

# Numeričko određivanje koeficijenta trenja otpora ravne ploče

---

Zeman, Ivan

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:725287>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-10**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Ivan Zeman**

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli, dipl. ing.

Student:

Ivan Zeman

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se profesorici prof. dr. sc. Nastii Degiuli te njezinim asistentima mag. ing. Andrei Farkasu i mag. ing. Ivani Martić na pruženoj pomoći i potpori tijekom izrade ovog rada. Također se zahvaljujem obitelji i prijateljima na potpori tijekom cijelog studija.

Ivan Zeman



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija brodogradnje



|                                     |        |
|-------------------------------------|--------|
| Sveučilište u Zagrebu               |        |
| Fakultet strojarstva i brodogradnje |        |
| Datum                               | Prilog |
| Klasa:                              |        |
| Ur.broj:                            |        |

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Ivan Zeman** Mat. br.: 0035200853

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **NUMERIČKO ODREĐIVANJE KOEFICIJENTA OTPORA TRENJA RAVNE PLOČE**

Naslov rada na engleskom jeziku: **NUMERICAL ASSESMENT OF THE FRICTIONAL RESISTANCE COEFFICIENT FOR A FLAT PLATE**

Opis zadatka:

Kroz povijest su razni istraživači ispitivali ravne ploče te određivali povezanost koeficijenta otpora trenja i Reynoldsovog broja. Prema Froudeovoj podjeli otpora, ukupni otpor broda moguće je podijeliti na otpor trenja ekvivalentne ravne ploče i preostali otpor. Poznato je da koeficijent otpora trenja ravne ploče ovisi o Reynoldsovom broju.

U završnom radu potrebno je, uz pomoć programskog paketa za računalnu dinamiku fluida, numerički simulirati viskozno strujanje oko ravne ploče s ciljem određivanja koeficijenta otpora trenja. Pri tome treba ispitati ekvivalentnu ravnu ploču i ploču duljine jednake duljini zadanog broda.

U radu je potrebno:

1. Dati pregled literature vezane za numeričke simulacije viskoznog strujanja oko ravne ploče.
2. Dati matematičku osnovu numeričkih metoda za simulaciju viskoznog strujanja fluida.
3. Pripremiti proračunsku mrežu, početne i rubne uvjete potrebne za numeričku simulaciju viskoznog strujanja fluida.
4. Ispitati utjecaj bezdimenzijske udaljenosti od zida ( $y^*$ ) na dobivene numeričke rezultate.
5. Usporediti numerički dobivene rezultate koeficijenta otpora trenja ravne ploče s poznatim linijama koeficijenta otpora trenja.

U radu koristiti programski paket STAR-CCM+ dostupan na FSB-u.

U radu treba navesti literaturu i eventualno dobivenu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:

29. studenog 2018.

Zadatak zadao:

*Nastia Degiuli*  
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

Rok predaje rada:

1. rok: 22. veljače 2019.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.
3. rok: 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 25.2. - 1.3. 2019.
2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.
3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Predsjednica Povjerenstva:

*Nastia Degiuli*  
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

## SADRŽAJ

|  |      |
|--|------|
| SADRŽAJ .....  | I    |
| POPIS SLIKA .....  | II   |
| POPIS TABLICA.....   | IV   |
| POPIS OZNAKA .....   | V    |
| SAŽETAK.....   | VII  |
| SUMMARY .....  | VIII |
| 1. UVOD.....   | 1    |
| 2. OTPOR TRENJA RAVNE PLOČE.....                                 | 3    |
| 2.1. Koeficijent otpora trenja .....                             | 4    |
| 3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA .....                               | 6    |
| 3.1. Osnovne jednačbe dinamike fluida .....                      | 7    |
| 3.2. Modeliranje turbulencije .....                              | 9    |
| 3.2.1. Reynoldsove osrednjene Navier–Stokes jednačbe.....        | 9    |
| 3.3. Model turbulencije .....                                    | 10   |
| 3.3.1. $k-\omega$ SST model turbulencije .....                   | 10   |
| 3.4. Metoda konačnih volumena .....                              | 11   |
| 3.5. Strujanje u blizini krute stijenke (zidne funkcije).....    | 12   |
| 3.6. Podrelaksacija .....  | 13   |
| 3.7. Verifikacija numeričke simulacije .....                     | 13   |
| 3.7.1. Konvergencija rezultata numeričke simulacije.....         | 14   |
| 3.7.2. Procjena nesigurnosti numeričke simulacije.....           | 14   |
| 3.8. Validacija rezultata dobivenih numeričkom simulacijom ..... | 15   |
| 4. RAVNA PLOČA I MODEL RAVNE PLOČE .....                         | 16   |
| 5. PRIPREMA PRORAČUNSKE DOMENE I RUBNIH UVJETA .....             | 18   |
| 6. GENERIRANJE MREŽE KONAČNIH VOLUMENA .....                     | 20   |
| 7. ODABIR FIZIKALNOG MODELA.....                                 | 27   |
| 8. ANALIZA REZULTATA .....                                       | 29   |
| 8.1. Prikaz rezultata.....                                       | 29   |
| 8.2. Verifikacija dobivenih rezultata .....                      | 33   |
| 8.2.1. Konvergencija rezultata numeričke simulacije .....        | 33   |
| 8.2.2. Procjena nesigurnosti numeričke simulacije.....           | 34   |
| 8.3. Prikaz reziduala.....                                       | 34   |
| 8.4. Validacija rezultata .....                                  | 37   |
| 9. ZAKLJUČAK.....  | 39   |
| LITERATURA.....  | 40   |
| PRILOZI.....   | 42   |

## POPIS SLIKA

|   |    |
|---|----|
| Slika 1. Raspodjela brzina između dvije paralelne ploče [11] .....  | 3  |
| Slika 2. Koeficijent otpora trenja kao funkcija Reynoldsovog broja [11] .....   | 5  |
| Slika 3. Shematski prikaz postupka izvođenja numeričke simulacije [14] .....  | 7  |
| Slika 4. Dio diskretiziranog područja proračuna [14] .....  | 11 |
| Slika 5. Granični sloj kod strujanja uz krutu stijenu [3].....  | 12 |
| Slika 6. Profil brzine strujanja u turbulentnom graničnom sloju [3].....  | 13 |
| Slika 7. Duljina i visina ploče .....   | 16 |
| Slika 8. Elipsa na ulaznom rubu ploče .....   | 16 |
| Slika 9. Proračunska domena .....   | 18 |
| Slika 10. Rubni uvjeti proračunske domene.....  | 19 |
| Slika 11. Prikaz konačnih volumena grube mreže ekvivalentne ravne ploče .....   | 23 |
| Slika 12. Prikaz konačnih volumena srednje mreže ekvivalentne ravne ploče.....  | 24 |
| Slika 13. Prikaz konačnih volumena fine mreže ekvivalentne ravne ploče .....  | 24 |
| Slika 14. Profinjenja mreže oko ploče .....   | 25 |
| Slika 15. Prizmatični sloj modela ekvivalentne ploče za mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije ( $30 < y^+ < 300$ ) .....  | 25 |
| Slika 16. Prizmatični sloj ekvivalentne ploče za mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije ( $30 < y^+ < 300$ ).....          | 26 |
| Slika 17. Prizmatični sloj modela ekvivalentne ploče s parametrom $y^+ < 1$ .....   | 26 |
| Slika 18. Odabrani fizikalni model u korisničkom sučelju STAR-CCM+ .....  | 27 |
| Slika 19. Sila otpora trenja ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobivena primjenom zidne funkcije .....                   | 30 |
| Slika 20. Sila otpora trenja modela ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobivena primjenom zidne funkcije.....             | 30 |
| Slika 21. Sila otpora trenja ne ekvivalentne ravne ploče dobivena primjenom zidne funkcije                                    | 31 |
| Slika 22. Sila otpora trenja modela ne ekvivalentne ravne ploče dobivena primjenom zidne funkcije .....                       | 31 |
| Slika 23. Sila otpora trenja modela ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu s parametrom $y^+ < 1$ .....                       | 32 |
| Slika 24. Raspodjela parametra $y^+$ za ekvivalentnu ploču za finu mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije .....            | 32 |
| Slika 25. Raspodjela parametra $y^+$ za model ekvivalentne ploče za finu mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije.....       | 32 |
| Slika 26. Raspodjela parametra $y^+$ za ne ekvivalentnu ploču za finu mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije .....         | 33 |
| Slika 27. Raspodjela parametra $y^+$ za model ne ekvivalentne ploče za finu mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije.....    | 33 |
| Slika 28. Raspodjela parametra $y^+$ za model ekvivalentne ploče za finu mrežu s parametrom $y^+ < 1$ .....                   | 33 |
| Slika 29. Reziduali numeričke simulacije ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobiveni primjenom zidne funkcije.....        | 34 |
| Slika 30. Reziduali numeričke simulacije modela ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobiveni primjenom zidne funkcije..... | 35 |
| Slika 31. Reziduali numeričke simulacije ne ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobiveni primjenom zidne funkcije.....     | 35 |

---

|   |    |
|---|----|
| Slika 32. Reziduali numeričke simulacije modela ne ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu<br>dobiveni primjenom zidne funkcije..... | 36 |
| Slika 33. Reziduali numeričke simulacije modela ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu s<br>parametrom $y^+ < 1$ .....              | 36 |
| Slika 34. Primjer numeričke simulacije u kojoj reziduali nisu konvergirali .....  | 37 |



## POPIS TABLICA

|   |    |
|---|----|
| Tablica 1. Dimenzije ispitanih ploča.....   | 17 |
| Tablica 2. Osnovne značajke mreže konačnih volumena za ekvivalentnu ploču i model ekvivalentne ploče.....   | 20 |
| Tablica 3. Značajke prizmatičnog sloja za mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije.....  | 22 |
| Tablica 4. Značajke prizmatičnog sloja za mrežu s parametrom $y^+ < 1$ .....  | 22 |
| Tablica 5. Broj konačnih volumena za ne ekvivalentnu ploču i njezin model.....  | 23 |
| Tablica 6. Vrijednosti sile otpora trenja dobivene numeričkim simulacijama.....   | 29 |
| Tablica 7. Određivanje tipova konvergencije.....  | 33 |
| Tablica 8. Dobivene vrijednosti nesigurnosti numeričkih simulacija.....   | 34 |
| Tablica 9. Koeficijenti otpora trenja prema korelacijskoj liniji model-brod ITTC-1957 i Schoenherrovoj liniji trenja.....                                     | 37 |
| Tablica 10. Koeficijenti otpora trenja dobiveni numeričkim simulacijama.....  | 38 |
| Tablica 11. Usporedba koeficijenta otpora dobivenih numeričkim simulacijama s korelacijskom linijom model-brod ITTC-1957 i Schoenherrovom linijom trenja..... | 38 |

## POPIS OZNAKA

| Oznaka      | Jedinica         | Opis   |
|-------------|------------------|--|
| $a$         | m                | velika poluos elipse                             |
| $B$         | m                | visina ploče                                     |
| $b$         | m                | mala poluos elipse                               |
| $C_F$       | /                | koeficijent otpora trenja                        |
| $C_f$       | /                | lokalni koeficijent otpora trenja                |
| $D_{ij}$    | s <sup>-1</sup>  | tenzor brzine deformacije                        |
| $f_i$       | m/s <sup>2</sup> | gustoća masene sile                              |
| $Fn$        | /                | Froudeov broj                                    |
| $F_S$       | /                | faktor sigurnosti                                |
| $F$         | N                | sila potrebna za vuču ploče                      |
| $h$         | m                | razmak između ploča                              |
| $L$         | m                | duljina ploče                                    |
| $p$         | Pa               | tlak   |
| $p_i$       | /                | red točnosti                                     |
| $R_F$       | N                | sila otpora trenja                               |
| $RD$        | %                | relativna devijacija                             |
| $R_i$       | /                | omjer konvergencije                              |
| $Rn$        | /                | Reynoldsov broj                                  |
| $r_i$       | /                | omjer profinjenja                                |
| $S$         | m <sup>2</sup>   | oplakana površina                                |
| $S_L$       | N                | donja vrijednost rezultata numeričke simulacije  |
| $S_U$       | N                | gornja vrijednost rezultata numeričke simulacije |
| $\hat{S}_i$ | N                | rezultat numeričke simulacije fine mreže         |
| $\hat{S}_i$ | N                | rezultat numeričke simulacije srednje mreže      |
| $\hat{S}_i$ | N                | rezultat numeričke simulacije grube mreže        |
| $U^+$       | /                | bezdimenzijska brzina u graničnom sloju          |
| $U$         | m/s              | srednja brzina strujanja                         |

|                        |                   |   |
|------------------------|-------------------|---|
| $U_\tau$               | m/s               | brzina trenja   |
| $\overline{U_T}$       | %                 | nesigurnost uslijed vremenskog koraka                         |
| $\overline{U_G}$       | %                 | nesigurnost uslijed geometrijske mreže                        |
| $\overline{U_{SN}}$    | %                 | ukupna nesigurnost  |
| $U_i$                  | N                 | nesigurnost   |
| $V$                    | m/s               | brzina nasmujavanja na ploču                                  |
| $v_i$                  | m/s               | vektor brzine   |
| $y$                    | m                 | udaljenost od stijenke  |
| $y^+$                  | /                 | bezdimenzijska udaljenost od stijenke                         |
| $\alpha$               | /                 | podrelaksacijski faktor                                       |
| $\delta_{ij}$          | /                 | Kroneckerov simbol  |
| $\delta_{RE}$          | N                 | greška dobivena primjenom metode Richardsonove ekstrapolacije |
| $\varepsilon_{i_{21}}$ | N                 | razlika rezultata numeričke simulacije fine i srednje mreže   |
| $\varepsilon_{i_{32}}$ | N                 | razlika rezultata numeričke simulacije srednje i grube mreže  |
| $\varphi$              | /                 | razmatrano fizikalno svojstvo                                 |
| $\kappa$               | /                 | von Karmanova konstanta                                       |
| $\lambda$              | /                 | mjerilo geometrijske sličnosti                                |
| $\sigma_{ij}$          | N/m <sup>2</sup>  | tenzor naprezanja   |
| $\mu$                  | Pas               | dinamički koeficijent viskoznosti                             |
| $\nu$                  | m <sup>2</sup> /s | kinematički koeficijent viskoznosti                           |
| $\rho$                 | kg/m <sup>3</sup> | gustoća   |
| $\tau_w$               | N/m <sup>2</sup>  | tangencijalno naprezanje na stijenci                          |
| $\Sigma_{ij}$          | N/m <sup>2</sup>  | devijatorski dio tenzora naprezanja                           |

## SAŽETAK

U ovom radu su provedene numeričke simulacije s ciljem određivanja koeficijenta otpora trenja ravnih ploča. Dan je pregled literature, ukratko je objašnjena računalna dinamika fluida te je prikazan matematički model viskoznog strujanja fluida, koji se temelji na Reynoldsovima osrednjenim Navier–Stokesovim (eng. *Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS*) jednadžbama. Dan je prikaz  $k-\omega$  SST modela turbulencije, koji je kombinacija  $k-\omega$  i  $k-\varepsilon$  modela turbulencije te je prikazan postupak verifikacije i validacije rezultata dobivenih numeričkim simulacijama. Numeričke simulacije su provedene za ekvivalentnu i ne ekvivalentnu ravnu ploču te njihove modele. Uz pomoć komercijalnog programskog paketa STAR-CCM+ definirani su proračunska domena i rubni uvjeti te je generirana mreža konačnih volumena. Dobiveni koeficijenti otpora trenja su uspoređeni s korelacijskom linijom model-brod ITTC-1957 i Schoenherrovom linijom trenja te je pokazano da su rezultati numeričkih simulacija viskoznog strujanja oko ravnih ploča zadovoljavajuće točnosti.

Ključne riječi: numerička simulacija, računalna dinamika fluida (RDF), ravna ploča,  $k-\omega$  SST model turbulencije, koeficijent otpora trenja

## SUMMARY

In this study numerical simulations are performed in order to assess frictional resistance coefficient of flat plates. Literature review is given along with a brief description of Computational Fluid Dynamics. Furthermore, a mathematical model of viscous fluid flow based on Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations is given as well.  $k-\omega$  SST turbulence model, which is a combination of  $k-\omega$  and  $k-\varepsilon$  turbulence model, is presented. Verification and validation procedure of the obtained results is shown as well. Numerical simulations are carried out for equivalent and non-equivalent flat plates and equivalent and non-equivalent flat plate models. Computational domain and boundary conditions are defined, and mesh is generated utilizing commercial software package STAR-CCM+. The obtained frictional resistance coefficients are compared with model-ship correlation line ITTC-1957 and Schoenherr friction line. It has been shown that numerical simulations of viscous flow around flat plates can provide satisfactory results.

