

# Određivanje utjecaja bočnog nagiba na silu otpora trupa jedrilice klase Optimist

---

Jovan, Ivica

Undergraduate thesis / Završni rad

2016

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:628074>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-17**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Ivica Jovan**

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Određivanje utjecaja bočnog nagiba na silu otpora trupa jedrilice klase  
Optimist**

Mentor:  
doc. dr. sc. Severino Krizmanić, dipl. ing.

Student:  
Ivica Jovan

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Severinu Krizmaniću na pomoći i ukazanim savjetima kod izrade ovog rada. Također, zahvaljujem svojoj obitelji na potpori tijekom dosadašnjeg dijela studija.

Ivica Jovan



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Ivica Jovan**

Mat. br.: 0035190837

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Određivanje utjecaja bočnog nagiba na silu otpora trupa jedrilice klase Optimist**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Determination of influence of roll angle on drag force of sail-boat class Optimist hull**

Opis zadatka:

U natjecateljskom jedrenju, velik utjecaj na brzinu plovidbe ima sila otpora broda. Posebno zahtjevna okolnost po natjecatelje u klasi Optimist i njihovih trenera je i ta da ukupni otpor broda ovisi o više parametara plovidbe o čijem utjecaju na otpor nema dovoljno dokumentiranih proračuna i istraživanja.

Cilj ovog rada jest istražiti utjecaj bočnog nagiba na silu otpora trupa jedrilice klase Optimist .

Za zadani model trupa jedrilice, potrebno je primjenom metoda Računalne dinamike fluida odrediti utjecaj bočnog nagiba na hidrodinamičku silu otpora. U cilju osiguranja uspješne izvedbe proračuna u okviru dostupnih računalnih resursa, isključiti utjecaj valnog otpora modeliranjem slobodne površine vode kao ravnine simetrije.

Pisani dio završnog rada treba sadržavati sljedeća poglavlja:

1. Uvod,
2. Opis problema i metoda primijenjenih za njihovo rješavanje,
3. Prikaz dobivenih rješenja i osvrt na rješenja,
4. Zaključak.

U radu je potrebno navesti popis korištene literature i zahvalu na pomoći pri izradi rada.

Zadatak zadan:

25. studenog 2015.

Rok predaje rada:

1. rok: 25. veljače 2016
2. rok (izvanredni): 20. lipnja 2016.
3. rok: 17. rujna 2016.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 29.2., 02. i 03.03. 2016.
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2016.
3. rok: 19., 20. i 21. 09. 2016.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Severino Krizmanić

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Igor Balen

# Sadržaj

Sadržaj . . . . .	II
Popis slika . . . . .	III
Popis oznaka . . . . .	IV
Sažetak . . . . .	V
Summary . . . . .	VI
1 Uvod. . . . .	1
2 Teorijske osnove . . . . .	2
2.1 Numerički pristup . . . . .	2
2.1.1 Matematičko modeliranje . . . . .	3
2.1.2 Diskretizacija matematičkog modela . . . . .	3
2.2 Računalna dinamika fluida . . . . .	3
2.2.1 Postupak provođenja računalne simulacije . . . . .	4
2.2.2 Prednosti i mane računalnih simulacija . . . . .	4
2.3 Osnovni zakoni dinamike fluida . . . . .	5
2.3.1 Zakon očuvanja mase . . . . .	5
2.3.2 Zakon očuvanja količine gibanja . . . . .	5
2.3.3 Zakon momenta količine gibanja . . . . .	6
2.3.4 Zakon očuvanja energije . . . . .	6
2.4 Modeliranje turbulencije . . . . .	7
2.4.1 Modeli turbulencije . . . . .	9
2.4.2 $k - \omega$ SST model turbulencije . . . . .	9
2.5 Metoda konačnih volumena . . . . .	12
2.5.1 Uzvodna shema (Upwind Differencing Schemes-UDS) . . . . .	14
2.5.2 Linearno uzvodna shema (Second Order Upwind ili Linear Upwind Scheme-LUDS) . . . . .	15
3 Jedrilica klase 'Optimist' . . . . .	16
3.1 Geometrija . . . . .	16
3.1.1 3D model . . . . .	17
3.1.2 Istisnina . . . . .	19
3.2 Proračunska domena . . . . .	20
3.3 Rubni uvjeti . . . . .	21

---

3.3.1	Određivanje parametara turbulencije na ulazu . . . . .	22
3.4	Mreža konačnih volumena . . . . .	24
4	Računalne simulacije. . . . .	28
4.1	Neutralni položaj jedrilice . . . . .	29
4.2	Polje tlaka . . . . .	29
4.3	Polje brzine . . . . .	30
5	Analiza rezultata . . . . .	32
6	Zaključak . . . . .	36
	LITERATURA. . . . .	37
	PRILOZI. . . . .	38

## Popis slika

2.1	Rješavanje inženjerskog problema primjenom numeričkog pristupa [1] . . . . .	2
2.2	Primjer turbulencije . . . . .	7
2.3	Prijelaz iz laminarnog u turbulentno strujanje pri opstrujavanju ravne ploče [5] . . . . .	8
2.4	Dio diskretiziranog područja proračuna [1.] . . . . .	12
2.5	Linearno uzvodna shema [1.] . . . . .	15
3.1	Bočni prikaz jedrilice Optimist . . . . .	16
3.2	Nacrt jedrilice Optimist [4] . . . . .	17
3.3	Dimenzije modela . . . . .	18
3.4	3D model jedrilice . . . . .	18
3.5	Istisnina za nulti položaj jedrilice . . . . .	19
3.6	Istisnina jedrilice uz bočni nagib od $20^\circ$ . . . . .	19
3.7	Duljina domene obzirom na duljinu jedrilice . . . . .	20
3.8	Širina i visina domene obzirom na dimenzije jedrilice . . . . .	20
3.9	Mreža konačnih volumena . . . . .	24
3.10	Prikaz mreže trupa . . . . .	25
3.11	Prikaz mreže kobilice . . . . .	25
3.12	Prikaz mreže kormila . . . . .	26
3.13	Prikaz mreže krme kod bočnog nagiba od $20^\circ$ . . . . .	26
3.14	Površinska mreža jedrilice . . . . .	27
3.15	Prikaz područja s progušćenom mrežom . . . . .	27
4.1	Raspodjela tlaka po površini i raspodjela brzine u okolini jedrilice . . . . .	29
4.2	Uvećani prikaz tlaka na prednjoj strani kobilice uz bočni nagib od $5^\circ$ . . . . .	30
4.3	Uvećani prikaz tlaka na krmi uz bočni nagib od $5^\circ$ . . . . .	30
4.4	Brzina kod neutralnog položaja . . . . .	31
4.5	Brzina kod nagiba od $20^\circ$ . . . . .	31
5.1	Ovisnost hidrodinamičke sile otpora o bočnom nagibu jedrilice . . . . .	32
5.2	Pojava recirkulacijske zone u okolici krme kod nagiba od $5^\circ$ . . . . .	33
5.3	Pojava recirkulacijske zone u okolici krme kod nagiba od $20^\circ$ . . . . .	33
5.4	Prikaz smjera djelovanja hidrodinamičke sile otpora . . . . .	34
5.5	Promjena površine istisnine u ovisnosti o kutu nagiba . . . . .	34
5.6	Usporedba tangencijalnih naprezanja na trupu jedrilice za različite nagibe . . . . .	35



## Popis oznaka

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$[m^2]$	površina konačnog volumena
$c_v$	$[J/kg\ K]$	specifični toplinski kapacitet
$D$	$[kg/s]$	jačina difuzije
$F$	$[kg/s]$	jačina konvekcije
$f_i$	$[N/kg]$	komponente vektora specifične masene sile
$J_j$	$[-]$	vektor fluksa fizikalne veličine
$l_t$	$[m]$	duljina puta miješanja čestica fluida u turbulentnom strujanju
$\bar{k}$	$[J/kg]$	kinetička energija turbulencije
$p$	$[N/m^2]$	tlak
$\bar{p}$	$[N/m^2]$	statistički osrednjeno polje tlaka
$p'$	$[N/m^2]$	pulzirajući dio polja tlaka
$q_H$	$[W/m^3]$	volumenska gustoća toplinskih izvora
$Re$	$[-]$	Reynoldsov broj
$T$	$[K]$	apsolutna temperatura
$t$	$[s]$	vrijeme
$v_i$	$[m/s]$	komponente vektora brzine strujanja
$\bar{v}_i$	$[m/s]$	osrednjeni dio vektora brzine strujanja
$v'_i$	$[m/s]$	pulzirajući dio polja vektora brzine strujanja
$v_n$	$[m/s]$	projekcija vektora brzine u smjeru vanjske normale
$v_t$	$[m/s]$	karakteristična brzina turbulentnih pulsacija
$\delta_{ji}$	$[-]$	Kroneckerov simbol
$\Sigma_{ji}$	$[N/m^2]$	tenzor viskoznih naprezanja
$\lambda$	$[W/mK]$	toplinska provodnost materijala
$\varphi$	$[-]$	polje fizikalne veličine
$\Delta n$	$[m]$	udaljenost između čvorova konačnog volumena
$\Gamma$	$[kg/m\ s]$	koeficijent difuzije
$\Gamma_t$	$[kg/m\ s]$	koeficijent turbulentne difuzije
$\mu$	$[Pa\ s]$	dinamička viskoznost
$\mu_t$	$[kg/m\ s]$	turbulentna viskoznost
$\rho$	$[kg/m^3]$	gustoća
$\nu$	$[m^2/s]$	kinematička viskoznost
$\omega$	$[s^{-1}]$	specifična brzina disipacije

## Sažetak

U natjecateljskom jedrenju, velik utjecaj na brzinu polovidbe ima sila otpora broda. Posebno zahtjevna okolnost po natjecatelje u klasi Optimist i njihovih trenera je i ta da ukupni otpor broda ovisi o više parametara plovidbe. U ovom radu istražen je utjecaj bočnog nagiba na silu otpora trupa jedrilice klase Optimist. Promatrana je ovisnost hidrodinamičkih sila u ovisnosti o kutu bočnog nagiba jedrilice.

Sama geometrija jedrilice modelirana je u programskom paketu *SolidWorks*. Proračunska domena te istisnina jedrilice izrađena je u programskom paketu *Salome* i to za masu jedrilice od 35kg te srednju masu jedriličara od 45kg.

Mreža domene ispunjena je konačnim volumenima generiranim u programskom paketu *cf-Mesh*. Mrežom dominiraju pravilni heksaedarski volumeni, uz korištenje manjeg broja prijelaznih tetraedarskih i piramidnih ćelija te trokutnih prizmi kako bi se sačuvala geometrijska definicija rubova.

Svi proračuni provedeni su s ulaznom neporemećenom brzinom od 3 čvora odn. 1.5 m/s. Simulacije su napravljene uz pomoć programskog paketa *OpenFoam*, koristeći program za rješavanje modela stacionarnog strujanja uz  $k - \omega$  SST model turbulencije. Za pojednostavljenje proračuna zanemaren je utjecaj valova a rubni uvjet simetrije definiran je na mjestu slobodne površine.

Izrađeno je ukupno šest simulacija uz promjenu bočnog nagiba jedrilice. U analizi rezultata prikazan je utjecaj tlačnih i viskoznih hidrodinamičkih sila obzirom na kut nagiba jedrilice.

Po završetku analize dan je zaključak o tome kako tijelo jedrilice i kut nagiba utječu na ukupnu hidrodinamičku silu koja djeluje na jedrilicu klase *Optimist*.

Ključne riječi: Optimist, otpor broda, računalna dinamika fluida, turbulencija

## Summary

In competition sailing, drag force of the sailboat has a great impact on sailing speed. Particularly difficult circumstance for competitors in Optimist class and their trainers is that the total drag of the sailboat depends on multiple sail parameters. In this impact of lateral tilt on drag force of the hull class is studied. The dependency of hydrodynamic force on lateral tilt angle of the sailboat is presented.

The sailboat geometry model has been designed in *Solidworks* program package. Immersed sailboat volume and the corresponding geometrical model of the computational domain is created in Salome software package, for the sailboat mass of 35 kg with average mass of the competitor of 45 kg.

Domain grid is filled with finite volume generated in *cf-Mesh* program package. Mesh is structured by using hexahedron cells, with small number of transitional tetrahedral and pyramidal cells and triangular prisms used to preserve the surfaces of the geometry model.

All calculations were performed with the same freestream velocity of 3 kts (1.5 m/s).

For all simulations a steady-state flow model with the  $k - \omega$  SST turbulence model was used as implemented in the OpenFOAM software library. In order to simplify the computational model, wave phenomena are neglected through applying a symmetry condition at the water free surface.

A total of 6 simulations is performed each distinct by the amount of lateral tilt angle of the sailboat. By analyzing the results, the influence of the sailboat tilt angle on resulting pressure and viscous forces is sought.

Final results are showing the dependency of tilt angle on resulting hydrodynamic forces that affect the class Optimist sailboat.

# 1 Uvod

Inženjerska disciplina koja istražuje i proučava gibanje brodova naziva se brodska hidrodinamika. Proučavanjem strujanja vode oko broskog trupa, kobilice, kormila i propulzora mogu se odrediti hidrodinamičke sile koje djeluju na brod. Podatke o opstrujavanju broda moguće je dobiti iz različitih eksperimentalnih metoda. Takve metode najčešće su skupe i dugotrajne te daju podatke o parametrima strujanja u samo nekoliko prostornih točaka. Rješavanjem analitičkim metodama vrlo je teško izračunati parametre strujanja zbog iznimne kompleksnosti te se rješavaju samo za pojednostavljene slučajeve. Razvoj računala i računalnih performansi omogućio je ekspanziju i popularizaciju računalnih alata za rješavanje problema dinamike fluida. Numerički pristup rješavanju problema strujanja fluida naziva se računalnom dinamikom fluida (Computational Fluid Dynamics, CFD). Računalna dinamika fluida koristi razne diskretizacijske metode kojima parcijalne diferencijalne jednačbe svodi na linearne algebarske jednačbe. Osim jednačbi diskretizira se prostor i vrijeme te dobivamo set linearnih algebarskih jednačbi koje rješavamo primjenom računala. Sami broj diskretiziranih točaka odnosno broj konačnih volumena ovisi o dostupnim računalnim resursima. Korištenje numeričkog rješavača sa sobom donosi i određeni stupanj greške, čiji utjecaj ovisi o kvaliteti matematičkog modela i geometrijske diskretizacije te bi kombinacija računalnih simulacija i eksperimentalnih ispitivanja bila najbolja. Naravno takav pristup je i uvjerljivo najskuplji. Bez obzira na grešku, rješenja dobivena numeričkim metodama daju dovoljno dobre rezultate za inženjerske proračune.

U današnje vrijeme, smanjenje razvojnih troškova i vremena potrebnog za razvoj novih ideja ključni su opstanak na tržištu. Upravo ovdje upotreba računalne dinamike fluida dobiva svoj značaj jer daje uvid u cjeloukupno polje strujanja u razumnom vremenu uz minimalne troškove.

Brod u plovidbi izaziva poremećaje u svom okolišu. Voda i zrak opiru se njegovom gibanju odnosno javlja se sila koja je potrebna za održavanje jednolike brzine plovidbe bez korištenja propulzora. Ukupni otpor broda sastoji se od otpora trenja, otpora valova, otpora oblika i otpora zraka.

U ovom radu istraženo je pomoću računalne dinamike fluida utjecaj bočnog nagiba na hidrodinamičku silu otpora broda pri konstantnom gibanju uronjenog dijela trupa jedrilice klase *Optimist*. Također zanemarit će se otpor zraka i valova modeliranjem slobodne površine vode kao ravnine simetrije.

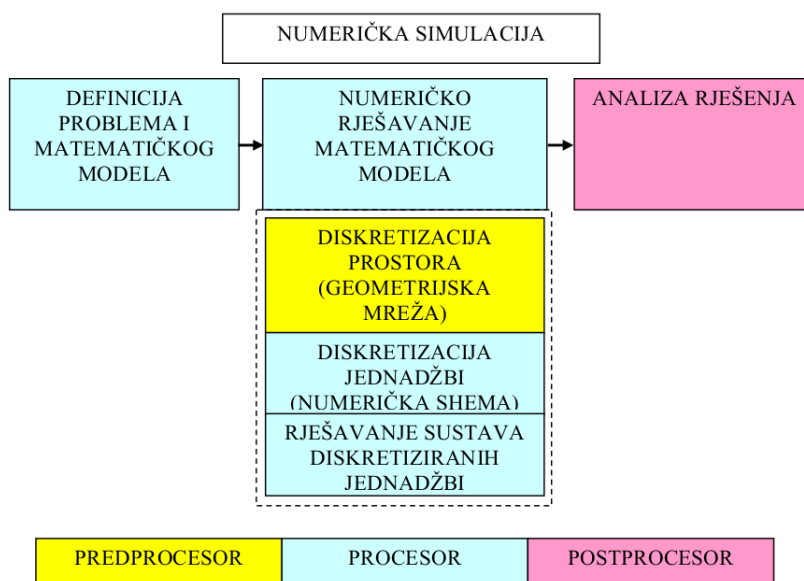
## 2 Teorijske osnove

U ovom poglavlju govori se općenito o numeričkim metodama i računalnoj dinamici fluida te je sadržan kratki opis postupaka provođenja računalne simulacije. Iznese su osnovne prednosti, mane, osnovne jednadžbe i matematički modeli numeričkog rješavača, te problem turbulencije u strujanju fluida.

