

# Usporedba različitih teorija plastičnosti u analizi postupaka elasto-plastičnog oblikovanja valjcima

---

Osmak, Fran

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:932380>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-29**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Fran Osmak**

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Dr. sc. Neven Hadžić, mag. ing.

Student:

Fran Osmak

Zagreb, 2017.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Fran Osmak



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje
Datum 04-07-2017 Prilog
Klasa: 602-04/17-6/4
Ur.broj: 15-1703-17-209

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Fran Osmak**

Mat. br.: 0035196958

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Usporedba različitih teorija plastičnosti u analizi postupaka elasto-plastičnog oblikovanja valjcima**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Comparison of different plasticity theories in analysis of elasto-plastic roller bending**

Opis zadatka:

Oblikovanje materijala je zahtjevan tehnološki postupak tijekom kojeg se na materijal djeluje momentima savijanja do postizanja željenog oblika obradka. Tijekom postupka se vanjsko opterećenje prenosi na materijal valjcima ili drugim alatima te se induciraju elastične i plastične deformacije. U završnom je radu potrebno, koristeći klasičnu Euler-Bernoullijevu teoriju, provesti analizu postupka oblikovanja limova na valjcima za oblikovanje limova koristeći:

- elastično-idealno plastični model,
- elastično-linearno plastični model,
- elastično-nelinearno plastični model.

Nakon formulacije problema potrebno je provesti usporedbu momenata savijanja i potrebne energije za izabrane karakteristike materijala i debljine limova.

Tijekom izrade rada koristiti literaturu i računalnu potporu dostupnu na FSB-u.

Zadatak zadan:

24. travnja 2017.

Rok predaje rada:

**2. rok (izvanredni):** 28. lipnja 2017.

**3. rok:** 22. rujna 2017.

Predviđeni datumi obrane:

**2. rok (izvanredni):** 30. 06. 2017.

**3. rok:** 25.9. - 29. 09. 2017.

Zadatak zadao:

doc. dr. sc. Neven Hadžić

Predsjednica Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK.....	V
SUMMARY .....	VI
1. UVOD.....	1
2. OBLIKOVANJE MATERIJALA U BRODOGRADNJI .....	2
2.1. Oblikovanje limova .....	3
2.2. Oblikovanje profila .....	8
3. TEORIJSKE OSNOVE PLASTIČNIH DEFORMACIJA .....	10
4. ANALIZA DEFORMACIJA USLIJED PLASTIČNOG OBLIKOVANJA.....	13
4.1. Elastično – idealno plastičan model .....	17
4.2. Elastično – linearno plastičan model.....	18
4.3. Elastično – nelinearno plastičan model .....	19
5. ILUSTRATIVNI PRIMJERI PRORAČUNA .....	21
6. ZAKLJUČAK.....	32
LITERATURA.....	33

## POPIS SLIKA

Slika 2.1	Klasifikacija postupaka oblikovanja limova i profila, [1].....	2
Slika 2.2	Shematski prikaz postupka oblikovanja limova na stroju s tri valjka, [1] .....	4
Slika 2.3	Najčešće izvedbe trovaljčanog stroja .....	4
Slika 2.4	Osnovne operativne prednosti oblikovanja s četiri valjka, [1].....	5
Slika 2.5	Suvremeni stroj s četiri valjka za elasto-plastično oblikovanje limova, [3].....	5
Slika 2.6	Tipične dvoosno zakrivljene plohe i plohe s oštrim bridovima, [1].....	6
Slika 2.7	Shematski prikaz dvostupne i jednostupne preše, [1] .....	7
Slika 2.8	Suvremena preša za dvoosno oblikovanje limova, [1].....	7
Slika 2.9	Osnovni princip rada stroja za oblikovanje profila, [1].....	8
Slika 2.10	Ilustracija postupka oblikovanja profila u toplom stanju, [1] .....	9
Slika 3.1.	Kvalitativan prikaz krivulja nominalnog i stvarnog naprezanja duktilnog materijala, [1] .....	10
Slika 3.2.	Usporedba analitičkih izraza naprezanja u području plastičnih deformacija, [1] .	12
Slika 4.1.	Deformacija obradka tijekom oblikovanja .....	13
Slika 4.2.	Prikaz djelovanja naprezanja na diferencijalnu površinu obradka, [1] .....	14
Slika 4.3.	Geometrijski prikaz oblikovanja lima valjcima, [1].....	16
Slika 4.4.	Raspodjela naprezanja elastično-idealno plastičnog modela .....	17
Slika 4.5.	Raspodjela naprezanja po visini za elastično-linearno plastičan model.....	18
Slika 4.6.	Raspodjela naprezanja elastično-nelinearno plastičnog modela .....	19
Slika 5.1.	Ovisnost momenta o debljini obradka za čelik ST24 (3 modela) .....	22
Slika 5.2.	Ovisnost momenta o debljini obradka za čelik ST24 (2 modela) .....	22
Slika 5.3.	Ovisnost momenta o debljini obradka za čelik AH36 (3 modela) .....	23
Slika 5.4.	Ovisnost momenta o debljini obradka za čelik AH36 (2 modela) .....	23
Slika 5.5.	Ovisnost momenta o debljini obradka za aluminij (3 modela) .....	24
Slika 5.6.	Ovisnost momenta o debljini obradka za aluminij (2 modela) .....	24
Slika 5.7.	Ovisnost sile o debljini obradka za čelik ST24 (3 modela).....	25
Slika 5.8.	Ovisnost sile o debljini obradka za čelik ST24 (2 modela).....	25
Slika 5.9.	Ovisnost sile o debljini obradka za čelik AH36 (3 modela).....	26
Slika 5.10.	Ovisnost sile o debljini obradka za čelik AH36 (2 modela).....	26
Slika 5.11.	Ovisnost sile o debljini obradka za aluminij (3 modela).....	27
Slika 5.12.	Ovisnost sile o debljini obradka za aluminij (2 modela).....	27
Slika 5.13.	Ovisnost energije o debljini obradka za čelik ST24 (3 modela) .....	28
Slika 5.14.	Ovisnost energije o debljini obradka za čelik ST24 (2 modela) .....	28
Slika 5.15.	Ovisnost energije o debljini obradka za čelik AH36 (3 modela) .....	29
Slika 5.16.	Ovisnost energije o debljini obradka za čelik AH36 (2 modela) .....	29
Slika 5.17.	Ovisnost energije o debljini obradka za aluminij (3 modela) .....	30
Slika 5.18.	Ovisnost energije o debljini obradka za aluminij (2 modela) .....	30

**POPIS TABLICA**

Tablica 5.1.	Materijali korišteni u proračunu i njihova svojstva .....	21
Tablica 5.2.	Dimenzije obradka korištenog u proračunu .....	21
Tablica 5.3.	Karakteristike stroja korištenog u proračunu .....	21
Tablica 5.4.	Prosječne greške elastično linearno-plastičnog u odnosu na elastično idealno-plastični model.....	31



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$\sigma_N$	N/mm <sup>2</sup>	nominalno naprezanje
$A_0$	m <sup>2</sup>	početna površina poprečnog presjeka epruvete
$\varepsilon_N$		nominalna deformacija
$l_0$	m	početna duljina epruvete
$A$	m <sup>2</sup>	trenutna površina poprečnog presjeka epruvete
$l$	m	trenutna duljina epruvete
$E$	N/mm <sup>2</sup>	Youngov modul elastičnosti
$\sigma$	N/mm <sup>2</sup>	naprezanje
$\varepsilon$		deformacija
$R_e$	N/mm <sup>2</sup>	granica razvlačenja
$R_m$	N/mm <sup>2</sup>	vlačna čvrstoća
$\varepsilon_P$		trajna plastična deformacija
$\varepsilon_E$		elastični povrat
$V$	m <sup>3</sup>	volumen epruvete
$nn$	m	duljina neutralne linije
$r_n$	m	polumjer zakrivljenosti neutralne linije
$\tilde{r}$	m	reducirani polumjer zakrivljenosti neutralne linije
$L$	m	duljina obradka
$B$	m	širina obradka
$t$	mm	debljina obradka
$M$	Nm	moment
$z_0$	mm	udaljenost neutralne linije od početka plastičnih područja
$F$	N	sila opterećenja
$F_a$	N	sila u osloncu
$\varphi$	rad	kut savijanja
$l_v$	m	sdaljenost između valjaka
$W$	mm <sup>3</sup>	moment otpora
$S$	mm <sup>3</sup>	statički moment površine
$\tilde{\sigma}$	N/mm <sup>2</sup>	naprezanje u plastičnom području
$\tilde{\sigma}_{t/2}$	N/mm <sup>2</sup>	naprezanje na rubu poprečnog presjeka
$\tilde{E}$	N/mm <sup>2</sup>	modul očvršćenja materijala

## SAŽETAK

Oblikovanje limova valjcima složen je tehnološki postupak brodograđevnog procesa. Cilj svakog tehnološkog procesa povećanje je uporabne vrijednosti materijala koji se obrađuje, a da bi se to ostvarivalo u što većoj mjeri, bitno je tehnološke postupke provoditi kvalitetno, odnosno što brže uz što manju potrošnju resursa. Kako bi se moglo uopće pristupiti povećanju efikasnosti bilo kojeg tehnološkog procesa, pa tako i oblikovanja, neophodno je uz kvalitetnu teoretsku osnovu provesti matematički proračun. No, proračun takvog tipa nije uvijek određen jednoznačnim teorijama i jednadžbama. Nepoznata krivulja naprezanja u ovisnosti o deformaciji u plastičnom području uzrok je toj nejednoznačnosti u kontekstu oblikovanja limova. Iz tog razloga postoji više teorija o obliku te krivulje koja je presudna za poznavanje momenata, sila i energija, odnosno resursa potrebnih za obavljanje složene zadaće oblikovanja limova. Koristeći klasičnu Euler-Bernoullijevu teoriju o savijanju, u ovom Radu uspoređuju se tri različita modela opisivanja krivulje plastičnosti. Radi se o elastično idealno-plastičnom, elastično linearno-plastičnom te elastično nelinearno-plastičnom modelu. Na kraju, sukladno provedenom proračunu, došlo se do nekoliko bitnih zaključaka o kvaliteti pojedinih modela plastičnosti.

Ključne riječi: Oblikovanje limova, plastična deformacija, modeli plastičnosti

## SUMMARY

Roller sheet shaping is one of the more complex technological feats in the shipbuilding process. The main objective of every technological process is to increase the usable value of the materials which are being processed. In order to achieve that, it is important to execute those technological processes in a high-quality manner, meaning as fast as possible with as little resource consumption as possible. In the interest of the mentioned above, it is necessary to conduct a mathematical calculation, while maintaining a high quality theoretical background. However, such calculations are not always definite. Uncertain trend of the stress-strain curve in the plastic region of the homonymous diagram is the reason for the mentioned ambiguity in the context of metal sheet shaping. For that reason, there are several theories on the shape of that curve, which is so crucial in comprehending the amount of torque, force and energy, i. e. resources needed for completing such a complex job. By using the standard Euler-Bernoulli bending theory, this Thesis compares three different models of plasticity curves. More specifically, it gives comparison between elastic ideally-plastic, elastic linear-plastic and an elastic nonlinear-plastic model. In the end, with accordance to the completed calculation, some significant conclusions were drawn regarding the quality of each plasticity model.

Key words: sheet shaping, plastic deformation, plasticity models

## 1. UVOD

Cilj svakog tehnološkog procesa je, u konačnici, povećanje uporabne vrijednosti elemenata koji se obrađuju. Tehnološki procesi sastavljeni su od složenih inženjerskih postupaka, od teoretskih razmatranja do kvalitete fizičke realizacije. Brojni su čimbenici koje treba uzeti u obzir kada se procjenjuje kakvoća tehnološkog procesa. Polazišna točka svakog tehnološkog procesa je materijal, odnosno sva kvalitetna svojstva koja ga čine predmetom tehnološke obrade. Materijal je taj koji diktira kako će izgledati radionica, koliki će biti stroj, raspon alata, potrebno iskustvo osoblja itd. Stoga su karakteristike i fizikalni principi tehnoloških postupaka usko vezani uz fizička, kemijska, mehanička i tehnološka svojstva materijala. Pritom u obzir valja uzeti i utjecaj provedbe tehnoloških postupaka na svojstva poluproizvoda ili proizvoda čime se u konačnici uspostavlja složena interaktivna veza između tehnološkog postupka i materijala nad kojim se on provodi. Također, svaki je tehnološki postupak moguće karakterizirati i na temelju operativnih svojstava (brzina, kapacitet, broj komada, trajanje postupka i sl.) uzimajući pritom u obzir interakciju pojedinog postupka s ostatkom proizvodnog procesa, tokovima materijala i energije te sa sustavima transporta, skladištenja i kontrole iz čega proizlazi da je analiza fizikalnih principa tehnoloških postupaka temelj razvoja efikasnog tehnološkog procesa.

Takav je pristup važan i u slučaju postupaka oblikovanja materijala plastičnom deformacijom tijekom brodograđevnog proizvodnog procesa, stoga je svrha ovog Rada teoretski opisati postupak obrade limova plastičnom deformacijom, a potom tu teoriju i proračunom opravdati. Cilj ovog Rada je doprinos usporedbi elastično-idealno plastičnog, elastično-linearno plastičnog i elastično-nelinearno plastičnog modela plastičnosti u kvaliteti opisivanja realne krivulje naprezanja u ovisnosti o deformaciji u plastičnom području.

## 2. OBLIKOVANJE MATERIJALA U BRODOGRADNJI

Oblikovanje materijala u kontekstu brodograđevnog procesa predstavlja bitan korak samog procesa te spada u širu skupinu postupaka koji se nazivaju obrada materijala trupa broda. Generalno govoreći, obrada materijala se u brodogradilištima odvija prije predmontaže, a poslije predobrade materijala. Obrada materijala trupa broda može se podijeliti na obradu limova te obradu profila, dok pojam obrada u kontekstu brodogradnje obuhvaća rezanje, oblikovanje te kemijsku obradu (antikorozivna zaštita). Postupci oblikovanja se u uobičajenoj brodograđevnoj praksi provode za limove i pripadne profile uzvoja i vanjske oplata pramčanog i krmenog dijela broda, te za limove korugiranih pregrada iz čega proizlazi da su radionice oblikovanja materijala opterećene relativno malim protokom materijala. No neovisno o tome, postupci oblikovanja su karakteristični kao izuzetno složeni postupci za koje se zahtjeva veliko iskustvo operativnog osoblja. Uzimajući u obzir tehnološka svojstva i prateće strojeve, postupci oblikovanja se u praksi dijele na oblikovanje limova i oblikovanje profila. Postupci oblikovanja limova se nadalje mogu klasificirati kao jednoosno oblikovanje cilindričnih i stožastih ploha koje se provodi valjcima za oblikovanje u elasto-plastičnom području, dvoosno oblikovanje složenih ploha koje se provodi prešama u elasto-plastičnom području i oblikovanje oštih bridova prešama u plastičnom području. Oblikovanje profila se uobičajeno provodi elasto-plastičnim oblikovanjem u hladnom stanju prešama ili na kovačkoj platformi u toplom stanju prešama. Osnovna klasifikacija postupaka oblikovanja limova i profila prikazana je Slikom 2.1. Sadržaj ovog Rada usredotočen je na oblikovanje limova, dok će oblikovanje profila biti kratko dotaknuto.