Key words: numerical simulation, Computational Fluid Dynamics (CFD), flat plate,  $k-\omega$  SST turbulence model, frictional resistance coefficient

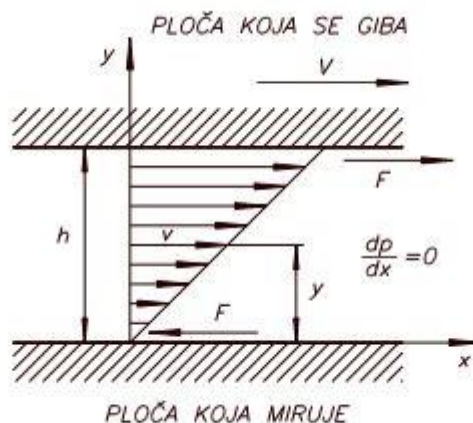
## 1. UVOD

Ukupni otpor broda dijeli se na dvije komponente: viskozni otpor, koji je funkcija Reynoldsovog broja  $Rn$  te otpor valova koji je funkcija Froudeovog broja  $Fn$ . Viskozna komponenta otpora je funkcija koeficijenta otpora trenja i faktora forme. Pokus otpora može se provesti eksperimentalno u bazenu, no takav proces je dugotrajan i skup. Razvojem računala, u problemima brodske hidrodinamike se sve više koristi računalna dinamika fluida (RDF) uz pomoć koje se numeričkim simulacijama provode različita istraživanja. Eça et al. [1] su proveli numerički proračun koeficijenta otpora trenja tanke ravne ploče za 14 vrijednosti Reynoldsovog broja. Odstupanja rješenja dobivena primjenom 7 modela turbulencije manja su od 1%. U usporedbi s korelacijskom linijom model-brod ITTC-1957 te linijama trenja Schoenherr, Grigson i Katsui et al. [2] dobivene su manje razlike koeficijenata otpora između različitih modela turbulencije, nego što su razlike između navedenih linija trenja. Demirel et al. [3] su razvili primjenom RDF-a, model koji može uzeti u obzir utjecaj hrapavosti antivegetativnih premaza na otpor broda te su prikazali utjecaj hrapavosti na granični sloj. Rezultati numeričke simulacije su u skladu s eksperimentalnim rezultatima s najvećim odstupanjem od 2,5%. Ahmed et al. [4] su proveli numeričke simulacije za dvije forme modela broda, Wigley i DTMB 5415, kako bi odredili ukupni otpor. Najveća razlika između rezultata dobivenih numeričkim simulacijama i rezultata dobivenih eksperimentalno je 5,94% za Wigleyevu formu i 5,85% za DTMB 5415 formu. Park [5] je proveo istraživanje u dva dijela. U prvom dijelu uz pomoć RDF-a autor je istražio utjecaj mjerila na faktor forme uslijed promjene Reynoldsovog broja. U drugom dijelu je napravljena usporedba koeficijenata otpora trenja s korelacijskom linijom model-brod ITTC-1957 te s dvije linije trenja. Park et al. [6] su razvili programski paket RDF-a otvorenog pristupa nazvan SNUFOAM s ciljem predviđanja ukupnog otpora broda. Programski paket zasniva se na metodi konačnih volumena te koristi model turbulencije sa zidnim funkcijama. Koristeći SNUFOAM ispitano je turbulentno strujanje oko trupa broda te je dobiveni ukupni otpor uspoređen s ukupnim otporom dobivenim komercijalnim programskim paketom FLUENT. Usporedba je dala gotovo jednake rezultate te je pokazano da je SNUFOAM alternativa komercijalnim RDF programskim paketima. Farkas et al. [7] su proveli numeričku i eksperimentalnu analizu ukupnog otpora i značajki propulzije za brod za prijevoz rasutog tereta u naravi, za tri stanja krcanja i dvije brzine. Napravljena je usporedba rezultata za četiri

modela turbulencije te je napravljena verifikacija i validacija dobivenih rezultata. Prikazane su prednosti korištenja RDF-a za određivanje hidrodinamičkih značajki broda u naravi. Seo et al. [8] su proveli numeričke simulacije pokusa otpora, pokusa slobodne vožnje broskog vijka i pokusa vlastitog pogona broda. U području pramca i krme korištena je nestrukturirana, a na ostatku trupa strukturirana mreža. Rezultati dobiveni numeričkim simulacijama su uspoređeni s dostupnim eksperimentalnim rezultatima. Eça et al. [9] su proveli numeričku simulaciju utjecaja mjerila na viskozni otpor broda te analizu nesigurnosti. Provedene su numeričke simulacije za pet Reynoldsovih brojeva za proračun strujanja oko ravne ploče koristeći Menter i Spalart & Allmars modele turbulencije. Provedena je i numerička simulacija strujanja oko tri broda (dva tankera i jedan brod za prijevoz rasutog tereta) koristeći Menterov model turbulencije. Usporedba rezultata dobivenih numeričkim simulacijama s eksperimentalnim rezultatima je pokazala da su razlike zanemarive. Wang et al. [10] su proveli numeričke simulacije viskoznog strujanja oko ravne ploče s ciljem dobivanja numeričke linije trenja. Pokazali su kako je faktor forme neovisan o Reynoldsovom broju za goli trup, što nije slučaj za trup s privjescima.

## 2. OTPOR TRENJA RAVNE PLOČE

Otpor trenja je komponenta ukupnog otpora dobivena integriranjem tangencijalnih naprezanja preko oplakane površine u smjeru gibanja ploče. Sve realne tekućine posjeduju svojstvo viskoznosti, koje uzrokuje trenje. Viskoznost se mjeri otporom prema smičnoj ili kutnoj deformaciji pri gibanju.



Slika 1. Raspodjela brzina između dvije paralelne ploče [11]

Na slici 1. su prikazane dvije ploče između kojih se nalazi viskozni fluid. Gornja ploča se giba brzinom  $V$ , a donja miruje. Uz pretpostavku nultog gradijenta tlaka u smjeru  $x$ -osi ( $\frac{dp}{dx} = 0$ ), između ploča ustalit će se linearni profil brzine strujanja. Zbog djelovanja sile adhezije, čestice u neposrednoj blizini ploče lijepe se i prijanjaju uz nju (čestice uz donju ploču), a one uz gornju se gibaju zajedno s njom. Ostali slojevi tekućine se gibaju tako da ravnomjerno kližu jedan preko drugog. Brzina sloja tekućine koji se nalazi na udaljenosti  $y$  od donje, mirujuće ploče iznosi:

$$u = \frac{y}{h}V \quad (1)$$

gdje je  $V$  brzina ploče koja se giba, a  $h$  razmak između ploča. Za stacionarno gibanje ploče potrebno je primijeniti silu  $F$ . Eksperimentalno je pokazano da je sila, potrebna za održavanje jednolikog gibanja gornje ploče brzinom  $V$ , proporcionalna površini ploče i brzini ploče, a obrnuto proporcionalna udaljenosti između ploča  $h$  kako slijedi:

$$F = \mu \frac{VS}{h} \quad (2)$$

gdje je  $S$  površina ploče, a  $\mu$  dinamički koeficijent viskoznosti [11].



## 2.1. Koeficijent otpora trenja

Otpor trenja  $R_F$  je komponenta ukupnog otpora. Koeficijent otpora trenja  $C_F$  definiran je izrazom:

$$C_F = \frac{R_F}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \quad (3)$$

gdje je  $\rho$  gustoća fluida,  $V$  je brzina strujanja fluida i  $S$  je oplakana površina.

Uz poznati  $C_F$  otpor trenja se može odrediti prema sljedećem izrazu:

$$R_F = \frac{1}{2} C_F \rho V^2 S \quad (4)$$

Za određivanje koeficijenta otpora trenja  $C_F$  provedena su brojna teorijska i eksperimentalna istraživanja. Teorijskim pristupom je teško dobiti egzaktne rezultate, kako su Navier–Stokesove jednadžbe rješive isključivo za jednostavne probleme. Pomoću lokalnog koeficijenta otpora trenja  $C_f$  moguće je odrediti ukupni koeficijent otpora trenja  $C_F$  kako slijedi:

$$C_F = \frac{1}{l} \int_0^l C_f(x) dx \quad (5)$$

gdje je  $l$  duljina ravne ploče. Izraz (5) je osnova za Schoenherrov izraz za koeficijent otpora trenja ravne ploče [12]:

$$\frac{1}{\sqrt{C_F}} = 1,79 \ln(Rn C_F) = 4,13 \log(Rn C_F) \quad (6)$$

Izraz (6) vrijedi za raspon Reynoldsovog broja od  $2 \cdot 10^5$  do  $4,5 \cdot 10^8$ .

Hughes je 1952. i 1954. godine prikazao rezultate ispitivanja otpora ravnih ploha provedenih u bazenu za modelska ispitivanja. Neke od tih ploha su bile tanke uronjene ploče, a ostalo su bili pontoni malog gaza. Na temelju tih rezultata predložio je sljedeći izraz:

$$C_F = a(b + \log Rn)^c \quad (7)$$

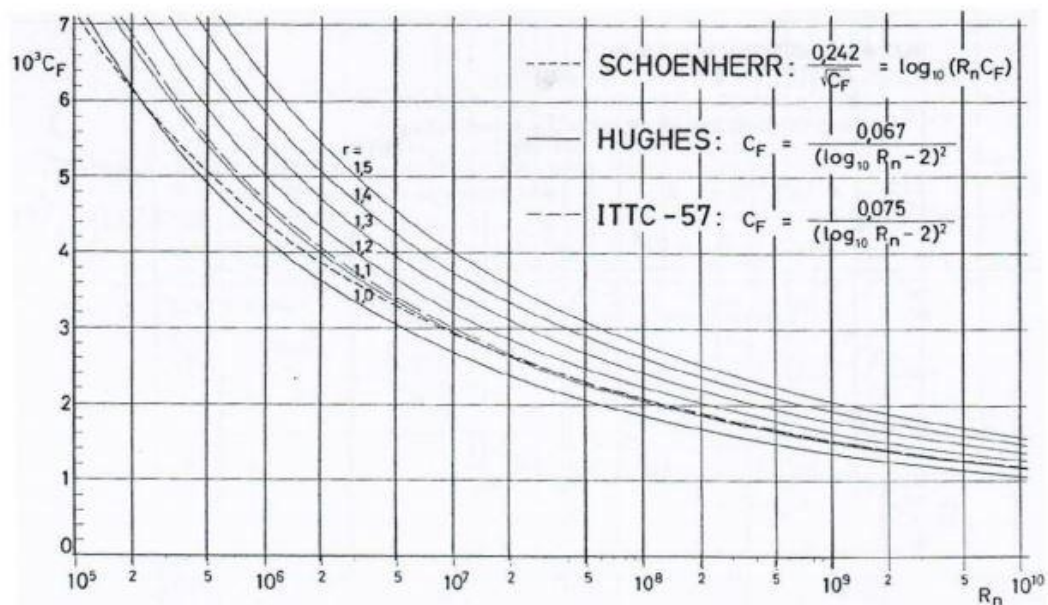
gdje su  $a$ ,  $b$  i  $c$  konstante, a  $Rn$  Reynoldsov broj. Hughes je prema izrazu (7) odredio konstante za svoj izraz, te je dobio sljedeće:

$$C_F = 0,66(-2,03 + \log Rn)^{-2} \quad (8)$$

International Towing Tank Conference (ITTC) je 1957. godine usvojio sljedeći izraz za proračun koeficijenta otpora trenja [13]:

$$C_F = \frac{0,075}{(\log Rn - 2)^2} \quad (9)$$

To je korelacijska linija model-brod ITTC-1957 (eng. *ITTC-1957 model-ship correlation line*) i vrijedi za praktičnu inženjersku primjenu.



**Slika 2. Koeficijent otpora trenja kao funkcija Reynoldsovog broja [11]**

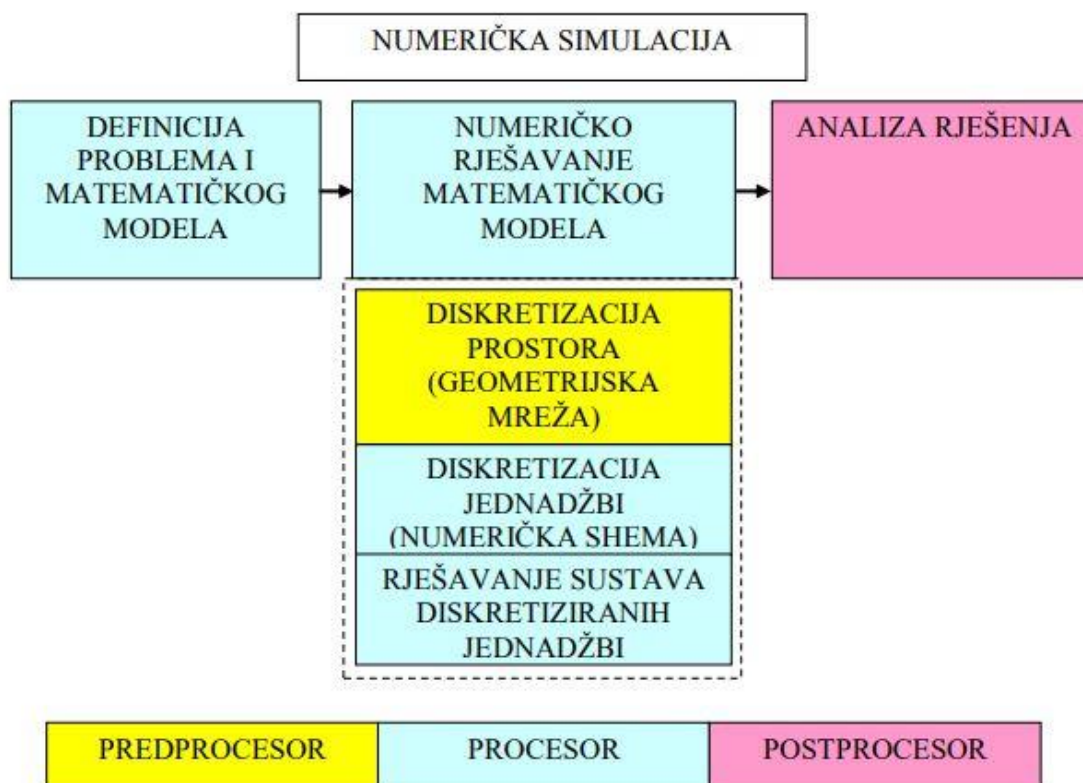
Na slici 2. prikazane su linije dane izrazima (6), (8) i (9), [11].

### 3. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA

Mehanika fluida je teorijsko-eksperimentalna znanost. Teorijski pristup se temelji na analitičkom rješavanju matematičkih problema, no ovdje se javlja problem što je većina strujanja fluida opisana parcijalnim diferencijalnim jednačbama koje nemaju opće analitičko rješenje. Analitičko rješenje Navier-Stokesovih jednačbi moguće je odrediti samo u ograničenom broju slučajeva. U prošlosti su se takvi problemi rješavali eksperimentalnim metodama. Nedostatak eksperimentalnog pristupa je što se dobiva ograničen broj povratnih informacija o promatranj pojavi. Razvojem računala postalo je moguće rješavati kompleksne matematičke modele numeričkim metodama. RDF je vezana za teorijski pristup te zahtjeva poznavanje teorije, a također ima i sličnosti s eksperimentalnom metodom, jer iako daje veći broj informacija, pomoću RDF-a se ne može zaključivati o utjecaju pojedinih parametara. Pri provođenju numeričkih simulacija moguće je da rješenja ne konvergiraju zbog odabira loših ulaznih parametara, te se stoga zahtjeva određeno iskustvo osobe koja provodi numeričke simulacije.

Na slici 3. prikazan je postupak provođenja numeričke simulacije. Svaka simulacija započinje definiranjem problema i odabirom odgovarajućeg matematičkog modela, koji je prikazan sustavom parcijalnih diferencijalnih jednačbi. U komercijalnim programskim paketima su matematički modeli unaprijed ugrađeni u njih i odabiru se kroz korisničko sučelje. Sljedeći korak je rješavanje zadanog matematičkog modela, koje se sastoji od tri koraka. Prvi korak je diskretizacija područja proračuna koje se naziva i proračunska domena. Ona se podijeli na određeni broj manjih volumena, kojima se dodijele čvorovi u kojima se računaju tražene fizikalne veličine. Rezultat diskretizacije naziva se geometrijska mreža (eng. *mesh*). Drugi korak je diskretizacija parcijalnih diferencijalnih jednačbi matematičkog modela, pridržavajući se zadanih rubnih uvjeta. Diskretizacija parcijalnih diferencijalnih jednačbi radi se nekom od sljedećih metoda: metoda konačnih volumena, metoda konačnih elemenata, metoda konačnih razlika itd. Rezultat diskretizacije je sustav algebarskih jednačbi, koje mogu biti linearne i nelinearne ovisno o tome kakva je polazna diferencijalna jednačba. Treći korak je rješavanje sustava jednačbi, ako se radi o nelinearnom sustavu on se rješava iterativnim postupkom, koji u sebi sadržava rješavanje sustava linearnih algebarskih jednačbi. Nakon što se dobije rješenje numeričke simulacije slijedi analiza tog rješenja. U

analizi se vrši prikaz skalarnih, vektorskih i tenzorskih polja te dijagramski prikaz potrebnih veličina.



**Slika 3. Shematski prikaz postupka izvođenja numeričke simulacije [14]**

Iako RDF ima prednosti pred eksperimentalnom metodom, važno je napomenuti kako one nadopunjavaju jedna drugu. Glavni nedostatak numeričkih metoda je to što za svaki problem mora postojati pouzdani matematički model. Za probleme za koje ne postoji matematički model, eksperimentalni model pomaže pri razumijevanju tog problema te kako ga riješiti numerički. Dakle, za rješavanje složenih problema nužno je kombinirati obje metode [14].

### 3.1. Osnovne jednačbe dinamike fluida

Fizikalni zakoni koji upravljaju pojavom strujanja tekućine su zakon očuvanja mase i zakon očuvanja količine gibanja. Zakon očuvanja mase (jednačba kontinuiteta) glasi da je brzina promjene mase materijalnog volumena jednaka nuli. Matematički zapisano ovaj zakon glasi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \quad (10)$$

Ako promatramo nestlačivi fluid jednadžba (10) prelazi u oblik:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (11)$$

Zakon očuvanja količine gibanja glasi da je brzina promjene količine gibanja materijalnog volumena jednaka sumi vanjskih masenih i površinskih sila, koje djeluju na materijalni volumen. Zakon očuvanja količine gibanja glasi:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (12)$$

Za stacionarno strujanje vrijedi  $\frac{\partial v_i}{\partial t} = 0$  pa jednadžba (12) prelazi u oblik:

$$\rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (13)$$

gdje je  $D/Dt$  operator materijalne derivacije,  $v_i$  vektor brzine,  $\rho$  gustoća,  $\sigma_{ij}$  tenzor naprezanja, a  $f_i$  gustoća masenih sila.

