

# Numerička simulacija pokusa otpora

---

**Pribanić, Dominik**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:991301>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-21**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Dominik Pribanić**

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli, dipl. ing.

Student:

Dominik Pribanić

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Posebno se zahvaljujem svojoj mentorici prof. dr. sc. Nastii Degiuli, dipl. ing., kao i Andrei Farkasu, mag. ing. nav. arch., i Ivani Martić, mag. ing. nav. arch., na stručnom vodstvu, strpljenju i utrošenom vremenu tijekom izrade ovog rada.

Zahvaljujem se i svojim roditeljima koji su mi omogućili studiranje i podržavali me cijelo ovo vrijeme.

Dominik Pribanić



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Dominik Pribanić**

Mat. br.: 0035201588

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **NUMERIČKA SIMULACIJA POKUSA OTPORA**

Naslov rada na engleskom jeziku: **NUMERICAL SIMULATION OF THE RESISTANCE TEST**

Opis zadatka:

U posljednje vrijeme moguće je uočiti značajan razvoj računalne dinamike fluida te njenu sve veću primjenu u raznim područjima. U području brodske hidrodinamike primjenom računalne dinamike fluida moguće je odrediti hidrodinamičke značajke već u ranoj fazi projektiranja broda. Kombinacija računalne dinamike fluida i eksperimentalnog ispitivanja u bazenu danas postaje uobičajeni pristup prilikom projektiranja broda. U završnom radu potrebno je, uz pomoć programskog paketa za računalnu dinamiku fluida, numerički simulirati pokus otpora modela broda. Pri tome treba koristiti model stacionarnog trodimenzijskog strujanja viskoznog fluida sa slobodnom površinom.

U radu je potrebno:

1. Dati pregled literature vezane za numeričke simulacije pokusa otpora.
2. Dati matematičku osnovu numeričkih metoda za simulaciju viskoznog strujanja sa slobodnom površinom.
3. Pripremiti proračunsku mrežu, početne i rubne uvjete potrebne za numeričku simulaciju viskoznog strujanja fluida.
4. Izvršiti numeričku simulaciju pokusa otpora modela broda koristeći programski paket za računalnu dinamiku fluida.
5. Usporediti numerički dobivene rezultate ukupnog otpora modela broda s eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi.

Rezultate proračuna prikazati odgovarajućim tablicama, dijagramima i slikama.

U radu koristiti programski paket STAR-CCM+ dostupan na FSB-u.

U radu treba navesti literaturu i eventualno dobivenu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:  
29. studenog 2018.

Rok predaje rada:  
**1. rok:** 22. veljače 2019.  
**2. rok (izvanredni):** 28. lipnja 2019.  
**3. rok:** 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:  
**1. rok:** 25.2. - 1.3. 2019.  
**2. rok (izvanredni):** 2.7. 2019.  
**3. rok:** 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

Predsjednica Povjerenstva:  
  
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA .....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK .....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. UVOD .....	1
1.1. Pregled literature .....	2
2. OTPOR BRODA .....	3
2.1. Općenito .....	3
2.2. Osnovne komponente otpora broda .....	3
2.3. Dodatne komponente otpora .....	5
3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA .....	7
3.1. Općenito .....	7
3.2. Odabir modela .....	8
3.3. Osnovne jednačbe dinamike fluida .....	9
3.4. Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove jednačbe .....	11
3.5. Modeli turbulencije .....	12
3.6. Zidne funkcije .....	13
3.7. Metoda konačnih volumena .....	15
3.8. Metoda udjela fluida u volumenu .....	16
3.9. Verifikacija rezultata .....	17
3.10. Validacija rezultata .....	18
4. NUMERIČKA SIMULACIJA POKUSA OTPORA .....	19
4.1. Ulaz u STAR-CCM+ .....	19
4.2. Kreiranje domene .....	20

---

4.3. Granični uvjeti .....	21
4.4. Diskretizacija geometrijske mreže .....	22
4.5. Unos fizikalnog modela.....	26
4.6. Postavljanje parametara rješavača .....	27
5. REZULTATI.....	28
5.1. Usporedba rezultata.....	33
5.2. Verifikacija dobivenih rezultata.....	34
6. ZAKLJUČAK .....	35
LITERATURA.....	36
PRILOZI .....	38

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Podjela ukupnog otpora broda [11] .....	6
Slika 2. Shema računalne dinamike fluida [2] .....	8
Slika 3. Granični sloj uslijed strujanja fluida uz čvrstu stijenku [14] .....	13
Slika 4. Profil brzine u turbulentnom graničnom sloju [14] .....	14
Slika 5. Dio diskretiziranog područja proračuna [2] .....	15
Slika 6. Prikaz dvofaznog fluida u ćeliji [15] .....	16
Slika 7. Model broda DTC [18] .....	19
Slika 8. Forma modela broda .....	20
Slika 9. Domena numeričke simulacije .....	20
Slika 10. Površine i njihovi granični uvjeti.....	21
Slika 11. Prikaz graničnih uvjeta.....	22
Slika 12. Heksaedarska ćelija i njeni elementi [15] .....	22
Slika 13. Volumetrijska kontrola na pramcu .....	24
Slika 14. Diskretizacija graničnog sloja, gruba mreža .....	24
Slika 15. Poprečni presjek mreže na $z = -0,118$ m, gruba mreža.....	25
Slika 16. Diskretizacija bulba, gruba mreža (lijevo), fina mreža (desno) .....	26
Slika 17. Odabran fizikalni model.....	27
Slika 18. Brzina strujanja fluida oko modela trupa broda pri $Fn=0,19181$ , gruba mreža .....	28
Slika 19. Profil slobodne površine duž trupa modela broda pri $Fn=0,19181$ , gruba mreža.....	28
Slika 20. Parametar $y^+$ duž trupa broda pri $Fn=0,19181$ , gruba mreža .....	29
Slika 21. Slika valova oko modela broda pri $Fn=0,19181$ , gruba mreža .....	29
Slika 22. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka duž trupa modela broda pri $Fn=0,19181$ , gruba mreža .....	30
Slika 23. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka na bulbu modela broda pri $Fn=0,19181$ , gruba mreža .....	30
Slika 24. Prikaz strujnica na slobodnoj površini iza krme pri $Fn=0,19181$ , gruba mreža .....	31
Slika 25. Prikaz strujnica na slobodnoj površini oko trupa modela broda pri $Fn=0,19181$ , gruba mreža.....	31
Slika 26. Vrijednost ukupnog otpora modela broda kao funkcija fizikalnog vremena pri $Fn=0,19181$ , gruba mreža.....	32
Slika 27. Konvergencija vrijednosti ukupnog otpora modela broda pri $Fn=0,19181$ , gruba mreža .....	32



**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Jednadžbe i nepoznanice [13] .....	10
Tablica 2. Glavne značajke broda i modela .....	19
Tablica 3. Odabrani alati diskretizacije .....	23
Tablica 4. Detaljne postavke diskretizacije .....	23
Tablica 5. Broj ćelija pojedinih mreža.....	26
Tablica 6. Usporedba ukupnog otpora modela broda za različite gustoće mreža pri $Fn=0,19181$ .....	33
Tablica 7. Usporedba ukupnog otpora modela broda za različite vremenske korake pri $Fn=0,19181$ .....	33
Tablica 8. Usporedba ukupnog otpora modela broda dobivenog eksperimentom i numeričkim simulacijama .....	33
Tablica 9. Verifikacija rezultata, analiza gustoće mreže .....	34
Tablica 10. Verifikacija rezultata, analiza vremenskog koraka .....	34

**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$B$	m	širina
$C_B$	/	koeficijent punoće
$C_F$	/	koeficijent otpora trenja
$C_P$	/	koeficijent otpora tlaka
$C_{PV}$	/	koeficijent viskoznog otpora tlaka
$C_T$	/	koeficijent ukupnog otpora
$C_V$	/	koeficijent viskoznog otpora
$C_W$	/	koeficijent otpora valova
$D_{ij}$	s <sup>-1</sup>	tenzor brzine deformacije
$Fn$	/	Froudeov broj
$F_s$	/	faktor sigurnosti
$g$	m/s <sup>2</sup>	gravitacijska konstanta
$L$	m	duljina broda
$L_{CG}$	m	položaj težišta po duljini broda
$L_{PP}$	m	duljina između okomica broda
$p$	Pa	tlak
$\bar{p}$	Pa	vremenski osrednjena vrijednost polja tlaka
$p'$	Pa	pulsirajući (fluktuirajući) tlak
$p_i$	/	red točnosti
$R_A$	N	dodatni otpor
$R_{AA}$	N	otpor zraka i vjetra
$R_{AP}$	N	otpor privjesaka
$R_{AR}$	N	otpor hrapavosti oplata
$R_{AS}$	N	otpor kormilarenja
$R_F$	N	otpor trenja
$R_i$	/	omjer konvergencije
$Rn$	/	Reynoldsov broj
$R_P$	N	otpor tlaka
$R_{PV}$	N	viskozni otpor tlaka
$R_T$	N	ukupni otpor

$R_{T,EKSP}$	N	ukupni otpor modela broda dobiven eksperimentalno
$R_{T,RDF}$	N	ukupni otpor modela broda dobiven numeričkom simulacijom
$R_V$	N	viskozni otpor
$R_W$	N	otpor valova
$RD$	%	relativna devijacija
$r_x$	m	polumjer momenta tromosti oko $x$ osi
$r_y$	m	polumjer momenta tromosti oko $y$ osi
$r_z$	m	polumjer momenta tromosti oko $z$ osi
$S$	m <sup>2</sup>	oplakana površina
$\bar{S}_i$	N	vrijednost rezultata numeričke simulacije
$S_L$	N	donja vrijednost rezultata numeričke simulacije
$S_U$	N	gornja vrijednost rezultata numeričke simulacije
$T$	m	gaz
$\bar{u}$	m/s	komponenta brzine strujanja paralelno sa stijenkom
$U_i$	/	nesigurnost
$\bar{U}_{SN}$	/	ukupna nesigurnost simulacije
$\bar{U}_T$	/	nesigurnost vremenskog koraka
$\bar{U}_G$	/	nesigurnost geometrijske mreže
$u_\tau$	m/s	brzina trenja
$v$	m/s	brzina
$V$	m <sup>3</sup>	volumen
$V_{CG}$	m	položaj težišta po visini broda
$v_i$	m/s	vektor brzine
$\bar{v}_i$	m/s	vremenski osrednjena vrijednost komponente polja brzine
$v_i'$	m/s	pulsirajuća (fluktuirajuća) komponenta brzine
$y$	m	udaljenost od stijenke
$y^+$	/	bezdimenzijska udaljenost od stijenke
$\alpha_i$	/	volumni udio pojedine faze fluida unutar kontrolnog volumena

---

$\Delta$	t	istisnina
$\delta_{ij}$	/	Kroneckerov simbol
$\delta_{RE_i}^{*(1)}$	/	prvi korak greške uslijed analize konvergencije
$\varepsilon$	$\text{m}^2\text{s}^{-3}$	brzina disipacije kinetičke energije turbulencije
$\varepsilon_i$	/	razlika rezultata
$\kappa$	/	Von Karmanova konstanta
$\lambda$	/	koeficijent geometrijske sličnosti ili mjerilo sličnosti
$\mu$	Pas	dinamički koeficijent viskoznosti
$\mu_t$	Pas	dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti
$\nu$	$\text{m}^2/\text{s}$	kinematički koeficijent viskoznosti
$\rho$	$\text{kg}/\text{m}^3$	gustoća
$\Sigma_{ij}$	$\text{N}/\text{m}^2$	devijatorski dio tenzora naprezanja
$\sigma_{ji}$	$\text{N}/\text{m}^2$	tenzor naprezanja
$\tau$	$\text{N}/\text{m}^2$	tangencijalno naprezanje

## SAŽETAK

U ovom radu prikazana je numerička simulacija pokusa otpora modela broda primjenom računalne dinamike fluida (RDF) s ciljem određivanja ukupnog otpora modela broda. Numeričke simulacije provedene su primjenom komercijalnog programskog paketa STAR-CCM+ unutar kojega je generirana proračunska mreža, postavljeni rubni uvjeti te fizikalne postavke numeričke simulacije. Numeričke simulacije provedene su korištenjem modela nestacionarnog trodimenzijskog strujanja viskoznog fluida sa slobodnom površinom temeljenog na Reynoldsovim osrednjenim Navier-Stokesovim (engl. *Reynolds Averaged Navier-Stokes*, RANS) jednadžbama, uz primjenu  $k-\varepsilon$  modela turbulencije. Prilikom zadavanja rubnih uvjeta na nepropusnoj stijenci modela broda korištene su zidne funkcije. Dobiveni rezultati verificirani su za jedan Froudeov broj pri čemu je ispitan utjecaj gustoće mreže te vremenskog koraka. Prema dobivenim rezultatima odabrana je mreža te vremenski korak, koji predstavljaju kompromis između točnosti i potrebnog proračunskog vremena. Numeričke simulacije za preostala tri Froudeova broja provedene su primjenom odabrane gustoće mreže i vremenskog koraka. Dobiveni rezultati validirani su usporedbom s eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi. Pokazano je da se numeričkim simulacijama viskoznog strujanja oko modela broda mogu dobiti zadovoljavajući rezultati.

Ključne riječi: pokus otpora, računalna dinamika fluida (RDF), STAR-CCM+, RANS,  $k-\varepsilon$  model turbulencije

## SUMMARY

In this study the numerical simulation of the resistance test for a ship model is presented using Computational Fluid Dynamics (CFD) in order to determine total resistance of a ship model. Numerical simulations are carried out utilizing the commercial software package STAR-CCM+ within which the grid is generated, and the boundary conditions and physical settings are set up. Numerical simulations are carried out using an unsteady three-dimensional viscous flow model with free surface based on Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) equations utilizing  $k - \varepsilon$  turbulence model. Wall functions are used to set up the boundary conditions on the hull of the ship model. The obtained results are verified for one Froude number, i.e. the influence of grid density and time step are examined. Based on the obtained results, a grid density and a time step are chosen as a compromise between the accuracy and the required computational time. Numerical simulations for the remaining three Froude numbers are carried out using the chosen grid density and time step. The obtained results are validated by comparison with the experimental results available in the literature. It has been shown that numerical simulations of viscous flow around the ship model can provide satisfactory results.

Keywords: resistance test, Computational Fluid Dynamics (CFD), STAR-CCM+, RANS,  $k - \varepsilon$  turbulence model

## 1. UVOD

Već u ranoj fazi projektiranja broda potrebno je poznavati njegove hidrodinamičke značajke. Pritom se mogu koristiti tri vrste metoda: empiričko – statističke metode, eksperimentalne metode ili numeričke metode [1]. Pod empiričko – statističke metode spadaju sustavne serije i statistički obrađeni podaci izmjereni u naravi te su ove metode zadovoljavajuće samo u preliminarnoj fazi projekta jer su ograničenog karaktera. Najčešći način određivanja hidrodinamičkih značajki u prošlosti bio je eksperimentalnim putem. Eksperimentalne metode dijele se na ispitivanja fizičkih modela i mjerenja na brodovima u naravi. Razvojem tehnologije, otvara se mogućnost numeričkog rješavanja jednadžbi koje opisuju strujanje fluida pomoću računala. Nova grana mehanike fluida koja se ubrzano razvija naziva se računalna dinamika fluida (RDF).

RDF u odnosu na eksperimentalne metode znatno skraćuje vrijeme projektiranja, daje potpuniju sliku strujanja, može simulirati uvjete koji se ne mogu ostvariti u eksperimentu te je puno jeftinija. Glavni nedostatak RDF-a je ograničenost primjene na slučajeve za koje postoje dobri matematički modeli. Tako primjerice postoji problem modeliranja turbulencije [2].

