanja ( $\beta$ ).

Pomoću tih kutova određene su tri komponente brzine:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_{\infty} \cos\beta \sin\alpha \\ V_{\infty} \sin\beta \\ V_{\infty} \cos\beta \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Model koji će se koristiti u radu ne može uzeti utjecaj kuta klizanja u obzir, nego samo napadni kut s kojim se određuje koeficijent normalne sile, a za određivanje koeficijenta bočne sile koristit će se zarotirani model te ponovno određivat koeficijent normalne sile koja će imati relaciju za bočnu silu prema poglavlju (4.2.). Kada se zanemari kut klizanja dobije se:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_{\infty} \cos \alpha \\ 0 \\ V_{\infty} \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Aerodinamički koeficijent normalne sile prema [2] definira se kao:

$$C_N = \frac{N}{q_{\infty} S_{ref}}, \quad (2.3)$$

koeficijent bočne sile:

$$C_Y = \frac{Y}{q_{\infty} S_{ref}}. \quad (2.4)$$

Potreban je i koeficijent sile uzgona koji će se pomoću modela noseće linije određivati te tražiti gradijent sile uzgona i pomoću relacija između gradijenta odrediti gradijente normalne i bočne sile:

$$C_L = \frac{L}{q_{\infty} S_{ref}}. \quad (2.5)$$

U jednadžbama (2.3.) do (2.5.)  $q_{\infty}$  je referentni tlak i prema literaturi [2] glasi:

$$q_{\infty} = \frac{\rho V^2}{2}, \quad (2.6)$$

a  $S_{ref}$  je tetivom i polu-rasponom  $b'$ .

## 2.4. Generiranje potrebne geometrije repa

Za primjenu modela noseće linije kako će biti kasnije objašnjeno potrebno je generirati točke na konfiguraciji repa koje će ići duž raspona repne površine na  $\frac{1}{4}$  tetive te između tih točaka generirati kontrolne točke na  $\frac{3}{4}$  tetive.

Napravljena je u programu MATLAB funkcija koja za zadane parametre generira točke originalnog polurepa kao desni dio repa u x-y ravnini (s koordinatom  $z=0$  i  $y>0$ ). Za promatrani kut dihedrale  $\varphi$  originalni polurep se zarotira pomoću matrica transformacija (prema literaturi [2]) oko uzdužne osi x. Npr. za generiranje vertikalnog repa, odnosno točaka na vertikalnom repu, originalni polurep potrebno je transformirati za  $90^\circ$  oko osi x kako bi se postavio duž osi z. Primjenom opisanog postupka, odnosno pripadajuće funkcije generiraju se pojedini dijelovi konfiguracije repa koji se potom redom slažu u cjelovitu konfiguraciju.



### 3. MODEL NOSEĆE LINIJE

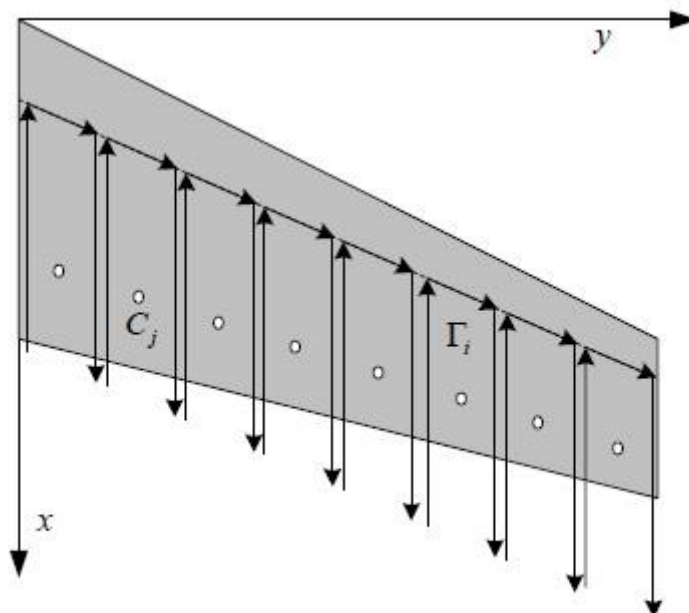
#### 3.1. Prandtlov model noseće linije

Prvi model noseće linije je definirao Prandtl. Prandtlov model je pomoću  $\Pi$  vrtloga određivao inducirane brzine, međutim glavni uvjet je bio da promatrano krilo može biti bilo kojeg oblika, ali geometrijsko mjesto prve četvrtine tetive mora biti pravac okomit na ravninu napadnog kuta ( $\Lambda_{1/4} = 0$ ).

#### 3.2. Weissingerov model noseće linije

##### 3.2.1. Princip Weissingerovog modela

Ako promatramo strelasto krilo i promatramo dva susjedna segmenta onda na granici između njih izlazi jedna vrtložna nit, tu jednu vrtložnu nit možemo zamisliti kao rezultantu dva vrtloga: vrtloga s lijeve strane i vrtloga s desne strane granice. Time prekinemo vezani vrtlog na granici. Vrtlog koji dolazi s lijeve strane odlazi u beskonačnost, a iz beskonačnosti dolazi vrtlog i nastavlja se protezati po jednoj četvrtini tetive. Ako svaku nit promatramo kao rezultantu dva vrtloga dobivamo model kao na slici (5).



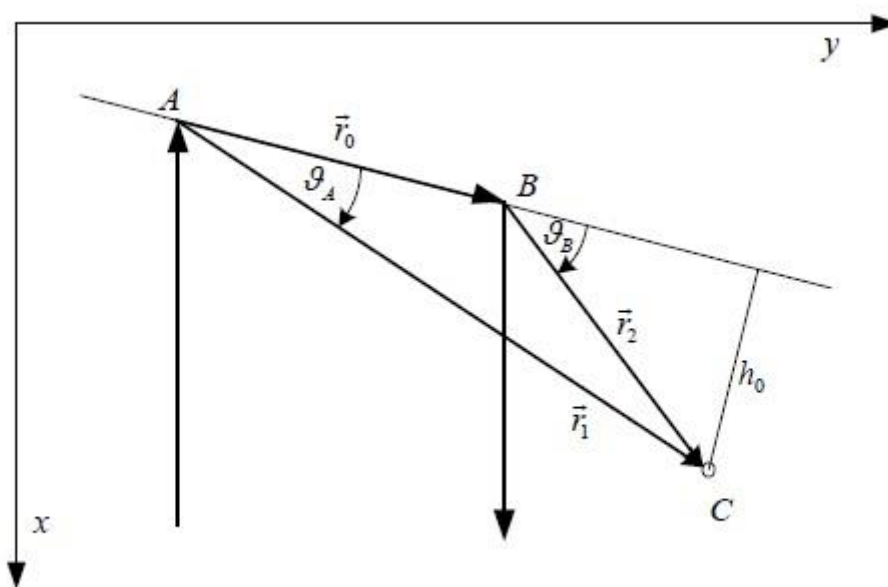
Slika 5.  $\Pi$  vrtlozi na strelastom repu

Kada polovicu repa podijelimo na  $m$  – segmenata, svakom segmentu dodajemo jedan  $\Pi$  vrtlog intenziteta  $\Gamma_i$  čiji vezani dio leži na  $\frac{1}{4}$  tetive tog segmenta, a bočni kraci su u pravcu brzine leta.

### 3.2.2. Brzina inducirana $\Pi$ vrtlogom

Za određivanje inducirane brzine koristi se Biot-Savartov zakon koji je opisan u literaturi [1].

$\Pi$  vrtlog intenziteta  $\Gamma$  se podijeli na tri dijela: od beskonačnosti do točke A, od točke A do točke B te od točke B do beskonačnosti prema slici (6). Sva tri dijela stvaraju induciranu brzinu koja je usmjerena u negativnom smjeru normale kontrolne točke.