Pomoću jednadžbi (11) i (13) dobiva se nezatvoren sustav, odnosno broj nepoznanica je veći od broja dostupnih jednadžbi. Zato se uvode konstitutivne (dopunske) jednadžbe, koje glase:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \Sigma_{ij} \quad (14)$$

$$p = -\frac{1}{3} \sigma_{kk} \quad (15)$$

$$\Sigma_{ij} = 2\mu D_{ij} - \frac{2}{3} \mu D_{kk} \delta_{ij} \quad (16)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (17)$$

gdje je  $\delta_{ij}$  Kroneckerov simbol (za  $i=j$  je 1, a za ostale slučajeve 0),  $p$  je tlak,  $\Sigma_{ij}$  devijatorski dio tenzora naprezanja, a  $D_{ij}$  tenzor brzine deformacije.

Uvrštavanjem konstitutivnih jednadžbi u (13) dobivaju se Navier-Stokesove jednadžbe za nestlačivi, newtonski fluid pri stacionarnom strujanju:

$$\rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( p + \frac{2}{3} \mu D_{kk} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu D_{ij}) \quad (18)$$

Za proračun otpora trenja ravne ploče razmatra se viskozno, izotermičko, nestlačivo i stacionarno strujanje newtonovskog fluida (linearna veza tenzora viskoznog naprežanja i tenzora brzine promjene deformacije preko dinamičke viskoznosti). Uz pretpostavku  $\mu = \text{const.}$  jednadžba (18) prelazi u oblik:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 v_i \quad (19)$$

gdje je  $\nu$  kinematički koeficijent viskoznosti.

Strujanje u prirodi postoji u dva oblika: laminarno i turbulentno strujanje. Navier-Stokesove sustav jednadžbi vrijedi za oba oblika strujanja [15].

### 3.2. Modeliranje turbulencije

Jedan od načina rješavanja Navier-Stokesovih jednadžbi je modeliranje turbulencije. Direktnim rješavanjem Navier-Stokesovih jednadžbi, dobiveno rješenje bi bilo skup numeričkih vrijednosti polja brzina i tlaka u velikom broju točaka te za veliki broj vremenskih trenutaka. U inženjerskoj praksi su važnije integralne veličine poput protoka, ukupne sile tlaka, ukupne viskozne sile itd. Dakle, nije potrebno poznavati trenutne vrijednosti, već prosječne vrijednosti i amplitude odstupanja od prosječnih vrijednosti. Stoga je standardna praksa osrednjavanje Navier-Stokesovih jednadžbi čime se znatno olakšava postupak njihovog numeričkog rješavanja. Najčešći postupak osrednjavanja je Reynoldsovo vremensko osrednjavanje [14].

#### 3.2.1. Reynoldsove osrednjene Navier–Stokes jednadžbe

Osrednjavanje varijabli u turbulentnom strujanju se provodi tako da se svaka varijabla podijeli na vremenski osrednjenu vrijednost i pulsirajuću vrijednost kako slijedi:

$$f(x_i, t) = \overline{f}(x_i) + f'(x_i, t) \quad (20)$$

gdje je  $\overline{f}$  vremenski osrednjena vrijednost, a  $f'$  pulsirajuća (fluktuirajuća) vrijednost.

Za pulsirajuću komponentu vrijedi da njena osrednjena vrijednost iznosi nula.

$$\overline{f'}(x_i, t) = 0 \quad (21)$$

Za slučaj nestlačivog turbulentnog strujanja uz zanemarenje masenih sila, a koje je opisano jednadžbom kontinuiteta (11) i jednadžbom količine gibanja (13), nepoznanice su polje brzine  $v_i$  i polje tlaka  $p$  te se one osrednjuju kako slijedi:

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i \quad (22)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (23)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (22) u jednadžbu (11) dobije se:

$$\frac{\partial(\bar{v}_j + v'_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (24)$$

Iz osrednjene vrijednosti jednadžbe (24) dobije se jednadžba kontinuiteta za osrednjeno strujanje:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (25)$$

Oduzimanjem jednadžbe (25) od jednadžbe (24) dobiva se jednadžba kontinuiteta za pulsirajuće strujanje:

$$\frac{\partial v'_j}{\partial x_j} = 0 \quad (26)$$

Uvrštavanjem jednadžbi (22) i (23) u jednadžbu (19) te vremenskim osrednjavanjem dobije se:

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \rho \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} - \rho \overline{v'_i v'_j} \right) \quad (27)$$

Jednadžba (27) se naziva Reynoldsova osrednjena Navier-Stokes jednadžba [14].

### 3.3. Model turbulencije

Modeli turbulencije dijele se s obzirom na red korelacije brzina za koju se rješava transportna jednadžba na modele prvog, drugog i trećeg reda. U ovome radu je korišten  $k-\omega$  SST (eng. *Shear Stress Transport*) model turbulencije, koji pripada modelima prvog reda. To je diferencijalni model s dvije jednadžbe [16].

#### 3.3.1. $k-\omega$ SST model turbulencije

$k-\omega$  SST je model turbulencije s dvije transportne jednadžbe, koji rješava jednadžbu za kinetičku energiju turbulencije  $k$  i jednadžbu za specifičnu brzinu disipacije  $\omega$ .  $k-\omega$  SST model turbulencije je nastao kao kombinacija standardnog  $k-\omega$  modela turbulencije i  $k-\varepsilon$

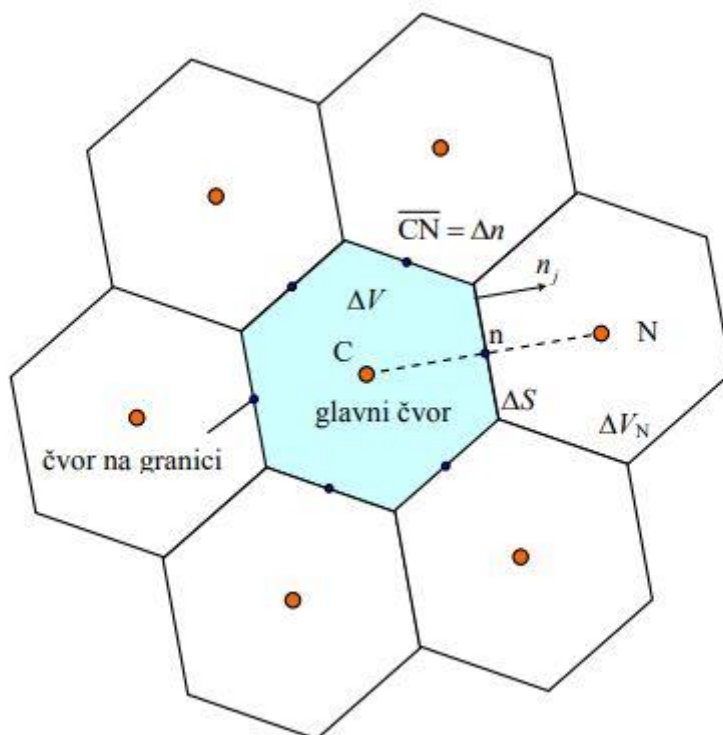
modela turbulencije. Oba modela su modeli prvog reda s dvije diferencijalne jednačbe. Prednost  $k-\omega$  modela turbulencije je moguća primjena u cijelom graničnom sloju, dakle prikladan je za opisivanje turbulentnog strujanja u blizini krute stijenke. Nedostatak  $k-\omega$  modela turbulencije je velika osjetljivost na iznos specifične brzine disipacije u slobodnoj struji. Kako ovaj nedostatak ne postoji kod  $k-\varepsilon$  modela turbulencije, kombinacijom ovih modela turbulencije je nastao  $k-\omega$  SST model turbulencije [16].

### 3.4. Metoda konačnih volumena

Metoda konačnih volumena diskretizira prostor proračunske domene na određeni broj volumena. To je integralna metoda koja se temelji na integriranju konzervativnog oblika transportnih jednačbi. Integral transportne jednačbe za stacionarno strujanje po konačnom volumenu prema slici 4. glasi:

$$-\int_{\Sigma\Delta S} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV = 0 \quad (28)$$

gdje je prvi član konvekcijski i difuzijski protok  $\varphi$  kroz granice, a drugi član izvor  $\varphi$ .



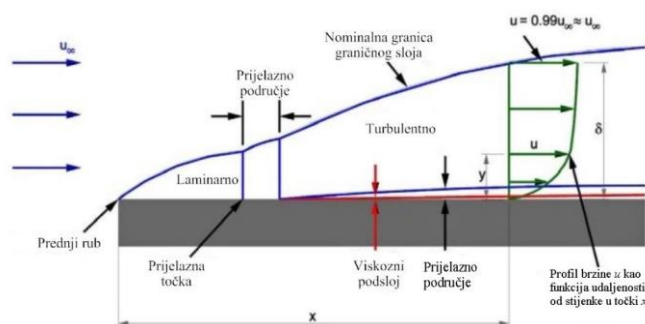
Slika 4. Dio diskretiziranog područja proračuna [14]

Protok fizikalnog svojstva je definiran kao pozitivan kad se odvija od konačnog volumena prema okolini. Negativan predznak ispred integrala pokazuje da će se uslijed takvog protoka sadržaj fizikalnog svojstva unutar konačnog volumena smanjivati [14].



### 3.5. Strujanje u blizini krute stijenke (zidne funkcije)

Pri strujanju fluida u blizini krute stijenke pojavljuje se turbulentni granični sloj. Pri strujanju uz ravnu ploču na početku ploče strujanje je laminarno, daljnjim strujanjem uzduž ploče ulazi se u prijelazno područje, gdje je strujanje djelomično laminarno i djelomično turbulentno. Nakon prijelaznog područja strujanje postaje potpuno turbulentno. Turbulentni granični sloj je prikazan na slici 5.



Slika 5. Granični sloj kod strujanja uz krutu stijenku [3]

Bezdimenzijski profil brzine strujanja može se izraziti sljedećim izrazom:

$$U^+ = f(y^+) \quad (29)$$

gdje je  $U^+$  bezdimenzijska brzina u graničnom sloju, a  $y^+$  bezdimenzijska udaljenost od stijenke kako slijedi:

$$U^+ = \frac{U}{U_\tau} \quad (30)$$

$$y^+ = \frac{yU_\tau}{\nu} \quad (31)$$

gdje je  $U$  srednja brzina strujanja,  $U_\tau$  brzina trenja definirana izrazom  $U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ ,  $\tau_w$  je tangencijalno naprezanje na stijenci i  $y$  je udaljenost od stijenke. Na slici 6. je prikazana ovisnost  $U^+$  o  $y^+$ , odnosno profil brzine strujanja u turbulentnom graničnom sloju.

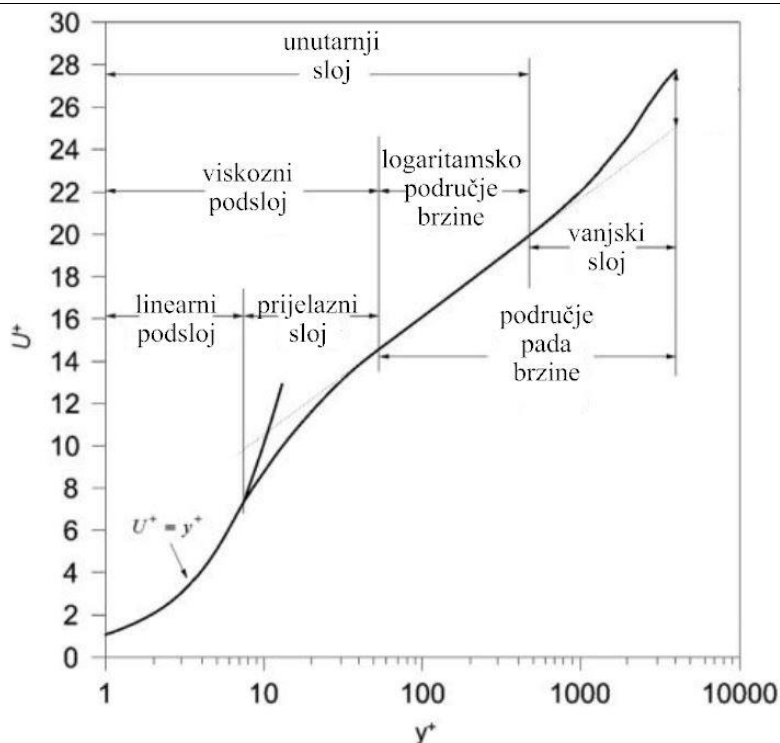
U linearnom podsloju vrijedi:

$$U^+ = y^+ \quad (32)$$

a u logaritamskom području brzine:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (33)$$

gdje je  $\kappa$  von Karmanova konstanta, a  $B$  je konstanta integracije.



**Slika 6. Profil brzine strujanja u turbulentnom graničnom sloju [3]**

Pri modeliranju graničnog sloja važno je imati vrijednost  $y^+$  u graničnom sloju  $y^+ < 1$  ili  $30 < y^+ < 300$  kako bi se profil brzine mogao što točnije opisati. Svakako je potrebno izbjeći da vrijednost parametra  $y^+$  bude u prijelaznom području, tj. između linearnog podsloja i logaritamskog područja brzine, jer je onda  $U^+$  teško opisati [3].

### 3.6. Podrelaksacija

Pri rješavanju nelinearnih jednadžbi iterativnim postupkom rješenje može divergirati, a mogućnost pojave divergencije se smanjuje postupkom podrelaksacije. Primjenom postupka podrelaksacije umjesto promjene rješenja s  $\varphi_j^k$  na  $\varphi_j^{k+1}$ , od ukupne promjene rješenja uzima se samo jedan dio kako slijedi:

$$\varphi_j^{podr} = \varphi_j^k + \alpha (\varphi_j^{k+1} - \varphi_j^k) \quad (34)$$

gdje je  $\alpha$  podrelaksacijski faktor koji je manji od jedan. Za  $\alpha = 1$  nema podrelaksacije, a za  $\alpha > 1$  vrijedi nadrelaksacija [14].

### 3.7. Verifikacija numeričke simulacije

Verifikacija je proces procjene nesigurnosti rezultata numeričke simulacije i provjera konvergencije rezultata iterativnog postupka rješavanja numeričke simulacije.

### 3.7.1. Konvergencija rezultata numeričke simulacije

Za rezultate dobivene numeričkim simulacijama potrebno je procijeniti nesigurnost. Prvi korak je računanje razlike između dobivenih rezultata kako slijedi [17]:

$$\varepsilon_{i_{21}} = \hat{S}_{i_2} - \hat{S}_{i_1} \quad (35)$$

$$\varepsilon_{i_{32}} = \hat{S}_{i_3} - \hat{S}_{i_2} \quad (36)$$

gdje  $\hat{S}_{i_1}$ ,  $\hat{S}_{i_2}$  i  $\hat{S}_{i_3}$  odgovaraju rješenjima za finu, srednju i grubu mrežu.

Omjer konvergencije  $R_i$  je definiran kako slijedi:

$$R_i = \frac{\varepsilon_{i_{21}}}{\varepsilon_{i_{32}}} \quad (37)$$

Postoje tri tipa konvergencije:

1. monotona konvergencija:  $0 < R_i < 1$ ,
2. oscilatorna konvergencija:  $-1 < R_i < 0$ ,
3. divergencija:  $|R_i| > 1$ .

### 3.7.2. Procjena nesigurnosti numeričke simulacije

Ukupna nesigurnost se računa prema izrazu [17]:

$$\overline{U}_{SN} = \sqrt{\overline{U}_T^2 + \overline{U}_G^2} \quad (38)$$

gdje je  $\overline{U}_{SN}$  ukupna nesigurnost numeričke simulacije,  $\overline{U}_T$  je nesigurnosti vremenskog koraka, a  $\overline{U}_G$  je nesigurnost gustoće mreže. Budući da se u ovom radu radi o stacionarnom strujanju, komponenta  $\overline{U}_T$  jednaka je nuli pa se jednačba (38) može napisati u obliku:

$$\overline{U}_{SN} = \sqrt{\overline{U}_G^2} \quad (39)$$

Nesigurnost gustoće mreže se određuje iz izraza [17]:

$$\overline{U}_G = \frac{U_i}{\hat{S}_{i,1}} \cdot 100\% \quad (40)$$

gdje je  $\hat{S}_{i,1}$  rezultat numeričke simulacije dobiven finom mrežom, a  $U_i$  ovisi o tipu konvergencije prikazanom u potpoglavlju 3.7.1. Za monotonu konvergenciju koristi se generalizirana Richardsonova ekstrapolacija, gdje se nesigurnost procjenjuje uz pomoć faktora sigurnosti  $F_S$  i parametra  $\delta_{RE}$  prema sljedećem izrazu [17]:

$$U_i = F_S \delta_{RE} \quad (41)$$

gdje se  $F_S$  određuje iskustveno te iznosi[17]:

$$F_S = 1,25 \quad (42)$$

a  $\delta_{RE}$  se dobije iz izraza :

$$\delta_{RE} = \frac{\varepsilon_{i,21}}{r_i^{p_i} - 1} \quad (43)$$

gdje je  $r_i$  omjer profinjenja, a parametar  $p_i$  se određuje na sljedeći način:

$$p_i = \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_{i,32}}{\varepsilon_{i,21}}\right)}{\ln(r_i)} \quad (44)$$

Za oscilatornu konvergenciju koristi se sljedeći izraz [18]:

$$U_i = \frac{1}{2}(S_U - S_L) \quad (45)$$

gdje je  $S_U$  gornja vrijednost, a  $S_L$  donja vrijednost rezultata numeričke simulacije.

