

Utjecaj mjerila na faktor forme

Štefok, Mislav

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:192849>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-10**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mislav Štefok

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli, dipl. ing.

Student:

Mislav Štefok

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se profesorici Nastii Degiuli te njenim asistentima i Andrei Farkasu i Ivani Martić na pruženoj potpori i pomoći pri izradi završnog. Također se zahvaljujem svojim roditeljima, bratu i ostaloj obitelji na potpori za vrijeme cijelog studiranja, svome bratiću i ostalim kolegama na svojoj pomoći pri cijelom studiranju te svojoj djevojci Sari na pomoći oko prevođenja i na razumjevanju pri pisanju ovog rada.

Mislav Štefok



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Mislav Štefok** Mat. br.: 0035203049

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **UTJECAJ MJERILA NA FAKTOR FORME**

Naslov rada na engleskom jeziku: **SCALE EFFECT ON THE FORM FACTOR**

Opis zadatka:

Ukupni otpor broda u naravi tradicionalno se određuje koristeći eksperimentalne podatke pokusa otpora modela broda te određenu metodu ekstrapolacije. Najčešće korištena metoda ekstrapolacije je ITTC 1978 Performance Prediction Method. Prema ovoj metodi, faktor forme je potrebno odrediti metodom Prohaske te se pretpostavlja da je njegova vrijednost jednaka za geometrijski sličan model i brod u naravi. Suvremena istraživanja ukazuju na ovisnost faktora forme o mjerilu.

U završnom radu potrebno je, uz pomoć programskog paketa za računalnu dinamiku fluida, numerički odrediti utjecaj mjerila na faktor forme.

U radu je potrebno:

1. Dati pregled literature vezane za numeričke simulacije viskoznoг strujanja i utjecaj mjerila.
2. Dati matematičku osnovu numeričkih metoda za simulaciju viskoznoг strujanja oko udvojenog modela.
3. Pripremiti proračunsku mrežu, početne i rubne uvjete potrebne za numeričku simulaciju viskoznoг strujanja fluida oko udvojenog modela.
4. Izvršiti numeričku simulaciju strujanja oko udvojenog modela broda koristeći programski paket za računalnu dinamiku fluida.
5. Komentirati dobivene numeričke rezultate.

Rezultate proračuna prikazati odgovarajućim tablicama, dijagramima i slikama.

U radu koristiti programski paket STAR-CCM+ dostupan na FSB-u.

U radu treba navesti literaturu i eventualno dobivenu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:

29. studenog 2018.

Rok predaje rada:

1. rok: 22. veljače 2019.

2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.

3. rok: 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 25.2. - 1.3. 2019.

2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.

3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:

Nastia Degiuli
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

Predsjednica Povjerenstva:

Nastia Degiuli
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA	V
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY	VIII
1. UVOD.....	1
2. Otpor broda.....	3
2.1. Raščlana otpora	3
2.2. Definiranje faktora forme.....	5
2.2.1. Učinak zakrivljenosti na otpor trenja	5
2.2.2. Viskozni otpor tlaka.....	5
2.2.3. Viskozni otpor.....	5
2.3. Određivanje otpora broda - ispitivanje modela, ekstrapolacija dobivenih vrijednosti na brod u naravi	7
2.3.1. Ekstrapolacijska metoda ITTC 1957.....	7
2.3.2. Hughesova metoda.....	8
2.3.3. Metoda Prohaske.....	9
2.3.4. Ekstrapolacijska metoda ITTC-1978	10
3. Matematički model	12
3.1. Dinamika fluida.....	12
3.1.1. Osnovne jednačbe dinamike fluida	12
3.1.2. Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednačbe.....	13
3.1.3. Model turbulencije	13
3.1.4. $k-\omega$ SST model turbulencije.....	14
3.2. Numeričke metode	14
3.2.1. Metoda konačnih volumena	15
3.2.2. Opća transportna jednačba	15
3.3. Granični sloj.....	15

3.3.1. Zidne funkcije	16
4. Priprema modela za numeričke simulacije	18
4.1. Geometrija broda i modela.....	18
4.2. Priprema numeričkih simulacija	20
4.2.1. Priprema proračunske domene i definiranje rubnih uvjeta za numeričku simulaciju	21
4.2.2. Generiranje mreže kontrolnih volumena.....	22
4.2.3. Odabir fizikalnog modela proračuna u numeričkim simulacijama.....	26
5. Analiza rezultata numeričkih simulacija	28
5.1. Analiza konvergencije mreže	28
5.2. Procjena nesigurnosti numeričke simulacije.....	29
5.3. Rezultati numeričkih simulacija.....	30
6. ZAKLJUČAK.....	36
LITERATURA.....	37

POPIS SLIKA

Slika 1. Primjer određivanja faktora forme prema metodi Prohaske	10
Slika 2. Konkavna krivulja za brodove s punijom formom	10
Slika 3 Profil brzine strujanja u turbulentnom graničnom sloju [15].....	17
Slika 4. Nacrt rebara DTC broda [22]	19
Slika 5. Prikaz modela broda DTC u programskom paketu Rhinoceros	19
Slika 6. Model broda u programskom paketu STAR-CCM+.....	20
Slika 7. Proračunska domena	21
Slika 8. Odabrani rubni uvjeti	22
Slika 9. Prikaz pramčanog dijela trupa za finu mrežu.....	23
Slika 10. Prikaz krmenog dijela trupa za finu mrežu	23
Slika 11. Prikaz pramčanog dijela trupa za grubu mrežu.....	24
Slika 12. Prikaz krmenog dijela trupa za grubu mrežu	24
Slika 13. Prikaz prizmatičnih ćelija unutar graničnog sloja kod modela	26
Slika 14. Prikaz prizmatičnih ćelija unutar graničnog sloja kod broda u naravi.....	26
Slika 15. Odabrani fizikalni model	27
Slika 16. Prikaz otpora tlaka za model broda u mjerilu $\lambda = 63,65$, fina mreža	31
Slika 17. Prikaz otpora trenja za model broda u mjerilu $\lambda = 63,65$, fina mreža.....	31
Slika 18. Prikaz viskoznog otpora za model broda u mjerilu $\lambda = 63,65$, fina mreža	32
Slika 19. Raspodjela parametra y^+ duž duljine broda	32
Slika 20. Ovisnost koeficijenata otpora trenja, viskoznog otpora tlaka i viskoznog otpora o Reynoldsovom broju	34
Slika 21. Ovisnost faktora forme o Reynoldsovom broju.....	34

POPIS TABLICA

Tablica 1. Glavne značajke broda	18
Tablica 2. Glavne značajke modela broda	18
Tablica 3. Prikaz glavnih značajka za tri modela u različitim mjerilima	20
Tablica 4. Prikaz ovisnosti brzine o mjerilu geometrijske sličnosti.....	20
Tablica 5. Debljine ćelija graničnog sloja	25
Tablica 6. Rezultati numeričkih simulacija za model broda u mjerilu $\lambda = 63,65$	28
Tablica 7. Tip konvergencija za otpor trenja, viskozni otpor i faktor forme	29
Tablica 8. Ukupna nesigurnost za otpor trenja, viskozni otpor i faktor forme	30
Tablica 9. Dobiveni rezultati numeričkih simulacija	33
Tablica 10. Usporedba koeficijenata otpora trenja.....	33
Tablica 11. Usporedba dobivenih faktora forme za različita mjerila	33
Tablica 12. Usporedba faktora forme.....	35

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a	/	koeficijent nagiba pravca
B	m	širina broda
C_A	/	dodatak uslijed hrapavosti
C_{AA}	/	koeficijent otpora zraka
C_B	/	koeficijent punoće
C_F	/	koeficijent otpora trenja
C_{F_0}	/	koeficijent otpora trenja ravne ploče
C_{PV}	/	koeficijent viskoznog otpora tlaka
C_R	/	koeficijent preostalog otpora
C_T	/	koeficijent ukupnog otpora
C_V	/	koeficijent viskoznog otpora
C_W	/	koeficijent otpora valova
Fn	/	Froudeov broj
g	m/s^2	gravitacijska konstanta
k	/	faktor forme
k_F	/	koeficijent proporcionalnosti
k_{PV}	/	koeficijent proporcionalnosti viskoznog otpora tlaka
\bar{k}	m^2/s^2	kinetička energija turbulencije
L	m	duljina broda
N_i	/	broj ćelija
p	Pa	tlak
RD	/	odstupanje rješenja
Rn	/	Reynoldsov broj
R_i	/	omjer konvergencije
r_i	/	omjer profinjenja mreže kontrolnih volumena

R_F	N	otpor trenja
R_P	N	otpor tlaka
R_{PV}	N	viskozni otpor tlaka
R_T	N	ukupni otpor
R_V	N	viskozni otpor
R_W	N	otpor valova
S	m ²	oplakana površina
\hat{S}_i	/	vrijednost fizikalne veličine dobivene numeričkim simulacijama
S_φ	/	jakost izvora ili ponora razmatranog fizikalnog svojstva
T	m	gaz broda
$\overline{U_G}$	/	nesigurnost mreže
U^+	/	bezdimenzijska brzina
$\overline{U_{SN}}$	/	ukupna nesigurnost numeričke simulacije
$\overline{U_T}$	/	nesigurnost vremenskog koraka
U_τ	m/s	brzina trenja
v	m/s	brzina
V	m ³	volumen istisnine
y	m	udaljenost od stijenke
y^+	/	bezdimenzijska udaljenost od stijenke
δ_{RE}^*	/	greška dobivena metodom Richardsonove ekstrapolacije
$\varepsilon_{i,21}$	/	razlika rješenja između srednje i fine mreže
$\varepsilon_{i,32}$	/	razlika rješenja između grube i srednje mreže
φ	/	razmatrano fizikalno svojstvo
κ	/	Von Karmanova konstanta
λ	/	koeficijent geometrijske sličnosti ili mjerilo sličnosti
ν	m ² /s	koeficijent kinematičke viskoznosti
Γ	m ² /s	cirkulacija brzine
ω	1/s	specifična brzina disipacije turbulentne kinetičke energije

SAŽETAK

U ovom radu istražen je utjecaj mjerila na faktor forme pomoću numeričkih simulacija viskozno strujanja oko udvojenog modela broda DTC (Duisburg Test Case) u različitim mjerilima te broda u naravi. Numeričke simulacije su provedene unutar komercijalnog programskog paketa STAR-CCM+. Dan je pregled literature te matematički model, koji se temelji na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim (RANS) jednadžbama. Primijenjen je $k-\omega$ SST model turbulencije te je prikazan postupak verifikacije dobivenih rezultata. Provedena je validacija dobivenih vrijednosti koeficijenata otpora trenja i faktora forme te je dobiveno zadovoljavajuće slaganje rezultata. Pokazano je kako se povećanjem Reynoldsovog broja faktor forme povećava. Na temelju provedenih numeričkih simulacija može se zaključiti kako je računalnom dinamikom fluida moguće odrediti faktor forme uz zadovoljavajuću točnost.

Ključne riječi: faktor forme, utjecaj mjerila, računalna dinamika fluida (RDF), $k-\omega$ SST model turbulencije, Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove (RANS) jednadžbe, udvojeni model

SUMMARY

In this study the scale effect on form factor is investigated utilizing numerical simulations of double body viscous flow around DTC (Duisburg Test Case) model in different scales and ship. Numerical simulations are performed within commercial software package STAR-CCM+. Literature review is given along with the mathematical model based on Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations. $k-\omega$ SST turbulence model is applied and verification procedure is shown. The obtained frictional resistance coefficients and form factors are validated and satisfactory agreement has been achieved. It has been shown that form factor increases with an increase in Reynolds number. Based on the performed numerical simulations, it can be concluded that form factor can be reliably determined by means of Computational Fluid Dynamics.

Key words: form factor, scale effect, Computational Fluid Dynamics (CFD), $k-\omega$ SST turbulence model, Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations, double body

1. UVOD

U preliminarnoj fazi projektiranja broda potrebno je poznavati ukupni otpor broda, odnosno njegovu efektivnu snagu. Ukupni otpor broda se tradicionalno određuje eksperimentalnim ispitivanjem, odnosno pokusom otpora na modelu broda te primjenom određene metode ekstrapolacije. Jedna od najkorištenijih metoda ekstrapolacije je ITTC-1978, prema kojoj se faktor forme određuje metodom Prohaske eksperimentalnim putem i predstavlja omjer viskoznog otpora i otpora trenja ekvivalentne ravne ploče. Osnovna pretpostavka je da je faktor forme jednak za brod i model broda te da ne ovisi o Reynoldsovom broju odnosno o mjerilu geometrijske sličnosti. Suvremena istraživanja ukazuju na suprotno i ukazuju na ovisnost faktora forme o Reynoldsovom broju, to jest o mjerilu. Kako bi se utvrdilo je li faktor forme ovisan o Reynoldsovom broju, Grigson [1] je analizirao rezultate pokusa otpora brodova Lucy Aston i Victory. Koristio je korelacijsku liniju model-brod ITTC-1957 za procjenu otpora trenja ravne ploče i utvrdio je da faktor forme ovisi o mjerilu te da se povećava s porastom Reynoldsovog broja. Bruzzone et al. [2], kao i Garofallidis [3], su koristili eksperimentalni pristup u istraživanju ovisnosti faktora forme o mjerilu geometrijske sličnosti. Otkrili su da na njihova mjerenja nije utjecao samo Reynoldsov broj nego i drugi parametri, kao na primjer podsticanje turbulencije koji su se razlikovali u eksperimentima. Garcia-Gomez [4] je analizirao pokuse otpora četiri različita modela koristeći metodu Prohaske. Za sve modele je dobio trend porasta faktora forme s povećanjem mjerila. Predložio je empirijsku formulu za određivanje faktora forme koji se povećava s mjerilom.