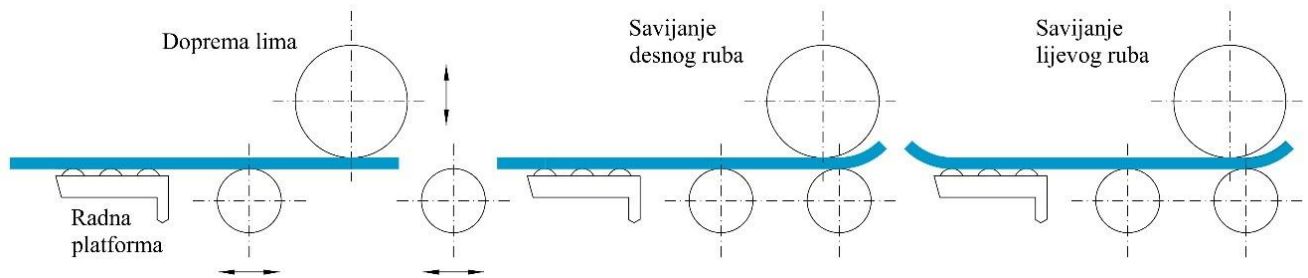


Slika 2.1 Klasifikacija postupaka oblikovanja limova i profila, [1]

## 2.1 Oblikovanje limova

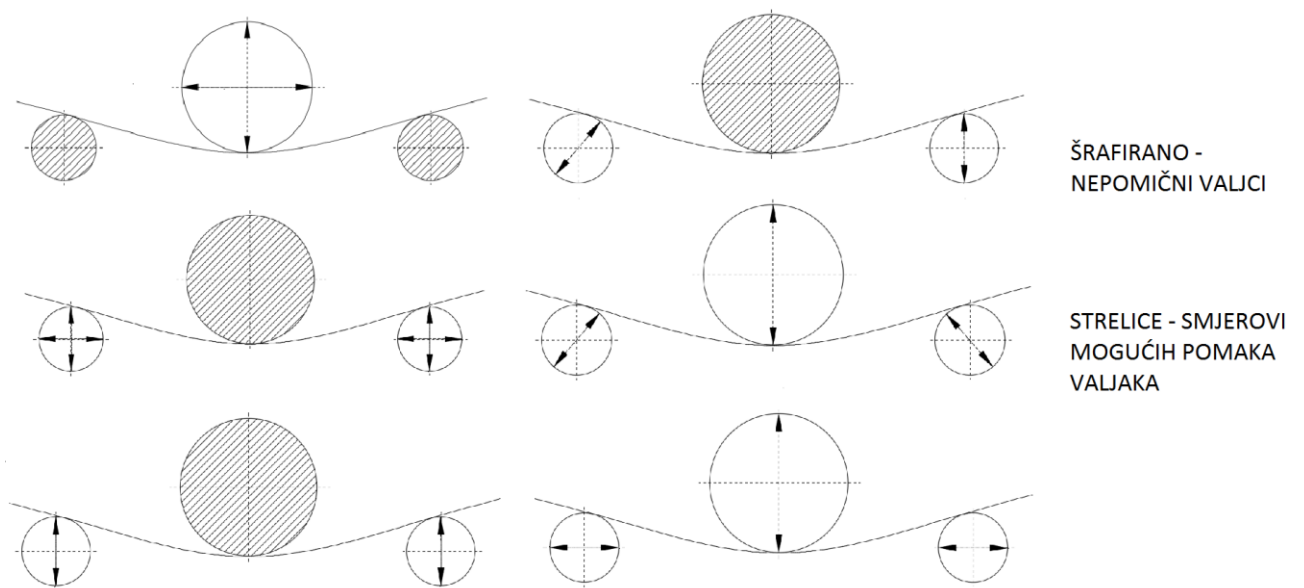
Gledajući tehnološki aspekt brodograđevnog procesa, oblikovanje limova jedna je od najkompliciranijih operacija. U novije vrijeme, oblikovanje limova se vrši isključivo hladno. Metoda oblikovanja lima ovisi o kompleksnosti potrebnog zakrivljenja. Lim vanjske oplata brodskog trupa, u području pramčanog i krmenog pika broda najčešće je potrebno oblikovati u dva smjera, u smjeru uzdužnom na lim te u poprečnom smjeru. U području paralelnog srednjaka najčešće se traži jednoosno zakrivljenje na području uzvoja, što pojednostavljuje operaciju oblikovanja. U brodograđalištima ne postoji jedinstveni postupak oblikovanja lima. Statistike pokazuju da približno 20% lima vanjske oplata broda zahtijeva tako malen stupanj oblikovanja da se to može vršiti prilikom predmontaže sekcija broda ili kod montaže takvih limova na brodu, pa izvođenje posebne operacije oblikovanja nije potrebno, a isto tako da najveći dio oblikovanog lima nema značajnih zakrivljenja, [2]. Postoji samo malen postotak lima, koji ovisi o veličini i tipu broda, gdje treba primijenjivati komplicirane postupke oblikovanja. Dok oblikovanje na valjcima i na prešama prevladava u današnje vrijeme, vrijedno je spomenuti i oblikovanje eksplozijom te na prešama s razvlačenjem, iako su te dvije metode isplative jedino u velikim serijama proizvodnje.

Metoda oblikovanja valjcima uključuje radne i potporne (fiksne) valjke čiji broj, položaj te stupanj slobode kretanja ovise o izvedbi. Suvremeni valjci za savijanje, prikladni za jednoosno oblikovanje limova, uobičajeno se sastoje od 3 ili 4 valjka koji se mogu translirati u poprečnom i vertikalnom smjeru čime se izravno utječe na opterećenje i konačni oblik obradka. Dodatna mogućnost zasebne translacije svakog kraja pojedinog valjaka omogućuje njihovo koso postavljanje u prostoru, odnosno oblikovanje stožastih ploha. Postupak oblikovanja limova u velikoj mjeri ovisi o konačnom obliku koji je potrebno postići te o svojstvima strojeva za oblikovanje. No, neovisno o tome, prikladno je osnovne elemente postupka oblikovanja ilustrirati na primjeru oblikovanja limova za potrebe gradnje cilindričnih spremnika na stroju s tri valjka. Nakon dopreme lima na radnu platformu valjaka za savijanje, postupak oblikovanja započinje savijanjem rubova limova postavljanjem donjih valjaka u asimetričan položaj s obzirom na gornji valjak, nakon čega slijedi oblikovanje preostalog djela lima tijekom kojeg je gornji valjak postavljen u simetričnom položaju s obzirom na donje valjke. Postupak prethodnog savijanja rubova je potrebno provesti kako bi se postigla ujednačena zakrivljenost cjelokupne plohe. U suprotnom bi, slično savijanju grede na zglobnim osloncima, rubovi lima ostali ravni i postavljeni u položaju tangente željene krivulje oblikovanja. U slučaju cilindrične forme oblikovanog lima, neophodno je spuštanjem jednog ležaja gornjeg valjka omogućiti njegovu otpremu, [1]. Shematski prikaz postupka oblikovanja limova na stroju s tri valjka prikazan je Slikom 2.2.



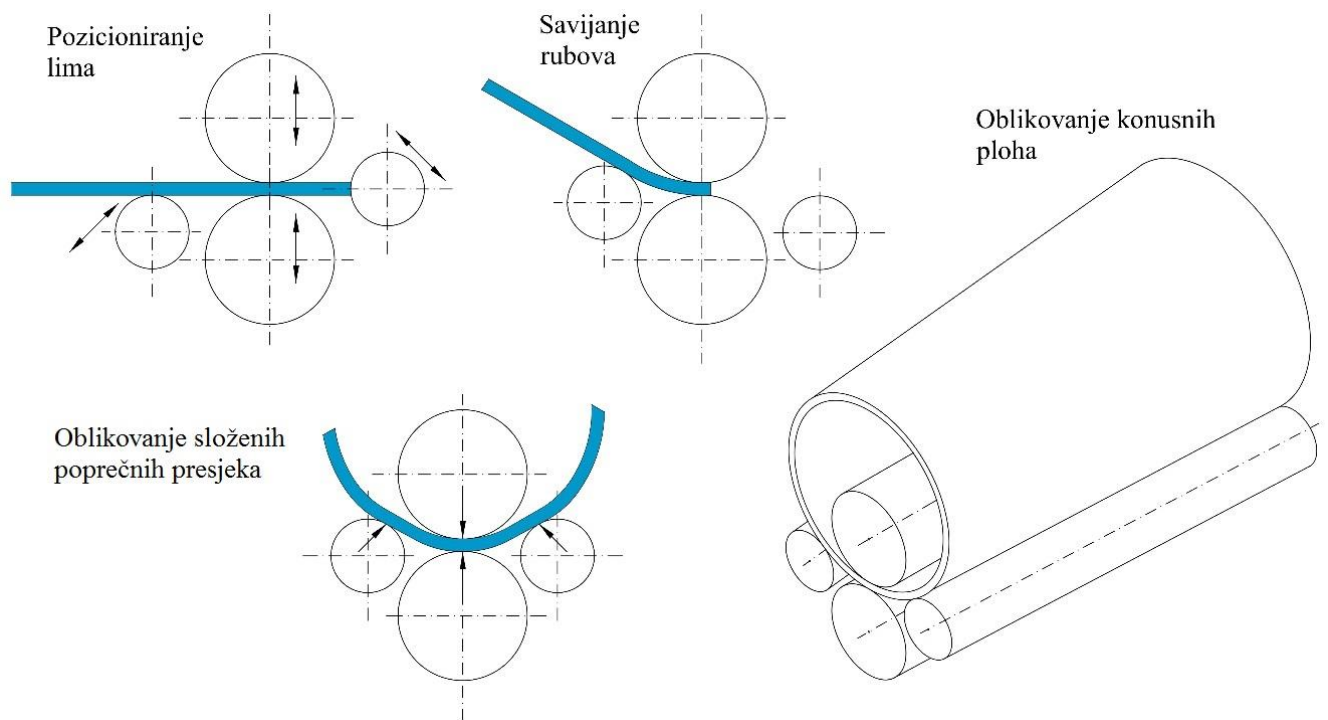
**Slika 2.2** Shematski prikaz postupka oblikovanja limova na stroju s tri valjka, [1]

Na Slici 2.3. prikazane su neke, najčešće izvedbe valjaka za oblikovanje kod trovaljčanog stroja.



**Slika 2.3** Najčešće izvedbe trovaljčanog stroja

Primjenu strojeva za oblikovanje s četiri valjka karakteriziraju povoljnija operativna svojstva koja omogućuju veći stupanj automatizacije rada poput jednostavnijeg pozicioniranja lima i savijanja rubova, veće točnosti oblikovanja, jednostavnog oblikovanja konusnih ploha te mogućnost oblikovanja jabučastog ili kruškolikog poprečnog presjeka. Navedena svojstva postupka oblikovanja s četiri valjka prikazana su Slikom 2.4.



**Slika 2.4** Osnovne operative prednosti oblikovanja s četiri valjka, [1]

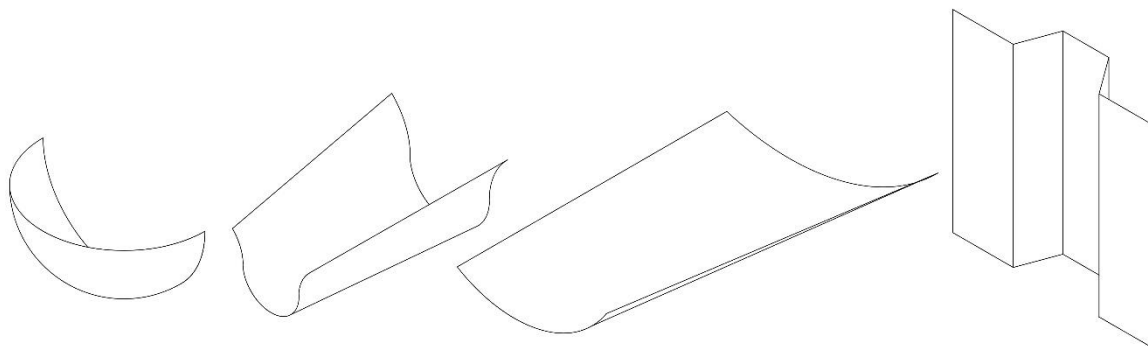
Neovisno o broju valjaka, strojevi za elasto-plastično oblikovanje limova izvede se s kao robusne konstrukcije velikih dimenzija s kućištem i postoljem od čelika povišene čvrstoće. Rotaciono i translacijsko gibanje valjaka omogućuju se elektromotornim, odnosno hidrauličkim pogonom kojima se upravlja putem korisničkog sučelja. Primjer suvremenog stroja za elasto-plastično oblikovanje limova prikazan je Slikom 2.5.



**Slika 2.5** Suvremeni stroj s četiri valjka za elasto-plastično oblikovanje limova, [3]

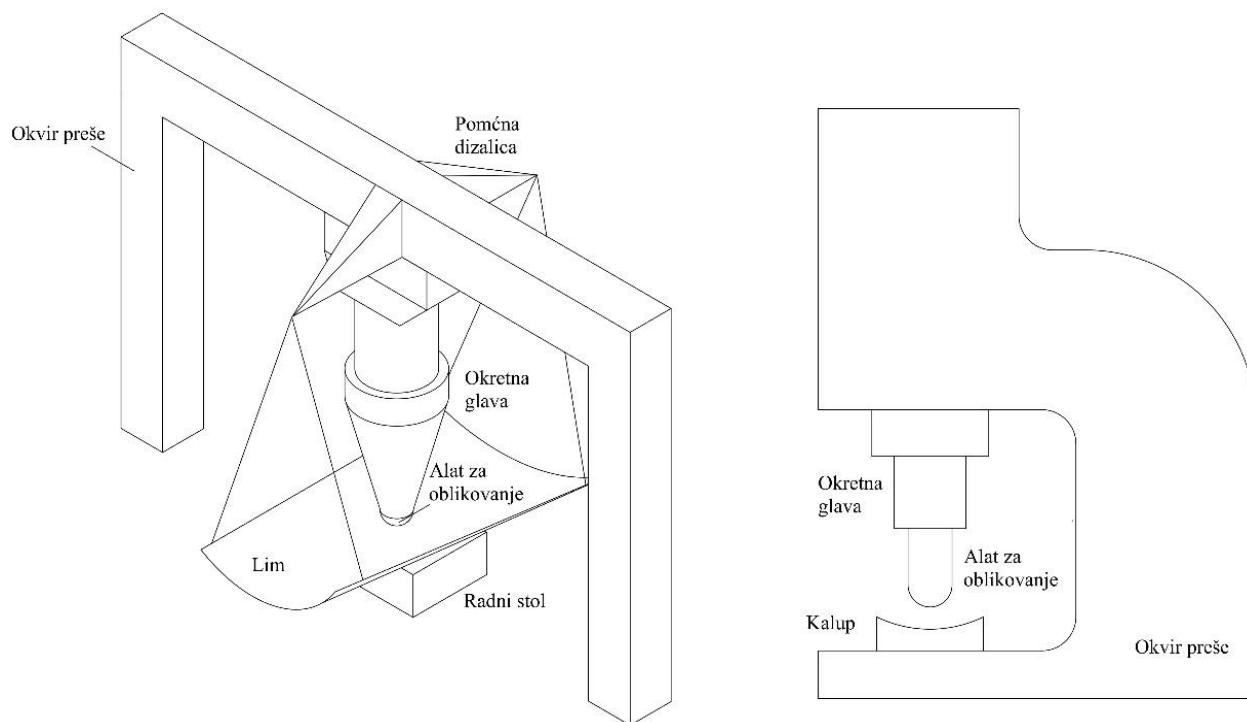


Dok se valjci za savijanje uglavnom koriste za oblikovanje cilindrične forme lima, prešama se može postići gotovo svaki oblik lima. Brodograđevna tehnologija preše koristi u svrhu elasto-plastičnog oblikovanja oplata krmenog i pramčanog dijela broda, kao i za plastično oblikovanje limova korugiranih pregrada. Preše odlikuje velika operativna fleksibilnost te značajna veličina stroja, a izvode se kao jednostupne i dvostupne konstrukcije s hidrauličkim pogonom. Oblikovanje lima na prešama sastoji se od niza međusobno povezanih lokalnih deformacija lima pomoću kojih se postupno približava konačnom, traženom obliku. Pri oblikovanju dvoosno zakrivljenog lima prešom potrebno je tijekom samog procesa pomicati lim koji se obrađuje, najčešće u sva tri prostorna smjera, pa je u tu svrhu svaka preša dodatno opremljena s najmanje dvije dizalice kojima se olakšava pozicioniranje obradka te ukupno rukovanje prešom. Važno je napomenuti da je rad s prešom izrazito podložan ljudskom faktoru te da zahtijeva poprilično iskustvo radnika koji s njom rukuju. Tipični izgled dvoosno zakrivljenih ploha i ploha s oštrim bridovima prikazan je Slikom 2.6.