Konačno, kada je riječ o divergenciji procjena nesigurnosti određuje se na sljedeći način [18]:

$$U_i = |S_U - S_L| \quad (46)$$

### 3.8. Validacija rezultata dobivenih numeričkom simulacijom

U ovome radu rezultati dobiveni numeričkim simulacijama uspoređeni su s rezultatima dobivenim korištenjem korelacijske linije model-brod ITTC-1957 i linije trenja prema Schoenherru. Razlika između rezultata se naziva relativna devijacija i određuje se kako slijedi:

$$RD = \frac{\varphi_{RDF} - \varphi_{EKSP}}{\varphi_{EKSP}} \cdot 100\% \quad (47)$$

gdje je  $\varphi_{RDF}$  rezultat dobiven numeričkom simulacijom, a  $\varphi_{EKSP}$  rezultat dobiven korištenjem korelacijske linije model-brod ITTC-1957 ili linije trenja prema Schoenherru.

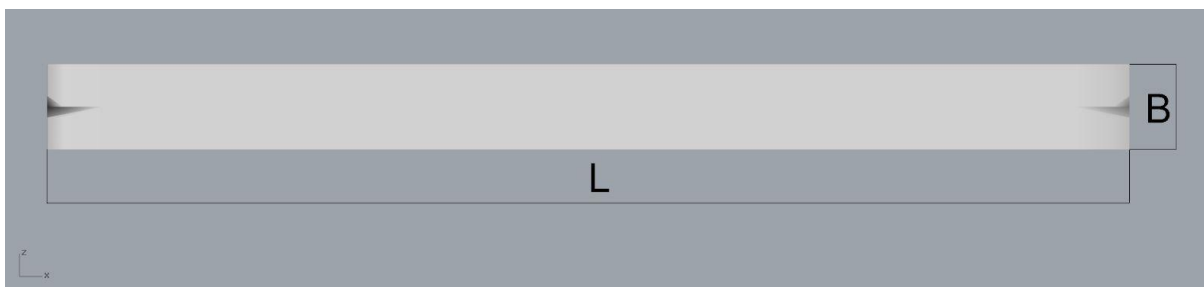
#### 4. RAVNA PLOČA I MODEL RAVNE PLOČE

U ovom radu je ispitano strujanje oko četiri ravne ploče različitih karakteristika, kako slijedi:

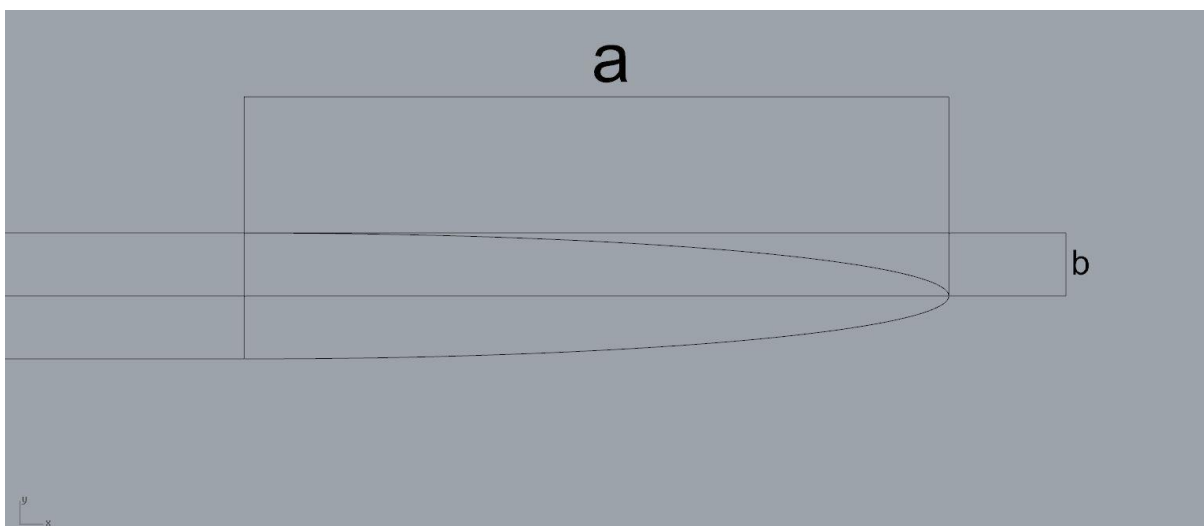
- 1) ekvivalentna ravna ploča,
- 2) model ekvivalentne ravne ploče,
- 3) ne ekvivalentna ravna ploča,
- 4) model ne ekvivalentne ravne ploče.

Duljina i oplakana površina ekvivalentne ploče odgovaraju Duisburg Test Case (DTC) formi kontejnerskog broda [19]. Sve ploče su modelirane unutar programskog paketa Rhinoceros 5.

Duljine poluosi elipse  $a$  i  $b$  na ulaznom i izlaznom rubu ploče su određene iskustveno, a visina ploče  $B$  je određena tako da oplakana površina ekvivalentne ploče odgovara oplakanoj površini broda. Navedene dimenzije ploče su prikazane na slikama 7. i 8.



Slika 7. Duljina i visina ploče



Slika 8. Elipsa na ulaznom rubu ploče

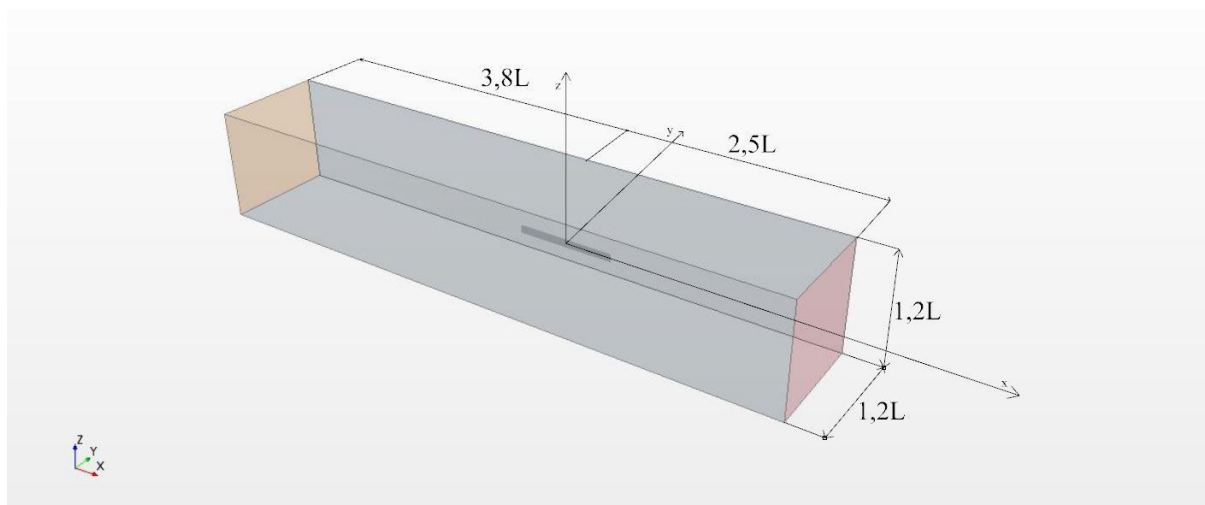
Dimenzije modela ekvivalentne ravne ploče su određene prema mjerilu geometrijske sličnosti danom u [19], koje iznosi  $\lambda = 63,65$ . Ne ekvivalentna ravna ploča ima jednaku duljinu  $L$  kao ekvivalentna ravna ploča te iste vrijednosti poluosi elipse  $a$  i  $b$ , ali ima dvostruko manju visinu od ekvivalentne ploče, dakle  $0,5B$ . Pri izradi modela ne ekvivalentne ravne ploče također je primijenjeno mjerilo geometrijske sličnosti iz [19]. U tablici 1. su dane dimenzije svih ploča.

**Tablica 1. Dimenzije ispitanih ploča**

|                             | $L$ , m | $B$ , m | $a$ , m | $b$ , m | $S$ , m <sup>2</sup> |
|-----------------------------|---------|---------|---------|---------|----------------------|
| Ekvivalentna ploča          | 355,0   | 27,80   | 17,75   | 1,59    | 22032                |
| Model ekvivalentne ploče    | 5,577   | 0,438   | 0,28    | 0,025   | 5,438                |
| Ne ekvivalentna ploča       | 355,0   | 13,90   | 17,75   | 1,59    | 12122                |
| Model ne ekvivalentne ploče | 5,577   | 0,219   | 0,28    | 0,025   | 2,992                |

## 5. PRIPREMA PRORAČUNSKE DOMENE I RUBNIH UVJETA

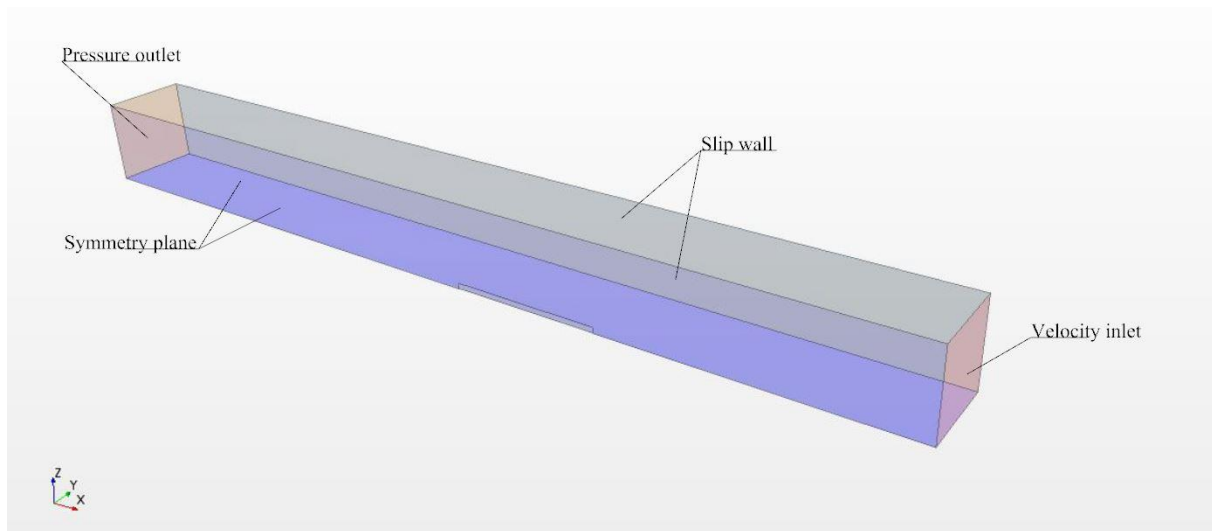
Za provođenje numeričke simulacije potrebno je pripremiti proračunsku domenu. Domena mora biti dovoljno velikih dimenzija da njezine granice ne utječu na rješenje. U ovom poglavlju je opisan način pripreme proračunske domene. U programskom paketu STAR-CCM+ je oko ploče generiran kvadar, dimenzija po preporukama ITTC-a [20], tako da ulazna granica domene mora biti udaljena 1-2  $L$  od ploče, dok izlazna granica treba biti udaljena 2-3  $L$  od ploče. Proračunska domena je prikazana na slici 9.



Slika 9. Proračunska domena

Na slici 10. su prikazani rubni uvjeti. Važno je napomenuti kako se modelira samo jedna četvrtina ploče radi smanjenja broja konačnih volumena, a samim time i vremena potrebnog za numeričke simulacije. Rubni uvjeti moraju biti definirani kako bi problem bio fizikalno određen. Rubni uvjeti trebaju biti definirani na granicama domene kao i na granici između ploče i fluida. Na ulazu tekućine u domenu postavljen je rubni uvjet „velocity inlet“. Brzina ulaza tekućine za ekvivalentnu i ne ekvivalentnu ploču je 18 čv, a brzina ulaza tekućine za modele ekvivalentne i ne ekvivalentne ploče je 2,256 čv. Na izlazu tekućine postavljen je rubni uvjet „pressure outlet“, a na vanjske granice kontrolnog volumena postavljen je rubni uvjet „slip wall“. Ovaj se rubni uvjet može postaviti ako su granice domene dovoljno udaljene od ploče, a to je postignuto uvažavanjem preporuke ITTC-a [20]. Na površini ploče postavljen je rubni uvjet „no-slip wall“, jer se tu javlja trenje. Ovaj rubni uvjet postavlja brzinu fluida na stijenci, odnosno ploči, jednaku nuli. Numerička simulacija je postavljena na

način da ploča miruje, a fluid nastrujava na nju. Na donjoj granici domene i na uzdužnoj simetralnoj ravnini je postavljen rubni uvjet „symmetry plane“. To je rubni uvjet simetrije, jer se modelira samo jedna četvrtina ploče.



**Slika 10. Rubni uvjeti proračunske domene**



## 6. GENERIRANJE MREŽE KONAČNIH VOLUMENA

Za provođenje numeričke simulacije potrebno je unutar proračunske domene generirati mrežu konačnih volumena. Mreža konačnih volumena se generira unutar programskog paketa STAR-CCM+ metodom automatske diskretizacije domene (eng. *automatic mesher*). Prije primjene te metode potrebno je definirati područja profinjenja mreže te temeljne veličine za diskretizaciju. Prilikom definiranja tih veličina potrebno je posebnu pažnju posvetiti diskretizaciji graničnog sloja uz ploču. Granični sloj se diskretizira prizmatičnim slojem konačnih volumena, a značajke prizmatičnog sloja je potrebno pažljivo odabrati, kako bi se mogle koristiti zidne funkcije koje opisuju profil brzine strujanja fluida u blizini stijenke. Za svaku od ploča prikazanih u poglavlju 5. napravljeno je više mreža konačnih volumena kako bi se usporedio utjecaj gustoće mreže na rješenje. Prema preporukama ITTC-a [20] potrebno je koristiti barem tri mreže za verifikaciju i analizu konvergencije mreže.

**Tablica 2. Osnovne značajke mreže konačnih volumena za ekvivalentnu ploču i model ekvivalentne ploče**

|                          | Geometrijska mreža          | Gruba   | Srednja | Fina    |
|--------------------------|-----------------------------|---------|---------|---------|
| Ekvivalentna ploča       | Broj konačnih volumena (KV) | 0,829 M | 1,54 M  | 2,77 M  |
|                          | Osnovna veličina KV         | 6,365 m | 4,455 m | 3,182 m |
|                          | Ciljana veličina KV         | 50%     | 50%     | 50%     |
|                          | Minimalna veličina KV       | 6,25%   | 6,25%   | 6,25%   |
|                          | Najveća veličina KV         | 1600%   | 1600%   | 1600%   |
| Model ekvivalentne ploča | Broj konačnih volumena      | 0,576 M | 1,06 M  | 2,13 M  |
|                          | Osnovna veličina KV         | 0,1 m   | 0,07 m  | 0,05 m  |
|                          | Ciljana veličina KV         | 50%     | 50%     | 50%     |
|                          | Minimalna veličina KV       | 6,25%   | 6,25%   | 6,25%   |
|                          | Najveća veličina KV         | 1600%   | 1600%   | 1600%   |

U tablici 2. su prikazane osnovne značajke mreže konačnih volumena za ekvivalentnu ploču i njezin model. Ciljana, minimalna i najveća veličina konačnih volumena se računaju kao postotak osnovne veličine konačnog volumena. Važno je uzeti u obzir omjer broja konačnih volumena između mreža različitih gustoća, odnosno sljedeći uvjet mora biti zadovoljen [20]:

$$r_{21} \approx r_{32} \quad (48)$$

pri čemu je:

$$r_{21} = \sqrt[3]{\frac{N_1}{N_2}} \quad (49)$$

$$r_{32} = \sqrt[3]{\frac{N_2}{N_3}} \quad (50)$$

gdje je  $N$  broj konačnih volumena pojedine mreže, a indeks 1 pripada finoj, indeks 2 srednjoj te indeks 3 gruboj mreži. Uvrštavanjem vrijednosti iz tablice 1. za ekvivalentnu ploču dobije se:

$$r_{21} = 1,21$$

$$r_{32} = 1,22$$

Uvrštavanjem vrijednosti za model ekvivalentne ploče dobije se:

$$r_{21} = 1,26$$

$$r_{32} = 1,23$$

Dakle uvjet (48) je zadovoljen.

Pri generiranju mreže konačnih volumena u graničnom sloju potrebno je osigurati željenu vrijednost parametra  $y^+$  u prvom konačnom volumenu od ploče [16], što je opisano u potpoglavlju 3.5. To se radi uz pomoć diskretizatora prizmatičnog sloja (eng. *prism layer mesher*). Značajke tog diskretizatora su:

- 1) faktor rastezanja prizmatičnog sloja, čije su vrijednosti u rasponu od 1 do 1,5,
- 2) broj konačnih volumena u prizmatičnom sloju,
- 3) debljina prizmatičnog sloja.

Važno je definirati prizmatični sloj tako da vrijednost  $y^+$  za prvi konačni volumen od ploče iznosi  $y^+ < 1$  ili  $30 < y^+ < 300$ . Visina prvog konačnog volumena prizmatičnog sloja od stijenke je sljedeća:

$$h = 2y \quad (51)$$

gdje se  $y$  dobije iz sljedeće jednadžbe [21]:

$$y^+ = 0,172 \left( \frac{y}{L} \right) Rn^{0,9} \quad (52)$$

Iz jednadžbe (52) slijedi:

$$y = \frac{y^+ L}{0,172 Rn^{0,9}} \quad (53)$$

Iz jednadžbe (53) vidljivo je da vrijednost  $y$  ovisi o traženom  $y^+$ , Reynoldsovom broju i duljini ploče, dakle vrijednost će biti različita za ekvivalentnu ploču i njezin model. Poželjno je da visina posljednjeg konačnog volumena bude manja od sljedećeg konačnog volumena koji nije u prizmatičnom sloju. U tablici 3. su prikazane značajke prizmatičnog sloja za ekvivalentnu ploču i njezin model. Treba naglasiti kako za ne ekvivalentnu ploču i njezin model vrijede iste značajke.