Kako je eksperimentalni pristup istraživanju faktora forme dugotrajan i skup, u današnje vrijeme se uspješno koristi računalna dinamika fluida (RDF) što znatno smanjuje potrebno vrijeme i troškove. Farkas et al. [5] su primjenom RDF-a odredili otpor broda i propulzijske značajke za tri različita stanja krcanja pri dvije različite brzine. Saha et al. [6] su pomoću RDF-a na modelu kontejnerskog broda proučavali ukupni otpor broda, trim i poniranje za različite Froudeove brojeve. Bal [7] je proučavao otpor valova pri različitim Froudeovim brojevima, koristeći metodu temeljenu na Greenovom teoremu. Pokazao je kako primijenjena metoda daje zadovoljavajuće rezultate za prikazivanje slike valova, koeficijenta sile uzgona i otpora skroka. Koristeći RDF, Kasahara i Masuda [8] su simulirali viskozno strujanje oko broda „DAIOH“ u različitim mjerilima. Autori su pokazali da faktor forme raste s povećanjem Reynoldsovog broja, ali samo za modele veće od 7 metara. Larsson [9] je pomoću numeričkih simulacija pokazao da je faktor forme broda za 50% veći u odnosu na

model. Kouh et al. [10] su proveli istraživanje na četiri modela broda i dva podvodna tijela različitih geometrijskih karakteristika, kako bi dobili što precizniju ovisnost faktora forme o mjerilu. Proveli su numeričke simulacije viskoznog strujanja oko udvojenih modela, kako bi utjecaj otpora valova bio zanemariv. Pokazali su da faktor forme sporo i linearno raste s Reynoldsovim brojem.

U ovom završnom radu ispitan je utjecaj mjerila geometrijske sličnosti na faktor forme kontejnerskog broda pomoću numeričkih simulacija viskoznog strujanja oko udvojenog modela broda u različitim mjerilima te broda u naravi. Korišten je komercijalni programski paket za računalnu dinamiku fluida STAR-CCM+. Dan je matematički model koji se temelji na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim jednažbama te je primijenjen $k - \omega$ SST model turbulencije. U radu je provedena verifikacija i validacija rezultata. Dobiveni rezultati ukazuju na ovisnost faktora forme o Reynoldsovom broju, te je zaključeno da se faktor forme povećava s Reynoldsovim brojem.

2. OTPOR BRODA

Otpor broda je sila kojom tekućina djeluje na brod suprotno od smjera gibanja broda.

Ukupni otpor, R_T , bilo kojeg tijela koje se giba na slobodnoj površini vode ovisi o:

- geometriji broda,
- brzini gibanja tijela, v ,
- svojstvima fluida odnosno gustoći tekućine, ρ i koeficijentu dinamičke viskoznosti, μ ,
- ubrzanju zemljine sile teže, g .

Koeficijent ukupnog otpora broda ovisan je o geometriji trupa broda, Reynoldsovom broju (Rn) i Froudeovom broju (Fn) te se prikazuje na sljedeći način [11]:

$$C_T = \frac{R_T}{\frac{1}{2}\rho v^2 S} \quad (1)$$

gdje je S oplakana površina.

2.1. Raščlana otpora

Na trup broda koji se giba na površini vode pravocrtno brzinom v djeluje ukupna hidrodinamička sila F . Horizontalna komponenta hidrodinamičke sile suprotna smjeru gibanja broda predstavlja ukupni otpor. Na element površine uronjenog dijela trupa broda u točki N djeluje vektor ukupnog naprezanja p_{Ni} , koji se može razložiti na vektor tangencijalnog naprezanja τ_{oi} i na vektor tlaka p_i u smjeru normale n_i .

Ukupni otpor broda moguće je odrediti na sljedeći način:

$$R_T = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1) dS + \int_S p \cos(p, x_1) dS \quad (2)$$

Prvi član predstavlja otpor trenja kako slijedi:

$$R_F = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1) dS \quad (3)$$

Drugi član predstavlja otpor tlaka kako slijedi :

$$R_p = \int_S p \cos(p, x_1) dS \quad (4)$$

Ova podjela se temelji na jednostavnom saznanju da fluid djeluje na trup broda kontinuirano raspodijeljenim površinskim silama.

Područje oko brodskog trupa podijeljeno je u dva dominantna područja:

- područje s dominantnim utjecajem viskoznosti (granični sloj i hidrodinamički trag),
- vanjsko područje sa zanemarivim utjecajem viskoznosti gdje je strujanje potencijalno; otpor u neviskoznom potencijalnom strujanju postoji samo ako se uslijed gibanja tijela generiraju valovi.

Na taj način ukupni otpor može se podijeliti na otpor uslijed viskoznih učinaka u graničnom sloju i na otpor uslijed potencijalnog strujanja (otpor valova):

$$R_T = R_V + R_W \quad (5)$$

gdje je R_V viskozni otpor, a R_W otpor valova.

Pretpostavlja se da su viskozni otpor i otpor valova međusobno nezavisni te slijedi da je viskozni otpor funkcija Reynoldsovog broja, a otpor valova Froudeovog broja.

Jedan dio viskoznog otpora posljedica je tangencijalnih naprezanja između fluida i broda i definiran je kao otpor trenja R_F , a preostali dio viskoznog otpora posljedica je promjene tlaka duž trupa broda uzrokovane viskoznim pojavama unutar graničnog sloja.

Mjerenjem je dokazano da se u realnoj tekućini ne ostvaruje tlak koji bi postojao u idealnoj tekućini i bez generiranja valova na površini, stoga se stvaranje valova na površini odražava promjenom tlaka duž trupa broda. Hidrodinamički tlak može se raščlaniti na :

$$p_i = p_{pvi} + p_{wi} \quad (6)$$

Otpor tlaka može se izraziti u obliku:

$$R_p = R_{pV} + R_w \quad (7)$$

$$R_p = \int_S p_{pv} \cos(p, x_1) dS + \int_S p_w \cos(p, x_1) dS \quad (8)$$

gdje je R_{pV} viskozni otpor tlaka ovisan o Reynoldsovom broju, R_w otpor valova ovisan o Froudeovom broju.

Viskozni otpor je sastavljen od otpora trenja i od viskoznog otpora tlaka koji se još naziva i otpor forme, te se prikazuje kao:

$$R_V = R_F + R_{pV} \quad (9)$$

odnosno:

$$R_V = (C_F + C_{pV}) \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (10)$$

2.2. Definiranje faktora forme

Faktor forme je definiran kao omjer viskoznog otpora i otpora trenja. U sljedećim potpoglavljima je definiran viskozni otpor te je navedeno što utječe na njega [11].

2.2.1. Učinak zakrivljenosti na otpor trenja

Učinak uzdužne zakrivljenosti može se odrediti ispitivanjem ili proračunom rotacijskih tijela raznih izduženja. Teorijska i eksperimentalna istraživanja rotacijskih tijela i neizmerno dugih valjaka pokazala su da je koeficijent otpora trenja zakrivljenih površina, ukoliko nema odvajanja strujanja, proporcionalan koeficijentu otpora trenja ekvivalentne ravne ploče:

$$C_{F_{\text{zakrivljenog tijela}}} = C_{F_{\text{ekvivalentne ravne ploče}}} k_F \quad (11)$$

gdje je k_F koeficijent proporcionalnosti, $C_{F_{\text{zakrivljenog tijela}}}$ je koeficijent otpora trenja zakrivljenog tijela, a $C_{F_{\text{ekvivalentne ravne ploče}}}$ je koeficijent otpora trenja ekvivalentne ravne ploče.

2.2.2. Viskozni otpor tlaka

Viskozni otpor tlaka posljedica je normalnih naprezanja u graničnom sloju, te ovisi samo o Reynoldsovom broju. Prema teoremu Lojicijanskog, za dobro oblikovano strujno tijelo gdje ne dolazi do odvajanja strujanja u graničnom sloju, raspored tlaka po površini tijela u beskonačno rasprostranjenoj viskoznoj tekućini podudara se s rasporedom tlaka u potencijalnom strujanju duž odgovarajućeg polubeskonačnog tijela. Time je pokazano da je koeficijent viskoznog otpora tlaka proporcionalan s koeficijentom otpora trenja ekvivalentne ravne ploče, odnosno ploče koja ima istu oplakanu površinu i duljinu kao i brod kako slijedi:

$$C_{PV} = k_{PV} C_{F0} \quad (12)$$

gdje je k_{PV} koeficijent proporcionalnosti viskoznog otpora tlaka, a C_{F0} koeficijent otpora trenja ekvivalentne ravne ploče.

2.2.3. Viskozni otpor

Viskozni otpor u sebi sadržava otpor trenja ekvivalentne ravne ploče, otpor trenja zakrivljenosti oplata broda i viskozni otpor tlaka. Stoga se koeficijent viskoznog otpora može prikazati kao:

$$C_V = C_F + C_{PV} = (k_F + k_{PV}) \cdot C_{F_0} \quad (13)$$

gdje je:

$$k_r = k_F + k_{PV} \quad (14)$$

$$C_V = k_r C_{F_0} \quad (15)$$

Za praktične proračune uvodi se faktor forme k koji je definiran izrazom:

$$k_r = 1 + k \quad (16)$$

Odnosno koeficijent viskoznog otpora moguće je prikazati kao:

$$C_V = (1 + k) C_{F_0} \quad (17)$$

Faktor forme odnosi se na povećanje otpora trenja uslijed zakrivljenosti oplata broda i otpora forme. Ovisan je o geometrijskim značajkama trupa broda i može se odrediti na nekoliko načina. Najjednostavniji način je određivanje faktora forme iz rezultata modelskih ispitivanja pri niskim Froudeovim brojevima (malim brzinama), pri kojima nema stvaranja valova i ukupni otpor modela je jednak viskoznom otporu. Stoga se pokusom otpora u bazenu mjeri direktno viskozni otpor. Potom se računa faktor forme prema formuli:

$$k = \frac{C_{V_M} - C_{F_{0M}}}{C_{F_{0M}}} \quad (18)$$

gdje se indeks M odnosi na model broda.

Drugi način eksperimentalnog određivanja faktora forme je ispitivanje udvojenog modela. Udvojeni model je izveden tako da su svi podvodni dijelovi trupa spojeni u ravnini vodne linije. Ispitivanjem udvojenog modela, uronjenog tako da nema utjecaja slobodne površine, izmjereni ukupni otpor jednak je dvostrukom viskoznom otporu te slijedi:

$$R_{T_M} = 2R_{V_M} = 2(R_{F_M} + R_{PV_M}) \quad (19)$$

$$C_{T_M} = C_{V_M} \quad (20)$$

$$C_{V_M} = \frac{2R_{V_M}}{\frac{1}{2}\rho v^2 2S} = \frac{2R_{F_M}}{\rho v^2 S} + \frac{2R_{PV_M}}{\rho v^2 S} = C_{F_M} + C_{PV_M} \quad (21)$$

Prednost ove metode je u ostvarivanju znatno većeg Reynoldsovog broja, odnosno osiguravanju turbulentnog strujanja, što više odgovara stvarnom stanju. Problem je u tome što je zanemarena razlika u strujanju, koja neizbježno nastaje kada se slobodna površina zamjeni ravninom simetrije udvojenog modela i time je u rezultatu prisutna izvjesna pogreška.

Faktor forme moguće je odrediti numeričkim simulacijama viskoznog strujanja oko udvojenog modela kako slijedi:

$$1 + k_{RDF} = \frac{R_V}{R_F} \quad (22)$$

Također moguće je faktor forme odrediti tako da se otpor trenja odredi prema korelacijskoj liniji model-brod ITTC 1957, a viskozni otpor iz numeričke simulacije na sljedeći način:

$$1 + k_{ITTC} = \frac{R_V}{R_{F_{ITTC}}} \quad (23)$$

Postoje i brojne empirijske formule za proračun faktora forme u literaturi kao na primjer ona prema Granvillu:

$$k = 18,7 \left(C_B \frac{B}{L} \right)^2 \quad (24)$$

gdje je L duljina broda, B širina broda, a C_B koeficijent punoće forme broda.

2.3. Određivanje otpora broda - ispitivanje modela, ekstrapolacija dobivenih vrijednosti na brod u naravi

Pri pokusu otpora, geometrijski sličan model broda izrađuje se u skladu s veličinom bazena i mjernim instrumentima za ispitivanje otpora. Cilj pokusa otpora je krivulja ovisnosti ukupnog otpora o brzini modela. Vrijednosti ukupnog otpora za model se ekstrapoliraju na brod u naravi. Postoji više metoda ekstrapolacije rezultata otpora s modela na brod, a u sljedećim potpoglavljima su prikazane neke od njih [11].

2.3.1. Ekstrapolacijska metoda ITTC 1957

Ova metoda se temelji na Froudeovom principu podjele otpora na otpor trenja i preostali otpor. Korelacijska linija model-brod definirana je izrazom:

$$C_F = \frac{0,075}{(\log Rn - 2)^2} \quad (25)$$

Koeficijent ukupnog otpora može se izraziti kao:

$$C_{T_S} = C_{F_S} + C_{R_S} + C_A \quad (26)$$

gdje je C_A koeficijent povećanja ukupnog otpora zbog hrapavosti, a C_{R_S} koeficijent preostalog otpora.

Pretpostavlja se da je koeficijent preostalog otpora jednak za brod i model pri istom Froudeovom broju:

$$C_{R_M} = C_{R_S} \quad (27)$$

2.3.2. Hughesova metoda

Hughes je otpor broda podijelio na tri dijela:

- otpor trenja ravne ploče u dvodimenzijском strujanju (bez rubnih efekata). Ravna ploča predstavlja ravnu površinu s istom površinom i istom srednjom duljinom kao brodski trup,
- otpor forme (otpor viskoznog tlaka) koji se dodaje otporu trenja, a može se odrediti ispitivanjem duboko uronjenih udvojenih modela,
- otpor slobodne površine (otpor valova).

