

# Proračun čvrstoće nosivog stupa reklamnog panoa

---

Krajinović, Marin

Undergraduate thesis / Završni rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:044683>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-12-12**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Marin Krajinović**

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Student:

Marin Krajinović

Zagreb, 2018.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na pomoći, uloženom trudu i savjetovanju tijekom pisanja završnog rada.

Ponajviše se zahvaljujem svojim roditeljima na pruženoj podršci, pokazanom strpljenju i moralnoj podršci.

Zahvaljujem se bratu koji mi je najviše pomogao u dosadašnjem studiranju.

Također, zahvaljujem se i svojim prijateljima koji su mi uljepšali i olakšali studiranje.

Marin Krajinović



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Marin Krajinović**

Mat. br.: 0035200923

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Proračun čvrstoće nosivog stupa reklamnog panoa**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Strength Calculation of Support Column of Advertising Billboard**

Opis zadatka:

Svaki dan se susrećemo s raznim novim načinima reklamiranja, jedan od prvih, a i danas vrlo popularni način reklamiranja su reklamni panoi uz ceste, na zgradama, na ogradama itd. Reklamni panoi uz cestu najčešće su postavljeni na čelične nosive stupove, koji mogu biti izvedeni kao jedan ili više njih. Dobro je poznato da ti stupovi osim što nose teret samog reklamnog panoa opterećeni su i raznim dodatnim opterećenjima od kojih je vjerojatno zbog samog oblika reklamnog panoa najvažnije opterećenje uslijed vjetra.

Za definirane podatke o konstrukciji, dimenzijama te opterećenju i rubnim uvjetima nosivog stupa reklamnog panoa potrebno je provjeriti da li konstrukcija zadovoljava uvjet čvrstoće tj. izvršiti kontrolni proračun nosivog stupa reklamnog panoa. Proračun provesti analitički i numerički te usporediti dobivene rezultate. Numerički proračun provesti primjenom programskog paketa Abaqus® koji se temelji na metodi konačnih elemenata. U numeričkim analizama koristiti dostupne konačne elemente iz baze programskog paketa. Potrebno je izvršiti verifikaciju primijenjenih konačnih elemenata i procedura na jednostavnijim problemima te rezultate usporediti s dostupnim analitičkim rezultatima.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

26. travnja 2018.

Datum predaje rada:

**2. rok (izvanredni):** 28. lipnja 2018.

**3. rok:** 21. rujna 2018.

Predviđeni datumi obrane:

**2. rok (izvanredni):** 2.7. 2018.

**3. rok:** 24.9. - 28.9. 2018.

Zadatak zadao:

*Škrozit Ivica*  
Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Predsjednik Povjerenstva:

*Igor Balen*  
Prof. dr. sc. Igor Balen

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY .....	VII
1. UVOD .....	1
1.1. Reklamni panoi .....	1
1.2. Billboard panoi.....	2
1.3. Konstrukcija billboard panoa .....	2
2. MODELIRANJE ZADANOG REKLAMNOG PANOVA.....	7
2.1. Modeliranje nosivog stupa .....	7
2.2. Modeliranje nosive konstrukcije .....	8
2.3. Geometrija konstrukcije .....	10
3. METODA KONAČNIH ELEMENATA .....	11
3.1. Numerička analiza.....	11
3.2. Metoda konačnih elemenata.....	11
3.3. Opis programskog paketa.....	12
3.4. Konačni elementi u <i>Abaqus-u</i> .....	12
3.5. Trodimenzijski konačni elementi .....	14
3.5.1. Heksaedarski i tetraedarski konačni elementi .....	14
3.6. Verifikacija primjenjenih konačnih elemenata .....	15
3.6.1. Analiza konzole cijevnog poprečnog presjeka.....	15
3.6.2. Rješenja dobivena programskim paketom <i>Abaqus</i> .....	16
4. ANALITIČKI PRORAČUN KONSTRUKCIJE REKLAMNOG PANOVA.....	21
4.1. Djelovanje vjetrova na plakat.....	21
4.2. Proračun čvrstoće .....	24
4.3. Proračun na izvijanje.....	26
5. NUMERIČKA ANALIZA KONSTRUKCIJE .....	29
6. ZAKLJUČAK .....	35
LITERATURA.....	36
PRILOZI.....	37

