

# Analiza ovjesa bolida Formule Student u programskom paketu Adams Car

---

**Berljavac, Paolo**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:679132>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-02**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Paolo Berljavac**

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**Analiza ovjesa bolida Formule  
Student u programskom paketu  
Adams Car**

Zagreb, 2019.

Mentor:  
Doc. dr. sc. Goran Šagi, dipl. ing.

Student:  
Paolo Berljavac

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru Doc. dr. sc. Goranu Šagiju na savjetima pri izradi rada i kolegama iz *FSB Racing Team*-a na kvalitetnim raspravama te podijeljenom znanju. Najveće zahvale idu mojoj obitelji zbog moralne podrške tokom preddiplomskog studija.

Paolo Berljavac



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarški i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Paolo Berljavac** Mat. br.: 0035203668

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza ovjesa bolida Formule Student u programskom paketu Adams Car**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Analysis of a Formula Student race car suspension system in software package Adams Car**

Opis zadatka:

U posljednjih desetak godina studenti FSB-a sudjeluju u međunarodnom natjecanju Formula Student. U sklopu natjecanja cilj je da studenti osmisle, konstruiraju i izrade novi trkaći bolid. Prilikom razvoja vozila nezaobilazna je primjena računalnih simulacija, a u sklopu ovog rada, cilj je po prvi puta za razvoj jednog bolida FSB Racing Team-a koristiti programski paket Adams Car.

U okviru završnog rada potrebno je:

- Prikazati zahtjeve aktualnog Formula Student pravilnika koji se odnose na konstrukciju ovjesa bolida.
- Prikazati kinematičke značajke ovjesa i njihov utjecaj na ponašanje bolida.
- Analitički proračunati opružno-prigušne karakteristike ovjesa.
- Izraditi model bolida primjenom dinamike sustava više tijela (engl. *multibody dynamics*) u programskom paketu Adams Car.
- Usporediti rezultate analitičkog proračuna opružno-prigušnih karakteristika ovjesa s rezultatima simulacija u programskom paketu Adams Car za različite ispitne procedure.
- Analizirati utjecaj promjene kinematičkih značajki ovjesa i opružno-prigušnih karakteristika na dinamičko ponašanje bolida.

Pri izradi se treba pridržavati uobičajenih pravila za izradu završnog rada. U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

29. studenog 2018.


Rok predaje rada:

- 1. rok: 22. veljače 2019.
- 2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.
- 3. rok: 20. rujna 2019.


Predvideni datumi obrane:

- 1. rok: 25.2. - 1.3. 2019.
- 2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.
- 3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:

  
Doc. dr. sc. Goran Šagi

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Igor Balen

## SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
1.1. FSB Racing Team.....	1
1.2. Ciljevi u razvoju .....	3
1.3. Konstrukcijska ograničenja .....	4
2. KINEMATIČKI PARAMETRI OVJESA .....	6
2.1. Odabir kinematičkih značajki.....	7
2.1.1. Grafički prikaz kinematičkih značajki .....	9
2.1.1.1. Prednji ovjes.....	10
2.1.1.2. Stražnji ovjes.....	11
3. OPRUŽNO-PRIGUŠNE KARAKTERISTIKE.....	12
3.1. Četvrtinski model bolida .....	12
3.1.1. Proračun krutosti vožnje prednjeg ovjesa bolida .....	14
3.1.2. Proračun krutosti vožnje stražnjeg ovjesa bolida.....	14
3.2. Uzdužna dinamika bolida .....	15
3.2.1. Gradijent poniranja bolida.....	16
3.2.2. Gibanje ovješene mase pri kočenju.....	17
3.3. Poprečna dinamika bolida .....	18
3.3.1. Gradijent valjanja bolida .....	19
3.3.1.1. Krutost valjanja uslijed krutosti opruga.....	19
3.3.1.2. Izračun krutost valjanja uslijed krutosti stabilizatora .....	20
3.3.1.3. Izračun ukupne krutosti valjanja ovjesa.....	20
3.3.1.4. Izračun prirodne rezonancijske frekvencije valjanja bolida .....	21
3.3.1.5. Izračun gradijenta valjanja bolida.....	21
3.3.2. Gibanje ovješene mase pri vožnji kroz zavoj.....	22
3.4. Prigušne karakteristike .....	24
3.4.1. Odabir amortizera.....	26
3.4.2. Izračun prigušenja vertikalnog pomaka kotača.....	28
3.4.3. Izračun omjera prigušenja gibanja bolida .....	30
4. VANJSKI UTJECAJI NA DINAMIČKO PONAŠANJE BOLIDA .....	33
4.1. Sile trenja prijanjanja.....	33
4.2. Aerodinamičke sile .....	36
4.2.1. Sila uzgona zraka .....	36
4.2.2. Sila otpora zraka.....	37
5. IZRADA MODELA VOZILA U PROGRAMSKOM PAKETU ADAMS CAR.....	38
5.1. Opis konstrukcije modela vozila .....	38

5.2.	Adams Car Template builder.....	38
5.3.	Adams Car Standard interface.....	39
5.3.1.	Podsustavi vozila (engl. Subsystems) .....	39
5.3.2.	Sklop vozila (engl. Full-vehicle assembly).....	41
6.	USPOREDBA DINAMIKE MODELA BOLIDA U PROGRAMSKIM PAKETIMA ADAMS CAR I CARSIM.....	43
6.1.	Procedura ubrzanja .....	43
6.2.	Procedura kočenja.....	47
6.3.	Procedura osmice.....	51
6.4.	Zaključak nakon usporedbe programskih paketa .....	54
7.	UTJECAJ PROMJENE PARAMETARA OVJESA BOLIDA NA OSTVARIVE PERFORMANSE.....	55
7.1.	Utjecaj promjene kinematičkih značajki ovjesa bolida na performanse .....	55
7.1.1.	Teoretski utjecaj kinematičkih značajki na ponašanje vozila [17].....	55
7.1.2.	Fizičko podešavanje kinematičkih značajki na bolidu.....	55
7.1.3.	Utjecaj kinematičkih značajki na performanse bolida u proceduri „osmice“ ....	57
7.1.4.	Utjecaj kinematičkih značajki na performanse bolida u proceduri vožnje zavojem konstantnog radijusa.....	59
7.2.	Utjecaj promjene opružnih karakteristika ovjesa bolida na performanse.....	62
8.	ZAKLJUČAK .....	65

## POPIS SLIKA

Slika 1. <i>Strix R</i> na natjecanju <i>Formula Student UK</i> 2018. godine .....	3
Slika 2. <i>Strix R</i> na <i>Tilt test-u</i> ; <i>FS Czech</i> 2018. godine .....	4
Slika 3. Pitch center u bočnom pogledu na vozilo [8] .....	6
Slika 4. Centar valjanja izveden u prednjem pogledu na kotač, pozitivan radijus zakretanja kotača ( $r_s$ ) [8].....	7
Slika 5. Trenutna os izvedena iz geometrije vodilica kotača [9] .....	8
Slika 6. Kinematičke značajke kotača u bočnom pogledu [9] .....	9
Slika 7. Kutne kinematičke značajke prednjeg ovjesa bolida .....	10
Slika 8. Duljinske i postotne kinematičke značajke prednjeg ovjesa bolida.....	10
Slika 9. Kutne kinematičke značajke stražnjeg ovjesa bolida.....	11
Slika 10. Duljinske i postotne kinematičke značajke stražnjeg ovjesa bolida .....	11
Slika 11. Četvrtinski modela bolida .....	12
Slika 12. Uzdužni model vozila (4 stupnja slobode gibanja).....	15
Slika 13. Poprečni model jednog traga kotača (4 stupnja slobode gibanja).....	18
Slika 14. Prolaz viskoznog fluida kroz provrt u klipu amortizera, deformacija lamelnih ventila [11] .....	25
Slika 15. Razlika u prigušenju pri kompresiji i ekspanziji, pritom je prigušna sila ovisna o brzini [9] .....	25
Slika 16. Vrste krivulja prigušenja amortizera (redom: progresivna, linearna, degresivna) [11] .....	26
Slika 17. Prikaz konstrukcijske izvedbe amortizera <i>Öhlins TTX25 Mk2</i> [13] .....	27
Slika 18. Odabrane prigušne karakteristike amortizera .....	28
Slika 19. Odziv sustava na <i>step</i> pobudu ovisno o omjeru prigušenja [15].....	30
Slika 20. Osnovne sile i moment koji se javljaju na podlozi uz prikaz kutne brzine i ukupne brzine translacije kotača [16] .....	34
Slika 21. 3D prikaz ovisnosti sila prijanjanja (uzdužna sila $F_x$ i poprečna sila $F_y$ ) o kombinacijama kuta bočnog klizanja $\alpha$ i faktoru klizanja kotača $\kappa$ [16] .....	35
Slika 22. Opći oblik <i>Magic formule</i> za varijablu $Y$ ovisnu o parametru $X$ [16].....	35
Slika 23. Generički „g-g-v“ dijagram za različite brzine vožnje [9].....	37
Slika 24. Prozor u kojem se definiraju svojstva podsustava <i>chassis</i> .....	39
Slika 25. Izbornik <i>Modify</i> prednjeg gornjeg poprečnog ramena u <i>Adams Car-u</i> (lijevo), podsklop prednjeg gornjeg poprečnog ramena u <i>SolidWorks-u</i> (desno).....	40
Slika 26. Podsustav prednjeg ovjesa bolida u kojem sivi cilindri predstavljaju elastične veze dijelova ovjesa.....	40
Slika 27. Sklop cijelog vozila (engl. <i>vehicle assembly</i> ) .....	41
Slika 28. Izbornik s ulaznim podacima za simulaciju procedure vožnje <i>skidpad</i> uz ugrađeni model vozača <i>SmartDriver</i> .....	42
Slika 29. Prozor za definiranje procedure ubrzanja .....	43
Slika 30. Ovisnost uzdužne akceleracije o vremenu trajanja procedure ubrzanja .....	45
Slika 31. Ovisnost kuta poniranja ovješene mase o vremenu trajanja procedure ubrzanja .....	46
Slika 32. Ovisnost pogonskog momenta na jedan kotač o vremenu trajanja procedure ubrzanja .....	46
Slika 33. Ovisnost brzine vožnje o vremenu trajanja procedure ubrzanja .....	47
Slika 34. Prozor za definiranje procedure kočenja.....	47
Slika 35. Ovisnost uzdužne akceleracije o vremenu trajanja procedure kočenja.....	49
Slika 36. Ovisnost kuta poniranja ovješene mase o vremenu trajanja procedure kočenja.....	49
Slika 37. Ovisnost uzdužne sile prijanjanja na kontaktu kotača s podlogom o vremenu trajanja procedure kočenja .....	50



Slika 38. Ovisnost brzine vožnje o vremenu trajanja procedure kočenja .....	50
Slika 39. Bolid na ulazu u <i>skidpad</i> unutar Adams Car sučelja .....	51
Slika 40. Prozor za definiranje procedure <i>3D road</i> .....	52
Slika 41. Ovisnost bočne akceleracije o vremenu trajanja procedure osmice .....	53
Slika 42. Ovisnost kuta valjanja ovješene mase o vremenu trajanja procedure osmice .....	53
Slika 43. Ovisnost pozicije na stazi o vremenu trajanja procedure osmice .....	54
Slika 44. Pločica za podešavanje bočnog nagiba kotača (označena crvenom bojom), ugrađena na prihvat gornje vilice na šasiju.....	56
Slika 45. Rodobal RM MTE zglobna glava .....	56
Slika 46. Zglobne glave koje služe za podešavanje usmjerenosti kotača, ugrađene na krajevima spona.....	57
Slika 47. Pozitivan bočni nagib kotača .....	57
Slika 48. Definicija kuta usmjerenosti kotača, prikazano na prednjem ovjesu.....	58
Slika 49. Prikaz prozora za definiranje procedure <i>Constant radius cornering</i> .....	59
Slika 50. Ovisnost bočne akceleracije o vremenu procedure vožnje zavojem konstantnog radijusa za neutralne postavke te za kombinaciju optimalnih postavki .....	60
Slika 51. Ovisnost kuta zakreta upravljača o vremenu procedure vožnje zavojem konstantnog radijusa za neutralne te za kombinaciju optimalnih postavki .....	61
Slika 52. Sklop stražnjeg stabilizatora .....	62
Slika 53. Ovisnost kuta zakreta upravljača o bočnoj akceleraciji za različite postavke krutosti valjanja (prema tablici 13.).....	64
Slika 54. Ovisnost kuta zakreta upravljača o bočnoj akceleraciji za različite postavke krutosti valjanja (prema tablici 13.) uz isključeno djelovanje otpora zraka.....	64

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Specifikacije prethodnih bolida FSB Racing Team-a .....	1
Tablica 2. Ulazni podaci za četvrtinski model bolida .....	13
Tablica 3. Ulazni podaci modela uzdužne dinamike bolida.....	16
Tablica 4. Ulazni podaci za poprečni model bolida .....	19
Tablica 5. Ulazni podaci za izračun prigušenja i omjera prigušenja gibanja bolida .....	28
Tablica 6. Izračunato prigušenje prednjeg amortizera ovisno o vrsti gibanja.....	29
Tablica 7. Izračunato prigušenje stražnjeg amortizera ovisno o vrsti gibanja .....	29
Tablica 8. Izračunato prigušenje pomaka prednjeg kotača ovisno o vrsti gibanja.....	29
Tablica 9. Izračunato prigušenje pomaka stražnjeg kotača ovisno o vrsti gibanja .....	29
Tablica 10. Izračunati omjeri prigušenja pomaka prednjeg kotača ovisno o vrsti gibanja .....	32
Tablica 11. Izračunati omjeri prigušenja pomaka stražnjeg kotača ovisno o vrsti gibanja.....	32
Tablica 11. Ostvarene performanse u proceduri „osmice“ za postavljene kinematičke značajke vozila .....	58
Tablica 12. Ostvarene performanse u zavoju konstantnog radijusa za postavljene kinematičke značajke vozila .....	60
Tablica 13. Postavke bolida za različite krakove poluga stabilizatora.....	63

## POPIS OZNAKA

Pritom su korištene oznake u skladu s korištenom literaturom pri izradi rada.

Oznaka	Mjerna jedinica	Opis
$a_X$	$g$	Promatrano uzdužno ubrzanje
$a_Y$	$g$	Promatrano bočno ubrzanje
$A_F$	$m^2$	Frontalna površina vozila
$a_S$	–	Omjer prednje i ukupne ovješene mase
$B_{UT}$	$mm$	Širina podnice
$C_{ACC-\theta}$	$Ns/mrad$	Prigušenje pri poniranju ovješene mase uslijed ubrzanja
$C_{BRK-\theta}$	$Ns/mrad$	Prigušenje pri poniranju ovješene mase uslijed kočenja
$C_{CR-S}$	$Ns/m$	Kritično prigušenje ovješene mase pri vertikalnom hodu kotača
$C_{CR-\theta}$	$Ns/mrad$	Kritično prigušenje ovješene mase pri poniranju
$C_{CR-\phi}$	$Ns/mrad$	Kritično prigušenje ovješene mase pri valjanju
$C_{D-LS-C}$	$Ns/m$	Prigušenje kompresije amortizera niskom brzinom
$C_{D-LS-E}$	$Ns/m$	Prigušenje ekspanzije amortizera niskom brzinom
$C_{D-HS-C}$	$Ns/m$	Prigušenje kompresije amortizera visokom brzinom
$C_{D-HS-E}$	$Ns/m$	Prigušenje ekspanzije amortizera visokom brzinom
$C_{W-LS-C}$	$Ns/m$	Prigušenje pomaka kotača prema gore niskom brzinom
$C_{W-LS-E}$	$Ns/m$	Prigušenje pomaka kotača prema dolje brzinom
$C_{W-HS-C}$	$Ns/m$	Prigušenje pomaka kotača prema gore visokom brzinom
$C_{W-HS-E}$	$Ns/m$	Prigušenje pomaka kotača prema dolje visokom brzinom
$C_\phi$	$Ns/m$	Prigušenje pri valjanju ovješene mase uslijed bočne akceleracije
$c_D$	–	Koeficijent otpora zraka
$c_L$	–	Koeficijent uzgona zraka
$d_{ARB}$	$mm$	Unutarnji promjer stabilizatora
$D_{ARB}$	$mm$	Vanjski promjer stabilizatora
$F_D$	$N$	Sila otpora zraka

$F_L$	$N$	Negativna sila uzgona
$F_{ST}$	$N$	Statička vertikalna sila na kotaču
FLT	—	Omjer prednje i ukupne poprečne preraspodjele opterećenja
$f_{n,s}$	$Hz$	Vlastita frekvencija ovješene mase
$f_{n,\theta}$	$Hz$	Vlastita frekvencija poniranja ovješene mase
$f_{n,\phi}$	$Hz$	Vlastita frekvencija valjanja ovješene mase
$G$	$N/mm^2$	Modul smičnosti čelika
$H_{CG,S}$	$mm$	Visina težišta ovješene mase
$H_{CG,US}$	$mm$	Visina težišta neovješene mase
$H_D$	$mm$	Visina hvatišta sile otpora zraka
$H_{FW}$	$mm$	Udaljenost prednjeg krila od tla
$H_{PC}$	$mm$	Visina centra poniranja
$H_{RC}$	$mm$	Visina centra valjanja
$H_{UT}$	$mm$	Udaljenost podnice od tla
$I_{P,ARB}$	$mm^4$	Polarni moment tromosti stabilizatora
$I_{\theta 0}$	$kgm^2$	Inercija poniranja ovješene mase oko težišta
$I_{\theta}$	$kgm^2$	Inercija poniranja ovješene mase oko osi poniranja
$I_{\phi 0}$	$kgm^2$	Inercija valjanja ovješene mase oko težišta
$I_{\phi}$	$kgm^2$	Inercija valjanja ovješene mase oko osi valjanja
$K_{RR}$	$N/mm$	Računska krutost vožnje ovjesa
$K_{WR}$	$N/mm$	Računska krutost vertikalnog pomaka kotača
$K_{SR}$	$N/mm$	Računska krutost opruge
$K_S$	$N/mm$	Odobrana krutost opruge
$K_{R,ARB}$	$N/mm$	Krutost vožnje ovjesa uslijed otpora valjanju stabilizatora
$K_T$	$N/mm$	Krutost pneumatika
$K_{T,ARB}$	$Nmm/^\circ$	Torzijska krutost stabilizatora
$K_{W,ARB}$	$N/mm$	Krutost vertikalnog pomaka kotača uslijed otpora valjanju stabilizatora
$K_W$	$N/mm$	Krutost vertikalnog pomaka kotača
$K_R$	$N/mm$	Krutost vožnje ovjesa
$K_{\theta}$	$Nm/^\circ$	Krutost ovjesa pri poniranju ovješene mase
$K_{\phi}$	$Nmm/^\circ$	Krutost valjanja ovjesa

$K_{\phi,ARB}$	$Nmm/^\circ$	Krutost valjanja ovjesa uslijed otpora valjanju stabilizatora
$K_{\phi,S}$	$N/mm$	Krutost valjanja uslijed krutosti opruga
$L$	$mm$	Međuosovinski razmak
$L_{ARB}$	$mm$	Efektivna duljina stabilizatora
$m_S$	$kg$	Ukupna ovješena masa
$m_{US}$	$kg$	Ukupna neovješena masa
$M_D$	$Nm$	Moment poniranja uslijed sile otpora zraka
$MR$	–	Omjer poluge opruge i amortizera
$MR_{ARB}$	–	Omjer poluge stabilizatora
$M_{\phi}/a_Y$	$Nmm/g$	Moment valjanja po jedinici bočne akceleracije
$R_{ARB}$	$mm$	Krak aktuatora stabilizatora
$R_{M\phi}$	$mm$	Srednji krak momenta valjanja
$r_e$	$mm$	Efektivni radijus valjanja
$T$	$mm$	Trag kotača
$V_x$	$mm/s$	Uzdužna komponenta brzine gibanja
$V_y$	$mm/s$	Poprečna komponenta brzine gibanja
$v$	$m/s$	Ukupna brzina gibanja
$v_{kn}$	$mm/s$	Brzina loma krivulje prigušenja
$X_{CG,S}$	$mm$	Uzdužna udaljenost težišta ovješene mase od prednjeg traga kotača
$X_{FW}$	$mm$	Prevjes prednjeg krila od prednjeg traga kotača
$X_{PC}$	$mm$	Uzdužna udaljenost centra poniranja od prednjeg traga kotača
$\Delta W_{ACC}$	$N$	Ukupna preraspodjela opterećenja pri ubrzanju
$\Delta W_{BRK}$	$N$	Ukupna preraspodjela opterećenja pri kočenju
$\Delta W_{X,EL,S}$	$N$	Uzdužna elastična preraspodjela opterećenja ovješene mase
$\Delta W_{X,G,S}$	$N$	Uzdužna geometrijska preraspodjela opterećenja ovješene mase
$\Delta W_{X,G,US}$	$N$	Uzdužna geometrijska preraspodjela opterećenja neovješene mase
$\Delta W_{Y,EL,S}$	$N$	Poprečna elastična preraspodjela opterećenja ovješene mase
$\Delta W_{Y,G,S}$	$N$	Poprečna geometrijska preraspodjela opterećenja ovješene mase

$\Delta W_{Y,G,US}$	$N$	Poprečna geometrijska preraspodjela opterećenja neovješene mase
$\Delta W_Y$	$N$	Ukupna preraspodjela opterećenja pri bočnoj akceleraciji
$\Delta S_{ACC}$	$mm$	Vertikalni pomak kotača pri ubrzanju
$\Delta S_{BRK}$	$mm$	Vertikalni pomak kotača pri kočenju
$\Delta S_L$	$mm$	Vertikalni pomak kotača uslijed negativne sile uzgona
$\Delta S_S$	$mm$	Statički progib zavojne torzijske opruge
$\theta_{ACC}$	$^\circ$	Kut poniranja ovještene mase pri ubrzanju
$\theta_{ACC,UK}$	$^\circ$	Ukupni kut poniranja ovještene mase pri ubrzanju
$\theta_{BRK}$	$^\circ$	Kut poniranja ovještene mase pri kočenju
$\theta_D$	$^\circ$	Kut poniranja ovještene mase uslijed sile otpora zraka
$\theta_{DOP}$	$^\circ$	Dopušteni kut poniranja ovještene mase
$\theta/a_X$	$^\circ/g$	Gradijent poniranja ovještene mase
$\phi$	$^\circ$	Kut valjanja ovještene mase pri vožnji kroz zavoj
$\phi_{BRK}$	$^\circ$	Dopušteni kut valjanja ovještene mase
$\phi/a_Y$	$^\circ/g$	Gradijent valjanja ovještene mase
$(\phi/a_Y)_S$	$^\circ/g$	Gradijent valjanja ovještene mase uslijed krutosti opruga
$\Omega$	$rad/s$	Kutna brzina vrtnje kotača s klizanjem
$\Omega_0$	$rad/s$	Kutna brzina vrtnje kotača bez klizanja
$\alpha$	$^\circ$	Kut bočnog klizanja
$\zeta_{ACC-\theta}$	—	Omjer prigušenja poniranja pri ubrzanju
$\zeta_{BRK-\theta}$	—	Omjer prigušenja poniranja pri kočenju
$\zeta_{W-LS-C}$	—	Omjer prigušenja pomaka kotača prema gore niskom brzinom
$\zeta_{W-LS-E}$	—	Omjer prigušenja pomaka kotača prema dolje niskom brzinom
$\zeta_{W-HS-C}$	—	Omjer prigušenja pomaka kotača prema gore visokom brzinom
$\zeta_{W-HS-E}$	—	Omjer prigušenja pomaka kotača prema dolje visokom brzinom
$\zeta_\phi$	—	Omjer prigušenja valjanja pri bočnoj akceleraciji
$\kappa$	—	Faktor klizanja kotača
$\rho$	$kg/m^3$	Gustoća zraka

## SAŽETAK

U ovom je radu prikazan razvoj sustava ovjesa *Formula Student* bolida *RT06E* gledano kroz analizu kinematičkih i dinamičkih značajki. U sklopu rada je provedena analiza kinematičkih značajki sustava ovjesa bolida, analitički proračun opružno-prigušnih karakteristika bolida te je promatrano dinamičko ponašanje bolida kroz *multibody dynamics* simulacijske alate.

Prvotno su prezentirani ciljevi postavljeni pri razvoju ovog sustava vozila. Nadalje, navedena su konstrukcijska ograničenja koja se pojavljuju pri razvoju sustava ovjesa te zahtjevi koje diktira pravilnik natjecanja *Formula Student* [1]. Također, prikazane su postignute kinematičke značajke bolida te je pojašnjen njihov utjecaj na performanse bolida. Određene su opružno-prigušne karakteristike bolida kroz analitički proračun te je objašnjen njihov utjecaj na upravljivost i odziv vozila. Usporedbom rezultata *multibody dynamics* simulacija procedura vožnje bolida iz *Adams Car* alata s *CarSim Mechanical Simulation*-om validirani su izrađeni modeli. Finalno, analiziran je utjecaj postavki opružnih karakteristika i kinematičkih značajki na ostvarive performanse bolida kroz simulacije procedura vožnje u *multibody dynamics* alatu *Adams Car*.

Ključne riječi: dinamika vozila, opružno-prigušne karakteristike, *Adams Car*, *FSB Racing Team*, *Formula Student*.

## SUMMARY

In this thesis, the suspension system development process of a *Formula Student* vehicle *RT06E* is shown through the analysis of its kinematic and dynamic characteristics. The analytical calculation of springing and damping parameters of the vehicle is worked through. Also, the dynamic performance of the vehicle is evaluated through multibody dynamics simulation tools.

Firstly, the goals that have been set at the beginning of the suspension system development process are shown together with the design limitations. Most of the limitations are set by the *Formula Student* competition rulebook. The suspension system's kinematic characteristics are shown and their impact on vehicle performance is reviewed. The springing and damping parameters are calculated analytically. Furthermore, their impact on the maneuverability and the vehicle response is explained. Vehicle models which are created in *Adams Car* and *CarSim Mechanical Simulation* are validated through the comparison of driving procedures simulated in them. Finally, the impact of springing and kinematic settings on vehicle performance is analyzed through driving procedures simulated in the *Adams Car multibody dynamics* tool.

Keywords: vehicle dynamics, springing and damping characteristics, *Adams Car*, *FSB Racing Team*, *Formula Student*.



## 1. UVOD







Bolid *Formule Student* je prototipno vozilo za koje većinu komponenti smišljaju i razvijaju studenti koji pripadaju sveučilišnim timovima. Cilj na međunarodnim natjecanjima je kroz statičke discipline dokazati inovativnost, proizvodljivost i isplativost izrade takvog vozila te kroz dinamičke discipline sposobnost ubrzanja, stabilnost i upravljivost bolida. Natjecanja i izrada bolida su definirani pravilnikom *Formule Student* [1] koji je stvoren s primarnim ciljem da bolidi koji ispunjavaju sve navedene uvjete u pravilniku budu sigurni za vožnju.













### 1.1. FSB Racing Team

FSB Racing Team je prvi i najuspješniji hrvatski tim koji od 2006. godine nastupa na međunarodnim Formula Student natjecanjima. Sastoji se od pedesetak članova s nekoliko različitih sastavnica Sveučilišta u Zagrebu. Tim financira svoje projekte iz sklopljenih sponzorstava, no svakako se kao najveća financijska podrška ističe Fakultet strojarstva i brodogradnje.

Od svojih početaka FSB Racing Team je postignuo velik napredak, što je ponajprije vidljivo prema tablici 1. usporedbom mase prvog i posljednjeg bolida. Plasman na natjecanjima je popratio povećanje iskustva i *know-how*-a u timu.

**Tablica 1. Specifikacije prethodnih bolida FSB Racing Team-a**

Bolid	Osnovne specifikacije	Plasman
<p><i>Kuna, 2006.</i></p> 	<p>Motor: Yamaha R6            ECU: Autronic SMC            Mjenjač: 6 brzina, sekvencijalni            Šasija: Cijevna čelična            Oklop: Staklena vlakna            Masa bolida: 317 kg            Ubrzanje: 5 s            Maks. brzina: 160 km/h</p>	<p>35. od 72 tima</p> 
<p><i>Ris, 2007.</i></p> 	<p>Motor: Yamaha R6            ECU: Autronic SMC            Mjenjač: 6 brzina, sekvencijalni            Šasija: Cijevna čelična + alu. straga            Oklop: Staklena i ugljična vlakna            Masa bolida: 270 kg            Ubrzanje: 4,5 s            Maks. brzina: 160 km/h</p>	<p>48. od 84 tima</p> 
<p><i>Likos, 2012.</i></p> 	<p>Motor: Yamaha R6            ECU: VEMS            Mjenjač: 6 brzina, sekvencijalni            Šasija: Cijevna čelična            Oklop: Ugljična i aramidna vlakna            Masa bolida: 263 kg            Ubrzanje: 4,4 s            Maks. brzina: 160 km/h</p>	<p>24. od 103 tima</p> 

Bolid	Osnovne specifikacije	Plasman
<p><i>Arctos</i>, 2013.</p> 	<p>Motor: Yamaha R6            ECU: VEMS            Mjenjač: 6 brzina, sekvencijalni            Šasija: Cijevna čelična            Oklop: Ugljična vlakna            Masa bolida: 230 kg            Ubrzanje: 4,4 s            Maks. brzina: 144 km/h</p>	<p>56. od 75 timova</p>  
<p><i>Arctos R</i>, 2014.</p> 	<p>Motor: Yamaha R6            ECU: VEMS            Mjenjač: 6 brzina, sekvencijalni            Šasija: Cijevna čelična            Oklop: Ugljična i aramidna vlakna            Masa bolida: 223 kg            Ubrzanje: 4,4 s            Maks. brzina: 125 km/h</p>	<p>10. od 97 timova</p>  
<p><i>Strix</i>, 2017.</p> 	<p>Motor: Husqvarna TE610            ECU: VEMS            Mjenjač: 4 brzine, sekvencijalni            Šasija: Cijevna čelična, 25CrMo4            Oklop: Ugljična vlakna            Masa bolida: 215 kg            Ubrzanje: 5 s            Maks. brzina: 110 km/h</p>	<p>13. od 41 tima</p>  
<p><i>Strix R</i>, 2018.</p> 	<p>Motor: Husqvarna TE610            ECU: Vlastito razvijeni            Mjenjač: 4 brzine, sekvencijalni            Šasija: Cijevna čelična, 25CrMo4            Oklop: Ugljična vlakna            Masa bolida: 207 kg            Ubrzanje: 4,7 s            Maks. brzina: 110 km/h</p>	<p>12. od 81 tima</p>  

Na *Strix R* bolidu je predstavljeno nekoliko inovativnih rješenja koja su impresionirala suce i studente drugih timova na natjecanjima. Prvotno treba istaknuti integrirano kućište mjenjača koji je ujedno kućište radilice i diferencijala s diskovima stražnjih kočnica montiranim na sebi. Integracijom komponenti pogona na taj način je postignuto smanjenje gabarita i mase tog podsustava vozila. Također treba istaknuti i sustav ovjesa bolida izveden s poprečnim lisnatim oprugama. Te su opruge na krajevima prihvaćene za gornja poprečna ramena ovjesa, a središnje pomoću dva prihvata na šasiju. Ovim načinom montaže su unutar istog elementa vozila postignute tražena krutost vožnje i efekt stabilizacije valjanja bolida, čime je poništena potreba za stabilizatorima (engl. *anti-roll bars*). Na području elektronike je za *R* verziju bolida projektirano i izrađeno vlastito računalo vozila [2] koje se pokazalo kao robusnija alternativa *VEMS* elektronicima. Iako aerodinamički paket nije bio pretjerano napredan zbog nedostatka difuzora i bokova koji bi smanjili turbulenciju zraka uzrokovanu rotacijom stražnjih kotača, konstrukcija prednjeg i stražnjeg krila *R* verzije bolida je šuplja te su oklopi napravljeni od samo 3 sloja tkanja karbonskih vlakana, čime je skinuto oko 4 kg s aerodinamičkog paketa u odnosu na prethodnu verziju.



Slika 1. *Strix R* na natjecanju *Formula Student UK 2018.* godine

Višegodišnje koncipiranje električnog pogona bolida (prikazano u radovima [3] i [4]) dovelo je do toga da su tijekom prošle akademske godine članovi tima istovremeno radili na usavršavanju bolida *Strix* te razvoju bolida s električnim pogonom i kompozitnom *monocoque* šasijom [5], koji će se natjecati u *Electric Vehicle* kategoriji natjecanja *Formula Student*.

## 1.2. Ciljevi u razvoju

Iako plasman prethodne sezone natjecanja nije izostao, podsustav ovjesa bolida izveden s poprečnim lisnatim opružnim elementom uz prethodno navedenu prednost, donosi sljedeće nedostatke:

- pretežno savojno opterećena poprečna ramena ovjesa,
- ne poništava potrebu za prigušnim elementima (amortizerima),
- mali opseg mogućnosti podešavanja visine vozila, krutosti vožnje i valjanja.

Zbog ovih nedostataka je za električni bolid *RT06E* odlučeno razviti sustav ovjesa koji napušta poprečni opružni element u svrhu omogućavanja veće podesivosti opružnih karakteristika, kinematičkih značajki i statičke visine bolida. Također, odabrani prigušni elementi omogućiti će veliki raspon podesivosti prigušnih karakteristika. Jedan od ciljeva je i razviti sustav prijenosa sila na opružno-prigušne elemente koji osigurava pretežno aksijalno opterećenje cijevi poprečnih ramena. To za zavarenu izvedbu poprečnih ramena omogućava odabir čeličnih cijevi manjih promjera i debljina stijenki. Uz to, ostavlja i mogućnost razvoja poprečnih ramena izrađenih od kompozitnih cijevi u lijepljenoj izvedbi, što bi donijelo dodatnu uštedu na masi.

Odlučeno je model vozila izraditi u *Adams Car* simulacijskom alatu za dinamiku više tijela (engl. *Multibody Dynamics*) zbog daleko većih mogućnosti analize i podešavanja komponenti sustava ovjesa i upravljanja bolida. Takav softver će omogućiti implementaciju modela gume koji vjerno opisuje stvarne karakteristike odabranih trkaćih pneumatika što dovodi do povećavanja točnosti simuliranja dinamičkog ponašanja bolida u usporedbi sa stvarnim uvjetima. Kroz simulacije procedura vožnje cilj je optimirati opružno-prigušne karakteristike te osnovne kinematske parametre ovjesa bolida u svrhu postizanja što boljih voznih karakteristika.

Nakon završetka definiranja svih parametara ovjesa, moguće je iz simulacija procedura vožnje bolida ispisati opterećenja elemenata sustava ovjesa koja će se kasnije koristiti za dimenzioniranje elemenata kroz analitičke proračune i numeričke analize.