Danas je pri projektiranju broda poželjno koristiti kombinaciju RDF-a i eksperimentalnog ispitivanja u bazenu. Tako se ova dva pristupa međusobno nadopunjuju te su komplementarni [2].

U ovom završnom radu, uz pomoć komercijalnog programskog paketa STAR-CCM+ za RDF, izvršena je numerička simulacija pokusa otpora modela broda pri čemu je korišten model nestacionarnog trodimenzijskog strujanja viskoznog fluida sa slobodnom površinom. Numeričke simulacije su izvršene su za tri mreže različite gustoće za jedan Froudeov broj. Također je ispitan i utjecaj vremenskog koraka na dobivene rezultate. Odabrana je mreža te vremenski korak, koji predstavljaju kompromis između točnosti i potrebnog proračunskog vremena. Koristeći odabranu gustoću mreže izvršena je simulacija za još tri Froudeova broja. Dobiveni rezultati uspoređeni su s eksperimentalnim rezultatima pokusa otpora dostupnim u literaturi.

### 1.1. Pregled literature

RDF je primjenjiv u brojnim područjima znanosti i kao takav koristi se u velikom broju istraživanja. U nastavku je dan pregled primjene RDF-a u brodskoj hidrodinamici. Deng et al. [3] su istražili utjecaj diskretizacije mreže i modela turbulencije na konačne rezultate sile otpora dobivene numeričkom simulacijom. Kroz rad su pokazali kako postaviti parametre koji daju zadovoljavajuće rezultate, a između ostalog poseban naglasak su stavili na način diskretizacije graničnog sloja uz trup modela broda. Tezdogan et al. [4] su proveli simulaciju gibanja broda na valovima koristeći nestacionarne Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove (engl. *Reynolds-Averaged Navier - Stokes*, RANS) jednačbe te su istražili povećanje efektivne snage i potrošnje goriva na valovima. Dobivene rezultate usporedili su s eksperimentalnim rezultatima te rezultatima dobivenim potencijalnom teorijom. Ingram et al. [5] su primijenili diskretizacijsku metodu Kartezijevog rezanja ćelija (engl. *Cartesian cut cell method*) i usporedili je s tradicionalnim metodama diskretizacije mreže te su pokazali kako je ta metoda efikasna i fleksibilna. Ahmed et al. [6] su proveli numeričku simulaciju pokusa otpora dva modela broda i dobivene rezultate usporedili s eksperimentalnim rezultatima. U svom radu opisali su postupak pripreme numeričke simulacije te su pokazali valjanost rezultata dobivenih numeričkim simulacijama. Noblesse et al. [7] su proučavali sustav brodskih valova koristeći RDF. Također su pokazali način izračuna Kelvinovog kuta koristeći jednostavne analitičke relacije. Kouh et al. [8] su istražili faktor forme, koeficijente ukupnog otpora, otpora trenja i viskozno otpora tlaka te njihovu povezanost s Reynoldsovim brojem. Numeričke simulacije izvršili su za šest dvostrukih modela brodova koristeći srednju gustoću mreže te su analizirali rezultate i pokazali ovisnost razmatranih koeficijenata i faktora forme o Reynoldsovom broju. Farkas et al. [9] su pokazali prednosti određivanja hidrodinamičkih značajki primjenom RDF-a za brod u naravi. Numeričke simulacije pokusa otpora, slobodne vožnje brodskog vijka i vlastitog pogona broda izvršene su za tri stanja krcanja pri dvije brzine te je provedena verifikacija dobivenih rezultata. Također je provedena usporedba rezultata dobivenih primjenom četiri modela turbulencije. Farkas et al. [10] su istražili utjecaj mjerila primjenom RDF-a. Proveli su numeričke simulacije za model broda u različitim mjerilima koristeći dva modela turbulencije te su proveli ekstrapolaciju rezultata za brod u naravi. Pokazali su da se primjenom različitih mjerila modela mogu dobiti mala odstupanja vrijednosti ukupnog otpora za brod u naravi.



## 2. OTPOR BRODA

### 2.1. Općenito

Otpor broda je sila kojom tekućina djeluje na brod suprotno od smjera gibanja broda. Ukupni otpor  $R_T$  bilo kojeg tijela koje se giba na površini vode složena je funkcija geometrije tijela, brzine gibanja tijela  $v$ , gustoće tekućine  $\rho$ , dinamičkog koeficijenta viskoznosti  $\mu$  i ubrzanja zemljine sile teže  $g$  [1].

Ukupni otpor nekog tijela može se zapisati kao funkcija:

$$R_T = f(\text{geometrije tijela}, v, \rho, \mu, g) \quad (1)$$

Odnosno za brod vrijedi:

$$R_{TS} = C_{TS}(\text{geometrije trupa}, Rn, Fn) \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (2)$$

pri čemu je  $C_{TS}$  koeficijent ukupnog otpora broda ovisan o geometriji trupa, Reynoldsovom broju  $Rn$  i Froudeovom broju  $Fn$ , a  $S$  oplakana površina trupa broda.

Reynoldsov i Froudeov broj su definirani kako slijedi:

$$Rn = \frac{vL}{\nu} \quad (3)$$

$$Fn = \frac{v}{\sqrt{gL}} \quad (4)$$

gdje je  $L$  duljina broda.

### 2.2. Osnovne komponente otpora broda

Zbog složenosti funkcije otpora broda potrebno je ukupni otpor broda rastaviti na komponente. Na brod koji se giba pravocrtno na slobodnoj površini brzinom  $v$  djeluje ukupna hidrodinamička sila  $F$ . Horizontalna komponenta ukupne hidrodinamičke sile suprotna smjeru gibanja broda predstavlja silu ukupnog otpora broda  $R_T$ . Na infinitezimalni element površine uronjenog dijela trupa broda u nekoj točki djeluje ukupno naprezanje  $p_i$ , koji se može rastaviti na komponentu tangencijalnog naprezanja  $\tau_{0i}$  i komponentu tlaka u smjeru normale  $p_{Ni}$ . Ukoliko su

tangencijalna naprežanja i hidrodinamički tlakovi u smjeru normale poznati za sve točke oplakane površine trupa, ukupni otpor broda može se odrediti izrazom:

$$R_T = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1) dS + \int_S p_N \cos(p_N, x_1) dS \quad (5)$$

Prvi član u jednadžbi (5) predstavlja otpor trenja:

$$R_F = \int_S \tau_0 \cos(\tau_0, x_1) dS \quad (6)$$

dok drugi član predstavlja otpor tlaka:

$$R_P = \int_S p_N \cos(p_N, x_1) dS \quad (7)$$

Stoga se može pisati:

$$R_T = R_F + R_P \quad (8)$$

pri čemu je  $R_F$  otpor trenja, a  $R_P$  otpor tlaka.

Ovakva podjela se temelji na pretpostavci da tekućina djeluje na trup broda kontinuirano raspodijeljenim površinskim silama.

Strujanje oko trupa broda može se podijeliti na dva područja. Područje s dominantnim utjecajem viskoznosti (granični sloj i hidrodinamički ili vrtložni trag) te na vanjsko područje sa zanemarivim utjecajem viskoznosti (potencijalno strujanje). Pri takvoj podjeli, ukupni otpor dijelimo na viskozni otpor i otpor potencijalnog strujanja. Otpor u neviskoznom potencijalnom strujanju postoji samo ako se na slobodnoj površini uslijed gibanja broda generiraju valovi. Stoga se ukupni otpor može prikazati kao:

$$R_T = R_V + R_W \quad (9)$$

pri čemu je  $R_V$  viskozni otpor, a  $R_W$  otpor valova.

Viskozni otpor je funkcija Reynoldsovog broja, a otpor valova je funkcija Froudeovog broja.

Komponenta viskoznog otpora, koja je posljedica tangencijalnih naprežanja između tekućine i oplake broda, naziva se otpor trenja  $R_F$ . Druga komponenta viskoznog otpora naziva se viskozni otpor tlaka  $R_{PV}$ . Viskozni otpor tlaka nastaje kao posljedica promjene tlaka duž trupa broda uzrokovana viskoznim pojavama unutar graničnog sloja. Stoga vrijedi:

$$R_V = R_F + R_{PV} \quad (10)$$

Stvaranje valova na površini rezultira promjenom tlaka duž trupa što znači da se otpor tlaka  $R_P$  može podijeliti na viskozni otpor tlaka  $R_{PV}$  i otpor valova  $R_W$  te slijedi:

$$R_P = R_{PV} + R_W \quad (11)$$

Otpor valova  $R_W$  dijeli se na otpor slike vala  $R_{WP}$  i otpor lomljenja valova  $R_{WB}$ :

$$R_W = R_{WP} + R_{WB} \quad (12)$$

### 2.3. Dodatne komponente otpora

Kao dodatne komponente smatramo:

- otpor privjesaka  $R_{AP}$  (otpor nogavica, skrokova, osovina, ljuljnih kobilica, otvora za bočne propulzore),
- otpor hrapavosti oplata  $R_{AR}$  (posljedica korozije ili obraštanja trupa),
- otpor zraka i vjetra  $R_{AA}$  (otpor nadvodnog dijela broda uslijed gibanja kroz zrak i vjetar),
- otpor kormilarenja  $R_{AS}$  (posljedica upotrebe kormila).

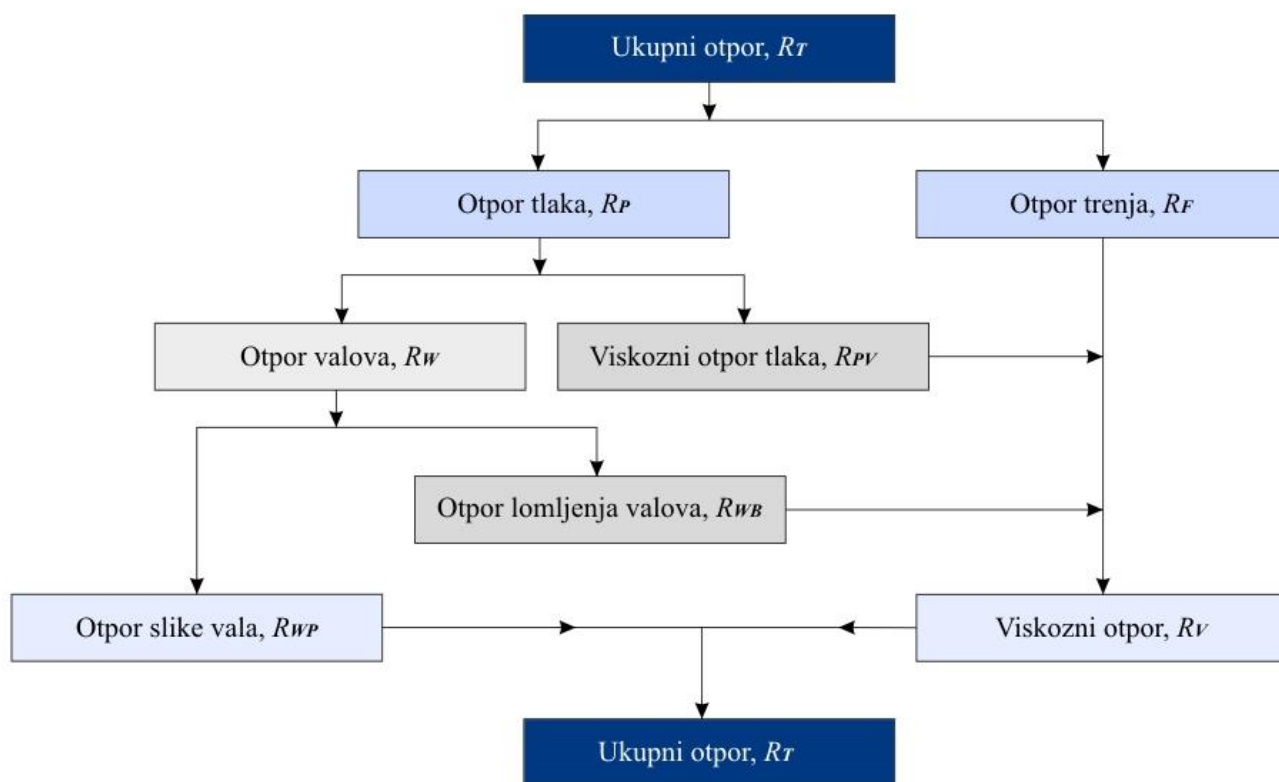
Dodatni porast otpora može biti posljedica utjecaja okoline kao što je npr. plovidba u ograničenoj ili plitkoj vodi te plovidba na valovima.

Zaključno, ukupni otpor može se zapisati kao:

$$R_T = [C_F(Rn) + C_{PV}(Rn) + C_W(Fn) + C_A] \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (13)$$

pri čemu je  $C_F$  koeficijent otpora trenja ovisan o Reynoldsovom broju,  $C_{PV}$  koeficijent viskoznog otpora tlaka ovisan o Reynoldsovom broju,  $C_W$  koeficijent otpora valova ovisan o Froudeovom broju i  $C_A$  koeficijent dodatnog otpora.

Na slici 1. prikazana je podjela ukupnog otpora broda.



Slika 1. Podjela ukupnog otpora broda [11]

### 3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA

#### 3.1. Općenito

Svaka numerička simulacija započinje definicijom problema i izborom odgovarajućeg matematičkog modela [2]. Komercijalni programski paketi (npr. STAR-CCM+) imaju već programirane matematičke modele pa je zadatak korisnika odabrati podvarijantu koja odgovara njegovom problemu. Drugi korak svodi se na numeričko rješavanje matematičkog modela. Taj korak sastoji se od tri dijela. Na početku potrebno je diskretizirati područje proračuna. Rezultat diskretizacije naziva se geometrijska mreža. Potom je potrebno na geometrijskoj mreži diskretizirati parcijalne diferencijalne jednačbe matematičkog modela, uvažavajući rubne uvjete. Diskretizacija jednačbi provodi se nekom od metoda (metoda konačnih volumena, metoda konačnih elemenata, metoda konačnih razlika, itd.). Rezultat je sustav algebarskih jednačbi koje mogu biti linearne ili nelinearne. Nelinearne jednačbe rješavaju se iterativnim postupkom. Treći korak podrazumijeva analizu dobivenih rješenja.

U organizacijskom smislu, numerička simulacija se provodi kroz tri programa:

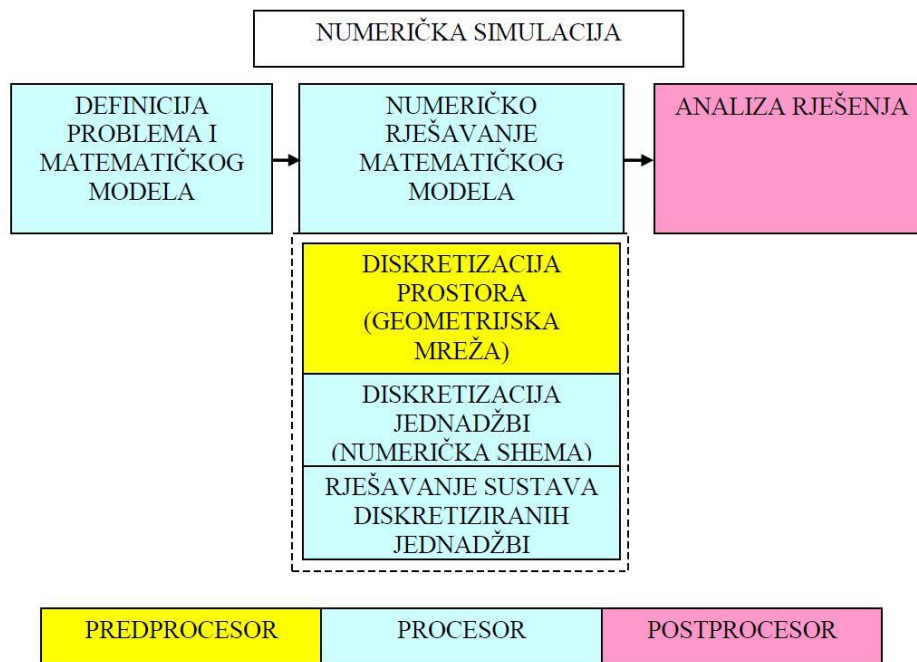
- predprocesor,
- procesor,
- postprocesor.