Slika 6.  $\Pi$  vrtlog

Brzina inducirana uslijed trećeg dijela polubeskonačne niti od točke B do beskonačnosti prema literaturi [1] koristeći Biot-Savartov zakon glasi:

$$\vec{V}_2 = \frac{\Gamma}{4\pi r_2} \frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_2}{(r_2 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_2)} \quad (3.1)$$

Analogno tome dobit ćemo za inducirano brzinu od prvog dijela  $\Pi$  vrtloga za polubeskonačnu nit od beskonačnosti do točke A:

$$\vec{V}_1 = -\frac{\Gamma}{4\pi r_1} \frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_1}{(r_1 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_1)}. \quad (3.2)$$

Vezani dio  $\Pi$  vrtloga inducira brzinu:

$$\vec{V}_0 = \frac{\Gamma}{4\pi r_1 r_2} \frac{r_1 + r_2}{(r_1 r_2 + \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2)} \vec{r}_1 \times \vec{r}_2. \quad (3.3)$$

Zbrojem induciranih brzina sa sva tri segmenta  $\Pi$  vrtloga dobije se ukupna inducirana brzina  $\vec{w}$ :

$$\vec{w} = -\frac{\Gamma}{4\pi r_1} \frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_1}{(r_1 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_1)} + \frac{\Gamma}{4\pi r_1 r_2} \frac{(r_1 + r_2)(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)}{(r_1 r_2 + \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2)} + \frac{\Gamma}{4\pi r_2} \frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_2}{(r_2 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_2)}, \quad (3.4)$$

takva inducirana brzina proporcionalna je intenzitetu  $\Gamma$  vrtloga:

$$\vec{w} = \vec{B} \cdot \Gamma, \quad (3.5)$$

gdje nam je vektor  $\vec{B}$ :

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi} \left[ -\frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_1}{r_1(r_1 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_1)} + \frac{(r_1 + r_2)(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)}{r_1 r_2 (r_1 r_2 + \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2)} + \frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_2}{r_2(r_2 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_2)} \right]. \quad (3.6)$$

Inducirana brzina  $j$ -te kontrolne točke od  $i$ -tog  $\Pi$  vrtloga je:

$$\vec{w}_{ij} = \vec{B}_{ij} \cdot \Gamma_i, \quad (3.7)$$

A ukupna inducirana brzina  $j$ -te kontrolne točke od svih  $\Pi$  vrtloga je:

$$\vec{w}_j = \sum_{i=1}^m \vec{B}_{ij} \cdot \Gamma_i \quad (3.8)$$

### 3.2.3. Određivanje intenziteta $\Pi$ vrtloga

Optjecanje repa opisuje se s  $m$   $\Pi$  vrtloga. Za određivanje potrebno je  $m$  jednažbi koje se dobiju s postavljanjem  $m$  rubnih uvjeta.

Slučaj koji se promatra u ovom radu je planarno krilo sa simetričnim profilom i dihedralom ( $\varphi$ ).

Prema literaturi [1] za planarno krilo rubni uvjeti su ispunjeni kada se kontrolne točke nalaze na  $\frac{3}{4}$  tetive krila.

Kada je konfiguracija repa s dihedralom, rubni uvjet glasi da zbroj projekcije na normalu inducirane brzine i brzine iz beskonačnosti je jednak nuli.

$$\sum_{i=1}^m \vec{w}_{ij} \cdot \vec{n}_j + \vec{V}_\infty \cdot \vec{n}_j = 0. \quad (3.9)$$

Kada prvi član zamijenimo s jednažbom (3.5) dobijemo

$$\sum_{i=1}^m (\vec{n}_j \cdot \vec{B}_{ij}) \Gamma_i = -\vec{n}_j \cdot \vec{V}_\infty, \quad (3.10)$$

u matičnom zapisu glasi

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{\Gamma} = -\mathbf{F}, \quad (3.11)$$

gdje nam je vektor  $\mathbf{F}$ :

$$\mathbf{F} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{n} \cdot \begin{bmatrix} V_\infty \cos \alpha \\ 0 \\ V_\infty \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

te su konačno intenziteti  $\Pi$  – vrtloga:

$$\mathbf{\Gamma} = -\mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{F}. \quad (3.13)$$

## 4. PRORAČUN GRADIJENTA NORMALNE I BOČNE SILE

### 4.1. Gradijent normalne sile po napadnom kutu

Nakon prethodnog određivanja  $\Gamma(y)$  sila uzgona prema literaturi [1] je:

$$L = \rho_{\infty} V_{\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy, \quad (4.1)$$

a koeficijent sile uzgona

$$C_L = \frac{L}{q_{\infty} V_{\infty}} = \frac{\rho_{\infty} V_{\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy}{\frac{1}{2} V_{\infty}^2 \rho_{\infty} S} = \frac{2}{S} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\Gamma(y)}{V_{\infty}} dy, \quad (4.2)$$

daljnjim sređivanjem izraza

$$C_L = \frac{2}{S} \int_{-1}^1 \frac{\Gamma(y) b}{V_{\infty}} \frac{1}{2} dy$$

$$C_L = \frac{A}{b'^2} \int_{-1}^1 \frac{\Gamma(y) b}{V_{\infty}} \frac{1}{2} d\bar{y}$$

$$C_L = \frac{2A}{b'} \cos\varphi \int_0^1 \frac{\Gamma(y)}{V_{\infty}} d\bar{y},$$

dobiva se konačan izraz za koeficijent sile uzgona:

$$C_L = \frac{A \cos\varphi \cdot \sum_m \Gamma_i}{2b' V_{\infty} m}. \quad (4.3)$$

S obzirom da je promatranim modelom  $\Gamma(y)$  određena u diskretnim vrijednostima  $y$  integral se zamjenjuje sumom pri čemu se  $dy$  zamjenjuje s  $\Delta y = \frac{b'}{m}$ , a  $\Delta \bar{y} = \frac{\Delta y}{2b'} = \frac{1}{2m}$ .

Gradijent sile uzgona dobije se prema formuli:

$$C_{L\alpha} = \frac{C_{L_2} - C_{L_1}}{\alpha_2 - \alpha_1}, \quad (4.4)$$

gdje su  $C_{L_2}$  i  $C_{L_1}$  izračunati za napadne kutove  $\alpha_2$ , odnosno  $\alpha_1$ .

Prema literaturi [2] u području malih napadnih kutova, sila uzgona jednaka je normalnoj sili odnosno gradijent aerodinamičkog koeficijenta sile uzgona po napadnom kutu jednak je gradijentu normalne sile po napadnom kutu.

$$C_{L\alpha} = C_{N\alpha} \quad (4.5)$$

#### 4.2. Gradijent bočne sile po kutu klizanja

Kako je napomenuto u poglavlju 2.3.1. i jednadžbom (2.2.) kut klizanja  $\beta$  nije moguće razmatrati u modelu noseće linije, iz tog razloga je konfiguracija repa zarotirana za  $-90^\circ$  oko pozitivne osi  $x$ . Time se dobije analogan problem izračunavanja koeficijenta sile uzgona, gdje nam kut klizanja predstavlja napadni kut. Slikama (7) i (8) su prikazane konfiguracije prije i poslije rotacije te smjerovi pozitivnog smjera bočne sile.

Za zarotiranu konfiguraciju koeficijent sile uzgona će biti:

$$C_L = \frac{L}{\rho_\infty V_\infty} = \frac{\rho_\infty V_\infty \int_0^{b/2} \Gamma(y) dy}{\frac{1}{2} V_\infty^2 \rho_\infty S} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} \frac{\Gamma(y)}{V_\infty} dy \quad (4.6)$$

sređivanjem izraza

$$C_L = \frac{A}{2b'^2} \int_0^1 \frac{\Gamma(y) b}{V_\infty} \frac{b}{2} d\bar{y}$$

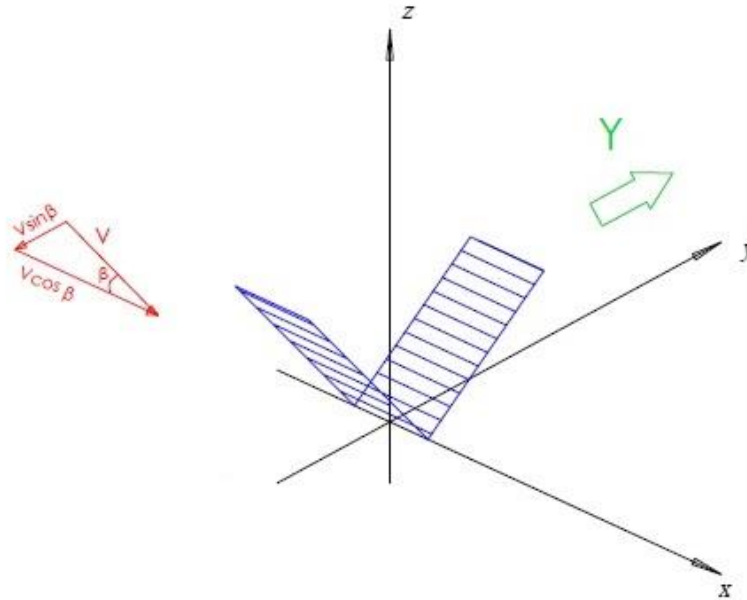
$$C_L = \frac{A}{2b'} \sin\varphi \int_0^1 \frac{\Gamma(y)}{V_\infty} d\bar{y},$$

dobiva se izraz za koeficijent sile uzgona:

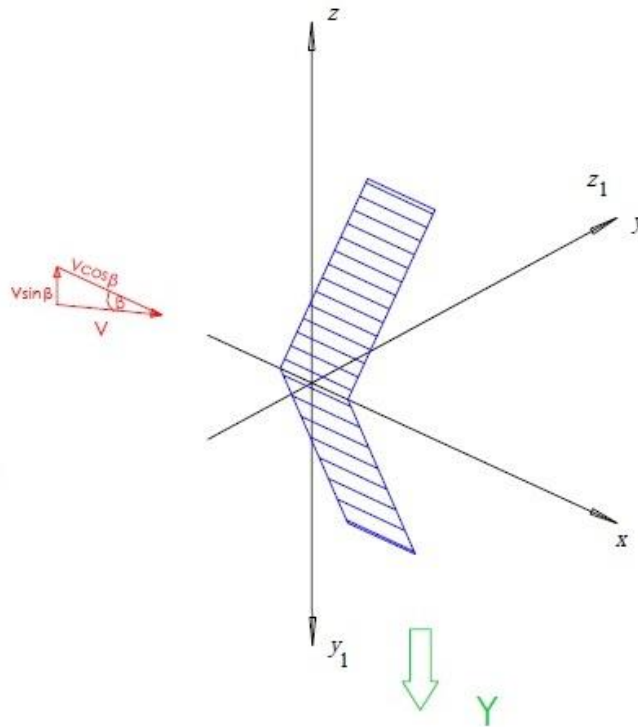
$$C_L = \frac{A \sin\varphi \cdot \sum_m \Gamma_i}{2b' V_\infty m}. \quad (4.7)$$

$C_{L\alpha}$  se dobije jednadžbom (4.4) te prema slici (8) može povezati bočna sila sa silom uzgona, odnosno:

$$C_{Y\beta} = -C_{L\alpha} \tag{4.8}$$



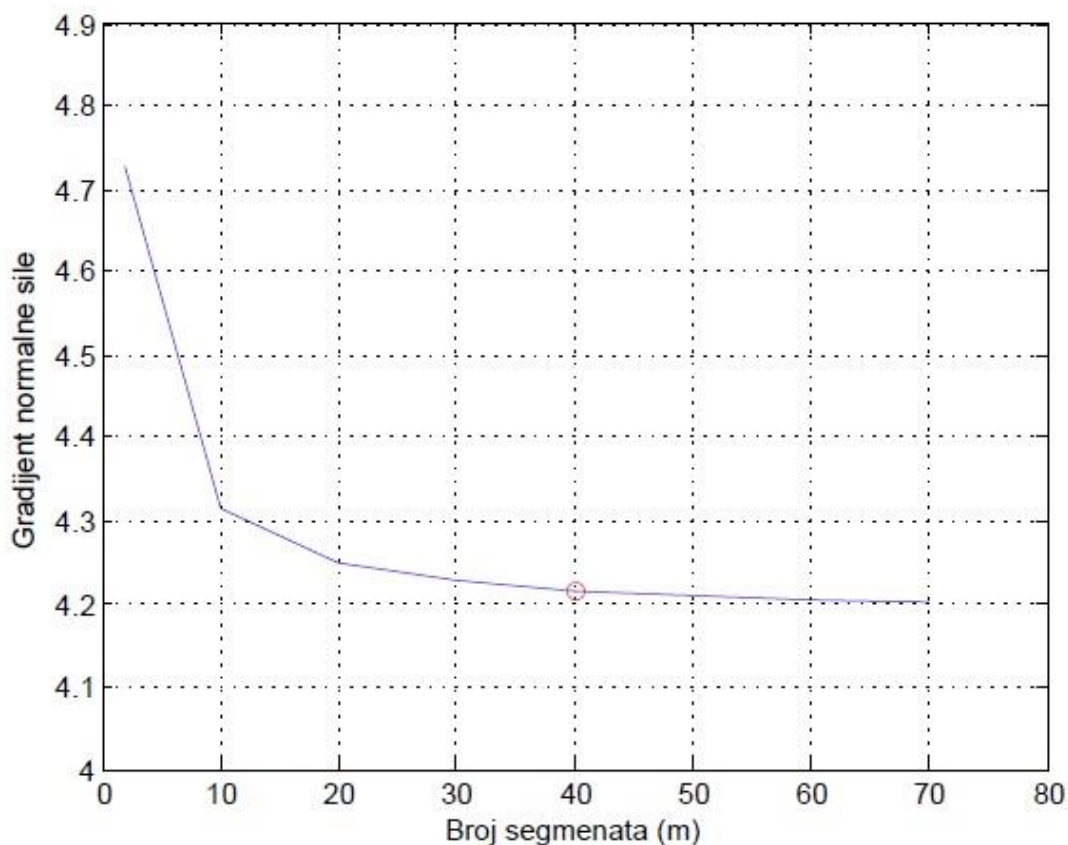
Slika 7. Nezarotirana konfiguracija repa



Slika 8. Zarotirana konfiguracija repa za  $-90^\circ$  oko pozitivne osi x

### 4.3. Odabir broja segmenata

Da bi odredili na koliko segmenata ćemo podijeliti promatranu repnu površinu (polukrilo) provedena je analiza za pravokutno krilo s različitim brojem segmenata te kada su rezultati počeli konvergirati određen je optimalan broj segmenata prema slici (9)  $m = 40$ .



Slika 9. Odabir broja segmenata



## 5. ANALIZA RAZLIČITIH KONFIGURACIJA REPA

Za analizu različitih konfiguracija repa biti će prikazana raspodjela intenziteta vrtloga  $\Gamma$  po rasponu krila za ključne točke, promjena gradijenta normalne sile i gradijenta bočne sile za različite kutove dihedrala (V-rep i obrnuti V-rep). Model noseće linije koji se koristi u radu će biti uspoređen s programom XFLR5 [5], eksperimentalnim podacima [4] i numeričkim rezultatima [3].

U XFLR5 je modelirana konfiguracija repa te je korištena metoda vrtložne rešetke (engl. Vortex lattice method, VLM) i to u varijanti s potkovičastim vrtlozima (engl. horseshoe vortex method, VLM1) za određivanje gradijenta normalne sile po napadnom kutu i u varijanti vrtložnih prstenova (engl. vortex ring method, VLM2) za određivanje gradijenta bočne sile po kutu klizanja. Obje metode su za jedan red više od modela noseće linije pa daju preciznije rezultate.

Za trapezni V rep koji je obrađen u poglavlju (5.2.) postoje eksperimentalni podaci koji su preuzeti iz literature [4].

Podaci za obrnuti V rep koji se obrađuje u poglavlju (5.1.) uzeti su iz literature [3] rezultati dobiveni numeričkom metodom.