### 1.3. Konstrukcijska ograničenja

Pravilnik *Formule Student* je skup pravila za koja se utvrđuje da li su ispunjena na tehničkom pregledu (engl. *Technical scrutineering*) koji je osnovni dio svakog *FS* natjecanja. Ako bolid ne zadovoljava bilo koji dio tog pravilnika, njime nije moguće sudjelovati u dinamičkim disciplinama natjecanja. Za sustav ovjesa i upravljanja postoji prilično velika sloboda pri razvoju, iako prema [1] na njihov razvoj utječu pravila poput:

- (T2.3.1) Vozilo mora biti opremljeno prednjim i stražnjim sustavom ovjesa koji uključuje amortizere te omogućava vertikalni pomak kotača od minimalno 50 mm.
- (T2.3.2) Statička udaljenost od tla (engl. *ground clearance*) bilo koje komponente vozila osim guma mora iznositi minimalno 30 mm.
- (T2.6.2) Zakret upravljača mora direktno mehanički zakretati prednje kotače.
- (T2.6.11) Zakret stražnjih kotača koje može biti elektronički reguliran, smije iznositi maksimalno 6°.
- (T2.7.1) Međuosovinski razmak vozila smije minimalno iznositi 1525 mm.
- (T2.8.1) Ako je jedan od tragova kotača (prednji ili stražnji) uži od drugog, on ne smije iznositi manje od 75 % većeg traga kotača.
- (T2.8.2) Tragovi kotača i visina težišta vozila moraju pružati visoku stabilnost od prevrtanja.
- (T10) Skup pravila koja osiguravaju pravilnu izvedbu svih kritičnih vijčanih spojeva.

Naravno, pravilnik indirektno utječe na sustav ovjesa i upravljanja kroz druge sustave vozila. Na dinamičkim disciplinama postoje zavoji unutarnjeg radijusa od minimalno 6 m, što definira koliko određeno vozilo mora biti u mogućnosti zakrenuti prednje (a neka vozila i stražnje) kotače. *Tilt test*, koji se sastoji od zakretanja vozila za 60° oko uzdužne osi na platformi, ispituje bočnu stabilnost bolida bez utjecaja aerodinamičkog paketa. *Brake test* se sastoji od ispitivanja sposobnosti bolida da zablokira sva 4 kotača odjednom. Oba su spomenuta ispitivanja dio tehničkog pregleda na svakom natjecanju *Formula Student*.



Slika 2. Strix R na Tilt test-u; FS Czech 2018. godine



Za bolid *RT06E* se razvija prva *monocoque* šasija u Hrvatskoj, što samo po sebi donosi niz nepoznanica u razvoju. Zahtjev natjecanja *Formule Student* prije izrade takve šasije je potrebno i ispuniti službenu tablicu strukturalne ekvivalencije (engl. *Structural Equivalency Spreadsheet*) kojom se kroz usporedbu s cijevnom šasijom prostorne rešetke validira konstrukcija kompozitne šasije. Također, potrebno je testirati umetke prihvata ovjesa na vlačno i smično/savojno opterećenje kojima se validira vlastita izvedba [6]. Zbog velikih troškova izvođenja takvih ispitivanja odlučeno je maksimalno pojednostaviti plohe šasije na koje se pričvršćuju prihvatni elementi ovjesa [7].

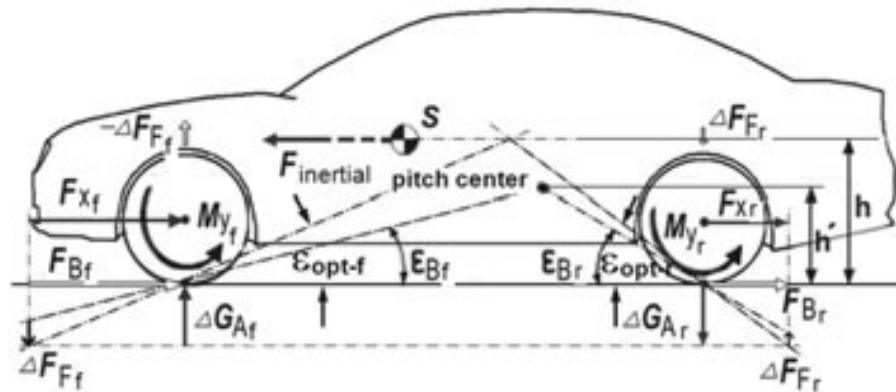
Kod bolida *RT06E* je konstrukcija vozila razvijena na način da je prioritet zahtijevana ergonomija kokpita vozača, dok su elementi pogona pozicionirani što niže i centralnije unutar vozila. Na taj način se visina težišta (engl. *Center of Gravity height*) i inercija zakretanja oko vertikalne osi (engl. *Yaw inertia*) bolida zadržavaju minimalnim. Manja visina težišta povoljno utječe na mehaničko prianjanje bolida zbog manjih preraspodjela sila uslijed uzdužnih i poprečnih akceleracija. Manja inercija zakretanja oko vertikalne osi bolida dovodi do bolje upravljivosti jer se manje opire promjeni smjera vožnje. To je svojstvo kritično za brzu vožnju po trkaćim stazama na *Formula Student* natjecanjima, koje se pretežno sastoje od zavoja unutarnjeg radijusa od 6 do 50 metara te širine 3 m.

## 2. KINEMATIČKI PARAMETRI OVJESA

Sustav ovjesa bolida je kinematički sustav čije gibanje pri hodu kotača može biti poprilično komplicirano. Njegovo se razmatranje zato promatra kroz mnoštvo značajki koje imaju utjecaj na vozne karakteristike bolida. Uglavnom se kinematika prednjeg ovjesa razmatra kroz hod kotača (engl. *jounce*), valjanje šasije (engl. *roll*) i zakretanje kotača oko osi zakretanja (engl. *steer*), dok se za analizu stražnjeg ovjesa izostavlja zakretanje kotača oko osi zakretanja pošto su kotači neupravljeni.

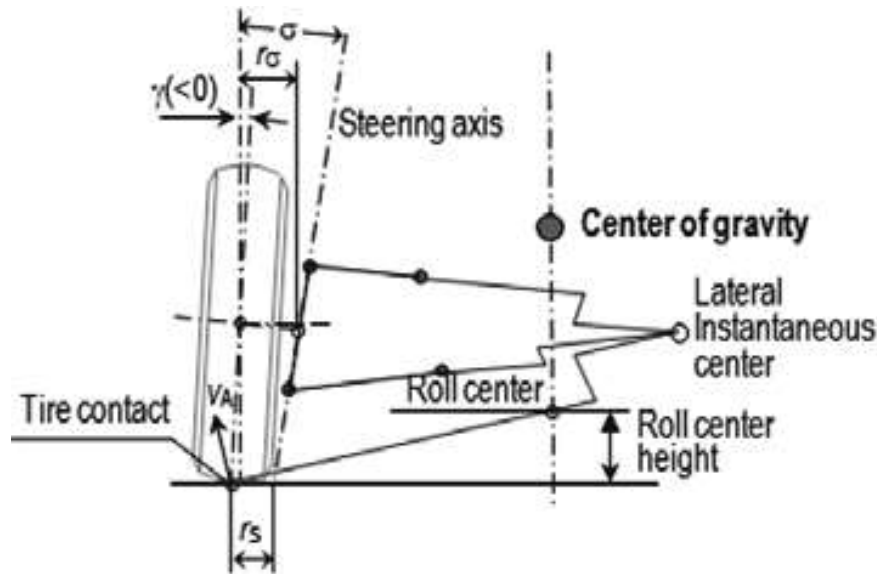
Vodilice ovjesa se za određeni vertikalni položaj kotača zakreću oko trenutne osi (*instantaneous axis*) koju se pojednostavljuje razmatranjem u dvije dimenzije kroz tri trenutna centra rotacije. Uz pomoć njih izvode se centar valjanja (engl. *roll center*) u poprečnoj ravnini i centar poniranja (engl. *pitch center*) u uzdužnoj ravnini. Te dvije točke definiraju na koji način sile trenja na kontaktu guma s podlogom utječu na gibanje ovješene mase.

U bočnom pogledu (slika 3.) se iz trenutnih centara rotacije definiraju za prednji ovjes *anti-dive* značajka, a za stražnji *anti-squat*. Te značajke utječu na gibanje ovješene mase na način da uslijed pojave longitudinalnih sila trenja na kontaktu s podlogom induciraju dodatne vertikalne komponente sila koje djeluju s neovješene na ovješenu masu. Iako se te dodatne vertikalne komponente prenose ramenima vozila umjesto opružnim elementima, povoljne su za smanjivanje utjecaja uzdužnih akceleracija na gibanje ovješene mase bez povećavanja krutosti vožnje vozila. Kod putničkih se vozila *anti-dive* značajka ekstenzivno koristi kako bi se uz mekan ovjes (niska krutost vožnje) izbjeglo udaranje prednjeg dijela vozila u tlo zbog velikog prevjesa pri naglom kočenju. Bolidi opremljeni sustavom ovjesa koji odvojeno ostvaruje krutost vožnje i valjanja imaju bolju podesivost opružnih karakteristika, čime se može izbjeći potreba za implementacijom *anti* značajki.



Slika 3. Pitch center u bočnom pogledu na vozilo [8]

U prednjem pogledu (slika 4.) se izvodi položaj centra valjanja (engl. *roll center*). Proporcionalno njegovoj visini raste i iznos dodatne vertikalne sile inducirane iz bočne komponente sile trenja na kontaktu s podlogom. Ta vertikalna sila djeluje s neovješene na ovješenu masu na način da ju podiže (engl. *jacking*). Pojava *jacking*-a je za trkači bolid nepovoljna te se teži njezin utjecaj na gibanje ovješene mase što više smanjiti. Pritom uz centar valjanja u razini tla ne dolazi do *jacking*-a, ali je krak momenta valjanja ovješene mase povećan. Os valjanja (engl. *roll axis*) se proteže uzduž vozila pod određenim kutom, a određena je prednjim i stražnjim centrom valjanja. Položaj osi valjanja uzduž vozila je poželjno postići ispod osi masa uz što ujednačeniji nagib tih osi. Razlog za to je postizanje ujednačenog kraka djelovanja momenta valjanja na ovješenu masu uslijed centrifugalne sile što pojednostavljuje proračun potrebne krutosti valjanja bolida za prednji i stražnji ovjes.



Slika 4. Centar valjanja izveden u prednjem pogledu na kotač, pozitivan radijus zakretanja kotača ( $r_s$ ) [8]

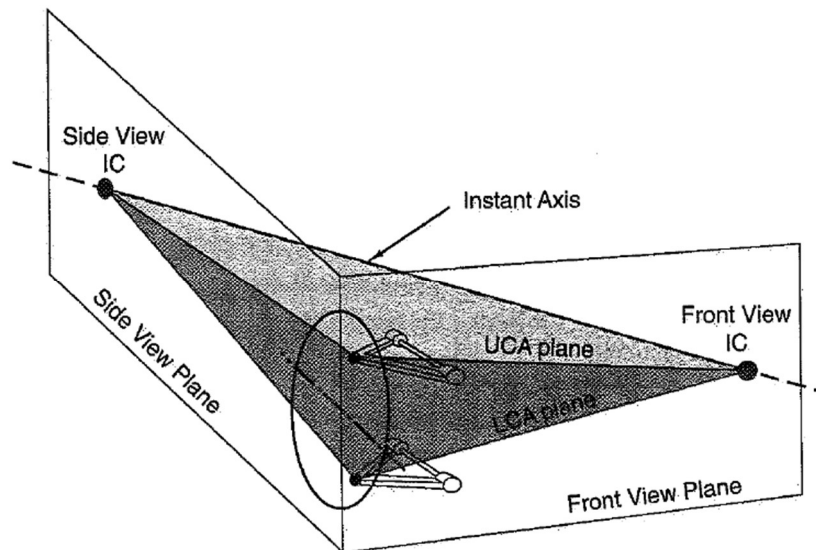
### 2.1. Odabir kinematičkih značajki

Pneumatik kao jedini kontakt s podlogom i viskoelastični element je vrlo osjetljiv na položaj kotača u odnosu na podlogu, te ovisno o tom položaju prenosi sile trenja prijanjanja te omogućuje promjenu brzine gibanja i vođenje po zahtijevanom putu. Kinematičke značajke bolida su odabrane prema preporukama koje se odnose na odabranu konstrukciju pneumatika. Detaljan utjecaj pojedinih značajki na pneumatik u općenitom je smislu obrađen u poglavlju 4.1. Svakako je potrebno osigurati primjerene promjene bočnog nagiba kotača (engl. *camber*), usmjerenosti kotača (engl. *toe*), traga kotača (engl. *track*) i međuosovinskog razmaka (engl. *wheelbase*). Ostale ključne kinematičke značajke vozila koje se također mijenjaju s vertikalnim pomakom kotača i valjanjem šasije će također biti prikazane.

Promjena bočnog nagiba kotača je svakako neizbježna pri vertikalnom hodu kotača, valjanju šasije i zakretu upravljivih kotača. Teoretski je moguće ostvariti konstantan bočni nagib kroz vertikalni hod kotača uz paralelna poprečna ramena, no u tom slučaju postoji velika promjena bočnog nagiba kotača pri valjanju šasije. Ukoliko poprečna ramena nisu paralelna, njihove se ravnine sijeku u trenutačnoj osi, oko koje se kotači kružno gibaju pri svom vertikalnom pomaku (slika 5.). Ako su poprečna ramena izvedena tako da je trenutni centar u poprečnom smjeru njihove rotacije ujedno i centar valjanja (nalazi se na uzdužnoj vertikalnoj plohi vozila), tada je konstantan bočni nagib kotača pri valjanju šasije, no dolazi do velike varijacije pri vertikalnom hodu kotača. Zbog ta dva razloga dolazi do kompromisa pri odabiru udaljenosti središta rotacije od uzdužne vertikalne ravnine bolida. Iznos bočnog nagiba kotača u bilo kojem trenutku vožnje uvjetuje ostvarivu silu prijanjanja. *Camber thrust* je efekt uz čiju pojavu dolazi do induciranja bočne sile prijanjanja na kontaktu gume s podlogom. Iznos te sile je razmjernan bočnom nagibu kotača i normalnoj sili na podlogu, no s povećanjem oba parametra sve je manji dobitak na bočnoj sili prijanjanja [9].

Naravno, s iznosom bočnog nagiba kotača je moguće i pretjerati, pri čemu dolazi do slabog iskorištenja pune širine gume za prijanjanje, te povećanog trošenja ruba gume prema kojem je guma nagnuta. Dobar pokazatelj pravilno postavljenog bočnog kuta nagiba kotača je mjerenje temperature gazne površine pneumatika pirometrom. Ukoliko je pirometar izveden s mjernom iglom onda je moguće mjeriti temperaturu gaznog sloja pneumatika nekoliko milimetara duboko, i to na unutarnjem, srednjem i vanjskom dijelu. Logično, za ravnomjerne

temperature na vanjskom i unutarnjem rubu gume je dokazana i najbolja iskoristivost prijanjanja te ujednačeno trošenje pneumatika. Općenito, radijalne gume zahtijevaju veći bočni kut nagiba kotača zbog mekših bočnih stranica (engl. *sidewall*), dok su gume dijagonalne konstrukcije osjetljivije na promjene kuta bočnog nagiba kotača. Općenito radijalne gume imaju viši vršni faktor trenja za određeni kut bočnog klizanja (engl. *slip angle*) ili faktor klizanja kotača (engl. *slip ratio*), dok dijagonalne gume reagiraju s visokom silom prijanjanja i za veće kutove bočnog klizanja ili faktora klizanja kotača [9]. To svojstvo dijagonalnih guma omogućuje vozačima da ostanu u zoni visoke sile prijanjanja čak i ako pretjeraju s kutom bočnog klizanja pri npr. ulasku u zavoj prevelikom brzinom, što je česta pojava u *Formula Student* natjecanjima zbog općenito niske iskusnosti vozača.

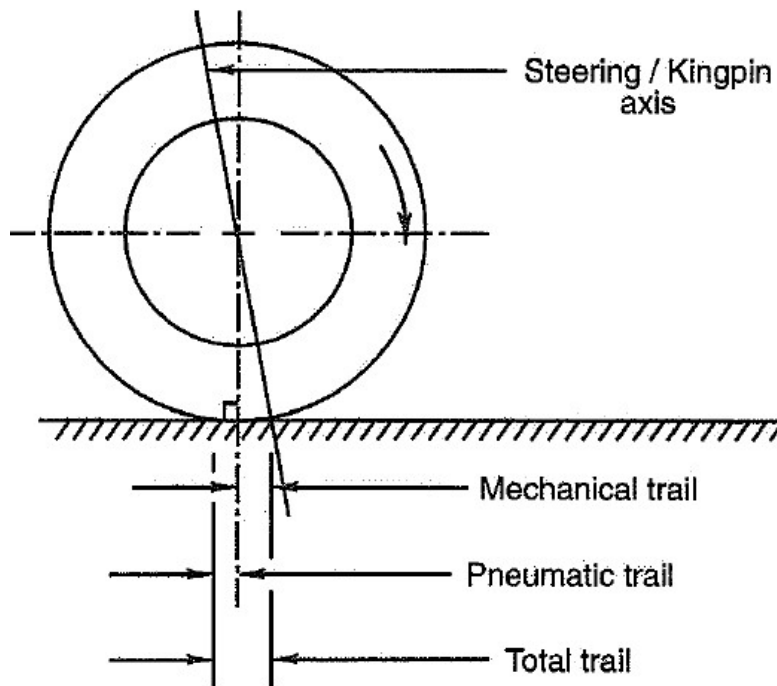


Slika 5. Trenutna os izvedena iz geometrije vodilica kotača [9]

Minimiziranje promjene usmjerenosti kotača se postiže geometrijskim određivanjem karakterističnih točaka spona ovjesa nakon što se definiraju ravnine poprečnih ramena u prednjem pogledu na vozilo [9]. Ukoliko je u sustav ovjesa ugrađen i određen iznos anti značajki (engl. *anti dive*, *anti squat*) potrebno je nakon toga i iterirati položaj karakterističnih točki spona da bi se postigla što manja promjena usmjerenosti kotača pri njihovom vertikalnom hodu i valjanju šasije bolida. Usmjerenost kotača čak i pri vrlo malenim iznosima igra veliku ulogu u upravljivosti vozilom. Uz pozitivan polumjer zakretanja kotača (engl. *scrub radius*), koji je odabran iz konstrukcijskih razloga, pri kočenju prednji kotači zbog elastičnosti sustava imaju tendenciju divergirati čime bi izazvali nestabilno ponašanje vozila. Taj je efekt prisutan i kod stražnjih kotača, ali je kod njih kočna sila puno manja zbog preraspodjele vertikalnih sila na prednje kotače, pa utjecaj nije toliko izražen. Pri ubrzanju se vučna sila dovodi na kontakt stražnjih kotača s podlogom, što uz također pozitivan radijus zakretanja dovodi do konvergencije kotača.

Kod vozila s pogonjenim stražnjim kotačima velik utjecaj na osjećaj na upravljaču imaju kinematičke značajke kotača u bočnom pogledu (slika 6.). Os zakretanja kotača (engl. *steering axis*) u odnosu na vertikalnu os čini nagib osi zakretanja kotača u bočnom pogledu. Duljina između presjecišta vertikalne osi kotača s podlogom i presjecišta osi zakretanja s podlogom je mehaničko predvođenje. Ukoliko bi se hvatište bočne sile na kontaktu kotača s podlogom nalazilo u središtu kontakta, ta bi kinematička veličina bila krak djelovanja momenta stabilizacije. Kako je pneumatik elastičan, dolazi do uzdužnog pomicanja hvatišta bočne sile prijanjanja, a time i do promjene ukupnog kraka (engl. *total trail*) djelovanja momenta stabilizacije. Razlika između te dvije kinematičke značajke je definirana kao *pneumatic trail*.





Slika 6. Kinematičke značajke kotača u bočnom pogledu [9]

Elastokinematičke efekte na iznos bočnog nagiba i usmjerenosti kotača je teško kvantificirati pri razvoju, te je zato omogućena podesivost statičkog iznosa tih značajki u širokom iznosu. U konstrukcijskoj izvedbi bolida statički bočni nagib kotača je podesiv od iznosa  $-2,68^\circ$  do  $-0,86^\circ$  za prednje te od  $-2,1^\circ$  do  $-0,06^\circ$  umetanjem pločica na prihvata gornjih ramena ovjesa. Statička usmjerenost kotača podesiva je u rasponu od  $-2^\circ$  do  $2^\circ$  promjenom duljina spona (podesivost duljine spona u rasponu  $\pm 4$  mm).

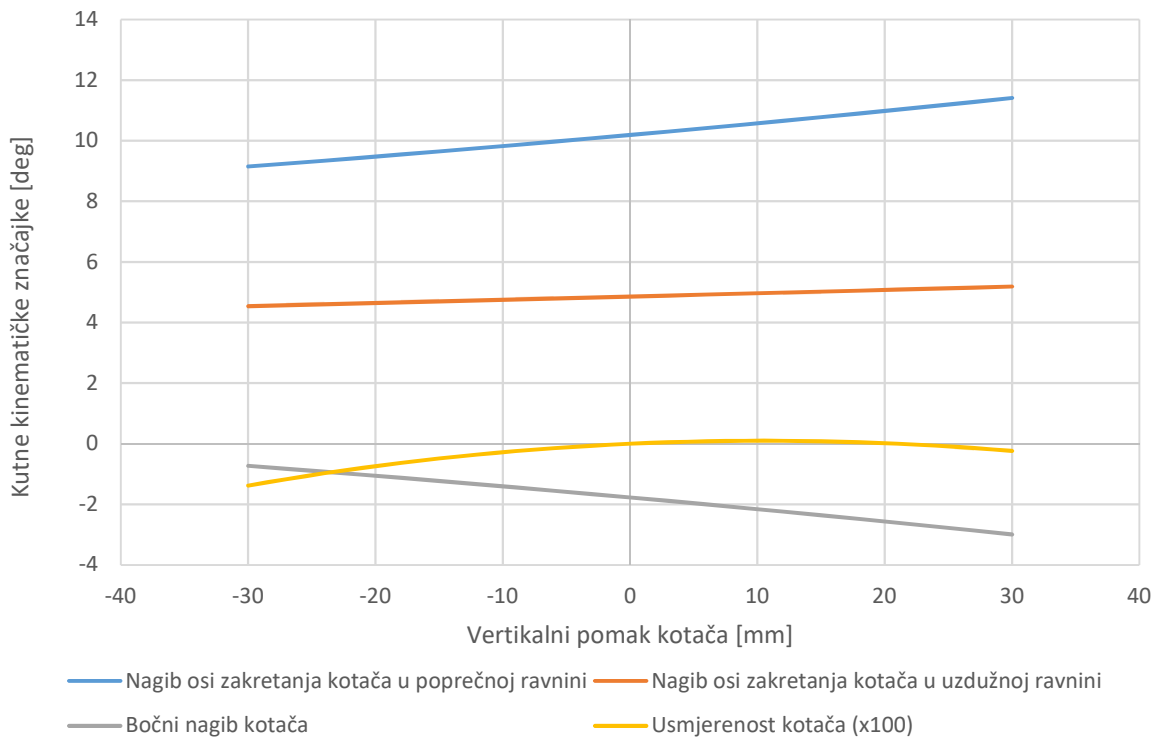
Podesivost visine vozila (engl. *ride height*) je omogućena na aktuatorima klackalica (engl. *pushrods*) jednostavnim promjenom duljine njih samih. Nakon što se ravnopravno podesi visina na svim kotačima, potrebno je staviti vozilo na pojedinačne vage kojima se mjeri statički iznos težine na svakom kotaču. Tada je bitno maksimalno ujednačiti vertikalne sile na kotačima promjenama duljine aktuatora klackalica te predopterećenja (engl. *preload*) spiralnih opruga na amortizerima. Najpovoljnije je postići jednake zbrojeve težina parova međusobno dijagonalnih kotača kako bi se vozilo podjednako ponašalo pri vožnji desnim i lijevim zavojima [10].

### 2.1.1. Grafički prikaz kinematičkih značajki

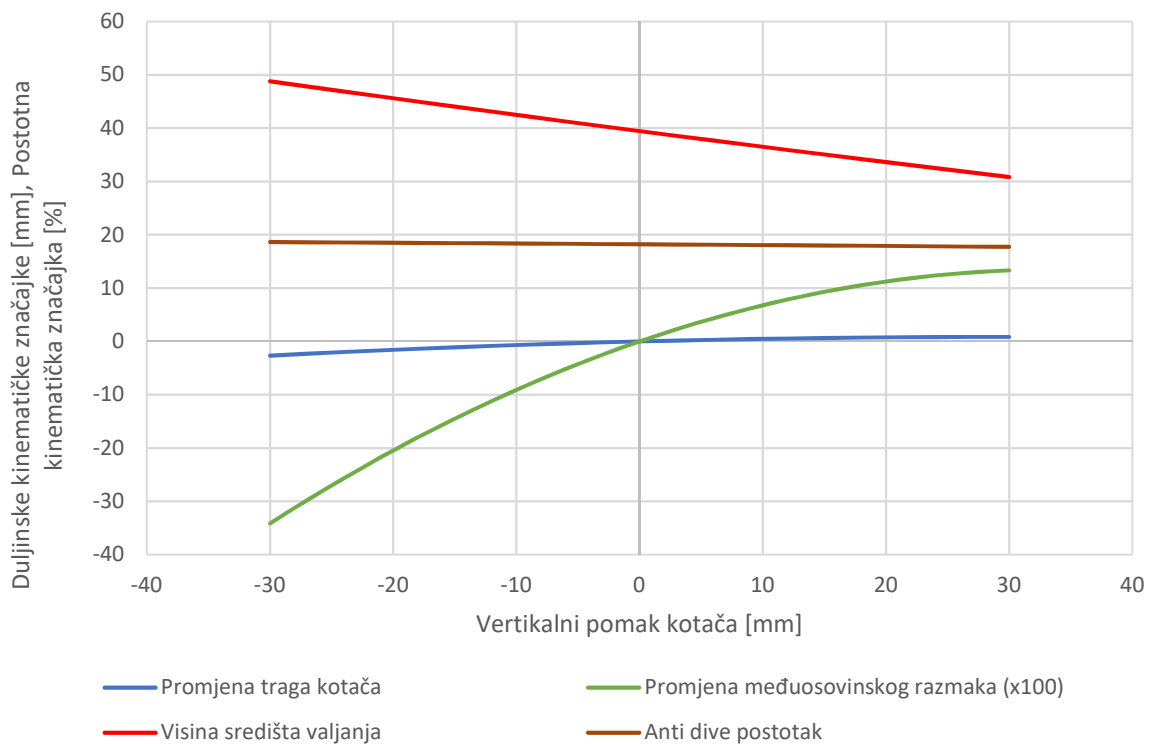
U nastavku su grafički prikazane ključne značajke ovjesa bolida pri vertikalnom pomaku kotača. Iznosi promjene usmjerenosti kotača (engl. *toe angle change*) i međuosovinskog razmaka (engl. *wheelbase change*) su na grafu multiplicirani 100 puta kako bi bilo moguće uočiti promjenu u njihovom iznosu. Kutne su značajke prikazane na slikama 7. i 9., dok su duljinske i postotne značajke prikazane na slikama 8. i 10.

Elastičnost sustava u sljedećim grafovima nije razmatrana, dok pri vožnji zbog visoke elastičnosti pneumatika dolazi do velikih pomaka gaznog sloja gume u odnosu na felgu uslijed sila koje djeluju na kontaktu gume s podlogom, pa je očekivano i veliko rasipanje kinematičkih veličina poput radijusa zakretanja kotača i mehaničkog predvođenja.

## 2.1.1.1. Prednji ovjes

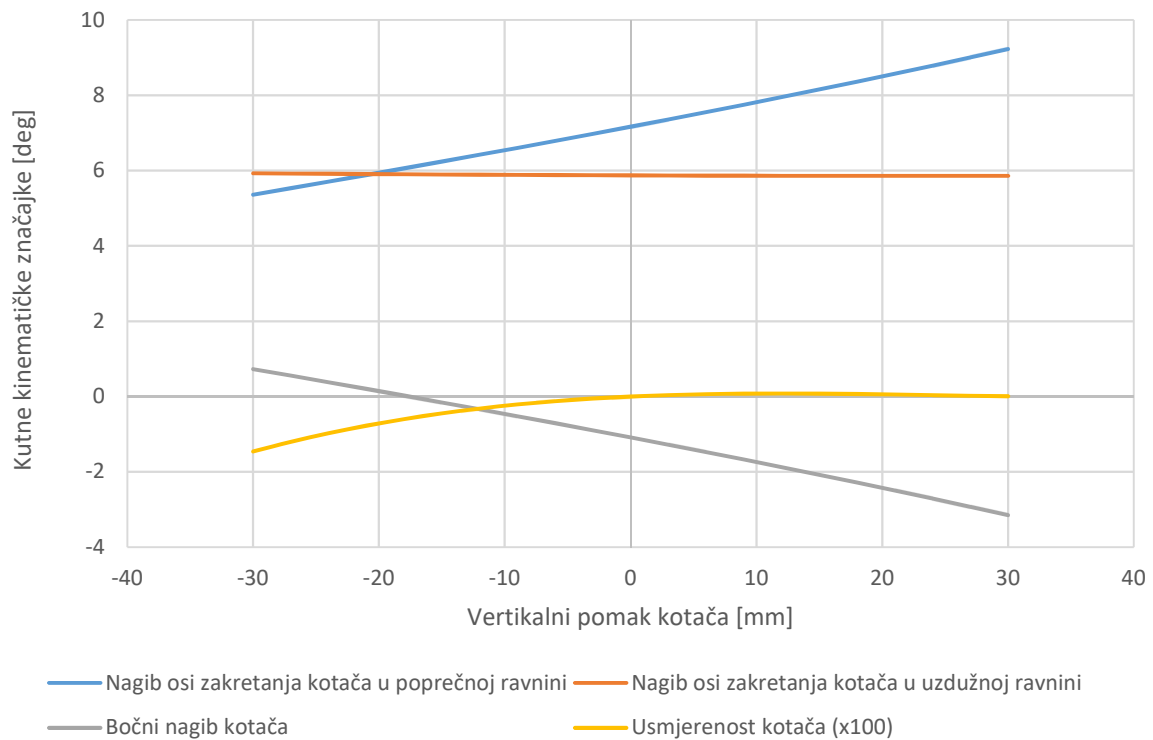


Slika 7. Kutne kinematičke značajke prednjeg ovjesa bolida

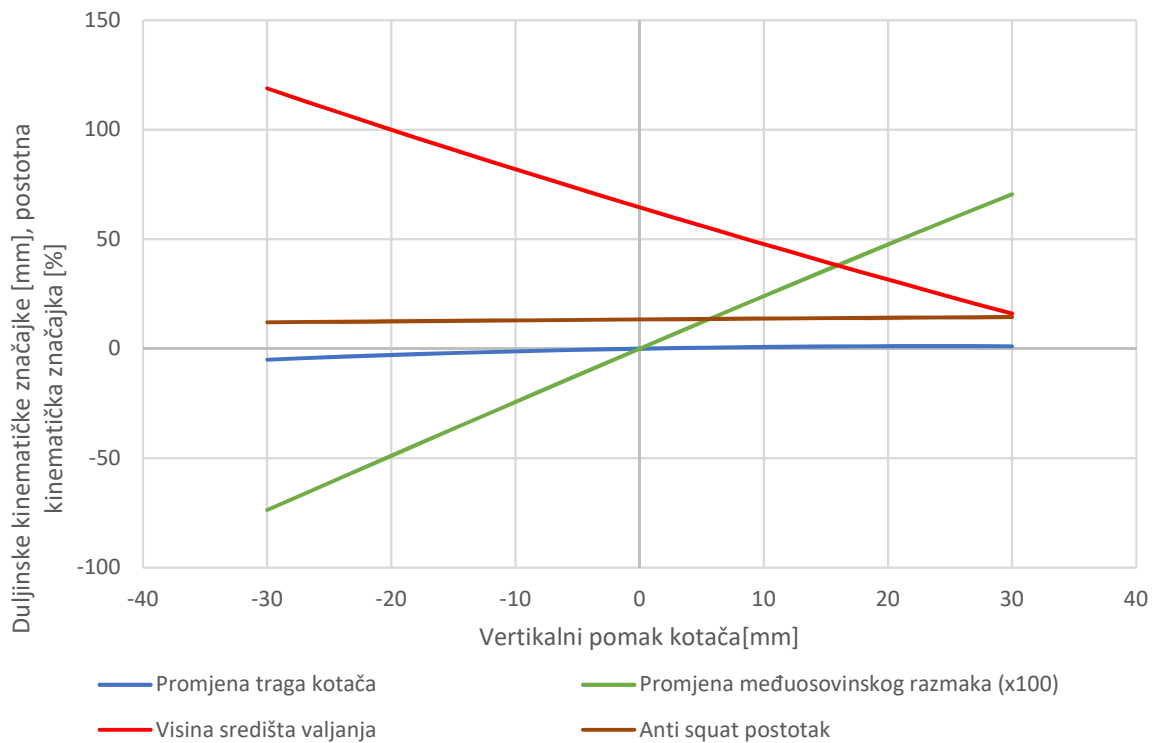


Slika 8. Duljinske i postotne kinematičke značajke prednjeg ovjesa bolida

## 2.1.1.2. Stražnji ovjes



Slika 9. Kutne kinematičke značajke stražnjeg ovjesa bolida



Slika 10. Duljinske i postotne kinematičke značajke stražnjeg ovjesa bolida

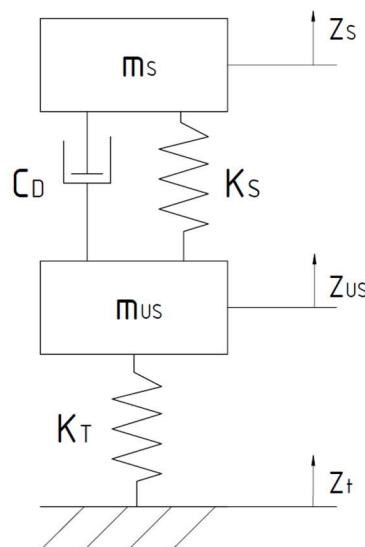
### 3. OPRUŽNO-PRIGUŠNE KARAKTERISTIKE

Zadaća ovjesa bolida je da održi što ujednačeniji kontakt s podlogom pri vožnji. To je osnovni uvjet za ostvarivanje sila prijanjanja s podlogom koje utječu na gibanje vozila, koje su uz aerodinamičke sile jedini vanjski utjecaji na gibanje vozila. Performanse vozila su primarno određene kapacitetom ostvarivanja sila prijanjanja s podlogom, kojima se mase vozila ubrzavaju, a inercije tih masa pri tranzijentnim stanjima gibanja savladavaju. Kontrola gibanja vozila se postiže pomoću opružnih i prigušnih elemenata. U ovom su slučaju za opružne elemente odabrane zavojne torzijske opruge, a za prigušne elemente amortizeri na koje se te opruge i ugrađuju. Za svaki kotač je neovisno ugrađena opruga i amortizer, dok su za dodatnu podesivost krutosti valjanja ugrađeni stabilizatori koji spajaju lijeve s desnim kotačima te se opiru njihovom relativnom pomaku u vertikalnom smjeru.