Predprocesor je zadužen za generiranje geometrijske mreže. Općenito, generiranje geometrijske mreže složen je i zahtjevan problem o kojem znatno ovise konačna rješenja. Prilikom generiranja mreže potrebno je voditi računa gdje je potrebno profiniti mrežu. Na primjer, u graničnom sloju, koji nastaje pri opstrujavanju tijela, postoje veliki gradijenti fizikalnih veličina, što zahtjeva popunjavanje tog područja manjim volumenima, za razliku od područja daleko od tijela. Danas postoje i algoritmi koji automatski proglašuju mrežu u području velikih gradijenata, odnosno prorjeđuju u područjima gdje se rješenje značajno ne mijenja.

Procesor je program koji numerički rješava željeni matematički model sa zadanim početnim i rubnim uvjetima. Matematički model može biti ugrađen u program ili može biti temeljen na objektnom programiranju gdje ga korisnik slobodno zadaje.

Postprocesor je program koji služi za vizualizaciju rezultata i izračunavanje pojedinih integralnih veličina.

Na slici 2. prikazan je uobičajeni postupak numeričke simulacije.



Slika 2. Shema računalne dinamike fluida [2]

### 3.2. Odabir modela

Matematički model je matematički zapis fizikalnog modela [2]. Fizikalni model je aproksimacija stvarnog svijeta koji obuhvaća niz pretpostavki.

Primjeri fizikalnih pretpostavki su:

- fluid je kontinuum,
- homogenost i izotropnost fluida,
- jednokomponentan ili višekomponentan fluid,
- jednofazan ili višefazan fluid,
- jednodimenzijско (1D), dvodimenzijско (2D) ili trodimenzijско (3D) strujanje fluida,
- stacionarno ili nestacionarno strujanje fluida,
- neviskozno, laminarno ili turbulentno strujanje fluida.

Osnovna pretpostavka strujanja fluida je da je fluid kontinuum. Kontinuum je realan fizikalni sustav sastavljen od materije, koja u potpunosti ispunjava područje prostora. U tom sustavu zadržavaju se fizikalna svojstva i za slučaj infinitezimalno malog volumena. Kao takav, fluid je neprekinuta sredina, koja se pod djelovanjem proizvoljno malih tangencijalnih naprezanja neprekidno deformira. Ova neprekidna deformacija naziva se upravo strujanje fluida [12].

Treba uzeti u obzir kako je kontinuum idealizacija, koja ne odgovara stvarnosti. Naime, materija je diskretne strukture (sastoji se od atoma ili molekula), te se smanjivanjem volumena na veličinu međumolekularnog prostora, dolazi do slučaja da se u tako malom prostoru ne mogu definirati makroskopska fizikalna svojstva (npr. gustoća) u smislu hipoteze kontinuuma, pa se više ne može koristiti hipoteza o fluida kao kontinuumu, već se mora analizirati gibanje pojedinih molekula. Za probleme strujanja u kojima je domena dovoljno velika, hipoteza kontinuuma je dovoljno dobra aproksimacija stvarnoga svijeta.

Sljedeće bitne pretpostavke su homogenost i izotropnost. Homogen fluid je onaj kojem su fizikalna svojstva jednaka u svim točkama fluida. Izotropan fluid je onaj kojem su fizikalna svojstva jednaka u svim smjerovima fluida. Nadalje, fluid može biti jednokomponentan ili višekomponentan, jednofazan ili višefazan. Potom, prilikom pojednostavljenja problema moguće je promatrati problem kao trodimenzijski (3D), dvodimenzijski (2D) ili čak jednodimenzijski (1D). Zatim strujanje fluida može biti stacionarno ili nestacionarno.

Zadnja pretpostavka, ujedno i iznimno važna, odnosi se na oblik strujanja. U prirodi najčešći je turbulentni oblik strujanja. Turbulentno strujanje karakterizira velika fluktuacija pojedinih fizikalnih veličina i vrlo nepravilna putanja čestica. Drugi oblik je laminarni oblik strujanja. U realnosti takvo strujanje pojavljuje se samo pri niskim vrijednostima Reynoldsovog broja. Njegova glavna karakteristika je pravilno, slojevito strujanje. Pri problemu optjecanja tijela može se pojaviti i jedan i drugi tip strujanja [12].

Modeliranje turbulentnog strujanja samo je po sebi veliko područje interesa dinamike fluida. Postoje razne metode, a u ovom radu korištena je metoda temeljena na Reynoldsovom osrednjavanju jednadžbi - RANSE (engl. *Reynolds Averaged Navier – Stokes equations*) te  $k - \varepsilon$  model turbulencije.

Zaključno, stvarni problem potrebno je fizikalno modelirati, odnosno uvesti pretpostavke, iz čega proizlazi matematički model. Potrebno je odabrati povoljan matematički model tako da njegova jednostavnost ne utječe previše na kvalitetu njegove aproksimacije stvarnosti.

### 3.3. Osnovne jednadžbe dinamike fluida

Glavne jednadžbe korištene u proračunu nestlačivog viskozno strujanja su Navier – Stokesove jednadžbe, koje se mogu izvesti kombinacijom Eulerove jednadžbe gibanja i konstitutivnih jednadžbi za Newtonski fluid. U nastavku slijedi prikaz osnovnih jednadžbi dinamike fluida.

U tablici 1. prikazane su jednađbe i nepoznanice korištene u izvodu Navier – Stokesovih jednađbi [13].

**Tablica 1. Jednađbe i nepoznanice [13]**

Jednađbe	#	Nepoznanice	#
Jednađba kontinuiteta	1	Polje brzine $v_i(x_i, t)$	3
Eulerova jednađba gibanja	3	Viskozno naprezanje $\Sigma_{ji}$	6
Newtonski fluid	6	Tlak $p(x_i, t)$	1
$\Sigma$	10	$\Sigma$	10

Zakon održanja mase (jednađba kontinuiteta) glasi:

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (14)$$

Zakon održanja količine gibanja (Eulerova jednađba gibanja) glasi:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (15)$$

pri čemu je  $\rho$  gustoća fluida,  $v_i$  vektor brzine,  $f_i$  gustoća masene sile,  $\sigma_{ji}$  tenzor naprezanja, a

$\frac{D}{Dt}$  operator materijalne derivacije.

Zakoni posebnih ponašanja fluida (konstitutivne jednađbe) su kako slijedi:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \Sigma_{ij} \quad (16)$$

$$p = -\frac{1}{3}\sigma_{kk} \quad (17)$$

$$\Sigma_{ij} = 2\mu D_{ij} - \frac{2}{3}\mu D_{kk}\delta_{ij} \quad (18)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \quad (19)$$

pri čemu je  $p$  tlak,  $\delta_{ij}$  Kroneckerov simbol,  $\Sigma_{ij}$  devijatorski dio tenzora naprezanja,  $\mu$  dinamički koeficijent viskoznosti, a  $D_{ij}$  tenzor brzine deformacije.



Koristeći jednadžbe (15) do (19) i ukoliko se zanemari koeficijent volumenske viskoznosti, mogu se napisati Navier – Stokesove jednadžbe koje glase:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( p + \frac{2}{3} \mu D_{kk} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu D_{ij}) \quad (20)$$

Jednadžba (20) se može pojednostaviti za  $\mu = \text{const.}$  te slijedi:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 v_i \quad (21)$$

pri čemu je uvedena supstitucija:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (22)$$

gdje je  $\nu$  kinematički koeficijent viskoznosti tekućine.

### 3.4. Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove jednadžbe

U nastavku se razmatra nestlačivo turbulentno strujanje uz zanemarenje masenih sila. Takvo strujanje može se opisati jednadžbama (14) i (21) u kojima su nepoznanice komponente polja brzine  $v_i$  i polje tlaka  $p$ . Ove se veličine mogu prikazati zbrojem osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg dijela. Za brzinu vrijedi:

$$v_i = \bar{v}_i + v_i' \quad (23)$$

pri čemu je  $\bar{v}_i$  vremenski osrednjena vrijednost komponente polja brzine, a  $v_i'$  pulsirajuća (fluktuirajuća) komponenta brzine.

Za tlak vrijedi:

$$p_i = \bar{p} + p' \quad (24)$$

pri čemu je  $\bar{p}$  vremenski osrednjena vrijednost polja tlaka, a  $p'$  pulsirajući (fluktuirajući) tlak.

Uvrštavanjem jednadžbi (23) i (24) u jednadžbu kontinuiteta (14) može se zapisati:

$$\frac{\partial (\bar{v}_j + \bar{v}_j')}{\partial x_j} = 0 \quad (25)$$

Osrednjavanjem jednadžbe (25) može se dobiti jednadžba kontinuiteta za osrednjeno strujanje:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (26)$$

Ukoliko se od jednadžbe kontinuiteta (25) oduzme jednadžba kontinuiteta za osrednjeno strujanje (26) dobit će se jednadžba kontinuiteta za pulsirajuće strujanje:

$$\frac{\partial v_j'}{\partial x_j} = 0 \quad (27)$$

U slučaju linearne jednadžbe kontinuiteta vrijedi princip superpozicije te su jednadžbe kontinuiteta za osrednjeno i pulsirajuće strujanje istovjetne jednadžbi (25).

Uvrštavanjem jednadžbi (23) i (24) u jednadžbu (21) uz zanemarenje masene sile te vremenskim osrednjavanjem dobivaju se Reynoldsove osrednjene Navier – Stokesove jednadžbe koje glase [2]:

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho v_i' v_j'} \right) \quad (28)$$

Član  $-\overline{\rho v_i' v_j'}$  u jednadžbi (28) predstavlja Reynoldsov tenzor turbulentnog naprezanja.

Reynoldsovim osrednjavanjem Navier – Stokesovih jednadžbi prikazuje se stohastička priroda turbulentnog strujanja vremenski osrednjenim poljima brzine i tlaka. Iskustveno je pokazano da je dovoljno poznavati određeni broj korelacija brzina i tlaka kako bi se proračunale karakteristike polja interesantne sa stajališta inženjerske prakse. Na toj činjenici temelje se modeli turbulencije. Zadatak modela turbulencije je usklađivanje broja jednadžbi i broja nepoznatih polja, zaustavljajući se na određenoj korelaciji [2].

### 3.5. Modeli turbulencije

Opći zahtjevi koji se postavljaju pred model turbulencije su univerzalnost, točnost, mogućnost ekonomičnog rješavanja i jednostavnost. Modeli turbulencije dijele se, s obzirom na red korelacije brzina za koju se rješava transportna jednadžba, na modele: prvog, drugog i trećeg reda. Modeli prvog reda su najjednostavniji te se u njima modelira već dvojnja korelacija brzina, odnosno tenzor Reynoldsovih naprezanja [2].

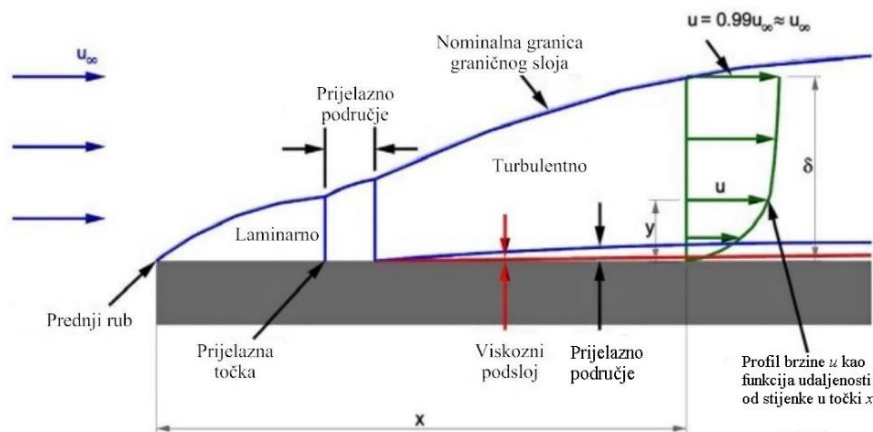
U ovome radu korišten je  $k - \varepsilon$  model turbulencije.

### 3.6. Zidne funkcije

Pri rješavanju odabranog  $k - \varepsilon$  modela turbulencije potrebno je poznavati sve rubne uvjete, a posebnu pažnju treba posvetiti rubnim uvjetima na nepropusnoj stijenci. Naime, navedeni model turbulencije vrijedi samo za velike vrijednosti Reynoldsovog broja što znači da model nije primjenjiv uz nepropusnu stijenkicu budući da je brzina fluida na stijenci jednaka nuli. Postoje dvije mogućnosti rješavanja ovog problema [2]:

- u neposrednoj blizini stijenske formulirati posebni model turbulencije koji vrijedi za niske vrijednosti Reynoldsovog broja ili,
- definirati unutarnje rubne uvjete putem zidnih funkcija.

U ovom radu korištene su zidne funkcije.



Slika 3. Granični sloj uslijed strujanja fluida uz čvrstu stijenkicu [14]

Na slici 3. prikazan je granični sloj uslijed strujanja uz čvrstu stijenkicu. U neposrednoj blizini stijenske, strujanje je paralelno sa stijenkicom, a komponenta brzine okomito na stijenkicu je zanemarivo mala. Ako komponentu brzine strujanja paralelno sa stijenkicom označimo s  $\bar{u}$ , a udaljenost od stijenske s  $y$ , onda zanemarivanjem članova malog reda u jednačini količine gibanja (15) slijedi [2]:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] = \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (29)$$

pri čemu je  $\tau$  tangencijalno naprezanje, a  $\mu_t$  dinamički koeficijent turbulentne viskoznosti.

Iz jednačine (29) vidljivo je da je ukupno tangencijalno naprezanje konstantno, u smjeru okomito na stijenkicu i jednako naprezanju na stijenci  $\tau = \tau_w = \text{const}$ . U neposrednoj blizini stijenske, gdje su turbulentne pulsacije prigušene, turbulentna viskoznost može se zanemariti, te

iz jednadžbe (29) slijedi da je u tom području profil brzine linearan te glasi [2]:

$$\bar{u} = \frac{\tau}{\mu} y \quad (30)$$

Jednadžba (30) može se napisati u bezdimenzijskom obliku kao:

$$u^+ = y^+ \quad (31)$$

pri čemu vrijedi:

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \quad (32)$$

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (33)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (34)$$

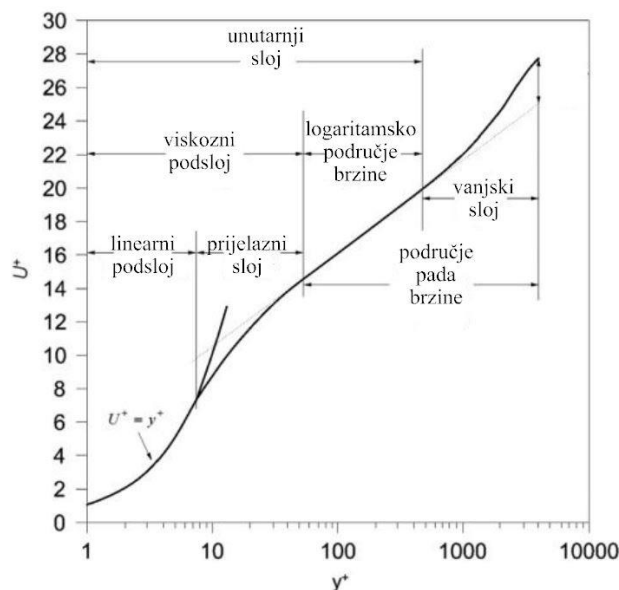
gdje je  $u_\tau$  brzina trenja.