### 5.1. Analiza konfiguracije obrnuti V rep

Odabran je rep pravokutnog oblika s dihedrom prema literaturi [3]:

$b'$ [m]	$c_r$ [m]	$\lambda$	A	$\Lambda_{1/4}$ [°]	$\alpha_1$ [°]	$\alpha_2$ [°]
1.829	0.609	1	6	0	-1	1

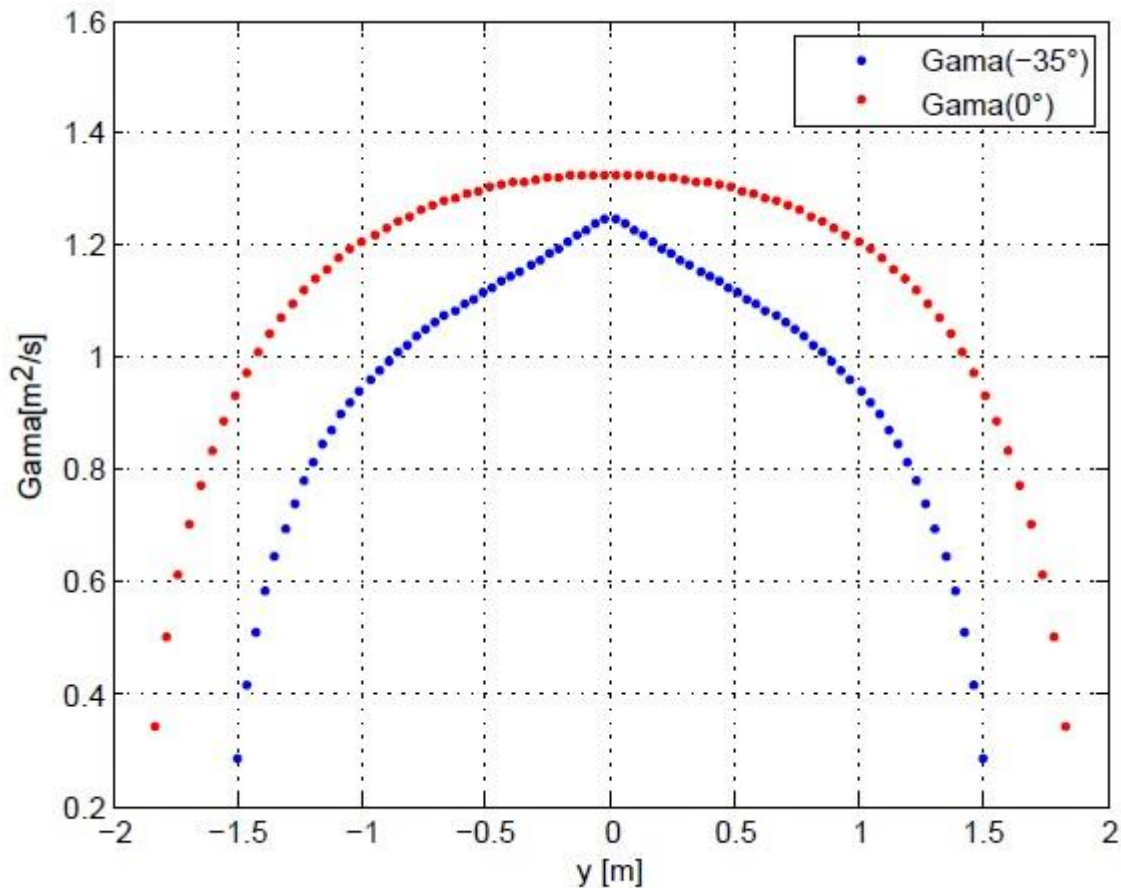
**Tablica 1. Parametri obrnutog V repa**

Provedena je analiza za kut dihedrala od  $\varphi = -35^\circ$  do  $\varphi = 0^\circ$  s korakom od  $5^\circ$ .

Prikazana će biti raspodjela intenziteta vrtloga  $\Gamma$  po rasponu krila za  $\varphi = 0^\circ$  i  $\varphi = -35^\circ$ , promjena gradijenta normalne sile i gradijenta bočne sile za različite kutove dihedrala te će se te vrijednosti provjeriti putem programa XFLR5 i rezultatima dobivenim iz literature [3].

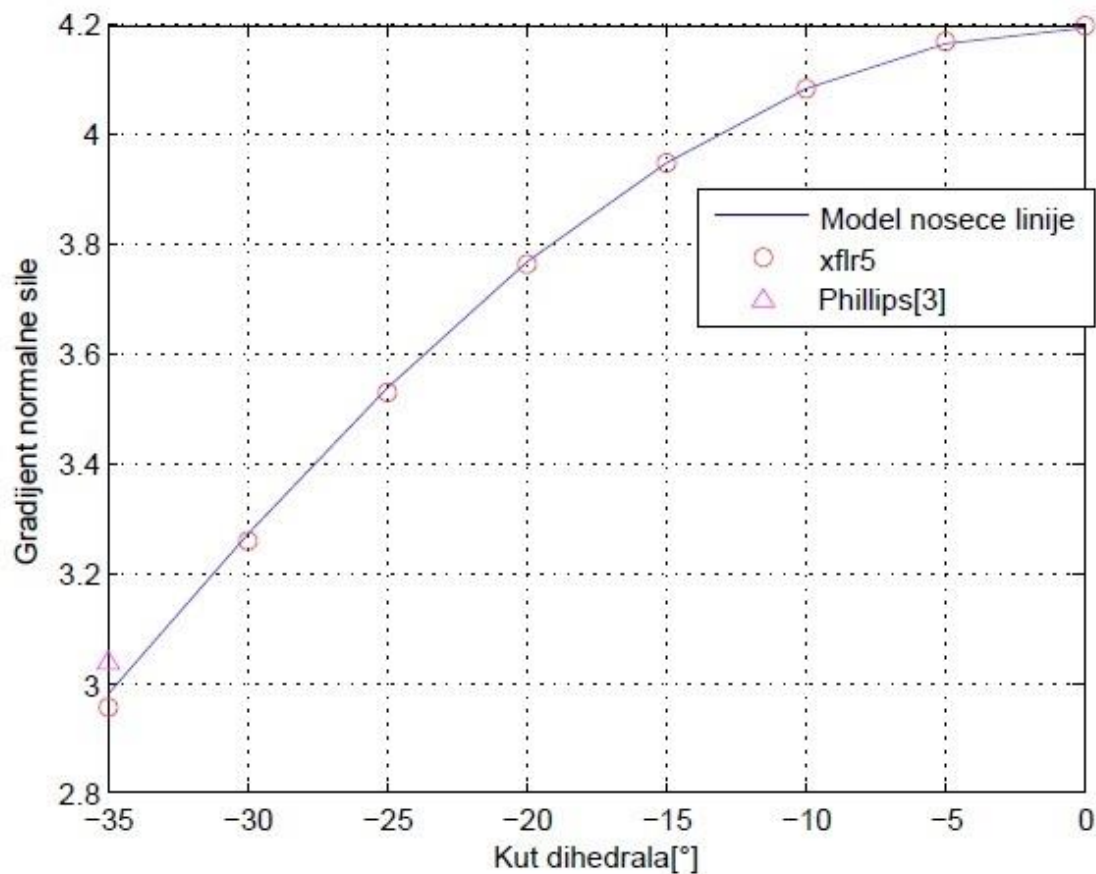
### 5.1.1. Gradijent normalne sile

Prvo je određen vektor  $\Gamma$  vrtloga prema formuli (3.11). Raspodjela intenziteta  $\Gamma$  vrtloga za kutove dihedrala  $\varphi = -35^\circ$  i  $\varphi = 0^\circ$  po rasponu je prikazana na slici (10). Vidi se da je raspodjela vrtloga za lijevi i desni dio repa simetrična tako da se za izračun koeficijenta sile uzgona, odnosno normalne sile, može se računati dvostruka vrijednost integrala od  $y=0$  do  $y=b/2$ , odnosno formula (4.4)



Slika 10. Raspodjela  $\Gamma$  po rasponu repa za  $\varphi = 0^\circ$  i  $\varphi = -35^\circ$  i  $\alpha = 1^\circ$

Promjena gradijenta normalne sile po kutu dihedrala je prikazana na slici (11).