Proračun u ovome poglavlju je proveden iterativno uz pomoć Microsoft Excel-a. Kao ulazne veličine su uzete pojedine ovješene i neovješene mase, inercije zakretanja oko sve tri globalne osi te položaj težišta iz 95 % završenog CAD sklopa bolida. Pritom je dodano 15 kg ovješene mase zbog nedostatka rashladne tekućine u spremniku baterije, vode za hlađenje u crijevima te raznih elektroničkih komponenti. Nije povećavana inercija zbog relativno bliskog položaja navedenih komponenti težištu ovješene mase bolida. Ostale ulazne veličine su kinematičke značajke bolida prethodno određene pomoću *Lotus Suspension Analysis* alata, poznata vertikalna krutost odabranog pneumatika te odabrane prigušne karakteristike amortizera. Najprije će se izračunati potrebna krutost vožnje koristeći četvrtinski model bolida. Nadalje, sprežanjem četvrtinskih modela promatrati će se uzdužna i poprečna dinamika vozila na pojednostavljen način. Kroz vertikalni pomak prednjih i stražnjih kotača kod uzdužnog modela dolazi do poniranja ovješene mase vozila, dok se kroz vertikalni pomak lijevih i desnih kotača kod poprečnog modela dobiva ovješene mase vozila. U zadnjem potpoglavlju se određuju prigušne karakteristike bolida iskazane kroz omjere prigušenja određenih gibanja.

#### 3.1. Četvrtinski model bolida

U svrhu promatranja vertikalne dinamike i analitičkog određivanja krutosti vožnje koristi se četvrtinski model. Taj se model sastoji od ovješene mase, opružnih i prigušnih elemenata, neovješene mase i podloge. Vibracijski je sustav dva tijela koja imaju svaki po jedan stupanj slobode (slika 11.) te je detaljnije objašnjen u [9] (poglavlje 6.2.). Proračun je proveden po 16. poglavlju iste knjige.



Slika 11. Četvrtinski modela bolida

Koristeći četvrtinski model vozila moguće je promatrati i ponašanje vozila ovisno o frekvenciji uzbude. U industriji se pri razvoju vozila najčešće krutost vozila iskazuje kroz vlastite rezonancijske frekvencije ovješene masa (prednje i stražnje), pošto prikazuju krutost normaliziranu po masi vozila. Za putničke automobile je prema [9] preporučeno krutost vožnje prednje osovine imati oko 10 % nižu od stražnje kako bi pri nailasku na neravninu bilo spriječeno poniranje automobila. Nedostatak tog načina određivanja omjera krutosti vožnje je to što se poniranje sprečava samo za određen raspon brzina vožnje. U *Formula Student* natjecanjima su staze relativno glatke i sastavljene od uskih zavoja, pa je naglasak na kontroli valjanja i poniranja bolida pri raznim kombinacijama uzdužnih i bočnih ubrzanja. Zbog toga bi u budućnosti bilo zanimljivo razmotriti izvedbu ovjesa s odvojenim opružno-prigušnim elementima u smislu krutosti vožnje i krutosti valjanja.

Zahtjev postavljen na krutost vožnje bolida je osigurati da ni jedan dio bolida osim guma ne dolazi u kontakt s podlogom pri vožnji. Pritom su elementi vozila koji su najviše izloženi kontaktu s podlogom prednje krilo (zbog poniranja pri kočenju) i podnica (zbog valjanja pri velikim bočnim ubrzanjima). Zbog ovog razloga će se krutost vožnje dobivena iz četvrtinskog modela vozila provjeriti u sklopu modela uzdužne dinamike vozila, a krutost valjanja u sklopu modela poprečne dinamike vozila. Zbog smanjenja udaljenosti ovješene mase od tla pri vožnji povećanom brzinom uslijed negativne sile uzgona (engl. *downforce*) treba uzeti u obzir da se udaljenost elemenata vozila od tla za određeni kut poniranja pri kočenju ili valjanja u zavoju smanjila. Uz navedena ograničenja je cilj odabrati krutosti vožnje koje će biti na mekšoj strani kako bi na bolid minimalno utjecale neravnine na trkaćoj stazi. Na natjecanjima *Formule Student* su česti bolidi bez aerodinamičkih paketa zbog formata staza koji uvjetuje niske brzine vožnje i pravilnika koji uvjetuje niske snage motora. Smanjenjem mase bolida i koeficijenta otpora zraka zbog ispuštanja aerodinamičkog paketa se može postići vrlo dobre rezultate, no uz dobru usklađenost razvoja aerodinamičkog paketa s ovjesom bolida prednosti su ipak vidljive, što kroz rezultate timova, što na stazi.

**Tablica 2. Ulazni podaci za četvrtinski model bolida**

Međuosovinski razmak	$L$	1530	mm
Prednji trag kotača	$T_F$	1300	mm
Stražnji trag kotača	$T_R$	1240	mm
Neovješena masa			
Ukupna neovješena masa	$m_{US}$	39,31	kg
Prednja neovješena masa	$m_{US-F}$	21,40	kg
Stražnja neovješena masa	$m_{US-R}$	17,91	kg
Visina težišta neovješene mase	$H_{CG,US}$	227,00	mm
Ovješena masa			
Ukupna ovješena masa	$m_S$	236,35	kg
Prednja ovješena masa	$m_{S-F}$	107,98	kg
Stražnja ovješena masa	$m_{S-R}$	128,37	kg
Omjer prednje i ukupne ovješene mase	$a_S$	0,46	/
Statička vertikalna sila na jednom prednjem kotaču	$F_{ST-F}$	617,73	N
Statička vertikalna sila na jednom stražnjem kotaču	$F_{ST-R}$	734,38	N
Omjer poluge prednje opruge i amortizera	$MR_F$	0,74	/
Omjer poluge stražnje opruge i amortizera	$MR_R$	1,05	/
Krutost pneumatika	$K_T$	105	N/mm

### 3.1.1. Proračun krutosti vožnje prednjeg ovjesa bolida

Tražena vlastita frekvencija ovještene mase prednjeg kraja bolida:

$$f_{n,S-F} = 3,2 \text{ Hz} . \quad (3.1)$$

Računska krutost vožnje prednjeg ovjesa iznosi:

$$K_{RR-F} = 4\pi^2 \cdot f_{n,S-F}^2 \cdot \frac{m_{S-F}}{2 \cdot 1000} = 4\pi^2 \cdot 3,2^2 \cdot \frac{107,98}{2 \cdot 1000} = 21,8 \frac{N}{mm} . \quad (3.2)$$

Računska krutost vertikalnog pomaka prednjeg kotača iznosi:

$$K_{WR-F} = \frac{K_{RR-F} \cdot K_T}{K_T - K_{RR-F}} = \frac{21,8 \cdot 105}{105 - 21,8} = 27,52 \frac{N}{mm} . \quad (3.3)$$

Računska krutost opruge pri vertikalnom pomaku prednjeg kotača iznosi:

$$K_{SR-F} = \frac{K_{WR-F}}{MR_F^2} = \frac{27,52}{0,74^2} = 50,25 \frac{N}{mm} . \quad (3.4)$$

Odabrana krutost prednje opruge iz dostupnih krutosti opruga iznosi:

$$K_{S-F} = 52,54 \frac{N}{mm} \left( = 300 \frac{lb}{in} \right) . \quad (3.5)$$

Krutost vertikalnog pomaka prednjeg kotača iznosi:

$$K_{W-F} = K_{S-F} \cdot MR_F^2 = 52,54 \cdot 0,74^2 = 28,77 \frac{N}{mm} . \quad (3.6)$$

Krutost vožnje prednjeg kraja bolida iznosi:

$$K_{R-F} = \frac{K_{W-F} \cdot K_T}{K_T + K_{W-F}} = \frac{28,77 \cdot 105}{105 + 28,77} = 22,58 \frac{N}{mm} . \quad (3.7)$$

Statički progib prednje spiralne opruge iznosi:

$$\Delta S_{S-F} = \frac{F_{ST-F} \cdot MR_F}{K_{S-F}} = \frac{617,73 \cdot 0,74}{52,54} = 8,70 \text{ mm} . \quad (3.8)$$

### 3.1.2. Proračun krutosti vožnje stražnjeg ovjesa bolida

Tražena vlastita frekvencija ovještene mase stražnjeg kraja bolida:

$$f_{n,S-R} = 3,5 \text{ Hz} . \quad (3.9)$$

Računska krutost vožnje stražnjeg ovjesa iznosi:

$$K_{RR-R} = 4\pi^2 \cdot f_{n,S-R}^2 \cdot \frac{m_{S-R}}{2 \cdot 1000} = 4\pi^2 \cdot 3,5^2 \cdot \frac{128,37}{2 \cdot 1000} = 31 \frac{N}{mm} . \quad (3.10)$$

Računska krutost vertikalnog pomaka stražnjeg kotača iznosi:

$$K_{WR-R} = \frac{K_{RR-R} \cdot K_T}{K_T - K_{RR-R}} = \frac{31 \cdot 105}{105 - 31} = 44 \frac{N}{mm} . \quad (3.11)$$

Računska krutost stražnje opruge pri vertikalnom pomaku kotača iznosi:

$$K_{SR-R} = \frac{K_{WR-R}}{MR_R^2} = \frac{44}{1,05^2} = 39,91 \frac{N}{mm} . \quad (3.12)$$

Odabrana krutost stražnje opruge iz dostupnih krutosti opruga iznosi:

$$K_{S-R} = 39,41 \frac{N}{mm} \left( = 225 \frac{lb}{in} \right) . \quad (3.13)$$

Krutost vertikalnog pomaka stražnjeg kotača iznosi:

$$K_{W-R} = K_{S-R} \cdot MR_R^2 = 39,405 \cdot 1,05^2 = 43,44 \frac{N}{mm} . \quad (3.14)$$

Krutost vožnje stražnjeg kraja bolida iznosi:

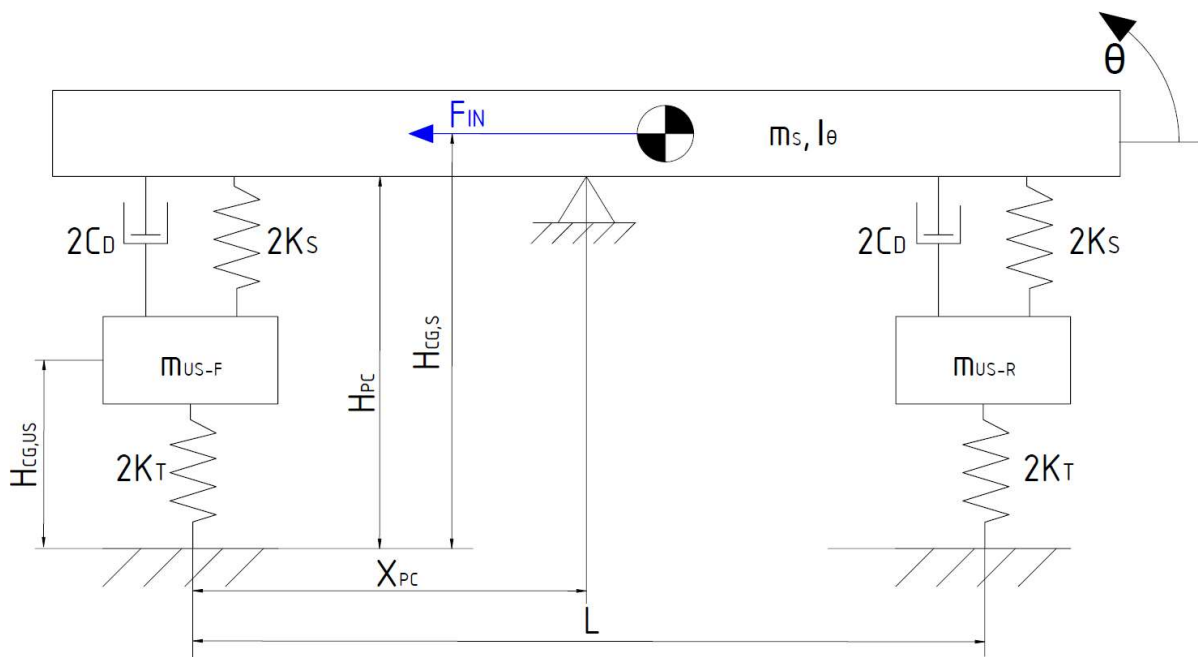
$$K_{R-R} = \frac{K_{W-R} \cdot K_T}{K_T + K_{W-R}} = \frac{43,44 \cdot 105}{105 + 43,44} = 30,73 \frac{N}{mm} . \quad (3.15)$$

Statički progib stražnje spiralne opruge iznosi:

$$\Delta S_{S-R} = \frac{F_{ST-R} \cdot MR_R}{K_{S-R}} = \frac{734,38 \cdot 1,02}{39,41} = 13,79 \text{ mm} . \quad (3.16)$$

### 3.2. Uzdužna dinamika bolida

Sastavljanjem modela od po dva paralelna četvrtinska modela vozila (prema [8]) koji su međusobno uzdužno udaljeni za međuosovinski razmak kotača može se promatrati kakav utjecaj imaju uzdužna ubrzanja na gibanje ovješene mase (slika 12.). Na taj način će biti provjereno je li odabrana krutost poniranja ovješene mase dovoljna da ne dođe do udaranja prednjeg krila u tlo pri kočenju. To je kritičan slučaj uzdužne akceleracije zato što prednje krilo predstavlja veliki geometrijski prevjes ispred središta prednjeg kotača. Pritom će biti uzet u obzir djelovanje vršne deceleracije pri 80 km/h, zato što ju je skoro pa nemoguće postići na natjecanju uz višu brzinu vožnje. Iznos maksimalne deceleracije iznosi 1,8g, a definiran je iz faktora prijanjanja pneumatika s podlogom kao limitirajućeg faktora.



Slika 12. Uzdužni model vozila (4 stupnja slobode gibanja)

**Tablica 3. Ulazni podaci modela uzdužne dinamike bolida**

Ukupna ovješena masa	$m_s$	236,35	kg
Ukupna neovješena masa	$m_{us}$	39,31	kg
Promatrano uzdužno ubrzanje	$a_x$	1,8g	m/s <sup>2</sup>
Inercija poniranja ovjешene mase oko težišta ovjешene mase	$I_{\theta 0}$	79,73	kgm <sup>2</sup>
Međuosovinski razmak	$L$	1530,00	mm
Visina težišta ovjешene mase	$H_{CG,S}$	280,88	mm
Udaljenost težišta ovjешene mase od prednje osovine po x osi	$X_{CG,S}$	831,00	mm
Visina težišta neovjешene mase	$H_{US}$	227,00	mm
Udaljenost centra poniranja od prednjeg traga kotača po x osi	$X_{PC}$	650,22	mm
Udaljenost centra poniranja od tla po z osi	$H_{PC}$	30,86	mm
Prevljes prednjeg krila od prednjeg traga kotača	$X_{FW}$	920,00	mm
Udaljenost prednjeg krila od podloge	$H_{FW}$	45,00	mm
Krutost vožnje prednjeg ovjesa bolida	$K_{R-F}$	22,58	N/mm
Krutost vožnje stražnjeg ovjesa bolida	$K_{R-R}$	30,73	N/mm
Negativna sila uzgona na prednji ovjes	$F_{L-F}$	460,52	N
Negativna sila uzgona na stražnji ovjes	$F_{L-R}$	547,48	N

### 3.2.1. Gradijent poniranja bolida

Krutost ovjesa pri poniranju ovjешene mase iznosi:

$$K_{\theta} = \{2 \cdot K_{R-F} \cdot X_{PC}^2 + 2 \cdot K_{R-R} \cdot (L - X_{PC})^2\} \cdot \frac{\pi}{180}, \quad (3.17)$$

$$K_{\theta} = \{2 \cdot 22,58 \cdot 650,22^2 + 2 \cdot 30,73 \cdot (1530 - 650,22)^2\} \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{1000}, \quad (3.18)$$

$$K_{\theta} = 1163,53 \frac{Nm}{deg}. \quad (3.19)$$

Inercija poniranja se određuje iz inercije ovjешene mase bolida oko osi paralelne s y osi koja prolazi kroz težište te mase (os  $Y_0$ ) i to pomoću teorema paralelnih osi.

Inercija poniranja ovjешene mase bolida (oko osi  $Y_0$ , očitano iz CAD modela vozila) iznosi:

$$I_{\theta 0} = 79,73 \text{ kgm}^2. \quad (3.20)$$

Inercija poniranja ovjешene mase oko osi poniranja iznosi:

$$I_{\theta} = I_{Y_0} + m_s \cdot \left(\frac{H_{CG,S} - H_{PC}}{1000}\right)^2, \quad (3.21)$$

$$I_{\theta} = 79,73 + 236,35 \cdot \left(\frac{(280,88 - 30,86)^2}{1000}\right), \quad (3.22)$$

$$I_{\theta} = 94,51 \text{ kgm}^2. \quad (3.23)$$

Prirodna rezonancijska frekvencija poniranja bolida iznosi:

$$f_{n,\theta} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K_{\theta}}{I_{\theta}}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1163,53}{94,51}} = 4,23 \text{ Hz}. \quad (3.24)$$



Gradijent poniranja iznosi:

$$\frac{\theta}{\alpha_X} = g \cdot m_S \cdot \frac{(H_{CG,S} - H_{PC})}{K_\theta \cdot 1000} = 9,81 \cdot 236,35 \cdot \frac{(280,88 - 30,86)}{1163,53 \cdot 1000}, \quad (3.25)$$

$$\frac{\theta}{\alpha_X} = 0,50 \frac{deg}{g}. \quad (3.26)$$

### 3.2.2. Gibanje ovještene mase pri kočenju

Izračunom preraspodjele opterećenja pri zadanoj deceleraciji moguće je odrediti koliki su iznosi pomaka prednjih i stražnjih kotača, koji dovode do poniranja bolida. Za dobiveni kut poniranja će biti provjerena udaljenost prednjeg krila od podloge.

Uzdužna elastična preraspodjela opterećenja ovještene mase uslijed deceleracije iznosi:

$$\Delta W_{X,EL,S} = m_S \cdot g \cdot A_X \cdot \frac{H_{CG,S} - H_{PC}}{L} = 236,35 \cdot 9,81 \cdot 1,8 \cdot \frac{280,88 - 30,86}{1530}, \quad (3.27)$$

$$\Delta W_{X,EL,S} = 681,99 \text{ N}. \quad (3.28)$$

Uzdužna geometrijska preraspodjela opterećenja ovještene mase uslijed deceleracije iznosi:

$$\Delta W_{X,G,S} = m_S \cdot g \cdot A_X \cdot \frac{H_{PC}}{L} = 236,35 \cdot 9,81 \cdot 1,8 \cdot \frac{30,86}{1530}, \quad (3.29)$$

$$\Delta W_{X,G,S} = 84,18 \text{ N}. \quad (3.30)$$

Uzdužna geometrijska preraspodjela opterećenja neovještene mase uslijed deceleracije iznosi:

$$\Delta W_{X,G,US} = m_{US} \cdot g \cdot A_X \cdot \frac{H_{CG,US}}{L} = 39,31 \cdot 9,81 \cdot 1,8 \cdot \frac{227}{1530}, \quad (3.31)$$

$$\Delta W_{X,G,US} = 102,99 \text{ N}. \quad (3.32)$$

Ukupna uzdužna preraspodjela opterećenja pri promatranoj deceleraciji iznosa  $\alpha_X = 1,8 \text{ g}$ :

$$\Delta W_{BRK} = \Delta W_{X,EL,S} + \Delta W_{X,G,S} + \Delta W_{X,G,US}, \quad (3.33)$$

$$\Delta W_{BRK} = 681,99 + 84,18 + 102,99 = 869,16 \text{ N}. \quad (3.34)$$

Pritom dolazi do vertikalnih pomaka kotača iznosa:

$$\Delta S_{BRK-F} = \frac{\Delta W_{BRK}}{2 \cdot K_{R-F}} = \frac{869,159}{2 \cdot 22,58} = 19,24 \text{ mm}, \quad (3.35)$$

$$\Delta S_{BRK-R} = -\frac{\Delta W_{BRK}}{2 \cdot K_{R-R}} = -\frac{869,159}{2 \cdot 30,73} = -14,14 \text{ mm}. \quad (3.36)$$

Iz čega se izračunava kut poniranja bolida:

$$\theta_{BRK} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\Delta S_{BRK-F} - \Delta S_{BRK-R}}{L} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{19,24 + 14,14}{1530} = 1,25^\circ. \quad (3.37)$$

Vertikalni pomaci kotača uslijed djelovanja negativne sile uzgona (engl. *downforce*) pri 80 km/h iznose:

$$\Delta S_{L-F} = \frac{F_{L-F}}{2 \cdot K_{R-F}} = \frac{460,52}{2 \cdot 22,58} = 10,20 \text{ mm}, \quad (3.38)$$

$$\Delta S_{L-R} = \frac{F_{L-R}}{2 \cdot K_{R-R}} = \frac{547,48}{2 \cdot 30,73} = 8,91 \text{ mm} . \quad (3.39)$$

Dopušteni kut poniranja pri kočenju iznosi:

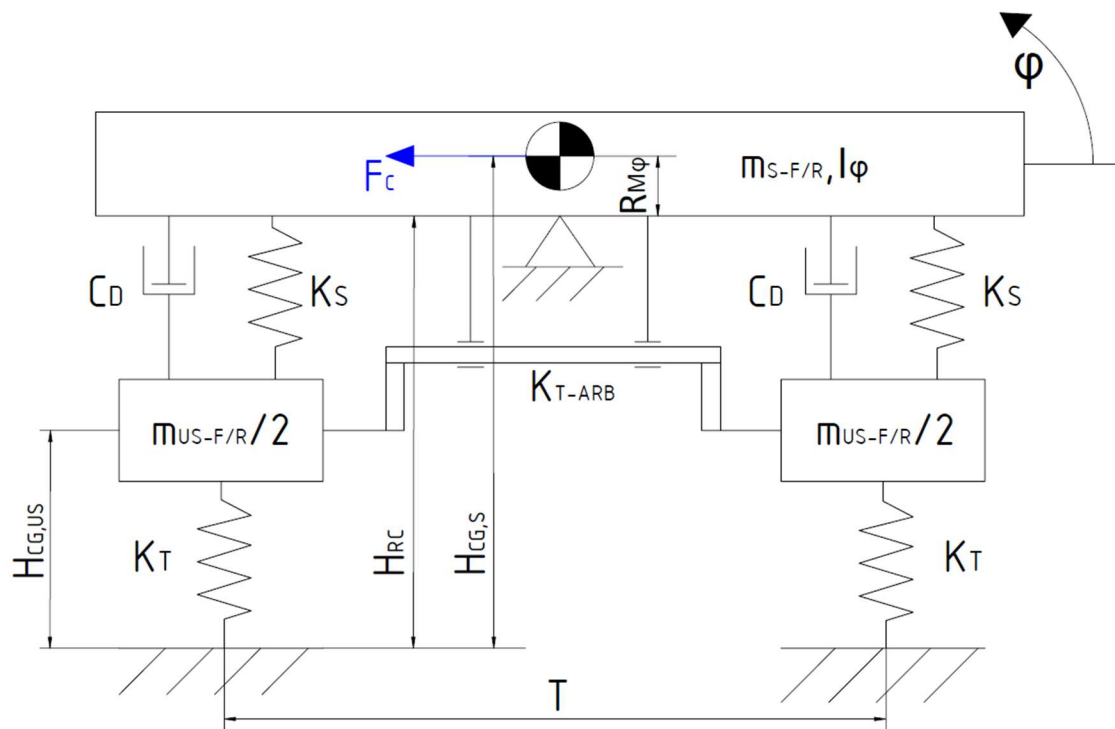
$$\theta_{Dop} = \frac{180}{\pi} \cdot \arctg \left( \frac{H_{FW} - \Delta S_{L-F}}{X_{FW} + X_{PC}} \right), \quad (3.40)$$

$$\theta_{Dop} = \frac{180}{\pi} \cdot \arctg \left( \frac{45 - 10,196}{920 + 650,22} \right) = 1,27^\circ . \quad (3.41)$$

Pri usporedbi (3.37) s (3.41) zaključeno je da krutost vožnje zadovoljava zadani uvjet jer je  $\theta_{BRK} < \theta_{Dop}$ .

### 3.3. Poprečna dinamika bolida

Sastavljanjem modela prednjeg ili stražnjeg ovjesa od dva četvrtinska modela međusobno udaljena tragom kotača (prema [8]) moguće je izračunati krutost valjanja bolida te promatrati utjecaj centrifugalne sile na valjanje ovješene mase. Krutost valjanja bolida je uzrokovana jednim dijelom krutošću opruga, a drugim dijelom stabilizatora. Kako je krutost opruga definirana u potpoglavlju 3.2. uz već navedene uvjete, preostaje dimenzionirati stabilizatore. Zbog konstrukcijskih ograničenja je odabrana „U“ izvedba stabilizatora, što znači da je stabilizator ravna bešavna cijev koja je poprečno postavljena u bolidu. Pri ulasku vozila u zavoj vanjski se kotač u odnosu na šasijsu podiže te unutarnji spušta, dok se stabilizator svojom torzijskom krutošću opire razlici u vertikalnom pomaku lijevog i desnog kotača i time smanjuje valjanje neovješene mase. Takva izvedba stabilizatora omogućuje širok raspon podešivosti krutosti valjanja prednjeg i stražnjeg ovjesa neovisno, čime se pri podešavanju bolida može utjecati na iznos gradijenta podupravljanja. Ovdje će biti prikazan proračun stabilizatora gdje se za prednji i stražnji ovjes može povećati ili smanjiti krutost valjanja podešavanjem kraka poluge stabilizatora. Koristiti će se poprečni modeli bolida za prednji i stražnji trag kotača prikazan slici 13.



Slika 13. Poprečni model jednog traga kotača (4 stupnja slobode gibanja)

**Tablica 4. Ulazni podaci za poprečni model bolida**

Ukupna ovješena masa	$m_s$	236,35	kg
Prednja neovješena masa	$m_{US-F}$	21,40	kg
Stražnja neovješena masa	$m_{US-R}$	17,91	kg
Inercija valjanja bolida oko težišta ovjешene mase	$I_{\phi 0}$	16,02	kgm <sup>2</sup>
Omjer prednje i ukupne ovjешene mase	$a_s$	0,46	/
Prednji trag kotača	$T_F$	1300,00	mm
Stražnji trag kotača	$T_R$	1240,00	mm
Visina težišta ovjешene mase	$H_{CG,S}$	280,88	mm
Visina težišta neovjешene mase	$H_{CG,US}$	227,00	mm
Prednja visina centra valjanja	$H_{RC-F}$	39,45	mm
Stražnja visina centra valjanja	$H_{RC-R}$	64,00	mm
Širina podnice	$B_{UT}$	1380,00	mm
Udaljenost podnice od podloge	$H_{UT}$	45,00	mm
Krutost vožnje prednjeg ovjesa bolida	$K_{R-F}$	22,58	N/mm
Krutost vožnje stražnjeg ovjesa bolida	$K_{R-R}$	30,73	N/mm
Negativna sila uzgona na prednji ovjes	$F_{L-F}$	460,52	N
Negativna sila uzgona na stražnji ovjes	$F_{L-R}$	547,48	N
Unutarnji promjer prednjeg stabilizatora	$d_{ARB-F}$	18,00	mm
Vanjski promjer prednjeg stabilizatora	$D_{ARB-F}$	20,00	mm
Efektivna duljina prednjeg stabilizatora	$L_{ARB-F}$	675,00	mm
Polarni moment tromosti presjeka prednjeg stabilizatora	$I_{P,ARB-F}$	5401,97	mm <sup>4</sup>
Omjer poluge prednjeg stabilizatora	$MR_{ARB-F}$	0,15	°ARB/mm
Krak aktuatora prednjeg stabilizatora	$R_{ARB-F}$	105,00	mm
Unutarnji promjer stražnjeg stabilizatora	$d_{ARB-R}$	8,00	mm
Vanjski promjer stražnjeg stabilizatora	$D_{ARB-R}$	10,00	mm
Efektivna duljina stražnjeg stabilizatora	$L_{ARB-R}$	696,60	mm
Polarni moment tromosti presjeka stražnjeg stabilizatora	$I_{P,ARB-R}$	579,62	mm <sup>4</sup>
Omjer poluge stražnjeg stabilizatora	$MR_{ARB-R}$	0,35	°ARB/mm
Krak aktuatora stražnjeg stabilizatora	$R_{ARB-R}$	120,00	mm
Krutost pneumatika	$K_T$	105,00	N/mm
Srednji krak momenta valjanja	$R_{M\phi}$	225,78	mm
Modul smičnosti čelika	$G$	81000,00	N/mm <sup>2</sup>

### 3.3.1. Gradijent valjanja bolida

#### 3.3.1.1. Krutost valjanja uslijed krutosti opruga

$$K_{\phi,S-F} = K_{R-F} \cdot \frac{T_F^2}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = 22,58 \cdot \frac{1300^2}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = 333049,5 \frac{Nmm}{^\circ}. \quad (3.42)$$

$$K_{\phi,S-R} = K_{R-R} \cdot \frac{T_R^2}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = 30,73 \cdot \frac{1240^2}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = 412322,2 \frac{Nmm}{^\circ}. \quad (3.43)$$

### 3.3.1.2. Izračun krutost valjanja uslijed krutosti stabilizatora

Izračun za prednji stabilizator:

- torzijska krutost prednjeg stabilizatora iznosi:

$$K_{T,ARB-F} = \frac{I_{P,ARB-F} \cdot G}{L_{ARB-F}} \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5401,97 \cdot 81000}{675} \cdot \frac{\pi}{180} = 11313,86 \frac{Nmm}{^\circ ARB}, \quad (3.44)$$

- krutost vertikalnog pomaka prednjeg kotača uslijed otpora valjanju stabilizatora iznosi:

$$K_{W,ARB-F} = \frac{K_{T,ARB-F} \cdot MR_{ARB-F}}{R_{ARB-F}} = \frac{11313,86 \cdot 0,15}{105} = 15,94 \frac{N}{mm}, \quad (3.45)$$

- krutost vožnje prednjeg ovjesa uslijed otpora valjanju stabilizatora iznosi:

$$K_{R,ARB-F} = \frac{K_{W,ARB-F} \cdot K_T}{K_{W,ARB-F} + K_T} = \frac{15,94 \cdot 105}{15,94 + 105} = 13,84 \frac{N}{mm}, \quad (3.46)$$

- krutost valjanja prednjeg ovjesa uslijed otpora valjanju stabilizatora iznosi:

$$K_{\phi,ARB-F} = K_{R,ARB-F} \cdot \frac{T_F^2}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = 13,84 \cdot \frac{1300^2}{2} \cdot \frac{\pi}{180}, \quad (3.47)$$

$$K_{\phi,ARB-F} = 204064,4 \frac{Nmm}{^\circ}. \quad (3.48)$$

Izračun za stražnji stabilizator:

- torzijska krutost stražnjeg stabilizatora iznosi:

$$K_{T,ARB-R} = \frac{I_{P,ARB-R} \cdot G}{L_{ARB-R}} \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{579,62 \cdot 81000}{696,6} \cdot \frac{\pi}{180} = 1176,32 \frac{Nmm}{^\circ ARB}, \quad (3.49)$$

- krutost vertikalnog pomaka stražnjeg kotača uslijed otpora valjanju stabilizatora iznosi:

$$K_{W,ARB-R} = \frac{K_{T,ARB-R} \cdot MR_{ARB-R}}{R_{ARB-R}} = \frac{1176,32 \cdot 0,35}{120} = 3,41 \frac{N}{mm}, \quad (3.50)$$

- krutost vožnje stražnjeg ovjesa uslijed otpora valjanju stabilizatora iznosi:

$$K_{R,ARB-R} = \frac{K_{W,ARB-R} \cdot K_T}{K_{W,ARB-R} + K_T} = \frac{3,41 \cdot 105}{3,41 + 105} = 3,30 \frac{N}{mm}, \quad (3.51)$$

- krutost valjanja stražnjeg ovjesa uslijed otpora valjanju stabilizatora iznosi:

$$K_{\phi,ARB-R} = K_{R,ARB-R} \cdot \frac{T_R^2}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = 3,30 \cdot \frac{1240^2}{2} \cdot \frac{\pi}{180}, \quad (3.52)$$

$$K_{\phi,ARB-R} = 44294,03 \frac{Nmm}{^\circ}. \quad (3.53)$$

### 3.3.1.3. Izračun ukupne krutosti valjanja ovjesa

- ukupna krutost valjanja prednjeg ovjesa iznosi:

$$K_{\phi F} = K_{\phi,S-F} + K_{\phi,ARB-F} = 333049,5 + 204064,4, \quad (3.54)$$

$$K_{\phi F} = 537113,9 \frac{Nmm}{^\circ}. \quad (3.55)$$

- ukupna krutost valjanja stražnjeg ovjesa iznosi:

$$K_{\phi R} = K_{\phi, S-R} + K_{\phi, ARB-R} = 412322,2 + 44294,03 \quad (3.56)$$

$$K_{\phi R} = 456626,3 \frac{Nmm}{\circ} . \quad (3.57)$$

### 3.3.1.4. Izračun prirodne rezonancijske frekvencije valjanja bolida

Inercija valjanja se određuje iz inercije ovješene mase bolida oko osi paralelne s x osi koja prolazi kroz težište te mase (os  $X_0$ ) i to uz pomoć teorema paralelnih osi.