Ovakva podjela je pogodna samo za analitičke svrhe jer se ove tri komponentne otpora ne mogu mjeriti pojedinačno. Ukupni otpor može se izraziti kao:

$$R_T = rR_{F_0} + R_W \quad (28)$$

gdje je:

$$r = (1 + k) = \frac{R_V}{R_{F_0}} = \frac{R_{F_0} + R_{PV}}{R_{F_0}} \quad (29)$$

Koeficijent ukupnog otpora može se prikazati kako slijedi:

$$C_{T_M} = (1 + k)C_{F_M} + C_{W_M} \quad (30)$$

Izraz za koeficijent otpora trenja prema Hughesu je sljedeći:

$$C_F = \frac{0,066}{(\log Rn - 2,03)^2} \quad (31)$$

Prema Hughesu vrijedi da je koeficijent otpora valova jednak za brod i model:

$$C_{W_M} = C_{W_S} \quad (32)$$

Izraz za koeficijent ukupnog otpora broda glasi:

$$C_{T_s} = (1+k)C_{F_s} + C_{W_s} + C_A \quad (33)$$

2.3.3. Metoda Prohaske

Metoda Prohaske se temelji na Hughesovoj metodi, uz to što je Prohaska predložio novi način određivanja faktora forme k eksperimentalnim putem. Trodimenzijski faktor forme se računa prema izrazu:

$$k = \frac{C_V}{C_{F_0}} - 1 \quad (34)$$

U slučaju kada ne postoji odvajanje strujanja, koeficijent ukupnog otpora glasi:

$$C_T = C_{F_0}(1+k) + C_W \quad (35)$$

gdje je koeficijent otpora valova određen izrazom:

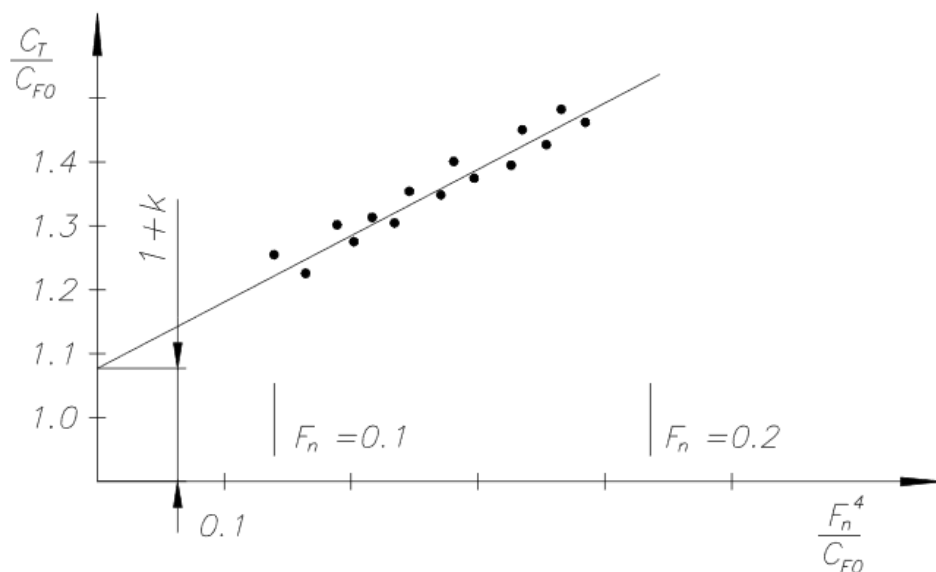
$$C_W = aFn^n \quad (36)$$

Vrijednost potencije n varira u ovisnosti o koeficijentu istisnine C_B između 4 i 6. Za pune brodove s koeficijentom istisnine $C_B > 0,8$, n iznosi 6. Ako se izraz za koeficijent ukupnog otpora podijeli s koeficijentom otpora trenja ekvivalentne ravne ploče dobit će se izraz koji predstavlja jednadžbu pravca:

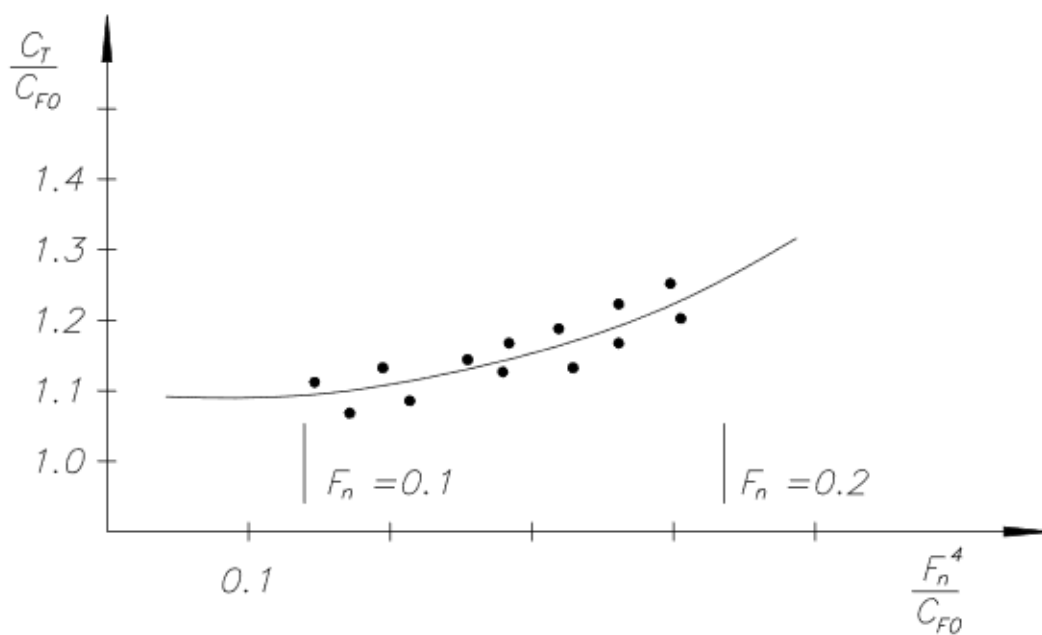
$$\frac{C_T}{C_{F_0}} = (1+k) + \frac{C_W}{C_{F_0}} = (1+k) + \frac{aFn^n}{C_{F_0}} \quad (37)$$

Član a predstavlja koeficijent nagiba pravca jednadžbe, a $(1+k)$ predstavlja odsječak pravca na osi ordinata, slika 1.

Za crtanje dijagrama prikazanog na slici 1., potrebno je odrediti desetak vrijednosti C_T u području Froudeovih brojeva između 0,1 i 0,2 (0,22). Pri tome treba naglasiti da je mjerenje otpora kod niskih brzina vrlo nesigurno, pogotovo kod modela brodova koji imaju punije forme. Kod modela punijih formi može se dobiti konkavna krivulja što upućuje da postoji ovisnost faktora forme o brzini broda, slika 2.



Slika 1. Primjer određivanja faktora forme prema metodi Prohaske



Slika 2. Konkavna krivulja za brodove s punijom formom

2.3.4. Ekstrapolacijska metoda ITTC-1978

Koeficijent ukupnog otpora za brod se određuje prema izrazu:

$$C_{T_s} = (1+k)C_{F_s} + C_w + C_A + C_{AA} \quad (38)$$

gdje je C_{F_s} koeficijent otpora trenja izračunat prema korelacijskoj liniji model-brod ITTC 1957, C_w koeficijent otpora valova, C_A dodatak na hrapavost, a C_{AA} koeficijent otpora zraka.

Zbog nesigurnosti mjerenja pri niskim brzinama preporučljivo je za određivanje faktora forme koristiti rezultate dobivene pri Fn između 0,12 i 0,20.

Prema ovoj metodi faktor forme određuje se na sljedeći način:

$$\frac{C_T}{C_{F_0}} = (1 + k) + c \frac{Fn^n}{C_{F_0}} \quad (39)$$

gdje se koeficijent c i eksponent n odabiru tako da najbolje aproksimiraju mjerne točke. Njih kao i faktor forme k treba odrediti metodom najmanjih kvadrata.

3. MATEMATIČKI MODEL

U ovom poglavlju prikazan je matematički model strujanja nestlačivog fluida i model turbulencije korišteni u ovom radu.

3.1. Dinamika fluida

U okviru dinamike fluida razvijene su osnovne metode za opis strujanja fluida kao neprekidne sredine. Primjenom tih metoda u dinamici fluida izvode se zakoni očuvanja za strujanje fluida, to jest osnovni zakoni dinamike fluida [13]:

- zakon očuvanja mase (jednadžba kontinuiteta),
- zakon očuvanja količine gibanja (jednadžba količine gibanja),
- zakon očuvanja energije (energetska jednadžba kao poseban izraz prvog zakona termodinamike).

Ovi su zakoni definirani za sustav materijalnih točaka odnosno za materijalni volumen V_m , tj. volumen koji s vremenom mijenja svoj položaj i oblik, ali se uvijek sastoji od istih čestica fluida.

3.1.1. Osnovne jednadžbe dinamike fluida

Stacionarno strujanje viskoznog fluida opisano je jednadžbom kontinuiteta te jednadžbom količine gibanja. Nakon uvođenja konstitutivnih jednadžbi jednadžba količine gibanja postaje Navier-Stokesove jednadžba. Matematički zapis tih jednadžbi glasi [13]:

- jednadžba kontinuiteta

$$\frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (40)$$

- Navier-Stokesove jednadžbe

$$\frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] + \rho f_i \quad (41)$$

3.1.2. Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe

U nestlačivom turbulentnom strujanju, uz zanemarenje masene sile, jednadžbe (40) i (41) imaju kao nepoznanice komponentu polja brzine v_j i polje tlaka p . Te veličine se mogu zapisati kao zbroj osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg (flukturirajućeg) dijela, na sljedeći način:

$$v_j = \overline{v_j} + v'_j \quad (42)$$

$$p = \overline{p} + p' \quad (43)$$

Uvrštenjem jednadžbe (42) u jednadžbu kontinuiteta za nestlačivo strujanje dobije se:

$$\frac{\partial(\overline{v_j} + v'_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (44)$$

Iz osrednjenje vrijednosti $\overline{v_j}$ dobije se jednadžba kontinuiteta za osrednjeno strujanje:

$$\frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_j} = 0 \quad (45)$$

Uvrštenjem jednadžbe (42) i (43) u jednadžbu (41) te vremenskim osrednjavanjem dobije se osrednjena Navier-Stokesova jednadžba:

$$\rho \overline{v_i} \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} - \overline{\rho v'_i v'_j} \right) \quad (46)$$

gdje je $-\overline{\rho v'_i v'_j}$ Reynoldsov tenzor turbulentnog naprezanja [13].

3.1.3. Model turbulencije

Modeli turbulencije dijele se obzirom na red korelacije brzina za koju se rješava transportna jednadžba na modele prvog, drugog i trećeg reda. U modelima prvog reda modelira se već dvojnja korelacija brzina, odnosno Reynoldsov tenzor turbulentnog naprezanja i to prema hipotezi Boussinesqa u obliku:

$$-\overline{\rho v'_i v'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \overline{k} \delta_{ij} \quad (47)$$

gdje je μ_t dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti, koji nije fizikalno svojstvo fluida već funkcija uvjeta strujanja (u laminarnom strujanju jednak je nuli), a \overline{k} je specifična energija turbulencije koja glasi:

$$\bar{k} = \frac{\overline{v'_i v'_i}}{2} \quad (48)$$

Boussinesqovom hipotezom šest nepoznatih članova Reynoldsovog tenzora turbulentnog naprezanja zamijenjeno je s jednom nepoznanicom μ_t . Turbulentnu viskoznost moguće je modelirati raznim modelima turbulencije. Ovdje je opisan $k-\omega$ SST (engl. *Shear Stress Transport*) model turbulencije, koji je primijenjen u ovom radu [13].

3.1.4. $k-\omega$ SST model turbulencije

$k-\omega$ model turbulencije je model s dvije jednačbe, koje rješavaju transportnu jednačbu za kinetičku energiju turbulencije k i specifičnu brzinu disipacije turbulentne kinetičke energije ω . Jedna od većih prednosti $k-\omega$ modela turbulencije u odnosu na $k-\varepsilon$ model turbulencije je njegova učinkovitost u graničnom sloju kod nepovoljnog gradijenta tlaka. Najznačajnija prednost je da se može primijeniti u cijelom graničnom sloju uključujući i područje u kojem dominiraju viskozne sile, bez daljnjih potreba za modifikacijom modela. Najveći nedostatak $k-\omega$ modela turbulencije je osjetljivost na iznos specifične brzine disipacije u slobodnoj struji, odnosno na rubni uvjet na ulaznoj granici domene. Taj problem ne postoji kod $k-\varepsilon$ modela turbulencije, te je stoga kombinacijom $k-\omega$ i $k-\varepsilon$ modela, predložen $k-\omega$ SST model turbulencije. Problem osjetljivosti specifične brzine disipacije u slobodnoj struji riješen je tako da se transportna jednačba iz standardnog $k-\varepsilon$ modela može pretvoriti u transportnu jednačbu specifične brzine disipacije pomoću supstitucijske varijable. Transformirana jednačba izgleda slično onoj u standardnom $k-\omega$ modelu uz dodatak nekonzervativnog člana križne difuzije. Dodavanjem ovog člana u transportnu jednačbu rezultati dobiveni primjenom $k-\omega$ modela turbulencije postaju identični rezultatima dobivenim korištenjem $k-\varepsilon$ modela turbulencije [14].

3.2. Numeričke metode

U ovom poglavlju prikazana je jedna od numeričkih metoda rješavanja složenih matematičkih problema. Obzirom da se u prirodi većinom pojavljuje turbulentno strujanje, opisano jednačbama koje nije moguće analitički riješiti, te jednačbe rješavaju se numerički. U ovom radu su provedene stacionarne simulacije, tj. bez vremenske diskretizacije.

3.2.1. Metoda konačnih volumena

Općenito numeričke metode, a to uključuje i metodu konačnih volumena, pretvaraju matematički model u sustav algebarskih jednadžbi. To uključuje diskretizaciju glavnih jednadžbi u prostoru. Linearne jednadžbe se tada rješavaju algebarskim rješavačem.

Metoda konačnih volumena proračunsku domenu dijeli na konačan broj kontrolnih volumena. Svaki volumen zapravo odgovara ćeliji proračunske mreže, a broj nepoznanica odgovara broju ćelija proračunske mreže [13].

3.2.2. Opća transportna jednadžba

Metoda konačnih volumena integralna je metoda koja se temelji na integriranju konzervativnog oblika transportnih jednadžbi po kontrolnim volumenima. Integracijom transportnih jednadžbi preko kontrolnog volumena i primjenom Gaussovog teorema divergencije dobiva se integralni oblik jednadžbe transporta kako slijedi [14]:

$$0 = - \int_{\sum \Delta S} (\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (49)$$

Konvekcijski i difuzijski protok φ
kroz granice
 ΔV Izvor φ

gdje je φ razmatrano fizikalno svojstvo, S površina kontrolnog volumena, S_φ jakost izvora (ponora) fizikalne veličine, Γ cirkulacija brzine, a n_j normala na površinu S .

3.3. Granični sloj

Granični sloj je područje vrtložnog strujanja viskoznog fluida uz površinu tijela u kojem se događa najveći dio pojava vezanih uz viskoznost. Turbulentno strujanje fluida je najčešći oblik strujanja u prirodi, a pojavljuje se uvijek u strujanjima pri visokim vrijednostima Reynoldsovog broja. Laminarno strujanje fluida je slojevito i uredno, a održava se samo za slučaj malih vrijednosti Reynoldsovog broja. Na samom početku razvija se laminarni granični sloj, koji pri određenoj (kritičnoj) vrijednosti Reynoldsovog broja prelazi u turbulentni.