## POPIS SLIKA

Slika 1. Primjeri različitih reklamnih panoa [2] .....	1
Slika 2. Standardna nosiva konstrukcija billboard panoa [5] .....	3
Slika 3. Rešetkasta nosiva konstrukcija bez torzijske cijevi [6] .....	3
Slika 4. Billboard pano s drvenim nosivim stupovima [7] .....	4
Slika 5. Reklama za Fresca piće iz 1966. godine s IPE profilima kao nosivim stupovima [5]..	4
Slika 6. "V" izvedba (lijevo) i paralelna izvedba (desno) [9] .....	5
Slika 7. "Trokut" izvedba .....	5
Slika 8. a) Izvedba s nosivim stupom na sredini, b) Izvedba "polu-zastava" [10] .....	6
Slika 9. a) Izvedba "zastava", b) Izvedba "produžena zastava" [10] .....	6
Slika 10. Poprečni presjek nosivog stupa .....	7
Slika 11. Poprečni presjek IPE profila s osnovnim dimenzijama .....	8
Slika 12. Modeliranje nosivog stupa i nosive konstrukcije .....	9
Slika 13. Model reklamnog panoa modeliran pomoću programskog paketa <i>SolidWorks</i> .....	9
Slika 14. Geometrija i glavne dimenzije reklamnog panoa .....	10
Slika 15. Grafički prikaz rada programskog paketa [17] .....	13
Slika 16. Najčešće korištene skupine elemenata [19] .....	13
Slika 17. a) element prvog reda, b) element drugog reda c) tetraedarski element drugog reda	14
Slika 18. Opterećena konzola .....	15
Slika 19. Rubni uvjeti i opterećenja konzole .....	17
Slika 20. Diskretizacija s a) 1471 i b) 2392 elemenata .....	17
Slika 21. Diskretizacija s a) 7152 i b) 10140 elemenata .....	17
Slika 22. Iznos i raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema <i>Von Mises-u</i> na konzoli u MPa	18
Slika 23. Iznos i raspodjela pomaka na konzoli u mm .....	18
Slika 24. Konvergencija ekvivalentnog naprezanja .....	19
Slika 25. Konvergencija pomaka točke B .....	20
Slika 26. Opterećenja reklamnog panoa .....	21
Slika 27. Prijedlog zemljovida raspodjele osnovne poredbene brzine vjetra [22] .....	23
Slika 28. Duljina izvijanja za zadan način učvršćenja stupa [20] .....	27
Slika 29. Rubni uvjeti i opterećenja modela .....	29
Slika 30. Diskretizacija modela s 76086 konačnih elemenata .....	30
Slika 31. Detalj mjesta uklještenja nosivog stupa .....	30
Slika 32. Mreža konačnih elemenata po reklamnoj ploči .....	31
Slika 33. Mreža konačnih elemenata po nosivoj konstrukciji .....	31
Slika 34. Deformirani oblik i raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema <i>Von Misesu</i> u MPa	32
Slika 35. Iznos i raspodjela naprezanja u MPa na mjestu uklještenja nosivog stupa .....	32
Slika 36. Raspodjela naprezanja u MPa na mjestu uklještenja s ograničenjem na 42,33 MPa	33
Slika 37. Iznos i raspodjela pomaka po modelu u mm .....	33

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Dimenzije poprečnog presjeka cijevi .....	7
Tablica 2. Dimenzije poprečnog presjeka IPE profila .....	8
Tablica 3. Usporedba rezultata dobivenih analitičkim i numeričkim proračunom .....	19
Tablica 4. Usporedba analitičkog i numeričkog proračuna.....	34



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$\text{mm}^2$	poprečni presjek stupa
$A_{\text{ref}}$	$\text{m}^2$	poredbena površina
$c_e$		faktor izloženosti
$c_f$		koeficijent sile
$c_s c_d$		faktor konstrukcije
$D_u$	mm	unutarnji promjer
$D_v$	mm	vanjski promjer
$E$	$\text{N}/\text{mm}^2$	Youngov modul elastičnosti
$F$	N	koncentrirana sila
$F_{\text{dop}}$	N	maksimalno dopuštena sila
$F_{\text{kr}}$	N	kritična sila izvijanja
$F_w$	N	globalna sila vjetra
$F_x, F_y, F_z$	N	komponente sile u smjeru $x$ , $y$ i $z$ koordinatnih osi
$G$	N	težina
$h$	mm	visina nosivog stupa
$i_{\text{min}}$	cm	minimalni polumjer inercije
$I$	$\text{mm}^4$	moment tromosti
$l_0$	m	duljina izvijanja
$M_y, M_z$	Nmm	moment savijanja oko koordinatnih osi $y$ i $z$
$M_s$	Nmm	ukupni moment savijanja
$R_{p0,2}$	$\text{N}/\text{mm}^2$	konvencionalna granica razvlačenja
$s$	mm	debljina stijenke cijevi
$S$		faktor sigurnosti
$q_b$	$\text{N}/\text{mm}^2$	osnovni tlak zbog brzine vjetra
$q_p(z_e)$	$\text{N}/\text{mm}^2$	vršni koeficijent tlaka brzine vjetra
$T$	$\text{N}/\text{mm}^2$	moment uvijanja
$v$	mm	pomak u smjeru osi $y$

---

$v_{\text{ref}}$	$\text{m/s}^2$	referentna brzina vjetra
$w$	$\text{mm}$	pomak u smjeru osi $z$
$W$	$\text{mm}^3$	moment otpora
$W_p$	$\text{mm}^3$	polarni moment otpora
$x, y, z$		koordinatne osi
$\alpha$	$\text{rad}, ^\circ$	kut
$\delta$	$\text{mm}$	ukupni pomak
$\phi_x$	$\text{rad}$	zakret oko osi $x$
$\phi_y$	$\text{rad}$	zakret oko osi $y$
$\phi_z$	$\text{rad}$	zakret oko osi $z$
$\lambda$		vitkost
$\nu$		Poissonov koeficijent
$\rho$	$\text{kg/m}^3$	gustoća zraka
$\sigma_x$	$\text{N/mm}^2$	normalno naprezanje
$\sigma_{\text{dop}}$	$\text{N/mm}^2$	maksimalno dopušteno naprezanje
$\sigma_{\text{ekv}}$	$\text{N/mm}^2$	ekvivalentno naprezanje
$\tau$	$\text{N/mm}^2$	posmično naprezanje