Inercija valjanja ovješene mase bolida (oko osi  $X_0$ , očitano iz CAD sklopa bolida) iznosi:

$$I_{\phi 0} = 16,02 \text{ kgm}^2 . \quad (3.58)$$

Inercija valjanja ovješene mase oko osi valjanja iznosi:

$$I_{\phi} = I_{X_0} + m_S \cdot \left( \frac{R_{M\phi}}{1000} \right)^2 , \quad (3.59)$$

$$I_{\phi} = 16,02 + 236,35 \cdot \left( \frac{225,78}{1000} \right)^2 , \quad (3.60)$$

$$I_{\phi} = 28,07 \text{ kgm}^2 . \quad (3.61)$$

Prirodna rezonancijska frekvencija valjanja bolida iznosi:

$$f_{n,\phi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{180}{\pi} \cdot \frac{K_{\phi F} + K_{\phi R}}{1000 \cdot I_{\phi}}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{180}{\pi} \cdot \frac{537113,9 + 456626,3}{1000 \cdot 28,07}} , \quad (3.62)$$

$$f_{n,\phi} = 7,17 \text{ Hz} . \quad (3.63)$$

### 3.3.1.5. Izračun gradijenta valjanja bolida

Moment valjanja nastaje uslijed centrifugalne sile pri prolasku kroz zavoj, a djeluje na težište ovješene mase i zakreće vozilo oko osi valjanja. Po jedinici bočne akceleracije iznosi:

$$\frac{M_{\phi}}{a_Y} = m_S \cdot g \cdot R_{M\phi} = 236,35 \cdot 9,81 \cdot 225,78 , \quad (3.64)$$

$$\frac{M_{\phi}}{a_Y} = 523480,45 \frac{Nmm}{g} . \quad (3.65)$$

Konačno, postignuti gradijent valjanja uz ugrađene stabilizatore iznosi:

$$\frac{\phi}{a_Y} = \frac{M_{\phi}}{A_Y} \cdot \frac{1}{K_{\phi F} + K_{\phi R}} = 523480,45 \cdot \frac{1}{537113,9 + 456626,3} , \quad (3.66)$$

$$\frac{\phi}{a_Y} = 0,53 \frac{deg}{g} . \quad (3.67)$$

Dok je gradijent valjanja bez ugrađenih stabilizatora iznosa:

$$\left( \frac{\phi}{a_Y} \right)_S = \frac{M_{\phi}}{A_Y} \cdot \frac{1}{K_{\phi, S-F} + K_{\phi, S-R}} = 523480,45 \cdot \frac{1}{333049,5 + 412322,2} , \quad (3.68)$$

$$\left(\frac{\phi}{a_Y}\right)_S = 0,70 \frac{deg}{g}. \quad (3.69)$$

### 3.3.2. Gibanje ovještene mase pri vožnji kroz zavoj

Proračun krutosti valjanja se provodi za vožnju zavojem maksimalnom bočnom akceleracijom, koja je limitirana od strane faktora trenja prianjanja pneumatika i podloge te iznosi  $a_Y = 1,8 g$ . Pri vožnji bočnom akceleracijom tog iznosa će biti provjerena udaljenost podnice od podloge te omjer preraspodjele opterećenja za prednji ovjes u odnosu na ukupnu.

Za prednji ovjes:

- Poprečna elastična preraspodjela opterećenja prednje ovještene mase pri vožnji zavojem iznosi:

$$\Delta W_{Y,EL,S-F} = m_S \cdot g \cdot A_Y \cdot \frac{1}{T_F} \cdot \left( \frac{K_{\phi F} + m_S \cdot g \cdot R_{M\phi} \cdot (1 - a_S)}{K_{\phi F} + K_{\phi R} - m_S \cdot g \cdot R_{M\phi}} \right), \quad (3.70)$$

$$\Delta W_{Y,EL,S-F} = 236,35 \cdot 9,81 \cdot 1,8 \cdot \frac{1}{1300} \cdot \left( \frac{537113,9 + 236,35 \cdot 9,81 \cdot 225,78 \cdot (1 - 0,46)}{537113,9 + 456626,3 - 236,35 \cdot 9,81 \cdot 225,78} \right), \quad (3.71)$$

$$\Delta W_{Y,EL,S-F} = 398,65 N. \quad (3.72)$$

- Poprečna geometrijska preraspodjela opterećenja prednje ovještene mase pri vožnji zavojem iznosi:

$$\Delta W_{Y,G,S-F} = m_S \cdot g \cdot A_Y \cdot \frac{1}{T_F} \cdot (1 - a_S) \cdot H_{RC-F}, \quad (3.73)$$

$$\Delta W_{Y,G,S-F} = 236,35 \cdot 9,81 \cdot 1,8 \cdot \frac{1}{1300} \cdot (1 - 0,46) \cdot 39,45, \quad (3.74)$$

$$\Delta W_{Y,G,S-F} = 68,79 N. \quad (3.75)$$

- Poprečna geometrijska preraspodjela opterećenja prednje neovještene mase pri vožnji zavojem iznosi:

$$\Delta W_{Y,G,US-F} = m_{US-F} \cdot g \cdot A_Y \cdot \frac{H_{CG,US}}{T_F} = 21,4 \cdot 9,81 \cdot 1,8 \cdot \frac{227}{1300}, \quad (3.76)$$

$$\Delta W_{Y,G,US-F} = 65,98 N. \quad (3.77)$$

- Ukupna poprečna preraspodjela opterećenja prednjeg ovjesa pri promatranoj bočnoj akceleraciji iznosa  $a_Y = 1,8 g$ :

$$\Delta W_{Y-F} = \Delta W_{Y,EL,S-F} + \Delta W_{Y,G,S-F} + \Delta W_{Y,G,US-F}, \quad (3.78)$$

$$\Delta W_{Y-F} = 398,65 + 68,79 + 65,98 = 533,42 N. \quad (3.79)$$

Za stražnji ovjes:

- Poprečna elastična preraspodjela opterećenja stražnje ovješene mase pri vožnji zavojem iznosi:

$$\Delta W_{Y,EL,S-R} = m_S \cdot g \cdot A_Y \cdot \frac{1}{T_R} \cdot \left( \frac{K_{\phi R} + m_S \cdot g \cdot R_{M\phi} \cdot a_S}{K_{\phi F} + K_{\phi R} - m_S \cdot g \cdot R_{M\phi}} \right), \quad (3.80)$$

$$\Delta W_{Y,EL,S-R} = 236,35 \cdot 9,81 \cdot 1,8 \cdot \frac{1}{1240} \cdot \left( \frac{456626,3 + 236,35 \cdot 9,81 \cdot 225,775 \cdot 0,46}{537113,9 + 456626,3 - 236,35 \cdot 9,81 \cdot 225,78} \right), \quad (3.81)$$

$$\Delta W_{Y,EL,S-R} = 355,63 \text{ N}. \quad (3.82)$$

- Poprečna geometrijska preraspodjela opterećenja stražnje ovješene mase pri vožnji zavojem iznosi:

$$\Delta W_{Y,G,S-R} = m_S \cdot g \cdot A_Y \cdot \frac{1}{T_R} \cdot a_S \cdot H_{RC-R}, \quad (3.83)$$

$$\Delta W_{Y,G,S-R} = 236,35 \cdot 9,81 \cdot 1,8 \cdot \frac{1}{1240} \cdot 0,46 \cdot 64, \quad (3.84)$$

$$\Delta W_{Y,G,S-R} = 98,41 \text{ N}. \quad (3.85)$$

- Poprečna geometrijska preraspodjela opterećenja stražnje neovješene mase pri vožnji zavojem iznosi:

$$\Delta W_{Y,G,US-R} = m_{US-R} \cdot g \cdot A_Y \cdot \frac{H_{US}}{T_R} = 17,91 \cdot 9,81 \cdot 1,8 \cdot \frac{227}{1240}, \quad (3.86)$$

$$\Delta W_{Y,G,US-R} = 57,90 \text{ N}. \quad (3.87)$$

- Ukupna poprečna preraspodjela opterećenja stražnjeg ovjesa pri promatranoj bočnoj akceleraciji iznosa  $a_Y = 1,8 \text{ g}$ :

$$\Delta W_{Y-R} = \Delta W_{Y,EL,S-R} + \Delta W_{Y,G,S-R} + \Delta W_{Y,G,US-R}, \quad (3.88)$$

$$\Delta W_{Y-R} = 355,63 + 98,41 + 57,90 = 511,94 \text{ N}. \quad (3.89)$$

Iz izračunatih poprečnih preraspodjela opterećenja se izračunava omjer preraspodjele opterećenja za prednji ovjes (*front load transfer ratio*) koji pokazuje u kojoj mjeri vozilo ima tendenciju podupravljanju ili preupravljanju.

$$FLT = \frac{\Delta W_{Y-F}}{\Delta W_{Y-F} + \Delta W_{Y-R}} = \frac{533,42}{533,42 + 511,94} = 0,51. \quad (3.90)$$

Dobiveni omjer preraspodjele opterećenja za prednji ovjes iznosa  $FLT = 0,51$  pokazuje da je preraspodjela opterećenja veća za prednji ovjes, što je povezano s podupravljujivijim ponašanjem bolida. Kako je vertikalna sila na prednji unutarnji kotač vrlo malena, dolazi do stvaranja velikog kuta klizanja te zbog ovisnosti bočne sile prijanjanja gume o kutu bočnog klizanja dolazi do opadanja faktora trenja prijanjanja koju ta guma može prenijeti. Kako s porastom vertikalnog opterećenja gume opada faktor trenja prijanjanja (engl. *tire load sensitivity*), prednji vanjski kotač (na kojem najviše raste opterećenje) prenosi veću bočnu silu prijanjanja, no zbroj prenesene bočne sile prijanjanja unutarnje i vanjske gume je manji uz veću preraspodjelu opterećenja nego uz manju zbog prethodno navedenih efekata. Općenito, vozilo neutralne raspodjele težine na prednje i stražnje kotače uz  $FLT > 0,5$  ima tendenciju podupravljanju, dok uz  $FLT < 0,5$  ima tendenciju preupravljanju. Naravno, pritom su uzeta u

obzir pojednostavljenja poput zanemarivanja zakreta prednjih kotača u zavoju, bočnog nagiba kotača, umjerenosti kotača, promjene traga kotača te krutosti šasije. Upravlјivost bolida biti će dodatno preispitana uz simulaciju procedure vožnje kroz zavoj u programu *Adams Car*.

Za odabranu graničnu bočnu akceleraciju iznosa  $a_Y = 1,8 g$  se izračunava kut valjanja bolida:

$$\phi = \frac{\phi}{a_Y} \cdot a_Y = 0,53 \cdot 1,8 = 0,95^\circ. \quad (3.91)$$

Dopušteni kut valjanja pri vožnji zavojem iznosi:

$$\phi_{Dop} = \frac{180}{\pi} \cdot \arctg\left(\frac{2 \cdot (H_{UT} - \Delta S_{L-F})}{B_{UT}}\right), \quad (3.92)$$

$$\phi_{Dop} = \frac{180}{\pi} \cdot \arctg\left(\frac{2 \cdot (45 - 10,196)}{1380}\right) = 2,89^\circ, \quad (3.93)$$

gdje je utjecaj negativnog uzgona zraka uzet u obzir za prednji ovjes jer je  $\Delta S_{DF-F} > \Delta S_{DF-R}$ .

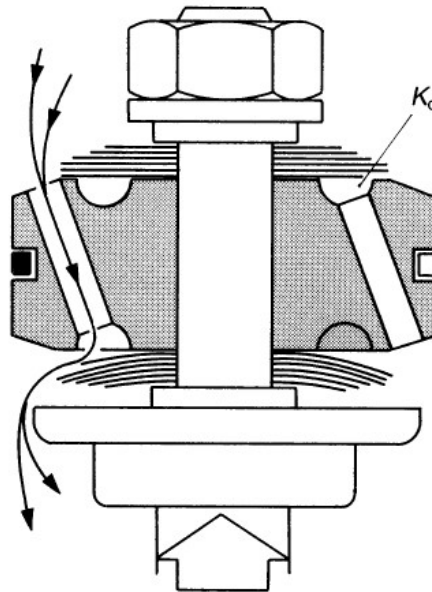
Pri usporedbi (3.91) s (3.93) zaključeno je da krutost valjanja višestruko zadovoljava zadani uvjet jer je  $\phi < \phi_{Dop}$ . Taj bi uvjet bio zadovoljen i da nije primijenjen sustav stabilizatora, ali je mogućnost neovisne podesivosti krutosti valjanja prednjeg i stražnjeg ovjesa bitan parametar pri balansiranju ponašanja trkaćeg bolida, što će biti promotreno u kasnijem poglavlju.

### 3.4. Prigušne karakteristike

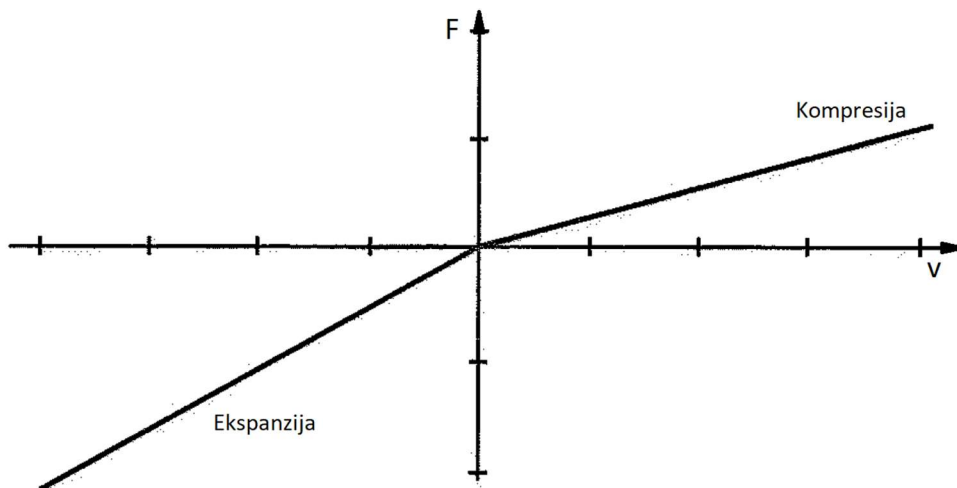
Do sada je gibanje bolida promatrano u stacionarnom stanju kroz jednodimenzijски četvrtinski model te dvodimenzijски uzdužni model i poprečni model bolida. U vožnji dolazi do tranzijentnih gibanja pri kojima se kotači gibaju vertikalno, a šasija se valja i ponire. Pritom se induciraju oscilacije tih gibanja, a kako bi se neželjeno velike amplitude i vremena trajanja oscilacija spriječili koriste se amortizeri. Oni svojim prigušnim djelovanjem dovode do bržeg stabiliziranja gibanja pri npr. ulasku u zavoj ili početku kočenja. Finim podešavanjem amortizera postiže se kontrola brzine opterećivanja bolida jer su prigušne sile amortizera ovisne o relativnoj brzini gibanja između njegova klipa i cilindra. Iako se namještene prigušne karakteristike amortizera najčešće razlikuju od onih koje su proračunate, bitno je shvatiti princip na koji one utječu na gibanje bolida kako bi ih bilo moguće naknadno mijenjati u svrhu poboljšanja ponašanja bolida na stazi.

Amortizeri se ugrađuju između ovješene i neovješene mase vozila, te u kombinaciji sa spiralnim torzijskim oprugama čine vrlo kompaktan sklop. Za razliku od opruga, sila kojom djeluju na vozilo ne ovisi o pomaku, već o brzini kompresije ili ekspanzije. Pri relativnom gibanju klipa i cilindra amortizera dolazi do prolaza viskoznog fluida kroz uske provrte pri čemu se konstrukcija amortizera opire protoku fluida (slika 14.), čime uslijed stlačivanja fluida dolazi do prigušivanja gibanja. Pritom je sila prigušenja približno proporcionalna brzini gibanja. Najčešće je prigušenje pri kompresiji manje nego pri ekspanziji, što se može pripisati omjeru ovješene i neovješene mase. Pri nailasku na neravninu kotačem prvo dolazi do gibanja neovješene mase (koja je puno manja od ovješene) te istovremene kompresije amortizera. Tek nakon toga dolazi do istovremene ekspanzije amortizera i podizanja ovješene mase u neutralan položaj. Na slici 15. je prikazano na koji način se kod amortizera s linearnom karakteristikom prigušenja manifestira razlika u prigušenju pri kompresiji i ekspanziji. Pritom je prigušenje definirano kao omjer prigušne sile i relativne brzine gibanja između klipa i cilindra amortizera.





Slika 14. Prolaz viskoznog fluida kroz provrt u klipu amortizera, deformacija lamelnih ventila [11]



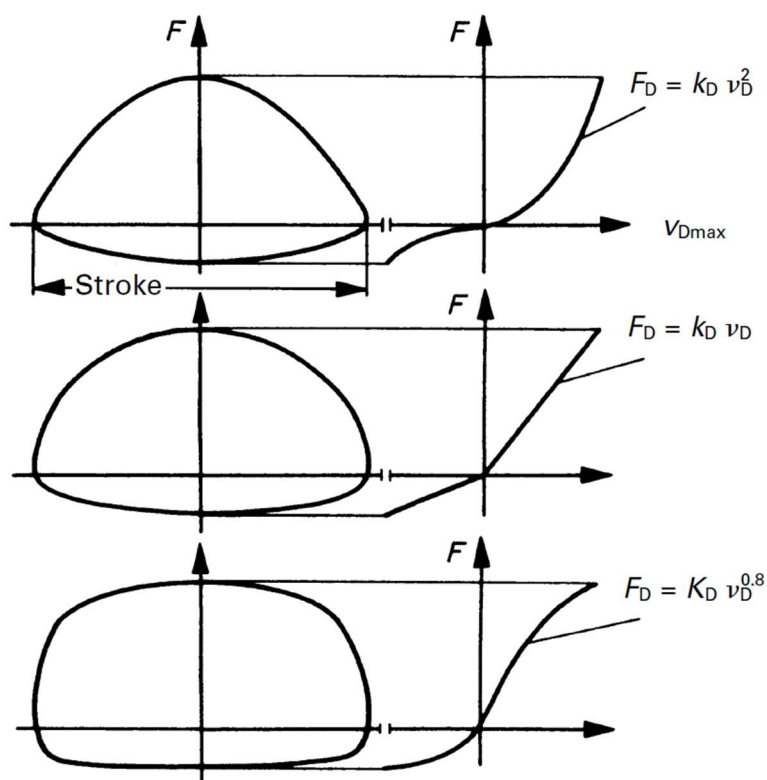
Slika 15. Razlika u prigušenju pri kompresiji i ekspanziji, pritom je prigušna sila ovisna o brzini [9]

Proizvođači amortizera ciljane iznose prigušenja postižu razmješanjem i veličinom provrta na klip za prolaz viskoznog fluida te lamelnim ventilima koji se svojom krutošću opiru prolasku fluida. Dodatne promjene prigušnih karakteristika se postižu ugradnjom prigušnih ventila i unutarnjih opruga u takvim izvedbama da nude podesivost prigušenja bez rastavljanja amortizera.

Pri prigušivanju oscilacija dolazi do pretvaranja kinetičke energije u toplinsku, pa ukoliko se radi o vrlo neravnoj podlozi može doći do zagrijavanja fluida u amortizeru. Time njemu opada viskoznost, prigušno djelovanje amortizera je smanjeno, a time i prigušenje gibanja vozila. Kako se fluid grije povećava mu se i volumen, a pošto je ulje približno nestlačivo potreban je dodatni fluid unutar amortizera koji će biti stlačiv i preuzeti na sebe promjenu volumena ulja pri zagrijavanju. Kod kvalitetnih amortizera se kao stlačiv fluid koristi dušik, a kod ostalih zrak. Uz plutajući klip između stlačivog i nestlačivog fluida sprečava se njihovo miješanje, što rezultira manjom histerezom sile prigušenja amortizera. Histereza se manifestira

kao nepoklapanje prigušnih sila pri kompresiji i ekspanziji amortizera za (apsolutno) jednake relativne brzine gibanja [12].

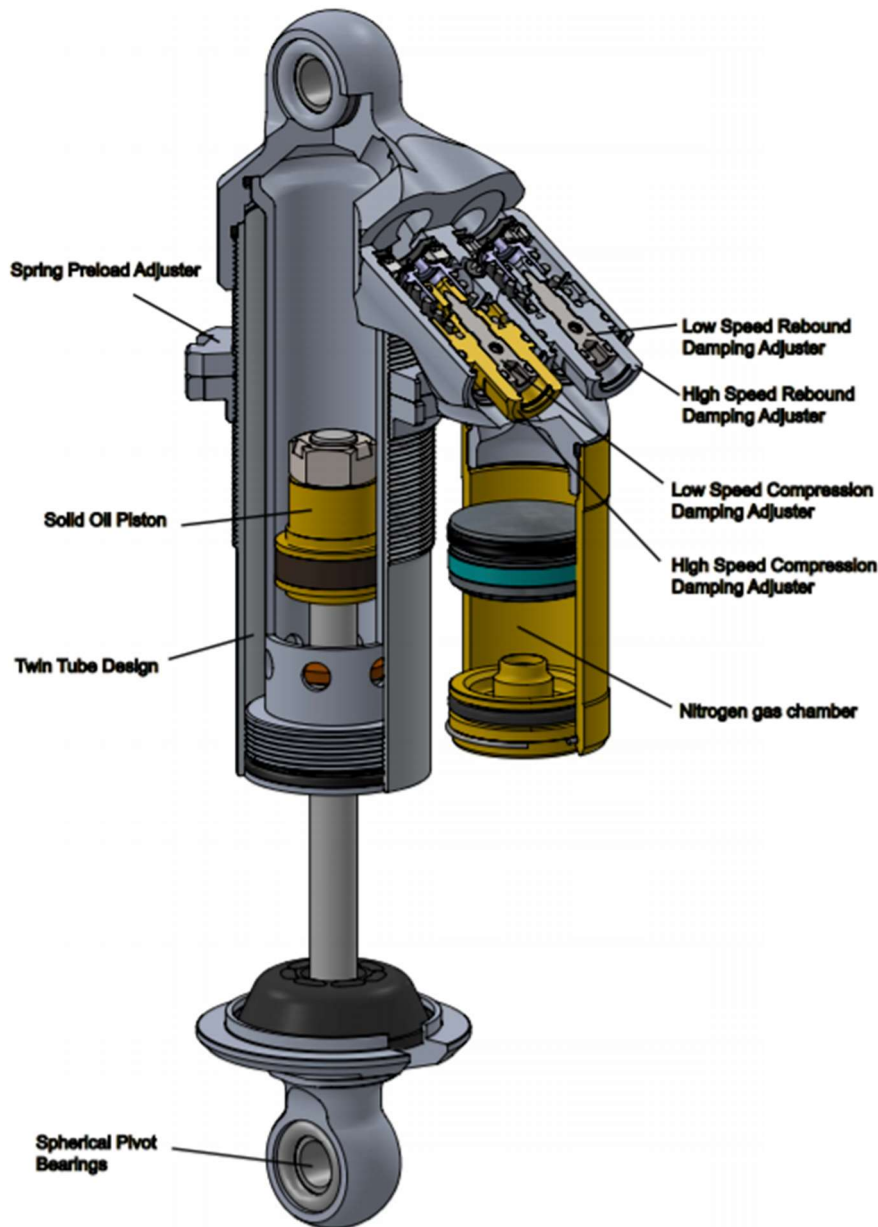
Sila prigušenja se mjeri na ispitnom uređaju koji svoje rotacijsko gibanje pogonskog elektromotora pretvara u translacijsko gibanje (engl. *dampner dyno*). Amortizer se prihvaća s jedne strane na fiksnu točku uređaja, a s druge na dio mehanizma koji se translacijski giba. Na taj način se amortizer ciklički opterećuje (iz kompresije u ekspanziju i obrnuto) te se očitava pomak i sila prigušenja. Na slici 16. su lijevo prikazani grafovi ovisnosti sile prigušenja ovisno o pomaku dobiveni pri mjerenju. Na istoj su slici desno prikazane krivulje prigušenja izvedene iz lijevih grafova deriviranjem pomaka po vremenu. Time je dobivena ovisnost sile prigušenja o brzini kretanja stapa amortizera u odnosu na cilindar. Pritom prigušenje označava nagib krivulje unutar desnih grafova (gradijent).



Slika 16. Vrste krivulja prigušenja amortizera (redom: progresivna, linearna, degresivna) [11]

### 3.4.1. Odabir amortizera

Za bolid *RT06E* je odabran model amortizera *Öhlins TTX25 Mk2*, dvocijevni amortizer s odvojenim spremnikom dušika i dvostrukom karakteristikom prigušenja (engl. *dual rate damper*), što znači da je prigušenje različito za brzine veće i manje od brzine loma krivulje (engl. *knee speed*). Kako ne bi došlo do upjenjivanja ulja unutar amortizera, ono je od dušika odvojeno plutajućim klipom koji po svom obodu ima brtve. Svojom konstrukcijskom izvedbom nude mogućnost podešavanja prigušenja pri niskim i visokim brzinama relativnog gibanja klipa i tijela amortizera. Grubo se podešavanje izvodi zamjenom unutarnjih opruga u svrhu dobivanja različitog prigušenja pri visokim relativnim brzinama te zamjenom prigušnih ventila u svrhu promjene prigušenja pri niskim relativnim brzinama. Fino je podešavanje omogućeno na 4 načina, za kombinacije kompresije i ekspanzije kod visokih i niskih brzina, što ih čini vrlo pogodnim za brzo namještanje pri testiranju ili na natjecanju. Na slici 17. su prikazani vijci kojima se izvode fine postavke prigušenja. Također, zamjenom ulja u amortizeru moguće je dodatno mijenjati raspon prigušenja postignutog amortizerom.

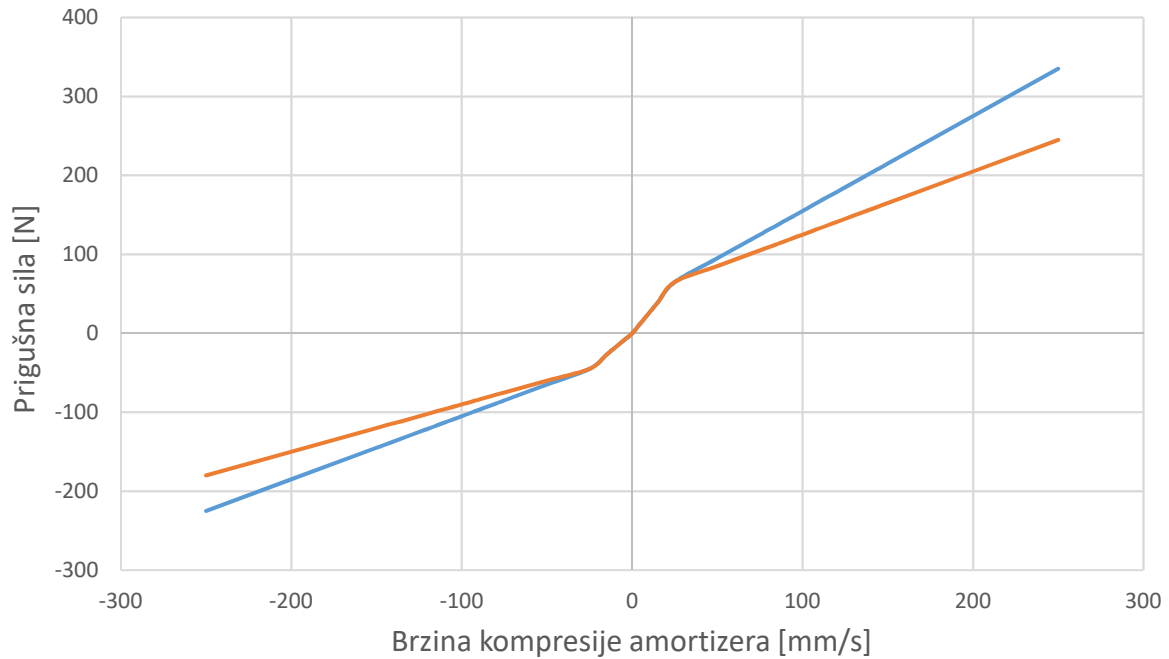


Slika 17. Prikaz konstrukcijske izvedbe amortizera *Öhlins TTX25 Mk2* [13]

Na web stranici proizvođača [13] su dostupne krivulje prigušenja amortizera za sve mogućnosti namještanja, te su za ovaj bolid odabrane karakteristike prigušenja dobivene uz:

- za prednji amortizer:
  - veliki prigušni ventil i srednju krutost unutarnje opruge (20 N/mm),
  - 4 „klika“ vijka za podešavanje prigušenja pri niskim brzinama,
  - 4,3 zakreta vijka za podešavanje prigušenja pri visokim brzinama,
- za stražnji amortizer:
  - veliki prigušni ventil i srednju krutost unutarnje opruge (20 N/mm),
  - 4 „klika“ vijka za podešavanje prigušenja pri niskim brzinama,
  - 3 zakreta vijka za podešavanje prigušenja pri visokim brzinama.

Uz prethodno navedene postavke amortizera dobivene su krivulje prigušenja za prednji i stražnji amortizer (slika 18.).



Slika 18. Odabrane prigušne karakteristike amortizera

Tablica 5. Ulazni podaci za izračun prigušenja i omjera prigušenja gibanja bolida

Prednja ovješena masa	$m_{S-F}$	107,98	kg
Stražnja ovješena masa	$m_{S-R}$	128,37	kg
Omjer poluge prednje opruge i amortizera	$MR_F$	0,74	/
Omjer poluge stražnje opruge i amortizera	$MR_R$	1,05	/
Krutost vožnje prednjeg ovjesa bolida	$K_{R-F}$	22,58	N/mm
Krutost vožnje stražnjeg ovjesa bolida	$K_{R-R}$	30,73	N/mm
Krutost pomaka kotača prednjeg ovjesa bolida	$K_{W-F}$	28,77	N/mm
Krutost pomaka kotača stražnjeg ovjesa bolida	$K_{W-R}$	43,44	N/mm
Krutost ovjesa pri poniranju ovještene mase	$K_{\vartheta}$	1163,53	Nm/°
Inercija poniranja ovještene mase bolida	$I_{\vartheta}$	94,51	kgm <sup>2</sup>
Ukupna krutost ovjesa pri valjanju ovještene mase	$K_{\varphi}$	993740,15	Nmm/°
Inercija valjanja ovještene mase bolida	$I_{\varphi}$	28,07	kgm <sup>2</sup>
Međuosovinski razmak	$L$	1530,00	mm
Udaljenost centra poniranja od prednjeg traga kotača po x osi	$X_{PC}$	650,22	mm
Prednji trag kotača	$T_F$	1300,00	mm
Stražnji trag kotača	$T_R$	1240,00	mm

### 3.4.2. Izračun prigušenja vertikalnog pomaka kotača

Kako je prigušenje amortizera omjer prigušne sile i brzine kompresije, iznosi prigušenja se izračunavaju iz krivulja prigušenja prema slikama 17. i 18. prema izrazu:

$$C_D = \frac{\Delta F}{\Delta v}, \quad (3.94)$$

koji označava nagib krivulja u prigušnoj karakteristici, a iznosi prigušenja su prikazani u tablicama 6. i 7.

**Tablica 6. Izračunato prigušenje prednjeg amortizera ovisno o vrsti gibanja**

Prigušenje	Oznaka	Prigušenje [Ns/m]
Kompresije niskom brzinom	$C_{D-LS-C-F}$	2600
Ekspanzije niskom brzinom	$C_{D-LS-E-F}$	1800
Kompresije visokom brzinom	$C_{D-HS-C-F}$	1200
Ekspanzije visokom brzinom	$C_{D-HS-E-F}$	800

**Tablica 7. Izračunato prigušenje stražnjeg amortizera ovisno o vrsti gibanja**

Prigušenje	Oznaka	Prigušenje [Ns/m]
Kompresije niskom brzinom	$C_{D-LS-C-R}$	2600
Ekspanzije niskom brzinom	$C_{D-LS-E-R}$	1800
Kompresije visokom brzinom	$C_{D-HS-C-R}$	800
Ekspanzije visokom brzinom	$C_{D-HS-E-R}$	600

te je brzina pri kojoj se amortizeru iznos prigušenja lomi na manju vrijednost (engl. *knee speed*) iznosa  $v_{kn} = 25 \text{ mm/s}$ .

Amortizeri preko mehanizma aktucije ovjesa prigušno djeluju na gibanje kotača, a iznos prigušenja vertikalnog pomaka kotača izračunava se pomoću izraza:

$$C_W = C_W \cdot MR . \quad (3.95)$$

Uz omjere poluga prednjeg ovjesa  $MR_F = 0,74$  i stražnjeg ovjesa  $MR_R = 1,05$  izračunavaju se sljedeća prigušenja vertikalnog pomaka kotača u odnosu na šasiju, a prikazani su u tablicama 8. i 9.

**Tablica 8. Izračunato prigušenje pomaka prednjeg kotača ovisno o vrsti gibanja**

Prigušenje	Oznaka	Prigušenje [Ns/m]
Pomaka prema gore niskom brzinom	$C_{W-LS-C-F}$	1423,76
Pomaka prema dolje niskom brzinom	$C_{W-LS-E-F}$	985,68
Pomaka prema gore visokom brzinom	$C_{W-HS-C-F}$	657,12
Pomaka prema dolje visokom brzinom	$C_{W-HS-E-F}$	438,08

**Tablica 9. Izračunato prigušenje pomaka stražnjeg kotača ovisno o vrsti gibanja**

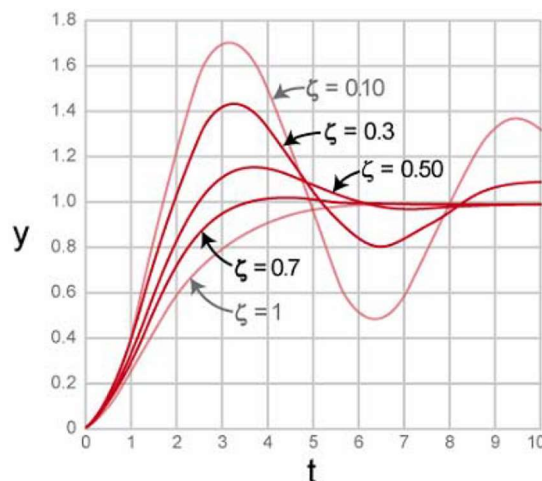
Prigušenje	Oznaka	Prigušenje [Ns/m]
Pomaka prema gore niskom brzinom	$C_{W-LS-C-R}$	2866,50
Pomaka prema dolje niskom brzinom	$C_{W-LS-E-R}$	1984,50
Pomaka prema gore visokom brzinom	$C_{W-HS-C-R}$	882,00
Pomaka prema dolje visokom brzinom	$C_{W-HS-E-R}$	661,50

Kao što je već navedeno, najčešće se utjecaj amortizera na gibanje bolida razmatra kroz omjere prigušenja. Različiti omjer prigušenja se postiže za vertikalni pomak kotača pri kompresiji i ekspanziji zbog karakteristika amortizera, dok se za valjanje i poniranje bolida također može izračunati omjer prigušenja. Kod amortizera s dvostrukom karakteristikom gibanje brzinom manjom i većom od brzine loma krivulje rezultira različitim omjerima prigušenja.

### 3.4.3. Izračun omjera prigušenja gibanja bolida

Kod *Formula Student* bolida, koji se natječu na uglavnom glatkim stazama, je bitno postignuti kontrolu poniranja i valjanja ovješene mase. Kako bi vozač imao osjećaj kontrole pri naglim promjenama smjera gibanja, ubrzanjima i kočenjima potrebno je osigurati omjer prigušenja od 0,5 do 1 za takva gibanja. Takvo prigušenje osigurava usporenje preraspodjele opterećenja, koja bi kod neprigušenih vibracija bila prenapla i pretjerano dugo bi oscilirala. Pri vertikalnom pomaku kotača malom brzinom je također poželjan taj raspon omjera prigušenja, dok je za velike brzine pomaka kotača potrebno imati vrlo niske iznose omjera prigušenja od 0,2 do 0,4 da pri naglim nailascima na neravnine ne dođe do destabilizacije ovješene mase te odvajanja kotača od podloge [14].