### 2.1 Numerički pristup

Kao što je u uvodu navedeno postoje tri načina pristupa rješavanja inženjerskih problema a to su analitički, eksperimentalni i numerički.

Numerički pristup daje nam rješenja u obliku raspodjele polja fizikalnih veličina u konačnom broju točaka kojima je opisan zadani prostorni model. Sama rješenja odstupaju od egzaktnih no u većini slučajeva te pogreške su prihvatljive za inženjerske proračune. Za postizanje zadovoljavajućih rješenja važno je odabrati pravu numeričku metodu i matematički model rješavanja. Prednost numerike je ta što se jednostavno mogu mijenjati odgovarajući parametri u računalnim simulacijama što omogućuje brže i lakše postizanje optimalnih konačnih rezultata. Osim odabira numeričke metode i matematičkog modela potrebno je pravilno analizirati i prikazati rezultate dobivene rješavanjem matematičkog modela. Numeričko rješavanje matematičkog modela može se podijeliti u tri faze: diskretizacija prostora (geometrijska mreža), diskretizacija jednadžbi (numerička shema) i rješavanje sustava diskretiziranih jednadžbi. U organizacijskom smislu računalna simulacija se provodi kroz tri programa: predprocesor, procesor i postprocesor.



Slika 2.1: Rješavanje inženjerskog problema primjenom numeričkog pristupa [1]

### 2.1.1 Matematičko modeliranje

Matematičko modeliranje predstavlja opisivanje fizikalnog sustava pomoću određenog matematičkog modela. Cilj izrade matematičkog modela je što vjerniji opis problema uz što jednostavniji matematički zapis. Matematički model daje odnos između ulaznih i izlaznih veličina sustava, a može biti izveden varijacijskom formulacijom ili diferencijalnim jednadžbama.

Varijacijska formulacija temelji se na funkcionalu iz čijeg je uvjeta stacionarnosti moguće izvesti diferencijalne jednadžbe zajedno s odgovarajućim rubnim uvjetima.

Diferencijalna formulacija se sastoji od skupa diferencijalnih jednadžbi ovisnih o prostoru i/ili vremenu s odgovarajućim početnim i rubnim uvjetima.

U većini slučajeva nemoguće je izraditi točan matematički model, pa se na taj način pristupa određenim aproksimacijama i zanemarivanju određenih parametara. Najčešća pretpostavka koja se koristi kod opisivanja strujanja fluida je ta da se fluid zamišlja kao kontinuum, zamišljena tvar koja zadržava svojstva i za infinitezimalno mali volumen. Također se pretpostavlja homogenost (jednakost fizikalnih svojstava u svim točkama fluida) i izotropnost (jednakost fizikalnih svojstava u svim smjerovima) fluida.

### 2.1.2 Diskretizacija matematičkog modela

Diskretizacija je postupak kojim se kontinuirani sustav zamjenjuje diskretnim sustavom koji je opisan s konačnim brojem varijabli. Postoji diskretizacija područja koja predstavlja podjelu područja na konačni broj segmenata. Diskretizacija vremena podjela je vremenskog kontinuuma na određeni broj vremenskih koraka dok je diskretizacija jednadžbi aproksimacija diferencijalnih jednadžbi pomoću sustava linearnih algebarskih jednadžbi.

Neke od diskretizacijskih metoda su:

- Metoda konačnih elemenata (MKE) - dijeli razmatramo područje na manje dijelove koje nazivamo konačnim elementima
- Metoda konačnih volumena (MKV) – dijeli razmatrano područje pomoću konačnih ili kontrolnih volumena
- Metoda konačnih razlika (MKR) – temelji se na diskretizaciji razmatranog područja pomoću točaka (čvorova) koje čine mrežu konačnih razlika
- Metoda rubnih elemenata (MRE) – temelji se samo na diskretizaciji ruba promatranog područja

## 2.2 Računalna dinamika fluida

Razvojem računala stvorili su se uvjeti za numeričko rješavanje matematičkih modela koji opisuju strujanje fluida, čime se počinje razvijati treća grana mehanike fluida: Računalna dinamika fluida. Iako se ova grana mehanike fluida temelji na teorijskom pristupu ima puno sličnosti i s eks-

perimentalnim pristupom, jer se iz jednog numeričkog rješenja nekog problema također ne može zaključivati o utjecaju pojedinih parametara.

Računalna dinamika fluida obuhvaća znatno šire područje od rješavanja problema dinamike fluida. Mogu se modelirati kemijski i termodinamički procesi u fluidima, gibanje čestica unutar fluida (sedimentacija), modeli biosustava (rast mikroflora i faune unutar vodotokova) itd. Primjena računalne dinamike fluida obuhvaća široki spektar problema povezanih sa gibanjem fluida u raznim granama znanosti i industrije.

### 2.2.1 Postupak provođenja računalne simulacije

Računalna simulacija provodi se kroz tri cjeline:

- predprocesor
- procesor
- postprocesor

Predprocesor je računalni program za generiranje geometrijske mreže. Postoji više komercijalnih programa a oni u principu mogu poslužiti za pripremu geometrijske mreže različitim procesorima (FLUENT, OpenFoam, ABACUS i sl.). Pri generiranju mreže treba voditi računa i o rubnim uvjetima. Na primjer poznato je da u graničnom sloju koji nastaje pri opstrujavanju tijela, postoje veliki gradijenti fizikalnih veličina, što zahtijeva popunjavanje tog područja manjim volumenima, za razliku od područja daleko od tijela. Generiranje geometrijske mreže u geometrijski složenijim trodimenzijskim problemima nije trivijalan posao kako naizgled izgleda, a samo generiranje mreže čini znatan dio ukupnog vremena za provedbu simulacije. Danas se još uvijek radi na razvoju programa za generiranje mreže koji bi na temelju rubova područja proračuna i zadanih rubova uvjeta izradio mrežu koja zadovoljava sve zahtjeve numeričkog rješavanja matematikog modela. Jedan od takvih alata koji stvaraju mrežu konačnih volumena automatski jest programski paket cfMesh, koji se koristi u ovome radu.

Procesor je program koji numerički rješava željeni matematički model sa zadanim početnim i rubnim uvjetima. Nakon postavljanja svojstava određenog problema simulacija se računa dok se ne postigne konvergencija rješenja kroz određen broj iteracija ili vremenskih koraka.

Postprocesor je program koji je u principu opće namjene a služi za vizualizaciju rezultata proračuna, prikaz skalarnih, vektorskih i tenzorskih polja, integriranih veličina, te dijagramskog prikaza željenih veličina.

### 2.2.2 Prednosti i mane računalnih simulacija

Glavna prednost računalnih simulacija je skraćivanje ukupnog vremena projektiranja ili razvoja novog proizvoda. Po završetku generiranja geometrijske mreže modela, jednostavno se i brzo promjenom parametra sustava dobiva uvid u utjecaj pojedinog parametra na rezultate. Prednost je i količina informacija koju nam pruža numerički rješavač, dobiva se kompletna slika stujanja te gra-

dijenti fizikalnih veličina u čitavoj domeni proračuna. Koristeći te rezultate i uspoređivanjem sa željenim rezultatima, iako se mijenja geometrija, ponovo vrši proračun, novi rezultati uspoređuju sa starima te se tako brzo razvija novi proizvod bez potrebe za izradom fizičkog modela za svaki prototip.

Primarni nedostatak računalnih simulacija je njegova ograničena primjena na slučajeve za koje postoje dobri matematički modeli (npr. problem modeliranja turbulencije).

## 2.3 Osnovni zakoni dinamike fluida

Dinamika fluida temelji se na osnovnim zakonima klasične fizike u koje spadaju

1. Zakon očuvanja mase
2. Zakon očuvanja količine gibanja
3. Zakon očuvanja momenta količine gibanja
4. Zakon očuvanja energije
5. Drugi zakon termodinamike

Ovi su zakoni definirani za sustav materijalnih točaka odnosno za zatvoreni termodinamički sustav, a u dinamici fluida će biti primijenjeni na materijalni volumen  $V_m(t)$ , koji će u općem slučaju s vremenom mijenjat svoj položaj, oblik i veličinu, ali će se uvijek sastojati od jednih te istih čestica fluida. Strujanja fluida mogu se podijeliti na nestlačiva (u kojima je gustoća fluida konstantna, uglavnom su to strujanja kapljevine) i stlačiva strujanja (strujanja plinova pri većim brzinama u usporedbi s brzinom zvuka).

### 2.3.1 Zakon očuvanja mase

Zakon očuvanja mase odnosno jednadžba kontinuiteta za materijalni volumen, glasi: Brzina promjene mase materijalnog volumena jednaka je nuli. Matematički zapis ovog zakona je

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_m(t)} \rho dV = 0 \quad (2.1)$$

Diferencijal  $dV$  vremenski promjenjivog materijalnog volumena  $V_m(t)$ , koji odgovara volumenu čestice fluida, je također vremenski promjenjiv. U graničnom prijelazu kada se materijalni volumen smanji na česticu fluida (materijalnu točku) dobije se konzervativni oblik zakona očuvanja mase (jednadžbe kontinuiteta).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.2)$$

### 2.3.2 Zakon očuvanja količine gibanja

Zakon količine gibanja za materijalni volumen glasi: Brzina promjene količine gibanja materijalnog volumena jednaka je sumi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni



volumen.

Konzervativni diferencijalni zapis zakona količine gibanja:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

### 2.3.3 Zakon momenta količine gibanja

Zakon momenta količine gibanja za materijalni volumen glasi: Brzina promjene momenta količine gibanja materijalnog volumena, u odnosu na odabrani pol, jednaka je sumi momenata vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen, u odnosu na taj isti odabrani pol. Ako se pretpostavi da u fluidu nema momenata raspodijeljenih po površini materijalnog volumena ili unutar samog volumena, tada se zakon očuvanja momenta količine gibanja svodi na činjenicu simetričnosti tenzora naprezanja  $\sigma_{jk} = \sigma_{kj}$ . Ako se unaprijed pretpostavi simetričnost tenzora naprezanja, to znači da je jednadžba momenta količine gibanja već zadovoljena, pa se tu jednadžbu više ne treba uključivati u skup osnovnih jednadžbi dinamike fluida.

### 2.3.4 Zakon očuvanja energije

Zakon očuvanja energije za materijalni volumen glasi: Brzina promjene zbroja kinetičke i unutarnje energije materijalnog volumena jednaka je snazi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen, te brzini izmjene topline materijalnog volumena s okolinom.

Matematički zapis riječima iskazanog zakona očuvanja energije glasi:

$$\int_{V_M(t)} \rho \frac{De}{Dt} dV = \int_{V_M(t)} \rho f_i v_i dV + \int_{V_M(t)} \frac{\partial(\sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} dV - \int_{V_M(t)} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} dV \quad (2.4)$$

Sažimanjem materijalnog volumena na česticu fluida i dijeljenjem gornjeg izraza s volumenom čestice fluida dobije se konzervativni zapis zakona očuvanja energije.

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j e)}{\partial x_j} = \rho f_i v_i + \frac{\partial \sigma_{ji} v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.5)$$

Formulacija osnovnih fizikalnih zakona za materijalni volumen često nije pogodna za primjenu u praksi, budući da inženjera uglavnom ne zanimaju promjene fizikalnih veličina u nekom gibajućem materijalnom volumenu. Polaznu osnovu za metodu konačnih volumena čine oblici osnovnih zakona za kontrolni volumen, stoga se za preformuliranje osnovnih jednadžbi dinamike fluida za materijalni volumen u jednadžbe za kontrolni volumen koristi Reynoldsov transportni teorem. Za slučaj mirujućeg kontrolnog volumena koji je ograđen mirujućom kontrolnom površinom, Reynoldsov transportni teorem glasi:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \phi dV = \frac{d}{dt} \int_{V_{KV}} \phi dV + \int_{S_{KV}} \phi v_j n_j dS \quad (2.6)$$

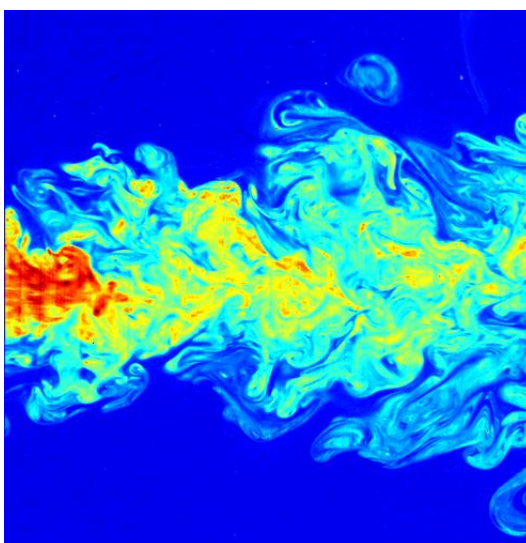
dok za slučaj promjenjivog kontrolnog volumena ograđenog granicom koja se giba brzinom  $v_j$ , on glasi:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \phi dV = \frac{d}{dt} \int_{V_t} \phi dV + \int_{S_t} \phi (v_j - u_j) n_j dS \quad (2.7)$$

Veličina  $\phi$  označava volumensku gustoću fizikalne veličine. U jednadžbama (2.6) i (2.7) prvi član predstavlja brzinu promjene sadržaja  $\phi$  u materijalnom volumenu  $V_m$ , drugi član opisuje brzinu promjene sadržaja  $\phi$  u kontrolnom volumenu dok treći član predstavlja protok  $\phi$  kroz kontrolnu površinu.

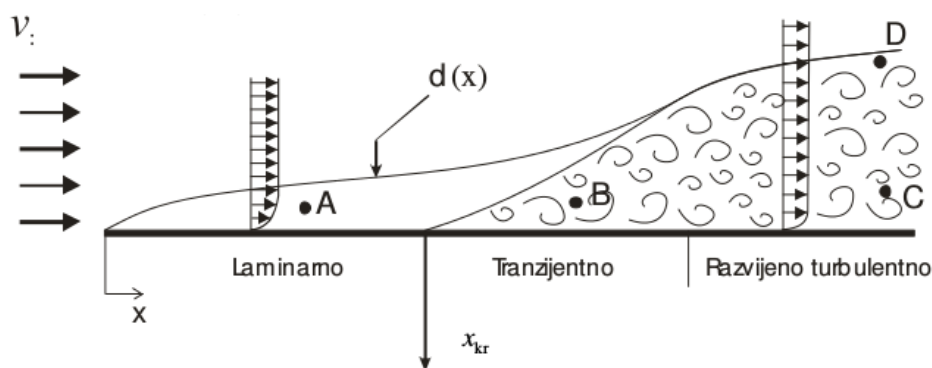
## 2.4 Modeliranje turbulencije

Turbulentno strujanje je režim strujanja karakterističan po svojoj izrazitoj nestacionarnoj, tro-dimenzionalnoj, disipativnoj prirodi, čiji efekti igraju iznimno značajnu ulogu u dinamici fluida. Turbulentno strujanje fluida je najčešći oblik strujanja u prirodi, a pojavljuje se uvijek pri visokim vrijednostima Reynoldsova broja. Strujanje zraka oko automobila, aviona ili vlaka, strujanje vode oko broskog trupa, strujanje u vodovodnim, plinovodnim i drugim cijevnim mrežama, neki su od tehničkih problema u kojima je strujanje redovito turbulentno. Efekti turbulencije mogu ali i ne moraju biti poželjni, ovisno o razmatranom problemu. U slučaju miješanja goriva u komori za izgaranje ili problemima prijenosa topline, što veća turbulentnost strujanja je poželjna. S druge strane, razmatrajući strujanje oko broda ili protok fluida kroz pumpu, povećana turbulencija izaziva dodatne sile otpora uslijed trenja čime se povećava potrebna snaga za pogon broda ili pumpanje fluida. Renoldsov broj pri kojem strujanje postaje turbulentno se naziva kritičnim Reynoldsovim brojem  $Re_{kr}$ . Pri vrijednostima iznad  $Re_{kr}$  odvija se kompleksan niz događaja koji dovodi do značajne promjene prirode strujanja kao što je prikazano na slici 2.2.