**Slika 2.6** Tipične dvoosno zakrivljene plohe i plohe s oštrim bridovima, [1]

Elasto-plastično oblikovanje dvoosno zakrivljenih limova u pravilu se provodi pomoću dvostupnih ili tzv. H preša, dok se jednostupne ili tzv. G-preše koriste za oblikovanje elemenata trupa manjih dimenzija, [2]. Neovisno o tome, osnovna značajka dvoosnog oblikovanja je iterativnost postupka gdje najviše dolazi do izražaja već spomenuto veliko potrebno iskustvo operativnog osoblja. Shematski prikaz dvostupne i jednostupne preše te ilustracija oblikovanja dvostupnom prešom prikazani su slikom 2.7. Primjer suvremene preše za dvoosno oblikovanje limova prikazan je Slikom 2.8.



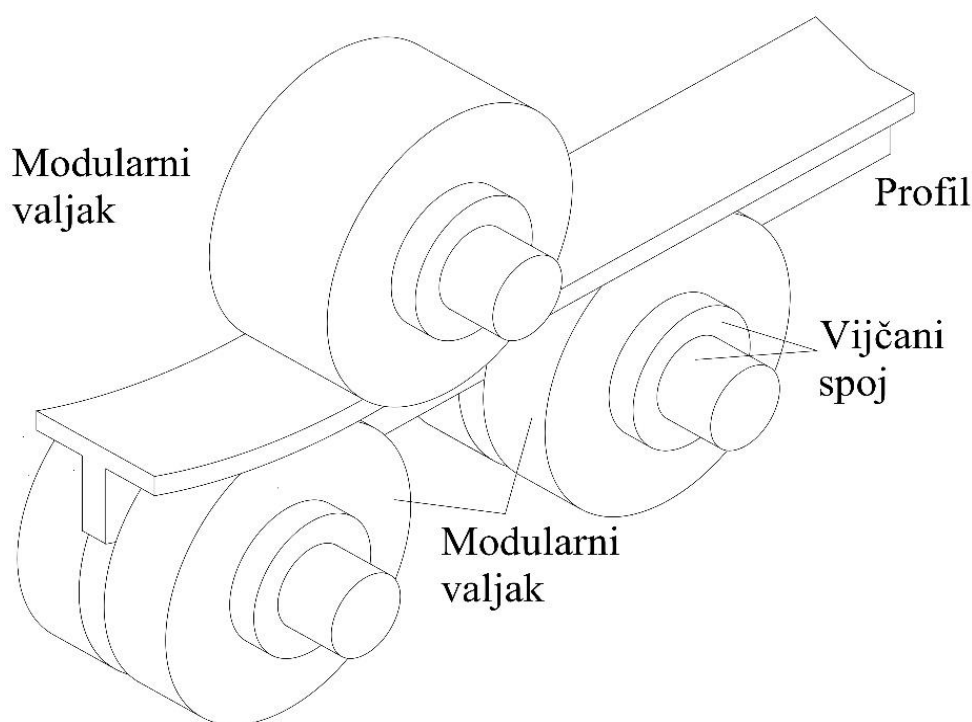
Slika 2.7 Shematski prikaz dvostupne i jednostupne preše, [1]



Slika 2.8 Suvremena preša za dvoosno oblikovanje limova, [1]

## 2.2 Oblikovanje profila

Oblikovanje profila se u praksi provodi u hladnom, ali za razliku od oblikovanja limova, i u toplom stanju. Postupci elasto-plastičnog oblikovanja profila u hladnom stanju u velikoj su mjeri slični postupcima elasto-plastičnog oblikovanja jednoosno zakrivljenih limova. Hladno oblikovanje profila se obavlja prešama ili valjcima za oblikovanje te postoje dva principa rada. Prvi princip, koji se provodi na prešama, obuhvaća umetanje profila u prešu, pričvršćivanje klještima, deformiranje hidrauličkim cilindrom, opuštanje klješta te uzdužni pomak profila do sljedeće pozicije za deformaciju. Drugi je princip kontinuiranog pomaka na valjcima i to je najčešći postupak oblikovanja profila. Valjčani strojevi za oblikovanje profila izvode se s tri ili četiri valjka koji se tijekom postupka rotiraju i transliraju čime se istovremeno ostvaruje gibanje profila i opterećenje materijala vanjskom silom u svrhu oblikovanja. Modularna izvedba valjaka ima veliku važnost za operativne karakteristike stroja, jer se na taj način, montažom odgovarajućeg modula, omogućuju optimalni uvjeti rada za različite poprečne presjeke profila, [1]. Princip rada stroja s modularnim valjcima prikazan je Slikom 2.9.

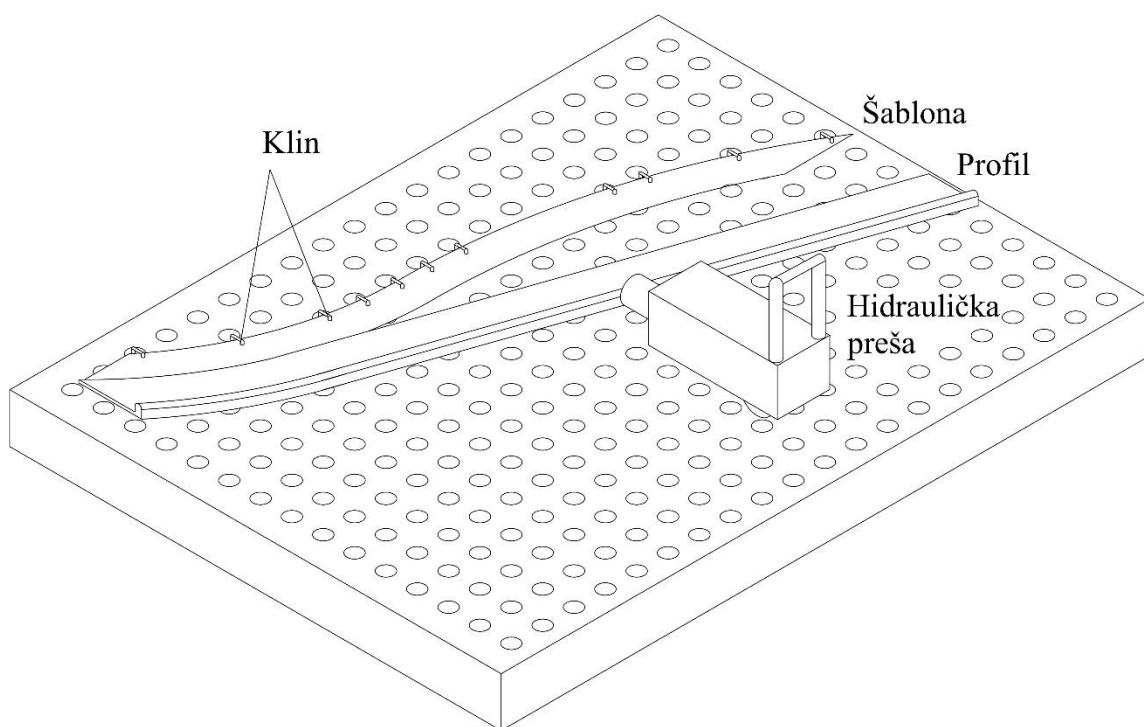


Slika 2.9 Osnovni princip rada stroja za oblikovanje profila, [1]

Oblikovanje profila u toplom stanju iznimno je zahtjevan postupak koji se provodi iterativno u otežanim radnim uvjetima zbog visokih temperatura na kojima se oblikovanje provodi. Imajući na umu razvoj suvremenih strojeva za oblikovanje profila s nizom povoljnih operativnih karakteristika, postupak oblikovanja profila u toplom stanju provodi se iznimno za potrebe oblikovanja profila koje nije moguće provesti u hladnom stanju, poput malih polumjera zakrivljenosti (veća zakrivljenost) nosača s velikim momentom otpora. Postupak se

odvija u kovačnici, na perforiranoj platformi od lijevanog željeza. Profil se u peći zagrijava na temperatura koje nadmašuju temperaturu rekristalizacije materijala, odnosno oko 1200 °C, te se postavlja uz šablonu koja se prethodno klinovima učvrstila na platformi. Profil se potom pomoću pomičnih hidrauličkih preša pritišće iterativno uz šablonu do postizanja željenog oblika. Ukoliko se profil ohladi tijekom premještanja preše, potrebno ga je ponovno zagrijati.

Oblikovanje T profila pritom zahtjeva dodatno postavljanje privremene popune između platforme i struka profila. Ilustracija postupka oblikovanja profila u toplom stanju prikazana je Slikom 2.10.

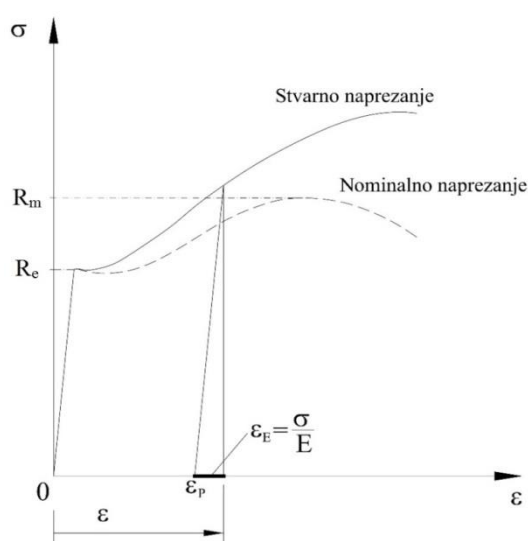


**Slika 2.10 Ilustracija postupka oblikovanja profila u toplom stanju, [1]**

### 3. TEORIJSKE OSNOVE PLASTIČNIH DEFORMACIJA

Postupak obrade materijala oblikovanjem svoj temelj ima u teoriji plastičnih deformacija kojom se matematički opisuje nastanak trajnih deformacija duktilnih materijala. Funkcionalna ovisnost naprežanja i nastalih deformacija uobičajeno se određuje ispitivanjem standardnih epruveta na kidalici u skladu sa standardnim uvjetima ispitivanja u kontekstu brzine deformacije i okolišne temperature. Klasičan inženjerski prikaz rezultata ispitivanja obuhvaća nominalni dijagram pri čemu je nominalno naprežanje,  $\sigma_N$ , određeno na temelju inicijalne površine poprečnog presjeka epruvete,  $A_0$ , a nominalna deformacija,  $\epsilon_N$ , dijeljenjem produljenja s početnom duljinom epruvete,  $l_0$ . Navedeni pristup problemu često se naziva i Lagrangeov pristup kojim se dovoljno točno opisuje ponašanje materijala u području malih, elastičnih deformacija. U slučaju značajnih promjena karakteristika epruvete neophodno je primijeniti Eulerov pristup temeljen na trenutnoj površini poprečnog presjeka,  $A$ , i trenutnoj duljini epruvete,  $l$ , kojima se određuje funkcionalna ovisnost stvarnog (Cauchy-evog) naprežanja i logaritamske (prirodne) deformacije. Kvalitativna usporedba nominalne i stvarne krivulje naprežanja tipičnih duktilnih materijala prikazana je Slikom 3.1.

Dijagram počinje iz ishodišta pravcem koji se naziva Hookeovim pravcem i za koji vrijedi Hookeov zakon:  $\sigma = E \cdot \epsilon$ . Što je modul elastičnosti  $E$  veći, za isto istežanje  $\epsilon$  bit će potrebno veće naprežanje  $\sigma$ , odnosno nagib Hookeovog pravca bit će strmiji. Svako naprežanje u području u kojem vrijedi Hookeov zakon izaziva samo elastičnu deformaciju (istežanje) pa nakon rasterećenja deformacija iščezava. Hookeov pravac približno završava granicom razvlačenja  $R_e$ , koja predstavlja ono naprežanje kod kojeg se epruveta počinje produljivati bez povećanja naprežanja. Naprežanja od granice razvlačenja dalje rastu nelinearno do vlačne čvrstoće  $R_m$ , koja predstavlja osnovno mehaničko svojstvo na temelju kojeg se materijali vrednuju prema svojoj mehaničkoj otpornosti. Bitno je napomenuti kako vlačna čvrstoća nije maksimalno naprežanje već naprežanje pri maksimalnoj sili, jer površina presjeka epruvete od trenutka postizanja maksimalne sile počinje se naglo smanjivati pa stvarno naprežanje raste unatoč smanjenju sile, [4].