Na slici 19. su prikazani odzivi sustava na *step* ulaznu funkciju pobude uz različite omjere prigušenja. Kod podkritično prigušenog gibanja je omjer prigušenja  $\zeta < 1$  te dolazi do prebačaja preko stacionarnog iznosa pomaka (engl. *overshoot*). Za kritično prigušeno gibanje ( $\zeta = 1$ ) se stacionarni iznos pomaka postiže u najkraćem vremenu bez prebačaja. Ukoliko je sustav nadkritično prigušen ( $\zeta > 1$ ) stacionarni iznos pomaka se postiže kasnije. Zbog vrlo jednostavne relacije između omjera prigušenja i odziva gibanja najlakše je prigušenje promatranog gibanja normalizirati pomoću omjera prigušenja [14].



Slika 19. Odziv sustava na *step* pobudu ovisno o omjeru prigušenja [15]

Omjer prigušenja se određuje kao omjer postignutog prigušenja promatranog gibanja s iznosom kritičnog prigušenja takvog gibanja.

Kritično prigušenje ovješene mase pri vertikalnom hodu kotača prednjeg ovjesa iznosi:

$$C_{CR-S-F} = 2 \cdot \sqrt{K_{W-F} \cdot 1000 \cdot \frac{m_{S-F}}{2}} = 2 \cdot \sqrt{28,77 \cdot 1000 \cdot \frac{107,98}{2}}, \quad (3.96)$$

$$C_{CR-S-F} = 2492,63 \text{ Ns/m} . \quad (3.97)$$

Kritično prigušenje ovještene mase pri vertikalnom hodu kotača stražnjeg ovjesa iznosi:

$$C_{CR-S-R} = 2 \cdot \sqrt{K_{W-R} \cdot 1000 \cdot \frac{m_{S-R}}{2}} = 2 \cdot \sqrt{43,44 \cdot 1000 \cdot \frac{128,37}{2}}, \quad (3.98)$$

$$C_{CR-S-R} = 3339,74 \text{ Ns/m} . \quad (3.99)$$

Kritično prigušenje ovještene mase pri poniranju šasije iznosi:

$$C_{CR-\theta} = 2 \cdot \sqrt{K_{\theta} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot I_{\theta}} = 2 \cdot \sqrt{1163,53 \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 94,51}, \quad (3.100)$$

$$C_{CR-\theta} = 5021,3 \text{ Ns/mrad} . \quad (3.101)$$

Kritično prigušenje ovještene mase pri valjanju šasije iznosi:

$$C_{CR-\phi} = 2 \cdot \sqrt{\frac{K_{\phi}}{1000} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot I_{\phi}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{993740,15}{1000} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 28,07}, \quad (3.102)$$

$$C_{CR-\phi} = 2528,8 \text{ Ns/mrad} . \quad (3.103)$$

Pri izračunu prigušenja poniranja i valjanja bolida su uzete u obzir brzine kompresije i ekspanzije amortizera manje od brzine loma krivulje (25 mm/s). Kada vozilo ponire pri kočenju dolazi do kompresije prednjih amortizera te ekspanzije stražnjih amortizera, koji predstavljaju dva para amortizera u paralelnom spoju. Pri poniranju tokom ubrzavanja dolazi do obrnutog slučaja u kojem su stražnji amortizeri u kompresiji, a prednji u ekspanziji. Vožnjom kroz zavoj dolazi do valjanja vozila te su za prednji i stražnji ovjes amortizeri u serijskim prigušnim spojevima. Tada su amortizeri vanjskih kotača u kompresiji, a amortizeri unutarnjih kotača u ekspanziji.

Prigušenje pri poniranju šasije uslijed kočenja iznosi:

$$C_{BRK-\theta} = \left(\frac{X_{PC}}{1000}\right)^2 \cdot 2 \cdot C_{W-LS-C-F} + \left(\frac{L-X_{PC}}{1000}\right)^2 \cdot 2 \cdot C_{W-LS-E-R}, \quad (3.104)$$

$$C_{BRK-\theta} = \left(\frac{650,22}{1000}\right)^2 \cdot 2 \cdot 1423,76 + \left(\frac{1530-650,22}{1000}\right)^2 \cdot 2 \cdot 661,50, \quad (3.105)$$

$$C_{BRK-\theta} = 4275,95 \text{ Ns/mrad} . \quad (3.106)$$

Prigušenje pri poniranju šasije uslijed ubrzanja iznosi:

$$C_{ACC-\theta} = \left(\frac{X_{PC}}{1000}\right)^2 \cdot 2 \cdot C_{W-LS-E-F} + \left(\frac{L-X_{PC}}{1000}\right)^2 \cdot 2 \cdot C_{W-LS-C-R}, \quad (3.107)$$

$$C_{ACC-\theta} = \left(\frac{650,22}{1000}\right)^2 \cdot 2 \cdot 985,68 + \left(\frac{1530-650,22}{1000}\right)^2 \cdot 2 \cdot 2866,50, \quad (3.108)$$

$$C_{ACC-\theta} = 5270,88 \text{ Ns/mrad} . \quad (3.109)$$

Prigušenje pri valjanju šasije uslijed vožnje kroz zavoj iznosi:

$$C_{\phi} = \left(\frac{T_F}{1000}\right)^2 \cdot \frac{C_{W-LS-E-F} \cdot C_{W-LS-C-F}}{C_{W-LS-E-F} + C_{W-LS-C-F}} + \left(\frac{T_R}{1000}\right)^2 \cdot \frac{C_{W-LS-E-R} \cdot C_{W-LS-C-R}}{C_{W-LS-E-R} + C_{W-LS-C-R}}, \quad (3.110)$$

$$C_{\phi} = \left(\frac{1300}{1000}\right)^2 \cdot \frac{985,68 \cdot 1423,76}{985,68 + 1423,76} + \left(\frac{1240}{1000}\right)^2 \cdot \frac{661,50 \cdot 2866,50}{661,50 + 2866,50}, \quad (3.111)$$

$$C_{\phi} = 2787,42 \text{ Ns/mrad}. \quad (3.112)$$

Omjer prigušenja poniranja pri kočenju iznosi:

$$\zeta_{BRK-\theta} = \frac{C_{BRK-\theta}}{C_{CR-\theta}} = \frac{4275,95}{5021,3} = 0,85. \quad (3.113)$$

Omjer prigušenja poniranja pri ubrzavanju iznosi:

$$\zeta_{ACC-\theta} = \frac{C_{ACC-\theta}}{C_{CR-\theta}} = \frac{5270,88}{5021,3} = 1,05. \quad (3.114)$$

Omjer prigušenja valjanja pri vožnji kroz zavoj iznosi:

$$\zeta_{\phi} = \frac{C_{\phi}}{C_{CR-\phi}} = \frac{2787,42}{2528,8} = 1,10. \quad (3.115)$$

Analogno se izračunavaju i omjeri prigušenja vertikalnog pomaka kotača iz prethodno dobivenih iznosa prigušenja vertikalnog pomaka kotača i kritičnih prigušenja ovješene mase pri vertikalnom pomaku kotača. Izračunati iznosi omjera prigušenja su:

**Tablica 10. Izračunati omjeri prigušenja pomaka prednjeg kotača ovisno o vrsti gibanja**

Omjer prigušenja	Oznaka	Iznos
Pomaka prema gore niskom brzinom	$\zeta_{W-LS-C-F}$	0,57
Pomaka prema dolje niskom brzinom	$\zeta_{W-LS-R-F}$	0,40
Pomaka prema gore visokom brzinom	$\zeta_{W-HS-C-F}$	0,26
Pomaka prema dolje visokom brzinom	$\zeta_{W-HS-R-F}$	0,18

**Tablica 11. Izračunati omjeri prigušenja pomaka stražnjeg kotača ovisno o vrsti gibanja**

Omjer prigušenja	Oznaka	Iznos
Pomaka prema gore niskom brzinom	$\zeta_{W-LS-C-R}$	0,86
Pomaka prema dolje niskom brzinom	$\zeta_{W-LS-R-R}$	0,60
Pomaka prema gore visokom brzinom	$\zeta_{W-HS-C-R}$	0,26
Pomaka prema dolje visokom brzinom	$\zeta_{W-HS-R-R}$	0,20

Iz izračunatih omjera prigušenja je vidljivo da će za valjanje i poniranje bolida biti prisutan nikakav ili mali prebačaj (engl. *overshoot*) gibanja pri stabilizaciji nakon postizanja određene uzdužne ili bočne akceleracije. Za vertikalni pomak kotača su postignuti željeni iznosi omjera prigušenja uz koje će pri niskim brzinama pomaka kotača bit postignuto brzo prigušenje vibracija, dok će za visoke brzine pomaka kotača gibanje biti vrlo podprigušeno, što rezultira slabijim utjecajem pobude visokih frekvencija na destabilizaciju vozila.

Kako su amortizeri podesivi u širokom rasponu prigušenja, cilj je bio razumjeti na koji način svaka postavka utječe na odziv gibanja vozila. Pri testiranju vozila i mijenjanju postavki potrebno je odziv gibanja bolida povezati s uzrokom takvome gibanju, kojeg se može odrediti analitički.



## 4. VANJSKI UTJECAJI NA DINAMIČKO PONAŠANJE BOLIDA

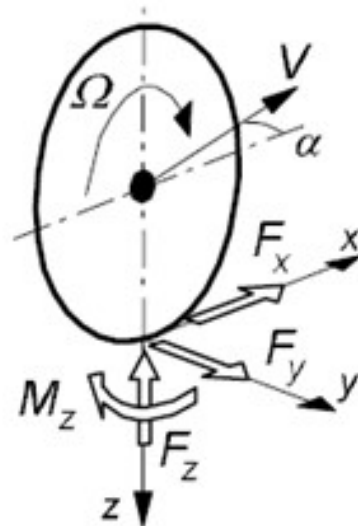
U ovome će poglavlju biti raspravljani utjecaji na dinamičko ponašanje bolida te način njihova modeliranja u simulacijama procedura vožnje. Primarno su već spomenuti vanjski utjecaji na gibanje bolida: sile na kontaktu s podlogom te aerodinamičke sile, a masa i inercije gibanja vozila su posljedice njegove konstrukcijske izvedbe. Pneumatici se unutar modela vozila interpretiraju koristeći model gume, dok se aerodinamički utjecaji razmatraju kroz unos aerodinamičkih sila koje imaju najveći utjecaj na gibanje bolida te su ovisne o brzini gibanja. Mase i inercije vozila su sastavni parametri elemenata vozila, te uz geometrijske značajke i kinematske veze u potpunosti definiraju vozilo kao mehanizam.

### 4.1. Sile trenja prijanjanja

Pneumatik je vrlo složen element za razmatranje pri koncipiranju vozila, proračun utjecaja pneumatika na gibanje vozila je analitički vrlo teško provesti, te se kod njega u analitičkim proračunima u obzir uzima samo promjena dinamičkog radijusa s opterećenjem te vertikalna krutost. Sastoji se od viskoelastičnog materijala i čeličnih niti koje drže konstrukciju na okupu pri udarnim opterećenjima te sprečavaju njihovu pretjeranu deformaciju pri vožnji. To je element s vrlo velikim utjecajem na dinamiku vozila jer su jedino pneumatici u kontaktu s podlogom čime prenose sile prijanjanja kojima održavaju putanju gibanja vozila i utječu na brzinu gibanja. Kako bi se postiglo što bolje prijanjanje pneumatika s podlogom potrebno je kinematičke značajke ovjesa bolida konstruirati uzimajući u obzir njegova svojstva.

Zbog kompleksnog oblika, sastava i svojstva materijala, pneumatik se promatra kroz semi-empirijske modele. Najpoznatiji su modeli gume koji su rezultirali iz istraživanja H. B. Pacejke koji je trigonometrijskim jednadžbama (*Magic formula*) opisao ovisnost sila i momenta na kontaktu s podlogom o 4 parametra: vertikalnoj sili ( $F_z$ ), bočnom nagibu kotača ( $\gamma$ ), kutu bočnog klizanja ( $\alpha$ ) i faktoru klizanja kotača ( $\kappa$ ).

Ponašanje odabranog pneumatika se provodi u kontroliranim uvjetima na ispitnom stroju koji pneumatik u rotaciji stavlja u zahvat s valjkom koji ima grubu površinu. Pritom se variraju ispitni parametri (4 navedene veličine). Mnoštvom senzora se mjere izlazne veličine poput temperature gaznog sloja u tri točke, tlak u pneumatiku, sile i momenti nastali uslijed trenja između pneumatika i valjka te okolišna temperatura. Unutar modela Dr. Pacejke se trigonometrijskim funkcijama aproksimiraju uzdužna sila ( $F_x$ ), poprečna sila ( $F_y$ ) te moment stabilizacije ( $M_z$ ) u ovisnosti o kutu bočnog klizanja i faktoru klizanja kotača. Aproksimacija se izvršava prilagođavanjem parametara *Magic formule* kako bi se krivuljama dobivenim trigonometrijskim jednadžbama što bolje opisale mjerene veličine u ispitivanjima provedenim nad odabranim pneumatikom [16].



**Slika 20. Osnovne sile i moment koji se javljaju na podlozi uz prikaz kutne brzine i ukupne brzine translacije kotača [16]**

Efektivni radijus valjanja različit od stacionarnog nastaje pri primjeni pogonskog ili kočnog momenta. Uz djelovanje pogonskog momenta je taj radijus manji od stacionarnog radijusa kotača, a pri djelovanju kočnog je veći. Taj se radijus izračunava prema izrazu:

$$r_e = \frac{V_x}{\Omega_0} \text{ [mm]}, \quad (4.1)$$

gdje je:

$V_x$  – uzdužna komponenta ukupne brzine gibanja [mm/s],

$\Omega_0$  – kutna brzina vrtnje kotača bez klizanja [rad/s].

Faktor klizanja kotača se pojavljuje pri primjeni pogonskog ili kočnog momenta na kotač te se izračunava prema izrazu:

$$\kappa = \frac{V_x - r_e \cdot \Omega}{V_x} = -\frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega_0} \text{ [-]}. \quad (4.2)$$

gdje je:

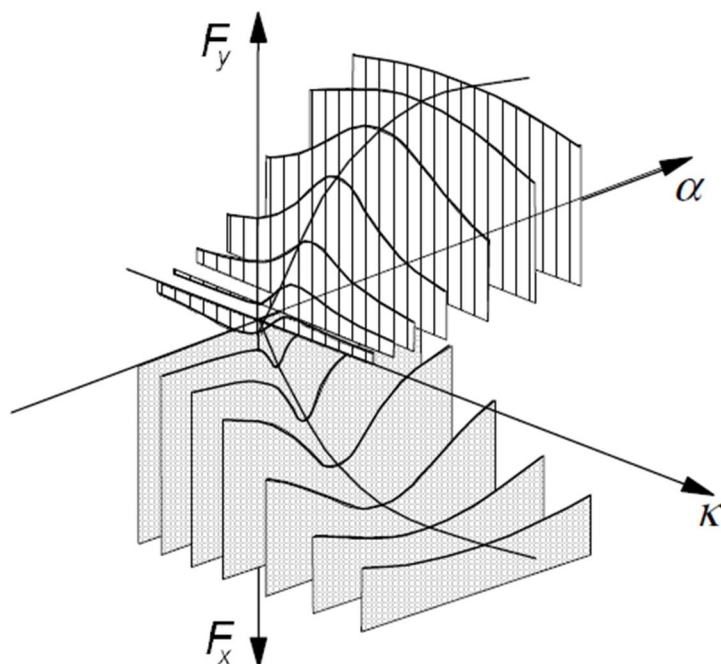
$\Omega$  – kutna brzina vrtnje kotača s klizanjem [rad/s].

Kut bočnog klizanja ( $\alpha$ ) je definiran kao arkus tangens omjera poprečne i uzdužne brzine translacije kotača. Predznak jednadžbe je odabran tako da za pozitivan kut bočnog klizanja bude dobivena pozitivna bočna sila prema slici 20. Sljedećim izrazom se prikazuje taj kut:

$$\alpha = \arctg\left(-\frac{V_y}{V_x}\right) \text{ [}^\circ\text{]}. \quad (4.3)$$

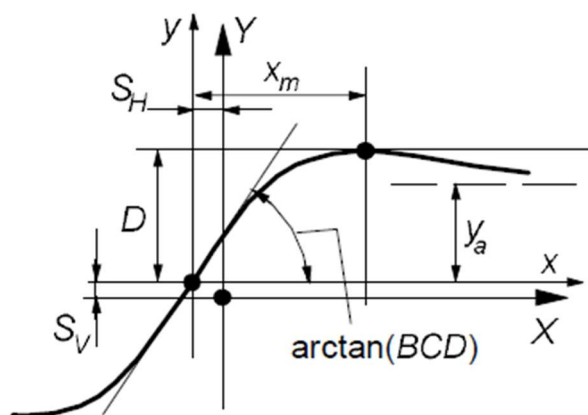
gdje je:

$V_y$  – poprečna komponenta ukupne brzine gibanja [mm/s].



Slika 21. 3D prikaz ovisnosti sila prijanjanja (uzdužna sila  $F_x$  i poprečna sila  $F_y$ ) o kombinacijama kuta bočnog klizanja  $\alpha$  i faktoru klizanja kotača  $\kappa$  [16]

Opći oblik *Magic formule* (slika 22.) je kombinacija trigonometrijskih funkcija  $\sin(\arctan)$  koje je Dr. Pacejka (nakon mnogo iteracija s raznim interpolacijskim polinomima te polinomima višeg reda) izveo. Zaključeno je da se njima vrlo točno može opisati ponašanje gume aproksimiranjem mjerenih vrijednosti uz relativnu jednostavnost modela [16].



Slika 22. Opći oblik *Magic formule* za varijablu  $Y$  ovisnu o parametru  $X$  [16]

Opća jednadžba *Magic formule* glasi:

$$y = D \cdot \sin[C \cdot \arctg\{B \cdot x - E \cdot (B \cdot x - \arctg(B \cdot x))\}], \quad (4.3)$$

uz:

$$Y(X) = y(x) + S_V, \quad (4.4)$$

$$x = X + S_X, \quad (4.5)$$

gdje je:

$Y$  – izlazna varijabla  $F_X$ ,  $F_Y$  ili  $M_Z$ ,

$X$  – ulazna varijabla  $tg(\alpha)$  ili  $\kappa$ ,

$B$  – faktor krutosti,

$C$  – faktor oblika,

$D$  – vršna vrijednost,

$E$  – faktor zakrivljenosti,

$S_V$  – vertikalni pomak krivulje,

$S_H$  – horizontalni pomak krivulje.

## 4.2. Aerodinamičke sile

Pri vožnji trkaćih vozila su najprimjetniji utjecaji aerodinamičkih sila na spuštanje ovješeno dijela vozila (engl. *heave*) s povećanjem brzine uslijed sile negativnog uzgona (engl. *downforce*) te poniranje (engl. *pitch*) uslijed sile otpora zraka (engl. *drag force*). Omjer između (negativnog) faktora uzgona i faktora otpora zraka označava efikasnost aerodinamičkog paketa bolida (engl. *aerodynamic efficiency*). Naravno, cilj je postići što višu efikasnost zbog povoljnih efekata negativnog uzgona na prianjanje bolida i nepovoljnog utjecaja otpora zraka na ubrzavanje bolida na način da smanjuje rezervu snage preostalu za ubrzavanje bolida.

### 4.2.1. Sila uzgona zraka

Svojim utjecajem na normalnu silu između kotača i podloge pozitivno djeluje na performanse trkaćeg vozila ako je predznak negativan. Porastom iznosa (negativne) sile uzgona raste i opterećenje kotača te time i potencijal za prenošenjem sila prianjanja. Raspodjela dodatnog opterećenja prednjih i stražnjih kotača uslijed sile uzgona također utječe i na stabilnost vozila, te može rezultirati promjenom gradijenta podupravljanja s porastom brzine gibanja.

Izraz po kojem se računa iznos sile uzgona glasi:

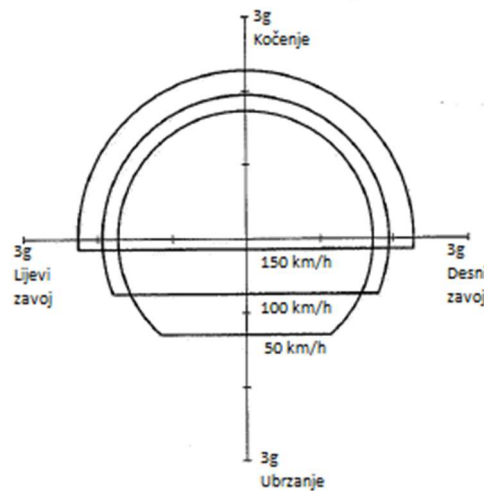
$$F_L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c_L \cdot A_F \text{ [N]}, \quad (4.6)$$

gdje je:

- $c_L$  [–]; koeficijent otpora zraka,
- $A_F$  [ $m^2$ ]; frontalna površina vozila,
- $\rho$  [ $\frac{kg}{m^3}$ ]; gustoća zraka,
- $v$  [ $\frac{m}{s}$ ]; brzina gibanja vozila.

Iz izraza (4.6) je vidljivo da je sila uzgona ovisna o kvadratu brzine, što znači da pri višim brzinama vozilo može imati velike prednosti u pogledu performansi uz nešto veći faktor (negativnog) uzgona. Iako je utjecaj faktora uzgona zraka pri brzinama kojima se vozi na natjecanjima *Formule Student* manji, to ne znači da naponi pri optimiranju aerodinamičkog paketa trebaju biti išta manji, jer bolja efikasnost aerodinamičkog paketa donosi kompetitivnu prednost. Na slici 23. je prikazan „g-g-v“ dijagram koji služi za kvantificiranje ostvarivih

performansi vozila. Promjer kružnog luka pri stacionarnom položaju vozila je određen primarno faktorom trenja prijanjanja guma, dok je uz porast brzine vožnje velik utjecaj ima i faktor uzgona. Za bolid s negativnim faktorom uzgona se povećava promjer kruga po paraboli 2. reda zbog ovisnosti sile uzgona o kvadratu brzine vožnje.



Slika 23. Generički „g-g-v“ dijagram za različite brzine vožnje [9]

Ukoliko je hvatište sile uzgona ispred ili iza težišta ovješene mase, uslijed djelovanja te sile nastaje i moment poniranja koji s povećanjem brzine vožnje utječe na gibanje vozila na način da inducira poniranje ovješene mase. To može biti povoljna ili nepovoljna pojava zbog promjene napadnog kuta krila i nagiba difuzora te time i promjene aerodinamičkih karakteristika vozila. Također se može ovješeni element vozila pretjerano približiti podlozi pri visokim brzinama te uslijed neravne podloge oštetiti.

#### 4.2.2. Sila otpora zraka

Kompromis kod agresivnosti aerodinamičkog paketa postoji upravo zbog sile otpora zraka, koja negativno utječe na performanse vozila povećanjem otpora vožnje. Pri razlici u visini hvatišta sile otpora zraka i težišta ovješene mase, također dolazi do pojave momenta poniranja, čiji su efekti na gibanje vozila već spomenuti u prethodnom odlomku. Teoretski je moguće neutralizirati moment poniranja uslijed aerodinamičkih sila na ovješenu masu ravnotežom momenata oko njezina težišta, pri čemu dolazi do ravnomjerne raspodjele normalne sile na prednje i stražnje kotače uslijed aerodinamičkih sila.

Izraz po kojem se računa sila otpora zraka glasi:

$$F_D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c_D \cdot A_F [N]. \quad (4.7)$$

gdje je  $c_D [-]$  koeficijent otpora zraka, a ostale su ulazne veličine jednake kao za izraz (4.6).

Kao i sila uzgona, iz izraza (4.7) je očito da je sila otpora zraka također proporcionalna kvadratu brzine vožnje. U *Formula Student* natjecanjima se rijetko prelazi preko 80 km/h brzine vožnje. Zbog toga je implementacija aerodinamičkog paketa opravdana ukoliko je njegova efikasnost dovoljna te masa paketa nije pretjerana. Prema slici 23. je smanjenje ostvarive akceleracije pri ubrzanju najvećim dijelom uzrokovano porastom snage potrebne za savladavanje otpora zraka s kubom brzine vožnje čime se smanjuje rezerva snage za ubrzanje.

## 5. IZRADA MODELA VOZILA U PROGRAMSKOM PAKETU ADAMS CAR

Kako bi bilo moguće detaljnije promatrati utjecaje raznih parametara vozila na njegovo ponašanje u vožnji bez da je potrebno izraditi stvaran prototip, pomoću adekvatnih programskih paketa se izrađuju modeli vozila. Koristeći takve modele je moguće s dovoljnom preciznošću odrediti kakve je promjene potrebno izvesti u svrhu poboljšanja dinamičkih karakteristika vozila.

Kod trkaćih vozila je bitno procijeniti je li vozilo konkurentno u pogledu performansi koje može ostvariti. Zbog toga se pri određivanju smještaja komponenti unutar vozila teži smanjenju visine težišta i inercija zakreta ovješene mase oko težišta. Pri analitičkom proračunu potrebnih opružnih i prigušnih karakteristika je naglasak za postojeći razmještaj komponenti i položaj težišta osigurati upravljivost vozila te spriječiti kolizije dijelova s tлом pri vožnji. Pomoću modela dinamike više tijela (engl. *multibody dynamics*) se promatraju ostvarene performanse te optimiraju podesivi parametri vozila kako bi se dodatno uravnotežilo njegovo ponašanje i povećale performanse.

Programski paket *Adams* svojim modulima omogućuje korisniku izradu modela mehanizama koji opisuju određeno gibanje te analizu važnih značajki konstrukcije. Kroz opis metodom konačnih elemenata te numeričkim rješavanjem procedura gibanja omogućuje dimenzioniranje i oblikovanje dijelova. Svi su elementi vozila, staze i upravljačke datoteke opisani kroz tekstualne datoteke svojstava (engl. *property files*) koje skupno čine bazu podataka (engl. *database*).

### 5.1. Opis konstrukcije modela vozila

U ovom se radu koristi modul *Adams Car*, pomoću kojeg se vozilo modelira kao mehanizam u pokretu koji je u interakciji s okolinom (engl. *ground*) kroz normalne sile i sile prijanjanja na kontaktu gume s podlogom te aerodinamičke sile. Kroz procedure vožnje cilj je procijeniti ponaša li se vozilo adekvatno za vozača u pogledu stabilnosti i gradijenta podupravljanja. Također procijeniti će se kompetitivnost bolida u natjecanjima *Formule Student* za postignute uzdužne i bočne akceleracije te odziv pri promjeni smjera gibanja.

### 5.2. Adams Car Template builder

Predlošci (engl. *templates*) podsustava se izrađuju u načinu rada *Template builder*, gdje se geometrija podsustava (engl. *subsystems*) opisuje pomoću karakterističnih točaka (engl. *hardpoints*). Dijelovi podsustava se međusobno spajaju krutim (engl. *joints*) ili elastičnim (engl. *bushings*) vezama, dok se podsustavi međusobno povezuju prihvatima (engl. *mounts*). Unutarnje sile i momenti čiji se utjecaj na gibanje vozila razmatra su:

- opružna sila opruge,
- torzijska krutost stabilizatora,
- prigušna sila amortizera,
- kočni moment,
- pogonski moment,
- upravljački moment na volanu.

Opružne sile koje vozilu daju krutost vožnje (te dio krutosti valjanja) se modelira *spring* elementima kojem se pridružuje datoteka svojstva (engl. *property file*) koja sadrži ovisnost opružne sile o deformaciji opruge. Torzijsku krutost stabilizatora se opisuje aktuatorom koji se ovisno o relativnom kutu zakreta opire tom zakretu, a pritom je torzijska krutost konstantna vrijednost. Prigušna sila amortizera modelira *dampner* elementom datotekom svojstva koja

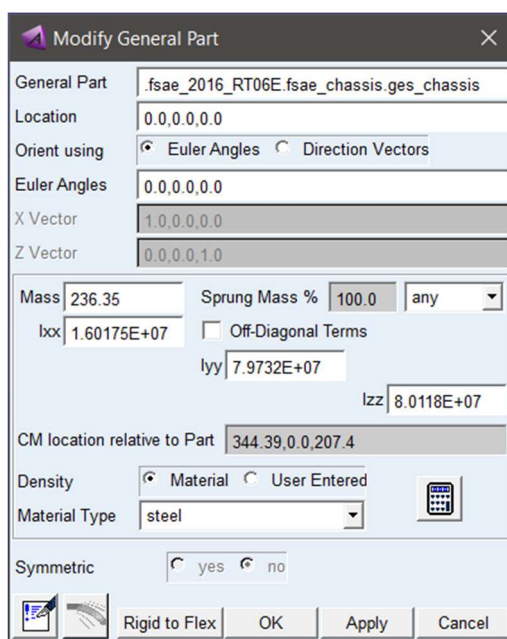
sadrži karakteristiku prigušenja koju daje proizvođač amortizera za odabrane postavke prigušenja.

Kočni, pogonski te upravljački moment na volanu su zadani kao aktuatori čiji je moment ovisan o onome što se zadaje unutar ulaznih podataka pri pokretanju simulacije. Pritom su unutar podsustava zadane maksimalne dopuštene vrijednosti tih momenata. Za upravljački sustav je zadan iznos momenta kojeg stvaran vozač može ostvariti na volanu, za pogonski sustav maksimalan moment u ovisnosti o brzini vrtnje elektromotora te za kočni sustav maksimalan pritisak na kočne obloge. Pritom je unutar modela opisana geometrija kočnog sustava, u što spada: efektivni radijus kočenja, površina klipova i faktor trenja tarnih površina obloge i diskova.

### 5.3. Adams Car Standard interface

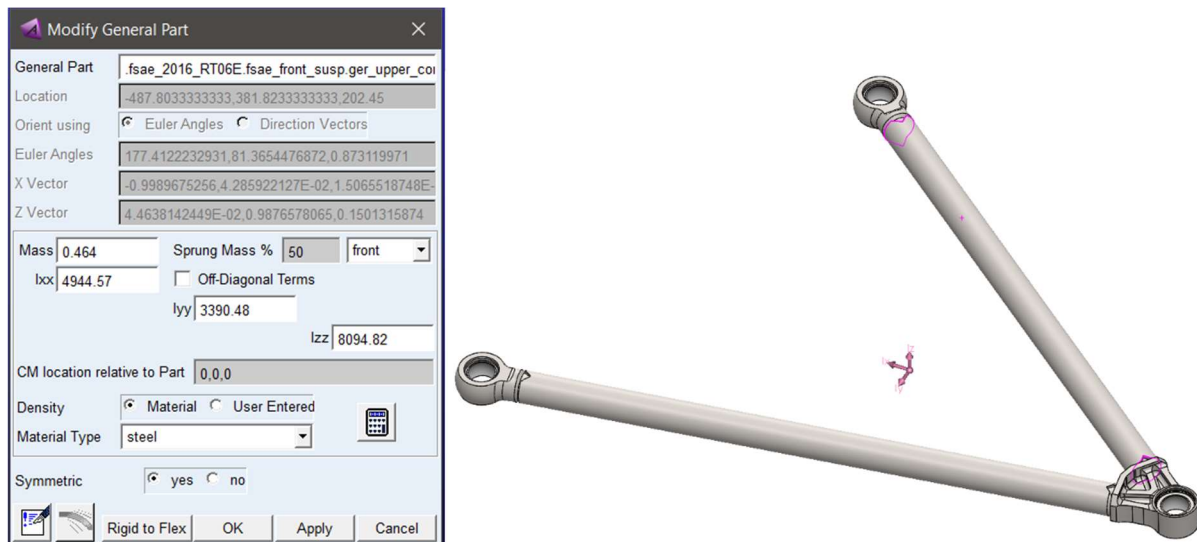
#### 5.3.1. Podsustavi vozila (engl. Subsystems)

Unutar podsustava vozila se definiraju i podesivi parametri (engl. *parameter variables*) pomoću kojih je lako iz sklopa vozila izvoditi brze promjene (npr. torzijska krutost stabilizatora, kut bočnog nagiba kotača, usmjerenost kotača, prijenosni omjer upravljačkog prijenosnika itd.). Ovješena masa vozila se modelira kroz podsustav *chassis*, u kojem je određena kao koncentrirana masa u svom težištu kojoj su pridodane inercije zakreta oko globalnih osi (slika 24.). Iznosi masa i inercija su određeni uz pomoć CAD sklopa vozila koji uključuje i masu vozača. Kako aerodinamičke sile djeluju najvećim dijelom na ovješenu masu, unutar istog podsustava su definirana i hvatišta sile otpora i uzgona zraka te jednadžbe (4.6) i (4.7) koje definiraju njihov iznos u ovisnosti o brzini gibanja bolida.



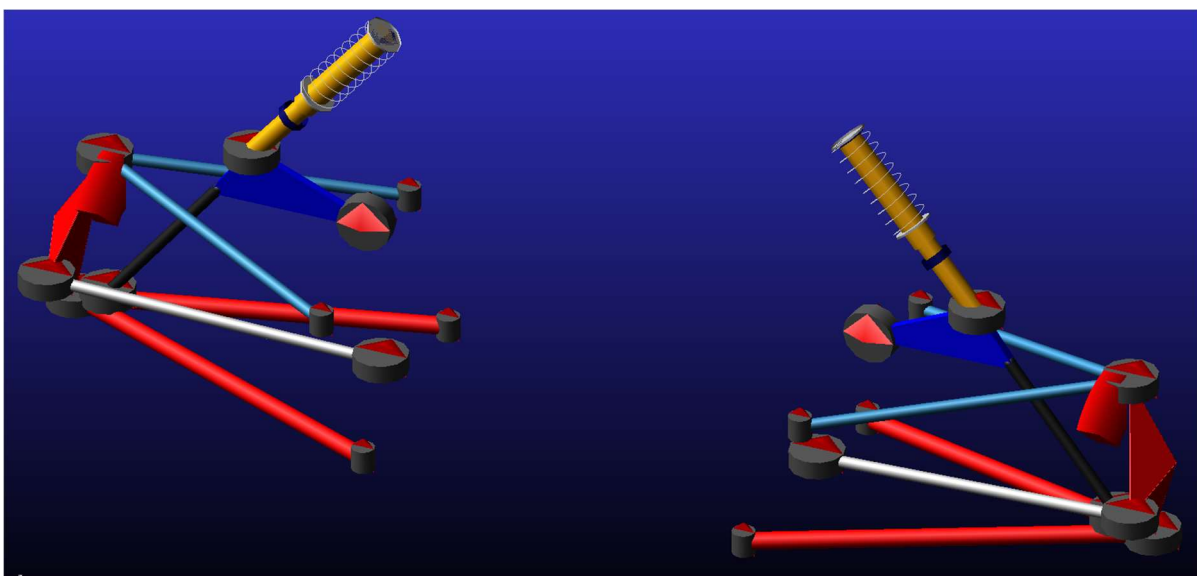
Slika 24. Prozor u kojem se definiraju svojstva podsustava *chassis*

Unutar podsustava ovjesa vozila se poprečna ramena i spone modeliraju kao sustav štapnih elemenata. Pretpostavljeno je težište tih elemenata u središtu između karakterističnih točaka koje ih definiraju te je pretpostavljeno da je 50 % njihove mase neovješeno. Za njih su iz CAD podsklopova (slika 25. desno) očitani iznosi masa i inercija te uneseni u izbornik *Modify* (slika 25. lijevo) za odabranu vodilicu kotača.