Slika 2.2: Primjer turbulencije

Kritičan Reynoldsov broj je broj kod kojeg se pojavi prva perturbacija koja ne slabi u vremenu, te tada počinje proces tranzicije laminarnog u turbulentno strujanje. Kritičan Reynoldsov broj nije univerzalna veličina, njegova vrijednost ovisi o uvjetima strujanja, geometriji opstrujavajućeg tijela, pobudama u obliku vibracija itd. Donji kritični Reynoldsov broj je vrijednost ispod koje se, za određeni oblik strujanja, ne pojavljuju slučajne pulsacije fizikalnih veličina, odnosno ne pojavljuje se turbulentno strujanje. Gornja kritična vrijednost Reynoldsovog broja je vrijednost iznad koje se ne može održati laminarno strujanje. Te se vrijednosti mogu dobiti samo u laboratorijskim uvjetima gdje se bilo kakve pobude, koje inače postoje u realnim strujanjima, neutraliziraju. Donja slika shematski prikazuje granični sloj uz ravnu ploču. Na samom početku razvija se laminarni granični sloj, koji pri određenoj vrijednosti (kritičnoj vrijednosti) Reynoldsova broja  $Re_{kr} = \frac{v_{\infty} \cdot x_{kr}}{\nu} \approx 3 \cdot 10^5$  do  $3 \cdot 10^6$  postaje nestabilan. U presjeku  $x = x_{kr}$  periodički se i relativno rijetko u prostoru pojavljuju nestabilnosti strujanja (pulsacije brzine i tlaka). Daljnjim udaljavanjem od tog presjeka u smjeru strujanja pulsacije postaju sve češće, i sve gušće u prostoru, tako da nakon nekog presjeka govorimo o potpuno razvijenom turbulentnom strujanju.



Slika 2.3: Prijelaz iz laminarnog u turbulentno strujanje pri opstrujavanju ravne ploče [5]

I u laminarnom i u turbulentnom strujanju prisutno je područje u neposrednoj blizini tijela, u kojem se brzina fluida mijenja od nule (na samoj površini tijela, zbog viskoznosti fluida koji se lijepi za stijenu), do brzine neporemećenog strujanja. To područje naziva se graničnim slojem, unutar kojeg se ni u turbulentnom strujanju, gdje su inercijalne sile dominantne nad viskoznom, ne mogu zanemariti viskozne sile. Ipak, zbog izraženije difuzije, koja ima tendenciju ujednačavanja profila, u turbulentnom strujanju profil brzine će biti ujednačeniji, pa će, zbog izraženijeg gradijenta brzine na stijenci, biti veće i smično naprezanje. Kao što je rečeno, turbulentno strujanje je izrazito nestacionarno strujanje, koje se zbog svoje stohastičke prirode ne može opisati analitički.

Turbulencija je to izraženija što je veći Reynoldsov broj. U razvijenom turbulentnom strujanju sve veličine pokazuju slučajne pulsacije u širokom spektru frekvencija (gledano vremenski) i u širokom spektru valnih duljina (gledano prostorno). Pri numeričkom rješavanju Navier-Stokesovih jednadžbi za slučaj razvijenog turbulentnog strujanja diskretizacija područja proračuna (geometrijska mreža) bi morala biti tako sitna da se obuhvate i najmanje amplitude pulsacija, a vremenski korak integracije bi morao biti tako mali da se obuhvate i najviše frekvencije turbulentnih pul-

sacija, što je vrlo zahtjevno sa stajališta kapaciteta i brzine računanja računala. Kako inženjera obično zanimaju neke prosječne vrijednosti integralnih veličina poput protoka, ukupne sile tlaka, ukupne viskozne sile na neku površinu i sl. Dolazi se do ideje uprosječivanja svih takvih veličina prije rješavanja Navier-Stokesovih jednadžbi te se rješavaju jednadžbe za uprosječene veličine, koje inženjera zanimaju. Time se značajno olakšava zadaća numeričkog rješavanja tih jednadžbi, jer koraci prostorne i vremenske diskretizacije više ne moraju biti onako mali.

Prijenos fizikalne veličine u strujanju fluida odvija se putem konvekcije, pri čemu čestica fluida koja je nositelj fizikalnog svojstva (npr. količine gibanja, unutarnje energije) svojim premještanjem prenosi fizikalno svojstvo, i putem difuzije. Difuzija je proces prijenosa fizikalne veličine u strujanju fluida koji je posljedica kaotičnog gibanja atoma i molekula po prostoru. Makroskopski gledano, difuzija se pojavljuje u slučaju postojanja gradijenta fizikalne veličine i odvija se u smjeru od područja s višom vrijednosti fizikalne veličine prema području s manjom. Za razliku od konvekcije, koja omogućava prijenos fizikalne veličine samo u smjeru strujanja, difuzija omogućava prijenos i okomito na smjer strujanja. Kod turbulentnog strujanja dolazi i do prodiranja čestica fluida s različitim vrijednostima fizikalnog svojstva iz jednog sloja u drugi čime se ostvaruje miješanje. Tako možemo reći da su u realnim strujanjima prisutne molekularna difuzija, uslijed viskoznosti fluida i turbulentna difuzija, uslijed turbulentne viskoznosti fluida. Naravno, difuzija, turbulentna ili molekularna, postoji samo ako je prisutan gradijent polja fizikalne veličine. U razvijenom turbulentnom strujanju (pri intenzivnom miješanju čestica fluida) turbulentna difuzija može biti puno jača od molekularne.

Disipacija energije predstavlja pretvorbu mehaničke energije u unutarnju energiju. U turbulentnom strujanju je veći gradijent brzine na stijenci nego u laminarnom strujanju, što za posljedicu ima da će i tangencijalno naprezanje na stijenci u turbulentnom strujanju biti veće nego u laminarnom strujanju. Proporcionalno povećanju tangencijalnog naprezanja raste i disipacija energije.

### 2.4.1 Modeli turbulencije

Modeli turbulencije dijele se s obzirom na red korelacije brzina za koju se rješava transportna jednadžba na: modele prvog, drugog i trećeg reda. Zadatak modela turbulencije je usklađivanje broja jednadžbi i broja nepoznanica koje se javljaju u Navier-Stokesovim jednadžbama, modeliranjem člana pulsirajućeg strujanja pomoću poznatih parametara sustava. Zahtjevi koji se nameću svakom modelu turbulencije su točnost, mogućnost rješavanja i jednostavnost, stoga viši model turbulencije ne mora nužno biti i bolji model, a budući da ima povećan broj članova koje treba modelirati, često nije i najtočniji. Modeli turbulencije temelje se na eksperimentalnim rezultatima.

### 2.4.2 $k - \omega$ SST model turbulencije

$k - \omega$  Shear Stress Transport je model turbulencije s dvije jednadžbe koji se koristi kako bi se zatvorio sustav jednadžbi osrednjenog strujanja fluida. Sofisticiraniji je od modela sa nula

ili jednom jednadžbom budući da modelira efekte transporta sojstva turbulencije putem osrednjeg strujanja, difuzije te nastanka i nestanka turbulencije. Sastoji se od dvije parcijalne diferencijalne jednadžbe, jedne koja opisuje transport turbulencije kinetičke enregije  $k$  (2.8), te jedne koja opisuje specifičnu brzinu disipacije turbulencije  $\omega$  (2.9).

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (2.9)$$

Ovaj model turbulencije je gotovo identičan  $k - \omega$  BSL (Baseline) modelu [2]. Glavna razlika leži u drugačijem podešavanju koeficijenata za zatvaranje sustava jednadžbi. Cjelokupni izvod jednadžbi, koeficijenata kao i pomoćnih odnosa može se naći u [2] i [3] pa će se ovdje prikazati samo konačni izrazi:

$$P_k = \min \left( \tau_{ji} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, 10 \beta k \omega \right) \quad (2.10)$$

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4 \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (2.11)$$

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right\} \quad (2.12)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right) \quad (2.13)$$

$$\phi = \phi_1 F_1 + \phi(1 - F_1) \quad (2.14)$$

$$\alpha_1 = \frac{5}{9} \quad (2.15)$$

$$\alpha_2 = 0.44 \quad (2.16)$$

$$\beta_1 = \frac{3}{40} \quad (2.17)$$

$$\beta_2 = 0.0828 \quad (2.18)$$

$$\beta^* = \frac{9}{100} \quad (2.19)$$

$$\sigma_{k1} = 0.85 \quad (2.20)$$

$$\sigma_{k2} = 1 \quad (2.21)$$

$$\sigma_{\omega1} = 0.5 \quad (2.22)$$

$$\sigma_{\omega2} = 0.865 \quad (2.23)$$

SST formulacija je uvedena zbog velike osjetljivosti  $k - \omega$  modela u slobodnom dijelu struje fluida te kako bi se povećala točnost u strujanjima s većim iznosima gradijenata tlaka. Koeficijenti koji se koriste za zatvaranje sustava jednadžbi temelje se na eksperimentalnim rezultatima tipičnih inženjerskih problema kako bi model mogao što bolje opisati ponašanje takvih tipova strujanja fluida. SST model koristi kombinaciju  $k - \omega$  i  $k - \varepsilon$  formulacije i to na način da se  $k - \omega$  formulacija koristi u području graničnog sloja te se prebacuje na  $k - \varepsilon$  formulaciju u području slobodne struje fluida. Na taj način se koriste prednosti oba modela kako bi se postiglo što točnije predviđanje parametara turbulencije u što širem području tehničkih problema.

## 2.5 Metoda konačnih volumena

U programskim paketima za rješavanje problema računalne dinamike fluida metoda konačnih volumena predstavlja uobičajeni pristup, jer ima povoljnu upotrebu memorije i brzinu rješavanja, pogotovo kod većih problema te turbulentnih strujanja s visokim vrijednostima Reynoldsovog broja.

Metoda konačnih volumena je integralna metoda koja se temelji na integriranju konzervativnog oblika transportnih jednažbi po konačnim volumenima na koje je podijeljeno područje proračuna. Konačni volumeni moraju u potpunosti ispunjavati domenu strujanja i ne smiju se preklapati.

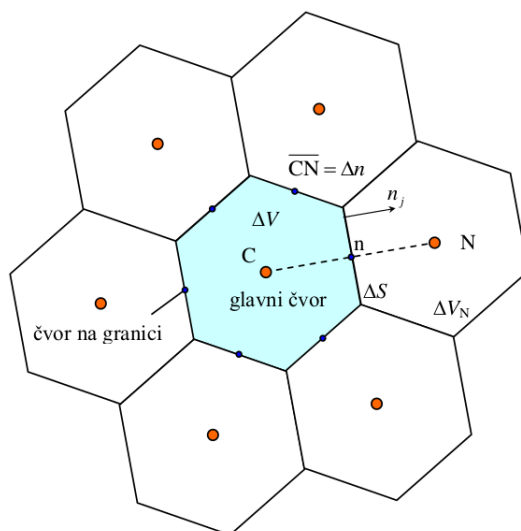
Diferencijalni oblik zakona očuvanja fizikalnog svojstva  $\varphi$  glasi:

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} - \Gamma \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_j} = S_\varphi \quad (2.24)$$

Prvi član s lijeve strane označava lokalnu promjenu fizikalnog svojstva. Drugi član označava konvektivni prijenos fizikalnog svojstva dok treći član opisuje prijenos fizikalnog svojstva putem difuzije. Drugi i treći član zajedno označavaju vektor fluksa  $J_j$ , odnosno ukupni protok fizikalnog svojstva. Član  $S_\varphi$  s desne strane označava izvorski član fizikalnog svojstva.

Integriranjem jednažbe (2.24) po konačnom volumenu prema slici 2.4 dobije se:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = - \int_{\Sigma_{\Delta S}} (\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (2.25)$$



Slika 2.4: Dio diskretiziranog područja proračuna [1.]

Prvi član označava brzinu promjene sadržaja nekog fizikalnog svojstva  $\varphi$  u konačnom volumenu. Drugi član je zbroj konveksijskog i difuzijskog protoka  $\varphi$  kroz granice. Treći član označava izvor fizikalnog svojstva  $\varphi$ . Iz jednažbe (2.25) je jasno da je brzina promjene sadržaja fizikalnog

svojstva unutar konačnog volumena razmjerna brzini protoka tog fizikalnog svojstva kroz granice konačnog volumena i brzini nastajanja (izvor) ili nestajanja (ponor) tog fizikalnog svojstva unutar konačnog volumena. Protok fizikalnog svojstva je definiran kao pozitivan kad se odvija od konačnog volumena prema okolini, a minus ispred integrala kazuje da će se uslijed takvog protoka sadržaj fizikalnog svojstva unutar konačnog volumena smanjivati. Jednadžba (2.25) mora biti zadovoljena za svaki konačni volumen, što metodi konačnih volumena daje bitno svojstvo konzervativnosti.

Prvi član u jednadžbi (2.25) se pojednostavljuje uz pretpostavku da je konačni volumen dovoljno mali kako bi se fizikalno svojstvo  $\varphi$  aproksimiralo linearnom raspodjelom te uz uvjet da je točka C težište volumena  $\Delta V$  vrijedi:

$$\int_{\Delta V} \rho \varphi dV = \rho_c \Delta V \quad (2.26)$$

Za integral izvorskog člana vrijedi slično te se treći član jednadžbe (2.25) može aproksimirati sa:

$$\int_{\Delta V} S_\varphi dV = S_c \Delta V \quad (2.27)$$

pri čemu je  $S_c$  srednja vrijednost izvorskog člana unutar volumena  $\Delta V$ .

Drugi član jednadžbe (2.25) koji se sastoji od konvektivnog i difuzijskog protoka  $\varphi$ , predstavlja ukupni vektor toka  $J_j$  pri čemu svojstva doprinosi samo normalna komponenta vektora toka  $J_j \cdot n_j$ .

$$J_j n_j = \int_{\Sigma \Delta S} (\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}) n_j dS = \int_{\Sigma \Delta S} \left( \rho v_n \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = \left[ \rho (\overline{v_n \varphi})_n - \left( \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_n \right] \Delta S \quad (2.28)$$

Također je provedeno osrednjavanje vrijednosti difuzijskog i konvektivskog protoka po površini  $\Delta S$ . Ako uvedemo bezdimenzijsku koordinatu  $n = \frac{n}{\Delta n}$ , gdje  $\Delta n$  označava udaljenost između čvorova konačnih volumena (udaljenost CN na slici 2.4), i aproksimiramo vrijednost umnoška konvektivnog prijenosa umnoškom srednjih vrijednosti, dolazimo do relacije:

$$J_j n_j = (\rho \overline{v_n} \Delta S)_n \overline{\varphi}_n - \Gamma \frac{\Delta S}{\Delta n} \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial n} \Big|_n = F_n \overline{\varphi}_n - D_n \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial n} \Big|_n \quad (2.29)$$

pri čemu je  $F_n$  maseni protok, odnosno jačina konvekcije kroz površinu stranice konačnog volumena, a  $D_n$  označava jačinu difuzije. Omjer  $Pe_\Delta = \frac{F_n}{D_n}$  naziva se lokalnim Pecletovim brojem. On predstavlja odnos inteziteta prijenosa fizikalne veličine konvekcijom i difuzijom. Očito da je lokalni Pecletov broj to manji što su volumeni sitniji (manji  $\Delta n$ ), čime lokalni utjecaj difuzijskog transporta postaje veći. Teorijski gledano u graničnom prijelazu kada  $\Delta n$  teži k nuli konvekcija postaje zanemariva.