Slika 3.1. Kvalitativan prikaz krivulja nominalnog i stvarnog naprežanja duktilnog materijala, [1]

Karakteristična točka dijagrama je granica razvlačenja,  $R_e$ , kojom završava linearno područje elastičnih deformacija opisanih Hooke-ovim zakonom te započinje područje plastičnih deformacija. Prema Slici 3.1. vrijedi:

$$\sigma = E \epsilon_p + E \epsilon_e \quad (3.1)$$

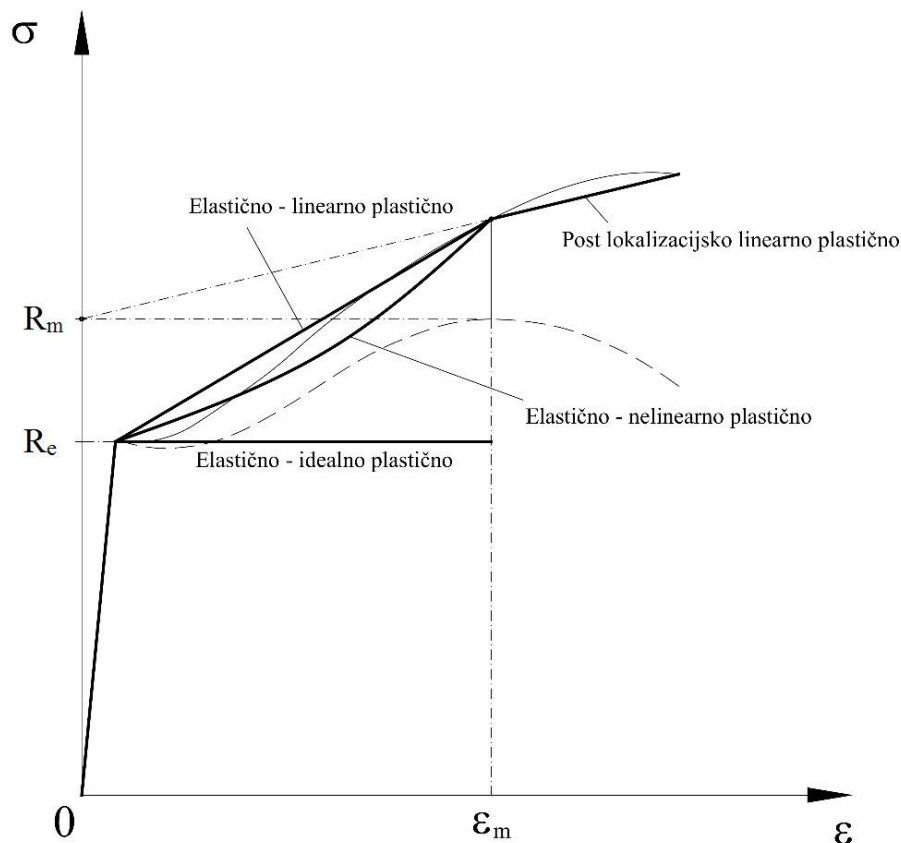
gdje je  $\epsilon_p$  trajna plastična deformacija, a  $\epsilon_e$  elastični povrat. Osnovna posljedica plastične deformacije na funkcionalnu ovisnost naprezanja i deformacije je očvršćivanje materijala svakim novim ciklusom opterećivanja i rasterećivanja čime nova granica razvlačenja postaje najveće naprezanje postignuto tijekom prethodnog ciklusa zbog čega se krivulja stvarnog naprezanja naziva i krivulja očvršćivanja, [1]. Kontinuiranim porastom naprezanja duljina epruvete se povećava proporcionalno smanjenju površine poprečnog presjeka uz uvjet  $V = A_0 l_0 = A l$  do točke vlačne čvrstoće materijala,  $R_m$ , nakon čega se deformacija lokalizira i napreduje do loma uz smanjenje opterećenja. Pritom je važno istaknuti da je sve do trenutka lokalizacije deformacije, na temelju uvjeta  $V = const$ , krivulju stvarnog naprezanja moguće izraziti pomoću nominalnog naprezanja kao  $\sigma_N$ , gdje je stvarno naprezanje,  $\sigma$  nominalno naprezanje i  $\ln \frac{l}{l_0}$  logaritamska ili prirodna deformacija. Za slučajeve kada je  $\sigma_N < 0.1$  razlika prirodne i nominalne deformacije ne prelazi 5% te se stoga za inženjerske potrebe izraz može pojednostaviti uz uvjet  $\sigma_N < 0.1$  iz čega slijedi da je

$$\sigma = \sigma_N e^{\epsilon_p} \quad (3.2)$$

Krivulju stvarnog naprezanja u području plastičnih deformacija do početka lokalizacije moguće je približno opisati analitičkim izrazima temeljenim na opsežnim eksperimentalnim istraživanjima i ovisno o duktilnim svojstvima materijala. Najbolji primjer je eksplicitni izraz naprezanja kao funkcije deformacije, modula elastičnosti, granice razvlačenja i eksponenta  $n$ , [1], odnosno

$$\sigma = \begin{cases} E \epsilon, & \epsilon \leq \frac{R_e}{E} \\ R_e \left( \frac{E \epsilon}{R_e} \right)^n, & \epsilon \geq \frac{R_e}{E} \end{cases} \quad (3.3)$$

Izborom koeficijenta  $n$  plastične deformacije mogu se klasificirati kao *elastične - idealno plastične*, ( $n=0$ ), *elastične - linearno plastične*, ( $n=1$ ) i *elastične - nelinearno plastične*, prikazano na Slici 3.2.

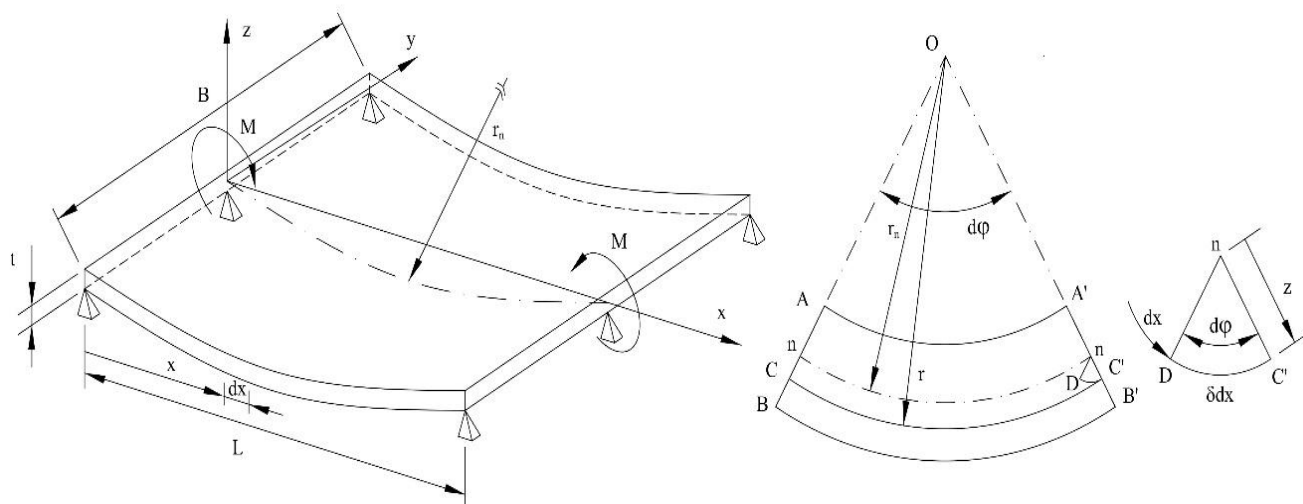


Slika 3.2. Usporedba analitičkih izraza naprežanja u području plastičnih deformacija, [1]

U analizi plastičnih deformacija značajna su sva tri navedena modela plastičnosti. Elastično – idealno plastični model, kao najjednostavniji model, značajan je jer znatno pojednostavljuje kasniji proračun vezan za plastične deformacije. Elastično – linearno plastični model predstavlja ravnotežu između kompleksnosti koju daje pokušaj realnijeg prikaza međusobne ovisnosti naprežanja i deformacije te i dalje relativno jednostavnog proračuna radi linearnosti spomenute ovisnosti u plastičnom području. Elastično – nelinearno plastični model je bitan, unatoč kompleksnosti uslijed nelinearnosti, radi točnosti funkcije  $\sigma(\varepsilon)$  koja proizlazi iz polinoma odabranog stupnja, također u plastičnom području dijagrama. Kao što ćemo kasnije vidjeti, svaki je model radi svojih kvaliteta vrijedan, te primijenjiv u određenim slučajevima proračuna radi kojeg se izvodi analiza plastičnih deformacija.

#### 4. ANALIZA DEFORMACIJA USLIJED PLASTIČNOG OBLIKOVANJA

Oblikovanje materijala je, kao što je već rečeno, zahtjevan tehnološki postupak tijekom kojeg se na materijal djeluje momentima savijanja do postizanja željenog oblika obradka. Postupak oblikovanja se provodi valjcima ili prešama s pripadnim pomoćnim alatima kojima se vanjsko opterećenje direktno prenosi na obradak čime se u materijalu induciraju elastične te trajne plastične deformacije. Vanjsko opterećenje i energija potrebni za oblikovanje obradka ovise o njegovim materijalnim karakteristikama, veličini tražene deformacije i eksploatacijskim uvjetima u kojima se oblikovanje provodi. Slika 4.1. prikazuje razmatranje deformacije obradka proizvoljnog poprečnog presjeka tijekom oblikovanja. Navedeni je problem moguće opisati koristeći niz jednostavnih ili pak iznimno složenih analitičkih i numeričkih modela koji se razlikuju s obzirom na svoju točnost. Međutim, za potrebe analize i projektiranja brodograđevnog proizvodnog procesa, klasična i najjednostavnija Euler-Bernoullijeva teorija predstavlja dovoljno pouzdan proračunski model na temelju kojega se mogu izvesti osnovni izrazi za momente, sile i energije deformiranja, kao i varijable koje su relevantne za taj proračun, [1].



Slika 4.1. Deformacija obradka tijekom oblikovanja

Na temelju klasične pretpostavke o okomitosti poprečnog presjeka i neutralne linije, nn, obradka slijedi da presjeci AB i A'B' diferencijalnog elementa obradka nakon deformacije tvore kut  $d$  uslijed čega su se gornja vlakna skratila, a donja produljila. Duljina neutralne linije jednaka je početnoj duljini diferencijalnog elementa te vrijedi da je

$$nn \, dx = r_n d \tag{4.1}$$

gdje je  $r_n$  polumjer zakrivljenosti neutralne linije. Deformacija proizvoljnog vlakna CC smještenog na udaljenosti  $z$  od neutralne linije, prema Slici 4.1., slijedi iz odnosa

$$\frac{l}{l_0} = \frac{CC'-CD}{nn} = \frac{dx}{r_n d} = \frac{z}{r_n} \tag{4.2}$$



Uz izraz (4.2), veliku važnost za praktične analize postupka oblikovanja ima i pojam reduciranog polumjera zakrivljenosti,  $r$ , koji izražen u odnosu na debljinu obradka glasi

$$r = \frac{r_n}{t}. \tag{4.3}$$

Uvrštavanjem izraza (4.3) u (4.2), uz  $z = \frac{t}{2}$  slijedi da je odnos najveće deformacije i reduciranog polumjera zakrivljenosti jednak

$$\frac{1}{2r}. \tag{4.4}$$

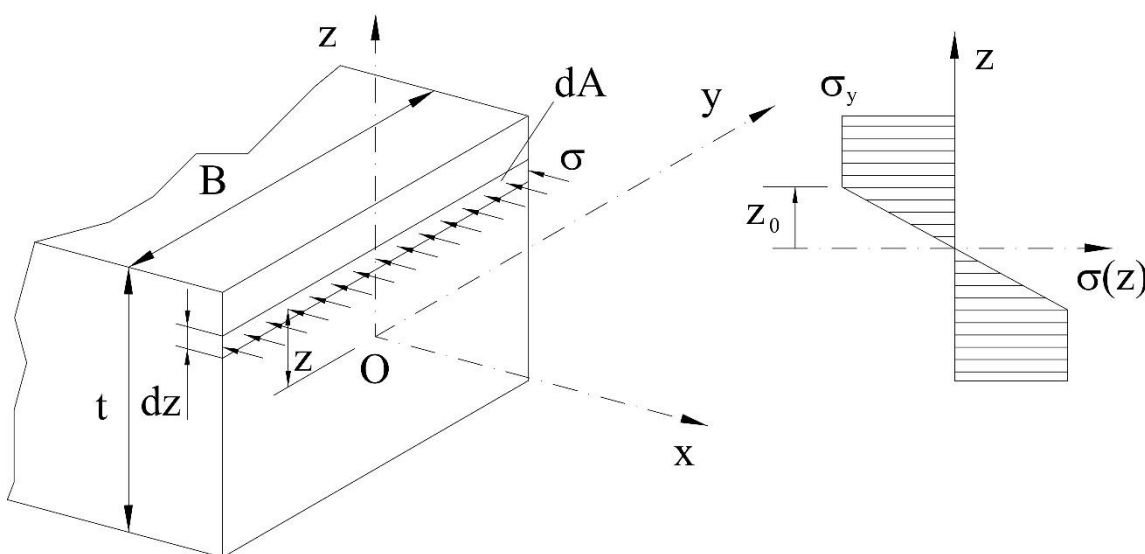
Osobita uloga reduciranog polumjera zakrivljenosti, odnosno veličine deformacije, očituje se u podjeli praktičnih problema oblikovanja na *elasto-plastično oblikovanje* za polumjere zakrivljenosti  $5 \leq \tilde{r} \leq 200$  i pripadne deformacije  $0.0025 \leq \epsilon \leq 0.1$ , i *plastično oblikovanje* za polumjere zakrivljenosti  $\tilde{r} \leq 5$  i pripadne deformacije  $\epsilon \geq 0.1$ . Budući da je ovaj Rad orijentiran na elasto-plastično oblikovanje, momenti savijanja, pripadne sile i energija potrebna za provođenje postupaka oblikovanja prikazani su u nastavku poglavlja isključivo za slučaj elasto-plastičnog oblikovanja.

Postupak elasto-plastičnog oblikovanja se u brodogradilištu provodi valjcima i prešama za savijanje pomoću kojih se oblikuju limovi i profili brodskog trupa pri čemu je naprezanje uslijed djelovanja vanjskog opterećenja manje od vlačne čvrstoće materijala. U nastavku je prikazana analiza oblikovanja limova, no bitno je napomenuti da se ti izrazi na jednak način mogu primijeniti i za analizu oblikovanja profila, budući da je fizikalna podloga elasto-plastičnog oblikovanja limova i profila jednaka. Radi pojednostavljenja teoretskih razmatranja i proračuna, u sklopu ovog Rada pretpostavit će se da je materijal homogen i izotropan te da su poprečni presjeci simetrični.

Iz uvjeta ravnoteže vanjskog opterećenja i unutarnjih sila u ravnini savijanja slijedi odnos definiran izrazom:

$$M = \int_A z \sigma(z) dA \tag{4.5}$$

gdje je  $M$  moment savijanja,  $z$  raspodjela naprezanja obradka po visini i  $dA$  diferencijalna površina. Pojašnjenje navedenog izraza ilustriran je Slikom 4.2.



Slika 4.2. Prikaz djelovanja naprezanja na diferencijalnu površinu obradka, [1]

Na Slici 4.2. (desno) prikazana je raspodjela naprezanja obradka po visini za elastično-idealno plastični model plastičnosti. Raspodjela naprezanja u plastičnom području prikazana vertikalnim pravcem karakteristična je samo za elastično-idealno plastični model, no raspodjela naprezanja u elastičnom području (do  $z_0$ ) zajednička je svim modelima. Jednadžba:

$$\sigma(z) = \frac{R_e}{z_0} z, \quad (4.6)$$

prikazuje raspodjelu naprezanja u elastičnom području.

Karakteristična koordinata  $z_0$  koja predstavlja granicu između elastično i plastično deformiranog djela obradka slijedi iz izraza (4.2) prema kojem vrijedi da je

$$z_0 = r_n \frac{R_e}{E} \quad (4.7)$$

Uz analizu momenata savijanja bitno je istaknuti da je, u slučaju čistog savijanja, progibna ploha dobivena postupkom oblikovanja opisana jednadžbom kružnice polumjera  $r_n$ , odnosno

$$x \frac{L}{2} - z \sqrt{r_n^2 - \frac{L^2}{4}} = r_n^2, \quad (4.8)$$

iz čega je moguće zaključiti da se postupak oblikovanja svodi na izbor kružnica polumjera  $r_n$  i pripadnih momenata savijanja kojima se dovoljno točno opisuje unaprijed zadana funkcija progiba odnosno oblika koji je potrebno formirati. Navedeni izrazi predstavljaju temelj za razvoj numerički upravljanih strojeva za oblikovanje limova i profila, [1].