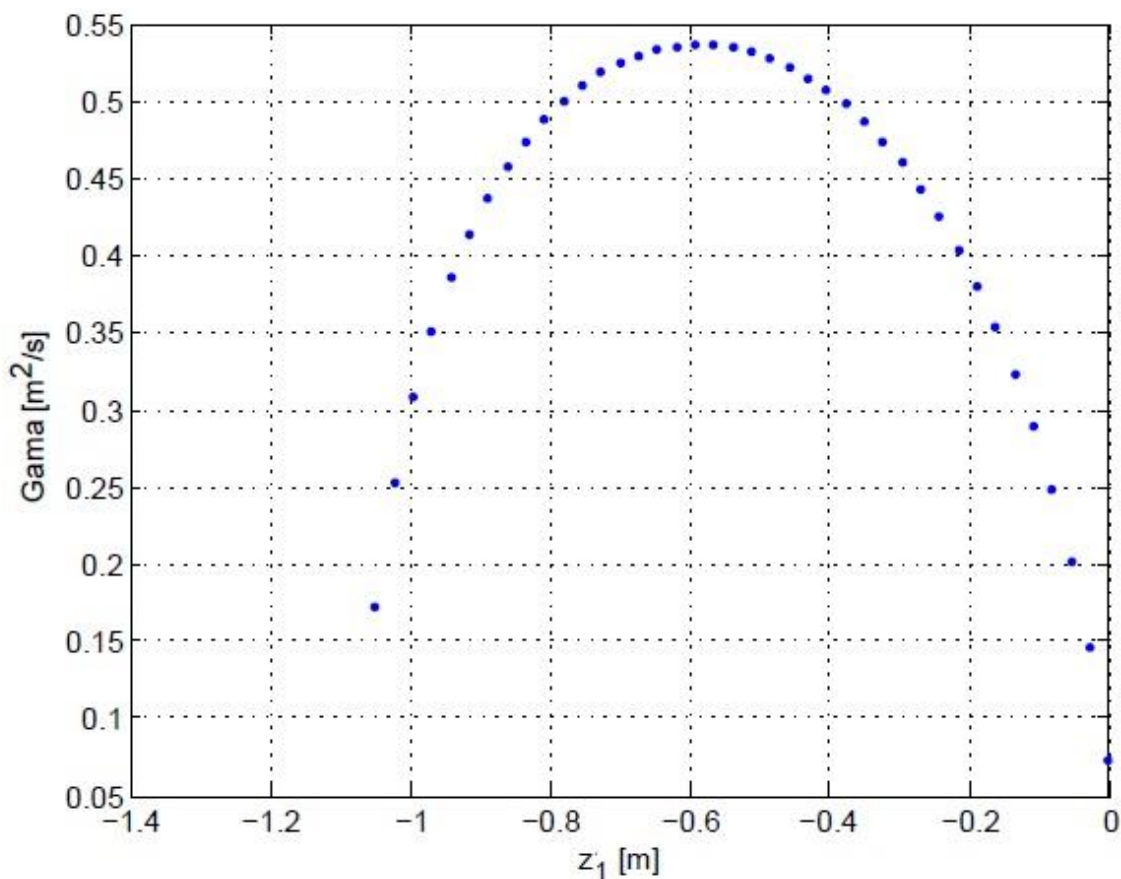
**Slika 11. Promjena gradijenta normalne sile po kutu dihedrala**

Na slici (11) se vidi da se vrijednost gradijenta normalne sile po napadnom kutu smanjuje s povećanjem apsolutne vrijednosti kuta dihedrala (u sljedećem poglavlju će biti obrađen V rep s pozitivnim dihedralom te će se opet pokazati da gradijent normalne sile pada povećanjem dihedrala).

Za  $\varphi = -35^\circ$  literatura [3] navodi rezultat za  $C_{N\alpha}$  koji je prikazan na slici (11).

### 5.1.2. Gradijent bočne sile

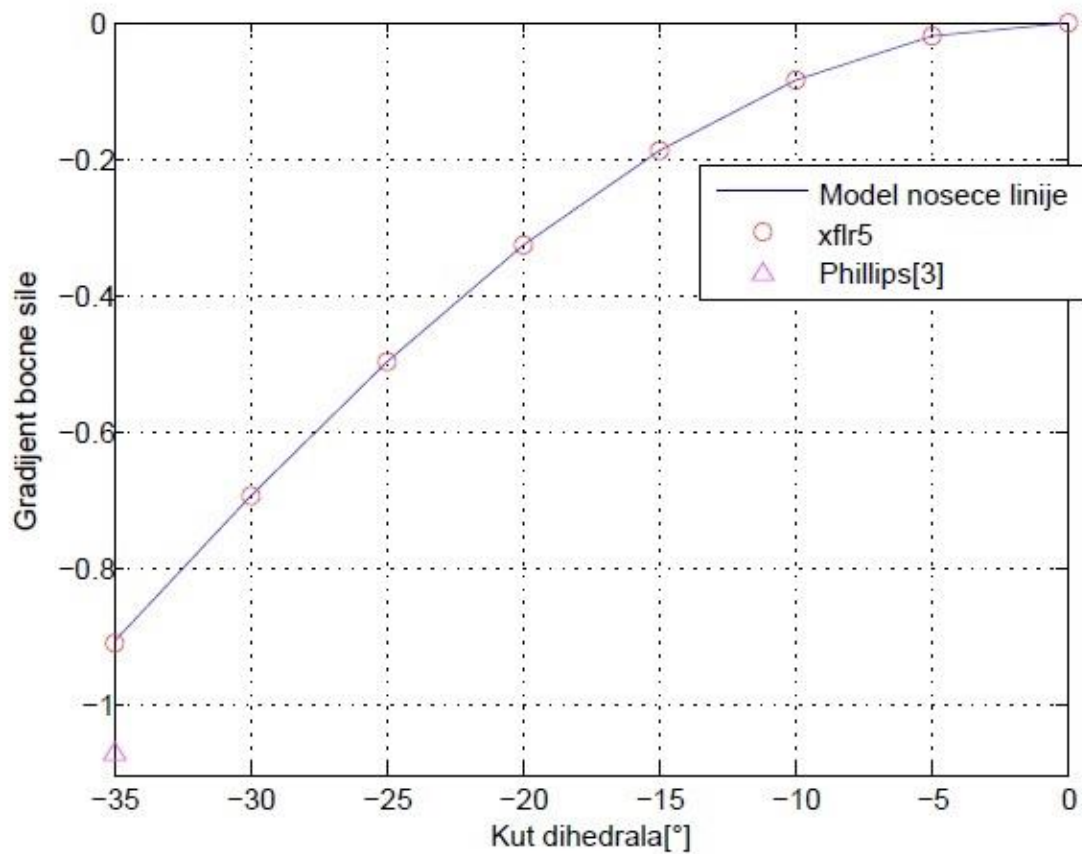
Kako je objašnjeno u poglavlju (4.2.) gradijent bočne sile ćemo odrediti pomoću izračuna za gradijent sile uzgona, ali za zarotirani model za  $-90^\circ$  oko osi . Za krilo opisano tablicom 1. prikazana je na slici (12) raspodjela intenziteta cirkulacije  $\Gamma$  za horizontalni rep ( $\varphi = 0^\circ$ ) i za obrnuti V-rep ( $\varphi = -35^\circ$ ) u ovisnosti o koordinati koja ovisi o kutu dihedrala: od  $y = -b'\cos\varphi$  do  $y = b'\cos\varphi$ . Kako se očekivalo rezultati su simetrični.



Slika 12. Raspodjela  $\Gamma$  po polurasponu repa za  $\varphi = -35^\circ$  i  $\beta = 1^\circ$

Treba napomenuti da su koordinatne osi označene oznakama koje su objašnjene u poglavlju (4.2.) i slici (8).

Na slici (13) prikazani su rezultati promjene gradijenta bočne sile s promjenom dihedrala, vidi se da što je veća apsolutna vrijednost dihedrala, veći je i gradijent bočne sile. Ponovo je kao i za  $C_{N\alpha}$  prikazan i  $C_{Y\beta}$  za  $\varphi = -35^\circ$  prema literaturi [3] ljubičastim trokutićem.