Da bi se pomoću vrijednosti u čvorovima volumena aproksimirale vrijednosti fizikalne veličine



i njene usmjerene derivacije na stranicama konačnog volumena, koriste se sheme diferencije ili numeričke sheme. S obzirom da se u numeričkom postupku pamte i računaju samo čvorne vrijednosti polja  $\varphi$  i to u glavnim čvorovima ( $\varphi_C, \varphi_N$ ), bit će potrebno definirati (aproksimirati) tražene vrijednosti na stranicama konačnih volumena s pomoću vrijednosti u glavnim čvorovima. Koristeći shemu diferencije koja koristi samo čvorne vrijednosti  $\varphi_C$  i  $\varphi_N$  aproksimiramo vrijednosti  $\overline{\varphi}_n$  i  $\frac{\partial \varphi}{\partial n}|_n$  te se jednadžba (2.29) može zapisati u obliku:

$$J_j n_j = F_n \overline{\varphi}_n - D_n \frac{\partial \varphi}{\partial n}|_n = F_n \varphi_C + a_N (\varphi_C - \varphi_N) \quad (2.30)$$

gdje je  $a_N$  koeficijent ovisan o shemi diferencije koja se koristi. Uvrštavanjem gornjih izraza u jednadžbu očuvanja za konačni volumen (2.25) dobiva se relacija:

$$\varphi \Delta V_C \frac{d\varphi_C}{dt} = -a_C \varphi_C + \sum_{nb=1}^{N_{nb}} [a_N \varphi_N]^{nb} + S_c \Delta V_C \quad (2.31)$$

Prikazivanje izvorskog člana ovisi o metodi rješavanja diferencijalne jednadžbe. Ako jednadžbu rješavamo eksplicitnom metodom, izvorski član se ne mijenja, a ako se primjenjuje implicitna metoda onda se izvorski član linearizira, odnosno:

$$S_c \Delta V_C = a + b \varphi_c \quad (2.32)$$

Možemo zaključiti da diskretizacijom integrala i uvrštavanjem lineariziranog izvorskog člana dobivamo linearnu algebarsku jednadžbu očuvanja za konačni volumen. Ako taj postupak primijenimo na cijelo područje proračuna, dobije se sustav linearnih algebarskih jednadžbi. Broj jednadžbi poklapa se sa brojem nepoznanica. Ako nam je izvorski član nelinearna funkcija od  $\varphi$ , rješavanje jednadžbe zahtjevat će iterativni postupak, pa će se sustav linearnih jednadžbi za svaki čvor kontrolnog volumena rješavati više puta unutar jednog vremenskog koraka.

Budući da ćemo u proračunu koristiti uzvodne sheme diferencije prvog i drugog reda, malo ćemo ih pobliže objasniti.

### 2.5.1 Uzvodna shema (Upwind Differencing Schemes-UDS)

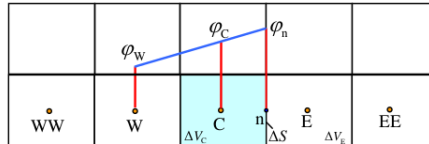
Uzvodna shema prvog reda točnosti najjednostavnija je numerička shema. Pretpostavlja se da je vrijednost fizikalne veličine na stranici jednaka vrijednosti u čvoru konačnog volumena uzvodno. Difuzijski transport je simetričan, pa će za diskretizaciju tog dijela transporta shema centralnih razlika biti najbolje rješenje.

$$-D \frac{d\varphi}{dn} = -D (\varphi_N - \varphi_C) \quad (2.33)$$

Sheme će se razlikovati po modeliranju konvekcijskog transporta, odnosno vrijednosti  $\varphi$ . Osnovna prednost ove sheme je jednostavnost implementacije i stabilna rješenja, i često je najbolja shema za početak proračuna. Nedostatak je što ova shema unosi lažnu difuziju u rješenje.

### 2.5.2 Linearno uzvodna shema (Second Order Upwind ili Linear Upwind Scheme-LUDS)

Prava potpuno uzvodna shema, koja je drugog reda točnosti je linearno uzvodna shema. Određuje vrijednost fizikalne veličine  $\varphi$  na stranici  $\varphi_n$  s linearnom ekstrapolacijom vrijednosti iz dvaju čvorova uzvodno.



Slika 2.5: Linearno uzvodna shema [1.]

Difuzijski transport se definira kao u prethodnoj shemi, izrazom (2.33), a izraz za vrijednost  $\varphi_n$  u konvekcijskom transportu je za ravnomjernu mrežu sa slike 2.5 jednak

$$\varphi_n = \varphi_C + \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_C^{uzvodno} = \varphi_C + \frac{1}{2} (\varphi_C - \varphi_W) \quad za \quad F > 0 \quad (2.34)$$

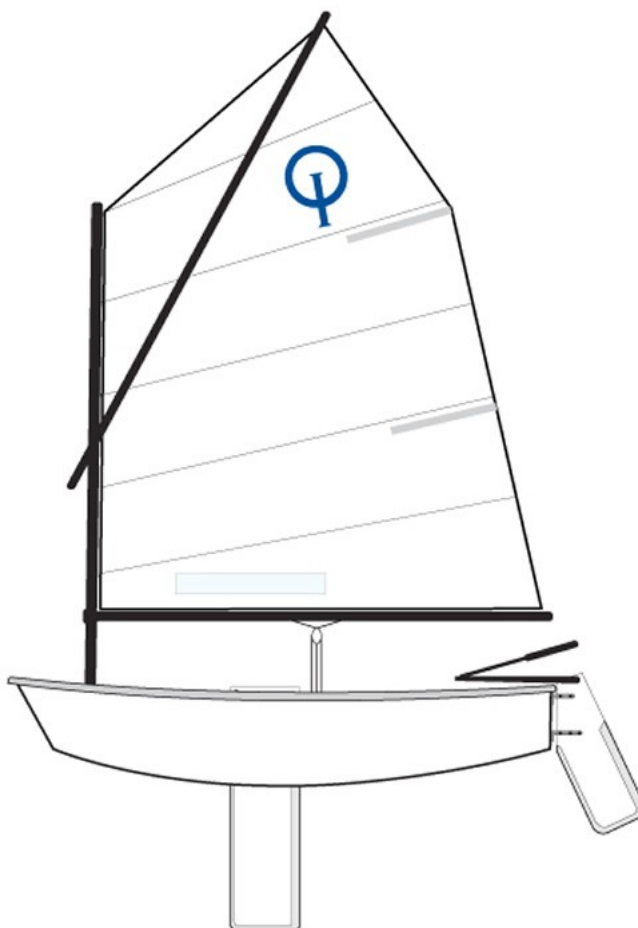
$$\varphi_n = \varphi_E + \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_E^{uzvodno} = \varphi_E + \frac{1}{2} (\varphi_E - \varphi_{EE}) \quad za \quad F < 0 \quad (2.35)$$

Ova shema generira negativne koeficijente, te će davati oscilatorno rješenje u blizini diskontinuiteta. Uzvodna shema drugog reda točnosti je numerička shema koja se često koristi zbog zadovoljavajućeg odnosa točnosti i stabilnosti.

### 3 Jedrilica klase 'Optimist'

Optimist je mala jedrilica kojom je moguće samostalno upravljati, namijenjena djeci do 15 godina. Dizajnirao ju je Clark Mills 1947. godine kao niskobudžetnu jedrilicu za mladež. Originalna konstrukcija je vrlo jednostavna, s uzdužnom vertikalnom ravninom simetrije, kako bi se omogućila izrada koristeći svega pet komada iverice. Najčešće je izrađen od fiberglasa, međutim i dalje se izrađuju i drvene varijante. Sa preko 150 000 registriranih brodova spada među najpopularnije jedrilice na svijetu.

Jedriličari natjecatelji obično teže između 30 i 60 kg. Tako širok raspon masa jedriličara omogućen je raznovrsnim oblikovanjem jedara. Zbog njegove iznimne stabilnosti, robusne građe i relativno malenog jedra, Optimistom se redovito jedri pri vjetru do 30 čvorova.

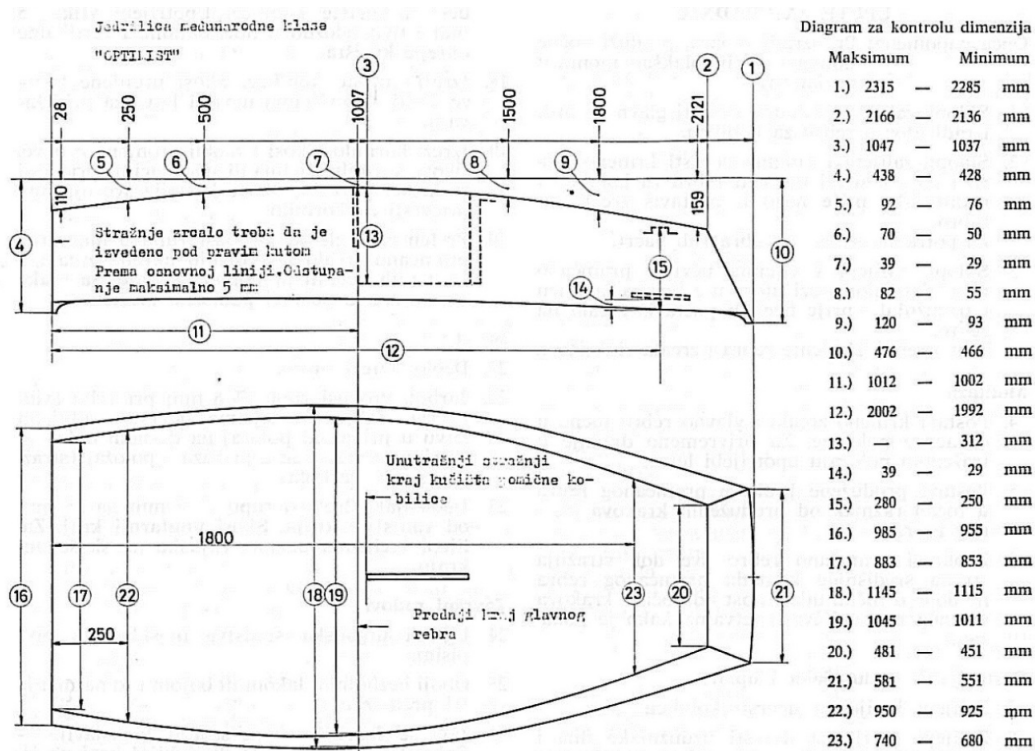


Slika 3.1: Bočni prikaz jedrilice Optimist

#### 3.1 Geometrija

Iako je dizajn jedrilice namijenjen kao javno dostupan od strane autora Clarka Millsa, s mnogobrojnim informacijama o kategorizaciji i pravilima, sami nacrti jedrilice Optimist nisu dostupni na internetu. U radu je korišten nacrt objavljen u časopisu Brodogradnja, Srpanj 1973. [4] Glavni dio

nacrta je skeniran i prikazan na slici 3.2, dok su osnovne dimenzije prikazane u tablici 1.



Slika 3.2: Nacrt jedrilice Optimist [4]

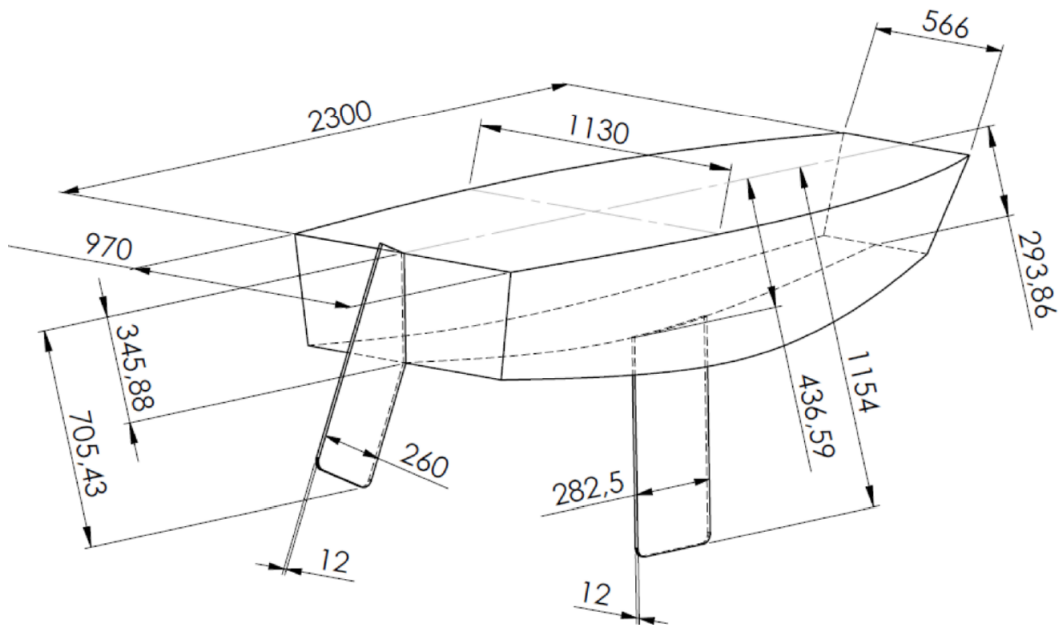
Dužina	2,30 m
Širina	1,13 m
Masa	35 kg
Površina jedra	3,25 m <sup>2</sup>

Tablica 1: Osnovne dimenzije jedrilice Optimist

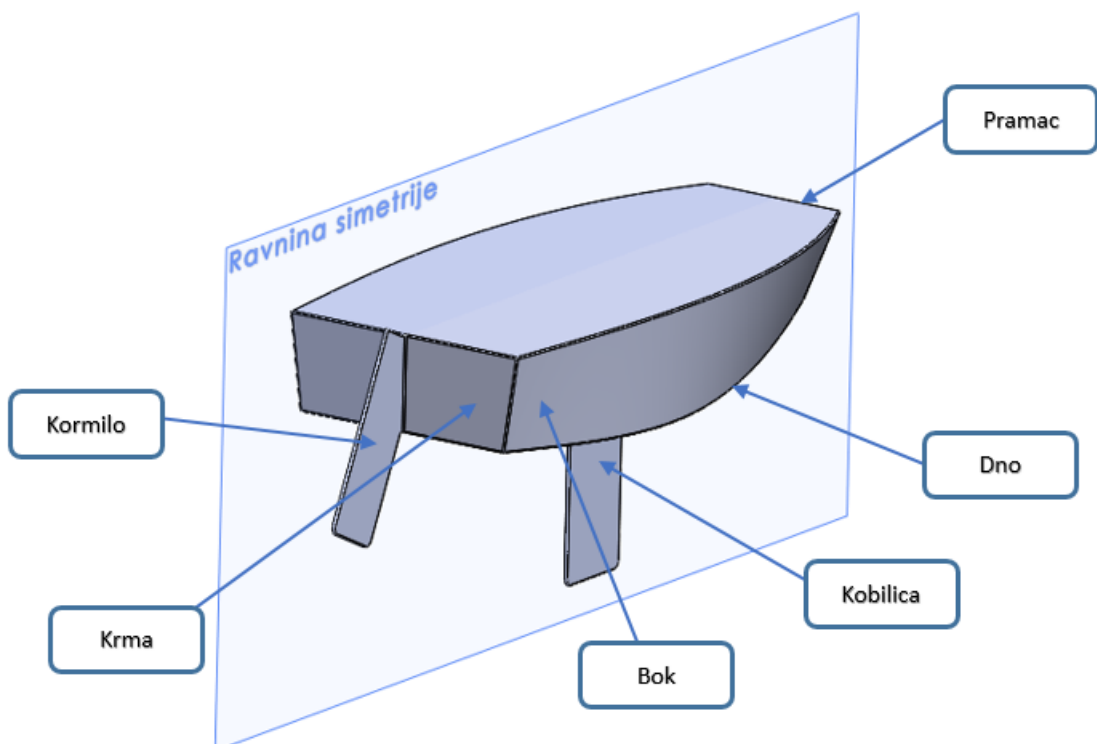
### 3.1.1 3D model

Iz dostupnih nacрта pomoću programskog paketa *SolidWorks* izrađen je 3D model jedrilice. Zbog simetričnosti jedrilice, modelirana je samo polovica modela te je druga polovica dobivena zrcaljenjem oko ravnine simetrije. Jedrilica se sastoji od kormila i trupa koji sadrži dno, bokove, krmu i pramac. Svi radijusi na bridovima trupa i kormila iznose ( $r=6$  mm) što zbog preglednosti nije prikazano na slici 3.3. Također treba napomenuti da zbog ograničenih računalnih resursa

pažljivo je procjenjeno na kojim mjestima može doći do pojednostavljenja modela. Konačni model korišten u proračunu prikazan je na slici 3.4.