Sila koja je potrebna za oblikovanje obradka proizlazi iz razmatranja statičke ravnoteže elasto-plastičnog oblikovanja, Slika 4.3., koje je moguće idealizirati gredom oslonjenom na dva zglobna oslonca postavljena na razmaku  $l_v$  i opterećenom na sredini silom  $F$ , Slika 4.3. Tada je sila u osloncu,  $F_a$ , jednaka

$$F_a = \frac{F}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}, \quad (4.9)$$

a moment savijanja i krak sile, [5],

$$M = F_a x = r_n \sin \frac{\alpha}{2} \cdot F. \quad (4.10)$$

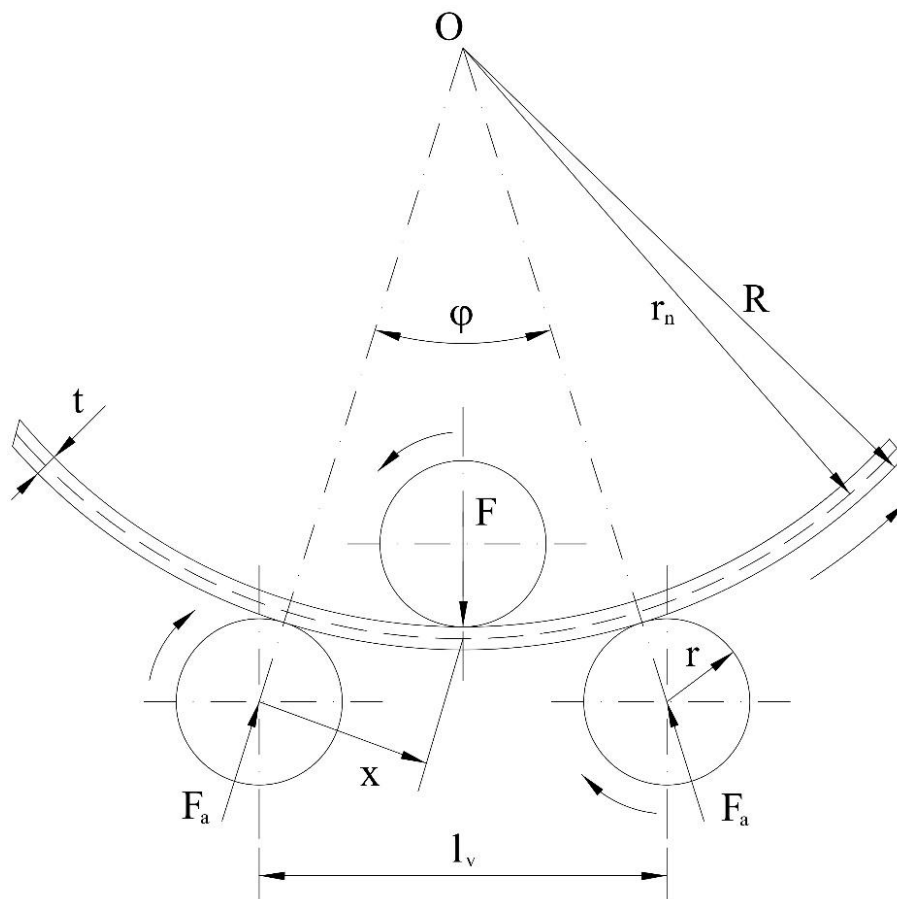
Uvrštavanjem izraza (4.9) u (4.10) slijedi da je potrebna sila opterećenja jednaka

$$F = \frac{2M}{r_n \tan \frac{\alpha}{2}}, \quad (4.11)$$

gdje je moment savijanja zadan izrazom (4.5). Također je važno istaknuti kako sila opterećenja, uz željeni polumjer zakrivljenosti i moment savijanja ovisi i o kutu savijanja,  $\alpha$ , koji proizlazi iz osnovnih geometrijskih odnosa te iznosi

$$\alpha = 2 \arcsin \frac{l_v}{2 R - r}. \quad (4.12)$$

Stoga je, za potrebe elasto-plastičnog oblikovanja elemenata brodske, uz polumjer zakrivljenosti i moment savijanja, neophodno propisati i kut savijanja, što je osobito važno za strojeve s mogućnošću horizontalnog i vertikalnog pomicanja donjih valjaka čime se utječe na krak sile,  $x$ , i udaljenost između donjih valjaka,  $l_v$ .



Slika 4.3. Geometrijski prikaz oblikovanja lima valjcima, [1]

Energija koja je potrebna za provođenje elasto-plastičnog savijanja jednog segmenta obradka duljine  $l_v$  jednaka je umnošku momenta i kuta savijanja, odnosno

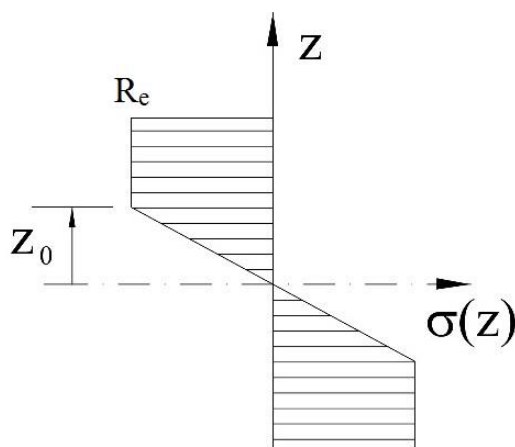
$$E = M\varphi \cong \frac{M}{r_n} l_v. \quad (4.13)$$

Energiju definiranu izrazom (4.13) potrebno je dodatno uvećati uzimajući u obzir gibanje lima tijekom postupka, odnosno rotaciju gornjeg i donjih valjaka, te energiju utrošenu na postavljanje valjaka za savijanje u željeni položaj, [1], no ta će energija biti zanemarena u proračunu ovog Rada.

U nastavku će u zasebnim potpoglavljima biti razrađeni izrazi za raspodjele naprezanja u plastičnim područjima, te izrazi za momente potrebne za oblikovanje, posebno za svaki model plastičnosti. Kada su u potpunosti poznati izrazi za raspodjelu naprezanja po cijeloj visini obradka te izrazi za momente; sile i energije potrebne za oblikovanje računat će se prema izrazima (4.11) i (4.13) budući da su ionako zajednički svim modelima plastičnosti.

### 4.1 Elastično – idealno plastičan model

Raspodjela naprezanja elastično-idealno plastičnog modela prikazana je Slikom 4.4. Iz slike vidimo da je raspodjela naprezanja u plastičnom području vertikalna pravac s iznosom naprezanja jednakim granici razvlačenja materijala,  $R_e$ . Raspodjela naprezanja u elastičnom području određena je jednadžbom (4.6).



Slika 4.4. Raspodjela naprezanja elastično-idealno plastičnog modela

Uz poznatu raspodjelu naprezanja, možemo egzaktno odrediti moment potreban za oblikovanje:

$$M = \int_A z\sigma dA = 2 \int_0^{z_0} z\sigma(z)Bdz + 2 \int_{z_0}^{t/2} zR_e Bdz = 2B \int_0^{z_0} \frac{R_e}{z_0} z^2 dz + 2BR_e \int_{z_0}^{t/2} z dz \tag{4.14}$$

pri čemu se  $\sigma(z)$  određuje prema jednadžbi (4.6),  $z_0$  se određuje prema jednadžbi (4.7),  $B$  je širina, a  $t$  debljina obradka.

Jednostavnim integriranjem gornjeg izraza dobivamo:

$$M = R_e(W + S), \tag{4.15}$$

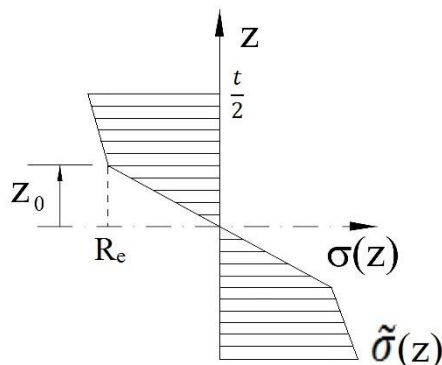
gdje su moment otpora elastično deformiranog djela obradka,  $W$ , i statički moment površine plastično deformiranog djela obradka,  $S$ , jednaki

$$W = \int_0^{z_0} z^2 dA = \frac{2}{z_0} I, \quad S = \int_{z_0}^{t/2} z dA, \quad Bdz = dA. \tag{4.16}$$

Sila djelovanja na obradak kao i energija potrošena na oblikovanje računat će se prema izrazima (4.11) i (4.13).

## 4.2 Elastično – linearno plastičan model

Raspodjela naprezanja elastično-linearno plastičnog modela prikazana je slikom 4.5.



Slika 4.5. Raspodjela naprezanja po visini za elastično-linearno plastičan model

Raspodjela naprezanja u plastičnom području izražena je preko  $\tilde{\sigma}(z)$ . Budući da se radi o pravcu, jednadžbu ćemo dobiti iz jednadžbe pravca koristeći dvije poznate točke. Dobivamo:

$$\tilde{\sigma}(z) = \frac{\tilde{\sigma}_{t/2} - R_e}{\frac{t}{2} - z_0} (z - z_0) + R_e \quad (4.17)$$

pri čemu je  $\tilde{\sigma}_{t/2}$  naprezanje na gornjem ili donjem rubu poprečnog presjeka, ujedno i najveće naprezanje. Osim te veličine, sve ostale su direktno poznate. Pristupanjem rješavanju jednadžbe pravca preko Slike 3.2., dobiva se:

$$\tilde{\sigma}(\varepsilon) = \tilde{E} \varepsilon - R_e \left( \frac{\tilde{E}}{E} - 1 \right) \quad (4.18)$$

gdje je

$$\tilde{E} = \frac{R_m - R_e}{\varepsilon_m - \varepsilon_e} \quad (4.19)$$

modul očvršćenja materijala, [4]. Uz poznatu deformaciju na rubu obradka prema (4.2):

$$\varepsilon_{\frac{t}{2}} = \frac{\frac{t}{2}}{r_n} = \frac{t}{2r_n}, \quad (4.20)$$

možemo lako odrediti i naprezanje na rubu obradka:

$$\tilde{\sigma}_{t/2} = \tilde{E} \frac{t}{2r_n} - R_e \left( \frac{\tilde{E}}{E} - 1 \right) \quad (4.21)$$

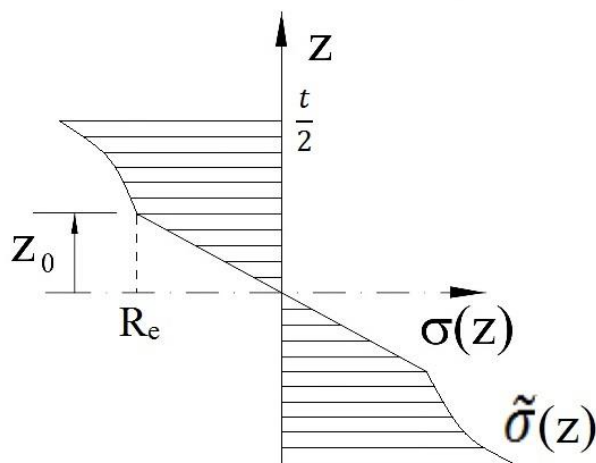
čime su poznati svi podaci za računanje momenta potrebnog za oblikovanje:

$$M = \int_A \sigma(z)z dA = 2 \int_0^{z_0} z\sigma(z)B dz + \int_{z_0}^{\frac{t}{2}} z\tilde{\sigma}(z)B dz = 2 \int_0^{z_0} \frac{R_e}{z_0} z^2 B dz + 2 \int_{z_0}^{\frac{t}{2}} \frac{\tilde{\sigma}_{\frac{t}{2}} - R_e}{\frac{t}{2} - z_0} z^2 B dz - 2 \int_{z_0}^{\frac{t}{2}} \frac{\tilde{\sigma}_{\frac{t}{2}} - R_e}{\frac{t}{2} - z_0} z_0 z B dz + 2 \int_{z_0}^{\frac{t}{2}} R_e z B dz \quad (4.22)$$

Sila djelovanja na obradak kao i energija potrošena na oblikovanje računat će se prema izrazima (4.11) i (4.13).

### 4.3 Elastično – nelinearno plastičan model

Raspodjela napreznja za elastično-nelinearno plastičan model prikazana je Slikom 4.6.



Slika 4.6. Raspodjela napreznja elastično-nelinearno plastičnog modela

Raspodjela napreznja u plastičnom području određena je jednačbom

$$\tilde{\sigma}(\varepsilon) = R_e \left( \frac{E\varepsilon}{R_e} \right)^2, \quad (4.23)$$

pri čemu je koeficijent  $n$  uzet kao  $n=2$ , što znači da je odabran polinom drugog stupnja za opis raspodjele napreznja u plastičnom području.

Ukoliko raspodjelu napreznja napišemo u ovisnosti o visini obradka

$$\tilde{\sigma}(z) = az^2 + bz + c, \quad (4.24)$$

potrebno je izračunati nepoznate koeficijente  $a$ ,  $b$  i  $c$ . To možemo postići postavljanjem triju rubnih uvjeta kako slijedi:

$$\tilde{\sigma}(z_0) = R_e = az_0^2 + bz_0 + c \quad (4.25)$$

$$\left(\frac{t}{2}\right) = R_e \left(\frac{Et}{2r_n R_e}\right)^2 = a\left(\frac{t}{2}\right)^2 + b\frac{t}{2} + c \quad (4.26)$$

$$\frac{d\tilde{\sigma}(z)}{dz} = 2az + b = 0 \quad \text{za } z = z_0 \quad (4.27)$$

Jednadžbe (4.25), (4.26) i (4.27) čine 3 jednadžbe s 3 nepoznanice, čijim matičnim rješavanjem dobivamo:

$$a = \frac{A}{D} \quad (4.28)$$

$$b = \frac{-2z_0 A}{D} \quad (4.29)$$

$$c = \frac{E^2 t^2 z_0^2 + r_n^2 R_e^2 t^2 - 4r_n^2 R_e^2 t z_0}{D} \quad (4.30)$$

gdje su pomoćne vrijednosti A i D jednake:

$$A = E^2 t^2 - 4r_n^2 R_e^2 \quad (4.31)$$

$$D = r_n^2 R_e (t - 2z_0)^2 \quad (4.32)$$

Time su poznate sve vrijednosti potrebne za računanje momenta djelovanja na obradak.

$$M = \int_A z \sigma dA = 2 \int_0^{z_0} \sigma(z) B z dz + 2 \int_{z_0}^{\frac{t}{2}} \tilde{\sigma}(z) B z dz. \quad (4.33)$$

Raspisivanjem dobivamo:

$$M = 2B \int_0^{z_0} \frac{R_e}{z_0} z^2 dz + 2B \int_{z_0}^{\frac{t}{2}} a z^3 dz + 2B \int_{z_0}^{\frac{t}{2}} b z^2 dz + 2B \int_{z_0}^{\frac{t}{2}} c z dz \quad (4.34)$$

Sila djelovanja na obradak kao i energija potrošena na oblikovanje računat će se prema izrazima (4.11) i (4.13).