Kritična vrijednost Reynoldsovog broja za ploču je kako slijedi:

$$Rn_{krit} = \frac{v_\infty \cdot x_{krit}}{\nu} \approx 3 \cdot 10^5 \text{ do } 3 \cdot 10^6 \quad (50)$$

Strujanje fluida oko brodskog trupa na pramcu je laminarno te vrlo brzo prelazi u turbulentno strujanje [13]. Mehanizam prelaska iz laminarnog u turbulentno strujanje je vrlo složen i događa se postupno.

3.3.1. Zidne funkcije

U blizini krute stijenke ukupno tangencijalno naprezanje je konstantno u smjeru okomitom na stijenku. Za izračun brzine u neposrednoj blizini stijenke u ovom radu primijenjene su zidne funkcije.

Bezdimenzijski profil brzine se prikazuje kao funkcija bezdimenzijske udaljenosti od stijenke graničnog sloja:

$$U^+ = f(y^+) \quad (51)$$

gdje su bezdimenzijska brzina i bezdimenzijska udaljenost od stijenke definirani izrazima:

$$U^+ = \frac{U}{U_\tau} \quad (52)$$

$$y^+ = \frac{y \cdot U_\tau}{\nu} \quad (53)$$

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (54)$$

gdje je U srednja brzina strujanja, U_τ brzina trenja, y udaljenost od stijenke, a τ_w tangencijalno naprezanje na stijenci.

Na slici 3. je prikazan odnos bezdimenzijske brzine i bezdimenzijske udaljenosti od stijenke u turbulentnom graničnom sloju.

Turbulentni granični sloj sastoji se od linearnog podsloja (eng. *linear sublayer*) koji se još naziva laminarni podsloj. Za linearni podsloj vrijedi:

$$y^+ = U^+ \quad (55)$$

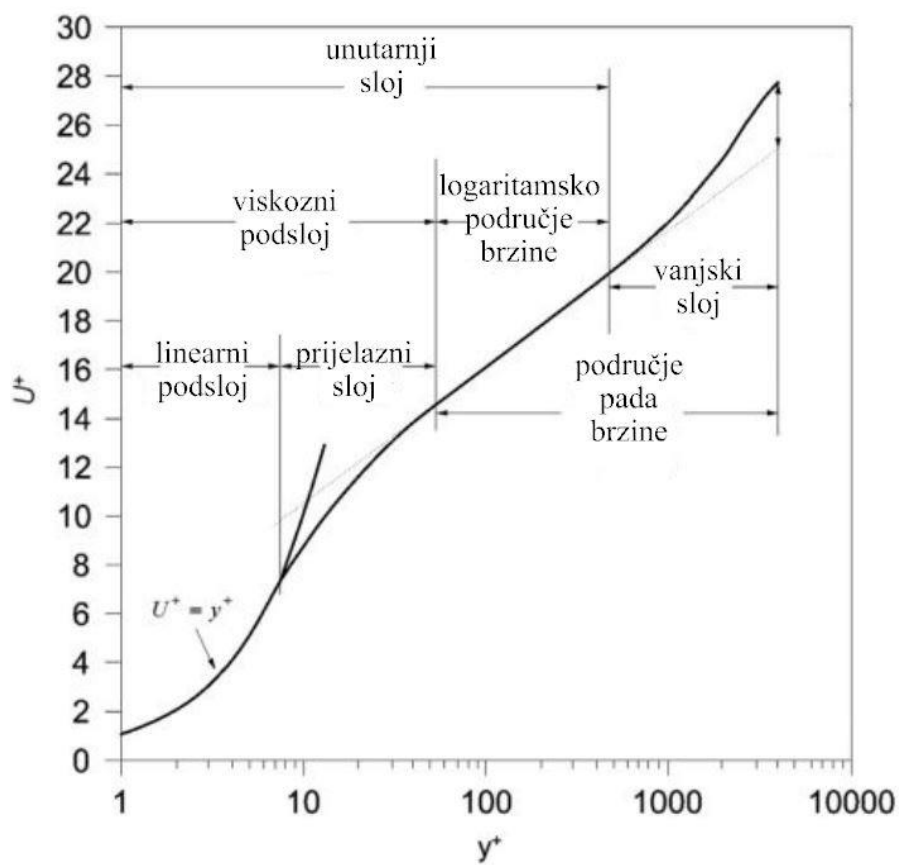
U prijelaznom području (eng. *buffer layer*) prestaje linearan odnos bezdimenzijske brzine i bezdimenzijske udaljenosti od stijenke.

Za turbulentni (logaritamski) (eng. *log-law region*) područje profila brzine u graničnom sloju vrijedi:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (56)$$

gdje je κ von Karmanova konstanta, a B konstanta integracije.

Ukoliko se primjenjuju zidne funkcije u numeričkim simulacijama, važno je u logaritamskom području osigurati vrijednosti $30 \leq y^+ \leq 300$ [15].



Slika 3 Profil brzine strujanja u turbulentnom graničnom sloju [15]

4. PRIREMA MODELA ZA NUMERIČKE SIMULACIJE

Numeričke simulacije su provedene za DTC (Duisburg Test Case) kontejnerski brod za različita mjerila geometrijske sličnosti. Provedene su numeričke simulacije viskoznog strujanja oko udvojenog modela i broda.

4.1. Geometrija broda i modela

U tablici 1. prikazane su glavne značajke broda u naravi, a u tablici 2. glavne značajke modela u mjerilu $\lambda = 63,65$ [16].

Tablica 1. Glavne značajke broda

L_{pp}, m	B_{WL}, m	T, m	V, m^3	S, m^2	C_B
355	51	14,5	173467	22032	0,661

Pokus otpora proveden je s modelom u mjerilu geometrijske sličnosti $\lambda = 63,65$.

Pomoću mjerila geometrijske sličnosti moguće je odrediti preostale značajke modela na sljedeći način:

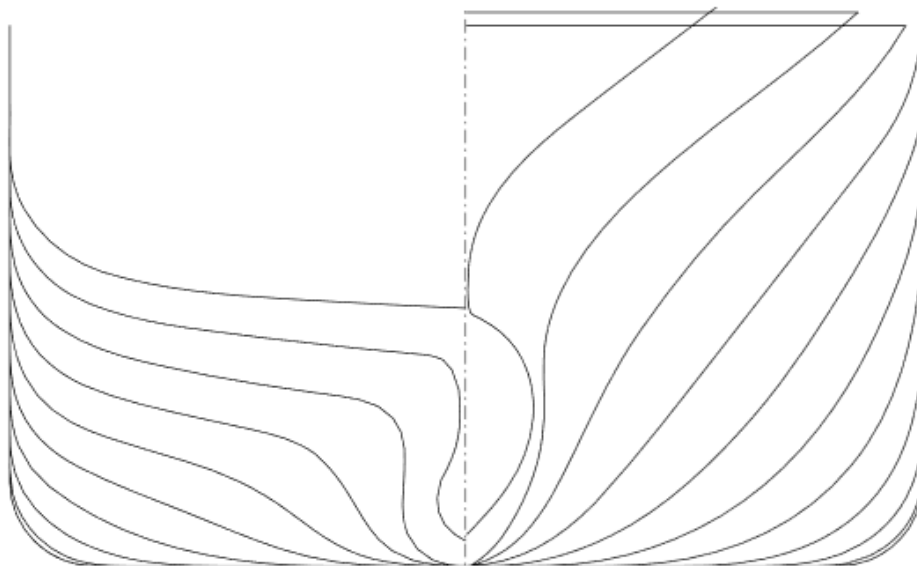
$$\lambda = \frac{L_S}{L_M} = \frac{T_S}{T_M} = \frac{B_S}{B_M} \quad (57)$$

$$\lambda^2 = \frac{A_S}{A_M} \quad (58)$$

$$\lambda^3 = \frac{V_S}{V_M} \quad (59)$$

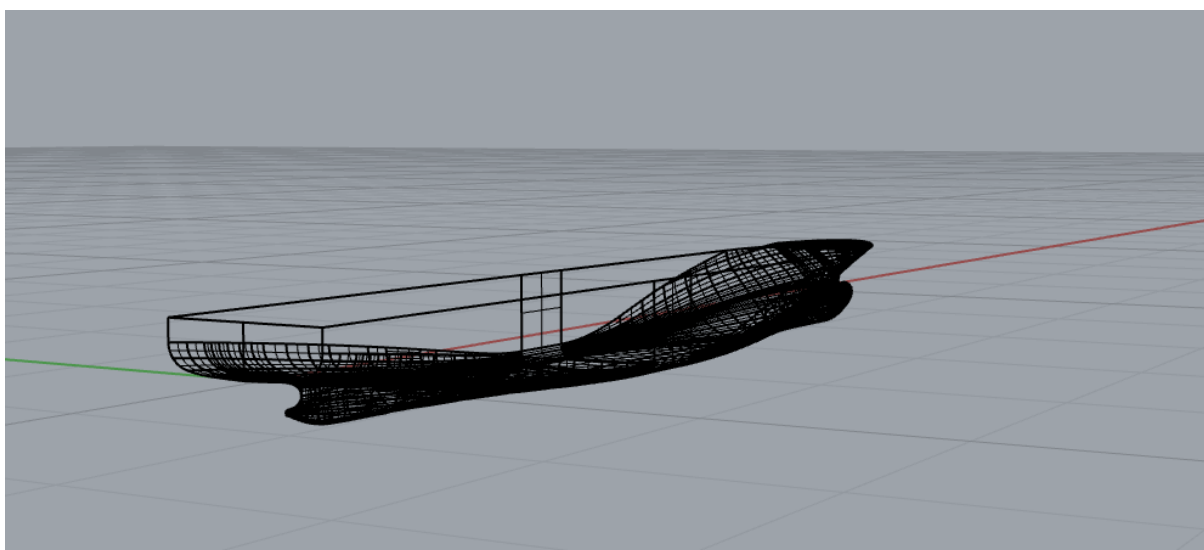
Tablica 2. Glavne značajke modela broda

L_{pp}, m	B_{WL}, m	T, m	V, m^3	S, m^2	C_B
5,577	0,801	0,2278	0,6727	5,4382	0,661



Slika 4. Nacrt rebara DTC broda [22]

Na slici 4. je prikazan nacrt rebara DTC broda. Trodimenzijski model broda u različitim mjerilima generiran je u programskom paketu Rhinoceros, slika 5.



Slika 5. Prikaz modela broda DTC u programskom paketu Rhinoceros

Za tri dodatna modela primijenjena su mjerila 1,32, 1,98 i 3,98, te su forme generirane pomoću opcije „scale“ u programskom paketu Rhinocerosu. Glavne značajke dodatnih modela prikazane su u tablici 3.

Tablica 3. Prikaz glavnih značajka za tri modela u različitim mjerilima

λ	L_{pp}, m	B_{WL}, m	T, m	V, m^3	S, m^2	C_B
3,98	89,232	12,816	3,6448	2755,379	1392,179	0,661
1,98	178,464	25,632	7,2896	22043,03	5568,717	0,661
1,32	267,696	38,448	10,9344	74395,24	12529,61	0,661

Brzine modela određene su na temelju jednakosti Froudeovog broja kako slijedi:

$$Fn = idem = \frac{v_S}{\sqrt{gL_S}} = \frac{v_M}{\sqrt{gL_M}} \quad (60)$$

Iz jednadžbi (57) i (60) slijedi:

$$\frac{v_S}{v_M} = \sqrt{\lambda} \quad (61)$$

Prikaz brzina koje odgovaraju $Fn = 0,155$ u ovisnosti o mjerilu geometrijske sličnosti dan je u tablici 4.

Tablica 4. Prikaz ovisnosti brzine o mjerilu geometrijske sličnosti

λ	$v, m/s$
1	9,259
3,98	8,041
1,98	6,565
1,32	4,642
63,65	1,161

4.2. Priprema numeričkih simulacija

Kako bi se provela numerička simulacija potrebno je generirati mrežu kontrolnih volumena oko forme broda, a unutar proračunske domene.

Geometrija trupa broda učitana je u programski paket STAR-CCM+, što je prikazano na slici 6.

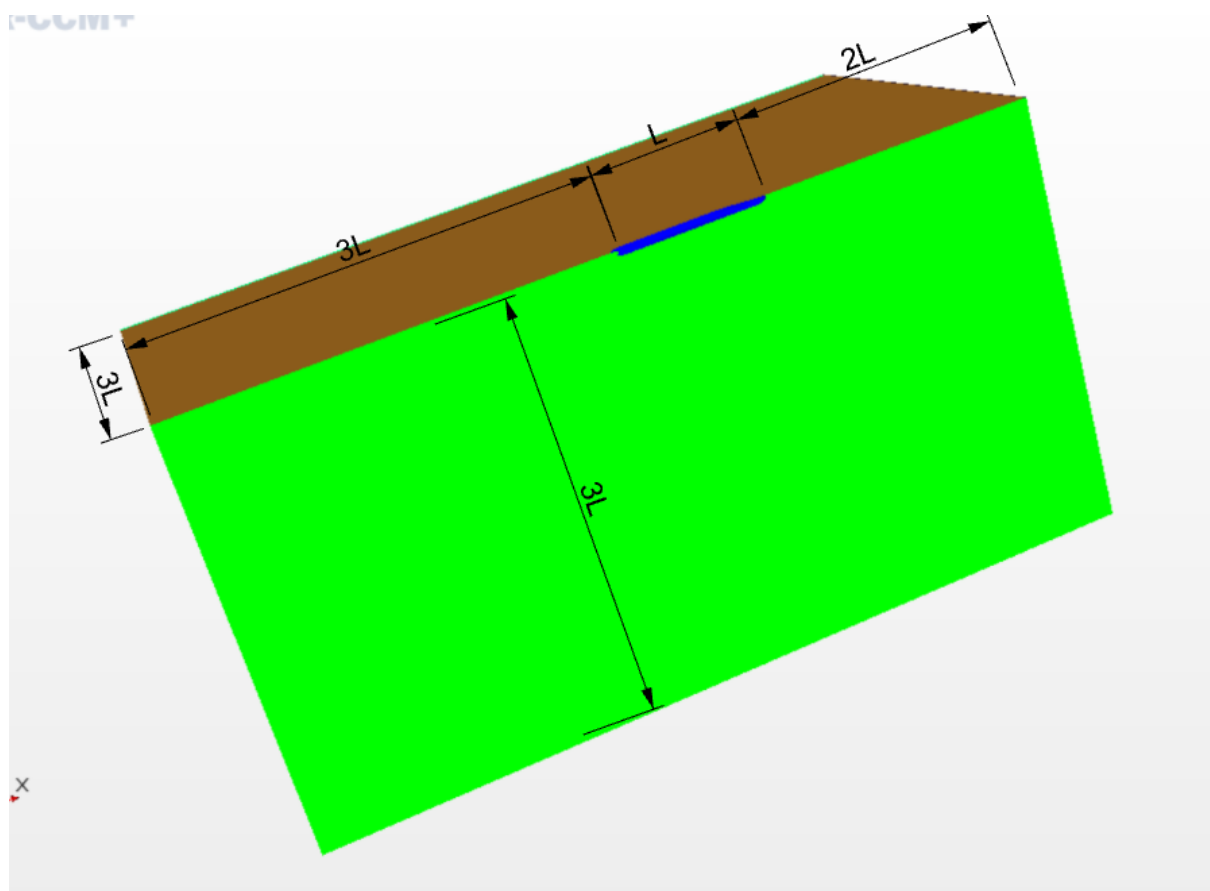
**Slika 6. Model broda u programskom paketu STAR-CCM+**