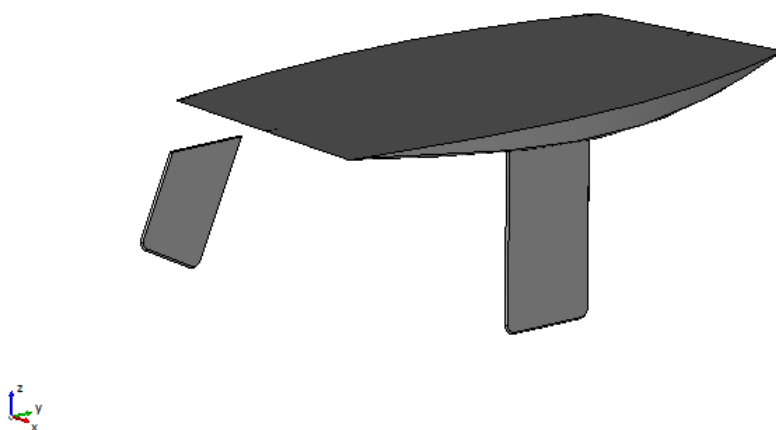
Slika 3.3: Dimenzije modela



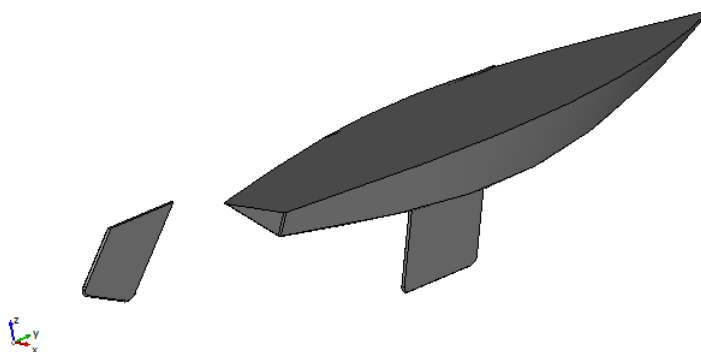
Slika 3.4: 3D model jedrilice

### 3.1.2 Istisnina

Istisnina označava volumen fluida (vode) koji brod istisne pri uranjanju u fluid te je zavisna o masi jedrilice (35 kg) i svega ostalog što se u njoj nalazi te o gustoći fluida u kojoj je jedrilica uronjena. Poznata nam je ukupna masa optimista i jedriličara što iznosi 80 kg. U ovom radu izvedeno je šest slučajeva opstrujavanja jedrilice te je za svaki slučaj potrebno pronaći iznos istisnine. Kako u ovom radu razmatramo strujanje vode oko jedrilice za gustoću uzimamo vrijednost  $998,7 \text{ kg/m}^3$ . Iako se istisnina računa preko jednostavnog izraza za uzgon, zbog kompleksne geometrije nije moguće dati točan podatak. Za ubrzani i olakšani način izračunavanja istisnine poslužit ćemo se programskim paketom *Salome* u kojem se jednostavno dolazi do rješenja. Parametri koje unosimo su ukupna težina jedrilice (zajedno sa jedriličarom, 80 kg), te vrijednost gustoće vode ( $998,7 \text{ kg/m}^3$ ). Ovaj postupak potrebno je ponoviti za svaki slučaj odnosno za nulti položaj jedrilice te za bočni nagib od  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  i  $20^\circ$ . Na slikama 3.5 i 3.6 prikazani su uronjeni dijelovi jedrilice za odabrane slučajeve. Kako je prije navedeno postupak određivanja istisnine je isti za sve slučajeve te su i slike identične.



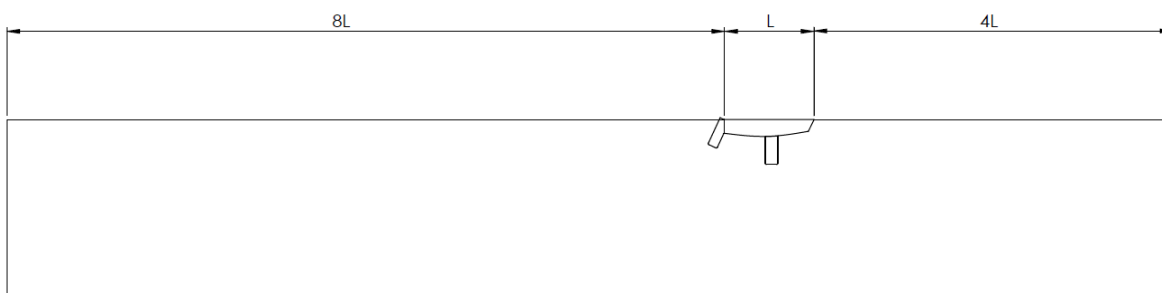
Slika 3.5: Istisnina za nulti položaj jedrilice



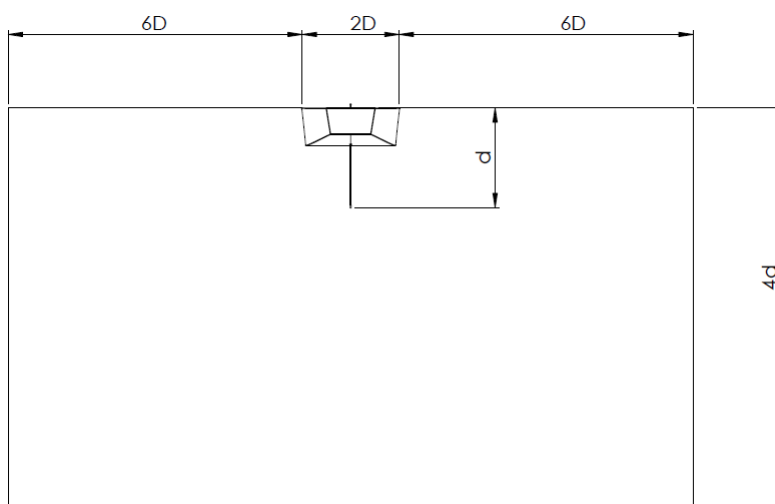
Slika 3.6: Istisnina jedrilice uz bočni nagib od  $20^\circ$

### 3.2 Proračunska domena

Jedan od glavnih uvjeta za dobivanje pouzdanih rezultata računalne simulacije pravilan je odabir proračunske domene i pravilno pozicioniranje ispitne geometrije. Pošto proračunavamo neomevano strujanje oko jedrilice, duljina domene iza jedrilice znatno mora biti duža od duljine domene ispred jedrilice ili domene oko jedrilice kako bi se kvalitetno razlučili vrtložni tragovi te osiguralo dovoljno prostora i vremena za difuzijsko ujednačavanje strujanja. Mjere za određivanje veličine domene odabiru se prema dimenzijama cjeloukupne jedrilice a ne samo njezinog uronjenog dijela. Tako će nam širina domene biti veća od šesterostruke vrijednosti najšireg dijela trupa, dubina je veća od deseterostruke vrijednosti najveće mjere dubine trupa jedrilice ne uračunajući kobilicu što približno iznosi četiri puta veću dubinu. Duljina domene iznosi trinaest ukupnih duljina jedrilice s tim da ispred jedrilice dolaze četiri duljine a iza jedrilice osam duljina trupa jedrilice. Prikaz proračunske domene je na slici 3.7 i 3.8.



Slika 3.7: Duljina domene obzirom na duljinu jedrilice



Slika 3.8: Širina i visina domene obzirom na dimenzije jedrilice

Proračunska domena izrađena je u programskom paketu *Salome*. Učitavanjem .STEP datoteke napravljene u *SolidWorks*-u dobimo 3D geometriju jedrilice na kojoj je potrebno, kako je prije

navedeno odrediti istisninu. Nakon toga vrlo je jednostavno postaviti željeni položaj jedrilice te kreirati traženu okolinu. Ishodište globalnog koordinatnog sustava postavljeno je na presjecištu ravnine simetrije jedrilice, slobodne površine te stražnjeg brida kobilice. Takvom orijentacijom ishodišta dobivamo optimalno pozicionirani koordinatni sustav obzirom na težište jedrilice te se njegova definicija koristi u svim izrađenim proračunskim domenama.

Kako bi se smanjio ukupni broj konačnih volumena kod izrade mreže domena je podjeljena u više područja. Finija mreža napravljena je u području u kojem se očekuju veći gradijenti polja fizikalnih veličina odnosno oko trupa i kormila jedrilice. Kako imamo zaobljene rubove na geometriji jedrilice u područjima radijusa biti će najfinija mrža da bi se održala definicija geometrije. Nakon definiranja domene, potrebno ju je zapisati u obliku .STL datoteka. STL (STereoLitography) predstavlja format zapisa površine trodimenzionalnih geometrijskih oblika bez svojstava poput boje, teksture i drugih, tipičnih za CAD modele. STL datoteka opisuje geometriju putem nestrukturiranih trokutastih površina koje su smjerom normale i točkama poredanim pravilom desne ruke definirane u trodimenzijskom Kartezijevom koordinatnom sustavu.

Budući da nam *Salome* zapisuje geometriju svake površine zasebno, potrebno ih je spojiti u zajedničku globalnu .STL datoteku. To možemo odraditi u proizvoljnom odabranom *text editoru*. Važno je napomenuti da .STL datoteke koje opisuju najfinije dijelove geometrije (zaobljene rubove) ne spajamo u globalnu već se one kasnije koriste u svrhu označivanja mjesta u blizini kojih je potrebno profiniti mrežu.

### 3.3 Rubni uvjeti

Rubni uvjeti uvelike utječu na rješenja jednadžbi strujanja fluida. Upravo zato vrlo je bitno pravilno odabrati rubne uvjete kako bi odgovarali stvarnom ponašanju u prirodi. Kako je ovdje razrađeno strujanje oko jedrilice, granice su udaljene od samoga izvora poremećaja te je strujanje na ulazu neometano. Izlaz je postavljen dovoljno daleko kako bi osiguralo ujednočavanje strujanja. Budući da se smatra da je dubina dovoljno duboka, zanemaruje se utjecaj te postavljamo simetriju. Rubni uvjet simetrije postavljamo i na bočnim stranama domene jer se smatra da ne postoje okolni izvori poremećaja strujanja. Na ulazu i izlazu postavljeni su uniformni konstantni uvjeti strujanja tj. strujanje bez prisustva gradijenta. Uronjeni dio broda je kreiran kao nepropusna granica na kojoj je brzina strujanja jednaka brzini granice tj. nema proklizavanje fluida. Na uronjenom dijelu broda primijenjene su standardne zidne funkcije kako bi se reducirala potreba za visokom rezolucijom mreže u tom području te globalno smanjio broj ćelija te u konačnici i vrijeme računanja. Potpuni popis granica i pripisanih rubnih uvjeta vidljiv je u tablici 2.



Naziv granice	Rubni uvjet					
	0°	1°	2°	5°	10°	20°
Ulaz	Patch	Patch	Patch	Patch	Patch	Patch
Izlaz	Patch	Patch	Patch	Patch	Patch	Patch
Dno	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry
Bok 1	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry
Bok 2	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry
Površina	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry
Bok broda 1	Wall	Wall	Wall	Wall	-	-
Bok broda 2	Wall	Wall	Wall	Wall	Wall	Wall
Dno broda	Wall	Wall	Wall	Wall	Wall	Wall
Kobilica	Wall	Wall	Wall	Wall	Wall	Wall
Kormilo	Wall	Wall	Wall	Wall	Wall	Wall
Krma	-	-	-	-	Wall	Wall

Tablica 2: Granice i rubni uvjeti na granicama za pojedine slučajeve bočnog nagiba

U ovome se radu koristi matematički model nestlačivog stacionarnog turbulentnog strujanja koji je iznesen u poglavlju 2. Diskretizirane jednadžbe modela se rješavaju programom simpleFoam namijenjenim rješavanju upravo ovakvog modela SIMPLE postupkom, u inačici kako je on implementiran u sklopu OpenFOAM paketa. Pri rješavanju jednadžbi količine gibanja, i jednadžbi za veličine  $k$  i  $\omega$   $k - \omega$  SST modela turbulencije, na granici Ulaz (prema tablici 2 i slici (ona slika gdje je nacrtan brod s imenima pojedinih ploha) je primijenjen uvjet konstantne raspodjele zadanih vrijednosti ovih veličina u neporemećenoj struji.

Na svim plohama koje su u tablici 2 navedene oznakom "Wall", za brzinu je primijenjen uvjet mirujuće stijenke, a za veličine  $k$  i  $\omega$  uvjeti koji osiguravaju ispravno zadavanje rubnih uvjeta u sklopu primjene zidnih funkcija u  $k - \omega$  SST modelu.

Pri rješavanju jednadžbe za korekciju tlaka, na svakoj od granica se primijenjeni rubni uvjet svodi na uvjet nultog gradijenta, a polje tlaka je fiksirano zadavanjem konstantne vrijednosti u točki smještenoj neposredno uz granicu "Ulaz"

### 3.3.1 Određivanje parametara turbulencije na ulazu

Da bi se dobila što točnija slika strujanja na ulazu, potrebno je odrediti ulazne parametre na granici. Profili brzine, distribucija tlaka te parametri turbulencije u idealnim uvjetima definiraju se iz eksperimentalnih mjerenja ili empirijskih formula. Zbog velikog broja različitih geometrija i uvjeta strujanja te vrijednosti nije moguće uvijek odrediti na taj način. Budući da postoji dovoljno prostora prije same geometrije jedrilice, strujanje će se razviti u svoj stvarni oblik prije nailaska na razmatrani izvor poremećaja (trup jedrilice). Za takav slučaj dovoljno je postaviti uniformne vrijednosti ulaznih parametara duž cijele ulazne granice. Takav pristup uobičajeni je kod provedbi simulacija kod kojih su nepoznati profili ulaznih vrijednosti parametara strujanja. Definiranje realističnih vrijednosti ulaznih parametara turbulencije dovodi do bržeg konvergiranja rješenja. U

ovom radu koristimo  $k - \omega$  SST model turbulencije pa je potrebno odrediti ulazne vrijednosti kinetičke energije turbulencije ( $k$ ) i sificičnu brzinu disipacije ( $\omega$ ).

### Kinetička energija turbulencije

Kinetičku energiju turbulencije moguće je izračunati pomoću sljedeće relacije:

$$k = \frac{3}{2}(v_{sr}I)^2 \quad (3.1)$$

gdje je  $v_{sr}$  srednja vrijednost brzine strujanja.  $I$  je intenzitet turbulencije te se računa kao omjer korijena kvadrata osrednjene vrijednosti fluktuacije brzine i srednje vrijednosti brzine strujanja ( $v'/v_{sr}$ ). Strujanja sa intenzitetom manjim od 1% smatraju se nisko turbulentnima dok za vrijednost veću od 10% visoko turbulentnima. U našem problemu intenzitet turbulencije je oko 1% dok je srednja brzina strujanja 1,5 m/s te nam je kinetička energija turbulencije jednaka:

$$k = \frac{3}{2}(1,5 \cdot 0.01)^2 = 0.0003375 \quad \text{m}^2/\text{s}^2 \quad (3.2)$$

### Specifična brzina disipacije

Specifična brzina disipacije računa se prema sljedećem izrazu:

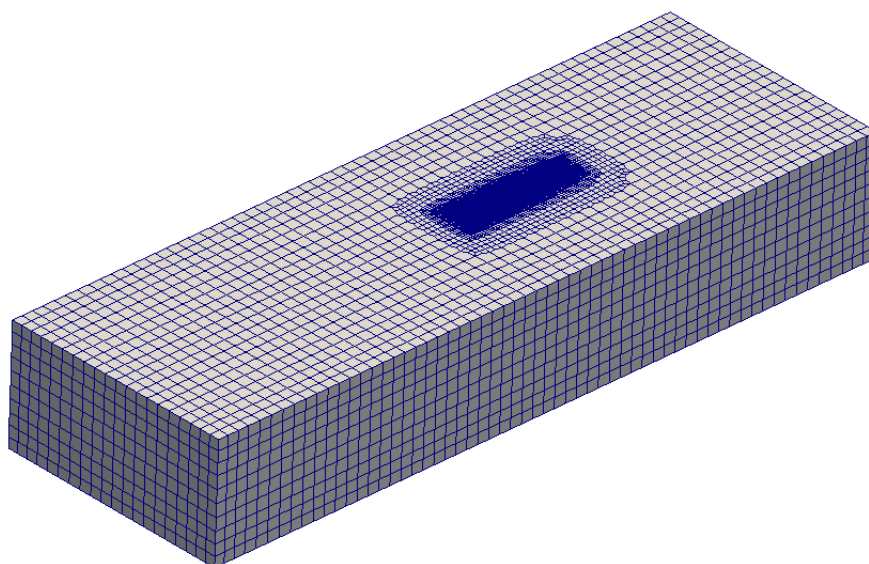
$$\omega = \frac{k^{0,5}}{C_\mu^{0,25}l} \quad (3.3)$$

pri čemu je  $C_\mu$  empirijska konstanta definirana unutar  $k - \omega$  SST modela turbulencije ( $C_\mu = 0,09$ ) a  $l$  duljinska mjera turbulencije. Duljinska mjera turbulencije fizikalna je veličina koja opisuje dimenziju velikih vrtloga, koji sadrže najviše energije, u turbulentnom strujanju fluida. Za vanjske tipove strujanja vrlo je važno odrediti što točniju duljinsku mjeru turbulencije. Ako vrijednost ispadne nefizikalna, može doći do nerealnog rješenja i loše konvergencije. Dimenzije najvećih vrtloga teško mogu prerasti dimenzije izvora poremećaja pri niskim vrijednostima Reynoldsovog broja pa se duljinska mjera turbulencije određuje kao 70 % duljine jedrilice odnosno  $l = 0.07L = 0,161$ . Uvrštavajući te vrijednosti u izraz za specifičnu brzinu disipacije (3.3) dobivamo:

$$\omega = \frac{0.0003375^{0,5}}{0,09^{0,25}0,161} = 0,2083 \quad \text{m}^2/\text{s}^3 \quad (3.4)$$