U logaritamskom području brzine vrijedi:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (35)$$

pri čemu je  $\kappa$  von Karmanova konstanta, a  $B$  je konstanta integracije.

Na slici 4. prikazan je profil brzine u turbulentnom graničnom sloju.



**Slika 4. Profil brzine u turbulentnom graničnom sloju [14]**

### 3.7. Metoda konačnih volumena

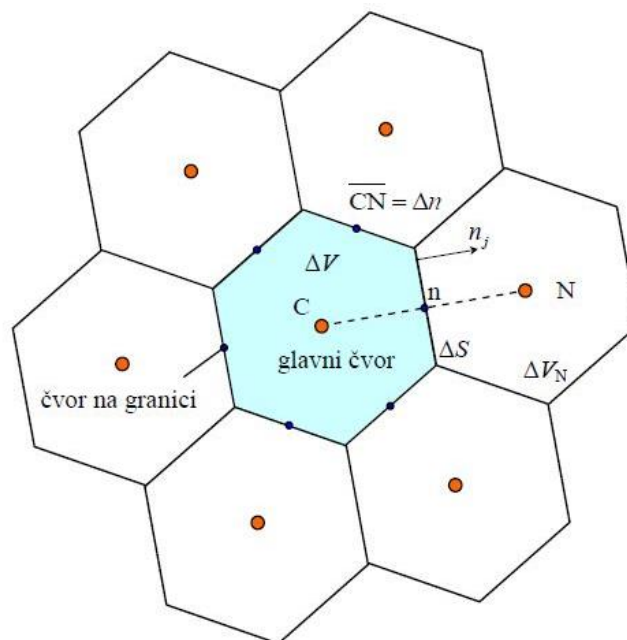
Metoda konačnih volumena je jedna od metoda diskretizacije jednačbi, koja prevodi parcijalne diferencijalne jednačbe u sustav algebarskih jednačbi što omogućava rješavanje Navier–Stokesovih jednačbi. Navier – Stokesove jednačbe za slučaj strujanja oko trupa broda nemaju analitičko rješenje te se stoga rješavaju numerički. Transformacija jednačbi se temelji na diskretizaciji na kontrolne volumene u prostoru te vremenskoj diskretizaciji, a dobivene linearne jednačbe se rješavaju algebarskim višemrežnim rješavačem (engl. *algebraic multigrid solver*) pomoću računala [15].

Metoda konačnih volumena se temelji na integriranju konzervativnog oblika transportnih jednačbi po konačnim volumenima na koje je podijeljeno područje proračuna [2]. Ta jednačba glasi:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \phi dV = - \int_{\Sigma \Delta S} (\rho v_j \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j}) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\phi dV \quad (36)$$

gdje član s lijeve strane jednačbe (36) predstavlja brzinu promjene sadržaja  $\phi$  razmatranog fizikalnog svojstva u volumenu  $\Delta V$ , prvi član s desne strane jednačbe (36) predstavlja konveksijski i difuzijski protok  $\phi$  kroz granice, a drugi član član izvor  $\phi$ .

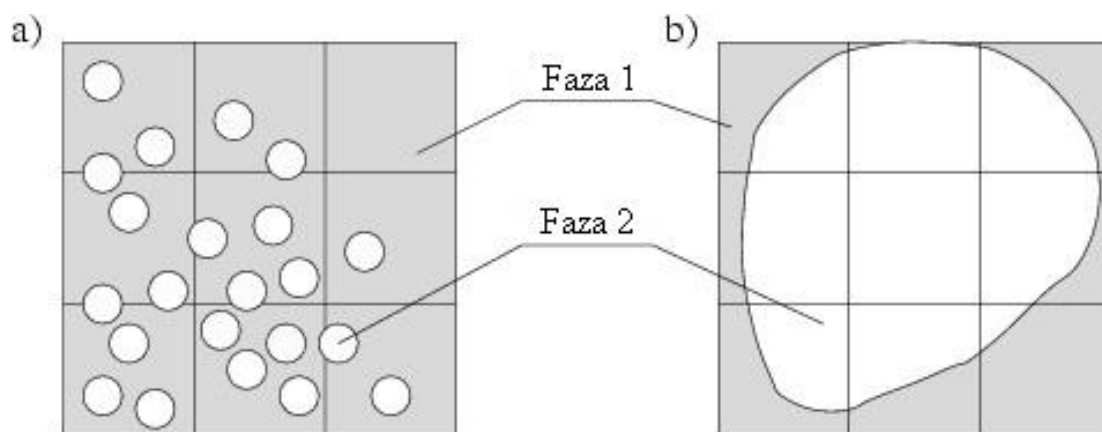
Na slici 5. prikazana je jedna ćelija diskretiziranog volumena (obojana plavom bojom), njen glavni čvor i okolni volumeni u dodiru s njom te i njihovi čvorovi.



Slika 5. Dio diskretiziranog područja proračuna [2]

### 3.8. Metoda udjela fluida u volumenu

Metoda udjela fluida u volumenu (engl. *VOF – Volume of Fluid*) je jednostavan višefazni model prikladan za simuliranje strujanja nekoliko fluida, koji se ne miješaju homogeno. Općenito metoda udjela fluida u volumenu koristi se za rješavanje problema višefaznog strujanja, u ovom slučaju vode i zraka. Model funkcionira tako da ne treba posebno modelirati interakciju između faza nego sve faze imaju definirano isto polje brzine, tlaka i temperature. Na slici 6. prikazana je neprikladna (a) i prikladna (b) mreža za dvofazni model strujanja koristeći VOF metodu [15].



Slika 6. Prikaz dvofaznog fluida u ćeliji [15]

Osnovne jednačbe VOF modela proizlaze iz ekvivalentnog fluida čije su karakteristike dobivene funkcijama karakteristika konstitutivnih faza i njihovog volumnog udjela. Jednačbe glase [15]:

$$\rho = \sum_i \rho_i \alpha_i \quad (37)$$

$$\mu = \sum_i \mu_i \alpha_i \quad (38)$$

$$\alpha_i = \frac{V_i}{V} \quad (39)$$

pri čemu je  $\alpha_i$  volumni udio pojedine faze fluida unutar kontrolnog volumena ( $0 < \alpha_i < 1$ ),  $\rho_i$  gustoća pojedine faze fluida unutar kontrolnog volumena, a  $\mu_i$  dinamički koeficijent viskoznosti pojedine faze unutar kontrolnog volumena.

### 3.9. Verifikacija rezultata

Kako bi se provela verifikacija rezultata, potrebno je na raspolaganju imati minimalno tri rješenja. U svrhu provedbe verifikacije u ovome radu, odabrane su tri različite gustoće mreže te tri različita vremenska koraka. Razlika rezultata dobivenih primjenom srednje mreže  $\hat{S}_{i,2}$  i fine mreže  $\hat{S}_{i,1}$  iznosi [16]:

$$\varepsilon_{i,21} = \hat{S}_{i,2} - \hat{S}_{i,1} \quad (40)$$

Razlika rezultata dobivenih primjenom grube mreže  $\hat{S}_{i,3}$  i srednje mreže  $\hat{S}_{i,2}$  iznosi:

$$\varepsilon_{i,32} = \hat{S}_{i,3} - \hat{S}_{i,2} \quad (41)$$

pri čemu  $\varepsilon_i$  razlika rezultata. Slijedi da je omjer konvergencije  $R_i$ :

$$R_i = \frac{\varepsilon_{i,21}}{\varepsilon_{i,32}} \quad (42)$$

Postoje tri vrste konvergencije:

- monotona konvergencija:  $0 < R_i < 1$ ,
- oscilatorna konvergencija:  $-1 < R_i < 0$ ,
- divergencija:  $|R_i| > 1$ .

Ukoliko je riječ o monotonj konvergenciju, pogreška i nesigurnost određuju se metodom Richardsonove ekstrapolacije (RE). S tom metodom, koristeći tri rješenja, moguće je odrediti grešku i red točnosti kako slijedi:

$$\delta_{RE,i,1}^{*(1)} = \frac{\varepsilon_{i,21}}{r_i^{p_i} - 1} \quad (43)$$

$$p_i = \frac{\ln(\varepsilon_{i,32} / \varepsilon_{i,21})}{\ln(r_i)} \quad (44)$$

gdje je  $\delta_{RE,i,1}^{*(1)}$  greška,  $p_i$  je red točnosti,  $r_i$  je ujednačen omjer profinjenja, a  $i$  se odnosi na ulazni parametar, odnosno gustoću mreže ili veličinu vremenskog koraka.

S dobivenim parametrima moguće je odrediti nesigurnost  $U_i$  koja se računa prema formuli:

$$U_i = F_S \left| \delta_{RE,i,1}^{*(1)} \right| \quad (45)$$

Pri čemu je  $F_S$  faktor sigurnosti te iznosi 1,25.

Ukoliko rezultati ukazuju na oscilatornu konvergenciju, nesigurnost  $U_i$  procjenjuje se prema izrazu [17]:

$$U_i = \frac{1}{2}(S_U - S_L) \quad (46)$$

pri čemu je  $S_U$  gornja vrijednost rezultata numeričke simulacije, a  $S_L$  donja vrijednost rezultata numeričke simulacije.

U slučaju divergencije, nesigurnost  $U_i$  se računa prema izrazu [17]:

$$U_i = F_S |S_U - S_L| \quad (47)$$

U slučaju ispitivanja nesigurnosti gustoće mreže i korištenog vremenskog koraka, ukupna nesigurnost može se napisati prema izrazu [17]:

$$\bar{U}_{SN} = \sqrt{\bar{U}_T^2 + \bar{U}_G^2} \quad (48)$$

pri čemu je  $\bar{U}_{SN}$  ukupna nesigurnost numeričke simulacije,  $\bar{U}_T$  je nesigurnost vremenskog koraka, a  $\bar{U}_G$  nesigurnost gustoće mreže.  $\bar{U}_T$  i  $\bar{U}_G$  računaju se kao omjer nesigurnosti  $U_i$  i rezultata dobivenog finom mrežom  $\hat{S}_{i,1}$ .

### 3.10. Validacija rezultata

U ovom radu rezultati dobiveni numeričkim simulacijama uspoređuju se s rezultatima dobivenim eksperimentalno. Razlika između rezultata dobivenih numerički i eksperimentalno naziva se relativna devijacija:

$$RD = \frac{R_{T,RDF} - R_{T,EKSP}}{R_{T,EKSP}} \cdot 100 \% \quad (49)$$

pri čemu je  $R_{T,RDF}$  ukupni otpor modela broda dobiven numeričkom simulacijom, a  $R_{T,EKSP}$  ukupni otpor modela broda dobiven eksperimentalno.



## 4. NUMERIČKA SIMULACIJA POKUSA OTPORA

### 4.1. Ulaz u STAR-CCM+

Numeričke simulacije provedene su na modelu broda Duisburg Test Case (DTC) značajki prikazanih u tablici 2. Brod je Post – Panamax 14000 TEU kontejnerski brod projektiran na njemačkom sveučilištu Duisburg – Essen. Njegov CAD model javno je dostupan kao i rezultati dobiveni modelskim ispitivanjem u bazenu. Model broda prikazan je na slici 7. [18].

Tablica 2. Glavne značajke broda i modela

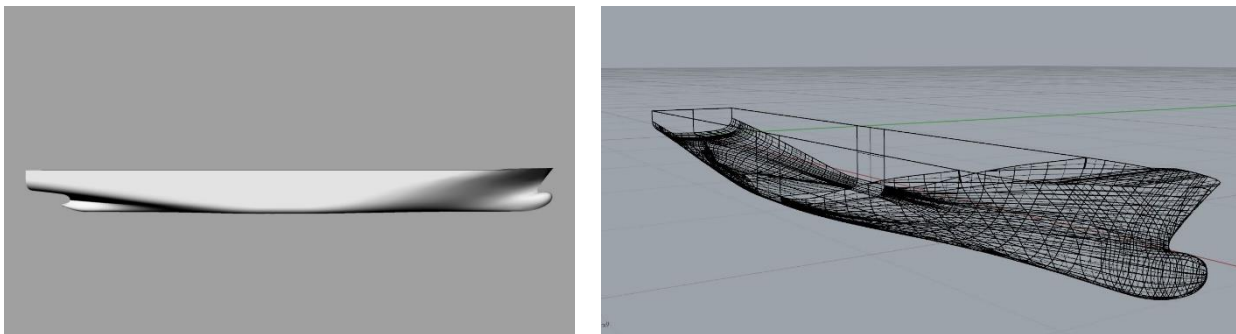
Značajka	Brod	Model
$\lambda$	-	63,65
$L_{pp}$	355 m	5,577 m
$B$	51 m	0,801 m
$T$	14,5 m	0,228 m
$\Delta$	177866 t	672,93 kg
$S$	22032 m <sup>2</sup>	5,438 m <sup>2</sup>
$C_B$	0,661	0,661
$L_{CG}$	174,059 m	2,735 m
$V_{CG}$	19,851 m	0,312 m
$r_x$	20,3 m	0,319 m
$r_y$	87,3 m	1,372 m
$r_z$	87,4 m	1,373 m

U tablici 2.,  $\lambda$  je koeficijent geometrijske sličnosti ili mjerilo sličnosti,  $L_{pp}$  je duljina između okomica,  $B$  je širina,  $T$  je gaz,  $\Delta$  je istisnina,  $S$  je oplakana površina,  $C_B$  je blok koeficijent,  $L_{CG}$  je položaj težišta po duljini broda,  $V_{CG}$  je položaj težišta po visini broda,  $r_x$  je polumjer momenta tromosti oko  $x$  osi,  $r_y$  je polumjer momenta tromosti oko  $y$  osi, a  $r_z$  je polumjer momenta tromosti oko  $z$  osi.