## SAŽETAK

U radu je izvršena analitička i numerička analiza nosivog stupa reklamnog panoa. Prvotno je reklamni pano modeliran pomoću programskog paketa *SolidWorks*. Dimenzije i tip konstrukcije reklamnog panoa su proizvoljno odabrani. Ponajprije je modeliran nosivi stup odabirom standardne bešavne cijevi. Potom je modelirana nosiva konstrukcija koja dolazi na nosivi stup i nosi reklamne površine, a sastoji se od torzijske cijevi i standardnih IPE profila. Prije analize čvrstoće nosivog stupa provedena je verifikacija primijenjenih konačnih elemenata na jednostavnom problemu te je ispitana konvergencija dobivenih rezultata za različite brojeve konačnih elemenata. Verifikacija je provedena na konzoli cijevnog poprečnog presjeka. Nakon verifikacije proveden je analitički proračun nosivog stupa reklamnog panoa. Nosivi stup je opterećen silom vjetra i težinom reklamnog panoa. Prvo je izračunata sila vjetra koja djeluje na reklamni pano koristeći normu EN 1991-1-4:2005. Zatim su izvršeni proračun čvrstoće i proračun na izvijanje nosivog stupa. Numerička analiza je izvršena primjenom metode konačnih elemenata pomoću programskog paketa *Abaqus*. Nakon provedenih analiza izvršena je usporedba dobivenih rezultata. Na poslijetku je iznesen zaključak na temelju dobivenih rezultata i navedena ideja moguće rekonstrukcije reklamnog panoa.

Ključne riječi: nosivi stup, reklamni pano, sila vjetra, analiza čvrstoće, metoda konačnih elemenata, *Abaqus*

## SUMMARY

In this paper an analytical and numerical analysis of the supporting pole of the advertising board has been conducted. Firstly, an advertising board is created with the *SolidWorks* software package. Dimensions and type of structure are arbitrarily selected. Modeling has begun by selecting standard seamless tube for the supporting pole. Then supporting structure that carries advertising surfaces is created. It is consisted of the torsion tube and standard IPE profiles. Prior to the strength analysis of the supporting pole, verification of the finite elements applied on a simple problem has been performed and then results convergence for various number of finite elements has been checked. Verification analysis is performed on cantilever beam with hollow circular cross-section. After verification, the analytical analysis of the supporting pole of the advertising board was conducted. The supporting pole is loaded with the force of the wind and the weight of advertising board. The wind force is calculated using the EN 1991-1-4:2005 standard. Then the strength analysis and the buckling calculations were performed. Numerical analysis was conducted using the finite element method using the *Abaqus* software package. After conducted analyzes, a comparison of obtained results was performed. Finally, a conclusion was made based on obtained results and the idea of possible reconstruction of the advertising board is presented.

Key words: supporting pole, advertising board, wind force, strength analysis, finite element method, *Abaqus*

## 1. UVOD

Svaki dan se susrećemo s raznim reklamama koje reklamiraju nekakav proizvod, uslugu, događaj ili slično. Reklama je vrsta komunikacije kojom sponzor reklame pokušava uvjeriti publiku u korisnost određenog postupka, obično kupovine proizvoda ili usluge. Da bi postigao ovaj cilj autor reklame se služi svjesnim ili podsvjesnim porukama, odnosno kombinacijom informacije i emocije u reklamnoj poruci. Reklamiranje se smatra dijelom komunikacijskog sistema marketinga. Oglašivači se najčešće trude povećati interes za reklamirani proizvod njegovim brendiranjem. Slika ili ime proizvoda se ponavlja, zajedno sa njegovim poželjnim osobinama, tako da se u svijesti potrošača ustali veza između robne marke i spomenutih osobina. [1]

Jedna od najvažnijih karakteristika reklame je način na koji ona stiže do potrošača reklamiranog proizvoda ili usluge. U ovu svrhu se koriste: televizija, radio, novine, REKLAMNI PANOI, časopisi, video igre, internet, poštanske pošiljke, distribucija letaka i drugi načini. [1]

### 1.1. Reklamni panoi

Reklamni panoi su popularan način na koji osobe ili kompanije oglašavaju svoje usluge i proizvode. Nalazimo ih svuda oko nas u raznim dimenzijama, od malih A-stalaka, preko reklamnih vitrina, plakata na zgradama i ogradama pa sve do velikih billboard panoa. Za ovaj rad posebno su zanimljivi billboard panoi zbog svojih dimenzija i većih opterećenja koja djeluju na njih. Na [Slika 1] prikazani su primjeri različitih reklamnih panoa.



Slika 1. Primjeri različitih reklamnih panoa [2]

## 1.2. Billboard panoi

Billboard panoi, poznatiji kod nas i kao jumbo panoi, su najčešća vrsta reklamnih panoa. Osmišljen je za postavljanje jednostavnog papirnato ili platnenog plakata kojim se učinkovito prenosi reklamna poruka. Optimalnu primjenu nalazi kod reklamnih kampanja kojima se oglašavaju novi proizvodi ili se želi pospješiti prepoznatljivost proizvoda općenito. Uspjeh ovog reklamnog medija sadržan je u njegovoj jednostavnosti i rasprostranjenosti. Postavljeni uz sve glavne prometne pravce, autoceste, u gradovima uz trgovačke centre, autobusne i željezničke postaje, na graničnim prijelazima, uz gradske i prigradske prometnice, omogućavaju realizaciju oglašivačkih akcija sukladno specifičnim ciljevima na lokalnoj, regionalnoj ili nacionalnoj razini. Dizajnirani su tako da zaokupe pažnju prolaznika i ostave utisak na njega u vrlo kratkom vremenu jer prolaznici većinom prolaze pri veliki brzinama. Stoga nose poruku, koja mora biti kratka i lako pamtljiva, ili neku zanimljivu sliku koju će prolaznici zapamtiti. Također mora biti lako uočljiva stoga se rade velikih dimenzija i na visokom položaju. Pritom je potrebno napraviti čeličnu konstrukciju koja to sve drži, a zbog svojih dimenzija i prometnih lokacija ta konstrukcija mora biti sigurna. [3]