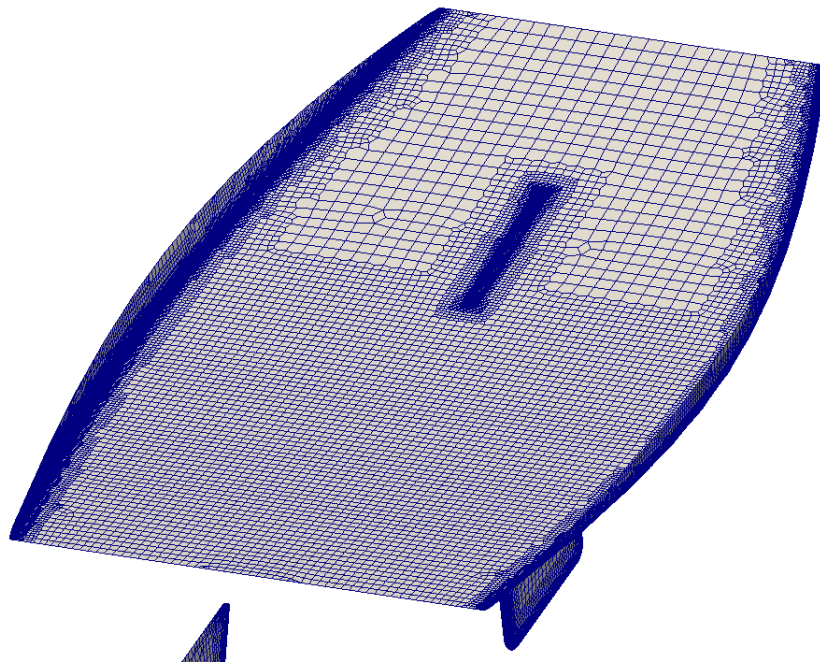
### 3.4 Mreža konačnih volumena

Za postizanje kvalitetnih rezultata veliku važnost ima mreža konačnih volumena te je potrebno posvetiti veliku pažnju na izradu iste. Kako je prije navedeno, finija mreža potrebna nam je na mjestima sa većim gradijentima te na inženjeru i njegovom iskustvu leži odgovornost da procjeni područja gdje je potrebna finija, odnosno rjeđa mreža. Taj postupak se radi u vidu postizanja optimalne točnosti rezultata u prihvatljivom vremenu proračuna. Mreže korištene u ovom radu napravljene su pomoću *cfMesh* programskog paketa, koji se temelji na biblioteci OpenFOAM paketa. Taj program omogućuje nam automatsko generiranje nestrukturiranih mreža određene kompleksnosti. Kako je geometrija jedrilice relativno jednostavnijeg oblika, moguće je automatski generirati većinski heksaedarsku mrežu s višestrukim stupnjevima rafinacije.

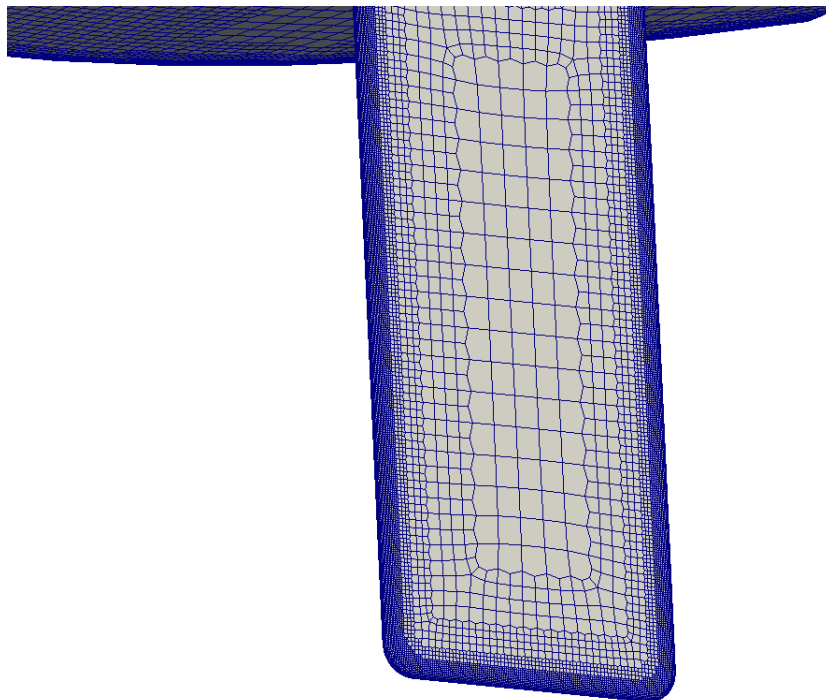


Slika 3.9: Mreža konačnih volumena

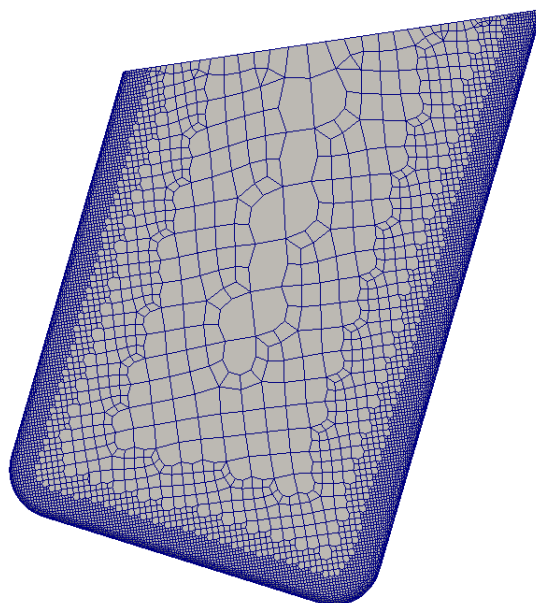
Programski paket *cfMesh* koristi datoteku *meshDict* iz koje vadi parametre za konfiguraciju mreže. Unutar datoteke *meshDict* definiraju se sve postojeće granice domene i željene veličine ćelija na njima. Ovdje se definiraju i područja najfinijih područja mreže uz pomoć vanjskih *.STL* datoteka koje sadrže informacije o željenom području rafinacije. Za geometriju jedrilice područja najfinije rafinacije nalaze se oko zaobljenih dijelova (slike 3.10 - 3.13 ). Treba još napomenuti da je u datoteci *meshDict* napisan dio koda koji profinjuje mrežu u obliku označavanja područja kvadrom iza kobilice i kormila kako bi se bolje razlučio vrtložni trag.



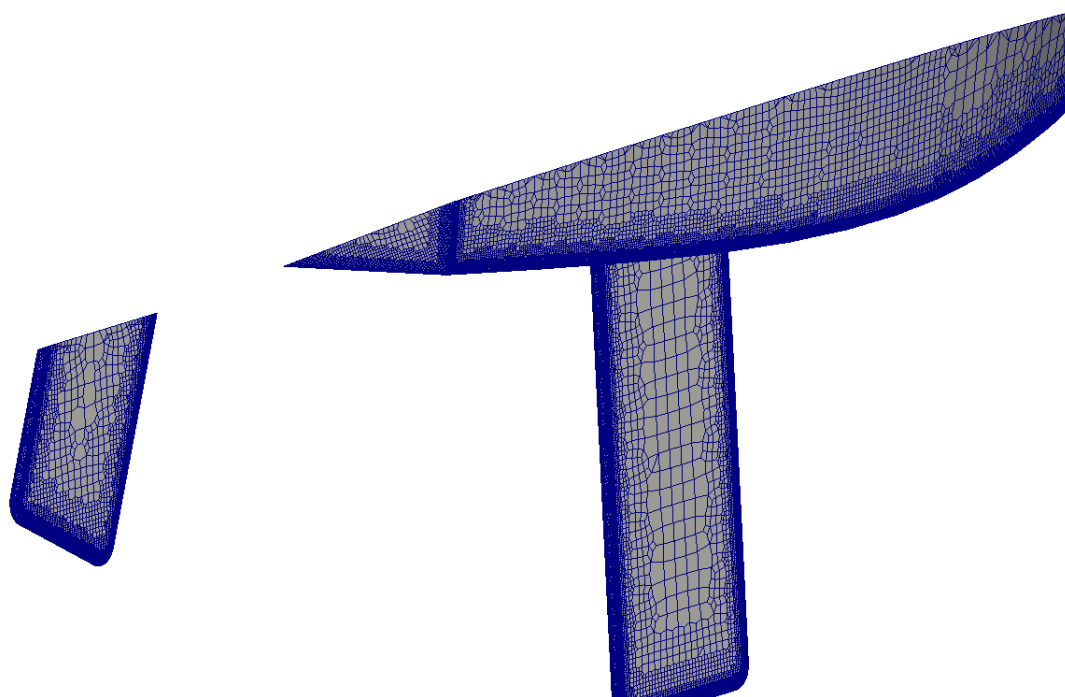
Slika 3.10: Prikaz mreže trupa



Slika 3.11: Prikaz mreže kobilice



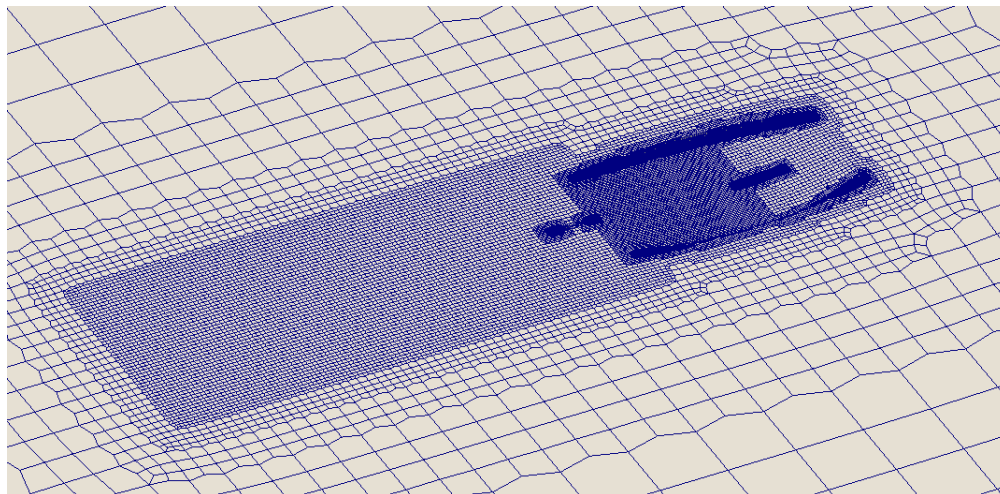
Slika 3.12: Prikaz mreže kormila



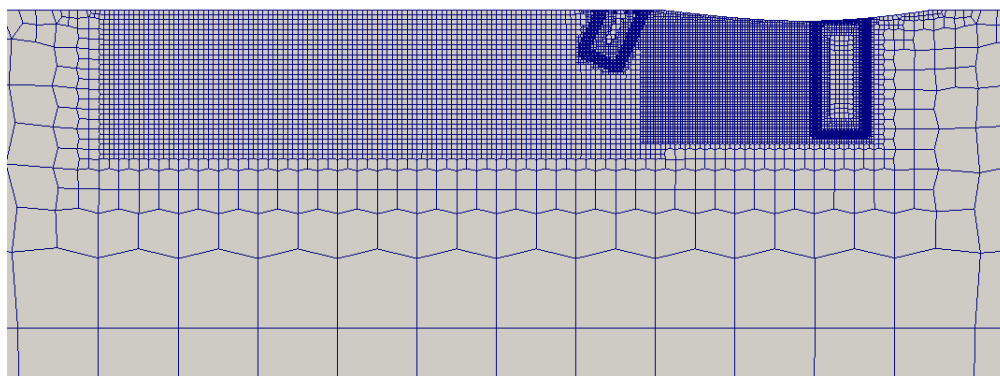
Slika 3.13: Prikaz mreže krme kod bočnog nagiba od 20°

U ovom radu generirano je ukupno šest mreža odnosno za svaki od nagiba po jedna mreža. Mreže su hibridne sa prevladavajućim heksaedarskim volumenima te uz prisustvo trokutnih prizmi, poliedara te tetraedarskih i piramidnih volumena kako bi se sačuvala definicija geometrije. Dimenzije mreže su od 950000-990000 ćelija. Mreže prikazane na slikama 3.14 - 3.15 odnose se na multi

položaj jedrilice. Kod ostalih nagiba jedrilice mreže se ne razlikuju značajno te nisu prikazane zasebnim slikama.



Slika 3.14: Površinska mreža jedrilice



Slika 3.15: Prikaz područja s progušćenom mrežom

## 4 Računalne simulacije

Proračuni utjecaja bočnog nagiba na hidrodinamičku silu otpora jedrilice klase *Optimist* izvedeni su pomoću slobodno dostupnog programskog paketa OpenFOAM. OpenFOAM (eng. "Open source Field Operation And Manipulation") programski je paket za operacije nad skalarnim transportnim jednadžbama te omogućava efikasne proračune za kompleksne tipove strujanja fluida, prijenosa topline, kemijskih reakcija, turbulencija, dinamike krutih tijela, elektromagnetike i dr. Najveća prednost samog programa je u postojanju široke biblioteke primjera koji se mogu vrlo lako promijeniti i prilagoditi tipu problema koji se analizira. Program ima dobro svojstvo paralelizacije s kojom postiže skoro pa linearno skaliranje kod upotrebe više procesora (bilo to i nekoliko tisuća).

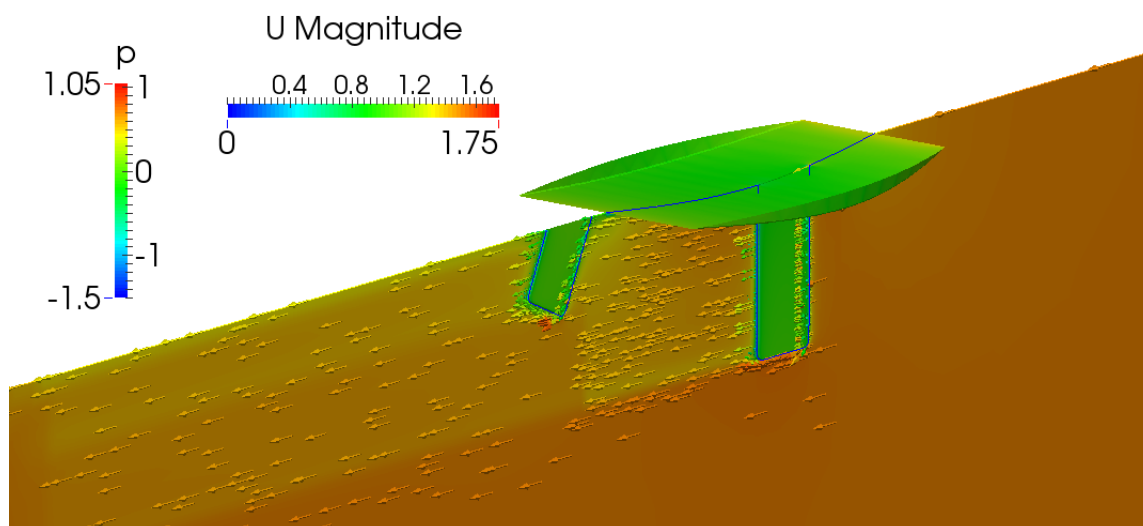
Kako je to navedeno i u poglavlju 2., u ovome se radu primjenjuje matematički model stacionarnog strujanja, te se za rješavanje koristio program *simpleFoam*. U stvarnom slučaju strujanje oko jedrilice je nestacionarno no zbog malih brzina strujanja te hidrodinamički glatkog trupa i  $k - \omega$  SST modela turbulencije stacionarni rješavač nam daje pouzdane rezultate. Prilikom simulacije praćene su vrijednosti reziduala te komponente sila koje djeluju na trup. Promatrane vrijednosti bile su konstantne na prvih pet značajnih znamenki za konvergirano rješenje što je ujedno pokazalo da se može koristiti stacionarni pristup.