Slika 13. Promjena gradijenta bočne sile po kutu dihedrala

## 5.2. Analiza konfiguracije V-rep

Odabran je trapezni rep s dihedralom prema literaturi [4]:

b' [m]	c <sub>r</sub> [m]	$\lambda$	A	$\Lambda_{1/4}$ [°]	$\alpha_1$ [°]	$\alpha_2$ [°]
1	0.5185	0.39	5.55	0	-1	4

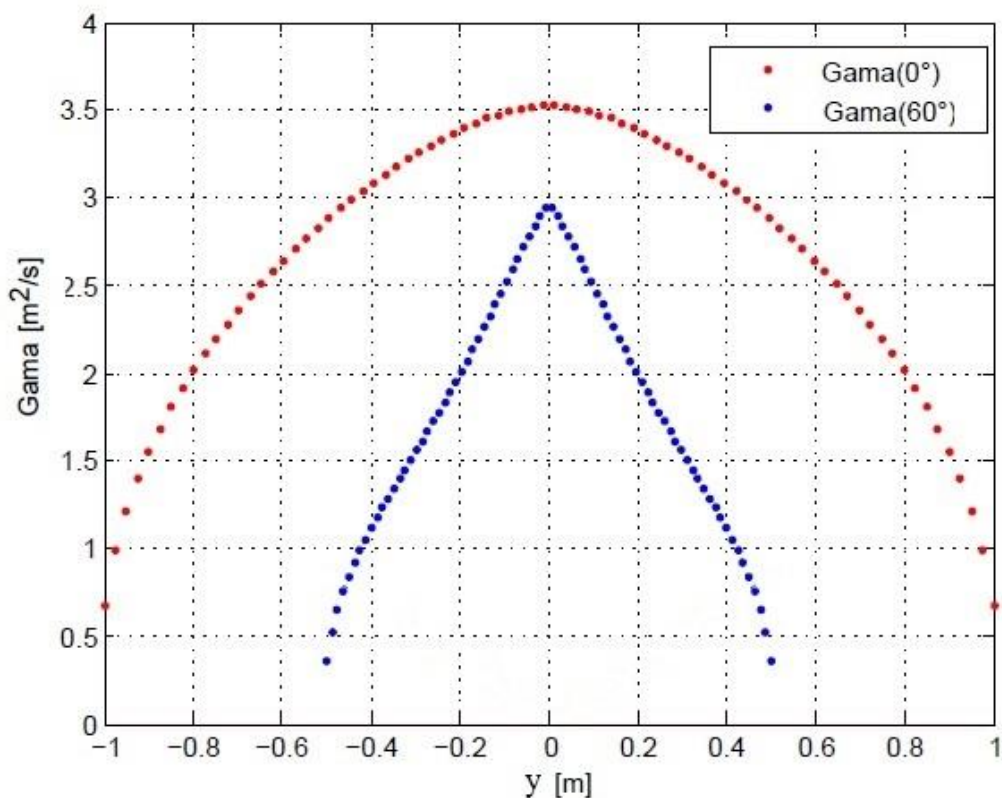
Tablica 2. Parametri V-repa

Provedena je analiza za kut dihedrala od  $\varphi = 0^\circ$  do  $\varphi = 60^\circ$  s korakom od  $10^\circ$ .

Modelom noseće linije dobiveni su rezultati koji su uspoređeni s programom XFLR5 i eksperimentalnim rezultatima prema literaturama [4, 5].

### 5.2.1. Gradijent normalne sile po napadnom kutu

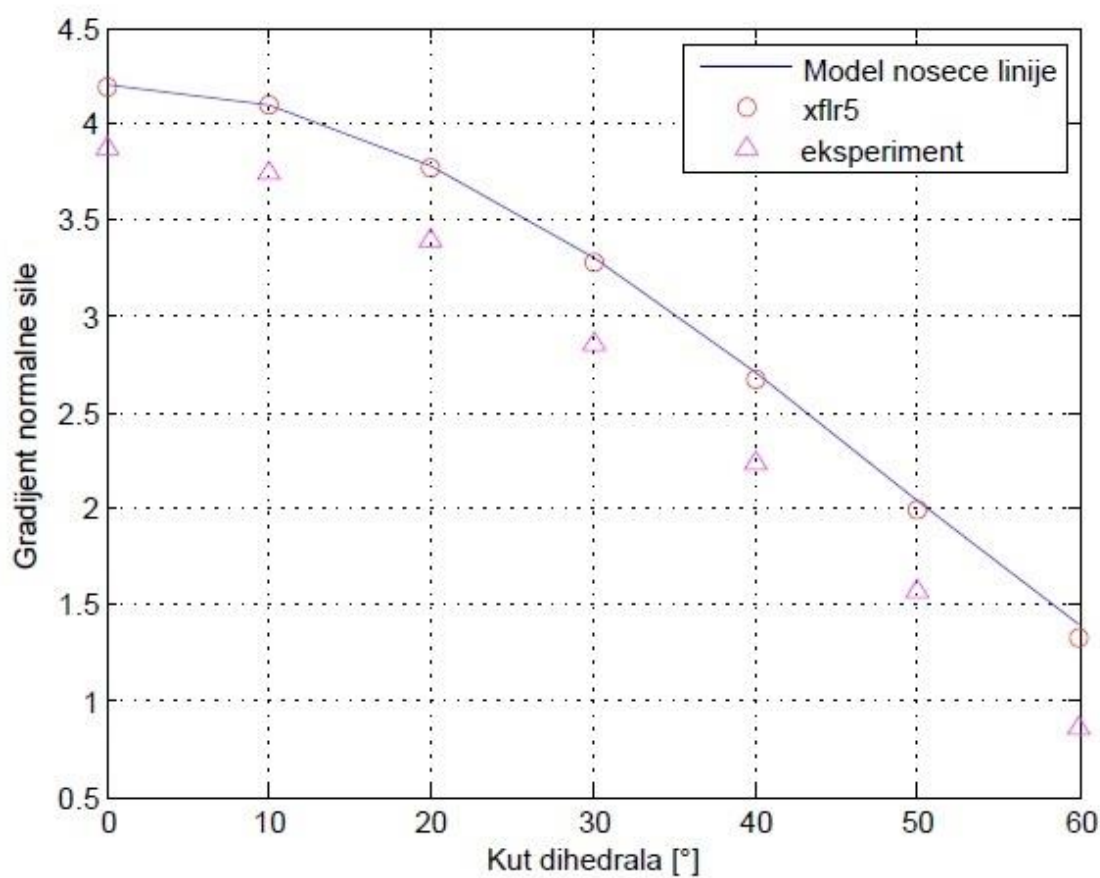
Korištene su iste jednadžbe kao i u slučaju obrnutog V repa te je na slici (14) prikazana raspodjela intenziteta cirkulacije vrtloga za repove dihedrala od  $0^\circ$  i  $60^\circ$  i to u ovisnosti o rasponu  $y$  od  $-b'\cos\varphi$  do  $b'\cos\varphi$ . Ovdje je korišten veći napadni kut ( $\alpha_2 = 4^\circ$ ) što samim time i daje veće vrijednosti  $\Gamma$ .



**Slika 14. Raspodjela  $\Gamma$  po rasponu repa za  $\alpha = 4^\circ$** 

Kako je već napomenuto u prethodnom poglavlju porastom dihedrala gradijent normalne sile se smanjuje, a samim time povećava se gradijent bočne sile (s negativnim predznakom).

Na slici (15) prikazana je usporedba rezultata za V rep. Ono što odmah vidimo je da prema literaturi [4] sama krivulja prati našu krivulju međutim s određenim odstupanjem. To odstupanje je pripisano tome što su eksperimentalni rezultati u literaturi [4] dobiveni za profil veće debljine te samim time i koeficijenti sile uzgona su nešto manji.