## 1.3. Konstrukcija billboard panoa

Standardne komponente konstrukcije jednog billboard panoa prema [4], prikazano primjerom na [Slika 2], su:

- nosivi stup (ili više njih) - jedna od najtežih komponenti, nosi cijelu konstrukciju i odupire se utjecaju vjetra,
- torzijska cijev - velika horizontalna cijev koja je okomita na nosivi stup kreirajući oblik "T". Veže se za nosivi stup vijcima ili zavaruje te je druga najteža komponenta konstrukcije, za rešetkastke izvedbe panoa [Slika 2] moguće je i bez torzijske cijevi,
- nosiva konstrukcija - okvir koji se sastoji od vertikalnih IPE profila, koji su povezani na torzijsku cijev i drže horizontalne čelične šipke koje nose reklamne površine, i horizontalnih IPE profila koji daju krutost konstrukciji,
- reklamne površine - tanke čelične ili drvene ploče koje se pričvršćuju na nosivu konstrukciju i predstavljaju površine na koje se postavljaju papirnati ili platneni plakati.



**Slika 2. Standardna nosiva konstrukcija billboard panoa [5]**



**Slika 3. Rešetkasta nosiva konstrukcija bez torzijske cijevi [6]**

Nosivi stupovi reklamnih panoa kroz povijest su prvo bili drveni [Slika 4] zatim su zamijenjeni čeličnim kutijastim profilima ili IPE profilima [Slika 5]. Međutim, pojavom viška čeličnih cijevi namijenjenih za izgradnju naftovoda prenamijenili su ih za konstrukciju reklamnih panoa. Danas, gotovo svi reklamni panoi koji koriste stupove kao nosivu konstrukciju se proizvode s čeličnim stupovima cijevnog poprečnog presjeka. [4]





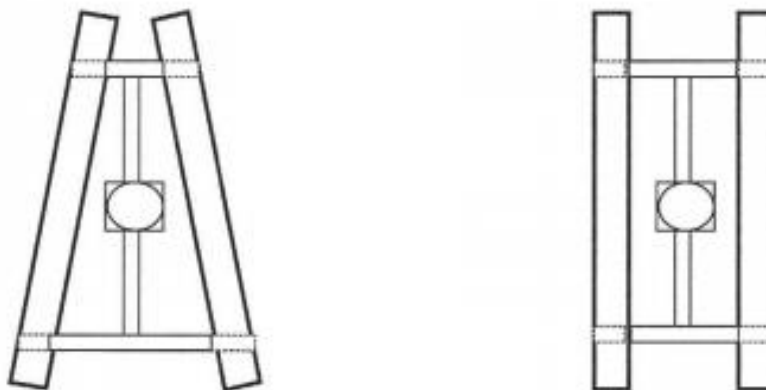
Slika 4. Billboard pano s drvenim nosivim stupovima [7]



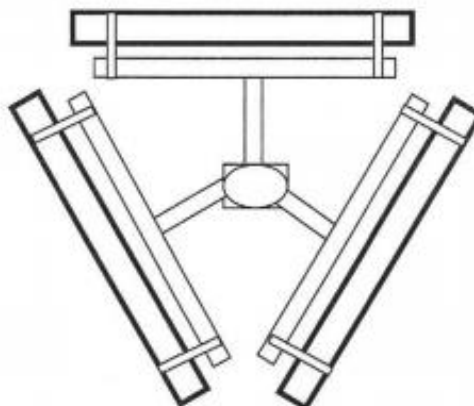
Slika 5. Reklama za Fresca piće iz 1966. godine s IPE profilima kao nosivim stupovima [5]



Moguće su različite izvedbe billboard panoa: s jednim nosivim stupom i s dva ili više nosivih stupova. S jednim nosivim stupom može biti: paralelna izvedba, "V" izvedba prikazane na [Slika 6] ili "trokut" izvedba prikazano na [Slika 7]. U ovom radu proučavat će se paralelna izvedba billboard panoa. [9]