Za postavljanje simulacije korišteni su podaci i mreže predstavljeni u prethodnom dijelu teksta. U početku simulacije korištene su sheme prvog reda točnosti da bi se omogućila brza konvergencija prema približno točnom rješenju te da bi se izbjegle nestabilnosti rješenja zbog pogrešno izračunatih ili nedeovoljno preciznih ulaznih pretpostavki strujanja. Prilikom konvergencije rješenja uz sheme prvog reda točnosti, sheme su prebačene su na drugi red točnosti. Na taj način sheme drugog reda točnosti vrlo brzo konvergiraju zbog dovoljno dobrih početnih rješenja koje daju sheme prvog reda točnosti. Jednadžbe koje se rješavaju u ovom proračunu su jednadžba kontinuiteta ili jednadžba tlaka i jednadžba količine gibanja ili jednadžba brzine. Jednadžba tlaka rješava se pomoću algebarskog višemrežnog rješavača kojeg inačica u paketu OpenFOAM nosi naziv GAMG (eng. Generalized Algebraic MultiGrid). GAMG rješavač radi na principu ispravljanja grešaka na grubljim mrežama kako bi se što brže došlo do konvergencije. Nakon postizanja željenog rješenja na grubljoj mreži ti rezultati se prenose na finije mreže kao početno rješenje. Preostale jednadžbe (količine gibanja i jednadžbe modela turbulencije) se rješavaju pomoću običnog iterativnog rješavača koji u paketu OpenFOAM nosi naziv *smoothSolver* i koji se u ovome radu odnosio na simetrični Gauss-Seidel postupak.

Proračun sila koje djeluju na trup jedrilice napravljen je uz pomoć funkcijskog objekta *forces* koji se može naći u standardnoj OpenFOAM biblioteci. Objekt izračunava te zapisuje sile u obliku tlačnih i viskozni sila u datoteku na osnovu čega se kasnije jednostavno provode daljnje analize

## 4.1 Neutralni položaj jedrilice

Kod projektiranja i dizajniranja jedrilica, najviše proračuna provodi se upravo za neutralne položaje jedrilice. Razlog tome je to što jedrilica upravo takvim položajem plovi najviše vremena. Sve sile koje u tom položaju djeluju na jedrilicu nalaze se u ravnini simetrije broda koja uključuje i težište. Zbog toga ne postoje spregovi hidrodinamičkih sila koji bi uzrokovali promjenu smjera gibanja ili uzrokovali naganjanje jedrilice na jedan bok.



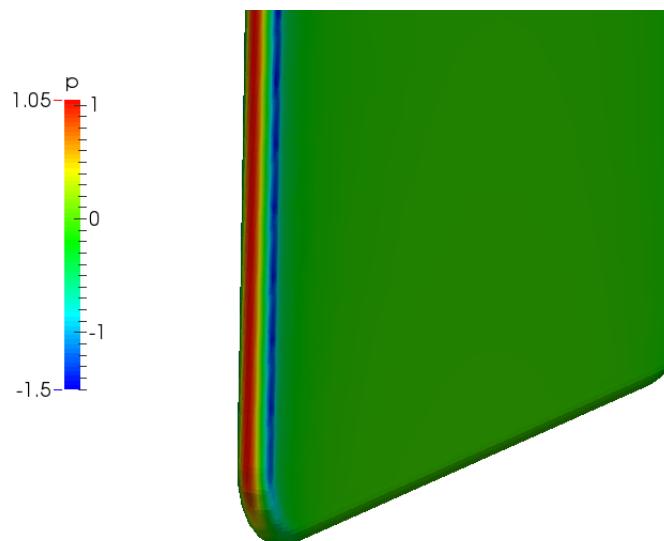
Slika 4.1: Raspodjela tlaka po površini i raspodjela brzine u okolini jedrilice

Na slici 4.1 vidi se polje brzina u okolici uronjenog dijela trupa jedrilice. Pregledom raspodjele tlaka po trupu za ovaj slučaj nultog nagiba, vidljivo je da je trup dobro hidrodinamički oblikovan i da strujanje bez separacije prati plohu trupa. Za ovakav uron jedrilice, uronjeni dio trupa poprima oblik blagog luka, te se čak niti na njegovom prednjem dijelu ne pojavljuje izražena zaustavna linija, zbog čega su i promjene tlaka duž smjera razvoja graničnog sloja puno blaže no što je to slučaj kod primjerice, aeroprofila i drugih potpuno opstrujavanih konstrukcija. Kormilo i kobilica su izvedene jednostavno, kao ravne ploče s jednim polukružno zaobljenim bridom, te se na slikama primjećuju tipična mjesta zaustavne linije i mjesta s niskim tlakom na prijelazima s zaobljenja na ravni dio, dok se prema konstantnoj raspodjeli tlaka po bočnim stranicama također zaključuje da se strujanje odvija bez separacije graničnog sloja.

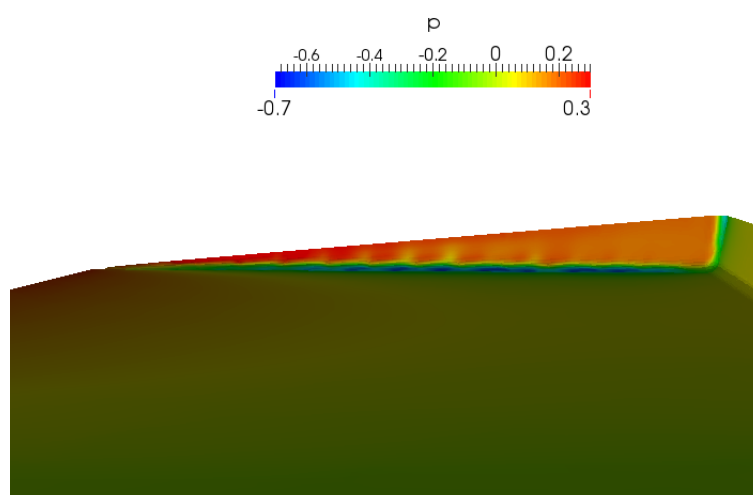
## 4.2 Polje tlaka

Iz prikaza raspodjele polja tlaka na krmenom zrcalu za slučaj bočnog nagiba od  $5^\circ$  (slika 4.3), vidljivo je da se vrijednosti tlaka ne vraćaju na iznos koje bi imale u zaustavnoj točki. Ovo govori da se zbog urona krmenog zrcala pri ovome nagibu, na krmenom zrcalu pojavilo odvajanje strujanja. Ova pojava je prikazana i u nastavku, u prikazima strujnica i polja brzine.





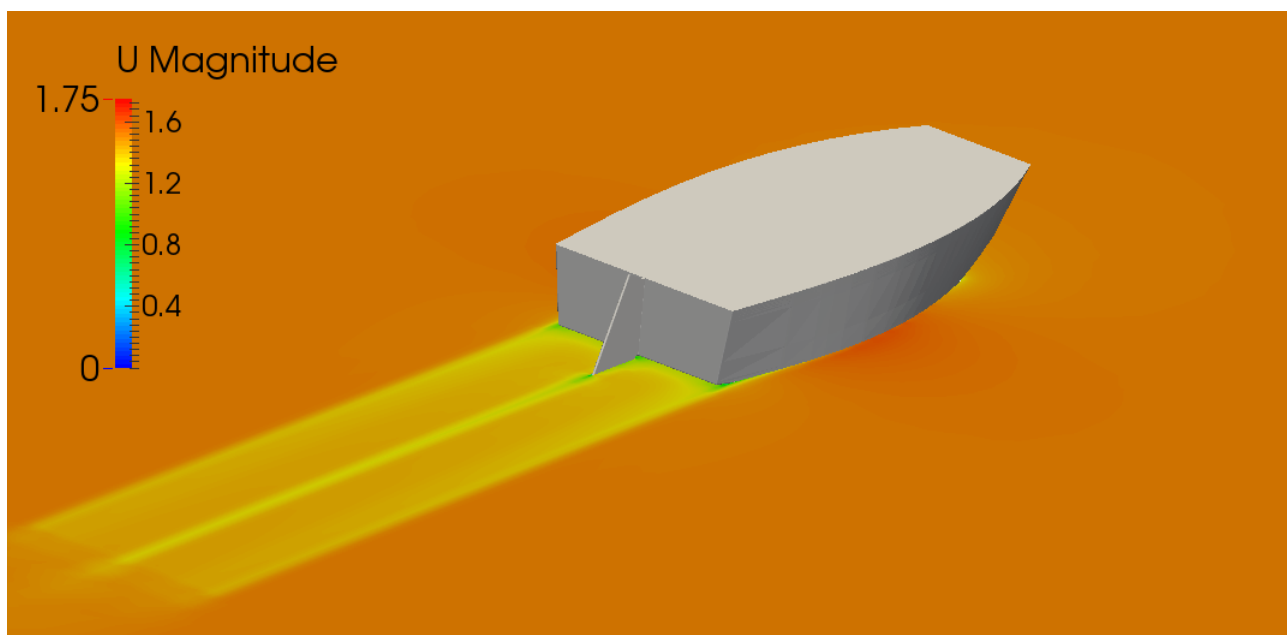
Slika 4.2: Uvećani prikaz tlaka na prednjoj strani kobilice uz bočni nagib od  $5^\circ$



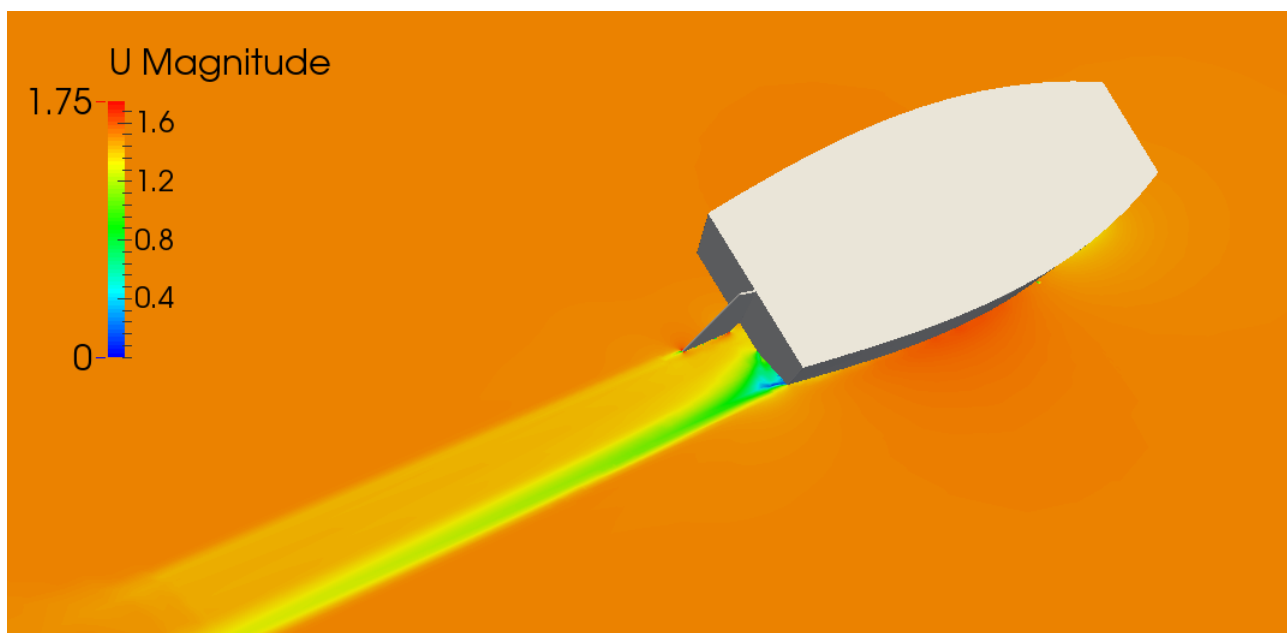
Slika 4.3: Uvećani prikaz tlaka na krmi uz bočni nagib od  $5^\circ$

### 4.3 Polje brzine

Iz prikazanih polja brzine, mogu se vidjeti područja odvajanja strujanja. Analizom polja brzina primjećuje se značajan pad brzine u blizini krmene linije presjeka. Sve većim povećanjem kuta nagiba jedrilice na krmenoj površini dolazi do sve veće pojave recirkulacijskih strujanja što se može vidjeti na slikama 4.5, 5.2 i 5.3.



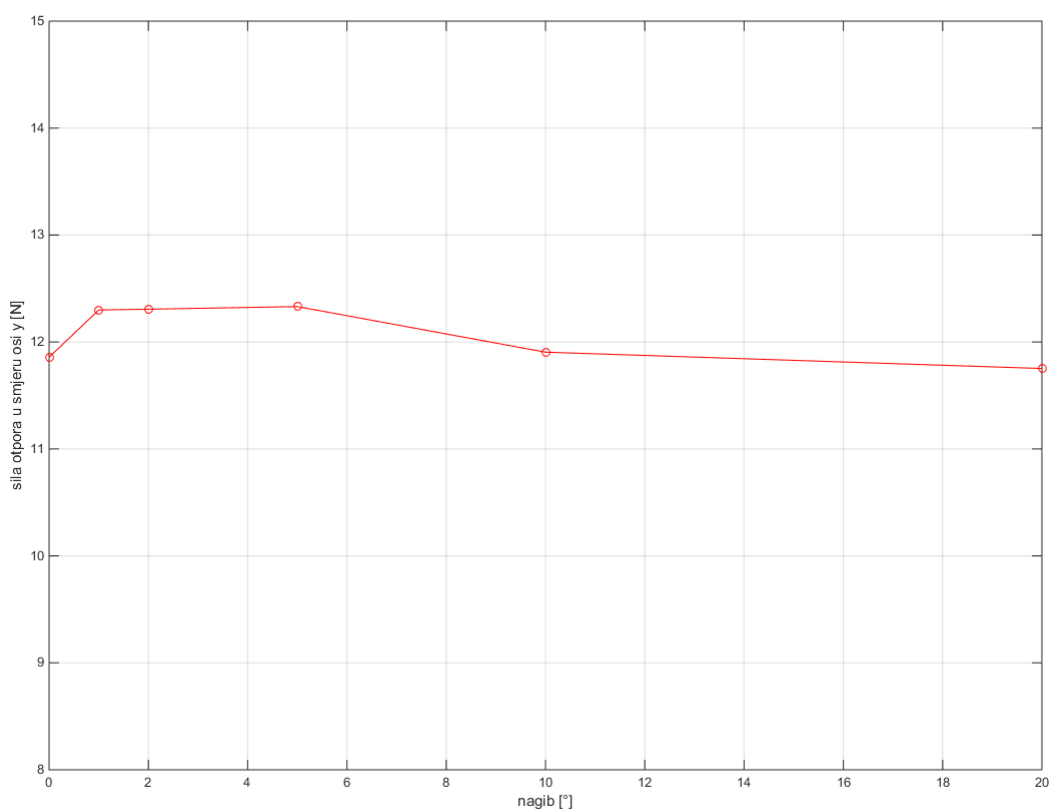
Slika 4.4: Brzina kod neutralnog položaja



Slika 4.5: Brzina kod nagiba od 20°

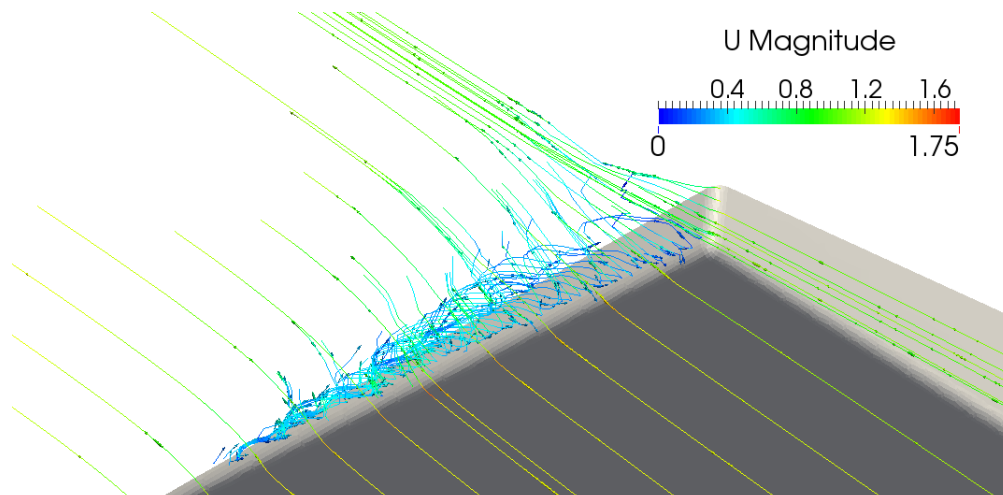
## 5 Analiza rezultata

Nakon izvođenja simulacija za prethodno navedene kuteve bočnog nagiba jedrilice, dobivene su vrijednosti hidrodinamičkih sila koje djeluju na jedrilicu. Slika 5.1 prikazuje promjenu hidrodinamičke sile otpora ovisnosti o bočnom nagibu jedrilice. Primjećujemo kako u početku sa porastom kuta nagiba dobivamo sve veću silu koja pada kad se jedrilica toliko nakosi da dio krme postane potopljen unutar vodene površine. Razlog početnog povećavanja hidrodinamičke sile je pojava odvajanja strujanja te pojava recirkulacijskih zona strujanja dok smanjenju hidrodinamičke sile otpora pripisujemo istodobnom smanjenju površine koja je u doticaju sa vodom. Kod nagiba od  $20^\circ$  površina se toliko smanji da hidrodinamička sila padne bez obzira što se javlja recirkulacijsko strujanje na krmi broda.