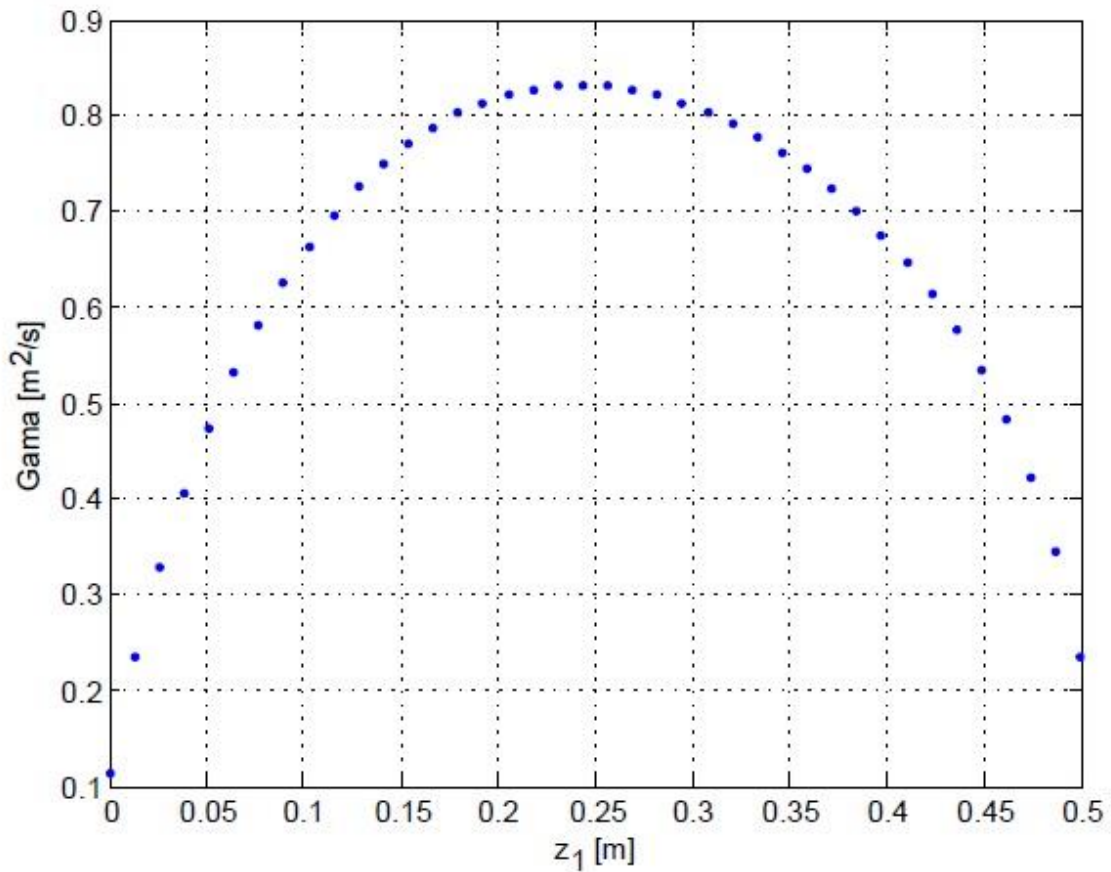
**Slika 15. Promjena gradijenta normalne sile po kutu dihedrala**

### 5.2.2. Gradijent bočne sile po kutu klizanja

Gradijente bočne sile dobili smo primjenom modela noseće linije kao i za obrnuti V-rep.

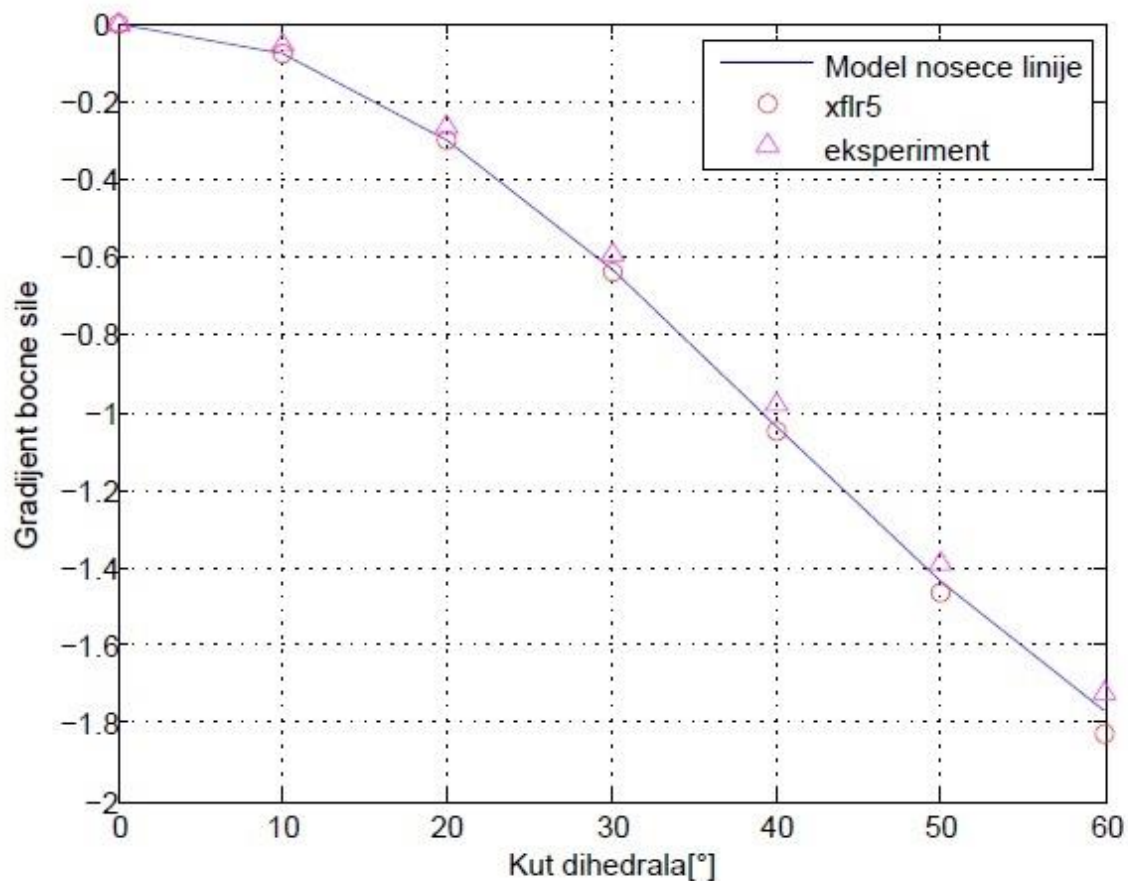
Na slici 16. prikazana je raspodjela intenziteta vrtloga za lijevi dio repa s dihedralom od  $30^\circ$ .

Rep je simetričan tako da je raspodjela na desnom djelu repa ista.



Slika 16. Raspodjela  $\Gamma$  po polurasponu repa za  $\beta = 4^\circ$  i  $\varphi = 30^\circ$





**Slika 17. Promjena gradijenta bočne sile po kutu dihedrala**

Prema slici (17) vidi se da porastom dihedrala raste i gradijent bočne sile (s negativnim predznakom) s kutom dihedrala.

Rezultati su ponovno uspoređeni s programom XFLR5 i eksperimentalnim podacima iz literature [4]

### 5.3. Konvencionalna konfiguracija repa

Promatrana konfiguracija će biti kombinacija horizontalnog stabilizatora (h) i vertikalnog stabilizatora (v), parametri su ponovno uzeti iz literature [3]:

$b_h'$ [m]	$b_v'$ [m]	$c_r$ [m]	$\lambda$	$A_h$	$A_v$	$\Lambda_{1/4}$ [°]	$\alpha_1$ [°]	$\alpha_2$ [°]
1.828	1.524	0.9144	1	4	1.67	0	0	10

**Tablica 3. Parametri konvencionalnog repa**

*Napomena: parametri koji nemaju indeks su jednaki za horizontalni i vertikalni stabilizator.*

U ovom primjeru nemamo kut dihedrala tako da ćemo dobiti jednu kombinaciju gradijenta normalne i bočne sile. Kada se pogleda raspodjela  $\Gamma$  po rasponu horizontalnog stabilizatora prema slici (18) vidi se da je raspodjela simetrična.

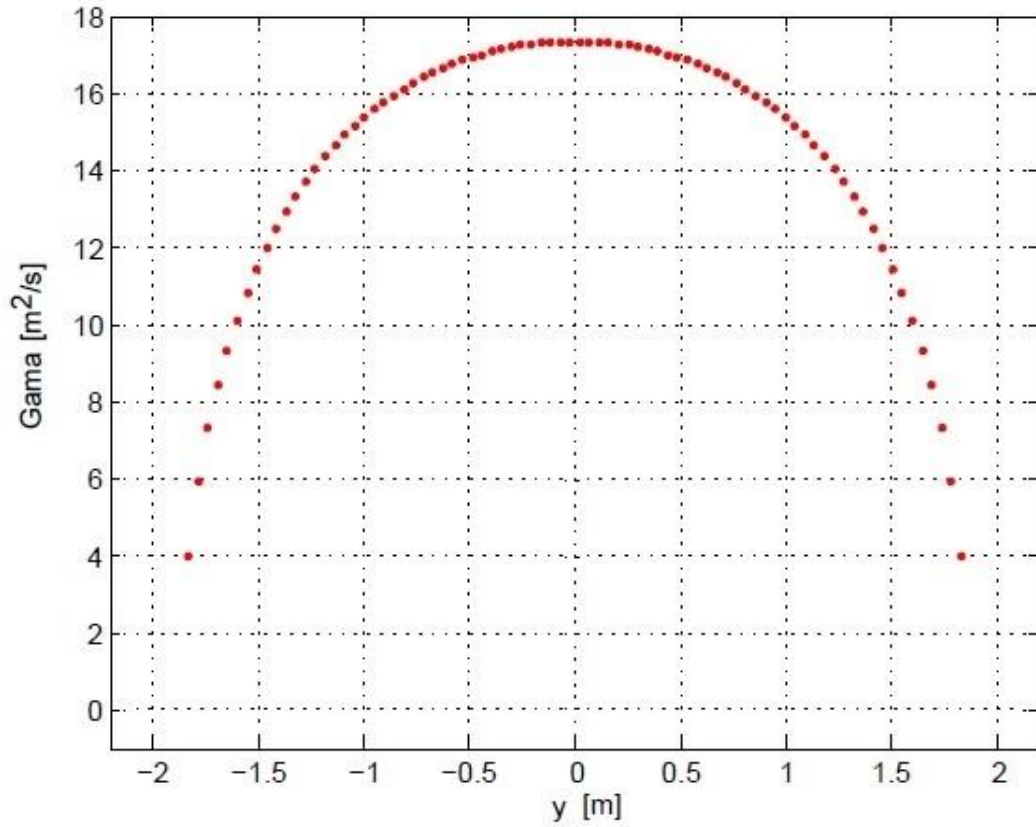
Kada se proračunava gradijent bočne sile raspodjela  $\Gamma$  po rasponu vertikalnog stabilizatora prikazana je na slici (19).