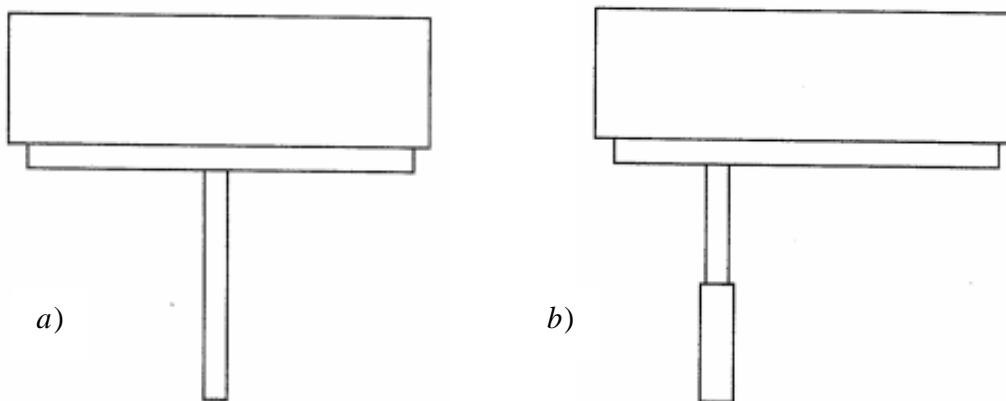


**Slika 6. "V" izvedba (lijevo) i paralelna izvedba (desno) [9]**

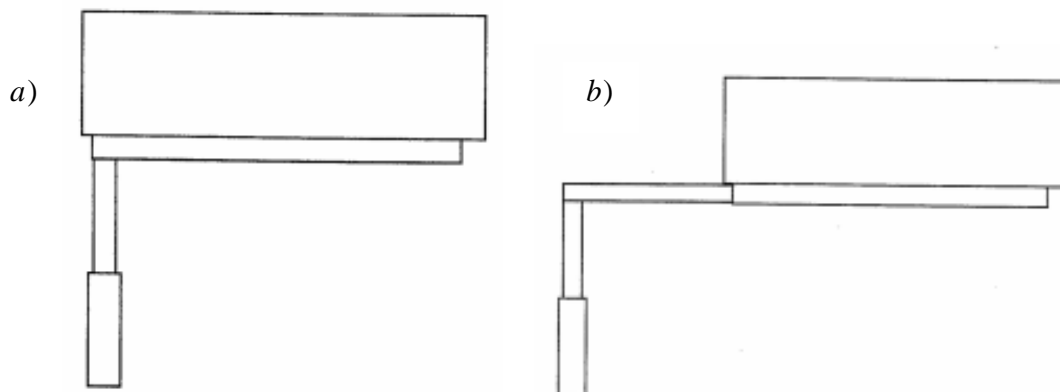


**Slika 7. "Trokut" izvedba**

Paralelna izvedba s jednim nosivim stupom može biti sa stupom na sredini (pri kojoj nije obavezna torzijska cijev u konstrukciji) [Slika 8.a)], sa stupom izmaknutim na jednu stranu kao "polu zastava" [Slika 8.b)], sa stupom na rubu panoa kao "zastava" [Slika 9.a)] ili sa stupom izvan gabarita panoa kao "produžena zastava" [Slika 9.b)]. [10]



Slika 8. a) Izvedba s nosivim stupom na sredini, b) Izvedba "polu-zastava" [10]



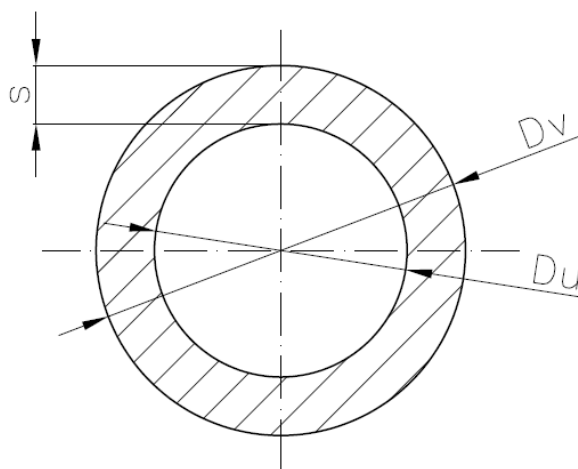
Slika 9. a) Izvedba "zastava", b) Izvedba "produžena zastava" [10]

## 2. MODELIRANJE ZADANOG REKLAMNOG PANOJA

Radi lakše provedbe analize, u ovom radu će se analizirati pojednostavljeni oblik konstrukcije reklamnog panoa prikazan na [Slika 13]. Model je modeliran pomoću programskog paketa *SolidWorks* [11]. Odabrana je paralelna izvedba reklamnog panoa. Dimenzije su proizvoljne, a nosiva konstrukcija je izvedena s torzijskom cijevi i s nosivim stupom izmaknutim na lijevu stranu.

### 2.1. Modeliranje nosivog stupa

Nosivi stup je cijevnog poprečnog presjeka. Za potrebe ovog zadatka prema normi DIN 2448 [12] odabrana je bešavna cijev iz kataloga *Strojopromet* [13] s dimenzijama prikazanim u [Tablica 1]. Isti tip cijevi se koristi i kao torzijska cijev. Na [Slika 10] prikazan je poprečni presjek nosivog stupa s osnovnim dimenzijama.



Slika 10. Poprečni presjek nosivog stupa

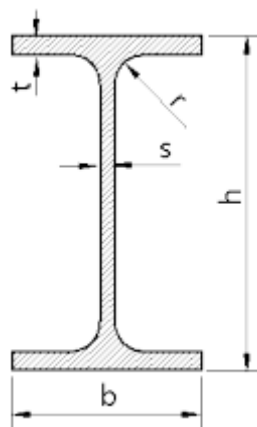
Tablica 1. Dimenzije poprečnog presjeka cijevi

Vanjski promjer $D_v$ /mm	Unutarnji promjer $D_u$ /mm	Debljina stijenke $s$ /mm
508	483	12.5

Materijal od kojeg je izrađena cijev je opći konstrukcijski čelik oznake S235JR. Prema [14] modul elastičnosti čelika iznosi  $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ , a Poissonov faktor  $\nu = 0.3$ .