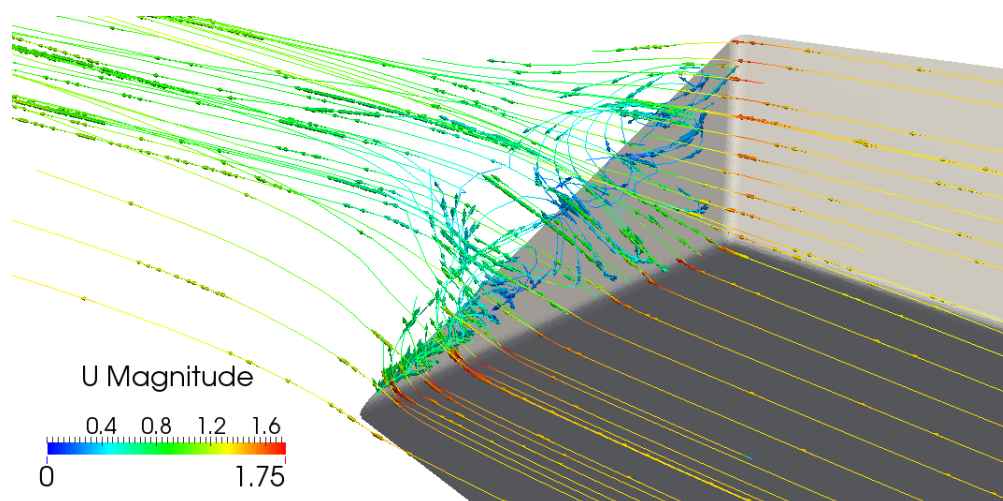


Slika 5.1: Ovisnost hidrodinamičke sile otpora o bočnom nagibu jedrilice

Najveća sila otpora dobije se za kut nagiba od  $5^\circ$ . Razlog najveće sile upravo je pojava recirkulacijskih zona strujanja (Slika 5.2) dok se sama površina neznatno promijeni u odnosu na neutralni položaj jedrilice.



Slika 5.2: Pojava recirkulacijske zone u okolici krme kod nagiba od 5°

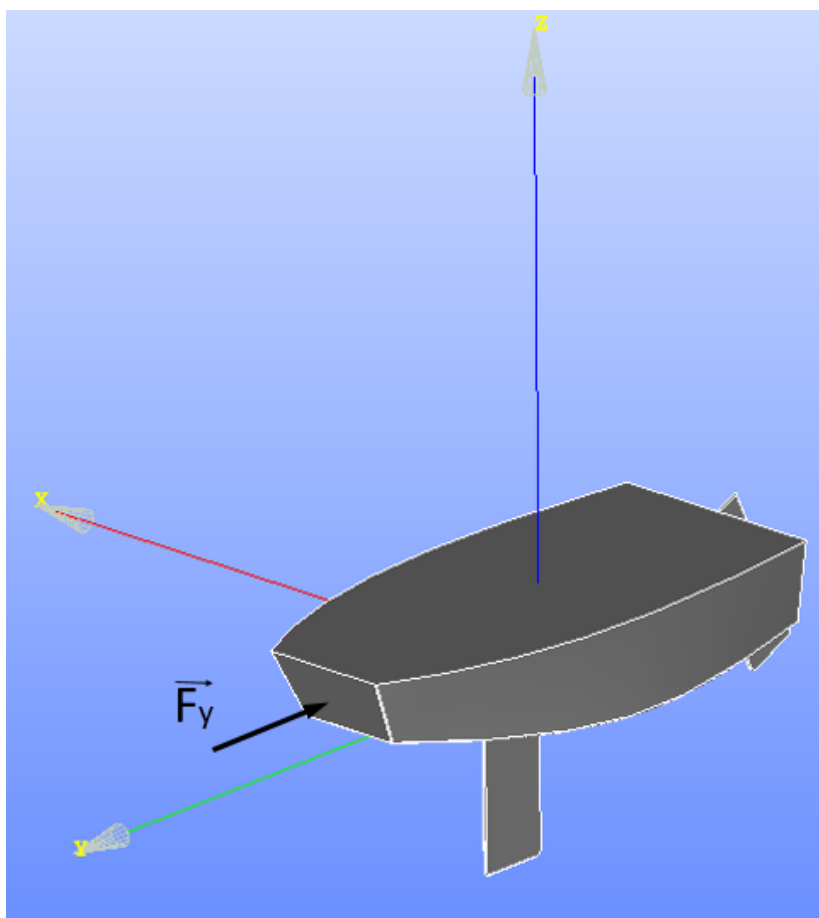


Slika 5.3: Pojava recirkulacijske zone u okolici krme kod nagiba od 20°

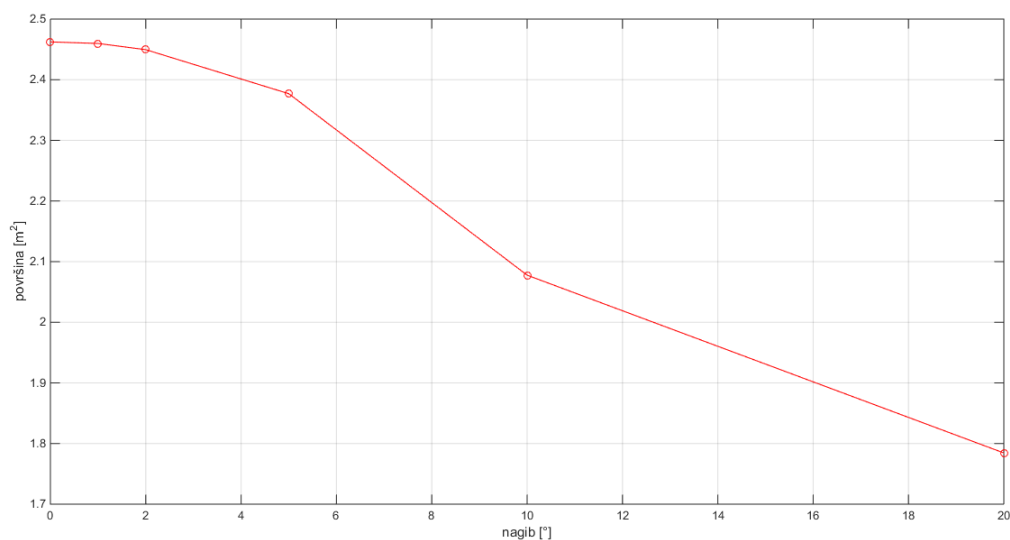
U tablici 3. prikazane su vrijednosti sile otpora te površina koja se nalazi u vodi.

Kut nagiba	Vrijednost hidrodinamičke sile otpora $F_y [N]$	Površina istisnine $A [m^2]$
0°	11,8576	2,4624
1°	12,2995	2,4598
2°	12,3068	2,4496
5°	12,3312	2,3769
10°	11,9048	2,0776
20°	11,7552	1,7845

Tablica 3: Vrijednosti hidrodinamičke sile otpora



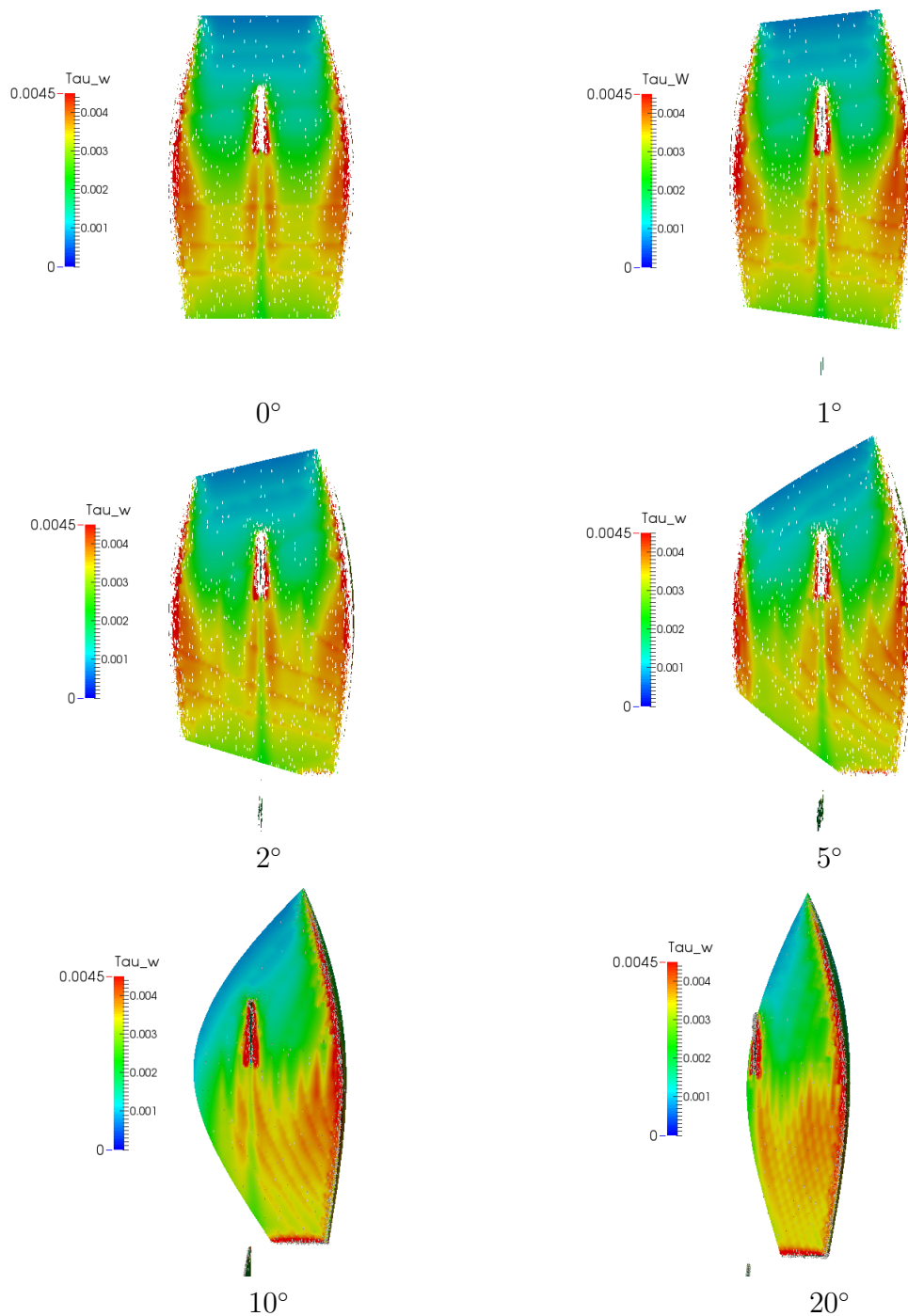
Slika 5.4: Prikaz smjera djelovanja hidrodinamičke sile otpora



Slika 5.5: Promjena površine istisnine u ovisnosti o kutu nagiba

Na slici 5.6 prikazane su vrijednosti tangencijalnih naprežanja za pojedinačne nagibe jedrilice. Može se vidjeti kako je u neutralnom položaju simetrično opterećenje na trup. Sa povećanjem

bočnog nagiba tangencijalno naprezanje raste na bočnoj strani na koju se nagnje jedrilica dok se vrijednosti naprezanja smanjuju na donjoj plohi trupa. Također se može vidjeti da je trup jedrilice dobro skrojen i za slučaj bočnog nagiba, jer pri njegovoj promjeni ne nalazimo područja sa separiranim strujanjem. Jedino područje s manjim iznosom trenja nalazimo u vrtložnom tragu kobilice koji je vrlo uzak.



Slika 5.6: Usporedba tangencijalnih naprezanja na trupu jedrilice za različite nagibe

## 6 Zaključak

Za utjecaj bočnog nagiba na silu otpora trupa jedrilice klase *Optimist* provedene su brojne simulacije u cilju postizanja što boljih rezultata natjecatelja. Tako je u ovom radu analizirano šest slučajeva bočnog nagiba te su dane usporedbe rezultata.

Proračuni su provedeni na pojednostavljenoj geometriji izrađenoj u programskom paketu *SolidWorks* koja je učitana u programski paket *Salome* gdje je definirana proračunska domena. Istisnina odnosno potopljeni dio trupa jedrilice određen je za masu jedrilice od 35 kg i srednju masu jedriličara od 45 kg. Plohe su izvađene kao STL datoteke te prebačene u *cfMesh* sa kojim je generirana mreža konačnih volumena. U cijelom radu napravljeno je sveukupno šest mreža konačnih volumena sa brojem volumena u rasponu od 950000 do 990000.

Profili ulaznih strujanja fluida definirani su konstantnim vrijednostima transportiranih varijabli koje su prethodno izračunate. Zbog malih brzina strujanja i glatke geometrije proračuni su provedeni primjenom modela stacionarnog strujanja, koristeći  $k - \omega$  SST model turbulencije. Kod proračuna zanemaren je utjecaj valova postavljanjem rubnog uvjeta simetrije na slobodnu površinu. Razlog je taj da se pojednostavi proračun te da skratimo vrijeme računanja.

Rezultati proračuna jesu polja fizikalnih veličina te hidrodinamičke sile otpora koja djeluje na uronjeni dio trupa jedrilice. Dana je usporedba hidrodinamičke sile otpora za pojedine slučajeve nagiba te površina istisnine. Vidljivo je da smanjenjem površine istisnine opada i hidrodinamička sila otpora uz uvjet da se površina toliko smanji da pojava recirkulacijskih strujanja neće uvelike povećati silu otpora.

Rezultati dobiveni ovim radom daju nam uvid u promjenu hidrodinamičke sile otpora pri konstantnoj brzini kretanja jedrilice te bez utjecaja valova. Dodatnim proračunima i simulacijama mogli bi ispitati daljnje ponašanje promjene hidrodinamičke sile otpora kako za različite brzine tako i za različite težine jedriličara te uzdužnog nagiba. Naravno, idealna simulacija bila bi kad bi imali dovoljno računalnih resursa te ispitali sve te slučajeve uz prisutnost valova, koristeći model dvofaznog strujanja fluida kao i neku od metoda lociranja slobodne površine.

## LITERATURA

- [1.] Virag, Z., Džijan, I.: Računalna dinamika Fluida, Zagreb, Hrvatska: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2014.
- [2.] Menter, F. R.: "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605, August 1994.
- [3.] Menter, F. R.: "Improved two-equation  $k - \omega$  turbulence models for aerodynamic flows", *NASA STI/Recon Technical Report N*, vol. 93, p. 22809, Oct. 1992.
- [4.] Cerinic, I.: "Kako sagraditi jedrilicu za naše najmlađe", *Brodogradnja, časopis brodogradnje i brodograđevne industrije*, vol. 32, no. 8, pp. 199–202, Srpanj 1973.
- [5.] Virag, Z.: *Mehanika fluida II.*, Zagreb, Hrvatska: Fakultet strojarstva i brodogradnje.
- [6.] Salome Platform Documentation, "Salome geometry users guide"
- [7.] Kraut, B.: *Strojarski priručnik*, Sajema d.o.o., Zagreb, 2009.
- [8.] Sorić, J.: *Uvod u numeričke metode u strojarstvu*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2009.
- [9.] Bakker, A.: *Applied Computational Fluid Dynamics, Lecture 11 – Boundary Layers and Separation*, 2002.



## **PRILOZI**

- [1.] CD-R disc