Rezultati su prikazani u tablici (4):

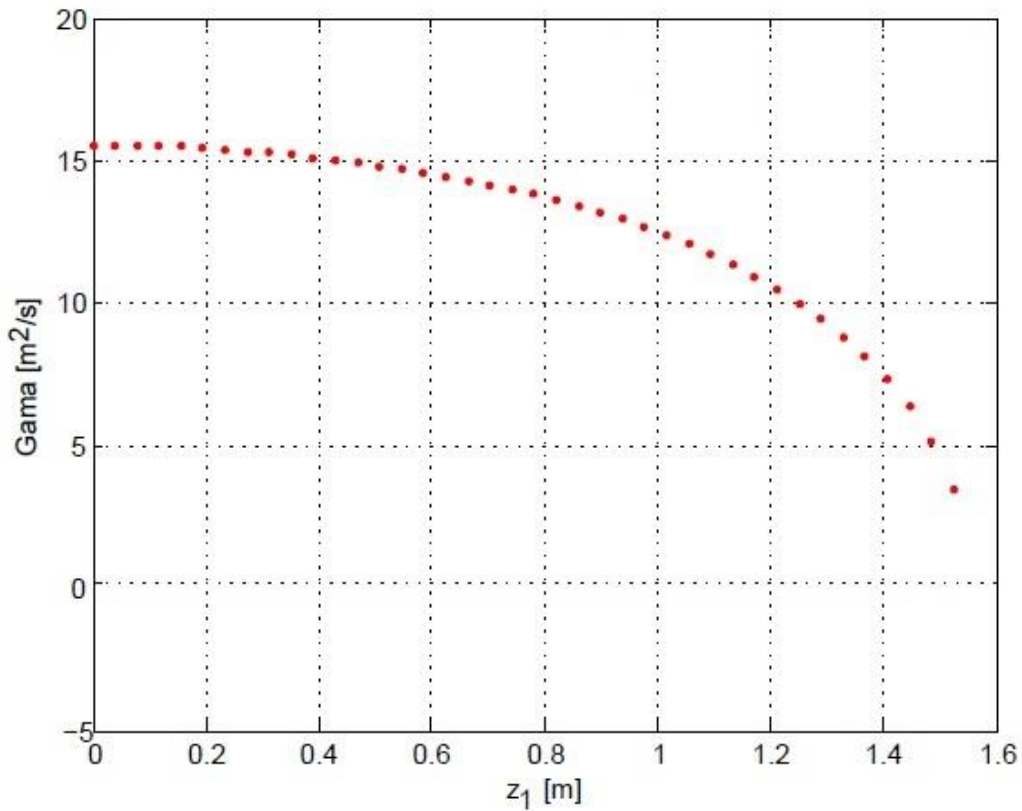
Metoda:	$C_{N\alpha}$	$C_{Y\beta}$
Model noseće linije	3.5829	-1.3232
XFLR5	3.5924	-1.3302
Literatura [3]	4.0269	-1.402

**Tablica 4. Rezultati za konvencionalni rep**

Iz tablice 4. može se uočiti odstupanje za gradijent normalne sile između modela noseće linije i rezultata iz literature [3], međutim rezultati pokazuju minimalno odstupanje od rezultata iz programa XFLR5.



Slika 18. Raspodjela  $\Gamma$  po rasponu horizontalnog stabilizatora za  $\alpha = 10^\circ$  i  $\beta = 0^\circ$



Slika 19. Raspodjela  $\Gamma$  po rasponu vertikalnog stabilizatora za  $\alpha = 0^\circ$  i  $\beta = 10^\circ$

## 6. ZAKLJUČAK

U ovom radu prilagođen je postojeći model noseće linije za različite konfiguracije repa. Obradene su tri vrste repa, V rep, obrnuti V rep i konvencionalni rep te su za svaki pojedini rep određeni gradijenti normalne sile po napadnom kutu i gradijenti bočne sile po kutu klizanja. Ograničenje modela noseće linije je da se koristi trapezni neuvijeni rep sa simetričnim tankim profilom pod malim napadnim kutovima i za nestlačivo optjecanje.

Za V rep i obrnuti V rep provedena je analiza za različite kutove dihedrala tako da su dobivene promjene gradijenta normalne i bočne sile po kutu dihedrala. Rezultati analize pokazali su da povećanjem apsolutne vrijednosti dihedrala opada gradijent normalne sile, a raste gradijent bočne sile s negativnim predznakom.

Rezultati su uspoređeni sa srodnom numeričkom metodom [3], eksperimentalnim podacima [4] i programom XFLR5 [5] te je usporedba donijela sljedeće zaključke.

Usporedbom rezultata za V rep s eksperimentalnim podacima iz literature [4] dobiveno je sustavno odstupanje rezultata koje se može objasniti da su eksperimentalni podaci dobiveni za rep realne debljine čime je koeficijent sile uzgona profila smanjen te je i gradijent normalne sile manji nego u modelu noseće linije. Za istu konfiguraciju, usporedba s rezultatima programa XFLR5 [5] pokazala je minimalna odstupanja. U proračunu gradijenta bočne sile po kutu klizanja usporedba s eksperimentalnim podacima [4] i programom XFLR5 [5] pokazuje prihvatljiva odstupanja.

Usporedbom rezultata iz literature [3] za konvencionalni rep došlo je do odstupanja u gradijentu normalne sile po napadnom kutu u iznosu od 11%, ali se rezultat modela noseće linije s minimalnim odstupanjima poklapa s rezultatima iz programa XFLR5 [5]. Gradijent bočne sile po kutu klizanja za konvencionalni rep se poklapa i s rezultatima iz literature [3] i programa XFLR5 [5] s minimalnim odstupanjima.

Rezultati dobiveni analizom konvencionalnog repa mogu poslužiti kao reference da se napravi ekvivalenti V rep s određenim dihedrom koji će imati iste gradijente normalne sile po napadnom kutu i bočne sile po kutu klizanja te bi takav pristup mogao biti temelj za nastavak proučavanja modificiranog modela noseće linije.

**LITERATURA**

- [1] Janković, S., Virag, Z., Vrdoljak, M.: Aerodinamika I,FSB, Zagreb, 2009.
- [2] Janković, S.: Mehanika leta zrakoplova,FSB, Zagreb, 2001.
- [3] Phillips, W. F.: Mechanics of flight 2nd edition, Wiley, 2012.
- [4] Purser, P. E., Campbell, J. P.: NACA report No. 823, NACA, Washington, 1945.
- [5] XFLR5, <http://www.xflr5.com/xflr5.htm>, veljača 2016.
- [6] Empenage, <https://en.wikipedia.org>, veljača 2016.
- [7] General Atomics MQ-1 Predator, <https://en.wikipedia.org>, veljača 2016.
- [8] What was wrong with V-tail Bonanza pilots?, <http://airfactsjournal.com/>, veljača 2016.

## **PRILOZI**

- I. CD-R disc
- II. Tehnička dokumentacija