## 2.2. Modeliranje nosive konstrukcije

Nosiva konstrukcija se sastoji od torzijske cijevi i standardnih IPE profila. Za torzijsku cijev je odabrana bešavna cijev istih karakteristika i dimenzija poprečnog presjeka kao i za nosivi stup. Standardni IPE profili odabrani su prema normi EN 10034 [15] s dimenzijama poprečnog presjeka prikazanim u [Tablica 2]. Na [Slika 11] prikazan je poprečni presjek IPE profila s osnovnim dimenzijama. Materijal od kojeg su izrađeni profili je opći konstrukcijski čelik oznake S235JR [14].

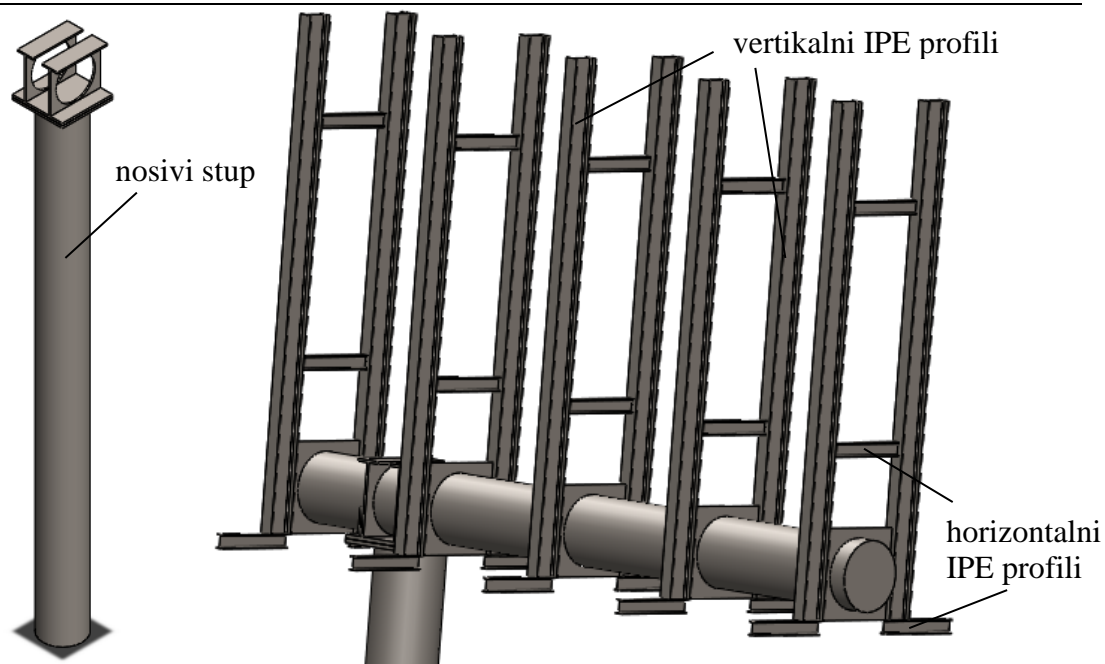


Slika 11. Poprečni presjek IPE profila s osnovnim dimenzijama [15]

Tablica 2. Dimenzije poprečnog presjeka IPE profila

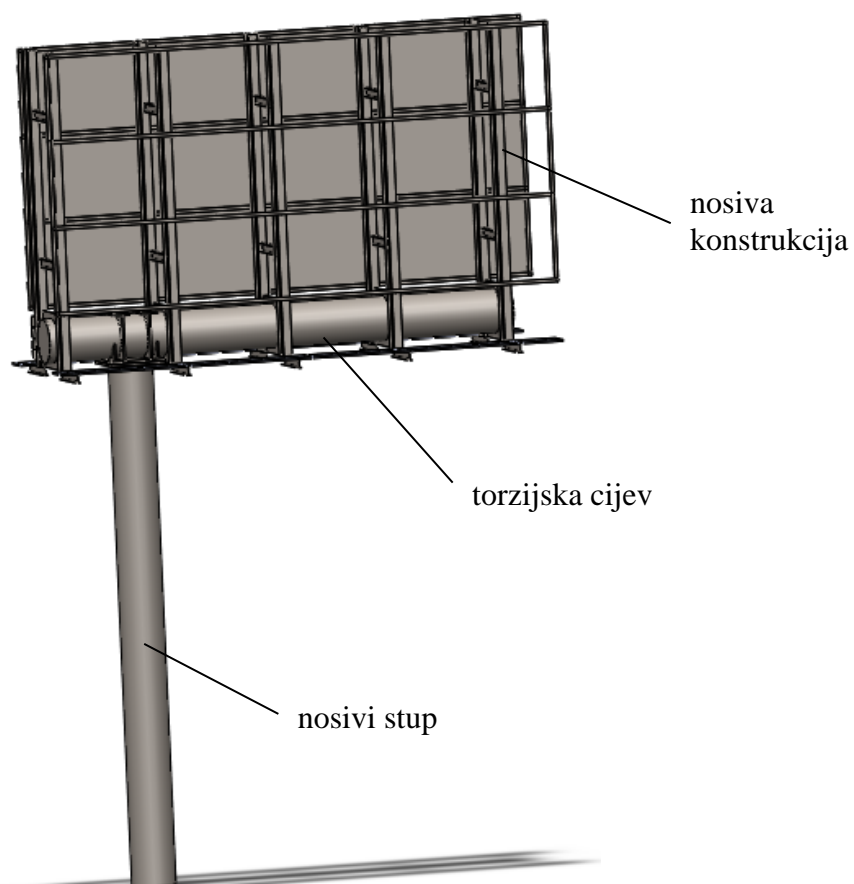
	$h/\text{mm}$	$b/\text{mm}$	$s/\text{mm}$	$t/\text{mm}$	$r/\text{mm}$
Vertikalni IPE 200 profili	200	200	5,60	8,50	12
Horizontalni IPE 100 profili	100	55	4,10	5,70	7

Na [Slika 12] prikazani su koraci modeliranja reklamnog panoa.