4.2.1. Priprema proračunske domene i definiranje rubnih uvjeta za numeričku simulaciju

Proračunska domena mora biti takva da njene granice ne utječu na strujanje oko trupa broda. Koordinatni sustav se nalazi na krmenoj okomici. U uzdužnoj simetralnoj ravnini leže osi x i z , a os y je okomita na simetralnu ravninu. Pozitivna orijentacija osi x je prema pramcu, osi z prema gore, a osi y prema lijevo u brodskom koordinatnom sustavu. Veličina proračunske domene određena je na sljedeći način u odnosu na ishodište koordinatnog sustava:

- u smjeru x postavljeno je tri duljine modela odnosno broda u pozitivnom smjeru, a tri u negativnom,
- u smjeru y postavljeno je tri duljine modela odnosno broda u pozitivnom smjeru,
- u smjeru z postavljeno je tri duljine modela odnosno broda u negativnom smjeru.

Važno je napomenuti kako su provedene numeričke simulacije za jednu četvrtinu udvojenog modela. Tako je uvjet simetrije postavljen u ravninama xz te xy u ravnini vodne linije. Sljedeći korak je oduzimanje kvadra koji predstavlja domenu i broda pomoću naredbe „Boolean-Substract“, što je prikazano na slici 7. [17].

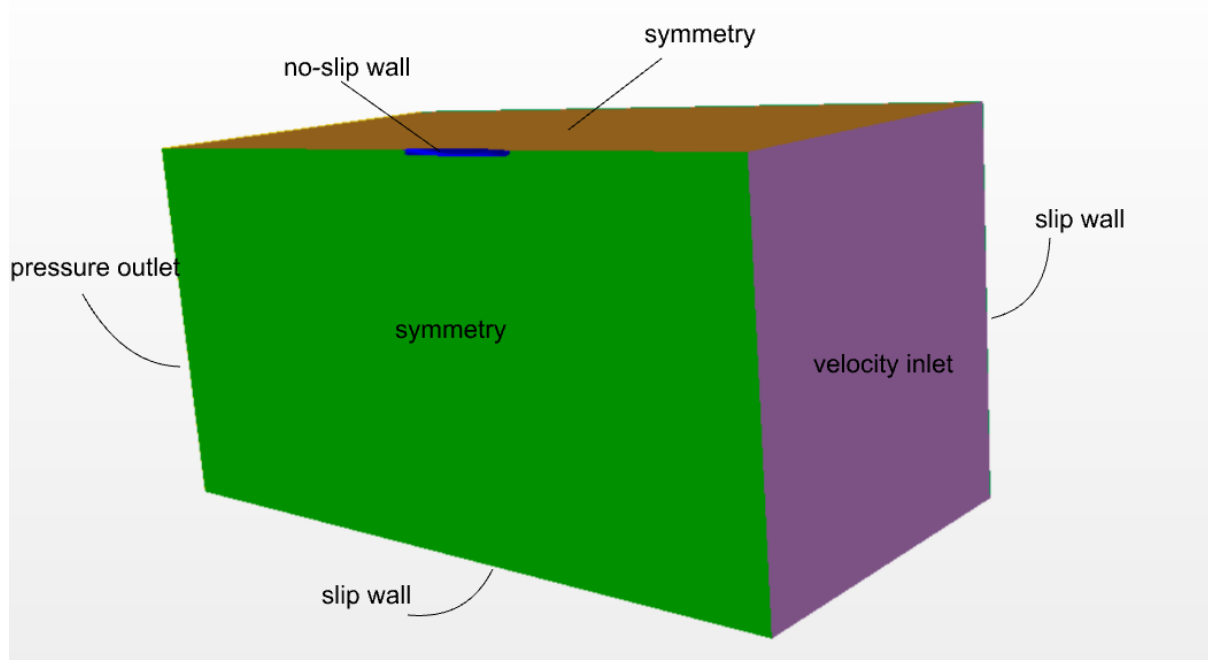


Slika 7. Proračunska domena

Postavljeni su sljedeći rubni uvjeti:

- na ulazu u domenu postavljen je rubni uvjet „velocity inlet“ odnosno brzina strujanja fluida,
- na izlazu iz domene postavljen je rubni uvjet „pressure outlet“,
- na xz ravnini koja prolazi simetralnom ravninom broda postavljen je rubni uvjet „symmetry“,
- na xy ravnini na položaju gaza postavljen je rubni uvjet „symmetry“,
- na dnu i bočnoj strani domene postavljen je rubni uvjet „slip wall“,
- na površini trupa broda je postavljen rubni uvjet „no-slip wall“.

Na slici 8. su prikazani navedeni rubni uvjeti.

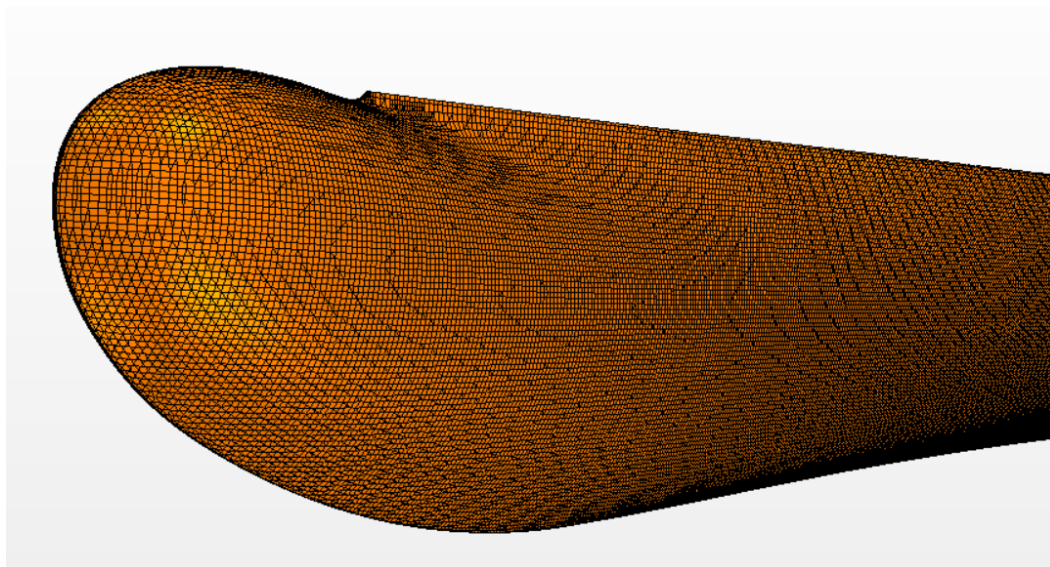


Slika 8. Odabrani rubni uvjeti

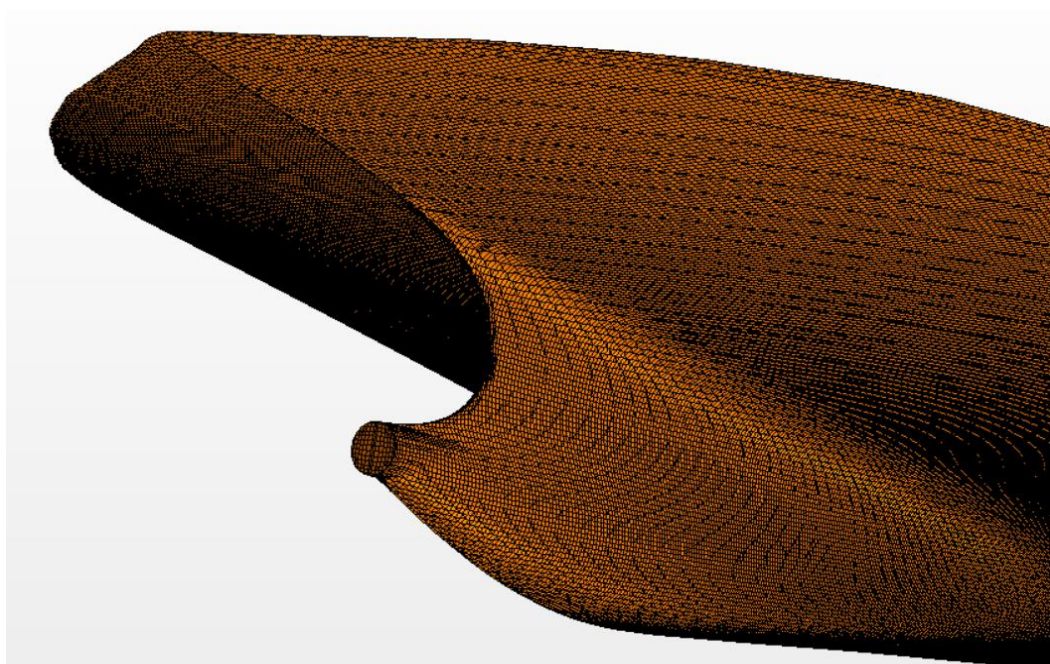
4.2.2. Generiranje mreže kontrolnih volumena

Mreža kontrolnih volumena se generira pomoću naredbe „automatic mesher“ koja automatski diskretizira čitavu domenu. S ciljem proučavanja utjecaja gustoće mreže na rezultate numeričke simulacije, generirane su tri mreže za mjerilo modela $\lambda = 63,65$. Tako je gruba mreža imala otprilike oko 1 milijun ćelija, srednja mreža oko 2 milijuna ćelija, a fina mreža oko 4 milijuna ćelija. Za izradu mreže primijenjeni su sljedeći automatski diskretizatori [17]: „Surface Remesher“, „Automatic Surface Repair“, „Trimmed Cell Mesher“ i „Prism Layer Mesher“.

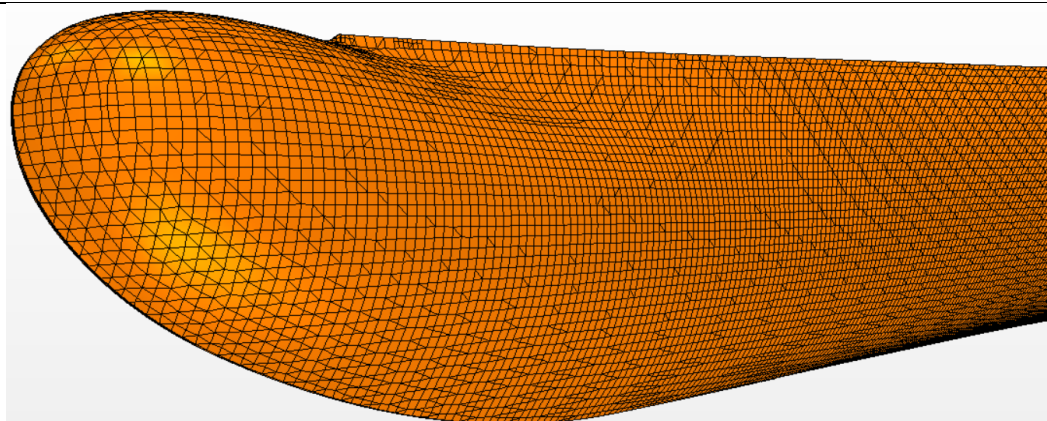
Osnovna veličina stranice kontrolnog volumena kod mreže modela broda iznosi 0,09 m za grubu, 0,063 m za srednju i 0,045 m za finu mrežu. Za ostale modele brodova i za brod u naravi su te dimenzije pomnožene sa mjerilom geometrijske sličnosti. Veličina stranice kontrolnog volumena na trupu broda je postavljena kao 6,25% veličine osnovne stranice kontrolnog volumena. Tako kod grube mreže ona iznosi 5,63 mm, dok kod fine mreže iznosi 2,81 mm. Na slikama 9.-12. prikazan je diskretizirani trup broda i to pramčani i krmni dio trupa dobiven finom (slika 9. i 10.) te grubom mrežom (slika 10. i 11.)