Slika 7. Model broda DTC [18]

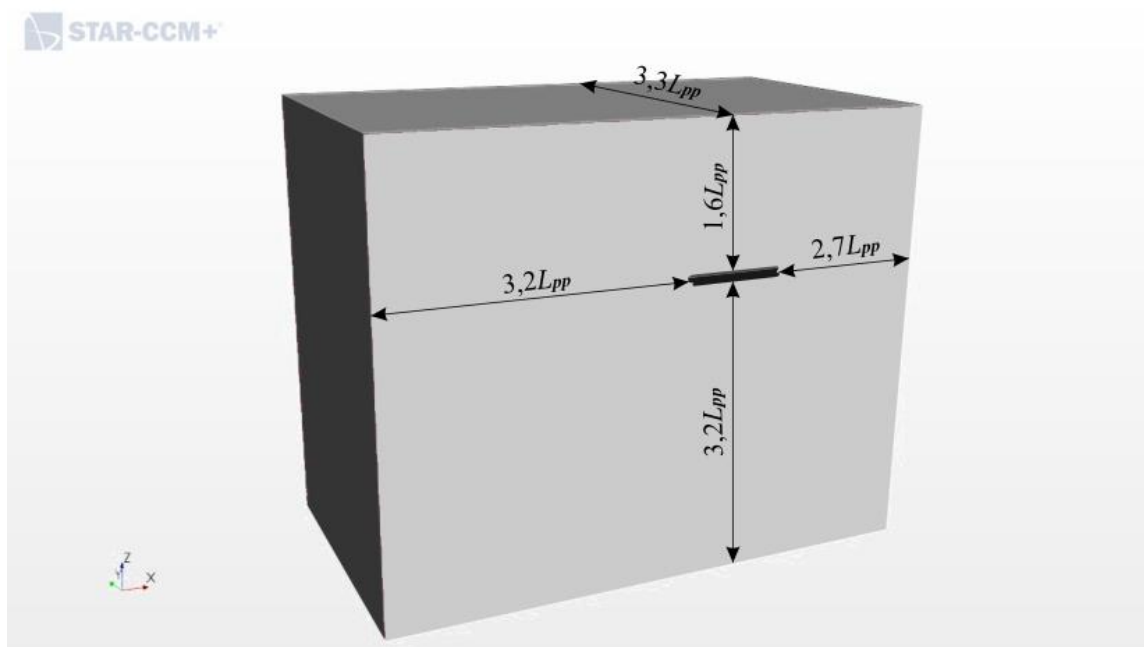
Forma modela broda, slika 8., korištenjem programskog paketa „Rhinceros“ sprema se u obliku prilagođenom za unos u STAR-CCM+. Unos podataka u STAR-CCM+ vrši se naredbom unosa površinske diskretizirane mreže (engl. *import surface mesh*). Potom se biraju detaljnije postavke unosa datoteke.



Slika 8. Forma modela broda

#### 4.2. Kreiranje domene

Kako bi se provela numerička simulacija pokusa otpora modela broda potrebno je kreirati domenu oko učitano modela broda. Kreirana domena oblika je kvadra kako bi se omogućilo zadavanje različitih graničnih uvjeta po površinama kvadra. Budući da je trup broda simetrično tijelo, valjano je promatrati samo polovinu modela broda pri numeričkoj simulaciji, kako bi se smanjilo trajanje same numeričke simulacije.



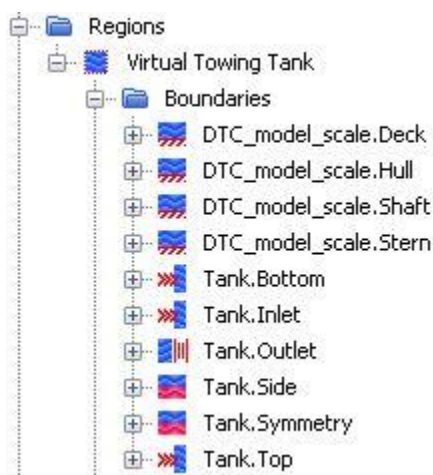
Slika 9. Domena numeričke simulacije

Na slici 9. prikazana je domena i njezine dimenzije. Za dimenzije domene postoje razne preporuke različitih autora [19, 20, 21]. Dimenzije domene odabrane su u skladu s preporukama

[15]. Od kreiranog kvadra oduzima se model broda pomoću operacije *Boolean* te se dobiva domena. Kvadar je odabran kao oblik domene kako bi se omogućilo zadavanje različitih graničnih uvjeta po površinama kvadra.

### 4.3. Granični uvjeti

Prije nego se diskretizira geometrijska mreža, potrebno je dobivenu domenu podijeliti na površine (engl. *regions*) [15]. Svakoj površini treba zadati njene granične uvjete. Odabrani granični uvjeti prikazani su na slici 10.

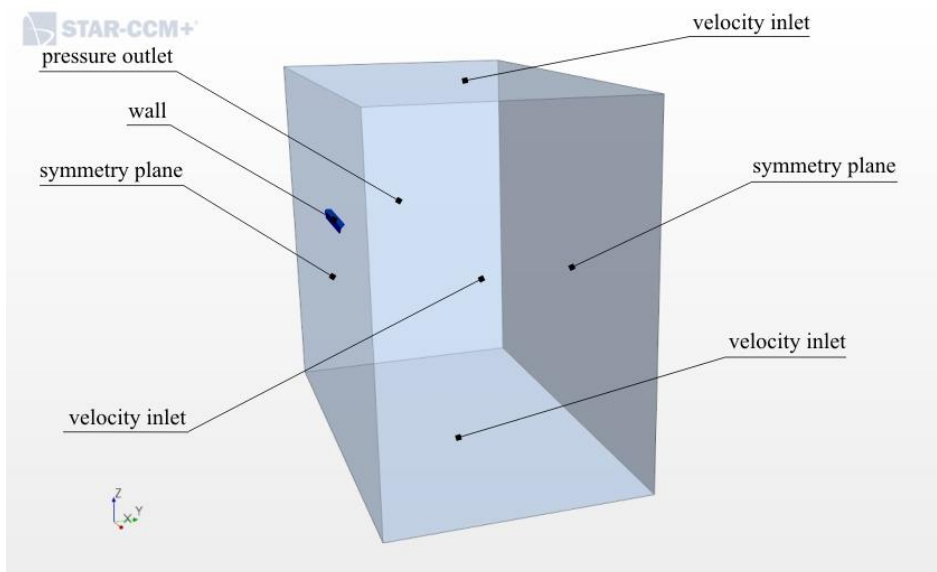


**Slika 10. Površine i njihovi granični uvjeti**

S obzirom da model broda miruje, a fluid nastrujava na model broda, na trupu modela broda postavljen je granični uvjet zida (engl. *wall*) za koji vrijedi da je brzina fluida u dodiru s čvrstom stijenkom jednaka nuli. Za dno, vrh i ulaznu granicu domene odabran je granični uvjet temeljen na brzini strujanja na ulazu (engl. *velocity inlet*), a za izlaznu granicu domene odabran je granični uvjet temeljen na tlaku na izlazu (engl. *pressure outlet*). Za granicu u uzdužnoj vertikalnoj ravnini modela broda i za bočnu granicu odabran je granični uvjet simetrije (engl. *symmetry plane*). Ovakvi granični uvjeti opisuju strujanje fluida prema pramcu broda koji miruje. Dopušteni stupnjevi slobode gibanja modela broda u provedenoj numeričkoj simulaciji su:

- rotacijsko gibanje oko osi  $y$  - posrtanje (engl. *pitch*),
- translacijsko gibanje u smjeru osi  $z$  - poniranje (engl. *heave*).

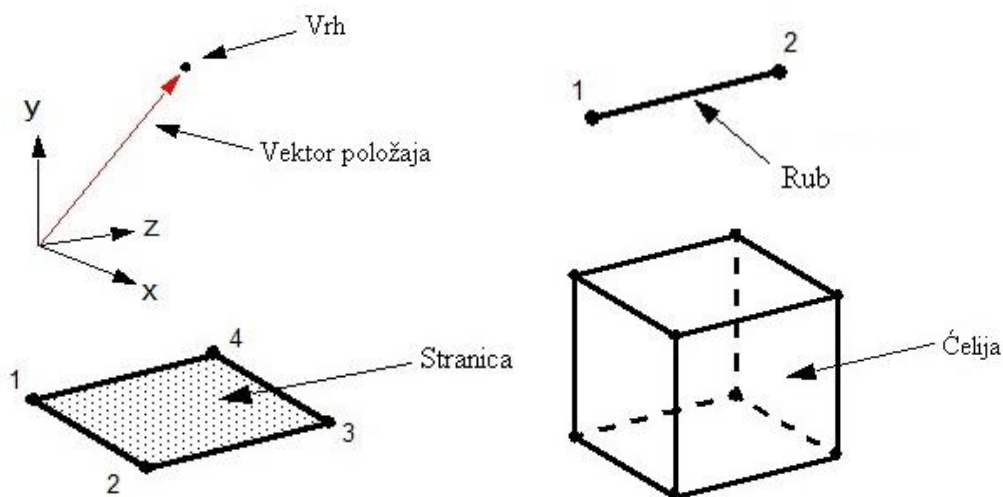
U trenutku pokretanja simulacije ( $t = 0$  s) model miruje i nema strujanja fluida. Brzina fluida koji počinje strujati kroz ulaznu granicu domene neposredno nakon pokretanja numeričke simulacije postavlja se kao početni uvjet. Na slici 11. prikazani su granični uvjeti u domeni.



Slika 11. Prikaz graničnih uvjeta

#### 4.4. Diskretizacija geometrijske mreže

Osnovni element geometrijske mreže, ćelija (engl. *cell*), je diskretizirani prikaz računalne domene, koji je primijenjen pri numeričkom rješavanju fizikalnog problema. Ćelije se sastoje od vrhova (engl. *vertex*), rubova (engl. *feature curves*) i stranica (engl. *face*). Vrh je opisan kao točka u prostoru, koja se može opisati usmjerenim vektorom. Rub je pravac ili krivulja koja spaja dva ili više vrhova. Stranica se sastoji od više vrhova koji čine površinu u prostoru. Stranica može imati proizvoljan broj vrhova. Bitno je naglasiti da stranice moraju biti poligoni, tj. rubovi se ne smiju međusobno preklapati. Ćelija može imati proizvoljan broj stranica sve dok je moguće oblikovati zatvoreni volumen. Stranice se ne smiju međusobno preklapati, ali se moraju dodirivati na rubovima. Najčešće korišteni oblik ćelije je heksaedar prikazan na slici 12. uz preostale elemente ćelije [15].



Slika 12. Heksaedarska ćelija i njeni elementi [15]

Diskretizacija unutar programa STAR-CCM+ vrši se koristeći Kartezijevu metodu rezanja ćelija [4]. Kartezijeva metoda rezanja ćelija je alternativa uobičajenijim tradicionalnim metodama diskretizacije, a temelji se na rezanju čvrstih tijela, oko kojih struji fluid, iz diskretizirane mreže [5]. U tablicama 3. i 4. prikazane su postavke diskretizacije u skladu s preporukama [15].

**Tablica 3. Odabrani alati diskretizacije**

Opcija	Način diskretizacije
Surface Meshers	Surface Remesher
Optional Surface Meshers	Automatic Surface Repair
Core Volume Meshers	Trimmed Cell Mesher
Optional Boundary Layer Meshers	Prism Layer Mesher

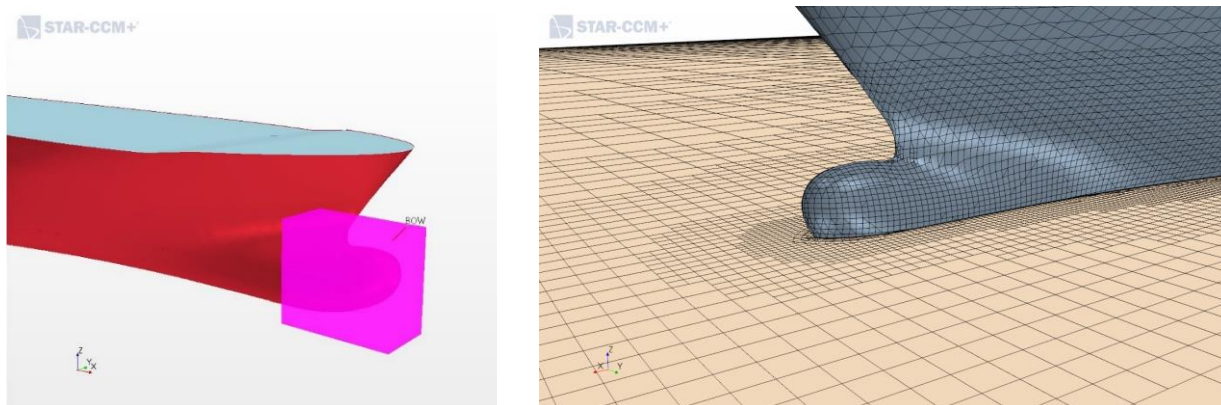
**Tablica 4. Detaljne postavke diskretizacije**

Svojstvo	Opcija	Vrijednost
Osnovna veličina	Vrijednost	0,09 m
Automatsko popravljavanje površine	Minimalna neposredna blizina	0,001
Maksimalna veličina volumena	Postotak osnovne veličine	1600
Broj slojeva prizmi	Broj	5
Ukupna debljina slojeva prizmi	Apsolutna vrijednost	0,028 m
Zakrivljenost površine	Broj točaka u krugu	36
Minimalna veličina površine	Postotak osnovne veličine	6,25
Ciljana veličina površine	Postotak osnovne veličine	50
Stopa rasta	Zadana stopa rasta	Sporo
Stopa rasta	Stopa rasta granice	Sporo

Prilikom diskretizacije geometrijske mreže potrebno je posebno obratiti pažnju na dijelove domene, gdje je potrebno izvršiti profinjenje mreže kako bi se što bolje aproksimirale karakteristike strujanje te dobili što točniji rezultati [4]. U [15] predlaže se profinjenje oštih rubova ili kutova na geometriji broda, npr. na pramcu, kao i profinjenje u području gdje se očekuje odvajanje strujanja. Potrebno je naglasiti važnost diskretizacije područja slobodne površine odnosno područja gdje su u kontaktu dva različita fluida, tj. zrak i voda [15, 22]. Veliku ulogu u diskretizaciji ima svojstvo neizotropnosti ćelija što omogućava da volumeni budu različitih veličina u svim smjerovima. U ovom radu profinjenje mreže vrši se volumetrijskim kontrolama na sljedećim mjestima:

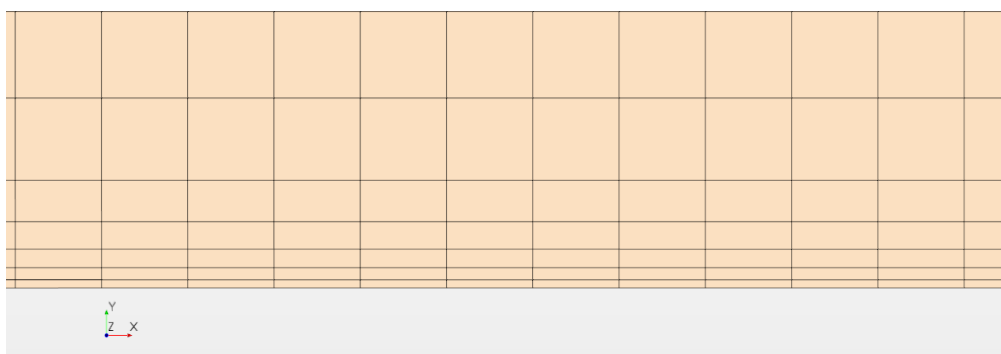
- pramac (slika 13.),
- trup, granični sloj (slika 14.),
- Kelvinov kut (slika 15.),
- slobodna površina.

U nastavku je dan detaljniji opis svake pojedine volumetrijske kontrole.



**Slika 13. Volumetrijska kontrola na pramcu**

Na slici 13. prikazan je odabir jednog od područja volumetrijske kontrole i to na pramcu te geometrijska mreža dobivena tim profinjenjem. U ovom području važno je generirati finiju mrežu zbog velike zakrivljenosti trupa. Unutar tog područja ćelije su generirane kao 12,5% svoje osnovne veličine (engl. *base size*).