Slika 12. Modeliranje nosivog stupa i nosive konstrukcije

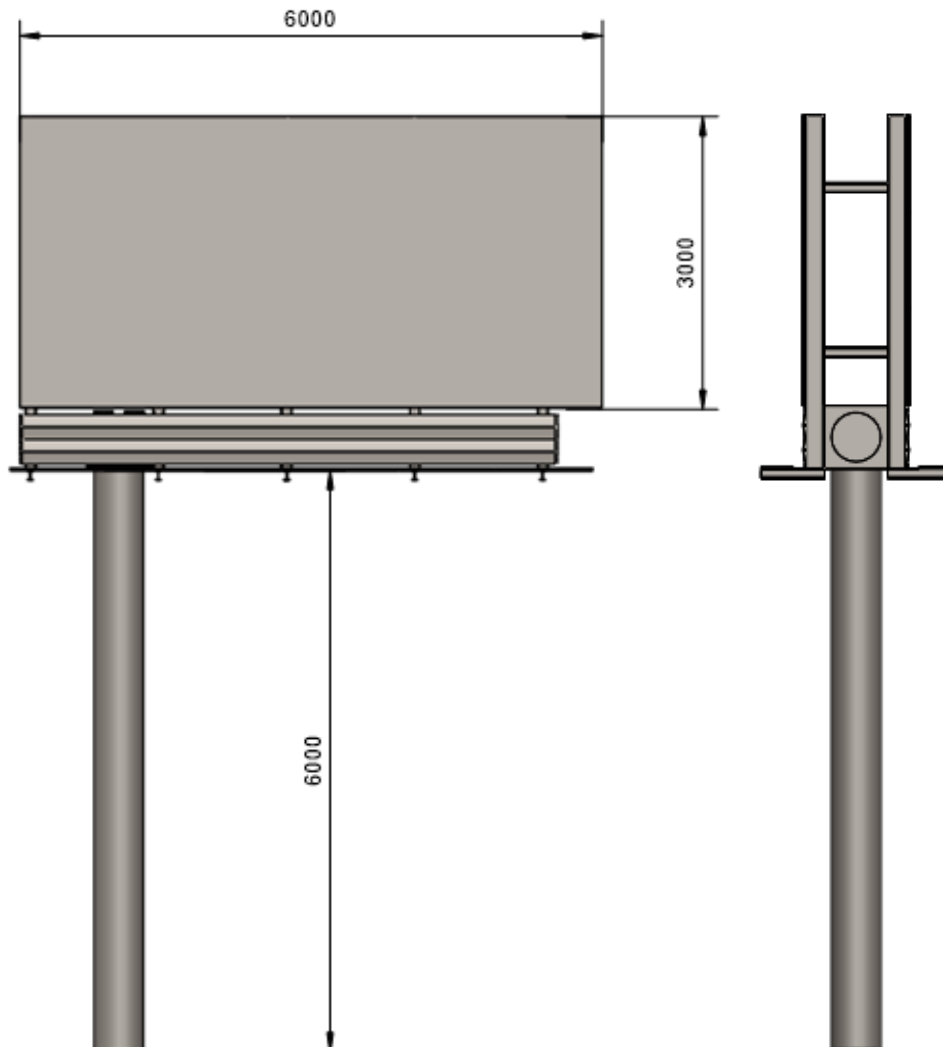
Na [Slika 13] prikazan je izgled reklamnog panoa sa skrivenom prednjom pločom radi bolje preglednosti nosive konstrukcije.



Slika 13. Model reklamnog panoa modeliran pomoću programskog paketa *SolidWorks*

### 2.3. Geometrija konstrukcije

Geometrija konstrukcije i glavne potrebne dimenzije prikazane su na [Slika 14].



Slika 14. Geometrija i glavne dimenzije reklamnog panoa

### 3. METODA KONAČNIH ELEMENATA

#### 3.1. Numerička analiza

Numerička analiza je grana numeričke matematike koja se bavi pronalaženjem i unaprjeđenjem algoritama za numeričko izračunavanje vrijednosti vezanih uz matematičku analizu, poput numeričkog integriranja, numeričkog deriviranja i numeričkog rješavanja diferencijalnih jednadžbi. Sastavni dio numeričke analize je i ocjenjivanje grešaka metoda (algoritama) i to na dvije razine – analiza grešaka same metode te analiza grešaka koje nastaju vrednovanjem, a vezane su uz arhitekturu računala. Numeričke metode često se koriste za određivanje rješenja matematičkih problema koji bi zbog svoje veličine, kroz standardni postupak rješavanja, predugo trajali. Nezaobilazne u aproksimativnom računu, kada se aproksimacijama (i ocjenama pripadnih grešaka) zamjenjuje stvarna vrijednost funkcije do koje je nemoguće ili preteško doći. To su metode poput metode konačnih elemenata ili pak kubičnih spline-ova kojima se aproksimira ponašanje nepoznate funkcije o kojoj znamo tek konačan broj vrijednosti, najčešće dobivenih mjerenjima. [16]