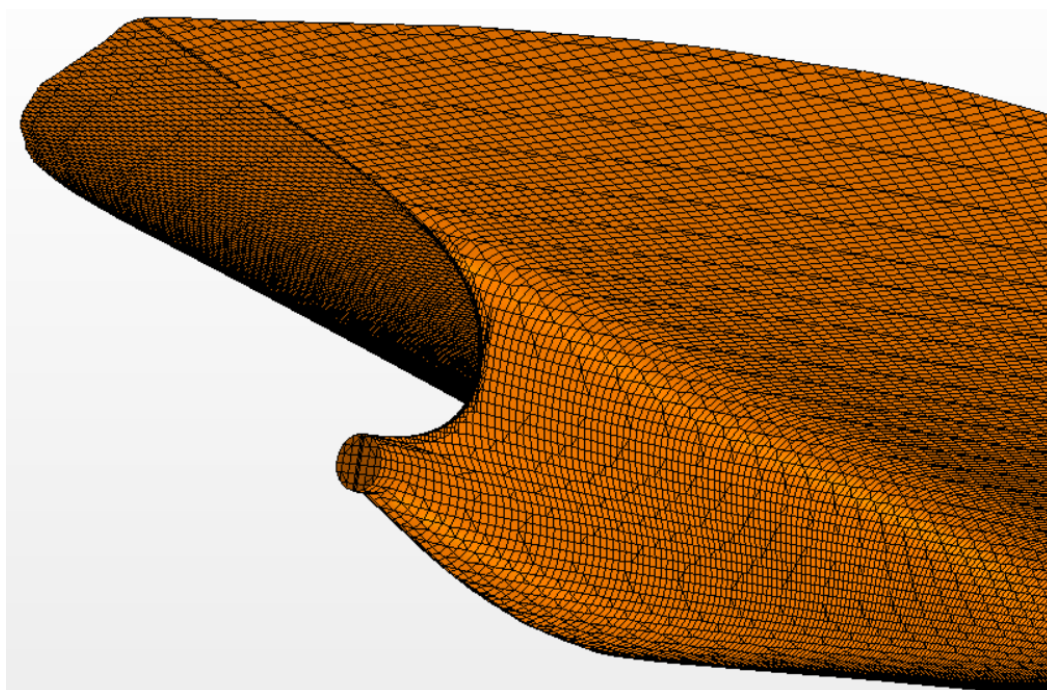
Slika 9. Prikaz pramčanog dijela trupa za finu mrežu



Slika 10. Prikaz krmnog dijela trupa za finu mrežu



Slika 11. Prikaz pramčanog dijela trupa za grubu mrežu



Slika 12. Prikaz krmenog dijela trupa za grubu mrežu

Posebnu pažnju treba posvetiti diskretiziranju graničnog sloja oko trupa broda. Kako bi se odredila veličina ćelije uz trup broda korišten je izraz iz [18]:

$$y^+ = 0,172 \left(\frac{y}{L} \right) Rn^{0.9} \quad (62)$$

gdje je y polovina visine prve ćelije graničnog sloja.

Diskretizator prizmatičnih ćelija (eng. *Prism Layer Mesher*) ima mogućnost postavljanja broja prizmatičnih ćelija (eng. *Number of Prism Layers*), određivanja povećanja prizmatičnih

ćelija te ukupne debljine sloja prizmatičnih ćelija. Tako je moguće generirati odgovarajuću veličinu prve ćelije uz trup broda.

Pomoću naredbe „*Prism Layer Stretching*“ koja predstavlja povećanje između dviju ćelija graničnog sloja i naredbe „*Number of Prism Layer*“ moguće je odrediti ukupnu debljinu graničnog sloja.

Sljedeće značajke diskretizatora prizmatičnih ćelija su korištene za brod:

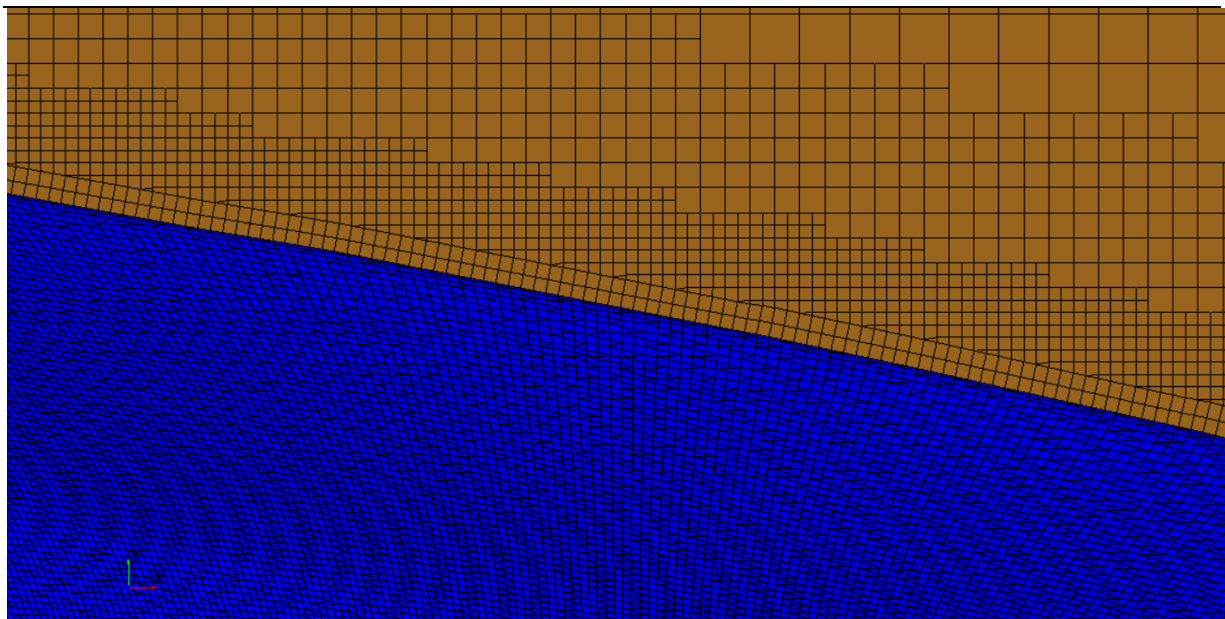
- „*Number of Prism Layers*“ -15,
- „*Prism Layer Stretching factor*“ -1,393,
- „*Prism Layer Thickness*“ -0,229.

Ukupna debljina sloja prizmatičnih ćelija predstavlja zbroj svih visina ćelija, tablica 5.

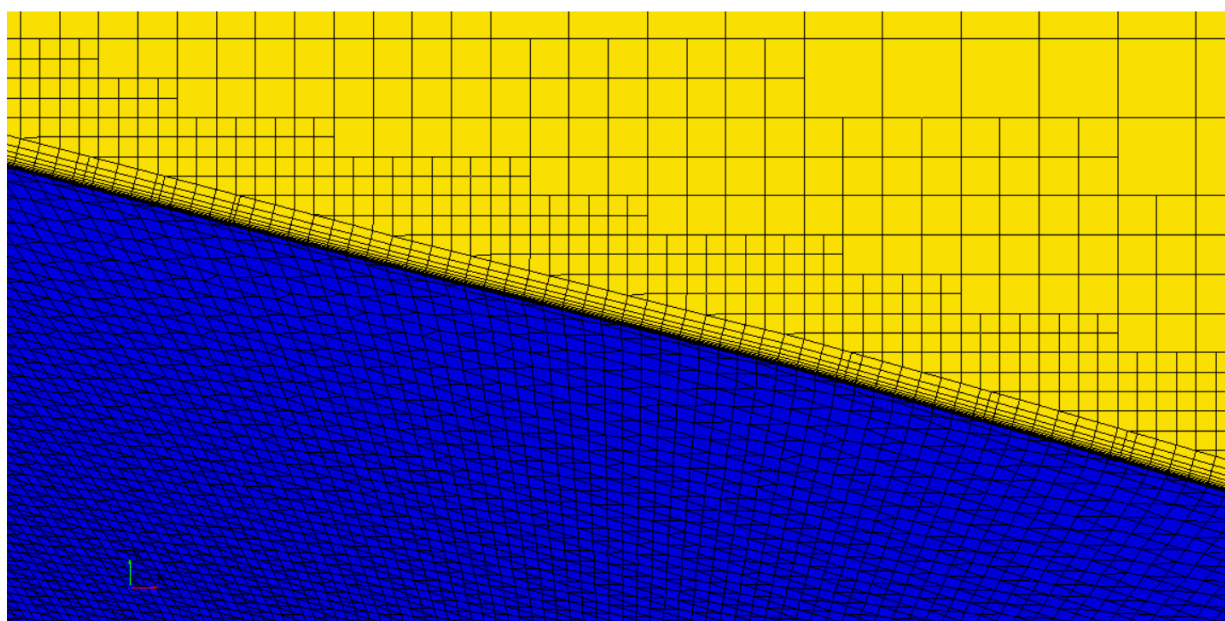
Tablica 5. Debljine ćelija graničnog sloja

Ćelija graničnog sloja	1	2	3	4	5	6	7	8
Visina ćelije, m	0,00063	0,00088	0,00123	0,00171	0,00238	0,00332	0,00462	0,00643
Ćelija graničnog sloja	9	10	11	12	13	14	15	Σ
Visina ćelije, m	0,00896	0,01248	0,01739	0,02422	0,03374	0,04701	0,06548	0,229

U numeričkim simulacijama s većim modelima ($\lambda < 63,65$) i kod broda u naravi je veći broj ćelija u graničnom sloju nego kod manjih modela, jer su i veličine osnovne stranice kontrolnog volumena puno veće. Preporuka ITTC-a [19] je ne koristiti „*Prism Layer Stretching*“ veći od 1,5 zbog velikih gradijenata prisutnih u graničnom sloju. Tako su kod modela broda generirana dva sloja prizmatičnih ćelija s „*Prism Layer Stretching*“ jednakim 1,09. Usporedba diskretizacije graničnih slojeva kod modela i broda u naravi prikazana je na slikama 13. i 14.



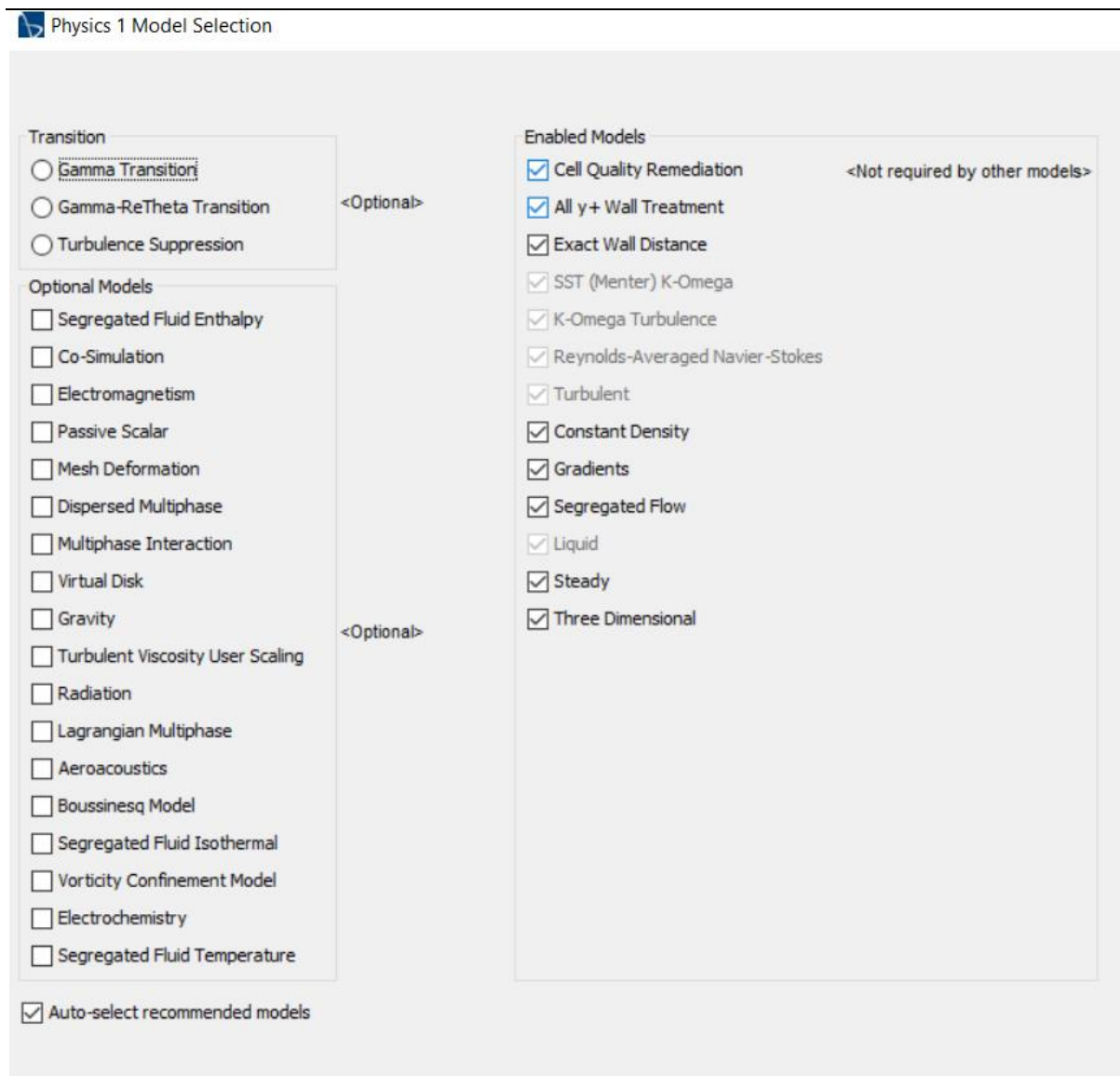
Slika 13. Prikaz prizmatičnih ćelija unutar graničnog sloja kod modela



Slika 14. Prikaz prizmatičnih ćelija unutar graničnog sloja kod broda u naravi

4.2.3. Odabir fizikalnog modela proračuna u numeričkim simulacijama

Kako bi se opisalo viskozno strujanje oko trupa broda odabran je fizikalni model prikazan na slici 15.



Slika 15. Odabrani fizikalni model

Razmatrano je stacionarno strujanje nestlačive tekućine oko trodimenzijskog udvojenog modela broda i broda u naravi. „All $Y+$ wall treatment“ pri rješavanju provjerava vrijednost parametra $y+$ te prema toj vrijednosti koriste se pripadajuće jednačbe, ovisno o tome ulazi li parametar $y+$ u linearni podsloj ili u logaritamsko područje brzine. „Segregate flow“ model rješavanja jednačbi, rješava jednačbe strujanja za svaku komponentu brzine i tlak odvojeno. „Cell Quality Remediation“ služi za smanjivanje utjecaja „loših“ ćelija na ukupno rješenje [19].

5. ANALIZA REZULTATA NUMERIČKIH SIMULACIJA

5.1. Analiza konvergencije mreže

U ovom radu analiza konvergencije je provedena za tri mreže različitih gustoća s istim omjerima profinjenja. Omjer između razlike rješenja dobivenih srednjom i grubom mrežom i razlike fine i srednje mreže definira omjer konvergencije. U ovom radu su za model $\lambda = 63,65$ provedene tri numeričke simulacije sa 1 milijun, 2 milijuna i 4 milijuna kontrolnih volumena te su dobivena tri rješenja faktora forme [20].

Razlika rješenja između srednje i fine mreže je kako slijedi:

$$\varepsilon_{i,21} = \hat{S}_{i,2} - \hat{S}_{i,1} \quad (63)$$

Razlika rješenja između grube i srednje mreže je kako slijedi:

$$\varepsilon_{i,32} = \hat{S}_{i,3} - \hat{S}_{i,2} \quad (64)$$

gdje $\hat{S}_{i,1}$, $\hat{S}_{i,2}$ i $\hat{S}_{i,3}$ odgovaraju rješenjima za finu, srednju i grubu mrežu.