**Slika 25. Izbornik *Modify* prednjeg gornjeg poprečnog ramena u *Adams Car-u* (lijevo), podslop prednjeg gornjeg poprečnog ramena u *SolidWorks-u* (desno)**

Sferni ležajevi ovjesa (engl. *uniball* ili *rod end*, ovisno o izvedbi) svojom konstrukcijom omogućuju oscilaciju pomaka kotača u odnosu na šasiju pri vožnji uz vrlo malene elastične deformacije. Ugrađuju se na krajevima poprečnih ramena i spona, a u modelu su definirani kao elastične veze (engl. *bushings*) pošto one za razliku od krutih veza (engl. *joints*) nakon završetka simulacije procedure vožnje daju mogućnost ispisa sila za takve zglobove. Sferni ležaj je kinematička veza koja dopušta zakrete oko sve tri koordinatne osi, a sprečava relativnu translaciju vezanih dijelova u smjeru sve 3 koordinatne osi. Unutar datoteke svojstava su zato zadane krutosti pomaka vrlo visokih iznosa, dok su momenti zakreta vrlo malih iznosa. Sljedeći korak bi bio eksperimentalno ispitivanje krutosti pomaka sfernih ležajeva i momenta trenja koji nastaje pri relativnom zakretanju dijelova ležaja te upis izmjerenih karakteristika u datoteku svojstava sfernih ležajeva u svrhu točnijeg opisa modela bolida. Trenje u ležajevima može u podsustavu ovjesa djelovati kao dodatna prigušna komponenta, što nije povoljno jer nije moguće utjecati na iznos tog trenja. Zbog toga je potrebno pravilno odabrati sferne zglobove i zglobne glave te ih i mijenjati ukoliko dođe do istrošenosti.



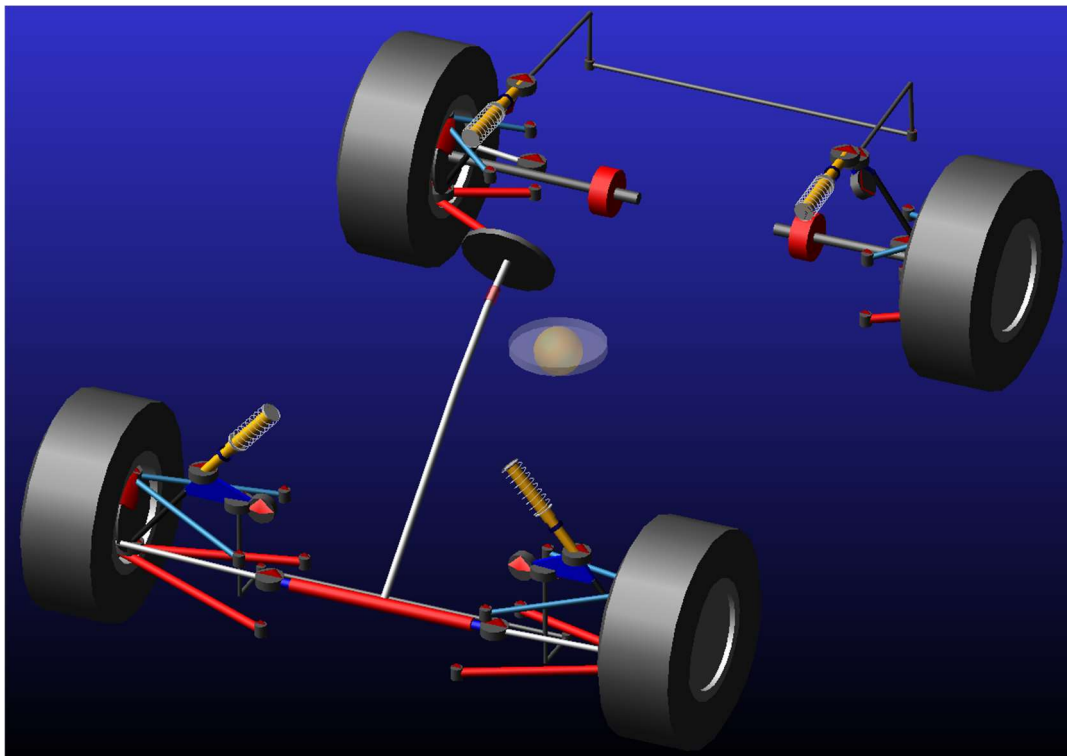
**Slika 26. Podsustav prednjeg ovjesa bolida u kojem sivi cilindri predstavljaju elastične veze dijelova ovjesa**



Iako vrlo jednostavan podsustav modela, pneumatici imaju vrlo velik utjecaj na rezultate simulacija procedura vožnje, jednako kao i u stvarnosti na performanse vozila. U svrhu postizanja što točnijih rezultata, trkači se pneumatici podvrgavaju ispitivanjima u kojima se mjere sile prijanjanja koje postignute za različite postavke kinematičkih značajki, tlakova i vertikalnih opterećenja. Kako je i opisano u poglavlju 4.1, u svrhu opisivanja karakteristika odabranog pneumatika je korišten semi-empirijski model koji to postiže setom trigonometrijskih jednadžbi.

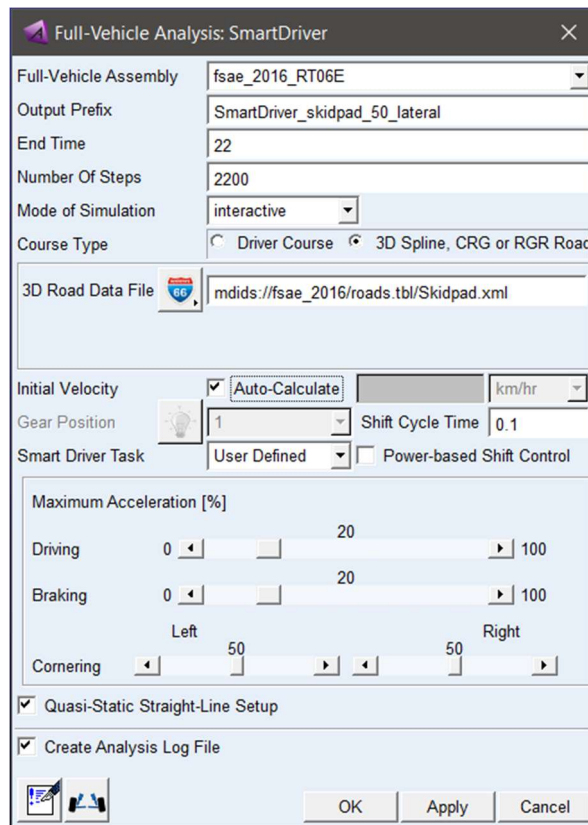
### 5.3.2. Sklop vozila (engl. *Full-vehicle assembly*)

Sklop cijelog vozila (slika 27.) se kreira međusobnim sklapanjem podsustava vozila prihvatima (engl. *mounts*) koji se nalaze na podsklopu *chassis*. Kinematičke veze na ostalim podsustavima vozila se postavljaju na mjesto spomenutih prihvata. Takav sklop vozila (engl. *assembly*) se provodi kroz procedure vožnje pomoću izbornika *Simulate*. U tom izborniku postoje preddefinirane procedure poput dvostruke izmjene smjera, vožnje zavojem konstantnog radijusa i razne procedure s preprekama na stazi. Također je moguće izraditi stazu tekstualnom datotekom koja sadrži x i y koordinate putanje, širinu i poprečni nagib staze po kojoj će vozilo slijediti putanju uz pomoć numeričkog modela vozača. *SmartDriver* će pokušati slijediti opisanu putanju uz zadanu agresivnost ubrzanja, kočenja te postizanja bočnih akceleracija (slika 28.).



Slika 27. Sklop cijelog vozila (engl. *vehicle assembly*)

Za preddefinirane procedure vožnje se odabiru početni uvjeti i određeni parametri gibanja. Npr. prema slici 28. se za simulaciju vožnje zavojem konstantnog radijusa osim radijusa zavoja zadaje početna i krajnja brzina te trajanje procedure. Odabire se i stupanj prijenosa (kod ovog vozila postoji samo jedan) koji može kod vozila s transmisijom utjecati na ostvarivo ubrzanje te korak simulacije (engl. *Output step size*) koji utječe na preciznost simulacije. Nekada manji korak simulacije znači i lakše konvergiranje simulacije te lakše rješavanje jednadžbi ravnoteže vozila.



Slika 28. Izbornik s ulaznim podacima za simulaciju procedure vožnje *skidpad* uz ugrađeni model vozača *SmartDriver*

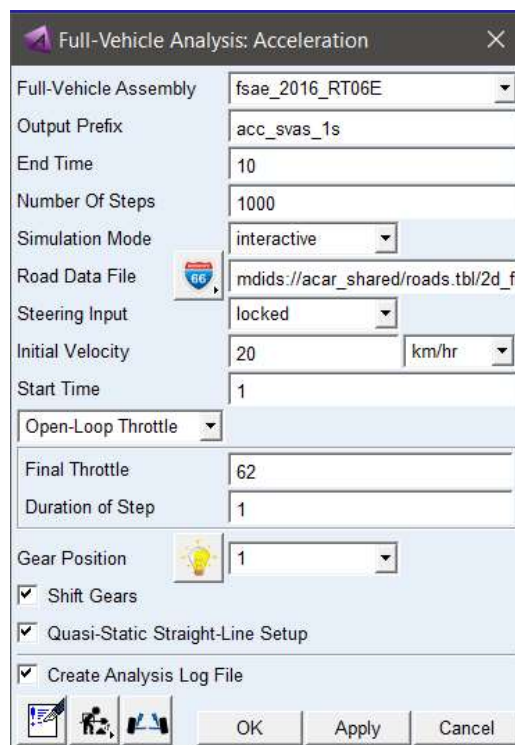
## 6. USPOREDBA DINAMIKE MODELA BOLIDA U PROGRAMSKIM PAKETIMA ADAMS CAR I CARSIM

U *FSB Racing Team*-u je do sad korišten programski paket *CarSim* za provođenje simulacija procedura vožnje. Kako bi se validirao model bolida izrađen u *Adams Car*-u, za jednostavne procedure vožnje će se usporediti odziv vozila unutar oba programska paketa. Pritom će se promatrati stacionarna stanja gibanja vozila za zadane procedure vožnje. Također će se dobiveni iznosi usporediti s analitički izračunatim vrijednostima. Postupak izrade modela bolida *Formule Student* u programu *CarSim* je prikazan u nekoliko do sad urađenih završnih i diplomskih radova, pa se ovdje to neće opisivati.

### 6.1. Procedura ubrzanja

Ta je procedura preddefinirana unutar programskog paketa *Adams Car* (slika 29.) te kao takva jedino što potražuje za pokretanje simulacije je sljedeće ulazne parametre:

- vrijeme trajanja procedure,
- broj koraka simulacije,
- početna brzina,
- vrijeme početka ubrzanja,
- maksimalni postotak danog momenta,
- trajanje povećanja pogonskog momenta do maksimalnog iznosa.



Slika 29. Prozor za definiranje procedure ubrzanja

U ovom je slučaju simulirana procedura ubrzanja s 62 % dostupnog momenta, što rezultira uzdužnom akceleracijom od  $1,1 \text{ m/s}^2$ , odnosno  $1,03 \text{ g}$  (slika 30.). Iz dijagrama na slici 31. u usporedbi s dijagramom na slici 30. je vidljivo da iako lagano opada uzdužna akceleracija, kut poniranja šasijske lagano raste, što se može pripisati porastu momenta poniranja uslijed aerodinamičke sile otpora zraka.

Na slici 31. se može usporediti iznos kuta poniranja ovješene mase nakon stabilizacije gibanja. U *Adams Car* simulaciji je iznosa  $0,77^\circ$ , dok u *CarSim*-u iznosi  $0,8^\circ$ . Vidljivo je da je simulacijom procedure ubrzanja u *CarSim*-u dobiven veći iznos, što se može pripisati tome da *CarSim* ne uzima u obzir *anti-squat* karakteristiku ovjesa bolida. Ta je karakteristika prisutna na bolidu, te je i modelirana u programu *Adams Car*.

Koristeći prethodno određene krutosti vožnje prednjeg i stražnjeg ovjesa, analitički se određuje kut poniranja prema poglavlju 3.2.2., te slijedi:

Ukupna uzdužna preraspodjela opterećenja pri promatranoj akceleraciji iznosa  $a_x = 1,03 g$ :

$$\Delta W_{ACC} = 497,35 N . \quad (6.1)$$

Pritom dolazi do vertikalnih pomaka kotača iznosa:

$$\Delta S_{ACC-F} = -\frac{\Delta W_{ACC}}{2 \cdot K_{R-F}} = -\frac{497,35}{2 \cdot 22,58} = -11,01 mm , \quad (6.2)$$

$$\Delta S_{ACC-R} = \frac{\Delta W_{ACC}}{2 \cdot K_{R-R}} = \frac{497,35}{2 \cdot 30,73} = 8,09 mm . \quad (6.3)$$

Iz čega se izračunava kut poniranja bolida:

$$\theta_{ACC} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\Delta S_{ACC-F} - \Delta S_{ACC-R}}{L} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{-11,01 - 8,09}{1530} = -0,72^\circ . \quad (6.4)$$

Iako bi zbog *anti-squat* karakteristike ovjesa iznos kuta poniranja trebao kroz simulacije u *Adams Car*-u biti dobiven manji od analitičkog, dobiven je veći iznos zbog momenta poniranja uzrokovanog silom otpora zraka. Pritom je aerodinamički paket tako konstruiran da uslijed sile uzgona ne dolazi do stvaranja momenta poniranja ovješene mase zbog poklapanja hvatišta te sile s težištem ovješene mase.

Kut poniranja uslijed sile otpora zraka pri 60 km/h izračunava se uz pomoć sljedećih ulaznih podataka:

- $c_D = 1,18$  ; koeficijent otpora zraka,
- $A_F = 1,32 m^2$  ; frontalna površina vozila,
- $\rho = 1,225 \frac{kg}{m^3}$  ; gustoća zraka,
- $H_D = 585,5 mm$  ; visina hvatišta sile otpora zraka,
- $H_{CG,S} = 281 mm$  ; visina težišta ovješene mase,
- $K_\theta = 1163,53 Nm/^\circ$  ; krutost poniranja ovješene mase.

Iznos sile otpora zraka pri 60 km/h (16,67 m/s) prema izrazu (4.7) iznosi:

$$F_D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c_D \cdot A_F = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 16,67^2 \cdot 1,18 \cdot 1,32 , \quad (6.5)$$

$$F_D = 264,6 N . \quad (6.6)$$

Visina hvatišta sile otpora zraka kao ulazni podatak iz *CFD* simulacije nastrojavanja zraka na bolid iznosi  $H_F = 585,5 mm$ , što uz visinu težišta ovješene mase od  $H_{CG,S} = 281 mm$  znači krak momenta uslijed sile otpora zraka na ovješenu masu od  $\Delta H_D = 304,5 mm$ . Uz te podatke izračunava se moment poniranja uslijed sile otpora zraka:

$$M_D = \frac{F_D \cdot \Delta H_D}{1000} = \frac{264,6 \cdot 304,5}{1000} = 80,39 Nm . \quad (6.7)$$

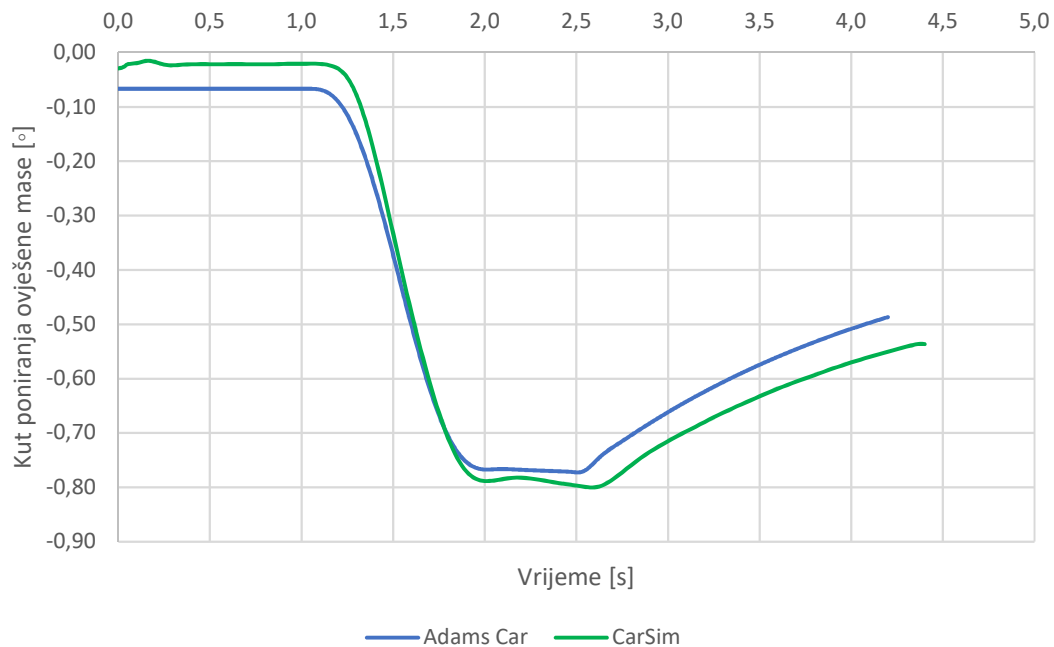
Uz prethodno izračunatu krutost ovjesa pri poniranju ovješene mase izračunava se kut poniranja uslijed djelovanja sile otpora zraka:

$$\theta_D = -\frac{M_D}{K_\theta} = -\frac{80,39}{1163,53} = -0,07^\circ . \quad (6.8)$$

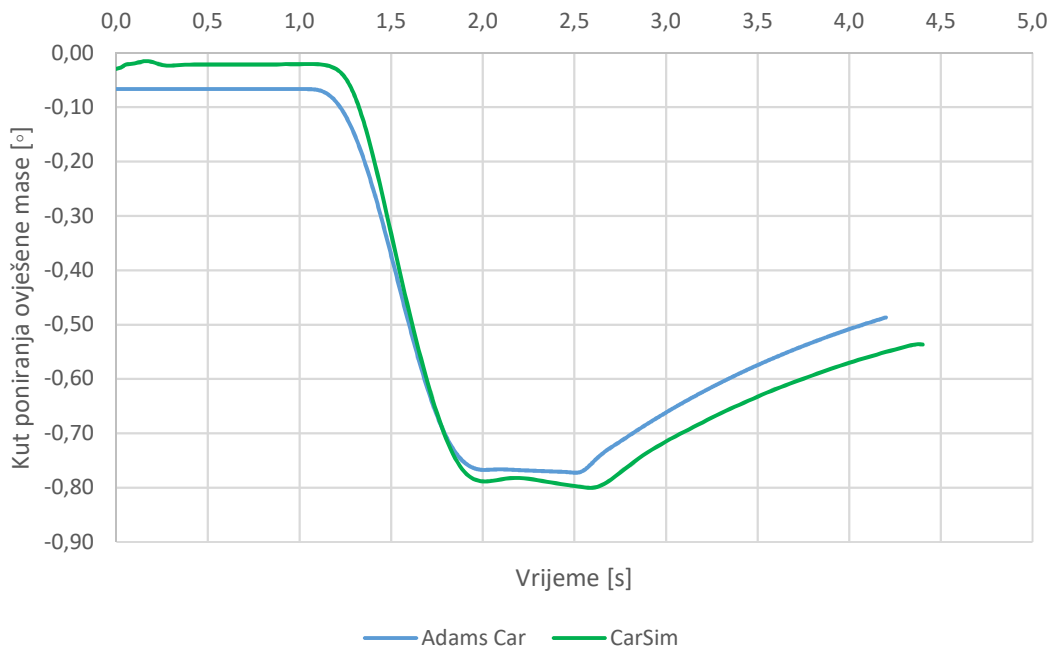
Zbrajanjem kuta poniranja bolida uslijed preraspodjele opterećenja (6.4) i otpora zraka (6.8) izračunava se ukupni put poniranja pri ubrzanju:

$$\theta_{ACC,UK} = \theta_{ACC} + \theta_D = -0,72^\circ - 0,07^\circ = -0,79^\circ . \quad (6.9)$$

Ovaj analitički određen iznos se vrlo dobro poklapa s rješenjima dobivenim pomoću simulacija. S *CarSim*-ovim rješenjem se i treba poklapati jer su isti parametri uzeti u obzir. S *Adams Car*-ovim rješenjem se ne bi trebalo poklapati jer u analitičkom proračunu nije uzeta u obzir *anti-squat* karakteristika, pa bi analitički iznos trebao bit veći. No zbog puno više parametara uzetih u obzir kod modela vozila u *Adams Car*-u se može zaključiti da se razlika u rješenjima poništava.

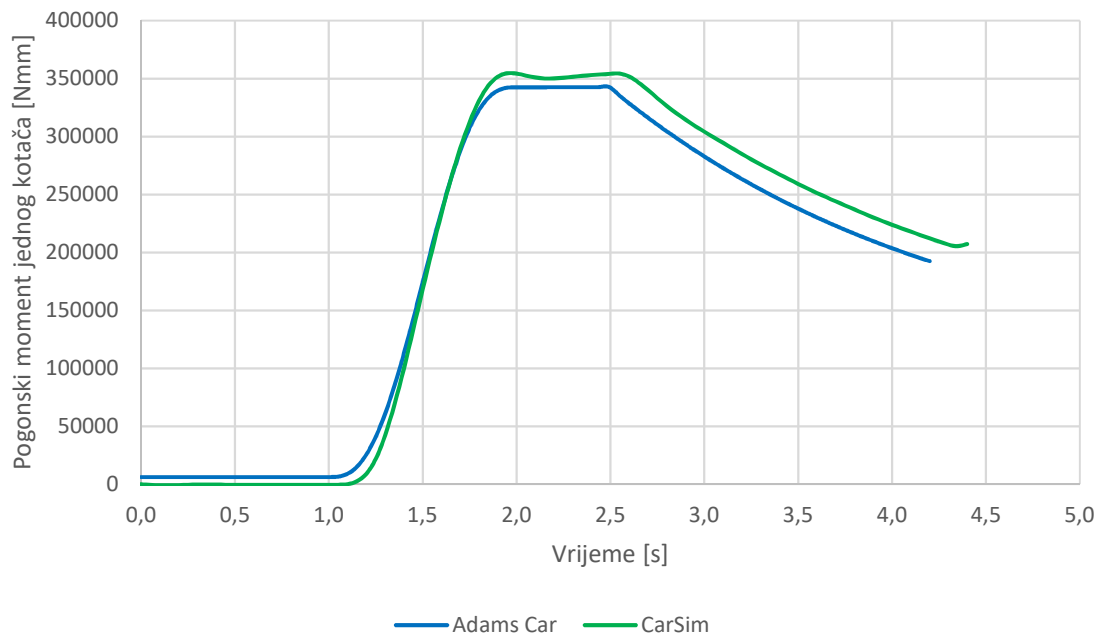


**Slika 30. Ovisnost uzdužne akceleracije o vremenu trajanja procedure ubrzanja**

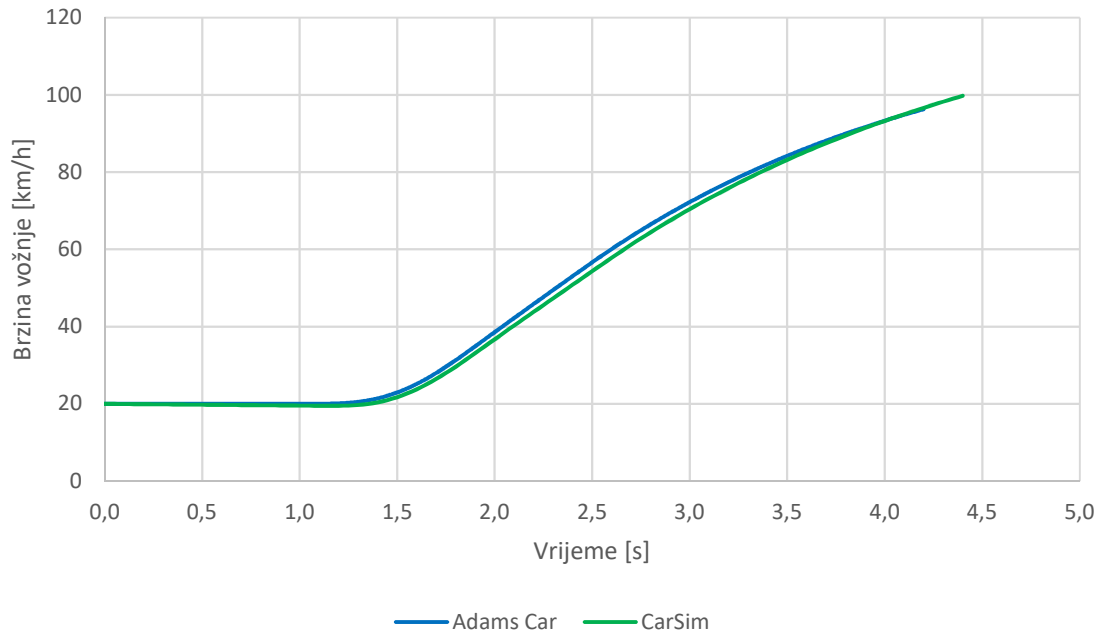


**Slika 31. Ovisnost kuta poniranja ovješene mase o vremenu trajanja procedure ubrzanja**

Na slici 32. je prikazan moment kojim je pogonjen jedan stražnji kotač. Nakon zadane sekunde stacionarnog gibanja, počinje ubrzavanje s povećanjem momenta opisanog *step* funkcijom. Ubrzanje se nakon 2 sekunde procedure stabilizira, a kada elektromotor dostigne brzinu gdje bi pod punim pogonskim momentom postigao maksimalnu snagu, pogonski moment hiperbolično opada ukoliko vozač ne zatraži veću snagu.



**Slika 32. Ovisnost pogonskog momenta na jedan kotač o vremenu trajanja procedure ubrzanja**

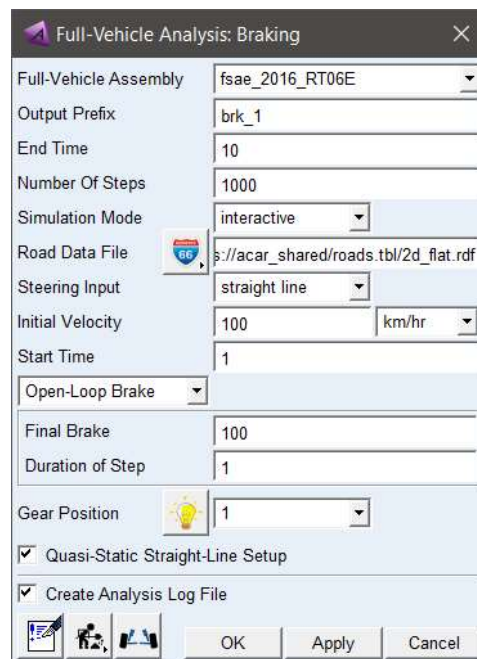


Slika 33. Ovisnost brzine vožnje o vremenu trajanja procedure ubrzanja

## 6.2. Procedura kočenja

Kao i prethodna, ova je procedura također preddefinirana unutar programskog paketa *Adams Car* (slika 34.). Sada su ulazni parametri pri postavljanju simulacije:

- vrijeme trajanja procedure,
- broj koraka simulacije,
- početna brzina,
- vrijeme početka kočenja,
- maksimalni postotak kočne sile,
- trajanje kočne sile do zadanog maksimalnog iznosa.



Slika 34. Prozor za definiranje procedure kočenja

Simulirano je kočenje s 100 % kočne sile, te je pritom ta sila u *Adams Car*-u određena kao maksimalna prije nego što dođe do blokiranja kotača. Pritom je postignuta uzdužna akceleracija iznosa  $-15,70 \text{ m/s}^2$  iliti  $-1,6 \text{ g}$  (slika 35.). Promatrajući slike 35. i 36. je vidljivo da nakon stabilizacije iznosa uzdužne akceleracije kut poniranja pri kočenja nastavlja rasti, čemu je uzrok sve manji moment poniranja uslijed sile otpora zraka koji se inače poniranju uslijed inercije vozila suprotstavlja.

Iz slike 36. se vidi da je iznos kuta poniranja nakon stabilizacije gibanja u *Adams Car* simulaciji iznosa  $0,91^\circ$  u odnosu na  $1,07^\circ$  dobivenih u *CarSim* simulaciji, što je povećala razlika. Kako se u *CarSim* modelu ne uzima u obzir *anti-dive* kinematička značajka ovjesa u odnosu na *Adams Car*, razliku u rezultatima može se pripisati tome.

Koristeći prethodno određene krutosti vožnje prednjeg i stražnjeg ovjesa, analitički se određuje kut poniranja pri kočenju prema poglavlju 3.2.2., te slijedi:

Ukupna uzdužna preraspodjele opterećenja pri promatranoj akceleraciji iznosa  $a_x = -1,6 \text{ g}$ :

$$\Delta W_{BRK} = 772,59 \text{ N} . \quad (6.10)$$

Pritom dolazi do vertikalnih pomaka kotača iznosa:

$$\Delta S_{BRK-F} = \frac{\Delta W_{BRK}}{2 \cdot K_{R-F}} = \frac{772,59}{2 \cdot 22,58} = 17,11 \text{ mm} , \quad (6.11)$$

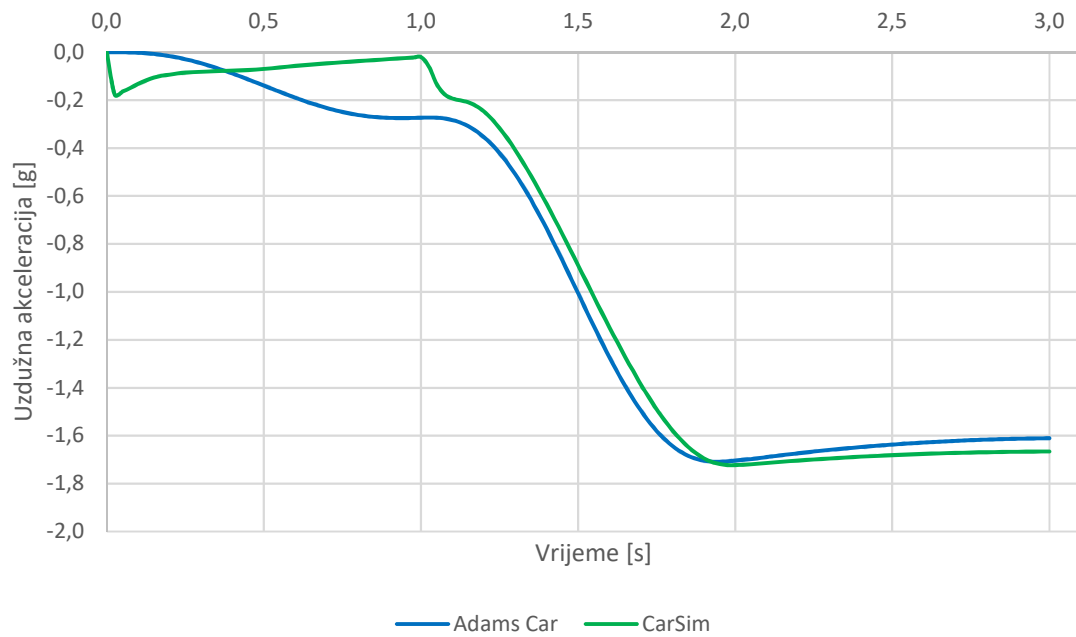
$$\Delta S_{BRK-R} = -\frac{\Delta W_{BRK}}{2 \cdot K_{R-R}} = -\frac{772,59}{2 \cdot 30,73} = -12,57 \text{ mm} . \quad (6.12)$$

Iz čega se izračunava kut poniranja bolida:

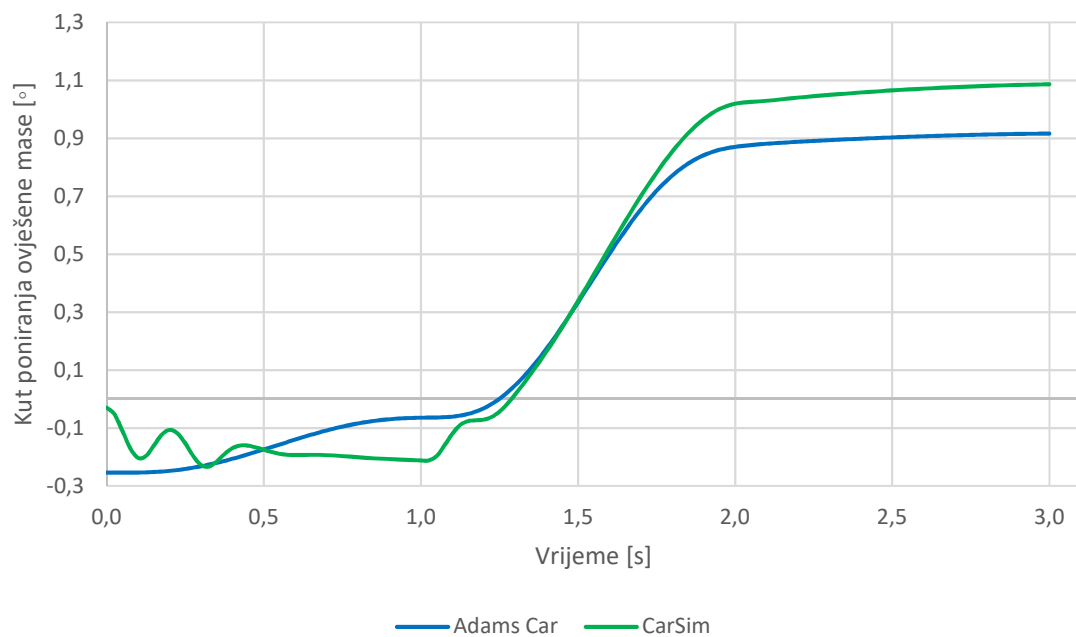
$$\theta_{BRK} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\Delta S_{BRK-F} - \Delta S_{BRK-R}}{L} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{17,11 + 12,57}{1530} = 1,11^\circ \quad (6.13)$$

Analitički izračunata vrijednost kuta poniranja ne odstupa puno od *CarSim* rješenja zato što se u oba slučaja *anti-dive* karakteristika ovjesa bolida ne uzima u obzir. U ovome slučaju aerodinamičke sile mogu imati vrlo malen utjecaj jer su vrijednosti kuta poniranja i uzdužne akceleracije očitane pri vrlo niskim brzinama vožnje.