**Slika 14. Diskretizacija graničnog sloja, gruba mreža**

Budući da je strujanje oko trupa modela broda složeno te da je gradijent brzine i intenzitet turbulencije veći nego bilo gdje u domeni strujanja, potrebno je koristiti puno veći broj ćelija. Prilikom modeliranja graničnog sloja bitno je obratiti pažnju na broj ćelija, ukupnu debljinu prizmatičnih ćelija i faktor rastezanja (engl. *prism layer stretching factor*). Naime, za što točnije rješenje, ćelije moraju linearno rasti od ćelije manje debljine prema ćelijama veće debljine. Također, bitno je namjestiti postavke tako da zadnja ćelija graničnog sloja ne bude veća od



ćelije koja se nastavlja na prizmatične ćelije. Tijekom simulacije bitno je provjeriti vrijednost parametra  $y^+$ . Izraz za približno određivanje parametra  $y^+$  glasi [3]:

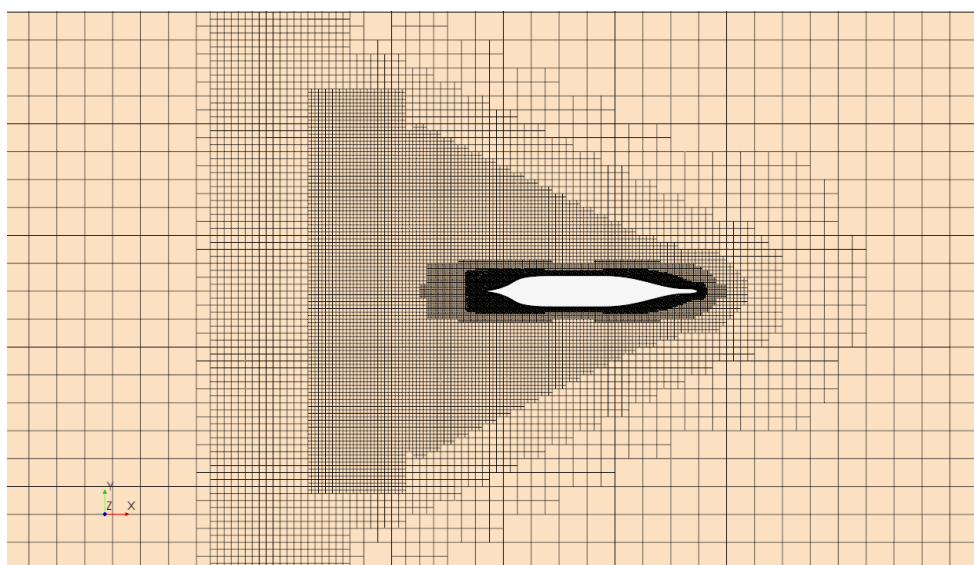
$$y^+ = 0,172 \cdot \left(\frac{y}{L}\right) \cdot Re^{0,9} \quad (50)$$

gdje je  $y$  udaljenost od stijenke.

Potrebno je posebnu pažnju posvetiti diskretizaciji područja oko trupa modela broda izvan graničnog sloja. U tu svrhu izvršene su četiri volumetrijske kontrole u obliku kvadra i cilindra ovisno o udaljenosti od trupa modela broda.

Kako bi se opisala slobodna površina napravljena su tri kvadra različitih veličina koja pokrivaju cijelu domenu u smjeru  $x$  i  $y$  osi, a u smjeru osi  $z$  pokrivaju dio oko očekivanog položaja slobodne površine.

Također, na slobodnoj površini potrebno je napraviti i profinjenje u području Kelvinovog kuta. Kelvinov kut je kut koji zatvaraju točke sjecišta poprečnih i razilaznih valova, koje se nalaze na zamišljenom pravcu sa simetralom broda [11]. Dokazano je da je taj kut primarno kinematička značajka i ne ovisi značajno o trupu broda te da se u slučaju uobičajenih jednotrupnih brodova može dobiti jednostavnim analitičkim relacijama [7]. Za potrebe dobivanja što točnije slike sustava brodskih valova, korištene su tri volumetrijske kontrole u obliku kvadra i cilindra na različitim područjima oko trupa modela broda, kako bi se što bolje opisao sustav brodskih valova. Na slici 15. prikazan je tlocrt diskretizirane grube mreže na presjeku  $z = -0,118$  m.

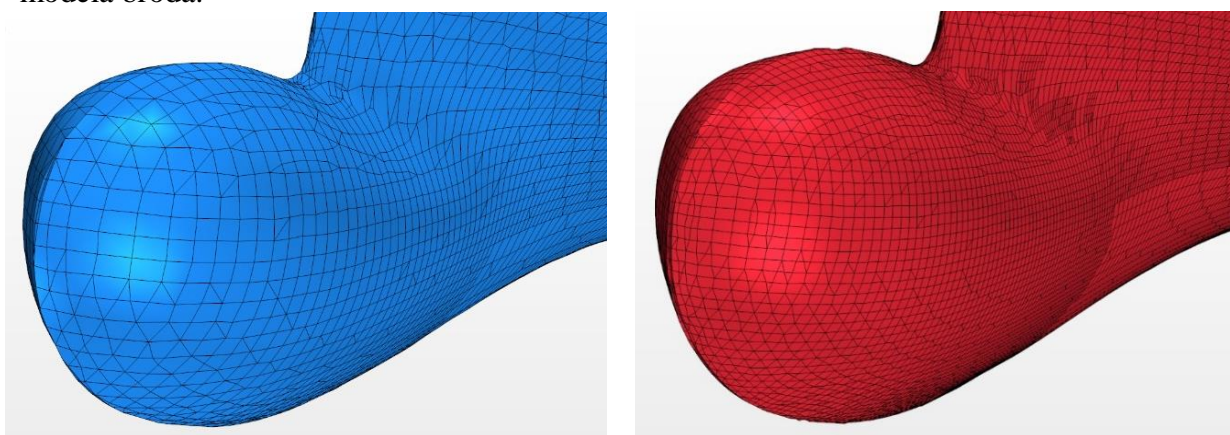


Slika 15. Poprečni presjek mreže na  $z = -0,118$  m, gruba mreža

Tablica 5. Broj ćelija pojedinih mreža

Mreža	Broj ćelija
Gruba mreža	574120
Srednja mreža	1281728
Fina mreža	2857015

U tablici 5. prikazan je broj ćelija dobivenih diskretizacijom mreže s tri različite osnovne veličine ćelije mreže korištene u ovom radu. Gruba mreža ima osnovnu veličinu ćelije 0,09 m, srednja 0,063 m, a fina 0,045 m. Na slici 16. prikazane su gruba i fina mreža u području bulba modela broda.



Slika 16. Diskretizacija bulba, gruba mreža (lijevo), fina mreža (desno)

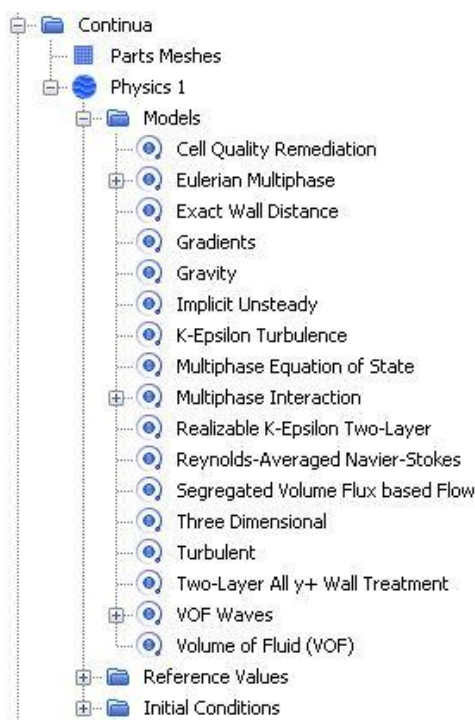
U sljedećem poglavlju ovoga rada, ispitan je utjecaj gustoće mreže pri  $Fn=0,19181$ . Zbog ograničenosti računalnih resursa, za provedbu numeričkih simulacija odabrana je ona mreža koja predstavlja kompromis između točnosti i potrebnog proračunskog vremena.

#### 4.5. Unos fizikalnog modela

Prvenstveno, potrebno je definirati fluide koji su prisutni unutar domene. Zatim je potrebno definirati VOF valove, koji su definirani kao ravni VOF valovi (engl. *flat VOF waves*). Za njihovu definiciju potrebno je unijeti brzinu strujanja vode i zraka pri željenom Froudeovom broju te njihovu gustoću. Potom se zadaju početni i rubni uvjeti funkcijama polja za tlak, brzinu i udio fluida u volumenu. Također je nužno obratiti pažnju na refleksije valova, koje se mogu javiti prilikom numeričke simulacije. Refleksije valova se pojavljuju uslijed odbijanja valova o rubove domene ili zbog naglih promjena u gustoći mreže [15]. Prvi uzrok rješava se opcijom prigušenjem VOF valova (engl. *VOF wave damping*), dok se drugi uzrok rješava odabirom spore stope rasta ćelije u postavkama diskretizacije kao što je prikazano u poglavlju 4.4. u tablici 4. Za parametar duljine prigušenja VOF valova (engl. *VOF wave damping length*) odabrana je duljina modela broda 5,6 m, koja predstavlja udaljenost od ulazne, izlazne i bočne



granice, na kojoj se sustav brodskih valova počinje prigušivati. Zatim se unosi model dinamičke interakcije fluida i tijela (engl. *DFBI – Dynamic Fluid Body Interaction*), koji modelira gibanja modela broda sukladno sa silama koje djeluju na njega uslijed strujanja fluida. Za numeričku simulaciju pokusa otpora modela broda, gibanje je ograničeno na dva stupnja slobode: poniranje i posrtanje. Zaključno unosimo podatke o masi modela broda, težištu i momentima tromosti. Na slici 17. prikazan je odabran fizikalni model.



Slika 17. Odabran fizikalni model

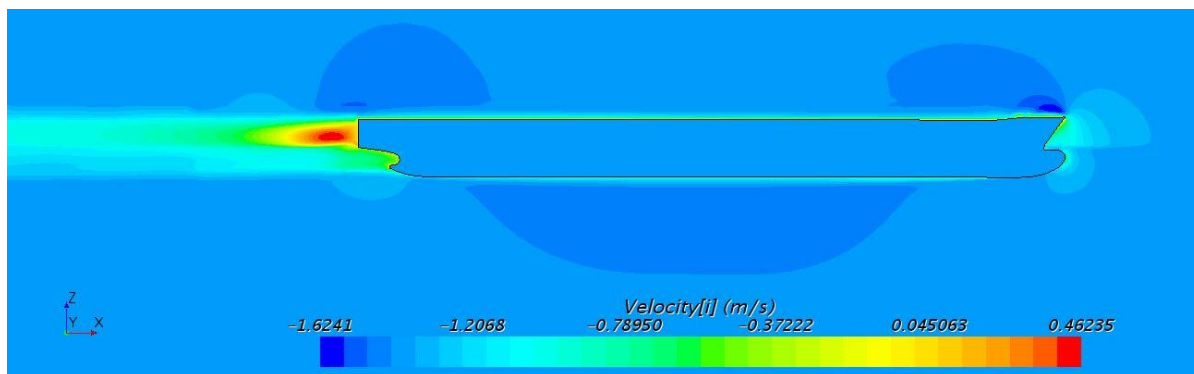
#### 4.6. Postavljanje parametara rješavača

Kao konačni korak prije pokretanja numeričke simulacije, potrebno je postaviti parametre rješavača (engl. *solver parameters*). U ovom radu korišten je nestacionarni implicitni rješavač (engl. *implicit unsteady solver*), koji je pogodan za simulaciju strujanja sa slobodnom površinom [19]. Odabrani su podrelaksacijski faktori kako bi se poboljšala konvergencija po vremenskom koraku. Podrelaksacijski faktor za tlak postavljen je kao 0,4, za brzinu kao 0,7, a za odvojeni volumni udio (engl. *segregated volume fraction*) kao 0,6. Maksimalni broj unutarnjih iteracija postavljen je na 5. Ukupno fizikalno vrijeme simulacije postavljeno je na 80 s, a korištena su tri vremenska koraka: 0,01 s, 0,02 s i 0,04 s. Vrijeme uspona (engl. *ramp time*) postavljeno je na 5 s, a vrijeme otpuštanja (engl. *release time*) na 1,0 s.

## 5. REZULTATI

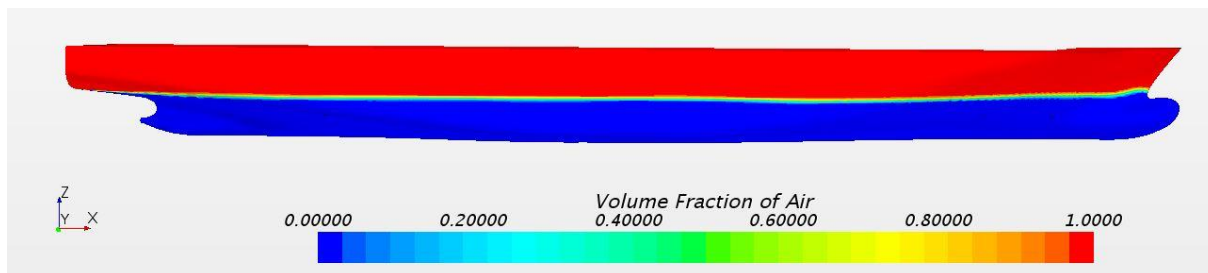
U ovom poglavlju prikazani su rezultati numeričke simulacije pokusa otpora modela te su uspoređeni rezultati dobiveni koristeći različite gustoće mreža i vremenske korake s eksperimentalno dobivenim rezultatima dostupnim u literaturi [18]. Prikazan je način odabira mreže i vremenskog koraka, koji predstavljaju kompromis između točnosti i potrebnog proračunskog vremena. Također je prikazana verifikacija te validacija dobivenih rezultata.

Koristeći programski paket STAR-CCM+ moguće je vizualno prikazati dobivene rezultate. Nakon izvršene numeričke simulacije, potrebno je kreirati prikaze (engl. *scenes*) za dobivene rezultate. Nužno je odabrati skalarno polje čiji se rezultati prikazuju te odabrati dio modela broda na kojemu će se rezultati vizualno prikazati. U nastavku su prikazani rezultati dobiveni grubom mrežom i srednjim vremenskim korakom.

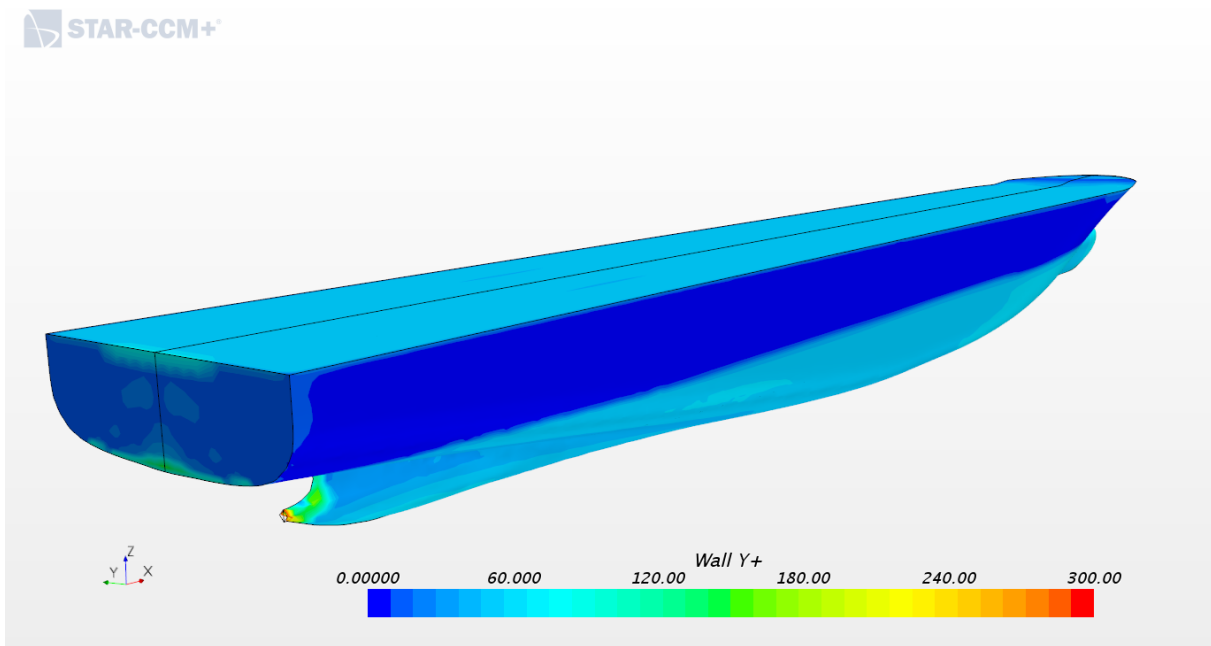


**Slika 18. Brzina strujanja fluida oko modela trupa broda pri  $Fn=0,19181$ , gruba mreža**

Na slici 18. prikazano je polje brzina strujanja fluida oko modela broda pri  $Fn=0,19181$  dobiveno primjenom grube mreže. Iza krme broda može se opaziti suprotni smjer strujanja fluida što je posljedica odvajanja strujanja. Također se može uočiti hidrodinamički trag iza modela broda. U ovom području strujanja vrlo su značajni učinci viskoznosti te je moguće uočiti pad brzine strujanja. Na slici 19. prikazan je profil slobodne površine duž trupa modela broda pri  $Fn=0,19181$  dobiven primjenom grube mreže.