**Tablica 3. Značajke prizmatičnog sloja za mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije ( $30 < y^+ < 300$ )**

|                          | Geometrijska mreža                          | Gruba   | Srednja | Fina    |
|--------------------------|---|---------|---------|---------|
| Ekvivalentna ploča       | Faktor rastezanja prizmatičnog sloja        | 1,5     | 1,5     | 1,5     |
|                          | Broj konačnih volumena u prizmatičnom sloju | 16      | 15      | 15      |
|                          | Debljina prizmatičnog sloja                 | 0,829 m | 0,552 m | 0,580 m |
| Model ekvivalentne ploča | Faktor rastezanja prizmatičnog sloja        | 1,15    | 1,08    | 1,0012  |
|                          | Broj konačnih volumena u prizmatičnom sloju | 6       | 6       | 7       |
|                          | Debljina prizmatičnog sloja                 | 0,025 m | 0,02 m  | 0,019 m |

Za model ekvivalentne ploče je također generirana mreža, gdje je ispitano strujanje u slučaju da je  $y^+ < 1$  u prvom konačnom volumenu prizmatičnog sloja. Takva mreža je generirana samo za model zbog uštede računalnih resursa, jer bi na ekvivalentnoj ploči koja odgovara brodu u naravi rezultirala prevelikim brojem konačnih volumena u prizmatičnom sloju, a samim time i ukupnim brojem konačnih volumena. U tablici 4. su prikazane značajke prizmatičnog sloja i broj konačnih volumena za tu mrežu. Ostale značajke geometrijske mreže su jednake kao i u tablici 1.

**Tablica 4. Značajke prizmatičnog sloja za mrežu s parametrom  $y^+ < 1$**

|                          | Geometrijska mreža                          | Gruba     | Srednja   | Fina     |
|--------------------------|---|-----------|-----------|----------|
| Model ekvivalentne ploča | Broj konačnih volumena                      | 1,37 M    | 2,33 M    | 4,52 M   |
|                          | Faktor rastezanja prizmatičnog sloja        | 1,2       | 1,2       | 1,2      |
|                          | Broj konačnih volumena u prizmatičnom sloju | 27        | 22        | 22       |
|                          | Debljina prizmatičnog sloja                 | 0,01844 m | 0,01362 m | 0,0126 m |

Primjenom jednadžbi (49) i (50) pokazano je da je uvjet (48) zadovoljen:

$$r_{21} = 1,24$$

$$r_{32} = 1,20$$

Pri generiranju mreže za ne ekvivalentnu ploču i model ne ekvivalentne ploče postavljene su sve značajke jednake kao kod ekvivalentne ploče i modela ekvivalentne ploče, ali konačna mreža ima manje ćelija zato što je visina ploče dvostruko manja. Njihove vrijednosti su navedene u tablici 5.

**Tablica 5. Broj konačnih volumena za ne ekvivalentnu ploču i njezin model**

|                             | Mreža                  | Gruba   | Srednja | Fina   |
|-----------------------------|------------------------|---------|---------|--------|
| Ne ekvivalentna ploča       | Broj konačnih volumena | 0,598 M | 1,22 M  | 2,59 M |
| Model ne ekvivalentne ploče |                        | 0,519 M | 0,959 M | 1,89 M |

Uvrštavanjem vrijednosti za ne ekvivalentnu ploču dobije se:

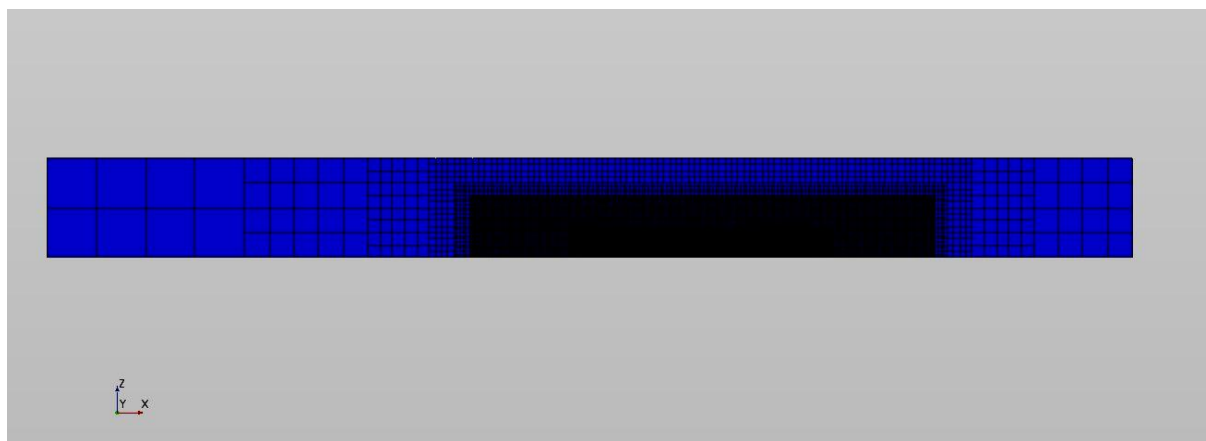
$$r_{21} = 1,29$$

$$r_{32} = 1,27$$

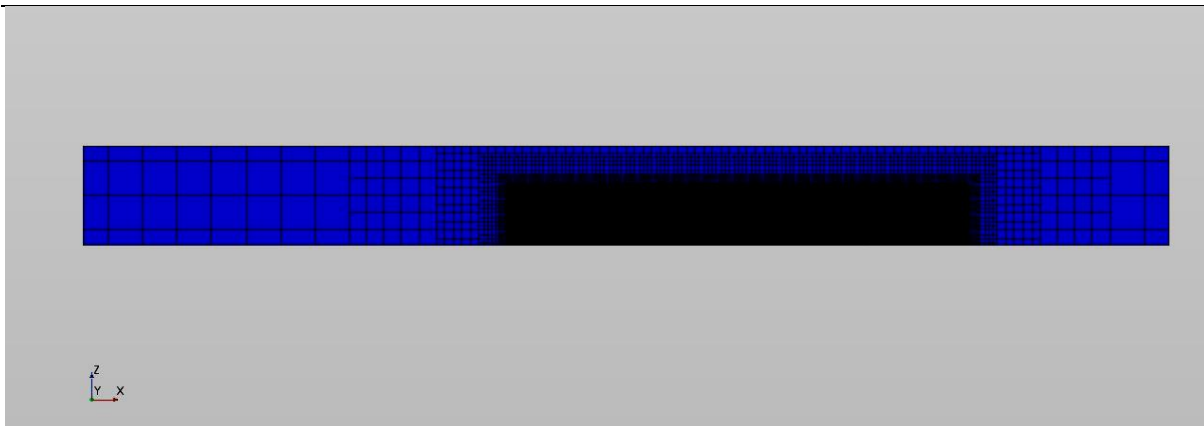
Uvrštavanjem vrijednosti za model ne ekvivalentne ploče dobije se:

$$r_{21} = 1,25$$

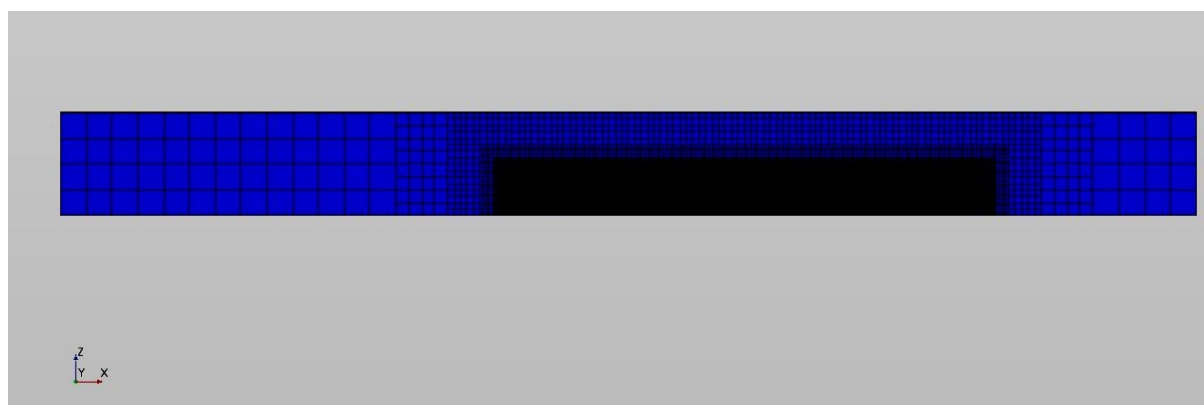
$$r_{32} = 1,23$$



**Slika 11. Prikaz konačnih volumena grube mreže ekvivalentne ravne ploče**



**Slika 12. Prikaz konačnih volumena srednje mreže ekvivalentne ravne ploče**



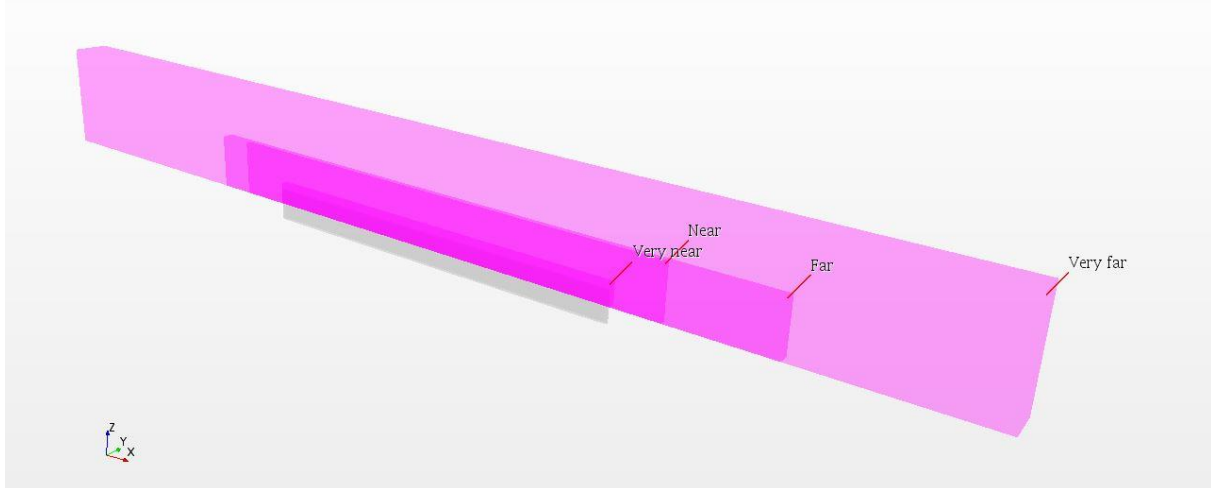
**Slika 13. Prikaz konačnih volumena fine mreže ekvivalentne ravne ploče**

Na slikama 11.-13. prikazane su mreže konačnih volumena za grubu, srednju i finu mrežu ekvivalentne ravne ploče. Oko same ploče vidljivo je da je mreža finija, odnosno da su konačni volumeni manji.

Na slici 14. prikazana su profinjenja korištena u ovom radu: „very near“, „near“, „far“ i „very far“. Njihove vrijednosti su odabrane kao postotak veličine osnovne veličine konačnog volumena:

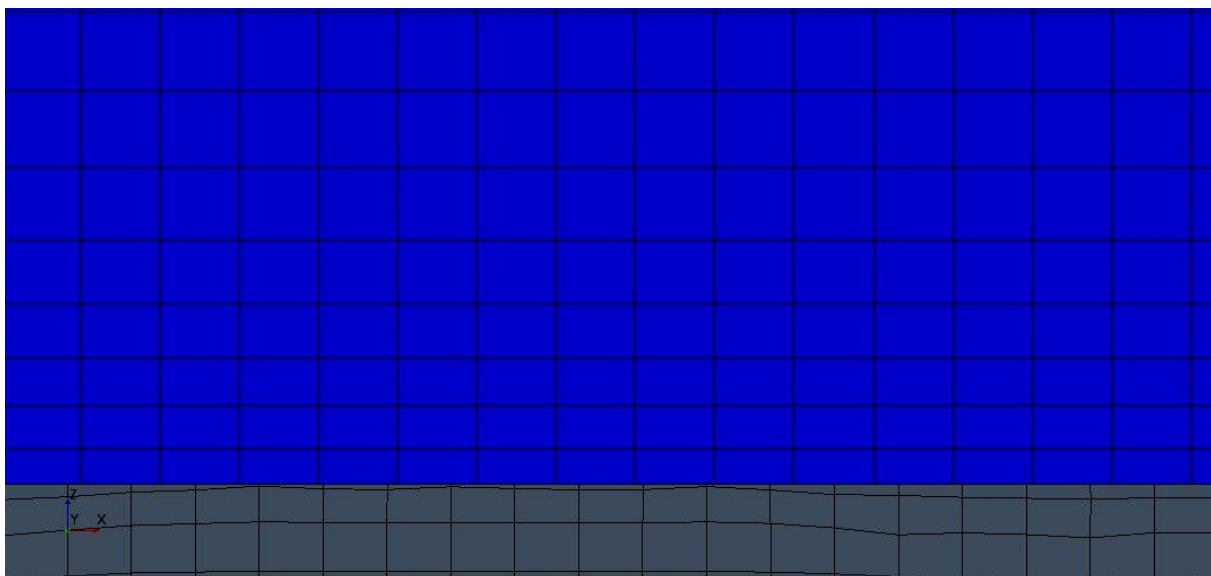
- 1) „very near“: 6,25% osnovne veličine konačnog volumena,
- 2) „near“: 12,5% osnovne veličine konačnog volumena,
- 3) „far“: 25% osnovne veličine konačnog volumena,
- 4) „very far“: 50% osnovne veličine konačnog volumena.

U ostatku proračunske domene veličina konačnog volumena je jednaka osnovnoj, odnosno raste prema granicama domene te doseže najveću veličinu od 1600% osnovne veličine konačnog volumena. Navedena profinjenja su jednaka za sve ispitane ploče.

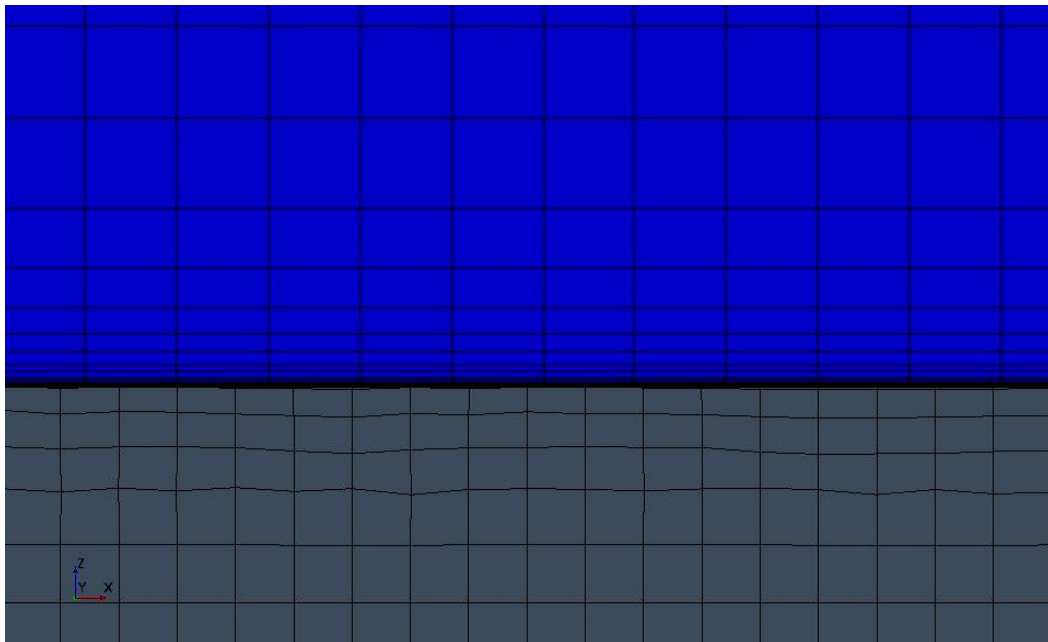


**Slika 14. Profinjenja mreže oko ploče**

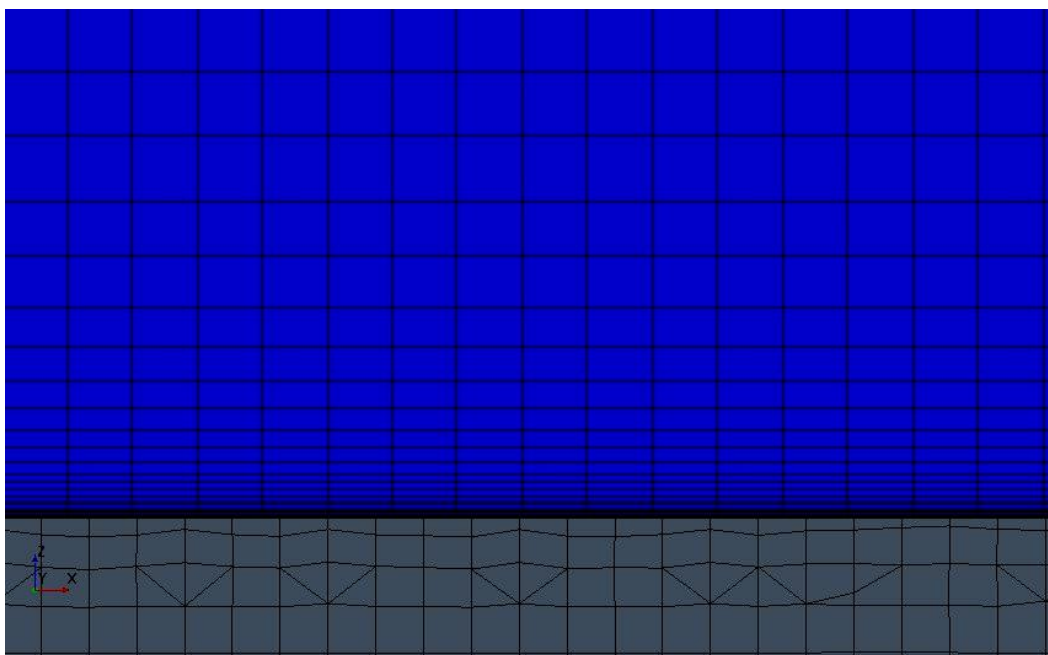
Na slikama 15.-17. su prikazani prizmatični slojevi fine mreže za sve ispitane ploče. Na slikama 15. i 16. prvi konačni volumen u prizmatičnom sloju uz ploču je jednake visine ( $h = 0,002705$  m), jer se u oba slučaja treba zadovoljiti uvjet  $30 < y^+ < 300$ . Na slici 16. vidljivo je kako prizmatični sloj ima 15 ćelija zbog veće osnovne veličine konačnog volumena. Na slici 17. prikazan je prizmatični sloj za vrijednost parametra  $y^+ < 1$ , a da bi taj kriterij bio zadovoljen visina prvog konačnog volumena mora biti  $h = 0,000027$  m, što je u odnosu na visinu prvog konačnog volumena nakon prizmatičnog sloja vrlo mala vrijednost, pa zato u ovom slučaju prizmatični sloj ima 22 ćelije.