Omjer konvergencije R_i definiran je izrazom:

$$R_i = \frac{\varepsilon_{i,21}}{\varepsilon_{i,32}} \quad (65)$$

Postoje tri vrste konvergencije:

- $0 < R_i < 1$ -monotona konvergencija,
- $-1 < R_i < 0$ -oscilatorna konvergencija,
- $|R_i| > 1$ - divergencija.

U tablici 6. su prikazani rezultati svih mreža, kao i dobiveni faktori forme za model broda u mjerilu $\lambda = 63,65$.

Tablica 6. Rezultati numeričkih simulacija za model broda u mjerilu $\lambda = 63,65$

mreža	R_F, N	R_p, N	R_V, N	k	$1+k$	$1+k_{ITC}$
gruba	5,845	0,476	12,643	0,0814	1,081	1,0785
srednja	5,791	0,535	12,652	0,0923	1,092	1,0881
fina	5,810	0,560	12,741	0,0964	1,096	1,0923

U tablici 7. su prikazane vrijednosti omjera konvergencije te prema njemu dobiveni tip konvergencije za otpor trenja, viskozni otpor, faktor forme i faktor forme izračunat prema ITTC-u.

Za slučaj otpora trenja se javlja oscilatorna konvergencija, za viskozni otpor se javlja divergencija dok se za faktor forme i faktor forme prema ITTC-u javlja monotona konvergencija.

Tablica 7. Tip konvergencija za otpor trenja, viskozni otpor i faktor forme

	$\varepsilon_{i,21}$	$\varepsilon_{i,32}$	R_i	Vrsta konvergencije
R_F, N	-0,038	0,109	-0,354	oscilatorna konvergencija
R_V, N	-0,089	-0,009	10,026	divergencija
$1+k$	-0,004	-0,011	0,374	monotona konvergencija
$1+k_{ITTC}$	-0,004	-0,010	0,434	monotona konvergencija

5.2. Procjena nesigurnosti numeričke simulacije

Ukupna nesigurnost numeričke simulacije $\overline{U_{SN}}$ se računa prema izrazu :

$$\overline{U_{SN}} = \sqrt{\overline{U_T}^2 + \overline{U_G}^2} \quad (66)$$

gdje je $\overline{U_T}$ nesigurnost vremenskog koraka, a $\overline{U_G}$ nesigurnost gustoće mreže.

Kako je u radu razmatrano stacionarno viskozno strujanje nije provedena vremenska diskretizacija pa je ukupna nesigurnost ovisna samo o nesigurnosti mreže. Nesigurnost mreže se određuje prema sljedećem izrazu:

$$\overline{U_G} = \frac{U_i}{\hat{S}_{i,1}} 100\% \quad (67)$$

gdje je $\hat{S}_{i,1}$ rezultat numeričke simulacije fine mreže, a U_i ovisi o tipu konvergencije.

Za slučaj monotone konvergencije U_i se dobiva Richardsonovom ekstrapolacijom.

Nesigurnost U_i se računa prema izrazu [20] kako slijedi:

$$U_i = F_S |\delta_{RE}^*| \quad (68)$$

gdje je F_S faktor sigurnosti koji iznosi $F_S = 1,25$, a δ_{RE}^* greška dobivena metodom Richardsonove ekstrapolacije određena izrazom:

$$\delta_{RE}^* = \frac{\varepsilon_{i,21}}{r_i^{p_i} - 1} \quad (69)$$

gdje je r_i omjer profinjenja i računa se prema izrazu:

$$r_i = \sqrt[3]{\frac{N_i}{N_{i+1}}} \quad (70)$$

gdje su N_i broj ćelija mreže, a p_i se dobiva na sljedeći način:

$$p_i = \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_{i,32}}{\varepsilon_{i,21}}\right)}{\ln(r_i)} \quad (71)$$

Za slučaj oscilatorne konvergencije nesigurnost U_i računa se prema izrazu [21]:

$$U_i = \frac{S_U - S_L}{2} \quad (72)$$

gdje je S_U gornja vrijednost rezultata numeričke simulacije, a S_L donja vrijednost rezultata numeričke simulacije.

Za slučaj divergencije nesigurnost U_i se računa prema izrazu [21]:

$$U_i = |S_U - S_L| \quad (73)$$

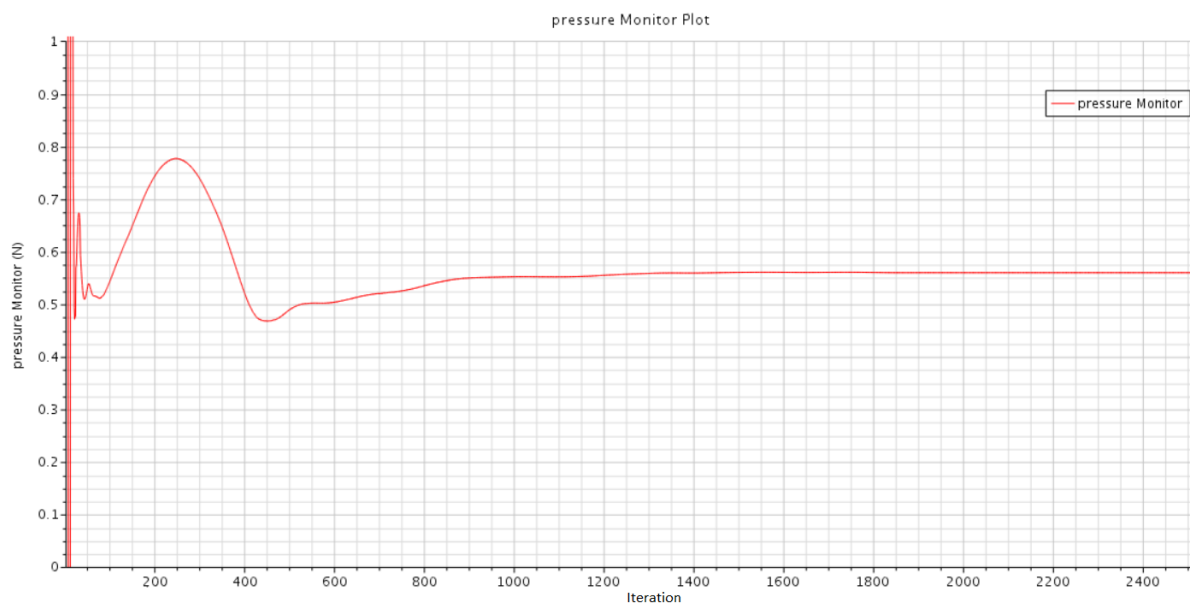
U ovom radu je ispitana nesigurnost dobivenih rješenja otpora trenja, viskoznog otpora, faktora forme i faktora forme prema ITTC-u te je prikazana ukupna nesigurnost, $\overline{U_{SN}}$, tablica 8. Kao što je moguće uočiti u tablici 8., dobivene nesigurnosti su manje od 1%.

Tablica 8. Ukupna nesigurnost za otpor trenja, viskozni otpor i faktor forme

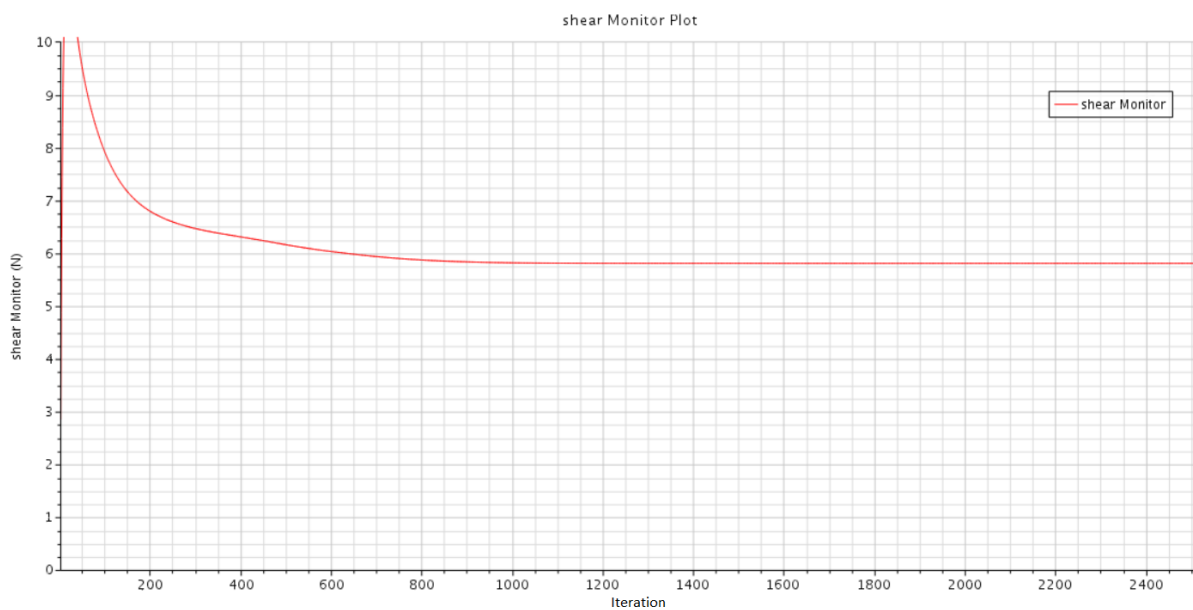
	U_i	$\overline{U_{SN}}, \%$
R_F, N	0,0543	0,4670
R_V, N	0,0983	0,7719
$I+k$	0,0030	0,2779
$1+k_{ITTC}$	0,004	0,3681

5.3. Rezultati numeričkih simulacija

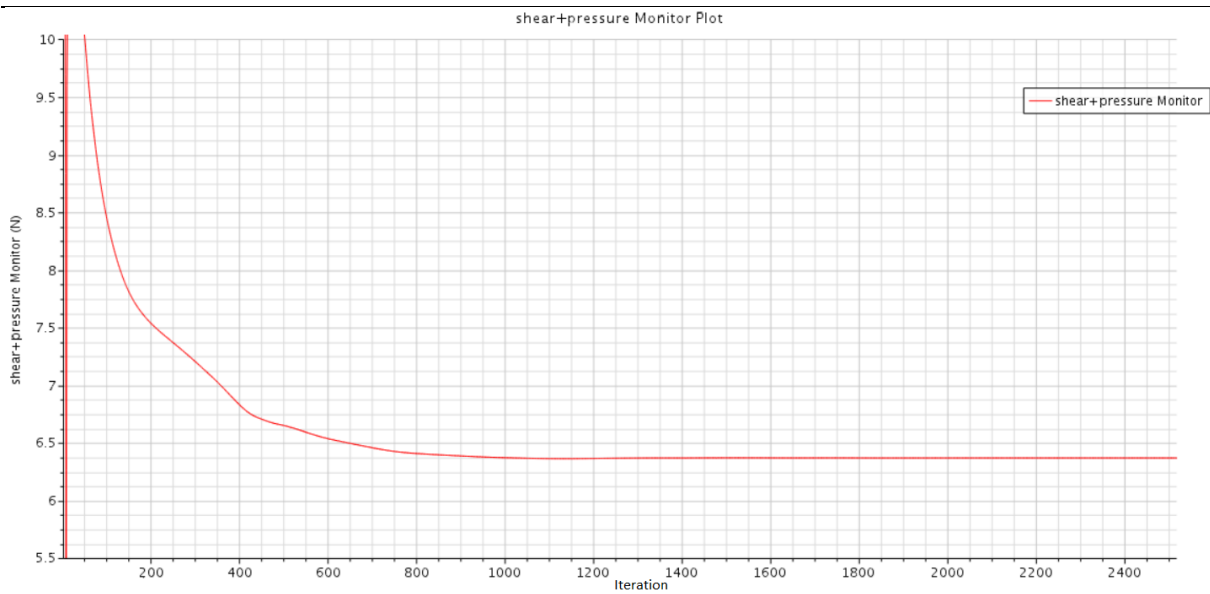
U ovom potpoglavlju prikazani su dobiveni rezultati provedenih numeričkih simulacija kao i ovisnost faktora forme o Reynoldosovom broju. Numeričkim simulacijama dobiveni su otpor tlaka i otpor trenja za četvrtinu udvojenog modela broda, slike 16. i 17. Kako su provedene simulacije strujanja oko udvojenog modela, otpor valova je jednak nuli, a viskozni otpor je jednak ukupnom otporu. Viskozni otpor je prikazan na slici 18.



Slika 16. Prikaz otpora tlaka za model broda u mjerilu $\lambda = 63,65$, fina mreža

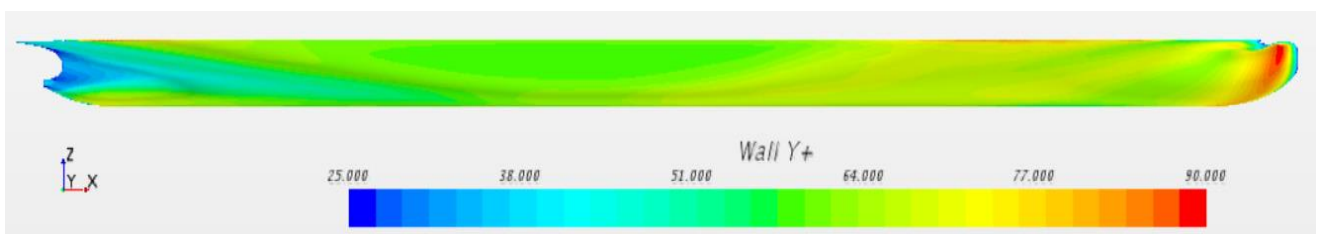


Slika 17. Prikaz otpora trenja za model broda u mjerilu $\lambda = 63,65$, fina mreža



Slika 18. Prikaz viskozno otpora za model broda u mjerilu $\lambda = 63,65$, fina mreža

Na slikama 16.-18. su prikazani rezultati numeričkih simulacija dobiveni primjenom fine mreže za model broda u mjerilu $\lambda = 63,65$. Kako su u ovom radu primijenjene zidne funkcije potrebno je osigurati da se vrijednost parametra y^+ nalazi u području od $30 \leq y^+ \leq 300$. Na slici 19. vidljiva je raspodjela parametra y^+ duž duljine trupa broda te je moguće uočiti kako je zadani uvjet zadovoljen.