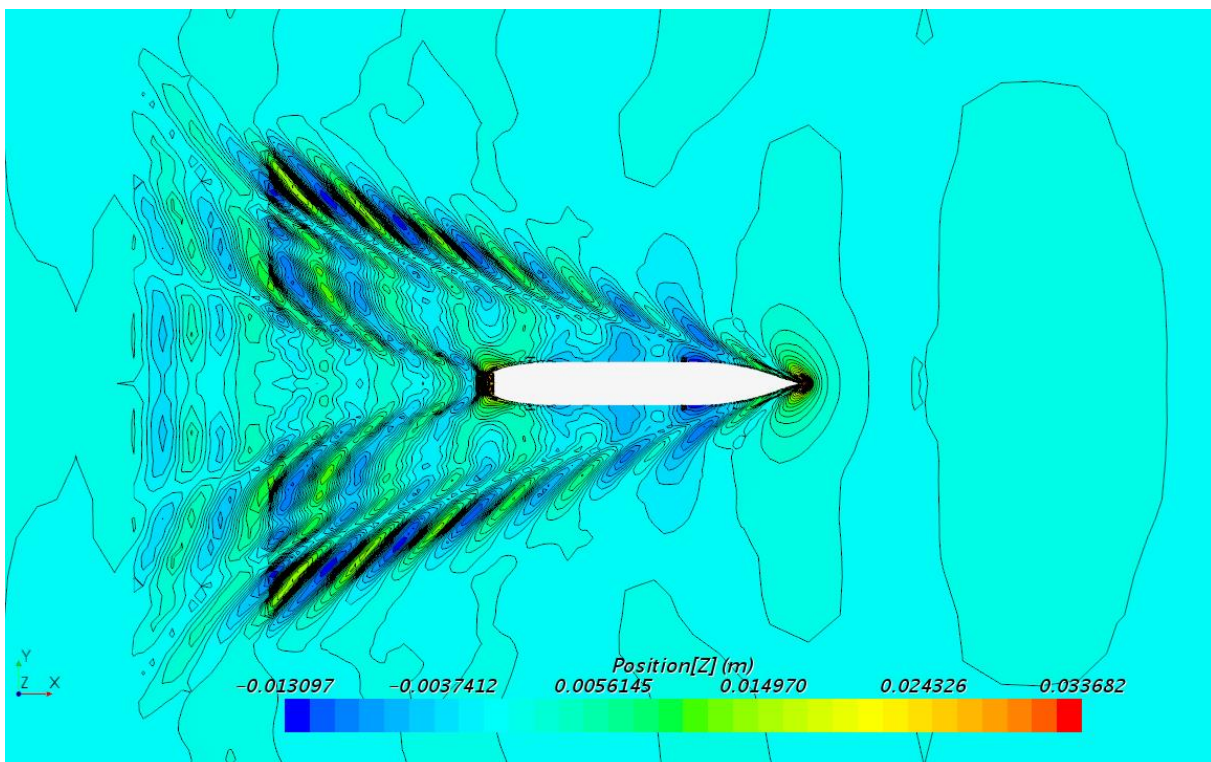


**Slika 19. Profil slobodne površine duž trupa modela broda pri  $Fn=0,19181$ , gruba mreža**



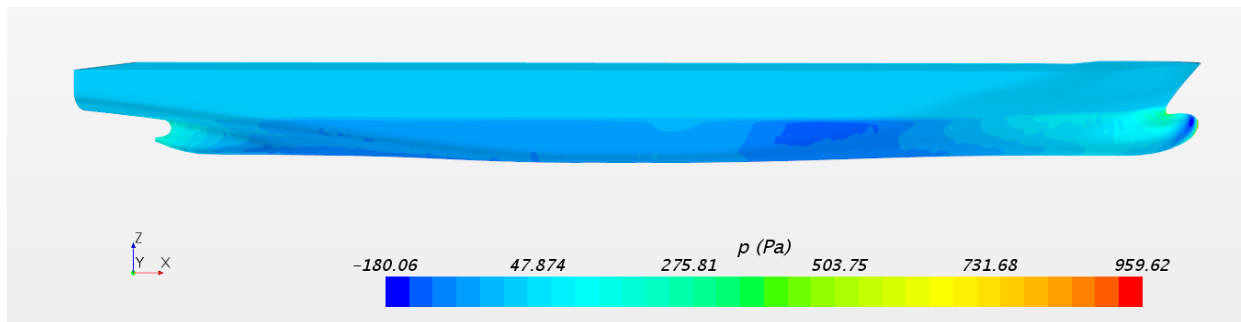
**Slika 20. Parametar  $y^+$  duž trupa broda pri  $Fn=0,19181$ , gruba mreža**

Na slici 20. prikazana je vrijednost parametra  $y^+$  duž trupa modela broda pri  $Fn=0,19181$  dobiven primjenom grube mreže. Moguće je uočiti kako je zadovoljen uvjet  $30 \leq y^+ \leq 300$  na oplakanoj površini trupa modela broda.



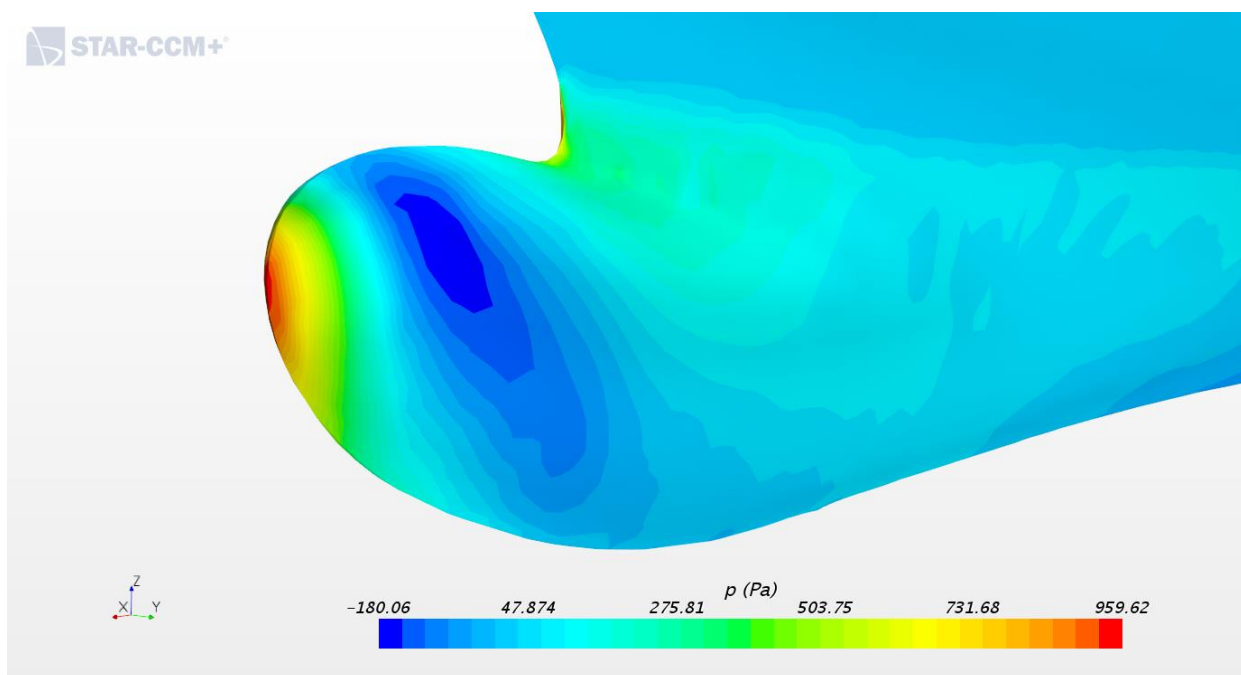
**Slika 21. Slika valova oko modela broda pri  $Fn=0,19181$ , gruba mreža**

Na slici 21. prikazana je slika valova iza modela broda pri  $Fn=0,19181$  dobivena primjenom grube mreže. Na slici je jasno vidljiv Kelvinov kut od  $19^{\circ}28'$ . Također se na dobivenom sustavu valova jasno razaznaju poprečni i razilazni valovi.



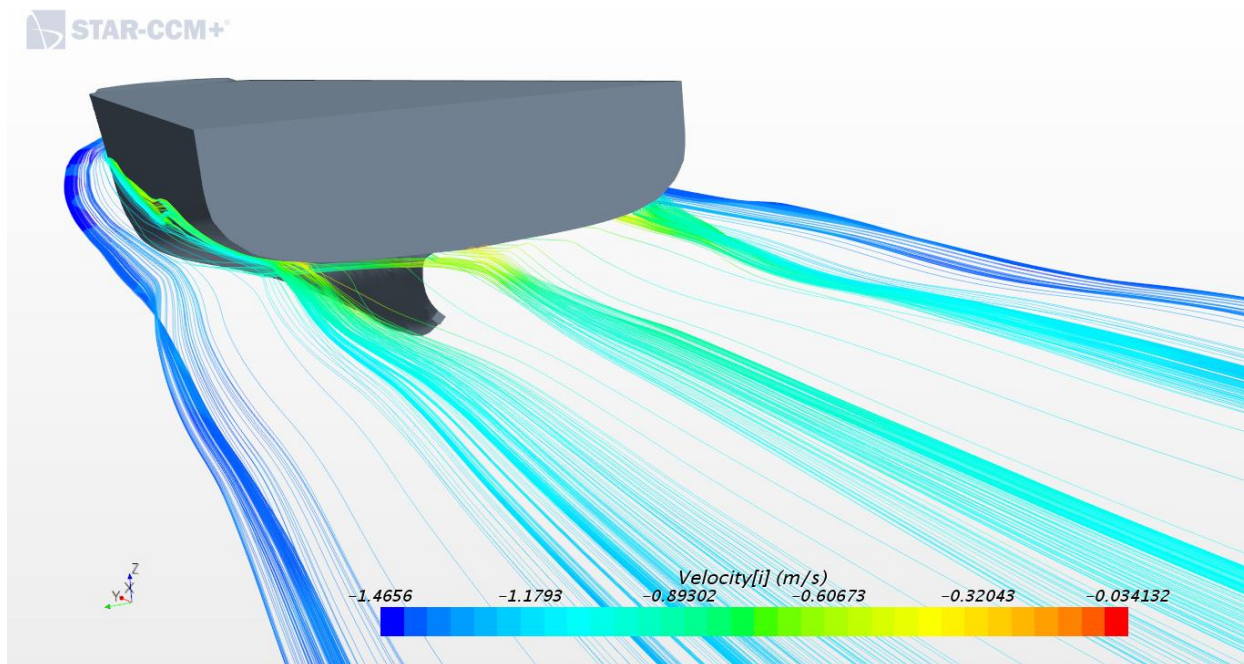
**Slika 22. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka duž trupa modela broda pri  $Fn=0,19181$ , gruba mreža**

Na slici 22. prikazana je raspodjela hidrodinamičkog tlaka po trupu modela broda pri  $Fn=0,19181$  dobivena primjenom grube mreže. Vidljivo je područje pretlaka na pramcu i krmi te područje podtlaka na početku paralelnog srednjaka trupa modela broda. Na slici 23. vidljivo je da je najveća i najmanja vrijednost hidrodinamičkog tlaka na bulbu broda. Promjena tlaka u blizini slobodne površine vode uzrokuje stvaranje valova [11]. Na slici 19. može se zamijetiti kako se najveći val na slobodnoj površini nalazi na pramcu modela broda.



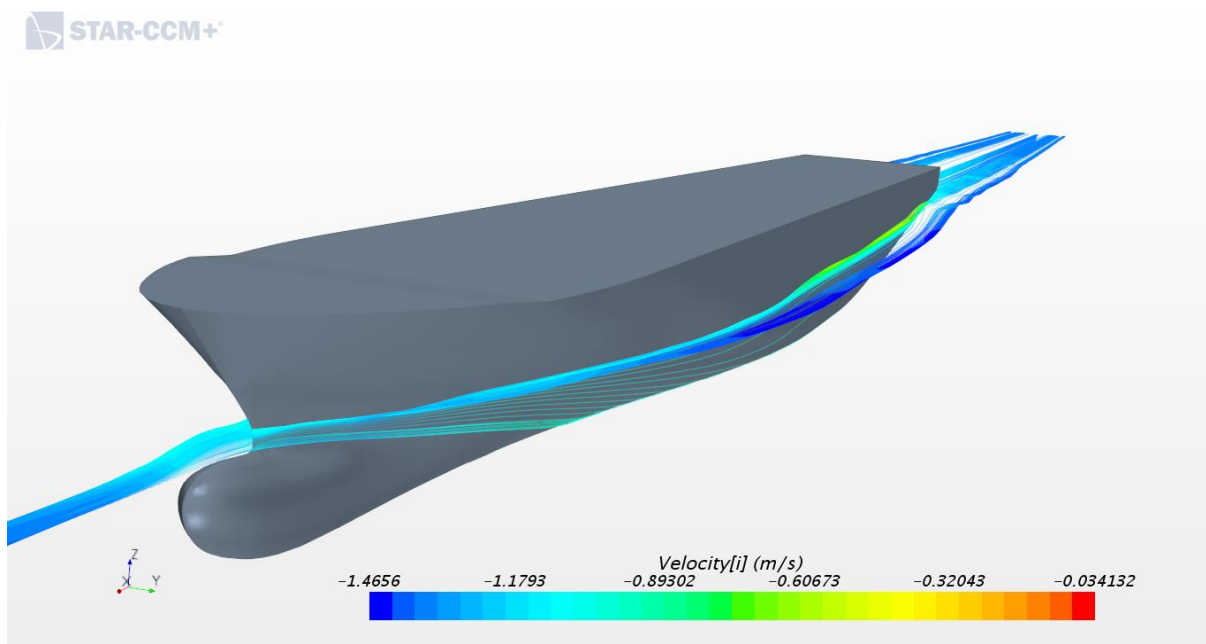
**Slika 23. Raspodjela hidrodinamičkog tlaka na bulbu modela broda pri  $Fn=0,19181$ , gruba mreža**





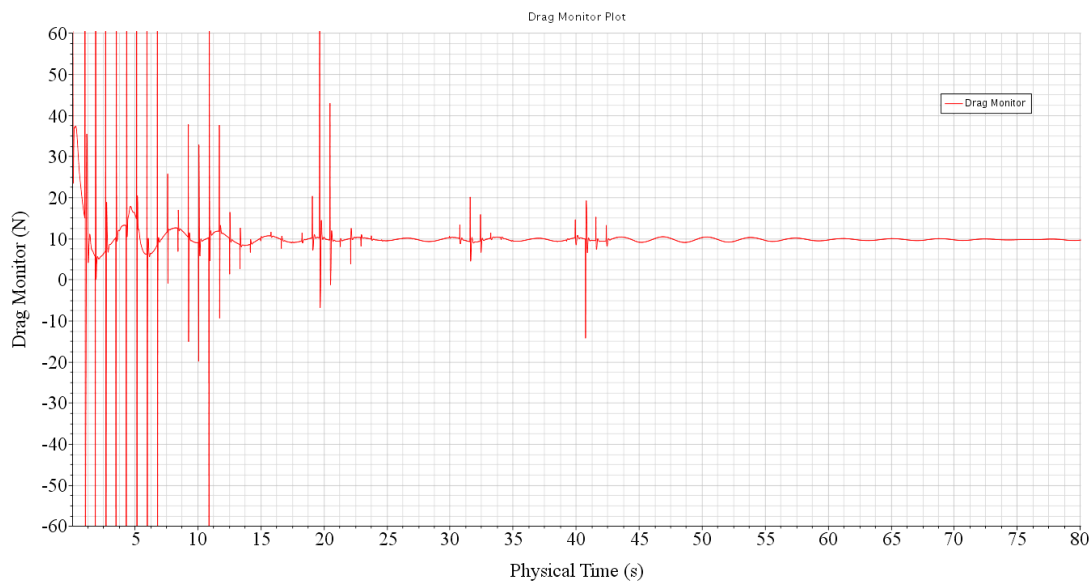
**Slika 24. Prikaz strujnica na slobodnoj površini iza krme pri  $Fn=0,19181$ , gruba mreža**

Strujnice su zamišljene krivulje kojima se u svakoj točki smjer tangente poklapa sa smjerom vektora brzine [13]. Na slikama 24. i 25. prikazane su strujnice koje se nalaze na slobodnoj površini pri  $Fn=0,19181$  primjenom grube mreže. Na slikama je vidljivo kako se brzina strujnica poprilično smanjila neposredno uz trup modela broda, ali i ispred pramca i iza krme modela broda.