**Slika 15. Prizmatični sloj modela ekvivalentne ploče za mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije ( $30 < y^+ < 300$ )**



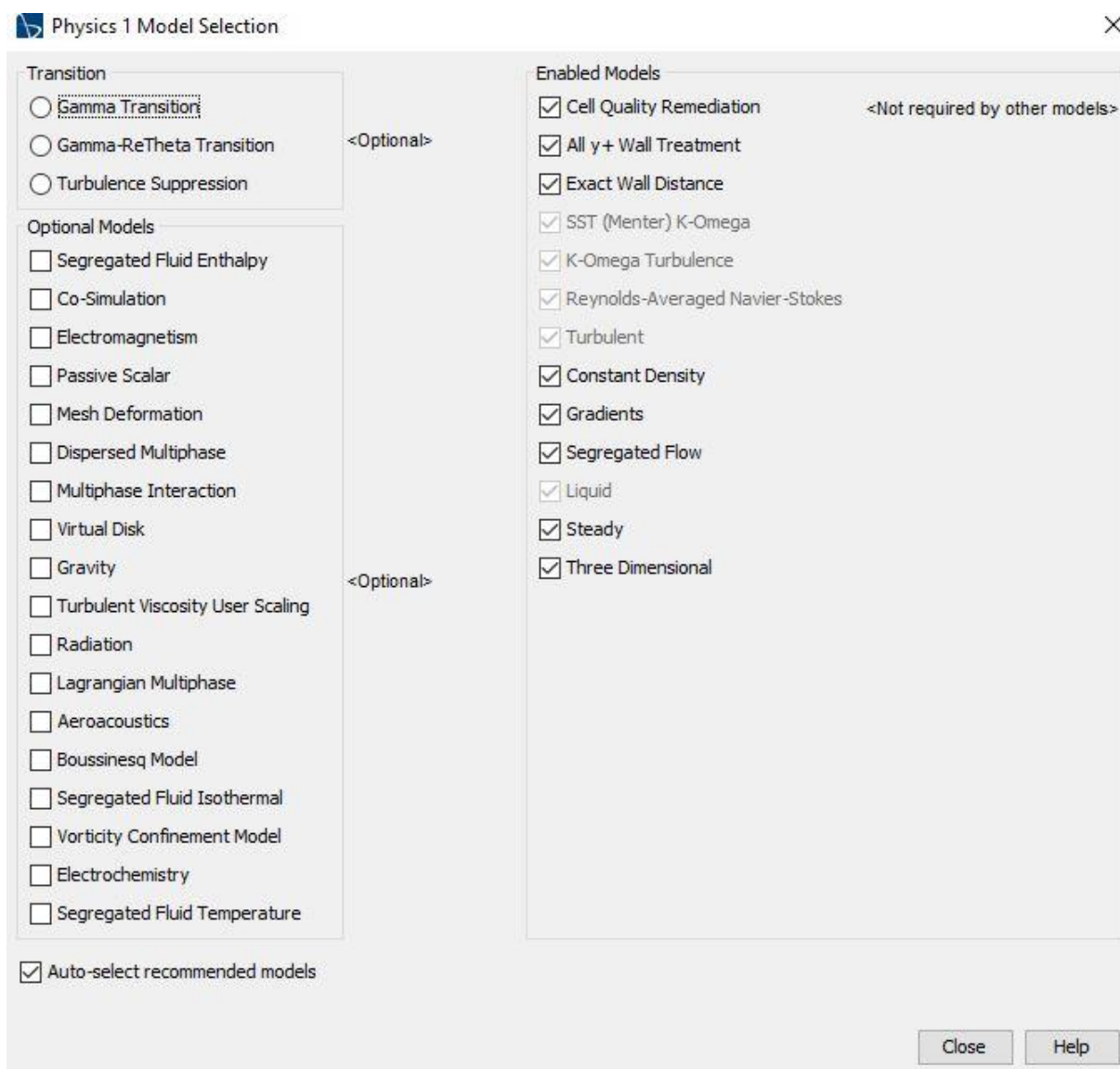
Slika 16. Prizmatični sloj ekvivalentne ploče za mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije ( $30 < y^+ < 300$ )



Slika 17. Prizmatični sloj modela ekvivalentne ploče s parametrom  $y^+ < 1$

## 7. ODABIR FIZIKALNOG MODELA

Kao što je navedeno u poglavlju 3. fizikalni model se odabire kroz korisničko sučelje programskog paketa. Fizikalni model je odabran prema preporuci ITTC-a [20]. Na slici 18. je prikazan odabrani fizikalni model u korisničkom sučelju programskog paketa STAR-CCM+.



**Slika 18. Odabrani fizikalni model u korisničkom sučelju STAR-CCM+**

U ovome poglavlju će ukratko biti objašnjen odabran fizikalni model.

Odabran fizikalni model je sljedeći [16]:

- 1) „three dimensional“: strujanje fluida je trodimenzijsko,
- 2) „steady“: strujanje fluida je stacionarno,



- 3) „liquid“: medij je tekućina,
- 4) „segregated flow“: model rješavanja jednadžbi strujanja; rješava jednadžbe strujanja za svaku komponentu tlaka i brzine odvojeno; ovaj model je najprikladniji za nestlačivo strujanje,
- 5) „constant density“: gustoća vode je konstantna te je odabrana iz ITTC priručnika [22] za standardnu temperaturu 15 °C; za numeričku simulaciju ekvivalentne i ne ekvivalentne ploče odabrana je gustoća i koeficijent dinamičke viskoznosti za slanu vodu, a za numeričku simulaciju modela ekvivalentne i ne ekvivalentne ploče gustoća i koeficijent dinamičke viskoznosti za slatku vodu:

$$\rho_{\text{slana voda}} = 1026,0210 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{\text{slana voda}} = 0,001220 \text{ Pas}$$

$$\rho_{\text{slatka voda}} = 999,1026 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{\text{slatka voda}} = 0,001138 \text{ Pas}$$

- 6) „turbulent“: strujanje tekućine je turbulentno,
- 7) modeli turbulencije su detaljno objašnjeni u potpoglavlju 3.3.1; odabran je  $k-\omega$  SST model turbulencije, koji je varijanta standardnog  $k-\omega$  modela turbulencije,
- 8) „exact wall distance“: ovaj model određuje udaljenost ćelije od zida,
- 9) „all  $y^+$  wall treatment“: pri rješavanju provjerava vrijednost parametra  $y^+$  te prema toj vrijednosti koriste se pripadajuće jednadžbe, ovisno o tome ulazi li parametar  $y^+$  u linearni podsloj ili u logaritamsko područje brzine (potpoglavlje 3.5),
- 10) „cell quality remediation“: smanjuje utjecaj loše definiranih konačnih volumena na ukupno rješenje; programski paket sam identificira „loše“ konačne volumene.

## 8. ANALIZA REZULTATA

U ovome poglavlju prikazani su dobiveni rezultati provedenih numeričkih simulacija te je zatim izvršena verifikacija i validacija rezultata.

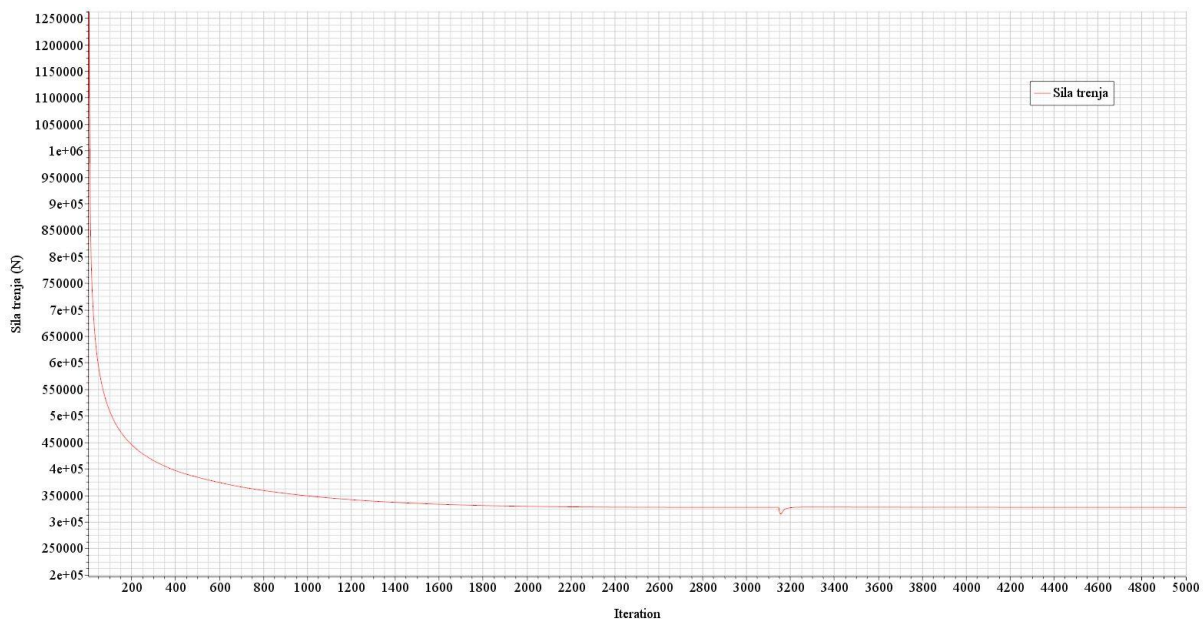
### 8.1. Prikaz rezultata

Kako bi se izračunao koeficijent otpora trenja potrebna je sila otpora trenja  $R_F$ , koja je dobivena iz provedenih numeričkih simulacija za različite ravne ploče. Također je bitno provjeriti vrijednost parametara  $y^+$ , pri kojem je provedena numerička simulacija. U tablici 6. su navedene vrijednosti sile otpora trenja za sve ploče i sve korištene mreže. Obzirom da su se numeričke simulacije provodile za četvrtinu ploče, sve sile su pomnožene s 4.

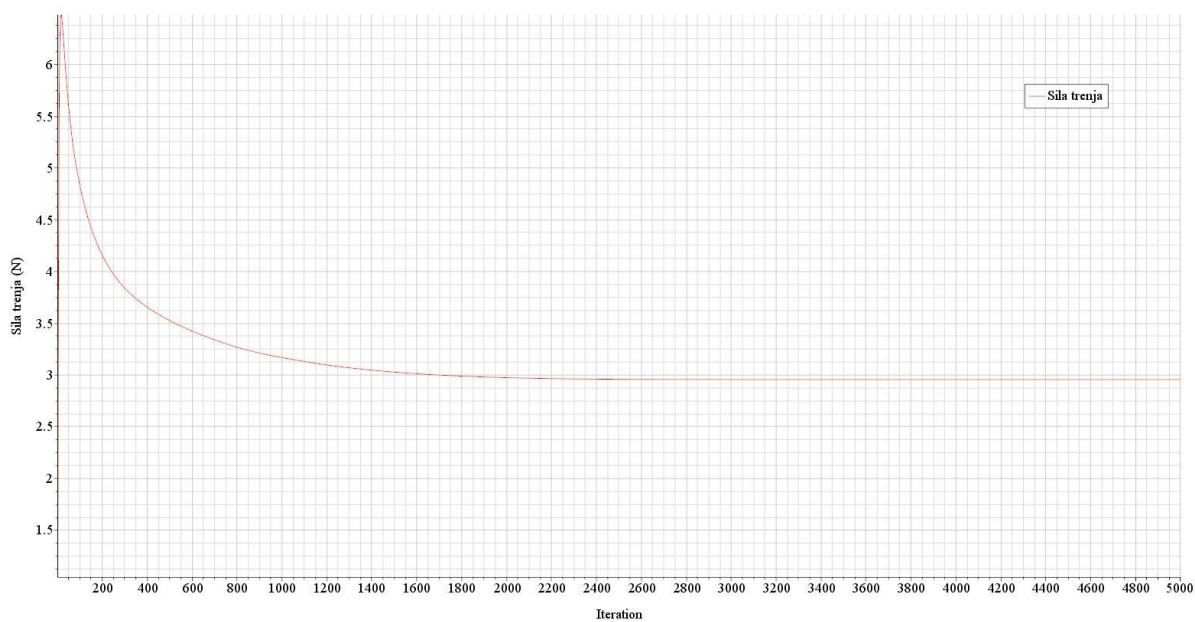
**Tablica 6. Vrijednosti sile otpora trenja dobivene numeričkim simulacijama**

|  |            |             |
|--|------------|-------------|
| Ekvivalentna ploča (zidne funkcije)          | $R_F$ , kN | $4R_F$ , kN |
| Gruba mreža                                  | 324,08     | 1296,32     |
| Srednja mreža                                | 324,14     | 1296,54     |
| Fina mreža                                   | 326,99     | 1307,95     |
| Model ekvivalentne ploče (zidne funkcije)    | $R_F$ , N  | $4R_F$ , N  |
| Gruba mreža                                  | 2,941      | 11,762      |
| Srednja mreža                                | 2,945      | 11,780      |
| Fina mreža                                   | 2,953      | 11,811      |
| Ne ekvivalentna ploča (zidne funkcije)       | $R_F$ , kN | $4R_F$ , kN |
| Gruba mreža                                  | 180,01     | 720,04      |
| Srednja mreža                                | 181,16     | 724,65      |
| Fina mreža                                   | 181,84     | 727,34      |
| Model ne ekvivalentne ploče (zidne funkcije) | $R_F$ , N  | $4R_F$ , N  |
| Gruba mreža                                  | 1,699      | 6,797       |
| Srednja mreža                                | 1,703      | 6,810       |
| Fina mreža                                   | 1,713      | 6,851       |
| Model ekvivalentne ploče $y^+ < 1$           | $R_F$ , N  | $4R_F$ , N  |
| Gruba mreža                                  | 2,746      | 10,984      |
| Srednja mreža                                | 2,743      | 10,973      |
| Fina mreža                                   | 2,760      | 11,041      |

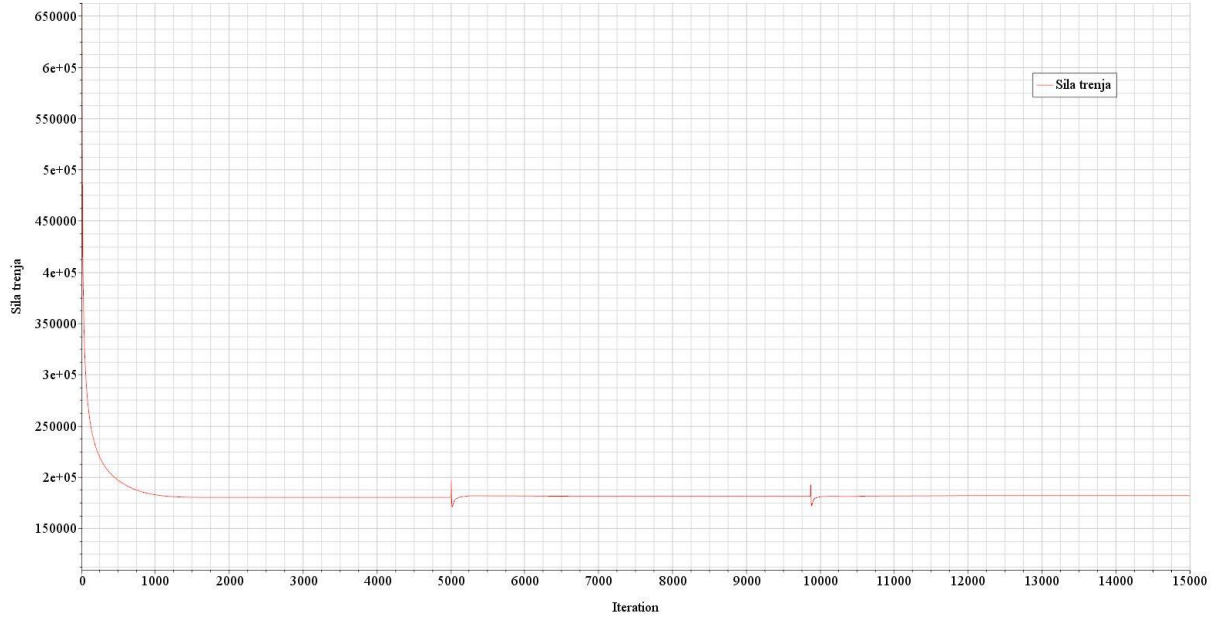
Sile otpora trenja dobivene numeričkim simulacijama su prikazane na slikama 19.-23.