Slika 19. Raspodjela parametra y^+ duž duljine broda

U tablici 9. su prikazani dobiveni rezultati svih modela i faktori forme izračunati prema izrazu za određivanje faktora forme iz poglavlja 2. Iz tablice je vidljivo da se pri povećanju mjerila povećava i vrijednost faktora forme.

U tablici 10. je prikazana usporedba koeficijenata otpora trenja dobivenih prema korelacijskoj liniji model-brod ITTC-1957 sa koeficijentima otpora trenja određenih na temelju numeričkih simulacija. Postignuto je zadovoljavajuće slaganje rezultata .

Odstupanje rješenja određeno je prema izrazu:

$$RD = \frac{C_{F_RFD} - C_{F_ITTC}}{C_{F_ITTC}} \cdot 100\% \quad (74)$$

Tablica 9. Dobiveni rezultati numeričkih simulacija

λ	1,00	1,33	1,99	3,98	63,65
R_F, N	1304898	571349	185349	26487	11,621
R_p, N	160320	69609	21466	2945,7	1,12
R_T, N	1465218	640958,76	206815,58	29432,77	12,74
k	0,1229	0,1218	0,1158	0,1112	0,0964

Tablica 10. Usporedba koeficijenata otpora trenja

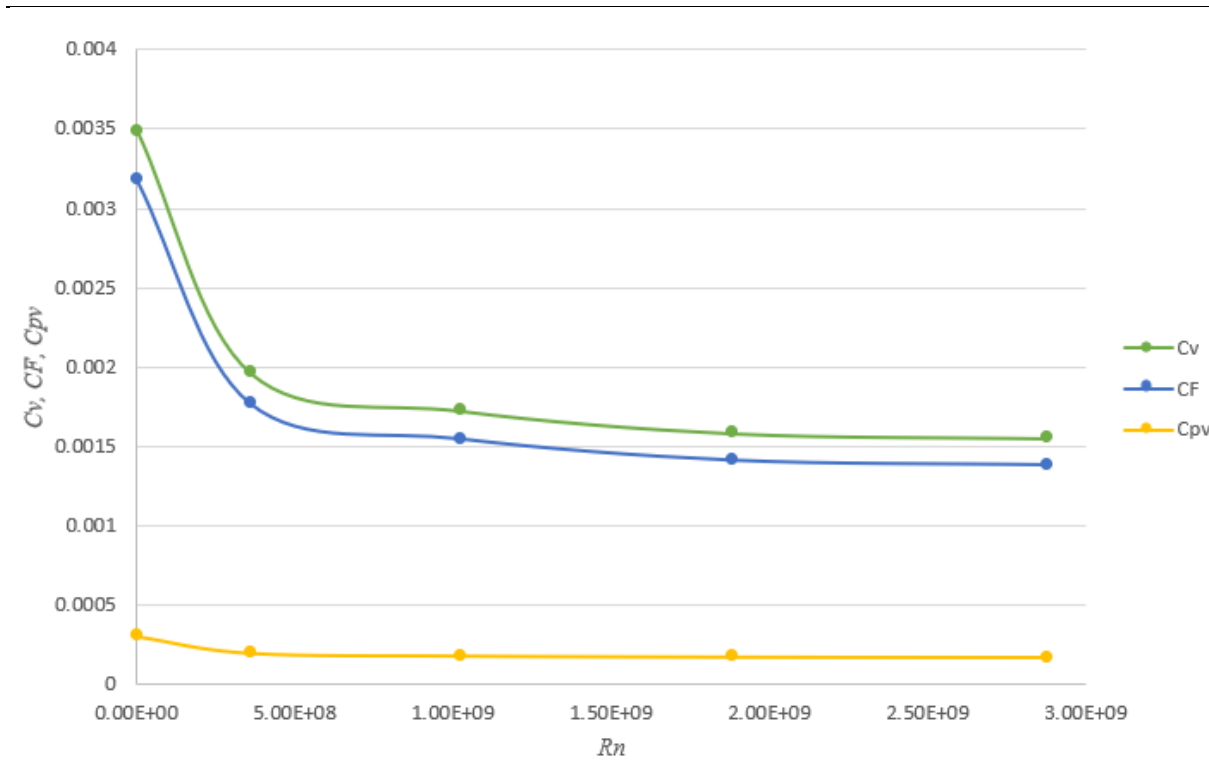
λ	1,00	1,33	1,99	3,98	63,65
C_{F_RDF}	0,00138	0,00141	0,00155	0,00177	0,00318
C_{F_ITTC}	0,00135	0,00142	0,00155	0,00174	0,00332
$RD, \%$	2,67	-0,29	1,39	1,46	-4,25

U tablici 11. je prikazana usporedba faktora forme dobivenih prema jednadžbama (22) i (23). Moguće je uočiti kako je najveća razlika između rezultata dobivena za $\lambda = 63,65$.

Tablica 11. Usporedba dobivenih faktora forme za različita mjerila

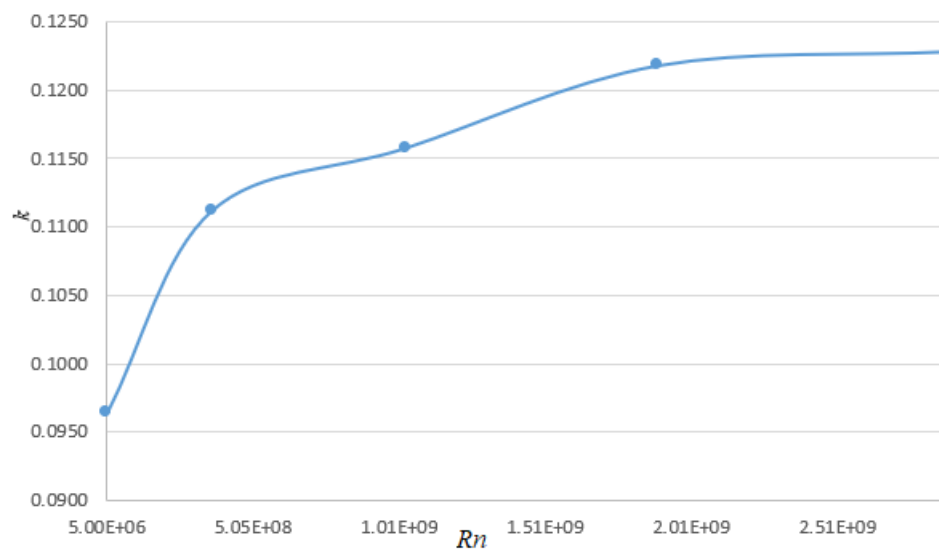
λ	1,00	1,33	1,99	3,98	63,65
k_{RDF}	0,1229	0,1218	0,1158	0,1112	0,0964
k_{ITTC}	0,12614	0,12148	0,1174	0,1128	0,0923
$RD, \%$	-2,600	0,289	-1,370	-1,441	4,434

Na slici 20. je prikazana ovisnost koeficijenata ukupnog otpora, koeficijenta otpora trenja i koeficijenta viskoznog otpora tlaka o Reynoldsovom broju. Iz dijagrama je vidljivo da se povećanjem Reynoldsovog broja svi koeficijenti smanjuju. Također, može se zaključiti kako koeficijent viskoznog otpora tlaka manje ovisi o Reynoldsovom broju, što ukazuje na to da on više ovisi o samom obliku forme.



Slika 20. Ovisnost koeficijenta otpora trenja, viskoznog otpora tlaka i viskoznog otpora o Reynoldsovom broju

Na slici 21. je pokazana ovisnost faktora forme o Reynoldsovom broju. Na slici je vidljivo da se faktor forme povećava s povećanjem Reynoldsovog broja zato što koeficijent viskoznog otpora tlaka manje ovisi o Reynoldsovom broju od koeficijenta trenja. Također je vidljivo da se najveći porast faktora forme događa pri nižim vrijednostima Reynoldsovog broja.



Slika 21. Ovisnost faktora forme o Reynoldsovom broju

Tablica 12. Usporedba faktora forme

	$1+k_{ITTC}$	$1+k_{RDF}$	$1+k$ [22]	$RD, \%$	$RD_{ITTC}, \%$
model $\lambda = 63,65$	1,09233	1,0964	1,094	-0,222	0,152
brod	1,12614	1,1229	1,145	1,934	1,647

Moctar el al. [22] su odredili faktor forme DTC modela i broda u naravi primjenom numeričkih simulacija. U tablici 12. dan je prikaz usporedbe rezultata dobivenih u ovom radu i radu [22]. Iz tablice je vidljivo kako je za model broda $\lambda = 63,65$ dobiveno zadovoljavajuće slaganje rezultata dok je za brod u naravi dobiveno veće odstupanje. Također uspoređeni su rezultati faktora forme dobivenih pomoću ITTC-a i iz rada [22]. Slično kao i u ovom radu, bolje slaganje rezultata dobiveno je kod modela nego kod broda u naravi.

6. ZAKLJUČAK

Utjecaj mjerila na faktor forme je numerički ispitan primjenom komercijalnog programskog paketa STAR-CCM+. Ispitivanje je provedeno na modelu u četiri različita mjerila te na brodu u naravi. Provedena je numerička simulacija viskoznog strujanja fluida oko udvojenog modela u različitim mjerilima i broda u naravi primjenom Reynoldsovih osrednjenih Navier-Stokesovih jednadžbi te $k-\omega$ SST modela turbulencije. Provedena je verifikacija numeričkih rezultata za mjerilo modela $\lambda = 63,65$ te su dobivene numeričke nesigurnosti manje od 1%. Također, provedena je validacija dobivenih numeričkih vrijednosti koeficijenata otpora trenja usporedbom s rezultatima dobivenim primjenom korelacijske linije model-brod ITTC-1957 te dobivenih vrijednosti faktora forme s rezultatima prikazanim u literaturi. Numeričkim simulacijama su dobiveni rezultati viskoznog otpora tlaka i otpora trenja, čiji zbroj predstavlja viskozni otpor. Pokazano je kako se koeficijenti viskoznog otpora, otpora trenja te viskoznog otpora tlaka smanjuju povećanjem Reynoldsovog broja. Uočeno je kako koeficijent viskoznog otpora tlaka manje ovisi o Reynoldsovom broju u odnosu na preostale navedene koeficijente, odnosno koeficijent viskoznog otpora tlaka u većoj mjeri ovisi o obliku forme broda. Nadalje, pokazano je kako se povećanjem Reynoldsovog broja faktor forme povećava. Porast faktora forme je izraženiji pri nižim vrijednostima Reynoldsovog broja. Na temelju provedenih numeričkih simulacija viskoznog strujanja oko udvojenih modela brodova te udvojenog broda može se zaključiti kako je računalnom dinamikom fluida moguće odrediti faktor forme uz zadovoljavajuću točnost.

LITERATURA

- [1] Grigson, C. W.: *Anaccurate smooth friction line for use in performance prediction*, Transaction of Rina., 1993., 135, pp. 149-162.
- [2] Bruzzone, D., Cassella, P., Miranda, S., Pensa, C., Zotti, I.: *The form factor by means of multiple geosim model tests*, The Journal of Navigation., 1997., 48 pp. 115-135.
- [3] Garofallidis, D. A.: *Experimental and numerical investigation of the flow around a ship model at various Froude numbers.*, National technical Univeversity of Athens department of Naval architecture and marine engineering., 1996.
- [4] Garcia-Gomez, A.: *On the form factor scale efect*, Ocean Engineering., 2000., 26, pp. 97–109.
- [5] Farkas, A., Degiuli, N., Martić, I.: *Assessment of hydrodynamic characteristics of a full-scale ship at different draughts*, Ocean Engineering., 2018., 156, pp. 52-135.
- [6] Saha, G. K., Miazee, M. A.: *Numerical and Experimental Study of Resistance, Sinkage and Trim of a Container Ship*, Procedia Engineering., 2017., 94, pp. 67-73.
- [7] Bal S.: *Prediction of wave pattern and wave resistance of surface piercing bodies by a boundary element method*, International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2008., 56, pp. 305-329.
- [8] Kasahara, M., Masuda, S.: *Verification of simulation flow field around ships by using CFD code*, National Maritime Research Institute, 1998.
- [9] Larsson, L.: *A Workshop on CFD in Ship Hydrodynamics*, Journal of ship reaserch., 2000. 47, pp. 63-81.
- [10] Kouh, J. S., Chen, Y., Chau, S.: *Numerical study on scale effect of form factor*, Ocean Engineering, 2009., 36, pp. 403-413.
- [11] Degiuli, N., *Otpor i propulzija broda*, podloge za nastavu, <http://e-ucenje.fsb.hr/course/view.php?id=821>.
- [12] Werner, A., Degiuli, N., *Mehanika fluida IIB*, podloge za nastavu, <http://e-ucenje.fsb.hr/course/view.php?id=820>.
- [13] Virag, Z., Džijan, I., *Računalna dinamika fluida*, Interna skripta, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014.
- [14] STAR-CCM+, User Guide.

-
- [15] Demirel Y. K., Khorasanchia, M., Turan, O., Incecika, A.: *CFD model for friction resistance prediction of antifouling coatings*, Ocean Engineering, 2014., 89, pp. 21-31.
- [16] SHOPERA *Benchmark Specification Part II: The DTC Case Study*, <http://www.shopera.org>.
- [17] STAR-CCM+, Tutorials/Tutorial Guide/Motion/ Marine Resistance Prediction: KCS Hull with a Rudder.
- [18] Deng, R., Huang, D., Zhou, S., Sun, H.: *Investigation on Some Factors Effecting Ship Resistance Calculation with CFD Code FLUENT*, Journal of Ship Mechanics., 2013., 17, pp. 617-624.
- [19] ITTC, *Recommended Procedures and Guidelines.*, 2011.
- [20] ITTC, *Uncertainty Analysis in CFD Verification and Validation Methodology and Procedures*, 2011.
- [21] Stern, F., Wilson, R. V., Coleman, H. W i Paterson, E. G.: *Comprehensive Approach to Verification and Validation of CFD Simulations – Part 1: Methodology and Procedures*, Journal of fluids Engineering, 2001., 123(4), pp. 793-803.
- [22] Moctar, O., Shigunov, V, Zorn, V.: *Duisburg Test Case: Post-Panamax Container Ship for Benchmarking*, Ship Technology Resaerch., 2012., 59, pp. 50-64.

PRILOZI

- I. CD-R disc