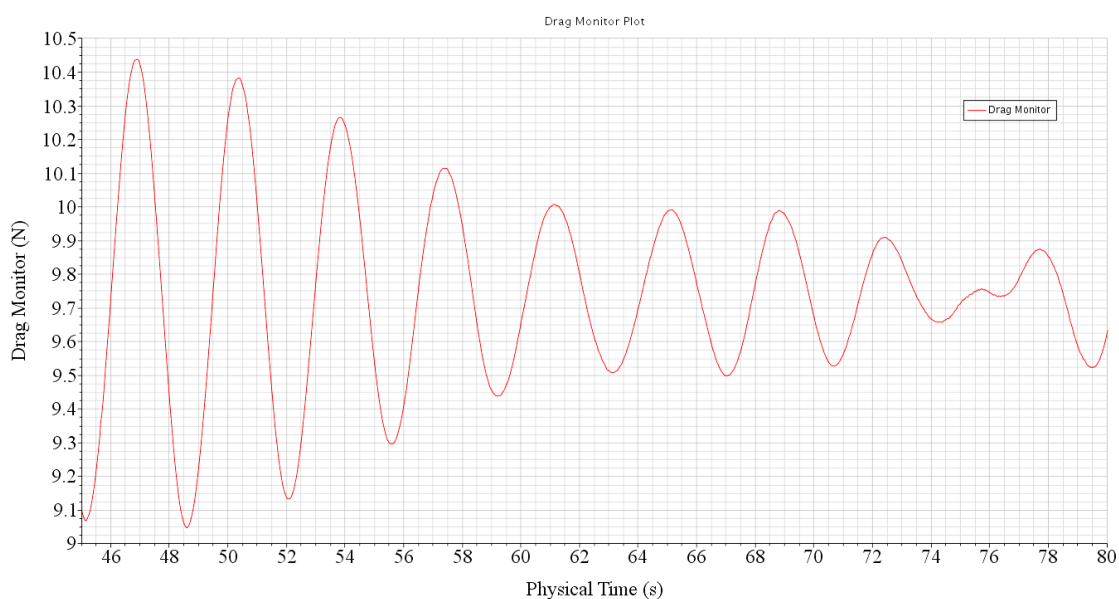
**Slika 25. Prikaz strujnica na slobodnoj površini oko trupa modela broda pri  $Fn=0,19181$ , gruba mreža**

Koristeći STAR-CCM+, grafovi rezultata prikazuju se kreiranjem crteža (engl. *plots*) i odabirom podataka. U nastavku je prikazan ukupni otpor modela broda u ovisnosti o vremenu.



**Slika 26. Vrijednost ukupnog otpora modela broda kao funkcija fizikalnog vremena pri  $F_n=0,19181$ , gruba mreža**

Na slici 26. vide se velike oscilacije rezultata na početku simulacije, koje se javljaju sve dok se ne dobije konačan trim, odnosno točan uron. Oscilacije se postepeno smanjuju sve dok simulacija ne postigne kvazistacionarno stanje nakon otprilike 45 s, nakon čega krivulja ukupnog otpora u ovisnosti o fizikalnom vremenu konvergira konačnom rješenju, kao što se vidi na slici 27. Pri analizi rješenja uzeto je u obzir samo zadnjih 10 % ukupnog fizikalnog vremena numeričke simulacije.



**Slika 27. Konvergencija vrijednosti ukupnog otpora modela broda pri  $F_n=0,19181$ , gruba mreža**

### 5.1. Usporedba rezultata

U nastavku je provedena analiza rezultata dobivenih numeričkom simulacijom pokusa otpora.

**Tablica 6. Usporedba ukupnog otpora modela broda za različite gustoće mreža pri  $Fn=0,19181$**

Mreža	$R_{T,EKSP}$ , N	$R_{T,RDF}$ , N	$RD$ , %
Gruba mreža	19,680	19,479	-1,02
Srednja mreža	19,680	19,499	-0,92
Fina mreža	19,680	19,525	-0,79

U tablici 6. prikazana je usporedba rezultata ukupnog otpora pri  $Fn = 0,19181$  za tri različite mreže te odstupanje rezultata prema jednadžbi (49). Iz rezultata se vidi kako sve tri mreže daju zadovoljavajuće rezultate. Najmanje odstupanje od -0,79 % daje fina mreža, srednja mreža daje odstupanje od -0,92 %, a gruba mreža koja zahtjeva znatno najmanje proračunskog vremena daje odstupanje od -1,02 %. Naime, važno je napomenuti kako je trajanje numeričke simulacije primjenom fine mreže čak oko deset puta duže od trajanja simulacije koristeći grubu mrežu.

**Tablica 7. Usporedba ukupnog otpora modela broda za različite vremenske korake pri  $Fn=0,19181$**

Vremenski korak	$R_{T,RDF}$ , N
Grubi korak	19,696
Srednji korak	19,479
Fini korak	19,393

U tablici 7. dana je usporedba rezultata dobivenih korištenjem tri različita vremenska koraka koristeći grubu mrežu. Za sva tri vremenska koraka dobiveni su zadovoljavajući rezultati. Zbog ograničenosti računalnih resursa za numeričku simulaciju pri preostala tri Froudeova broja odabrana je gruba mreža i srednji vremenski korak.

**Tablica 8. Usporedba ukupnog otpora modela broda dobivenog eksperimentom i numeričkim simulacijama**

$Fn$	$v_M$ , m/s	$R_{T,EKSP}$ , N	$R_{T,RDF}$ , N	$RD$ , %
0,13078	0,967	9,979	10,107	+1,28
0,15694	1,161	13,745	13,794	+0,36
0,19181	1,419	19,680	19,479	-1,02
0,20924	1,547	23,321	24,030	+3,04

U tablici 8. prikazana je usporedba rezultata ukupnog otpora modela broda dobivenog eksperimentalno i numeričkim simulacijama za četiri Froudeova broja te se može uočiti zadovoljavajuće slaganje rezultata.

U nastavku je dan prikaz verifikacije rezultata prema ITTC (engl. *International Towing Tank Conference*) pravilima [16].

## 5.2. Verifikacija dobivenih rezultata

U tablici 9. dan je prikaz verifikacije rezultata za različite gustoće mreže. Iz tablice je vidljivo da je dobivena divergencija te se nesigurnost računa prema izrazu (47).

**Tablica 9. Verifikacija rezultata, analiza gustoće mreže**

$\hat{S}_{i,3}, N$	$\hat{S}_{i,2}, N$	$\hat{S}_{i,1}, N$	$\varepsilon_{i,21}, N$	$\varepsilon_{i,32}, N$	$R_i$	$U_i, N$	$\bar{U}_G, \%$
19,479	19,499	19,525	-0,026	-0,02	1,3	0,0575	0,294

U tablici 10. dan je prikaz verifikacije rezultata za različite vremenske korake. Iz tablice je vidljivo da je dobivena monotona konvergencija te se nesigurnost računa prema izrazima (43) do (45).

**Tablica 10. Verifikacija rezultata, analiza vremenskog koraka**

$\hat{S}_{i,3}, N$	$\hat{S}_{i,2}, N$	$\hat{S}_{i,1}, N$	$\varepsilon_{i,21}, N$	$\varepsilon_{i,32}, N$	$R_i$	$p_i$	$\delta_{RE_{i,1}}^{*(1)}, N$	$U_i, N$	$\bar{U}_T, \%$
19,696	19,479	19,393	0,086	0,217	0,396	1,335	0,0565	0,0706	0,364

Ukupna nesigurnost numeričke simulacije izračunata je prema jednadžbi (48) te iznosi:

$$\bar{U}_{SN} = 0,469 \%$$



## 6. ZAKLJUČAK

U ovom radu provedena je numerička simulacija pokusa otpora modela kontejnerskog broda DTC za četiri Froudeova broja koristeći komercijalni programski paket STAR-CCM+ za računalnu dinamiku fluida. Za jedan Froudeov broj provedena je numerička simulacija s tri različite gustoće mreže i tri različita vremenska koraka te je odabrana mreža i vremenski korak, koji predstavljaju kompromis između točnosti i potrebnog proračunskog vremena. Preostale numeričke simulacije provedene su s odabranom mrežom i vremenskim korakom. Provedena je validacija rezultata usporedbom rezultata dobivenih numeričkim simulacijama s eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi te je pokazano da su dobiveni rezultati ukupnog otpora modela broda zadovoljavajući. Najmanje dobiveno odstupanje rezultata iznosi +0,36 % za  $Fn=0,15694$ , a najveće +3,04 % za  $Fn=0,20904$ , dok su preostali dobiveni rezultati unutar navedenih granica odstupanja. Bitno je naglasiti kako bi se odstupanja smanjila ukoliko bi se koristila finija mreža, ali bi se pritom značajno povećalo trajanje numeričkih simulacija. Također je provedena verifikacija rezultata te je dobivena ukupna nesigurnost numeričke simulacije. U analizi konvergencije, zbog vremena trajanja numeričkih simulacija primjenom fine mreže, nesigurnost vremenskog koraka određena je na temelju numeričkih simulacija primjenom grube mreže. U daljnjim istraživanjima nesigurnost vremenskog koraka trebala bi se odrediti na temelju numeričkih simulacija primjenom fine mreže. Također bi trebalo ispitati utjecaj greške modeliranja, odnosno provesti numeričke simulacije primjenom nekog drugog modela turbulencije, npr.  $k-\omega$ . Nadalje, trebalo bi ispitati utjecaj veličine domene, utjecaj prigušenja valova i sve ostale parametre diskretizacije te njihov utjecaj na vrijednost ukupnog otpora modela broda.

## LITERATURA

- [1] Gamulin, A.: *Otpor i propulzija broda*, interna skripta, FSB, Zagreb, 1997.
- [2] Virag, Z., Džijan, I.: *Računalna dinamika fluida*, skripta - predavanja, FSB, Zagreb, 2014.
- [3] Deng R., Huang De-bo, Zhou Guang-li, Sun Hua-wei: *Investigation on Some Factors Effecting Ship Resistance Calculation with CFD Code FLUENT*, Journal of Ship Mechanics, 2013., 17(6), pp. 616-624.
- [4] Tezdogan, T., Demirel, Y.K., Kellett, P., Khorasanchi M., Incecik, A., Turan, O.: *Full-scale unsteady RANS CFD simulations of ship behaviour and performance in head seas due to slow steaming*, Ocean Engineering, 2015., 97, pp. 186-206.
- [5] Ingram, D. M., Causon D. M., Mingham C. G.: *Developments in Cartesian cut cell methods*, Mathematics and Computers in Simulation, 2013., 61, pp. 561-572.
- [6] Ahmed, Y. M., Yaakob, O. B., Rashid, M. F. A., Elbatran, A. H., *Determining Ship Resistance Using Computational Fluid Dynamics (CFD)*, Journal of Transport System Engineering 2, 2015., 1, pp. 20-25.
- [7] Noblesse, F., Zhang, C., He, J., Zhu, Y., Yang, C., Li, W.: *Observations and computations of narrow Kelvin ship wakes*, Journal of Ocean Engineering and Science, 2016., 1(1), pp. 52-65.
- [8] Kouh, J., Chen, Y., Chau, S.: *Numerical study on scale effect of form factor*, Ocean Engineering, 2009., 36(5), pp. 403-413.
- [9] Farkas, A., Degiuli, N., Martić, I.: *Assessment of hydrodynamic characteristics of a full-scale ship at different draughts*, Ocean Engineering, 2018., 156, pp. 135-152.
- [10] Farkas, A., Degiuli, N., Martić, I.: *Numerical simulation of viscous flow around a tanker model*, Brodogradnja, 2017., 68(2), pp. 109-125.
- [11] Degiuli, N., *Otpor i propulzija broda*, podloge za nastavu, <http://e-ucenje.fsb.hr/course/view.php?id=821>.
- [12] Degiuli, N., Werner, A., *Mehanika fluida IB*, podloge za nastavu, <http://e-ucenje.fsb.hr/course/view.php?id=819>.
- [13] Werner, A., Degiuli, N., *Mehanika fluida IIB*, podloge za nastavu, <http://e-ucenje.fsb.hr/course/view.php?id=820>.

- [14] Demirel, Y. K., Khorasanchi, M., Turan, O., Incecik, A., Shultz, M. P.: *A CFD model for the frictional resistance prediction of antifouling coatings*, Ocean Engineering, 2014., 89, pp. 21-31.
- [15] STAR-CCM+, User Guide.
- [16] ITTC – *Recommended Procedures and Guidelines*, 2008.
- [17] Stern, F., Wilson, R. V., Coleman, H. W., Paterson, E. G.: *Comprehensive Approach to Verification and Validation of CFD Simulations – Part 1: Methodology and Procedures*, Journal of Fluids Engineering, 2001., 123(4), pp. 793-802.
- [18] SHOPERA, *Benchmark Specification Part II: The DTC Case Study*, <http://www.shopera.org>.
- [19] Voxakis, P.: *Ship Hull Resistance Calculations Using CFD Methods*, Diplomski rad, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2012.
- [20] Bućan, B., Pedišić Buča, M., Ružić, S.: *Numerical Modelling of the Flow Around the Tanker Hull at Model Scale*, Brodogradnja, 2010., 59(2), pp. 117-122.
- [21] Perić, M.: *Set-Up Recommendations for Simulation of Flow Around Ships*, interna komunikacija, 2016.

## **PRILOZI**

- I. CD-R disk