## ■ ILUSTRATIVNI PRIMJERI PRORAČUNA

U ovom poglavlju pokazat će se rezultati proračuna različitih modela plastičnosti na temelju izložene teorije. Računali su se momenti, sile i energije u ovisnosti o materijalima te debljinama limova. Za proračun je korišten Microsoft Excel softver. Materijali, njihova svojstva, [6], dimenzije obradka te karakteristike stroja koji su primijenjeni u ovom proračunu prikazani su u Tablicama 5.1. – 5.3. Rezultati su prikazani na Slikama 5.1. – 5. 18. Izložene su usporedbe triju modela plastičnosti te usporedbe elastično-idealno plastičnog i elastično-linearno plastičnog modela radi bolje preglednosti.

**Tablica 5.1. Materijali korišteni u proračunu i njihova svojstva**

SVOJSTVA	MATERIJAL		
	Čelik ST24	Čelik AH36	Aluminij
Granica razvlačenja $R_e$ [N/mm <sup>2</sup> ]	235	355	70
Vlačna čvrstoća $R_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]	440	550	110
Modul elastičnosti $E$ [N/mm <sup>2</sup> ]	210000	210000	70000

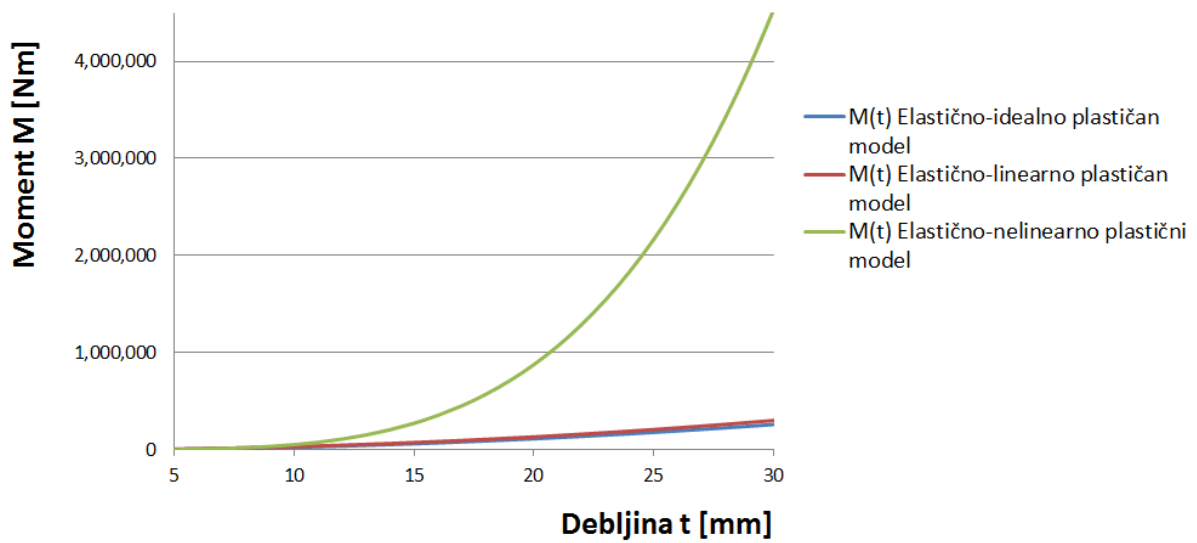
**Tablica 5.2 Dimenzije obradka korištenog u proračunu**

DIMENZIJE OBRADKA	
Širina obradka $B$ [m]	5
Debljina obradka $t$ [mm]	10

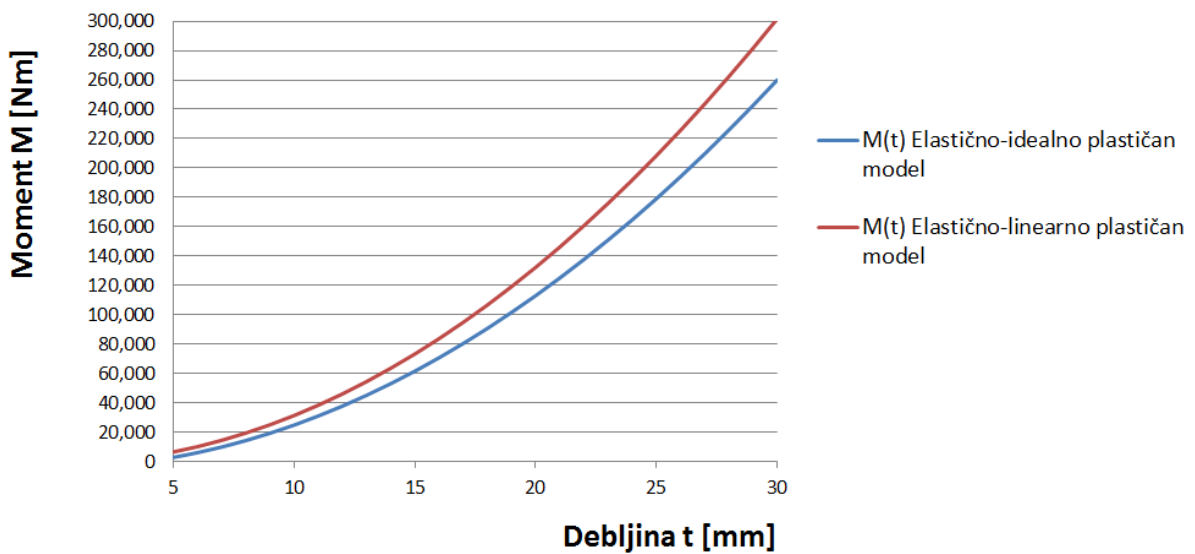
**Tablica 5.3 Karakteristike stroja korištenog u proračunu**

KARAKTERISTIKE STROJA	
Udaljenost između valjaka $l_v$ [m]	0.6
Promjer valjaka $r$ [m]	0.2
Polumjer zakrivljenosti neutralne linije $r_n$ [m]	3

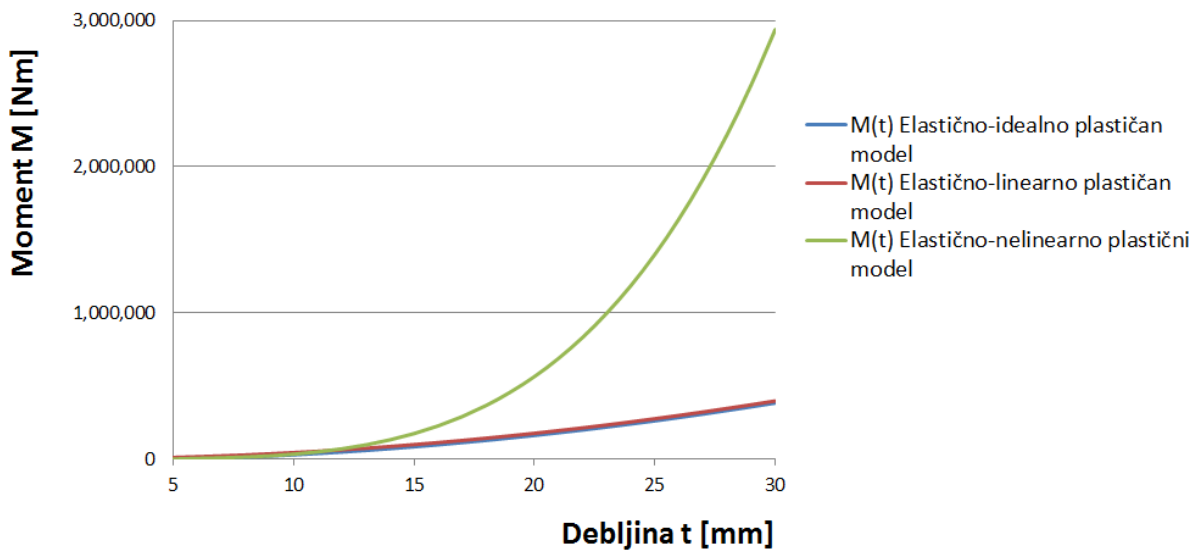




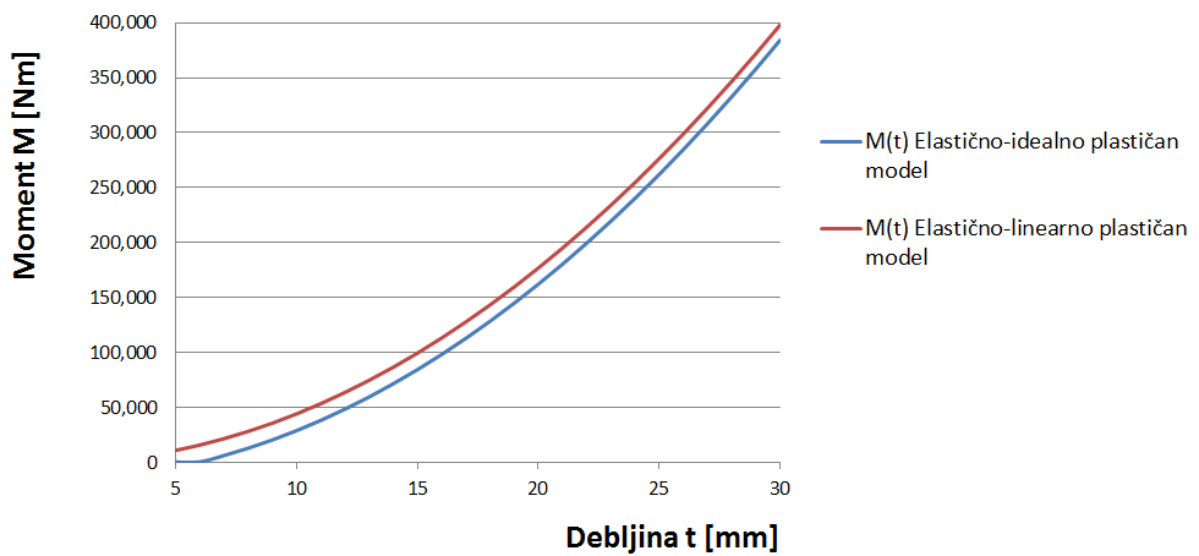
Slika 5.1. Ovisnost momenta o debljini obradka za čelik ST24 (3 modela)



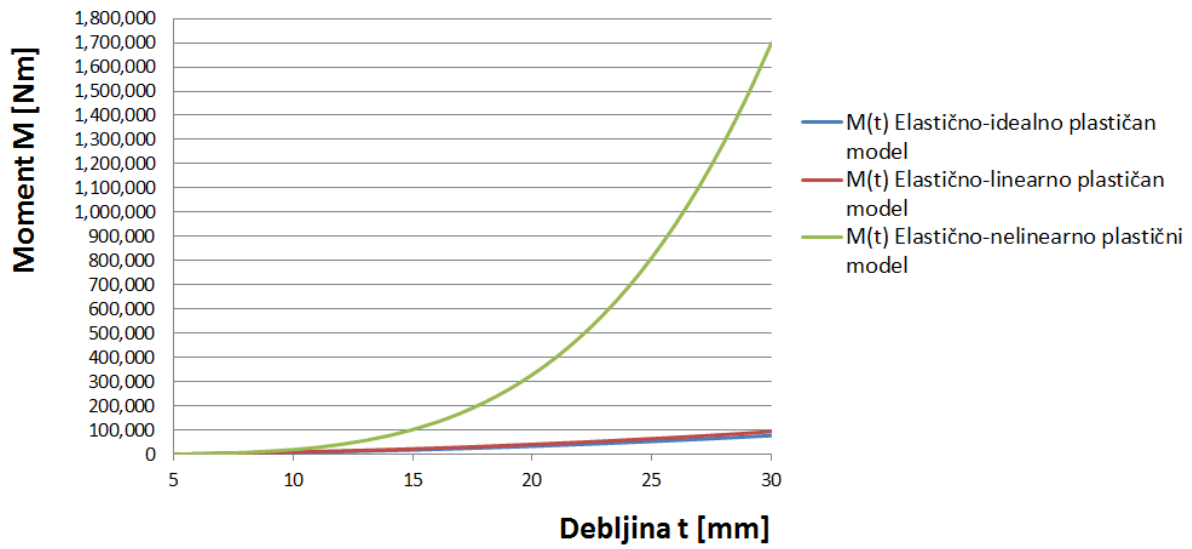
Slika 5.2. Ovisnost momenta o debljini obradka za čelik ST24 (2 modela)



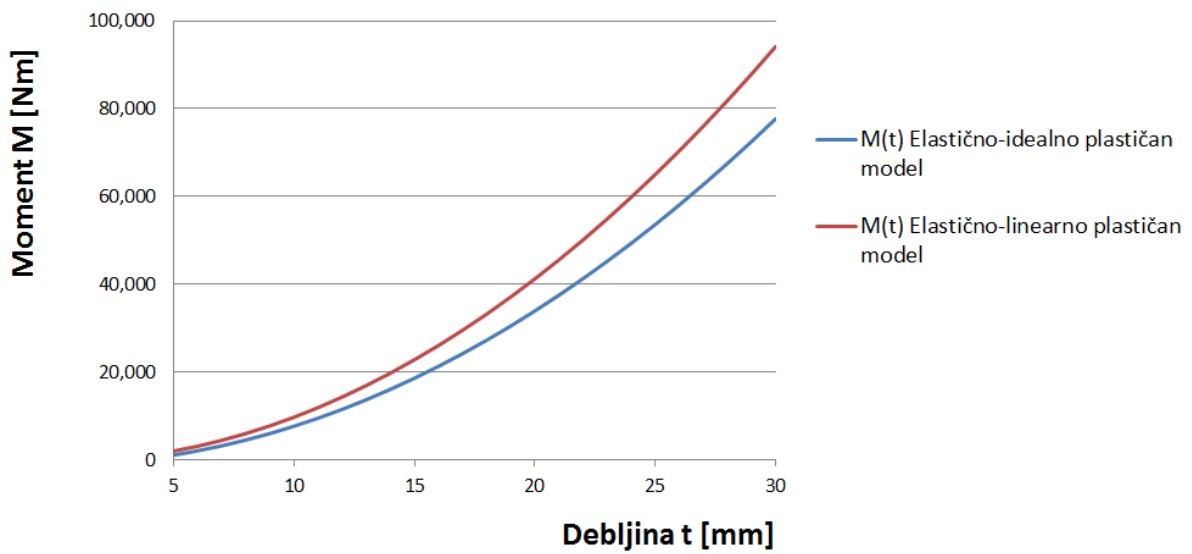
Slika 5.3. Ovisnost momenta o debljini obradka za čelik AH36 (3 modela)