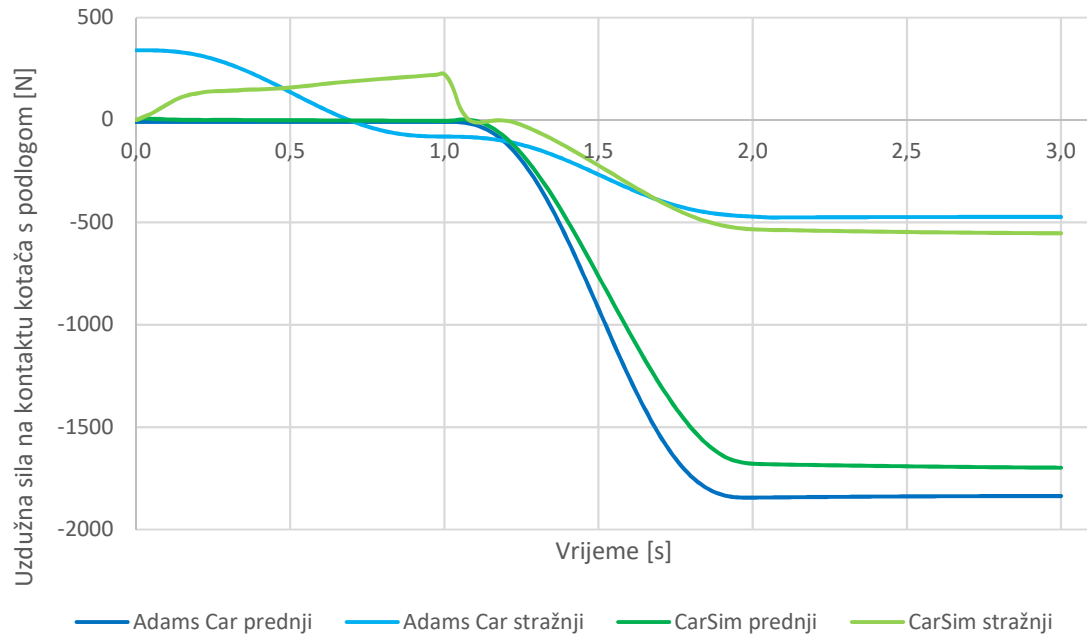


Slika 35. Ovisnost uzdužne akceleracije o vremenu trajanja procedure kočenja

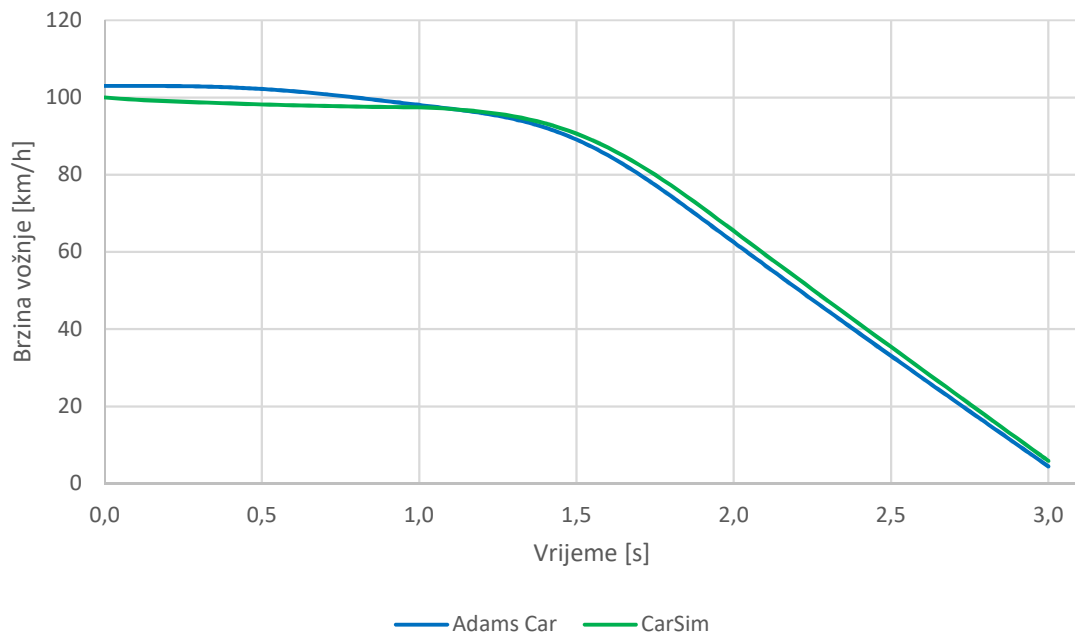


Slika 36. Ovisnost kuta poniranja ovještene mase o vremenu trajanja procedure kočenja

U dijagramu na slici 37. je vidljiv uzrok anomalije u uzdužnoj akceleraciji i kutu poniranja (slike 35. i 36.) na početku gibanja kod *Adams Car* simulacije. Tada dolazi do prestanka održavanja konstantne brzine malom vučnom silom na stražnjim kotačima. Zbog otpora vožnje uslijed otpora zraka dolazi do usporavanja bolida. Kako je procedura preddefinirana unutar *Adams Car*-a i *CarSim*-a, nije moguće tu razliku ukloniti. Nakon 1 sekunde vremena procedure dolazi do porasta kočne sile te nakon 2 sekunde vremena procedure se kočna sila i stabilizira te brzina vožnje linearno opada (slika 38.).



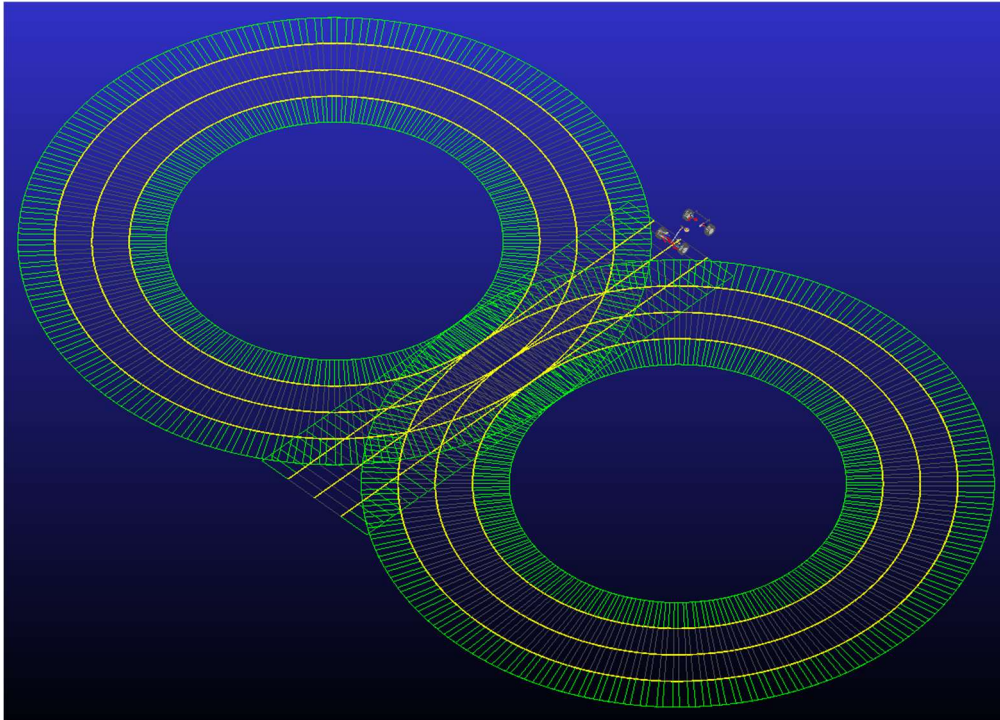
**Slika 37. Ovisnost uzdužne sile priranja na kontaktu kotača s podlogom o vremenu trajanja procedure kočenja**



**Slika 38. Ovisnost brzine vožnje o vremenu trajanja procedure kočenja**

### 6.3. Procedura osmice

Kao standardna dinamička procedura unutar natjecanja *Formula Student*, osmica ili engl. *skidpad* se izvodi na način da bolid ulazi tangencijalno u desni krug te vozi dva kruga udesno te dva ulijevo, uz to da se mjeri vrijeme za drugi od krugova za oba smjera (slika 39.). Standardiziran je srednji polumjer krugova iznosa 9,125 metara te širina staze od 3 metra. Pritom su značajke bolida koje utječu na ostvarivo vrijeme položaj težišta ovješene mase, iznos ukupne mase te upravljivost bolida u stacionarnim uvjetima vožnje kroz zavoj.

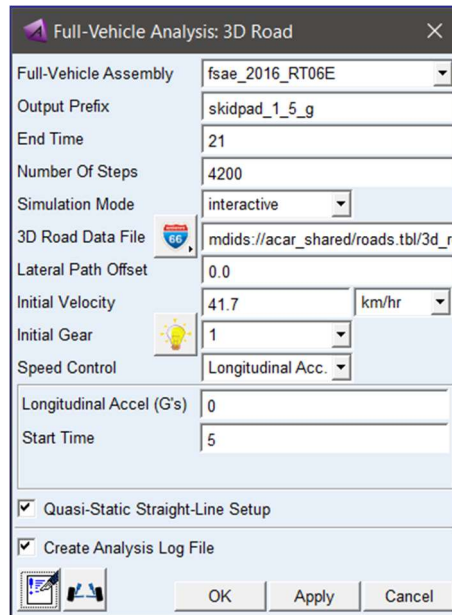


Slika 39. Bolid na ulazu u *skidpad* unutar Adams Car sučelja

Kako procedura nije preddefinirana u *Adams Car-u*, izrađena je .xml tekstualna datoteka koja sadrži podatke o x i y koordinatama staze, poprečnom nagibu (jednakom nuli) i faktoru trenja prijanjanja. Uz napravljenu tekstualnu datoteku koja opisuje stazu bilo je moguće koristiti integrirani model vozača *SmartDriver*, čija se agresivnost u smislu uzdužnih i bočnih akceleracija zadaje kao ulazna veličina u simulaciji. Na postavke agresivnost vozača u smislu ubrzavanja i kočenja je model vozača je vrlo osjetljiv, što otežava podešavanje procedura vožnje. Bolji su rezultati dobiveni korištenjem *3D road* procedure (slika 40.).

Pritom su ulazne veličine:

- vrijeme trajanja procedure,
- broj koraka simulacije,
- poprečno odstupanje od putanje,
- početna brzina,
- početni stupanj prijenosa,
- ciljana uzdužna akceleracija,
- početak tendencije vožnje ciljanom akceleracijom.



Slika 40. Prozor za definiranje procedure 3D road

Kako je ciljano bočno ubrzanje iznosa  $14,72 \text{ m/s}^2$ , odnosno  $1,5 \text{ g}$ , izračunata je potrebna obodna brzina da se to bočno ubrzanje i postigne pri vožnji kroz zavoj polumjera  $9,125 \text{ m}$ . Ta je obodna brzina unesena kao početna ( $41,7 \text{ km/h}$ ) te je ciljana akceleracija postavljena kao nula.

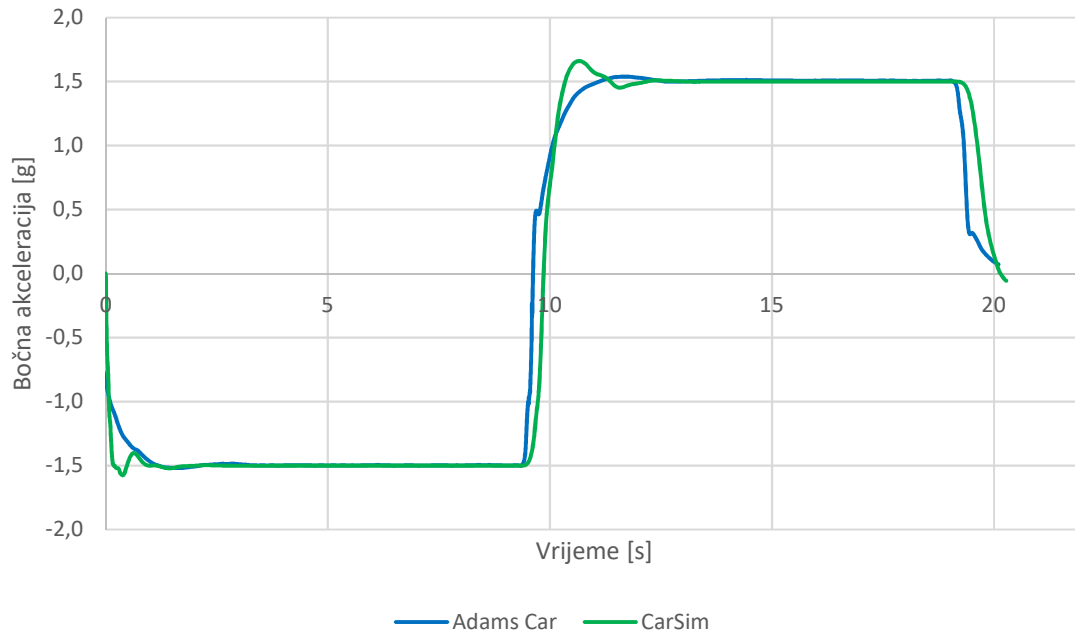
Iz dijagrama na slikama 41. i 42. je vidljivo da je gibanje u *Adams Car*-u skoro pa kritično prigušeno, dok u rezultatima iz *CarSim*-a dolazi do prebačaja vrijednosti bočne akceleracije i kuta valjanja pri prijelazu iz desnog u lijevi krug. Kako je u poglavlju 3.4.3. izračunato da je valjanje ovješene mase kritično prigušeno, može se zaključiti da je model izrađen u *Adams Car*-u točnije opisao gibanje vozila pri tranzijentnom gibanju.

Iznos kuta valjanja ovješene mase nakon stabilizacije gibanja kroz zavoj u *Adams Car*-u iznosi  $1,17^\circ$ , dok u *CarSim*-u iznosi  $1,08^\circ$  (slika 42.). Model u *CarSim*-u izrađen je na način da uzima u obzir kinematičke značajke samo pri vertikalnom gibanju kotača u odnosu na šasiju. Pri vožnji kroz zavoj je dominantno valjanje šasije te zakret prednjih kotača oko osi zakretanja, koji značajno utječu na iznos kinematičkih značajki. Tome pojednostavljenju se može pripisati razlika u rezultatima između ta dva programska paketa pri vožnji kroz zavoj.

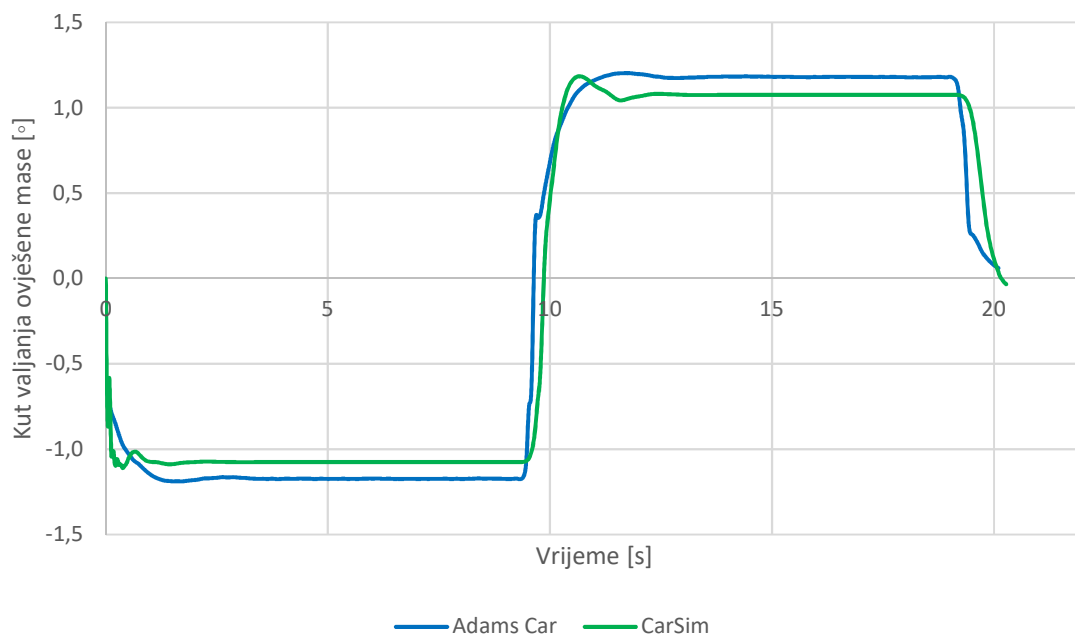
Koristeći prethodno izračunat gradijent valjanja prema poglavlju 3.3.1.5, analitički se određuje kut valjanja pri vožnji kroz zavoj bočnom akceleracijom od  $a_Y = 1,5 \text{ g}$ , te slijedi:

$$\phi = \frac{\phi}{a_Y} \cdot a_Y = 0,53 \cdot 1,5 = 0,79^\circ, \quad (6.14)$$

što poprilično odstupa od numerički određene vrijednosti. Dobiveno odstupanje može se pripisati brojnim pojednostavljenjima napravljenim u analitičkom proračunu. Promjene kinematičkih značajki s valjanjem bolida su utjecajni faktori koje simulacija procedure vožnje uzima u obzir za razliku od analitičkog proračuna. Pritom dolazi do promjene položaja osi valjanja, a time i promjene u momentu valjanja oko osi valjanja, što konačno utječe na iznos kuta valjanja ovješene mase.

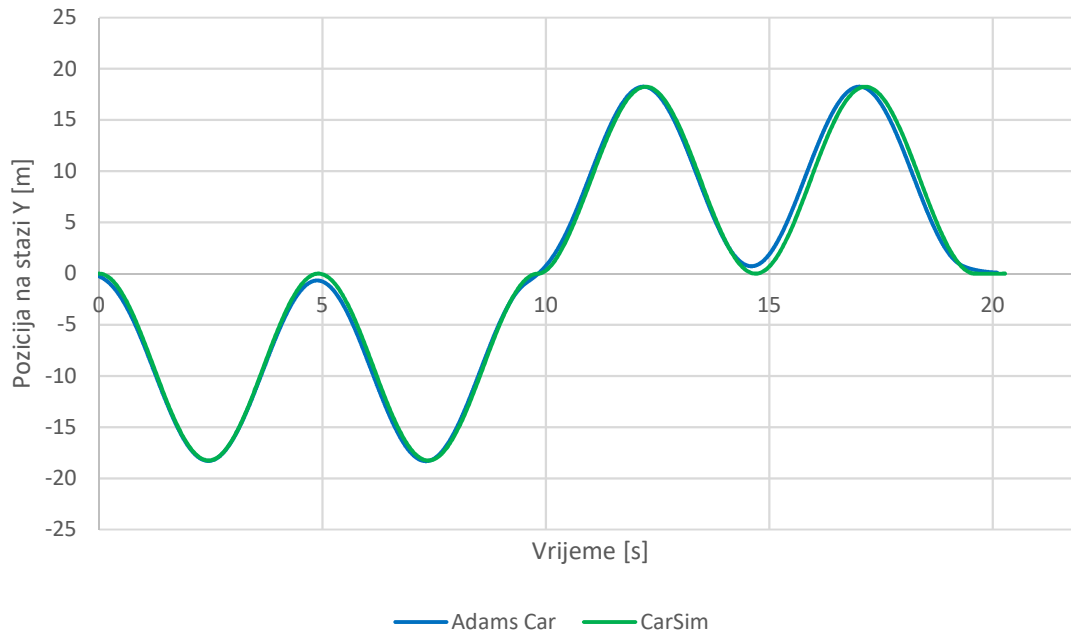


**Slika 41. Ovisnost bočne akceleracije o vremenu trajanja procedure osmice**



**Slika 42. Ovisnost kuta valjanja ovještene mase o vremenu trajanja procedure osmice**

Koristeći dijagram na slici 43. se mjeri iznos vremena potrebnog da se napravi jedan krug procedure. Za drugi desni krug je izmjereno vrijeme 4,95 s, što se može i analitički izvesti za prethodno navedenu bočnu akceleraciju i radijus vožnje kroz zavoj uz pretpostavku jednake bočne akceleracije kroz cijeli krug.



Slika 43. Ovisnost pozicije na stazi o vremenu trajanja procedure osmice

#### 6.4. Zaključak nakon usporedbe programskih paketa

Simulacijama procedura vožnje uz pomoć programskih paketa *Adams Car* i *CarSim* postignuti su vrlo slični rezultati koji se od analitički određenih razlikuju zbog pojednostavljenja uvedenih u analitici. *Adams Car* korisniku daje mogućnost direktne promjene karakterističnih točaka ovjesa čime se mijenjaju kinematičke značajke i opružne karakteristike vozila. To ga čini neovisnim o drugim programima za analizu kinematike ovjesa vozila. Također, unutar njega je implementiran modul koji omogućuje određivanje parametara kvazi-empiričkih jednadžbi *Pacejka* modela guma pomoću podataka iz ispitivanja pneumatika. Sadrži i modul za mjerenje kinematičkih značajki bolida za zadane karakteristične točke, što ubrzava grafičku evaluaciju postignutih značajki. Funkcija *Make flexible* omogućuje unos modela dijelova vozila sastavljenih od konačnih elemenata, što se koristi za provjeru čvrstoće ili krutosti elemenata te analizu vibracija sustava. Uz prethodno spomenutu laku podesivost parametara vozila unutar njegova sklopa te sve ovdje navedene prednosti, zaključeno je da će *Adams Car* bolje poslužiti za daljnju evaluaciju performansi kroz razne postavke parametara bolida.

## 7. UTJECAJ PROMJENE PARAMETARA OVJESA BOLIDA NA OSTVARIVE PERFORMANSE

### 7.1. Utjecaj promjene kinematičkih značajki ovjesa bolida na performanse

Uz pomoć programa *Adams Car* biti će promotreno na koji način promjene kinematičkih značajki kotača utječu na ostvarive performanse bolida. U ovom će se slučaju varirati iznosi kuta bočnog nagiba kotača (engl. *camber angle*) te kuta usmjerenosti kotača (engl. *toe angle*). Najprije će se značajke mijenjati pojedinačno te evaluirati koja postavka rezultira najboljim performansama (najvećom bočnom akceleracijom). Kada se odrede optimalne postavke kuta bočnog nagiba kotača i kuta usmjerenosti kotača, usporediti će se s modelom koji kombinira te postavke. Na kraju će se usporediti ostvarene performanse i odrediti omogućuje li kombinacija optimalnih postavki kinematičkih značajki još bolje performanse.

#### 7.1.1. Teoretski utjecaj kinematičkih značajki na ponašanje vozila [17]

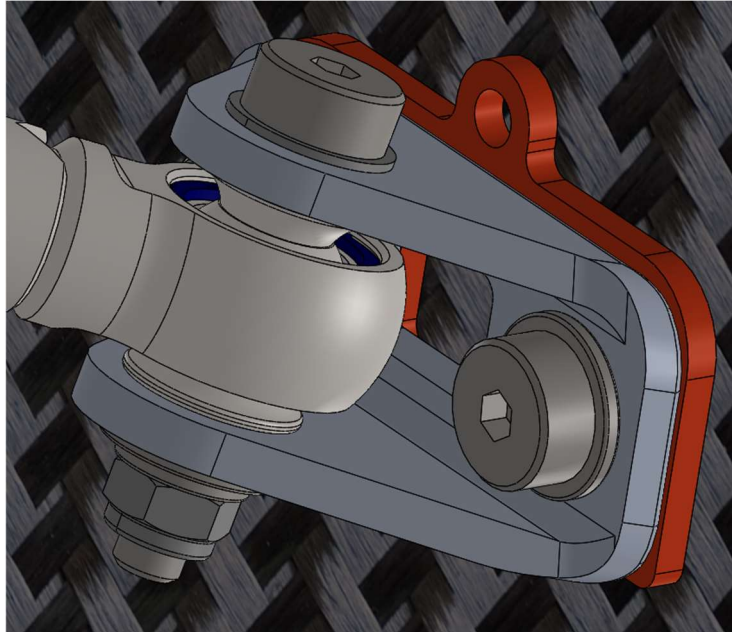
Usmjerenost kotača prvotno utječe na trošenje gazne površine pneumatika, stabilnost pri vožnji po ravnoj putanji te na ponašanje pri ulazu vozilom u zavoj. Kako bi se smanjilo trošenje pneumatika te otpori vožnje, kotači bi trebali postavljeni s neutralnom usmjerenosti kotača (nulti kut usmjerenosti kotača). Konvergencija prednjih kotača povećava stabilnost vožnje po ravnome pravcu, dok divergencija istih povećava osjetljivost vozila na zakret upravljačem. Pritom je posljedica konvergirajućih prednjih kotača usporen odziv vozila na zakret upravljačem, a divergencije nestabilnost vozila. Za stražnje kotače koji su konvergirajuće postavljeni ostvaruje se veća stabilnost vožnje po pravcu te bolje prianjanje na izlazu iz zavoja.

Naravno, veći se dio bočne sile prianjanja postiže uslijed kuta bočnog klizanja kotača, no uz dodatak bočnog nagiba kotača moguće je ostvariti još veći iznos sile prianjanja za određeno vertikalno opterećenje. Do toga dolazi zbog dodatne elastične deformacije pneumatika pri ulasku u kontakt s podlogom pod kutom bočnog nagiba kotača, pri čemu ima tendenciju povratka u početni (nedefinirani) položaj. Pritom je za jednak kut bočnog klizanja i nagiba kotača oko deset puta veća bočna sila prianjanja stvorena uslijed kuta bočnog klizanja, pa se u tom omjeru i namještaju usmjerenost te bočni nagib kotača.

Dakako, vertikalnim pomakom kotača u odnosu na šasiju te valjanjem šasije dolazi do promjena kinematičkih značajki. U slučaju usmjerenosti kotača se uz veliku varijaciju tog kuta vozilo ponaša vrlo nestabilno i nepredvidljivo. Prema [9], geometrijskim izvođenjem položaja karakterističnih točaka spona ostvaruje se minimalna varijacija kuta usmjerenosti s vertikalnim hodom kotača i valjanjem šasije vozila. Spomenute se karakteristične točke određuju iz položaja karakterističnih točaka vodilica kotača te je pritom cilj presijecati trenutni centar ovjesa produžetkom linije spona u prednjem pogledu kroz cijeli opseg gibanja kotača.

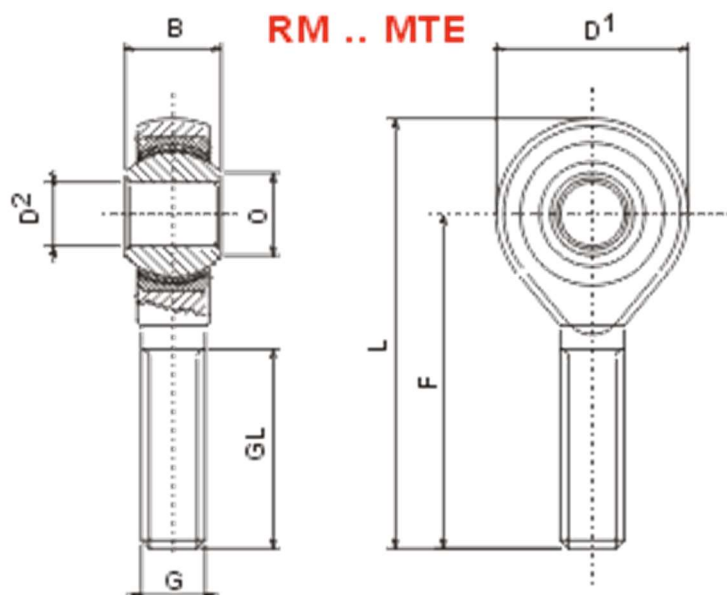
#### 7.1.2. Fizičko podešavanje kinematičkih značajki na bolidu

Na bolidu se promjena bočnog nagiba kotača postiže umetanjem pločica na mjestu prihvata gornje vilice i spona na šasiju (slika 44.). Vozilo je konstruirano s jednom pločicom umetnutom na gornjoj vilici i jednom na sponi. Skidanjem pločica bočni nagib kotača postaje negativniji, a umetanjem još pločica postaje pozitivniji. Pritom se mijenja nagib osi zakretanja kotača u prednjem pogledu te radijus zakretanja kotača zbog premještanja karakterističnih točaka ovjesa. Također je moguća promjena bočnog nagiba kotača na vanjskom ležaju gornje vilice, no praktičnije je to izvoditi na prihvata na šasiju jer je poznato koja kombinacija pločica za gornju vilicu i sponu poništava promjenu usmjerenosti kotača.



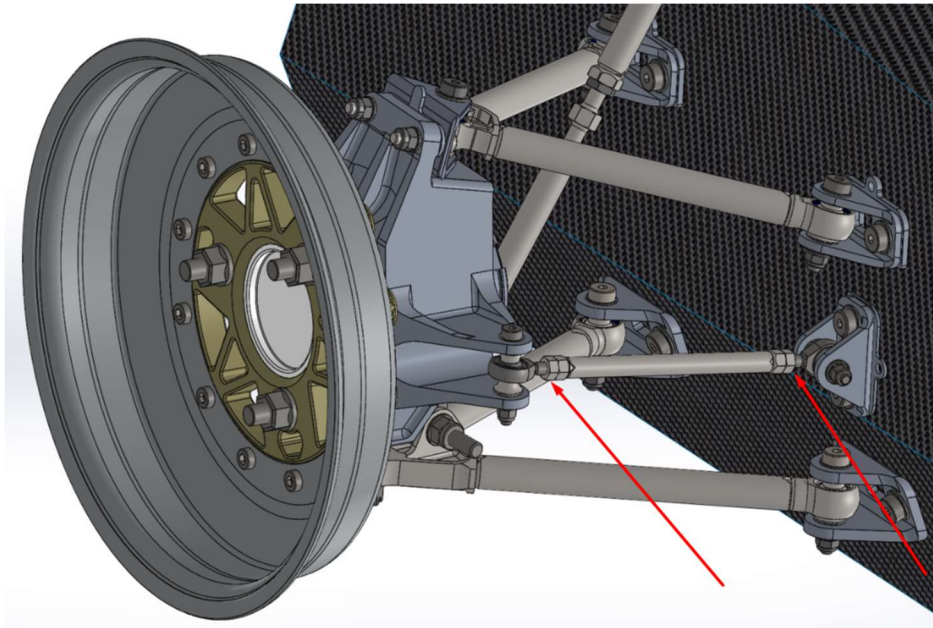
**Slika 44. Pločica za podešavanje bočnog nagiba kotača (označena crvenom bojom), ugrađena na prihvat gornje vilice na šasiju**

Kako bi se izvela promjena usmjerenosti kotača, na krajevima spone su ugrađene zglobne glave (engl. *rod end spherical bearings*). Na jednom kraju spone je ugrađena desnovojna, a na drugom lijevovojna zglobna glava (slika 45.). Uz takvu konstrukciju se zakretanjem cijevi spone postiže približavanje ili udaljavanje vanjske karakteristične točke šasiji (slika 46.), što rezultira promjenom kuta usmjerenosti kotača. Pritom se odvrtnje zglobnih glava pri vožnji osigurava kontramaticama koje predopterećivanjem vijčanih spojeva sprečavaju njihovo odvrtnje.



**Slika 45. Rodobal RM MTE zglobna glava**



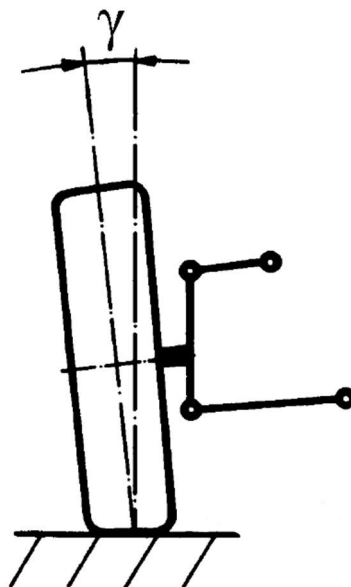


Slika 46. Zglobne glave koje služe za podešavanje usmjerenosti kotača, ugrađene na krajevima spone

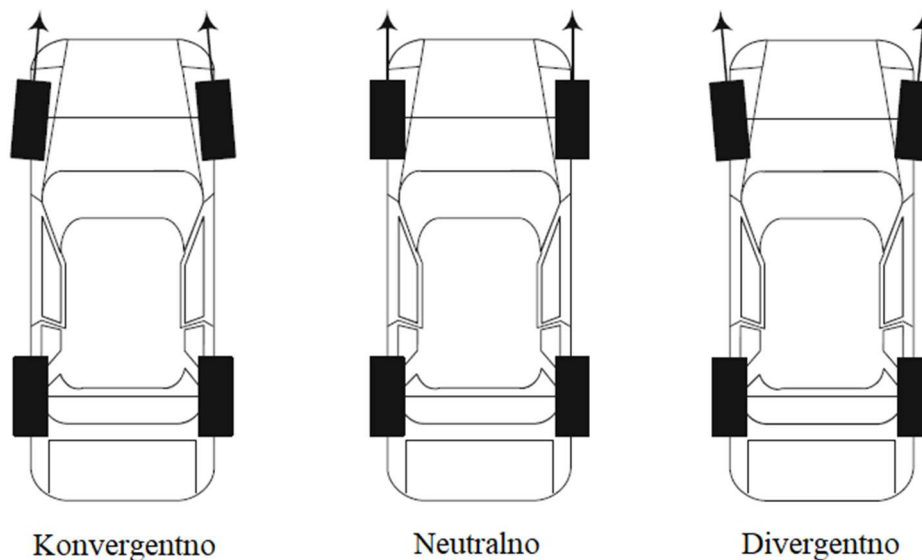
### 7.1.3. Utjecaj kinematičkih značajki na performanse bolida u proceduri „osmice“

Za proceduru „osmice“ (detaljnije objašnjena u poglavlju 6.3.) je proveden niz simulacija vožnje uz model bolida za koji su mijenjane postavke kinematičkih značajki kuta bočnog nagiba kotača i usmjerenosti kotača. Krakovi poluga stabilizatora podešeni su na srednje postavke, a utjecaj raspodjele krutosti valjanja na prednji i stražnji ovjes će se razmatrati u sljedećem potpoglavlju.

Pritom je predznak bočnog nagiba kotača definiran kao pozitivan ako je gornji dio oboda pneumatika udaljeniji od vertikalne uzdužne ravnine vozila u odnosu na donji dio (slika 47). Usmjerenost kotača je definirana kao pozitivna ili konvergentna ako se vertikalne uzdužne ravnine kotača ovjesa sijeku ispred vozila, a u suprotnom slučaju je usmjerenost kotača negativna ili divergentna (slika 48.).