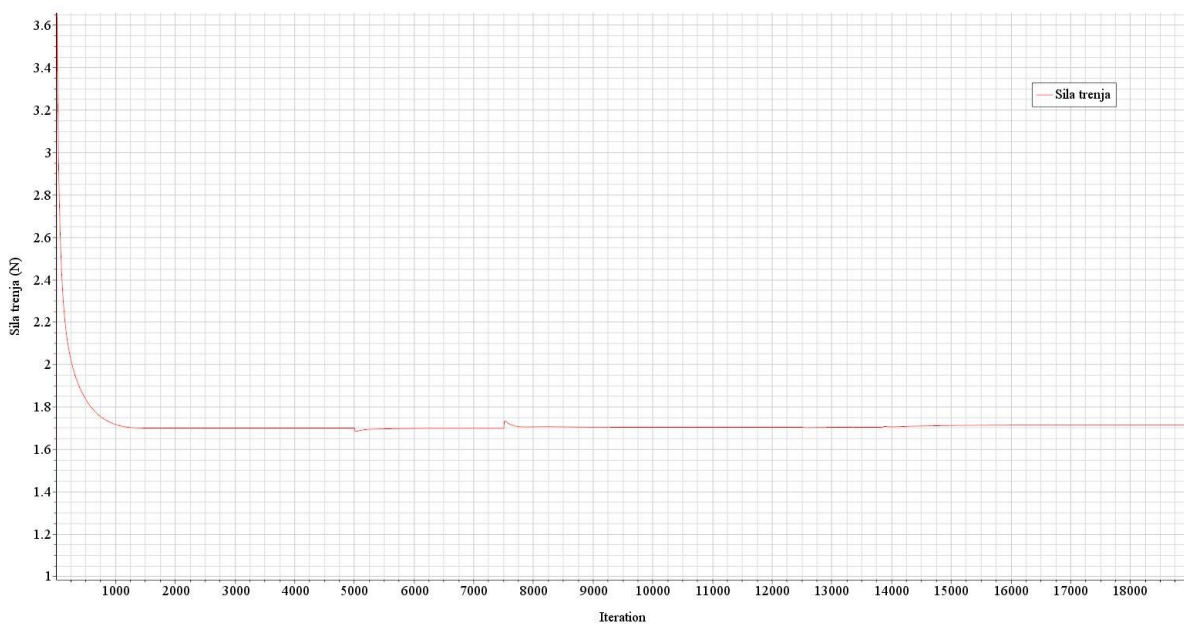
**Slika 19. Sila otpora trenja ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobivena primjenom zidne funkcije**



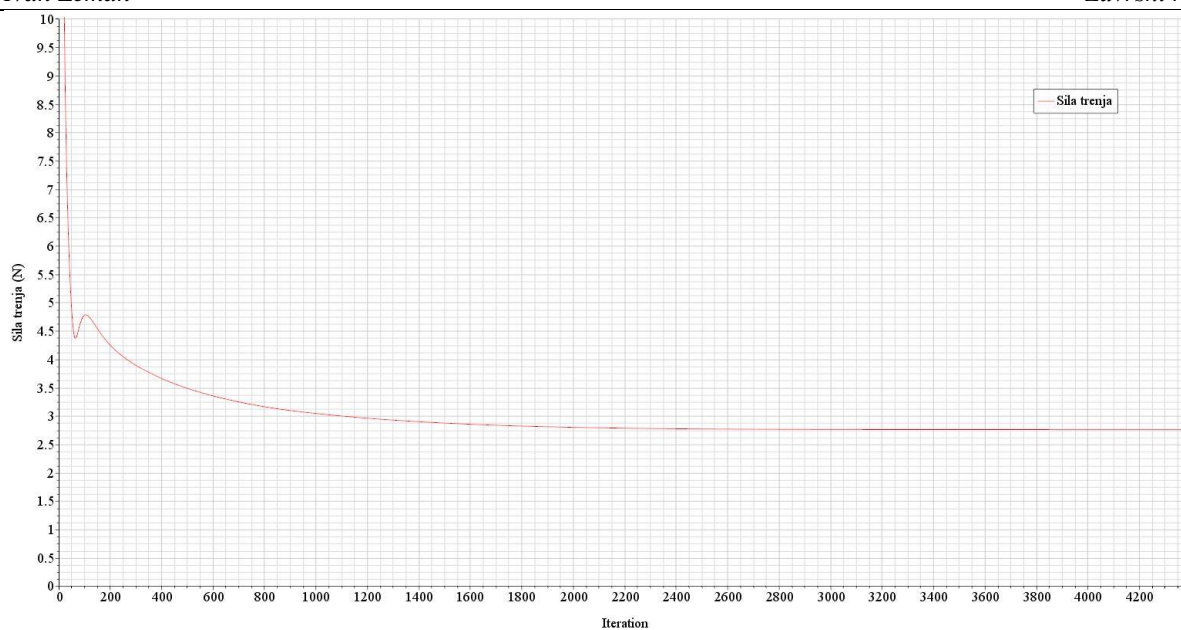
**Slika 20. Sila otpora trenja modela ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobivena primjenom zidne funkcije**



**Slika 21. Sila otpora trenja ne ekvivalentne ravne ploče dobivena primjenom zidne funkcije**



**Slika 22. Sila otpora trenja modela ne ekvivalentne ravne ploče dobivena primjenom zidne funkcije**

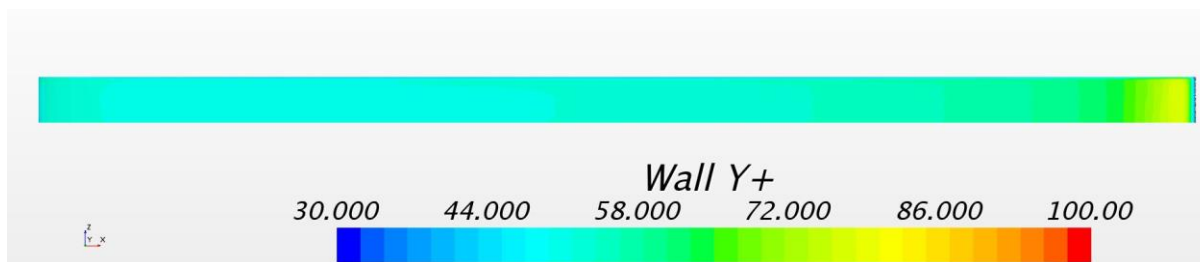


Slika 23. Sila otpora trenja modela ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu s parametrom  $y^+ < 1$

Na slikama 24.-28. su prikazane raspodjele parametra  $y^+$  kako bi se pokazalo da su simulacije provedene pri zadovoljavajućim vrijednostima parametra  $y^+$ .



Slika 24. Raspodjela parametra  $y^+$  za ekvivalentnu ploču za finu mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije



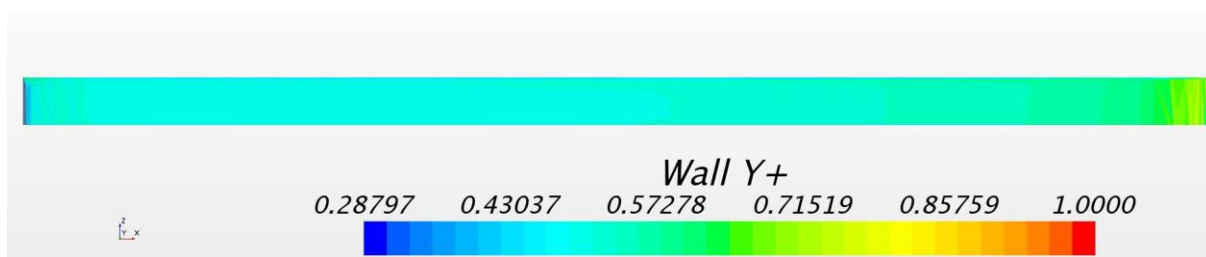
Slika 25. Raspodjela parametra  $y^+$  za model ekvivalentne ploče za finu mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije



Slika 26. Raspodjela parametra  $y^+$  za ne ekvivalentnu ploču za finu mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije



Slika 27. Raspodjela parametra  $y^+$  za model ne ekvivalentne ploče za finu mrežu u kojoj su korištene zidne funkcije



Slika 28. Raspodjela parametra  $y^+$  za model ekvivalentne ploče za finu mrežu s parametrom  $y^+ < 1$

## 8.2. Verifikacija dobivenih rezultata

U verifikaciji rezultata se provodi određivanje konvergencije rezultata i procjena nesigurnosti rezultata.

### 8.2.1. Konvergencija rezultata numeričke simulacije

Konvergencija rezultata se računa prema potpoglavlju 3.7.1. Ovisno o vrijednosti  $R_f$  postoje različiti tipovi konvergencije.

Tablica 7. Određivanje tipova konvergencije

|                                     | $\varepsilon_{i_{21}}, N$ | $\varepsilon_{i_{32}}, N$ | $R_f$  | Tip konvergencije      |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------------|--------|------------------------|
| Ekvivalentna ploča                  | $-1,14 \cdot 10^4$        | $-2,16 \cdot 10^2$        | 52,84  | Divergencija           |
| Model ekvivalentne ploče            | $-3,10 \cdot 10^{-2}$     | $-1,80 \cdot 10^{-2}$     | 1,718  | Divergencija           |
| Ne ekvivalentna ploča               | $-2,70 \cdot 10^3$        | $-4,61 \cdot 10^3$        | 0,585  | Monotona konvergencija |
| Model ne ekvivalentne ploče         | $-4,11 \cdot 10^{-2}$     | $-1,27 \cdot 10^{-2}$     | 3,235  | Divergencija           |
| Model ekvivalentne ploče, $y^+ < 1$ | $-6,84 \cdot 10^{-2}$     | $1,05 \cdot 10^{-2}$      | -6,527 | Divergencija           |

U tablici 7. su prikazani omjeri konvergencije te pripadajući tipovi konvergencije. Iz tablice je vidljivo da je za ekvivalentnu ploču, model ekvivalentne ploče i model ne ekvivalentne ploče dobivena divergencija, dok je za ne ekvivalentnu ploču dobivena monotona konvergencija.

### 8.2.2. Procjena nesigurnosti numeričke simulacije

Nesigurnost numeričke simulacije se određuje prema izrazima iz potpoglavlja 3.7.2, a u tablici 8. su prikazane nesigurnosti provedenih numeričkih simulacija.

**Tablica 8. Dobivene vrijednosti nesigurnosti numeričkih simulacija**

|                                    | $U_i, N$          | $\overline{U}_{SN}, \%$ |
|------------------------------------|-------------------|-------------------------|
| Ekvivalentna ploča                 | $1,16 \cdot 10^4$ | 0,889                   |
| Model ekvivalentne ploče           | 0,0490            | 0,415                   |
| Ne ekvivalentna ploča              | $4,75 \cdot 10^3$ | 0,653                   |
| Model ne ekvivalentne ploče        | 0,0538            | 0,786                   |
| Model ekvivalentne ploče $y^+ < 1$ | 0,0684            | 0,620                   |

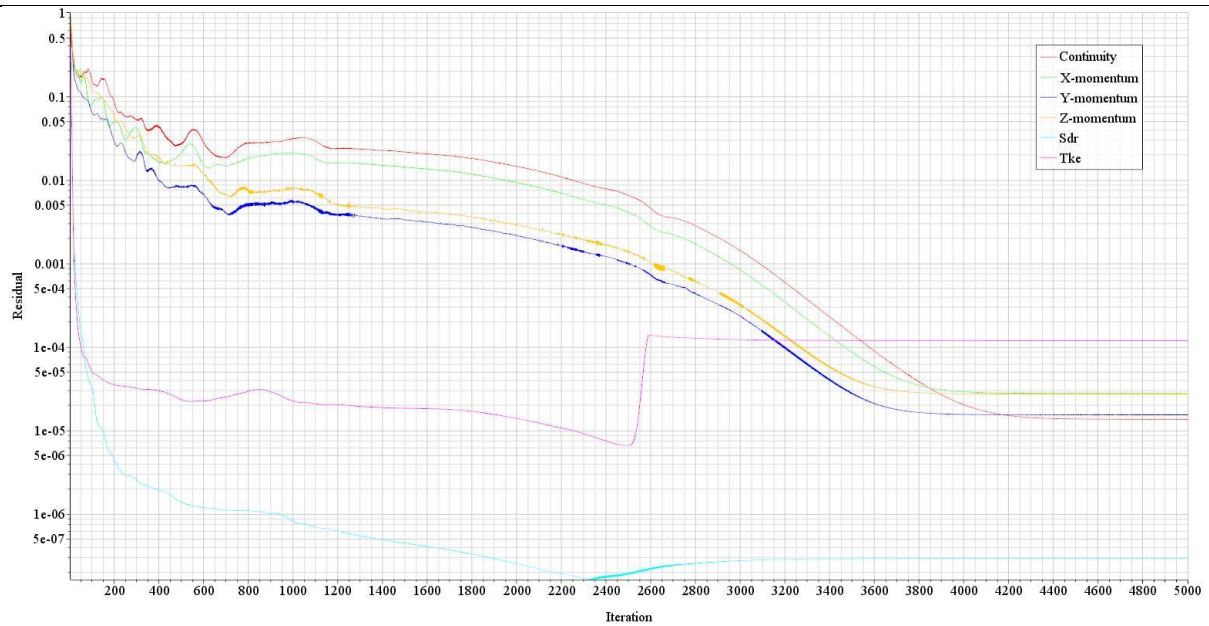
Prema tablici 8. vidljivo je da su sve nesigurnosti manje od 1%.

### 8.3. Prikaz reziduala

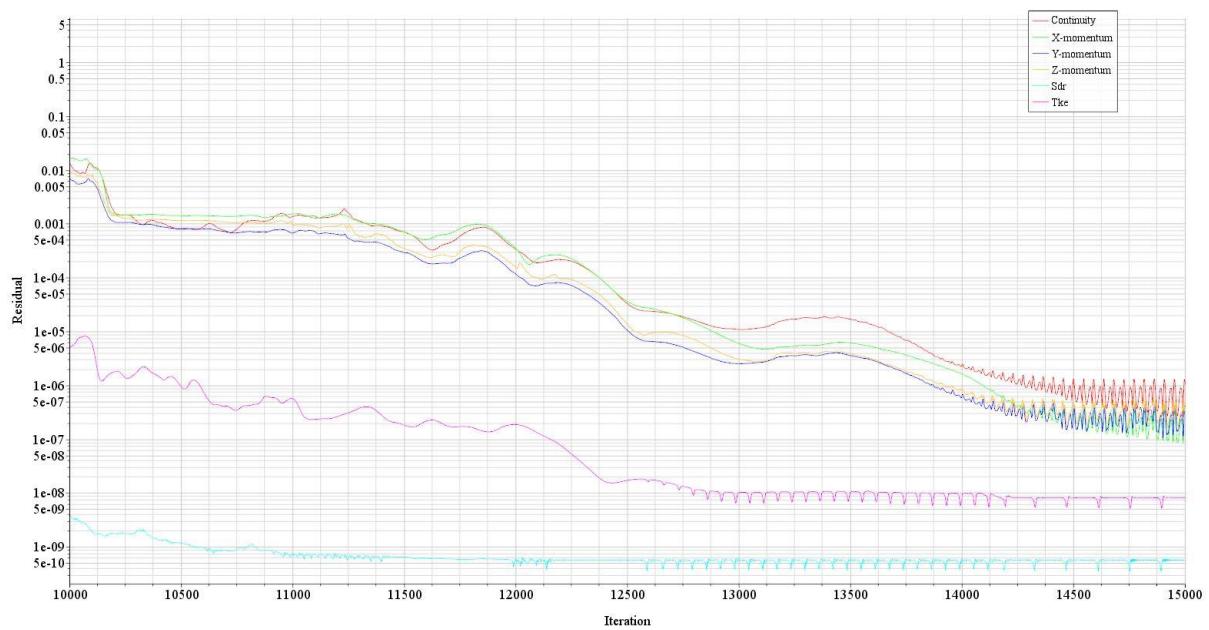
Na slikama 29.-33. su prikazani reziduali numeričkih simulacija. Na svim slikama je vidljivo da su reziduali pali za barem tri reda veličine, što znači da je numerička simulacija konvergirala.