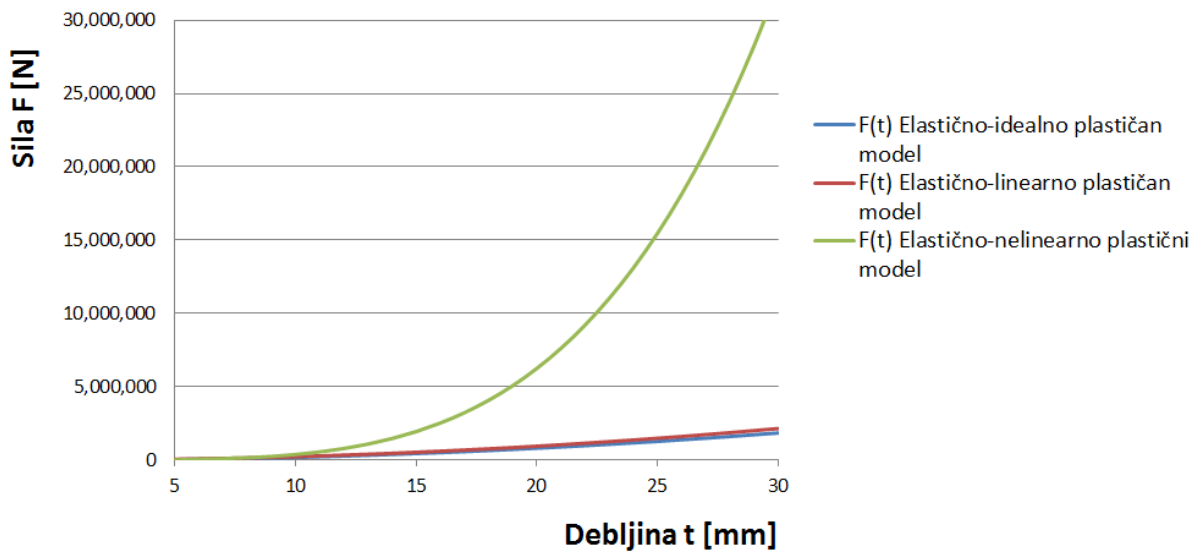
Slika 5.4. Ovisnost momenta o debljini obradka za čelik AH36 (2 modela)



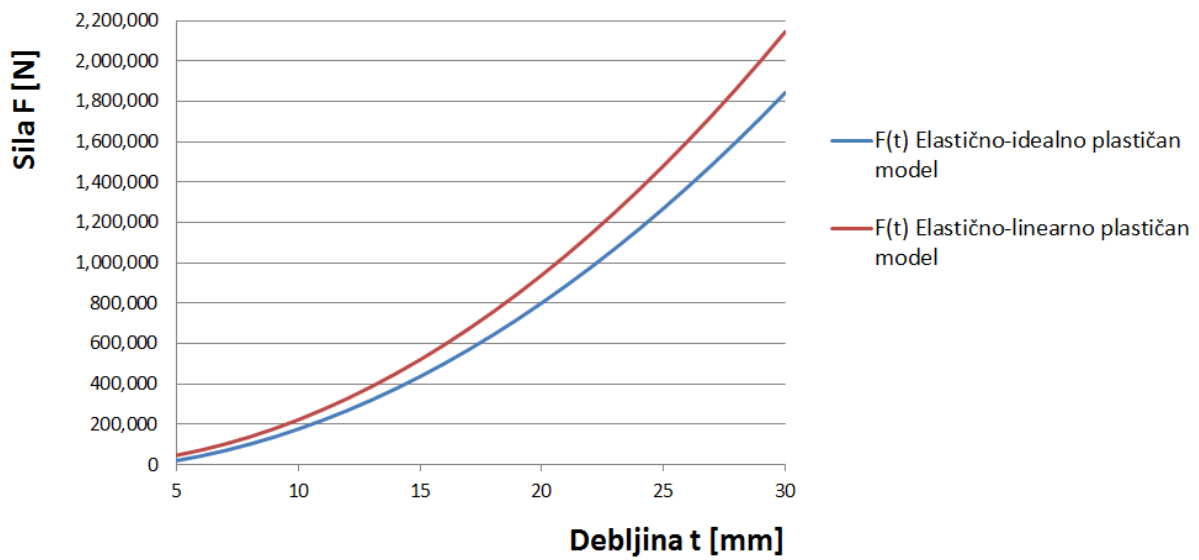
Slika 5.5. Ovisnost momenta o debljini obradka za aluminij (3 modela)



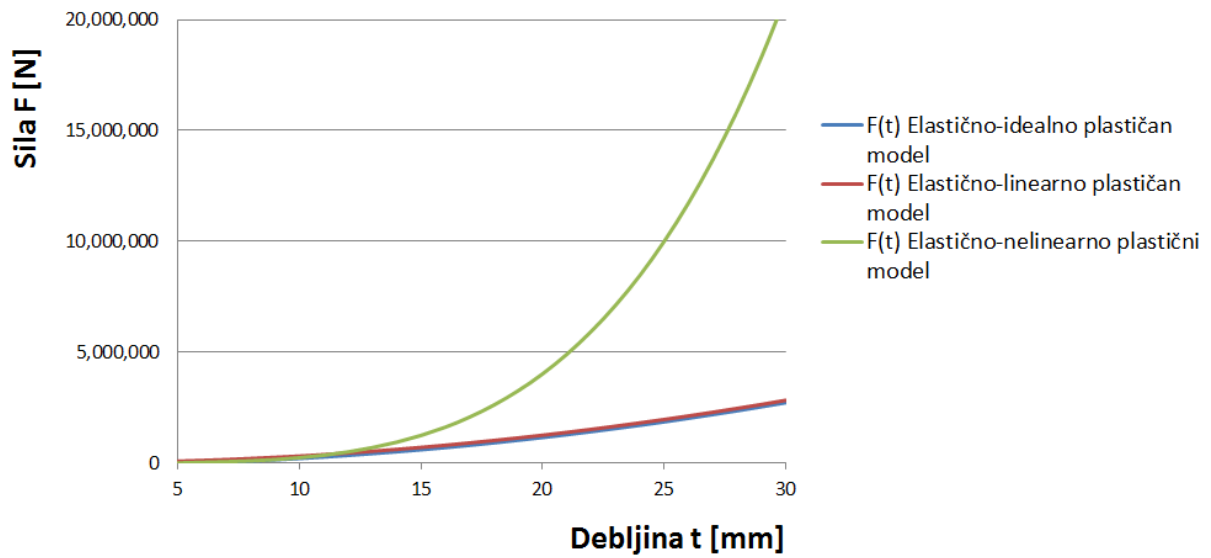
Slika 5.6. Ovisnost momenta o debljini obradka za aluminij (2 modela)



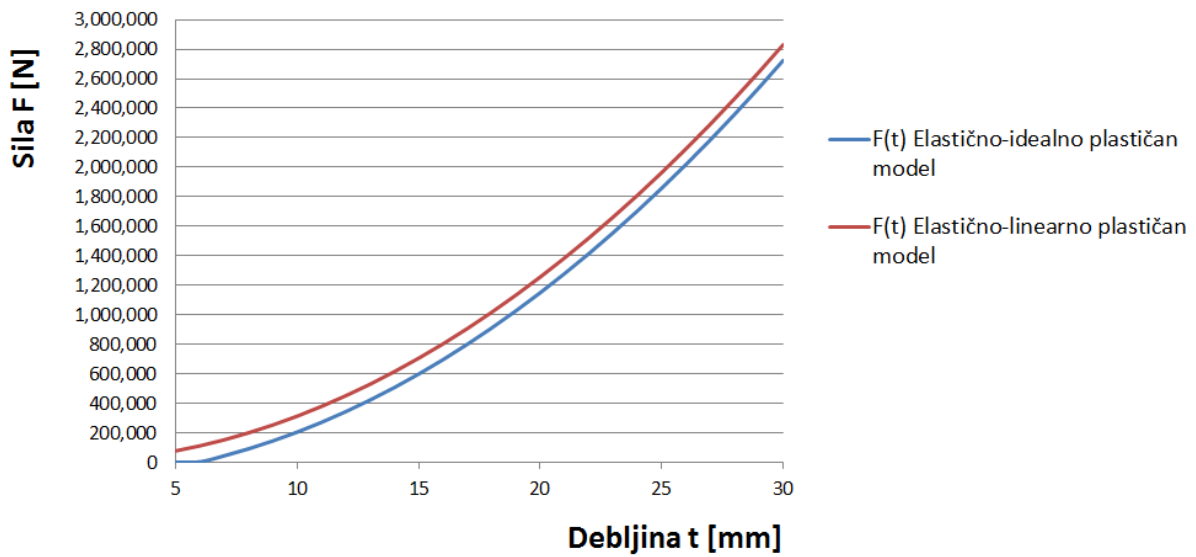
Slika 5.7. Ovisnost sile o debljini obradka za čelik ST24 (3 modela)



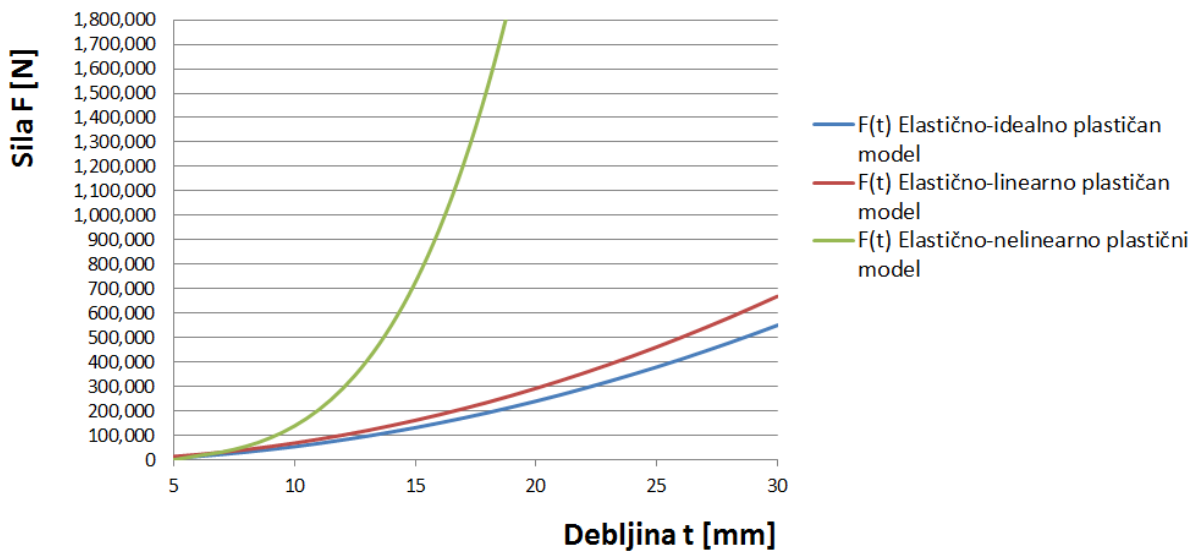
Slika 5.8. Ovisnost sile o debljini obradka za čelik ST24 (2 modela)



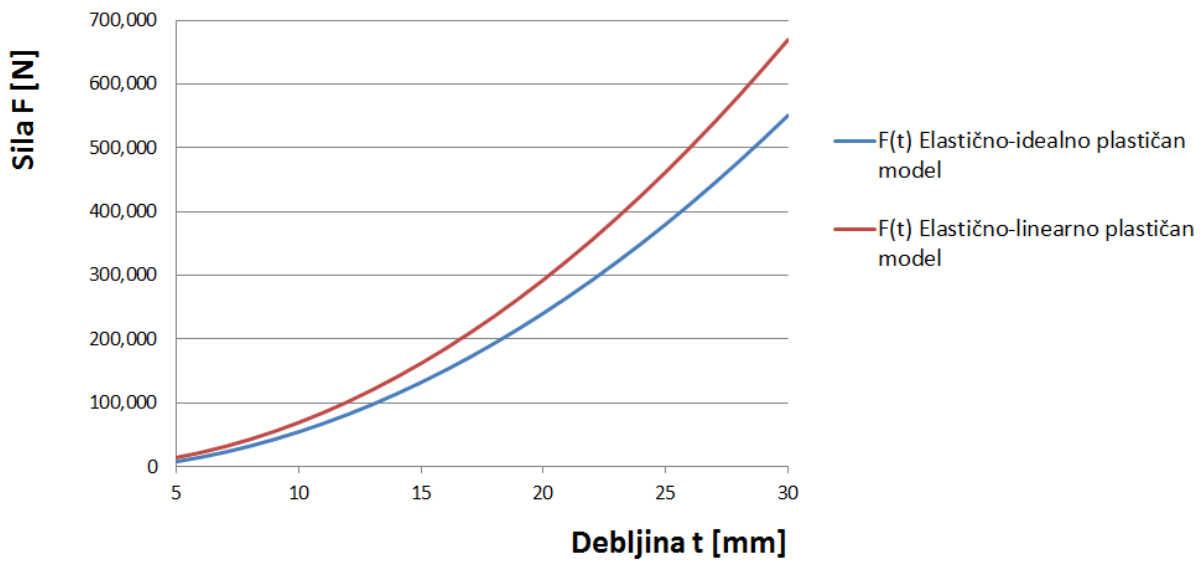
Slika 5.9. Ovisnost sile o debljini obradka za čelik AH36 (3 modela)



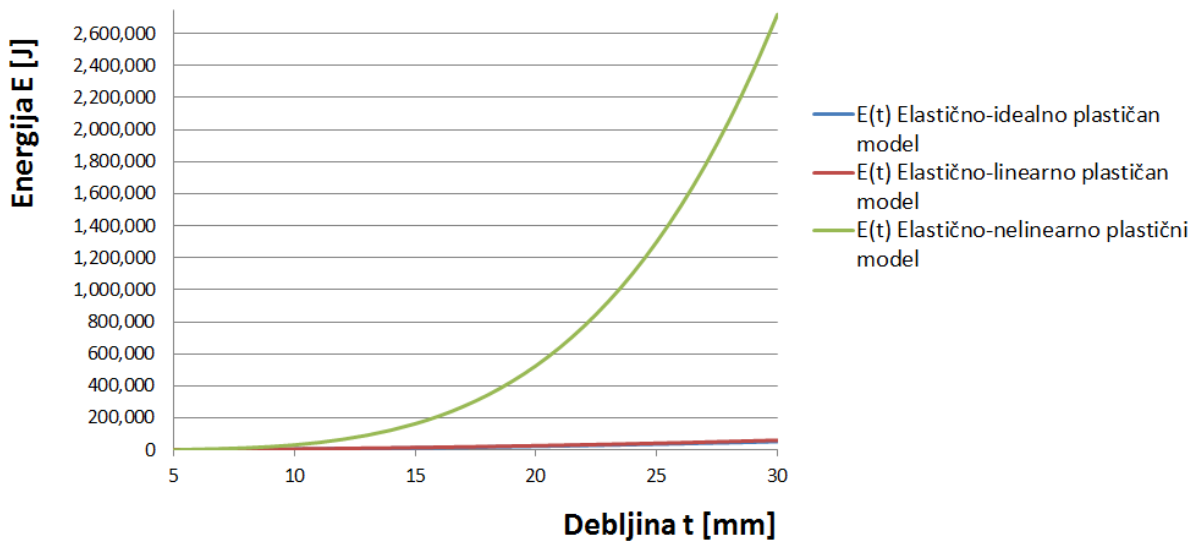
Slika 5.10. Ovisnost sile o debljini obradka za čelik AH36 (2 modela)