Slika 47. Pozitivan bočni nagib kotača



**Slika 48. Definicija kuta usmjerenosti kotača, prikazano na prednjem ovjesu**

U tablici 11. prikazane su postavke za simulacije vožnje procedure „osmice“ te ostvarene performanse. Pritom se ocjenjuje da se najbolje performanse ostvaruje uz onu postavku vozila pri kojoj se ostvaruje najveća obodna brzina vožnje, što znači i najveću bočnu akceleraciju kroz proceduru. Provedene su simulacije s kinematičkim značajkama postavljenim u najnegativnijoj postavci za oznaku NEG, u neutralnoj za oznaku NEU, u najpozitivnijoj za oznaku POZ. Tamo gdje su navedene dvije oznake se prva odnosi na prednji ovjes a druga na stražnji ovjes. Na kraju je provedena i simulacija uz kombinaciju postavki za koje se pokazalo da daju najbolje rezultate.

**Tablica 11. Ostvarene performanse u proceduri „osmice“ za postavljene kinematičke značajke vozila**

Postavke vozila		Prednji bočni nagib kotača [°]	Stražnji bočni nagib kotača [°]	Prednja usmjerenost kotača [°]	Stražnja usmjerenost kotača [°]	Obodna brzina [km/h]	Prosječni kut zakreta volana [°]
Bočni nagib kotača	NEG	-2,68	-2,1	0	0	42	51,5
	NEU	-1,77	-1,09	0	0	42,1	55,6
	POZ	-0,86	-0,06	0	0	42,2	59,7
	NEG/POZ	-2,68	-0,06	0	0	42,3	60,1
	POZ/NEG	-0,86	-2,1	0	0	41,8	53,3
Usmjerenost kotača	NEG	-1,77	-1,09	-0,2	-0,2	42,1	52,9
	NEU	-1,77	-1,09	0	0	42,1	55,6
	POZ	-1,77	-1,09	0,2	0,2	42,2	58,8
	NEG/POZ	-1,77	-1,09	-0,2	0,2	42,3	56,1
	POZ/NEG	-1,77	-1,09	0,2	-0,2	42	53,8
Kombinacija optimalnih		-2,68	-0,06	-0,2	0,2	42,3	59,7

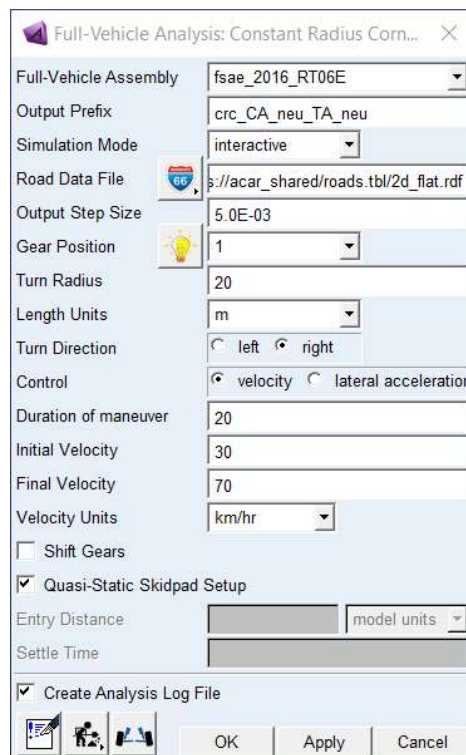
Kombinacijom optimalnih postavki bočnog nagiba i kuta usmjerenosti kotača nije postignut rezultat koji se ističe kao najbolji. Kroz provedene simulacije je zaključeno da je kritični dio procedure „osmice“ za ovo vozilo prijelaz iz desnog u lijevi krug osmice. Kako je

model vozača ograničen postavkom ostvarive bočne akceleracije dolazi do toga da se uz razne postavke kinematičkih značajki ostvaruju slične performanse bolida. Zato će se uz razne postavke kinematičkih značajki performanse bolida analizirati i za vožnju zavojem konstantnog radijusa.

#### 7.1.4. Utjecaj kinematičkih značajki na performanse bolida u proceduri vožnje zavojem konstantnog radijusa

Simulacija je postavljena uz pomoć preddefinirane procedure vožnje unutar *Adams Car* programa. Izvodi se uz sljedeće ulazne veličine:

- veličina koraka simulacije,
- odabrani stupanj prijenosa,
- polumjer zavoja,
- vrijeme trajanja procedure,
- početna brzina,
- krajnja brzina.



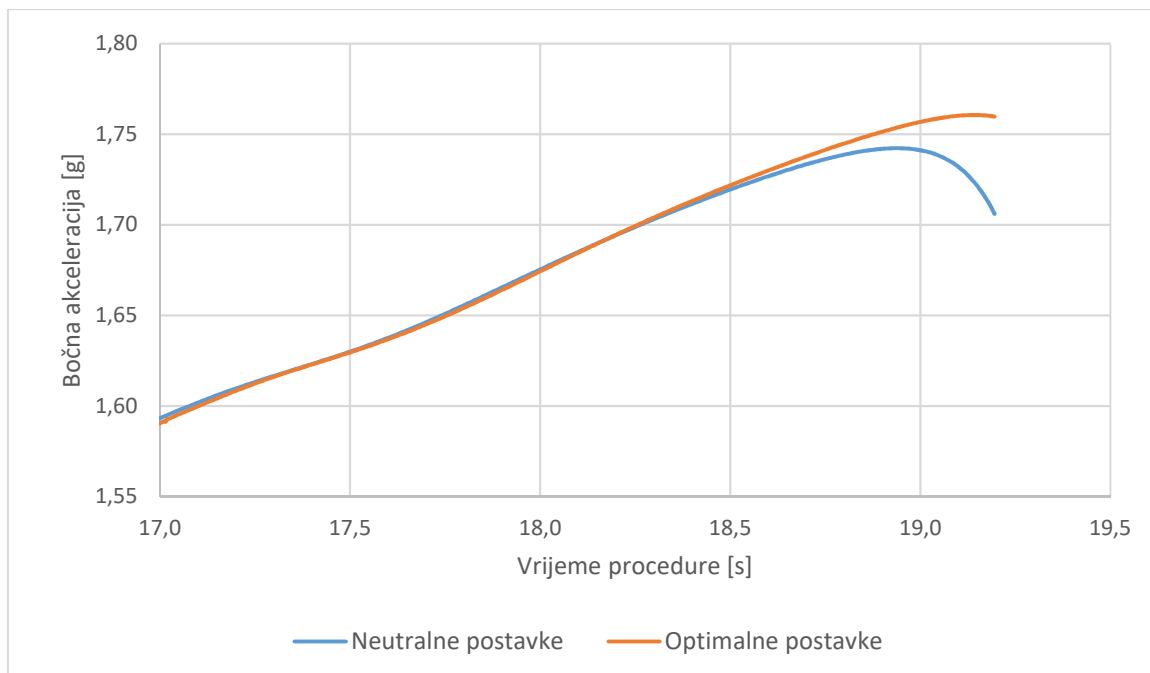
Slika 49. Prikaz prozora za definiranje procedure *Constant radius cornering*

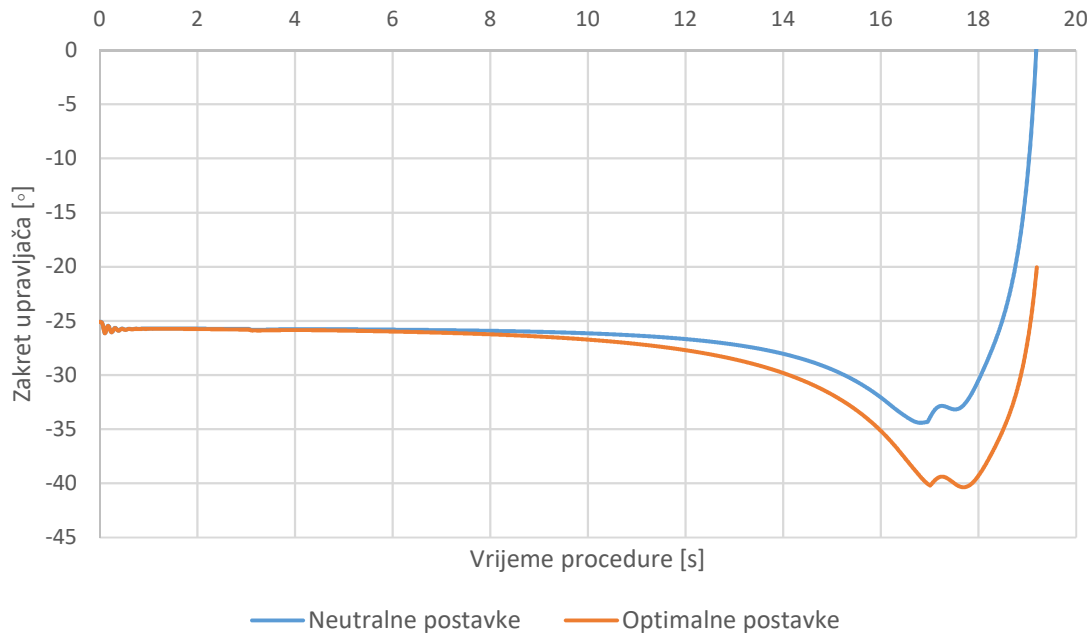
Provedene su simulacije postavki kinematičkih značajki vozila jednakih kao i u prethodnom poglavlju, no sada za proceduru vožnje zavojem konstantnog polumjera. U ovom slučaju se radi o polumjeru od 20 m te ubrzavanju s 30 na 70 km/h kroz 20 sekundi. U tablici 12. su prikazane postavke vozila te ostvarene performanse. Najbolje performanse postiže ona postavka vozila koja daje najveću bočnu akceleraciju kroz proceduru. Simulacije su označene u odnosu na postavke kinematičkih značajki jednako kao i u prošleme potpoglavlju. Na kraju je provedena i simulacija uz kombinaciju postavki za koje se pokazalo da daju najbolje rezultate.

**Tablica 12. Ostvarene performanse u zavoju konstantnog radijusa za postavljene kinematičke značajke vozila**

Postavke vozila		Prednji bočni nagib kotača [°]	Stražnji bočni nagib kotača [°]	Prednja usmjerenost kotača [°]	Stražnja usmjerenost kotača [°]	Maksimalna bočna akceleracija [g]	Maksimalni kut zakreta volana [°]
Bočni nagib kotača	NEG	-2,68	-2,10	0,00	0,00	1,73	32,50
	NEU	-1,77	-1,09	0,00	0,00	1,74	34,40
	POZ	-0,86	-0,06	0,00	0,00	1,76	36,10
	NEG/POZ	-2,68	-0,06	0,00	0,00	1,75	36,20
	POZ/NEG	-0,86	-2,10	0,00	0,00	1,73	32,30
Usmjerenost kotača	NEG	-1,77	-1,09	-0,20	-0,20	1,75	32,80
	NEU	-1,77	-1,09	0,00	0,00	1,74	34,40
	POZ	-1,77	-1,09	0,20	0,20	1,75	36,20
	NEG/POZ	-1,77	-1,09	-0,20	0,20	1,75	38,20
	POZ/NEG	-1,77	-1,09	0,20	-0,20	1,74	30,80
Kombinacija optimalnih		-0,86	-0,06	-0,20	0,20	1,76	40,30

U ovoj je analizi najpozitivnija postavka bočnog nagiba kotača dala najbolje performanse za razliku od analize procedure „osmice“. Ponovo, kombinacijom optimalnih postavki promatranih kinematičkih značajki ne dolazi do ikakvog poboljšanja performansi u odnosu na optimalne vrijednosti za pojedine značajke. Usporedbom postignute bočne akceleracije uz sve neutralne postavke i kombinaciju optimalnih, ipak je vidljiv iskorak u postignutoj bočnoj akceleraciji (slika 50.). Pritom vršna vrijednost bočne akceleracije ovisi o stanju podloge na stazi i stanju pneumatika pri vožnji, pa ovdje prikazane performanse ne znače da će i u stvarnosti uvijek biti postignute.

**Slika 50. Ovisnost bočne akceleracije o vremenu procedure vožnje zavojem konstantnog radijusa za neutralne postavke te za kombinaciju optimalnih postavki**



**Slika 51. Ovisnost kuta zakreta upravljača o vremenu procedure vožnje zavojem konstantnog radijusa za neutralne te za kombinaciju optimalnih postavki**

Kako promatrani bolid ima pozitivan polumjer zakretanja kotača na prednjem i stražnjem ovjesu, pri kočenju dolazi do divergencije kotača uslijed elastičnosti komponenti na koje djeluje uzdužna sila s podloge na kotač. Zbog tih istih uzroka pri ubrzavanju (uz vozilo sa stražnjim pogonskim kotačima) dolazi do konvergencije stražnjih kotača.

Kod putničkih automobila se velike promjene kinematičkih značajki manifestiraju uslijed elastičnosti zglobova ovjesa. To nije slučajno, jer proizvođači time povećavaju razinu komfora zbog prigušenja vibracija visokih frekvencija i uzdužnih udarnih sila [18]. Za trkaće vozilo koje se u ovom slučaju analizira su sve kinematičke veze izvedene krutim zglobnim glavama i sfernim ležajevima s teflonskom kliznom površinom, čime se rasipanja kinematičkih značajki značajno smanjuju. Naravno, konstrukcija je elastična te je zbog toga moguće da će u stvarnosti biti potrebne drukčije postavke kutova bočnog nagiba i usmjerenosti kotača kako bi se postigle što bolje performanse.

Kut nagiba osi zakretanja kotača u uzdužnoj vertikalnoj ravnini ponajprije utječe na upravljačke karakteristike vozila. Negativan iznos tog kuta dovodi do toga da pri zakretanju vanjskog kotača u zavoju bočni nagib kotača postaje negativniji. To je pogodno za stvaranje velike bočne sile prianjanja na tom kotaču jer je zbog preraspodjele opterećenja više opterećen od unutarnjeg. Unutarnjem kotaču bočni nagib postaje pozitivniji što je također povoljno za stvaranje bočnih sila prianjanja. Osim navedenih efekata, negativni iznos tog kuta povećava iznos mehaničkog predvođenja, koje povoljno utječe na stabilnost pri vožnji na ravnom pravcu i osjećaj na upravljaču. Nulti iznos tog kuta smanjuje moment potreban za zakretanje upravljača, što u većini slučajeva nije dobro zbog gubitka osjećaja na volanu. Također u tom je slučaju i stabilnost pri vožnji ravnim pravcem vrlo slaba.

## 7.2. Utjecaj promjene opružnih karakteristika ovjesa bolida na performanse

Kako će ovaj bolid biti opremljen sustavom podesivih stabilizatora na prednjem i stražnjem ovjesu, u ovome će se poglavlju promotriti kakav je utjecaj tih promjena na ponašanje bolida pri vožnji kroz zavoj konstantnog radijusa. Kao što je vidljivo na slici 52., poluge na kraju stabilizatora imaju nekoliko provrta kojima je moguće podešavanje kraka aktucije stabilizatora. Kako je zakret stabilizatora povezan s vertikalnim gibanjem kotača, pri razlici u vertikalnom pomaku kotača istog ovjesa, dolazi do uvijanja stabilizatora. Svojim elastičnim svojstvima se stabilizator opire relativnom pomaku kotača, a time i valjanju ovješene mase bolida. Ukoliko je krak stabilizatora manji, on se za jednak relativni vertikalni pomak kotača istog ovjesa više uvija, te je time postignuta veća krutost valjanja zbog linearne ovisnosti momenta uvijanja o relativnom kutu uvijanja krajeva stabilizatora. Pritom je zanemareno savijanje nastalo zbog udaljenosti između poluge stabilizatora i prihвата stabilizatora na šasiju unutar kliznog ležaja.



**Slika 52. Sklop stražnjeg stabilizatora**

Kroz kutove bočnog klizanja mogu se donijeti zaključci o ponašanju bolida na putanji konstantnog radijusa. Npr. kod podupravljivog bolida se prosjek kutova bočnog klizanja prednjih kotača brže povećava od onog stražnjih kotačima [19], što dovodi do potrebe za „dodavanjem“ kuta zakreta upravljača kako bi se vozilo zadržalo na putanji jednakog radijusa. U suprotnom slučaju, gdje vozač „oduzima“ kut zakreta upravljača, radi se o preupravljivom vozilu.

U ovoj analizi su provedene simulacije četiri postavke vozila (engl. *set-up*) za proceduru vožnje zavojem konstantnog polumjera (ulazne veličine prikazane u potpoglavlju 4.1.4.). U ovom slučaju se radi o polumjeru od 30 m.

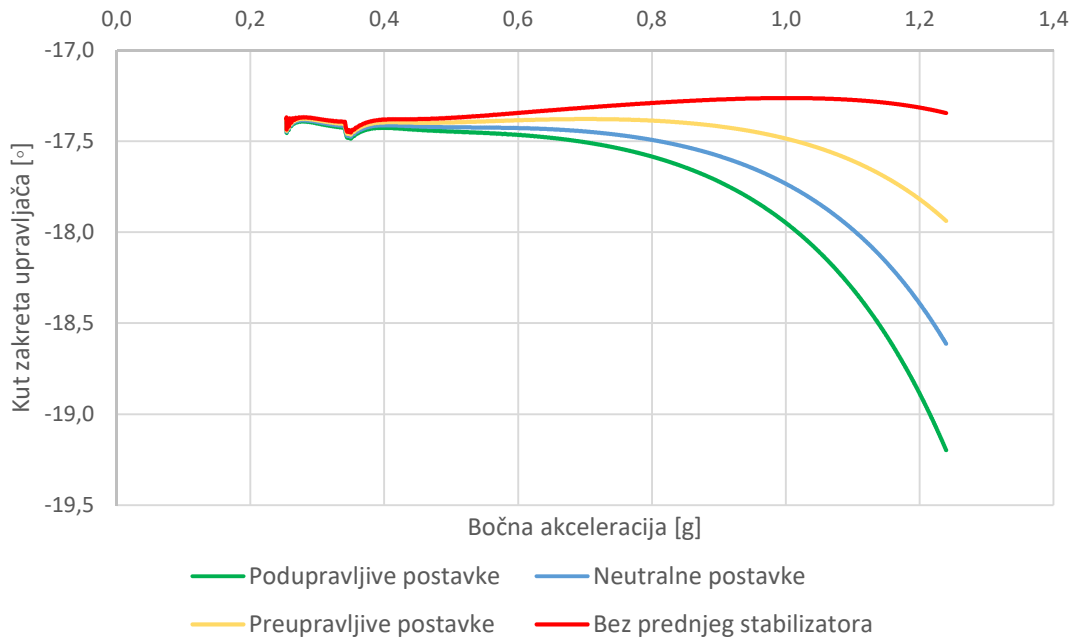
U prvoj su postavci vozila prednji krakovi stabilizatora minimalni i stražnji maksimalni, u drugoj su krakovi stabilizatora u srednjim postavkama, u trećoj su prednji maksimalni i stražnji minimalni, dok su u posljednjoj stražnji minimalni te za prednji je stabilizator zadana nulta krutost (tablica 13.). Pritom će za prvu postavku biti najveći iznos krutosti valjanja prednjeg ovjesa i najmanji iznos krutosti valjanja stražnjeg ovjesa. Za svaku sljedeću postavku se krutost valjanja prednjeg ovjesa smanjuje a stražnjeg povećava. Ako se promatra prva postavka u odnosu na drugu, veća krutost valjanja prednjeg ovjesa i manja stražnjeg znači veći preraspodjele opterećenja na prednjem ovjesu u odnosu na stražnji prema jednadžbama (3.70)

i (3.80). Time dolazi do veće podupravljivosti vozila u prvoj analizi zbog efekata poput *tire load sensitivity* i opadanja ostvarive sile adhezije pneumatika za veće kutove bočnog klizanja, što je opisano u poglavlju 3.3.2.

**Tablica 13. Postavke bolida za različite krakove poluga stabilizatora**

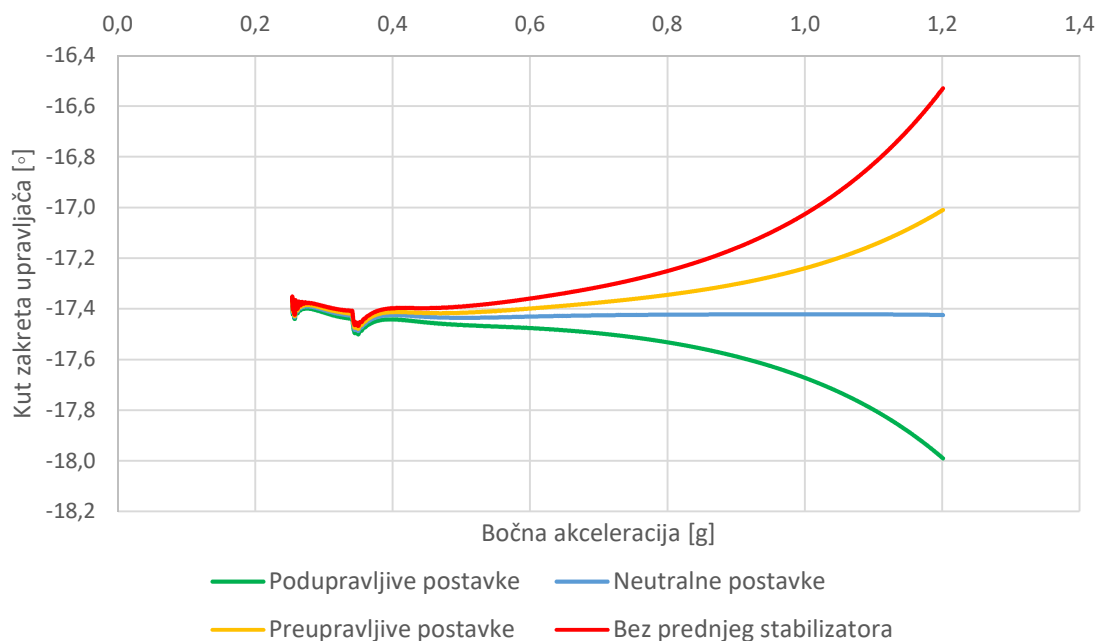
		Duljina kraka [mm]	Krutost valjanja [Nmm/°]
Podupravljive postavke	Prednji ovjes	75	688099,4
	Stražnji ovjes	135	447562,4
Neutralne postavke	Prednji ovjes	105	537113,9
	Stražnji ovjes	120	456626,3
Preupravljive postavke	Prednji ovjes	120	494265,5
	Stražnji ovjes	90	489197,6
Bez prednjeg stabilizatora	Prednji ovjes	/	333049,5
	Stražnji ovjes	90	489197,6

Analizom rezultata prikazanih na slici 53. je moguće zaključiti da pri neutralnim postavkama vozilo uslijed malo „dodavanja“ volana (oko 1°) kroz relativno širok raspon porasta bočne akceleracije (od 0,25g do 1,25g) lagano podupravlja. Povećanjem krutosti valjanja stražnjeg ovjesa te smanjenjem krutosti valjanja prednjeg ovjesa se postiže neutralniji odziv bolida. Najveći udio promjene kuta upravljača s povećanjem bočne akceleracije na slici 53. je uzrokovan momentom poniranja uslijed sile otpora zraka. Kako je hvatište sile otpora zraka 304,5 mm iznad težišta ovještene mase, uslijed stvorenog momenta oko težišta dolazi do sve veće preraspodjele opterećenja s prednjih na stražnje kotače pri povećanju brzine gibanja. Pritom se bolid podupravljivije ponaša zbog sve manje vertikalne sile na kontaktu prednjih kotača s podlogom u odnosu na stražnje. Iako je za neutralne postavke postignuto lagano podupravljivo ponašanje bolida, zbog niske razine iskusnosti vozača bolida *Formule Student*, poželjnije je imati lagano podupravljivo ponašanje vozila. Skidanjem prednjeg stabilizatora se bolid pri nižim brzinama vožnje ponaša preupravljivo, dok za više brzine zbog preraspodjele opterećenja uslijed momenta poniranja ima tendenciju podupravljanju.



**Slika 53. Ovisnost kuta zakreta upravljača o bočnoj akceleraciji za različite postavke krutosti valjanja (prema tablici 13.)**

Kako bi se utjecaj momenta poniranja uslijed sile otpora zraka kvantificirao, isti set analiza je proveden i uz isključen otpor zraka. Pritom je prema slici 54. za neutralne postavke (srednji krakovi poluga na prednjim i stražnjim stabilizatorima) dobiveno potpuno neutralno ponašanje bolida. Time se analitički proračun i uravnoteženje krutosti valjanja provedeno u 3. poglavlju validira, pošto ni ondje nije uzet u obzir moment poniranja bolida uslijed sile otpora zraka. Naravno, ponovo je za razne postavke raspodjele krutosti valjanja na prednji i stražnji ovjes bolida postignuta podupravljivost odnosno preupravljivost.



**Slika 54. Ovisnost kuta zakreta upravljača o bočnoj akceleraciji za različite postavke krutosti valjanja (prema tablici 13.) uz isključeno djelovanje otpora zraka**



## 8. ZAKLJUČAK

Kroz detaljan analitički proračun opružno-prigušnih karakteristika moguće je povezati odziv vozila pri raznim akceleracijama s uzrocima tih gibanja. Izračunate su vrijednosti uspoređene sa simuliranim procedurama vožnje u programima *Adams Car* i *CarSim*. Pritom je zaključeno da iako vrijednosti u nekim slučajevima odstupaju, do toga dolazi zbog pojava koje je teško analitički uzeti u obzir te da su odstupanja logična.

Kako promjene prigušenja vozila predstavljaju velik utjecaj na performanse vozila pri tranzijentnim gibanjima, odabrani su amortizeri koji omogućuju brzu promjenu širokog raspona postavki prigušenja. Kako bi se postigli preporučeni omjeri prigušenja prema literaturi [14], iterativnim proračunom su izračunata potrebna prigušenja gibanja do kojih dolazi pri vožnji. Pritom su korištene karakteristike prigušenja koje daje proizvođač [13].

Usporedbom odziva vozila za procedure vožnje provedene u *Adams Car* i *CarSim* programima je zaključeno da su za oba modela postignuti vrlo slični rezultati. Za daljnje analize je odlučeno koristiti *Adams Car* zbog mogućnosti izrade detaljnijeg modela vozila, što se primarno odnosi na kinematičke značajke. Također, *Adams Car* nudi modul za analizu kinematičkih značajki mehanizma ovjesa te se karakteristične točke unose direktno u model, čime je potreba za drugim softverom poput *Lotus Suspension Analysis*-a poništena. Pri izradi modela su korištene elastične (engl. *bushing*) kinematičke veze čime je omogućen ispis sila za sve ležajeve ovjesa, koje se mogu koristiti za analitičko i numeričko određivanje čvrstoće i krutosti konstrukcije.

Kroz simulacije procedura vožnje u 7. poglavlju pokazalo se da dolazi do vrlo malih promjena u ostvarivim performansama za promjene kinematičkih značajki poput kuta bočnog nagiba kotača i usmjerenosti kotača. U stvarnosti se zbog elastičnosti konstrukcije očekuje veći utjecaj tih značajki. Nadalje, zaključuje se da je uz određene postavke krutosti valjanja ovjesa moguće postići to da se bolid ponaša vrlo neutralno u prolasku kroz zavoj. Svakako je cilj za bolid *Formule Student* da vozilo bude lagano podupravljivo, što je i postignuto uz srednje postavke krutosti valjanja za prednji i stražnji ovjes.

Šire od obuhvata ovog rada, pri razvoju sustava ovjesa bolida *RT06E* zaključeno je da je pri koncipiranju vozila potrebno rano definirati osnovne volumene komponenti od kojih će se vozilo sastojati. Kako se radi o vozilu s *monocoque* šasijom za koju se kroz ispitivanja uzoraka prihvata ispostavilo da je osjetljiva na način opterećivanja, potrebno je i to uzeti u obzir pri određivanju razmještaja karakterističnih točaka. Razmještajem volumena komponenti se već u ranoj razvojnoj fazi može odrediti ostvariva geometrija šasije na mjestima prihvata ovjesa.

## LITERATURA

- [1] Formula Student Rules 2019 V1.1
- [2] Findrik, N. – Izrada računala motora bolida Formule Student, diplomski rad, FSB, Zagreb, 2018.
- [3] Pečanić, M. – Modeliranje i simulacija električnih i toplinskih pojava kod prototipa Formule Student, završni rad, FSB, Zagreb, 2017.
- [4] Skutari, M. – Projektiranje i izrada baterijskog paketa za bolid Formule Student, završni rad, FSB, Zagreb, 2018.
- [5] Adamović, P. – Eksperimentalno ispitivanje umetaka nosive konstrukcije bolida formule student uslijed različitih opterećenja, završni rad, FSB, Zagreb, 2018.
- [6] Ripa, A. – Eksperimentalno ispitivanje različitih izvedbi umetaka nosive konstrukcije Formule Student, završni rad, FSB, Zagreb, 2019.
- [7] Juračić, M. – Dimenzioniranje sendvič struktura te njihova primjena za izradu kompozitne šasije bolida Formule Student, diplomski rad, FSB, Zagreb, 2019.
- [8] Heissing, B.; Ersoy, M. – Chassis Handbook, Springer, Wiesbaden, 2011.
- [9] Milliken, W. F.; Milliken, D. L. – Race Car Vehicle Dynamics, SAE, Warrendale, 1995.
- [10] <https://grassrootsmotorsports.com/articles/understanding-corner-weights/>
- [11] Reimpell, J.; Stoll, H.; Betzler, J.W. – The Automotive Chassis: Engineering Principles, 2nd edition, Elsevier, Oxford, 2001.
- [12] [https://www.chassissim.com/wp-content/uploads/DN\\_Damper\\_Work\\_book.pdf](https://www.chassissim.com/wp-content/uploads/DN_Damper_Work_book.pdf)
- [13] <https://www.ohlinsusa.com/suspension-products/ttx25-mkii>
- [14] <http://www.kaztechnologies.com/wp-content/uploads/2014/03/A-Guide-To-Your-Dampers-Chapter-from-FSAE-Book-by-Jim-Kasprzak.pdf>
- [15] [https://www.chassissim.com/wp-content/uploads/DN\\_Damp\\_guide\\_part\\_2.pdf](https://www.chassissim.com/wp-content/uploads/DN_Damp_guide_part_2.pdf)
- [16] Pacejka, H. B. – Tyre and Vehicle Dynamics, 2nd edition, Elsevier, Oxford, 2006.
- [17] Jazar, R. N. – Vehicle Dynamics, Theory and Application, 3rd edition, eBook, Springer, 2017.
- [18] Genta, G.; Morello, L. – The Automotive Chassis, Volume 1: Components Design, eBook, Springer, 2009.
- [19] Lulić, Z.; Ormuž, K.; Šagi, G. – Motorna vozila, podloge uz predavanja, FSB, Zagreb, 2018.

## **PRILOZI**

- I. *Formula Student EV design specifications sheet*
- II. CD-R

# Formula Student (EV) Design Spec Sheet 2019

<b>Car No.</b>	E16
<b>School</b>	University of Zagreb

Dimensions	Units						
Overall Dimensions	mm	Length:	2878,5	Width:	1493	Height:	1187
Wheelbase & Track	mm	Wheelbase:	1530	Front Track:	1300	Rear Track:	1240
Center of Gravity Design Height	mm	CG Height:	281	Confirmed Via:	Not yet confirmed		
Mass without driver	kg	Front:	89	Rear:	109	Total:	198
Weight Distribution with 68kg driver		% Front:	46	% Left:	50		
<b>Suspension Parameters</b>	<b>Units</b>	<b>Front</b>			<b>Rear</b>		
Tire Size, Compound and Make		18x6-10, R25B, Hoosier			18x6-10, R25B, Hoosier		
Wheels (width, construction)		6,25 inches, three-piece aluminium wheels			7 inches, three-piece aluminium wheels		
Suspension Type		Double unequal wishbone, pushrod actuated			Double Unequal wishbone, pushrod actuated		
Suspension design travel	mm	Jounce (col D): Rebound (col E):	30	30	Jounce (col G): Rebound (col H):	30	30
Wheel rate (chassis to wheel center)	N/mm	28,77			43,44		
Roll rate (chassis to wheel center)	Nm/deg	659,34			628,67		
Sprung mass natural frequency	Hz	3,26			3,49		
Jounce Damping	% critical	57	at __ mm/sec:	12	86	at __ mm/sec:	12
Rebound Damping	% critical	40	at __ mm/sec:	12	60	at __ mm/sec:	12
Motion ratio	__ : 1	0,74	Type:	Regressive	1,05	Type:	Progressive
Ride Camber (Rate of Camber Change)	deg/m	-37,65			-64		
Roll Camber	deg/deg	0,58			0,3		
Static Toe (- out, + in)	deg	0			0		
Static camber	deg	-1,77			1,08		

Static camber adjustment method		Shims on upper wishbone mounts to chassis			Shims on upper wishbone mounts to chassis		
Anti dive / Anti Squat	%	18,22			13,34		
Roll center height above ground, static	mm	39,5			64,5		
Roll center position at 1g lateral acc	mm	Height:	39,33	34,66	Height:	61,96	111,36
Front Caster, Trail, and Scrub Radius		Caster (deg):	4,86	Kin Trail (mm):	18,76	Scrub Rad (mm)	5,4
Front Kingpin Axis		Inclination (deg):	10,19	Offset (mm):	39,6		
Static Ackermann	%	30	Adjustable?	No			
Suspension Adjustment Methods		Ride height on pushrods, roll stiffness on ARB arms, toe angle on tie rod, camber angle with shims, front caster angle with an eccentric mount of the front upper wishbone					
Steer Ratio, C-Factor, Steer Arm Length		Steer Ratio (x:1)	3,64	c-factor (mm)	75,42	Steer Arm Length	68,5
Brake System / Hub & Axle	Units	Front			Rear		
Rotors		185 mm diameter, Toolox 44, water jet cut			180 mm diameter, Toolox 44, water jet cut		
Master Cylinder		Tilton 48-625			Tilton 78-812		
Calipers		ISR 22-048 OB			ISR 22-049 OC		
Brake Pad/Lining Material		Ceramic composite pads			Ceramic composite pads		
Force and Pressures @ 1g dec		Front Pres. (bar):	39	Rear Pres. (bar):	39,7	Pedal Force (kN)	0,42
Upright Assembly		Machined Al7075-T6			Machined Al7075-T6		
Hub Bearings		61813-2RS1			61813-2RS1		
Axle type, size, and material		Al7075-T6 axle			42CrMo4 axles with tripod joints		
Aerodynamics (if applicable)	Units						
Type / Configuration		Front and rear wing, diffuser and sidepods					
Forces (at 80 kph, $\rho=1.162 \text{ kg/m}^3$ )		Downforce (N):	1008	% Front:	46	Drag (N):	470,4
Coefficients & Reference Area		Cl:	-2,53	Ref. Area ( $\text{m}^2$ ):	1,32	Cd:	1,18
Noteable Features (active, etc)		Powertrain heat exchangers mounted into sidepods					