**Slika 29. Reziduali numeričke simulacije ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobiveni primjenom zidne funkcije**

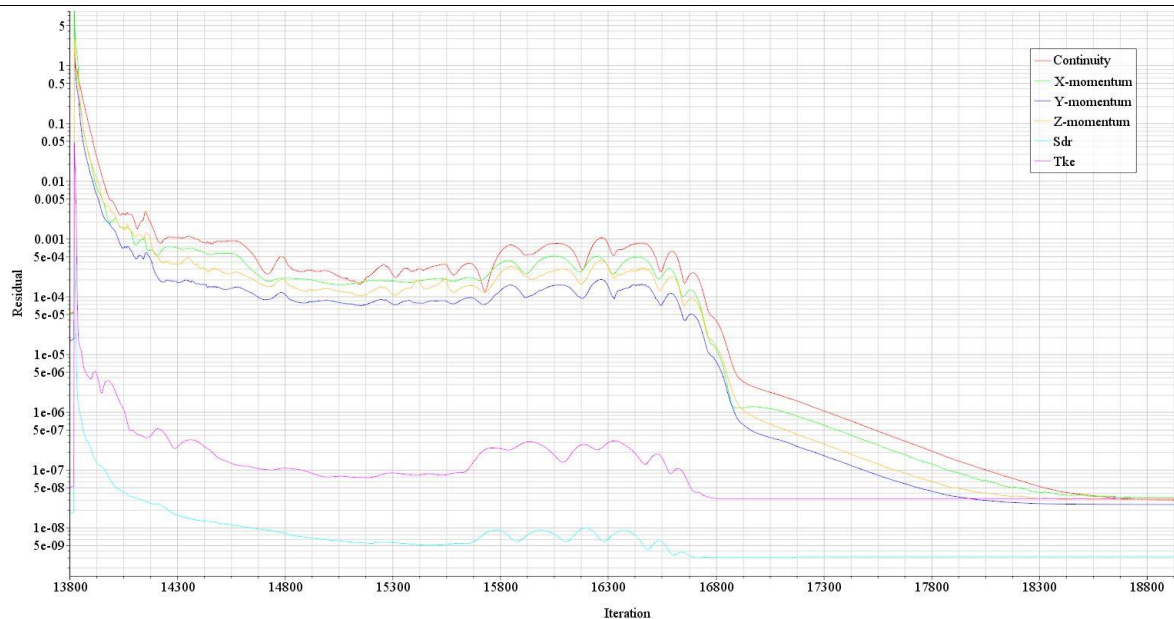


**Slika 30. Reziduali numeričke simulacije modela ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobiveni primjenom zidne funkcije**

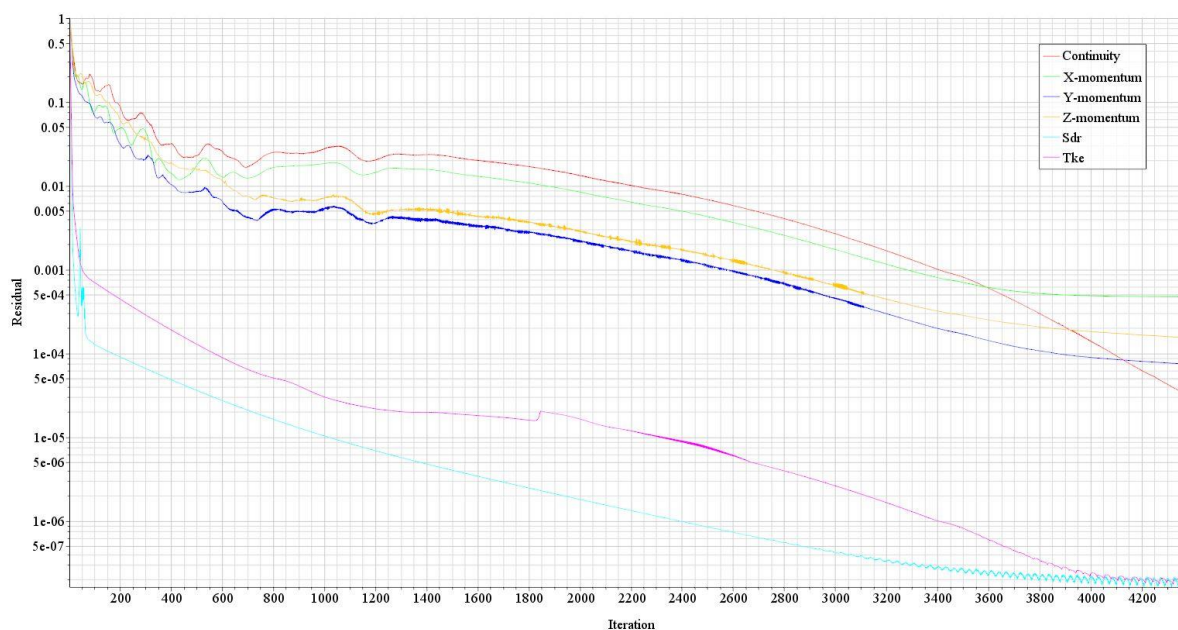


**Slika 31. Reziduali numeričke simulacije ne ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobiveni primjenom zidne funkcije**



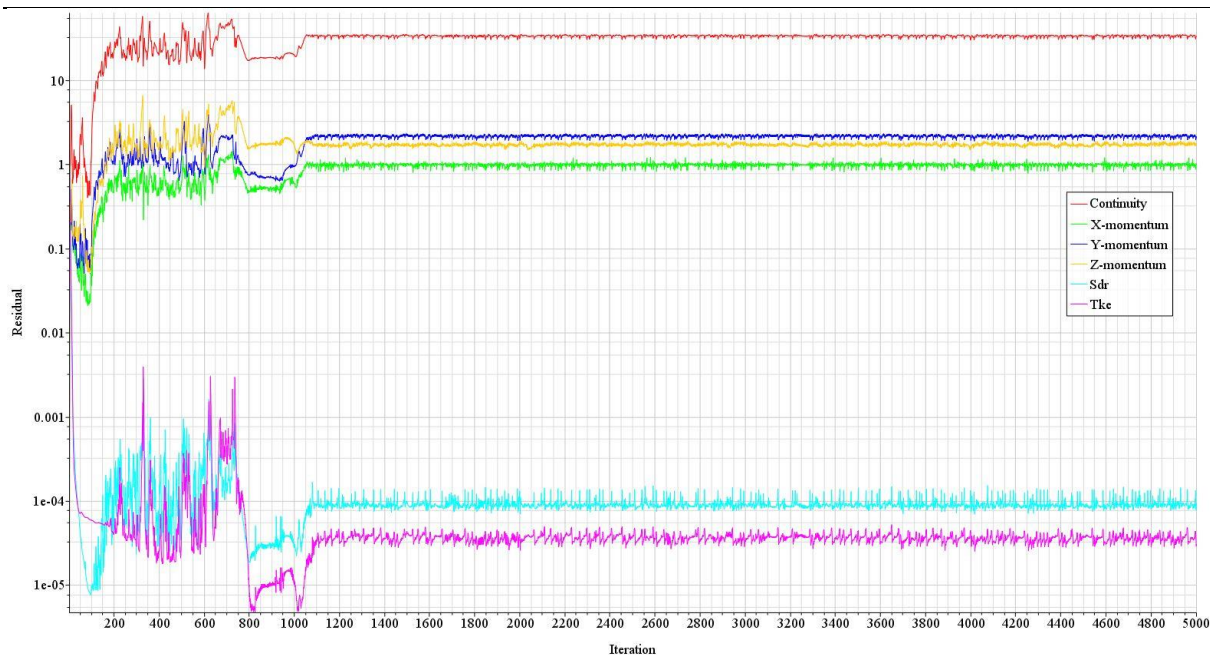


**Slika 32. Reziduali numeričke simulacije modela ne ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu dobiveni primjenom zidne funkcije**



**Slika 33. Reziduali numeričke simulacije modela ekvivalentne ravne ploče za finu mrežu s parametrom  $y^+ < 1$**

Pri provođenju numeričkih simulacija, čiji su reziduali prikazani na slikama 29.-33., primijenjeni su sljedeći faktori podrelaksacije: 0,5 za brzinu, 0,1 za tlak te 0,8 za  $k-\omega$  model turbulencije. Ukoliko rezultat numeričke simulacije ne konvergira, a takav slučaj je prikazan na slici 34., potrebno je smanjiti podrelaksacijske faktore. Na slici 34. prikazani su reziduali numeričke simulacije s podrelaksacijskim faktorima koji iznose: 0,7 za brzinu, 0,3 za tlak i 0,8 za  $k-\omega$  model turbulencije.



Slika 34. Primjer numeričke simulacije u kojoj reziduali nisu konvergirali

#### 8.4. Validacija rezultata

Validacija rezultata se provodi prema korelacijskoj liniji model-brod ITTC-1957 i Schoenherrovoj liniji trenja. Izračunat je koeficijent otpora trenja za ploču i model ravne ploče, obzirom da ovisi o Reynoldsovom broju. U tablici 9. su prikazani izračunati koeficijenti otpora trenja.

Tablica 9. Koeficijenti otpora trenja prema korelacijskoj liniji model-brod ITTC-1957 i Schoenherrovoj liniji trenja

|                   | $C_{F,ITTC-1957} \cdot 10^3$ | $C_{F,Schoenherr} \cdot 10^3$ |
|-------------------|------------------------------|-------------------------------|
| Ravna ploča       | 1,354                        | 1,348                         |
| Model ravne ploče | 3,318                        | 3,223                         |

Slijedeći korak je određivanje koeficijenta otpora trenja za sile dobivene numeričkim simulacijama, a rezultati su prikazani u tablici 10. Koeficijent otpora trenja se određuje prema jednadžbi (3).

Prema tablici 11. vidljivo je da su za Schoenherrovu liniju trenja dobivena manja odstupanja nego za korelacijsku liniju model-brod ITTC-1957. Za ekvivalentnu ploču, model ekvivalentne ploče i ne ekvivalentnu ploču uz primjenu zidnih funkcija odstupanje rezultata iznosi manje od 1% u odnosu na Schoenherrovu liniju trenja. Vidljivo je da su za model ne ekvivalentne ploče primjenom zidnih funkcija i model ekvivalentne ploče s parametrom

$y^+ < 1$  odstupanja znatno veća. Iz toga razloga bi u budućim istraživanjima trebalo provesti numeričke simulacije za iste ploče, ali s drugim modelom turbulencije.

**Tablica 10. Koeficijenti otpora trenja dobiveni numeričkim simulacijama**

|  |               | $C_{F,RDF} \cdot 10^3$ |
|--|---------------|------------------------|
| Ekvivalentna ploča (zidne funkcije)          | Gruba mreža   | 1,3378                 |
|  | Srednja mreža | 1,3380                 |
|  | Fina mreža    | 1,3498                 |
| Model ekvivalentne ploče (zidne funkcije)    | Gruba mreža   | 3,2144                 |
|  | Srednja mreža | 3,2193                 |
|  | Fina mreža    | 3,2278                 |
| Ne ekvivalentna ploča (zidne funkcije)       | Gruba mreža   | 1,3505                 |
|  | Srednja mreža | 1,3591                 |
|  | Fina mreža    | 1,3642                 |
| Model ne ekvivalentne ploče (zidne funkcije) | Gruba mreža   | 3,3765                 |
|  | Srednja mreža | 3,3828                 |
|  | Fina mreža    | 3,4032                 |
| Model ekvivalentne ploče $y^+ < 1$           | Gruba mreža   | 3,0016                 |
|  | Srednja mreža | 2,9988                 |
|  | Fina mreža    | 3,0175                 |

**Tablica 11. Usporedba koeficijenta otpora dobivenih numeričkim simulacijama s korelacijskom linijom model-brod ITTC-1957 i Schoenherrovom linijom trenja**

|  |               | $RD_{ITTC-1957}, \%$ | $RD_{Schoenherr}, \%$ |
|--|---------------|----------------------|-----------------------|
| Ekvivalentna ploča (zidne funkcije)          | Gruba mreža   | -1,223               | -0,804                |
|  | Srednja mreža | -1,207               | -0,787                |
|  | Fina mreža    | -0,337               | 0,086                 |
| Model ekvivalentne ploče (zidne funkcije)    | Gruba mreža   | -3,130               | -0,277                |
|  | Srednja mreža | -2,981               | -0,124                |
|  | Fina mreža    | -2,726               | 0,139                 |
| Ne ekvivalentna ploča (zidne funkcije)       | Gruba mreža   | -0,285               | 0,138                 |
|  | Srednja mreža | 0,354                | 0,780                 |
|  | Fina mreža    | 0,727                | 1,155                 |
| Model ne ekvivalentne ploče (zidne funkcije) | Gruba mreža   | 1,754                | 4,751                 |
|  | Srednja mreža | 1,945                | 4,947                 |
|  | Fina mreža    | 2,560                | 5,580                 |
| Model ekvivalentne ploče, $y^+ < 1$          | Gruba mreža   | -9,542               | -6,878                |
|  | Srednja mreža | -9,629               | -6,967                |
|  | Fina mreža    | -9,065               | -6,387                |

## 9. ZAKLJUČAK

U ovome radu je ispitana mogućnost određivanja koeficijenta otpora trenja primjenom numeričkih simulacija. Dan je pregled literature dosadašnjih istraživanja vezanih uz primjenu računalne dinamike fluida u brodskoj hidrodinamici te je prikazan matematički model za opis strujanja, koji se temelji na RANS jednadžbama. Numeričke simulacije su provedene za četiri ravne ploče. Za svaku ploču su generirane tri mreže različite gustoće s jednakim omjerima broja konačnih volumena. Pri provođenju numeričkih simulacija korišten je  $k-\omega$  SST model turbulencije. Rezultati dobiveni numeričkim simulacijama pokazuju zadovoljavajuće rezultate u usporedbi s korelacijskom linijom model-brod ITTC-1957 te Schoenherrovom linijom trenja. Vidljivo je bolje slaganje rezultata s linijom trenja prema Schoenherru, gdje je za ekvivalentnu ploču, model ekvivalentne ploče i ne ekvivalentnu ploču primjenom zidnih funkcija odstupanje manje od 1%. Ovo je očekivano obzirom da je ova linija trenja namijenjena za ravne ploče. Za model ne ekvivalentne ploče primjenom zidnih funkcija najveće odstupanje u usporedbi s linijom trenja prema Schoenherru iznosi 5%, a u usporedbi s korelacijskom linijom model-brod ITTC-1957 najveće odstupanje iznosi 2,5%. Za model ekvivalentne ploče provedena je numerička simulacija strujanja, pri kojoj je vrijednost parametra  $y^+$  u graničnom sloju manja od 1. Odstupanje rezultata dobivenih ovom numeričkom simulacijom od rezultata dobivenih korelacijskom linijom model-brod ITTC-1957 iznosi oko -9%, a odstupanje od Schoenherrove linije trenja iznosi oko -6%. Stoga bi u daljnjim istraživanjima vezanim uz određivanje otpora trenja ravne ploče trebalo provesti numeričku simulaciju primjenom drugog modela turbulencije. Na temelju dobivenih rezultata može se zaključiti da se računalna dinamika fluida može primijeniti za određivanje otpora trenja ravne ploče.

## LITERATURA

- [1] Eça, L., Hoekstra, M.: The numerical friction line, *Journal of Marine Science and Technology*, 2008., 13(4), pp. 328-345.
- [2] Katsui, T., Asai H., Himeno Y., Tahara Y.: The proposal of a new friction line, Fifth Osaka colloquium on advanced CFD applications to ship flow and hull form design, Osaka, Japan, 2005.
- [3] Demirel Y.K., Khorasanchi M., Turan O., Incecik A., Schultz, M.P.: A CFD model for the frictional resistance prediction of antifouling coatings, *Ocean Engineering*, 2014., 89, pp. 21-31.
- [4] Ahmed Y.M, Yaakoba O.B, Rashid M.F.A, Elbatran, A.H.: Determining Ship Resistance Using Computational Fluid Dynamics (CFD), *Journal of Transport System Engineering*, 2015., 2(1), pp. 20-25.
- [5] Park D.W.: A study on the effect of flat plate friction resistance on speed performance prediction at full scale, *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2015., 7, pp. 195-211.
- [6] Park S., Park, S.W., Rhee S.H., Lee, S.B., Choi, J.E., Kang, S.H.: Investigation on the wall function implementation for the prediction of ship resistance, *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2013., 5, pp. 33-46.
- [7] Farkas, A., Degiuli, N., Martić, I.: Assessment of hydrodynamic characteristics of a full-scale ship at different draughts, *Ocean Engineering* 2018., 156 pp. 135-152.
- [8] Seo, J.H., Seol, D.H., Lee, H.J., Rhee, S.H.: Flexible CFD meshing strategy for prediction of ship resistance and propulsion performance, *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2010., 2(3), pp. 139-145.
- [9] Eça, L., Hoekstra, M.: On the accuracy of the numerical prediction of scale effects on ship viscous resistance, *Proceedings of International conference on Computational Methods in Marine Engineering*, 2005. pp. 1-10.
- [10] Wang, Z., Ying Xiong, Y., Shi, L., Liu, Z.: Numerical flat plate friction line and its application, *Journal of Hydrodynamics, Ser B*, 2015., 27(3). pp. 383-393.
- [11] Degiuli, N., Otpor i propulzija broda, podloge za nastavu, <http://e-ucenje.fsb.hr/course/view.php?id=821>
- [12] Proceedings of the General Meeting of the American Towing Tank Conference, 1947.

- 
- [13] ITTC, Proceedings of the 8th ITTC, Madrid, Spain, 1957.
- [14] Džijan, I., Virag, Z.: Računalna dinamika fluida.
- [15] Werner, A., Degiuli, N., Mehanika fluida IIB, podloge za nastavu, <http://e-ucenje.fsb.hr/course/view.php?id=820>.
- [16] CD-Adapco User Guide.
- [17] ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Uncertainty Analysis in CFD Verification and Validation, 2008., Procedure 7.5-03-01-01.
- [18] Stern, F., Wilson, R.V., Coleman, H.W, Paterson, E.G: Comprehensive Approach to Verification and Validation of CFD Simulations–Part 1: Methodology and Procedures, Journal of Fluids Engineering, 2001., 123, pp. 793-801.
- [19] SHOPERA Benchmark Specification, Part II: The DTC Case Study.
- [20] ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Practical Guidelines for Ship CFD Applications, 2011., Procedure 7.5-03-02-03.
- [21] Rui, D., De-bo, H., Guang-Li, Z., Hua-wi, S.: Investigation on Some Factors Effecting Ship Resistance Calculation with CFD Code Fluent, Journal of Ship Mechanics, 2013., 17(6), pp. 616-624.
- [22] ITTC Recommended Procedures, Fresh Water and Seawater Properties, 2011., Procedure 7.5-02-01-03.

## **PRILOZI**

I. CD-R disc