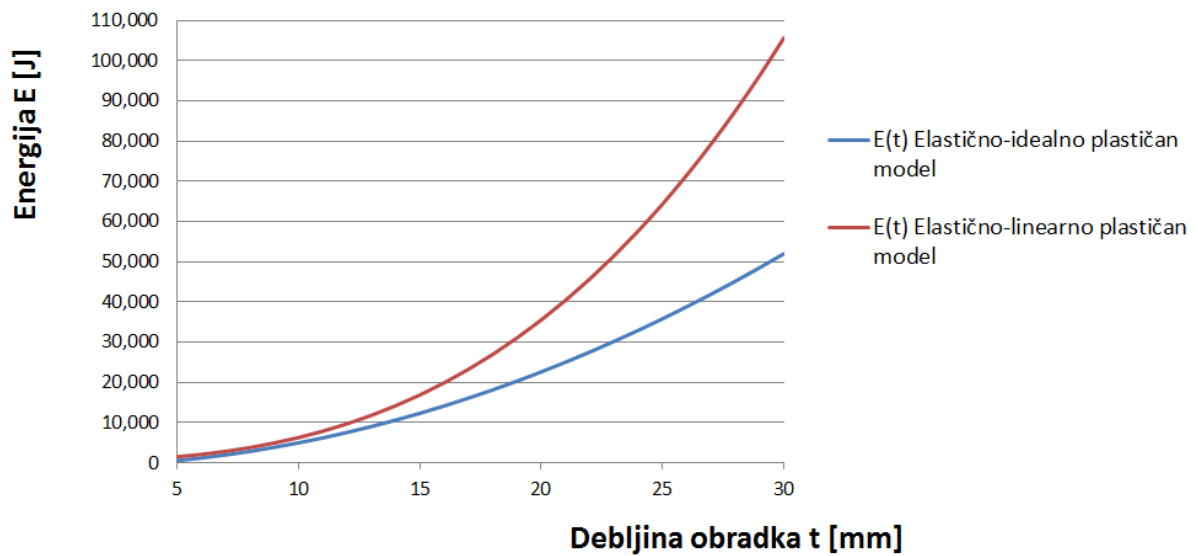
Slika 5.11. Ovisnost sile o debljini obradka za aluminij (3 modela)



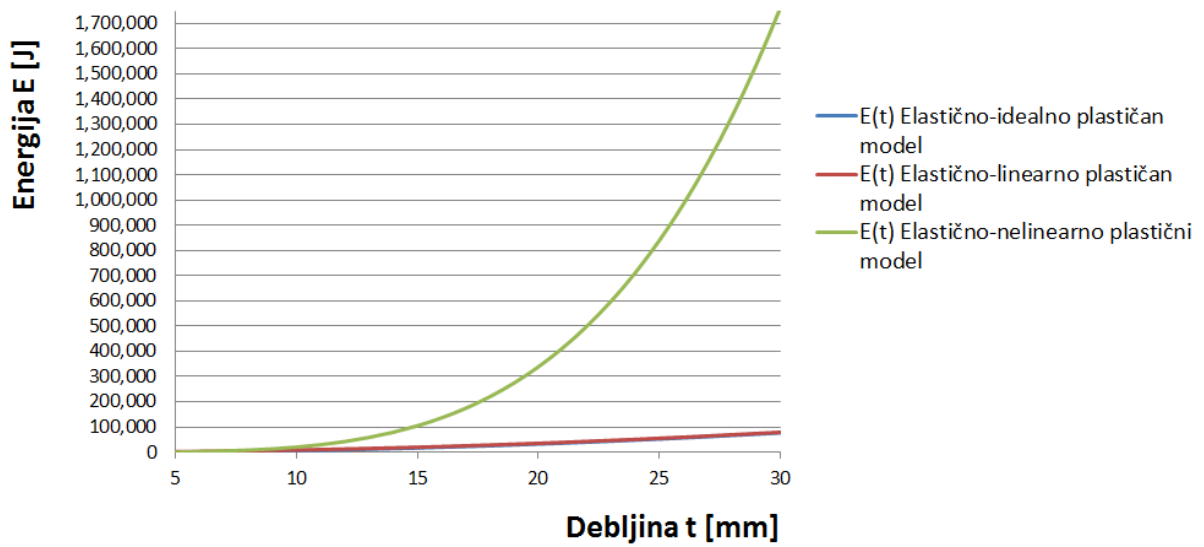
Slika 5.12. Ovisnost sile o debljini obradka za aluminij (2 modela)



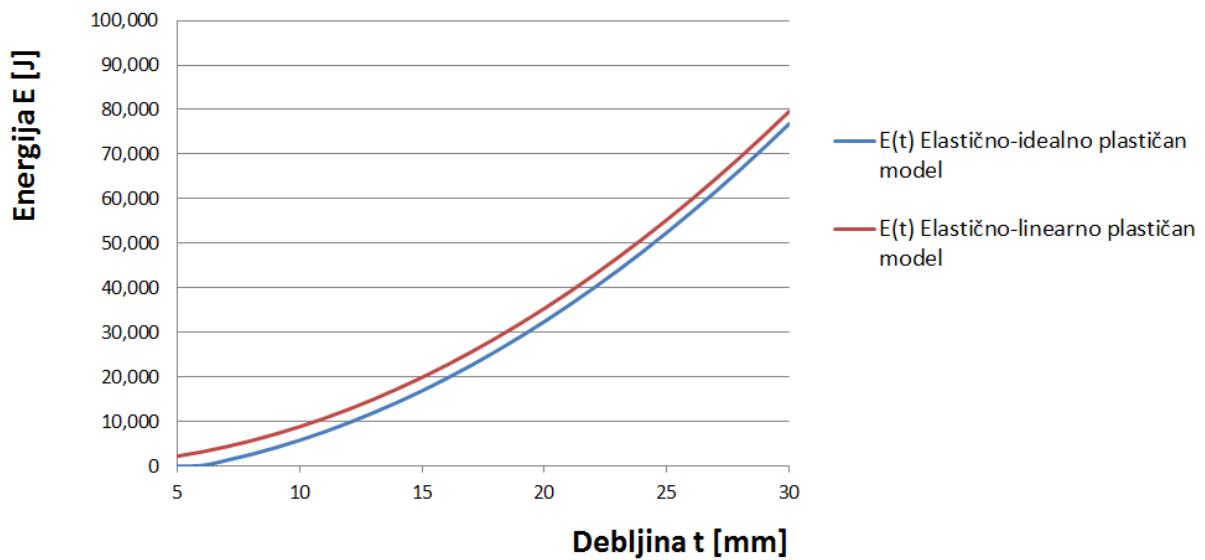
Slika 5.13. Ovisnost energije o debljini obradka za čelik ST24 (3 modela)



Slika 5.14. Ovisnost energije o debljini obradka za čelik ST24 (2 modela)

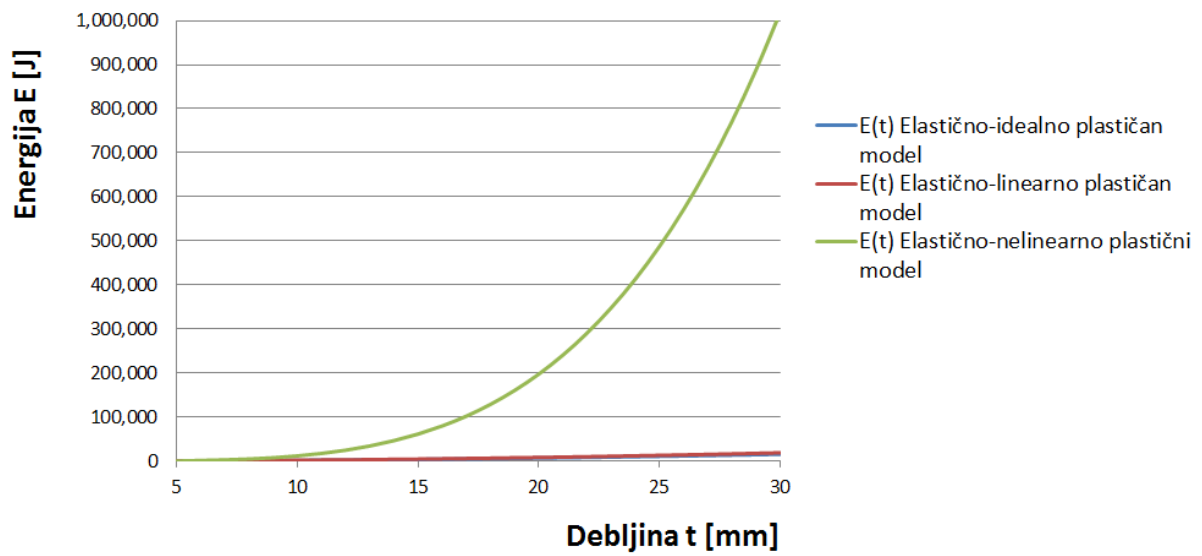


Slika 5.15. Ovisnost energije o debljini obradka za čelik AH36 (3 modela)

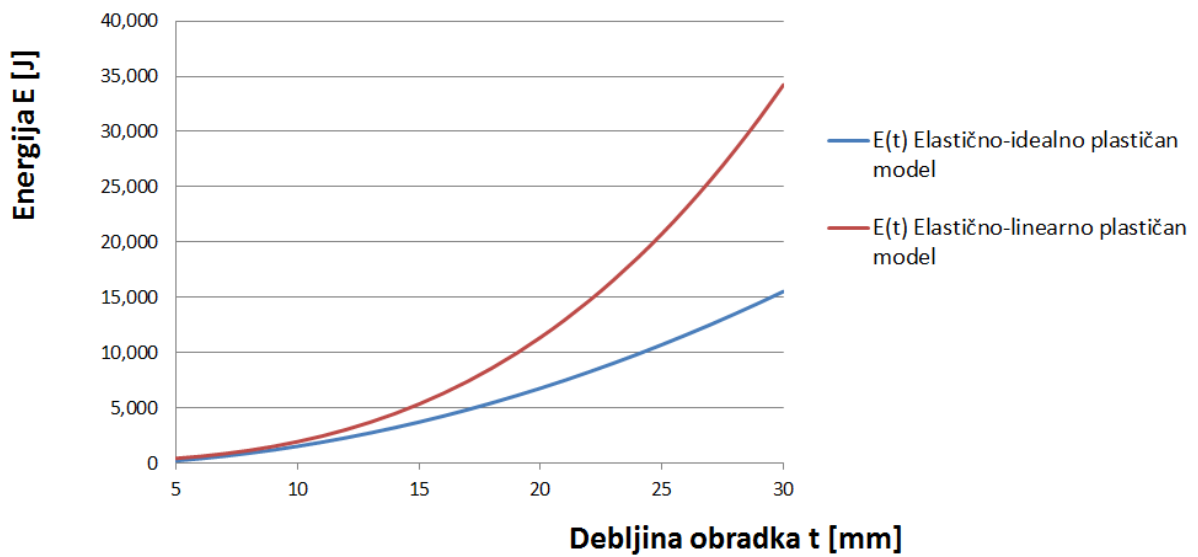


Slika 5.16. Ovisnost energije o debljini obradka za čelik AH36 (2 modela)





Slika 5.17. Ovisnost energije o debljini obradka za aluminij (3 modela)



Slika 5.18. Ovisnost energije o debljini obradka za aluminij (2 modela)

U sklopu ovog rada kao referentni model izabran je elastično idealno-plastičan na temelju njegove uobičajene primjene kao prvog koraka u analizi sličnih problema. Stoga se u nastavku ovog poglavlja analiziraju razlike između modela kao relativna greška u odnosu na referentne vrijednosti idealno plastičnog modela. Kao što je već objašnjeno, svaka ovisnost je prikazana sa sva 3 modela te s 2 jednostavnija modela, koja se bolje poklapaju u svim dijagramima. Greške elastično linearno-plastičnog modela u odnosu na elastično idealno-plastični model prikazane su u Tablici 5.4.

**Tablica 5.4. Prosječne greške elastično linearno-plastičnog u odnosu na elastično idealno-plastični model**

	PROSJEČNE GREŠKE [%]					
	Moment (t)		Sila (t)		Energija (t)	
<b>Debljina lima [mm]</b>	5...15	16...30	5...15	16...30	5...15	16...30
Čelik ST24	~7	~14	~8	~15	~8	~24
Čelik AH36	~11	~7	~12	~6	~10	~6
Aluminij	~8	~16	~8	~15	~9	~32

Iz Tablice 5. 4. Može se zaključiti da elastično linearno-plastični model za čelik ST24 i aluminij čini zadovoljavajuće male greške u odnosu na elastično idealno-plastični za debljine limova između 5 i 15 mm, dok su greške za debljine limova između 16 i 30 mm relativno malene. Za čelik AH36 rezultati pokazuju suprotnu situaciju, odnosno greške su manje za debljine limova između 16 i 30 mm, a veće za debljine između 5 i 15 mm. Elastično linearno-plastični model čini relativno veliku grešku (24 i 32%) u odnosu na referentni model u slučaju ovisnosti energije o debljini obradka za debljine između 16 i 30 mm čelika ST24 i aluminija. Iz Slika 5.1. – 5.18. jasno je vidljivo da se elastično-nelinearno plastičan model približno podudara s ostala dva modela do relativno malih debljina limova, najčešće 10-12 mm. Iznad tih vrijednosti debljina lima, elastično-nelinearno plastičan model pokazuje pretjerano velike te nerealne rezultate.

## 6. ZAKLJUČAK

U ovom Radu dana je klasifikacija tehnološkog procesa oblikovanja u brodogradnji i ukratko je objašnjen proces oblikovanja limova i profila u brodograđevnom procesu. Uz teoretsku osnovu o oblikovanju te o plastičnoj deformaciji, proveo se proračun te su se usporedila tri modela plastičnosti u analizi plastičnih deformacija kod oblikovanja limova valjcima. Elastično-idealno plastičan model plastičnosti uzet je kao referenca za kvalitetu radi čestog korištenja odnosno činjenice da je to vrlo čest prvi korak u analizi takvih problema u praksi. Temeljem provedenog proračuna može se zaključiti kako elastično-linearno plastičan model vjerno predstavlja realan prikaz raspodjele naprezanja u plastičnom području. Budući da je poznato da krivulja naprezanja u plastičnom području najčešće ne izgleda kao krivulja koju predlaže elastično-idealno plastičan model, linearno plastičan model može se uz detaljnije proračune koristiti kao kvalitetnije rješenje od elastično-idealno plastičnog modela, pogotovo kod čvršćih materijala. Veliko rasipanje rezultata elastično-nelinearno plastičnog modela pokazatelj je neophodne potrebe za daljnjom validacijom. Budući da je to polinom  $n$ -tog stupnja, spomenuti model je potencijal za najbolje opisivanje realne krivulje plastičnih deformacija te se preporuča analiza nelinearnom metodom konačnih elemenata.

## **LITERATURA**

- [1] Hadžić, N.: Tehnologija brodogradnje, interna skripta, 2017.
- [2] Sladoljev, Ž.: Tehnologija brodogradnje, interna skripta
- [3] Haeusler forming factory: 3-Roller Plate Bending Machine, Duggingen, 2016.
- [4] Pustaić, D., Cukor, I.: Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti, Zagreb, 2009.
- [5] Musafija, B.: Obrada metala plastičnom deformacijom, 1979.
- [6] Kovačićek, F., Filetin, T., Indof, J.: Svojstva i primjena materijala, Zagreb, 2007.