#### 3.2. Metoda konačnih elemenata

Klasične metode rješavanja problema kontinuiranih sustava temelje se na rješavanju diferencijalnih jednadžbi čije je analitičko rješenje moguće dobiti samo za jednostavnije slučajeve. Stoga se koriste približne numeričke metode za rješavanje diferencijalnih jednadžbi gdje se one zamjenjuju sustavom algebarskih jednadžbi. Metoda konačnih elemenata je metoda koja se temelji na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma. Razmatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode. Drugim riječima, područje kontinuuma dijeli se na konačan broj potpodručja koja se nazivaju konačni elementi, pa se razmatrani kontinuum prikazuje kao mreža konačnih elemenata. Elementi su međusobno povezani u točkama koje nazivamo čvorovi. Za svaki element se pretpostavlja rješenje zadane diferencijalne jednadžbe. Diferencijalne jednadžbe imaju oblik interpolacijskih funkcija koje povezuju zavisne varijable s njihovim vrijednostima u čvorovima. Te funkcije moraju zadovoljavati odgovarajuće uvjete da bi se diskretizirani model što više približio ponašanju kontinuiranog sustava. Uz pravilnu formulaciju konačnih elemenata, približavanje točnom

rješenju raste s povećanjem broja elemenata. Za svaki element se izvodi lokalni sustav algebarskih jednadžbi čije su nepoznanice čvorne veličine. Nakon toga se odgovarajućim postupcima formira globalni sustav jednadžbi za cijeli diskretizirani model, u kojemu su nepoznanice čvorne vrijednosti svih elemenata diskretiziranog područja. Pomoću izračunatih čvornih veličina moguće je, primjenom poznatih teorijskih relacija, odrediti sve veličine potrebne za analizu opisanoga kontinuiranog sustava. Točan početak razvoja metode konačnih elemenata se ne zna, ali mogli bi se reći da je sama ideja nastala početkom četrdesetih godina dvadesetog stoljeća. Danas je ta numerička metoda prisutna u gotovo svim inženjerskim granama koje su vezane za modeliranje različitih fizikalnih procesa. [17]

### 3.3. Opis programskog paketa

Rješavanje problema pomoću metode konačnih elemenata provodi se primjenom računala najčešće korištenjem postojećih programskih paketa, u kojima su već programirani postupci izračunavanja. Glavni zadatak je izrada proračunskog modela i definiranje ulaznih podataka. Kako bi se olakšalo upravljanje i kontrola podataka, većina programskih paketa podijeljena je u nekoliko dijelova. Prema [17] najčešće su to tri radne cjeline:

- pretprocesor - faza u kojoj se obavlja učitavanje ulaznih podataka,
- procesor - rješavanje problema matematičkog modeliranja (vrednovanje i simuliranje), stvaranje izlazne datoteke za prikaz rezultata,
- postprocesor - generiranje izvješća, grafičkog prikaza, animacije iz izlazne datoteke.

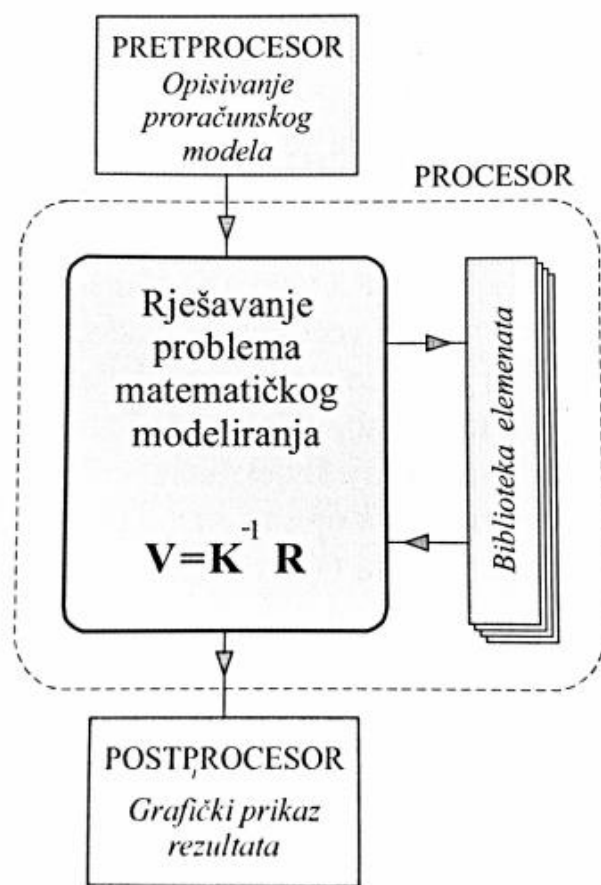
Navedene tri radne cjeline grafički su prikazane na [Slika 15]. U ovom radu korišten je programski paket *Abaqus/CAE* [18].

### 3.4. Konačni elementi u *Abaqus-u*

*Abaqus* sadrži opsežnu biblioteku konačnih elemenata te nudi snažan skup alata za rješavanje različitih problema. Postoji pet obilježja koji određuju ponašanje svakog elementa:

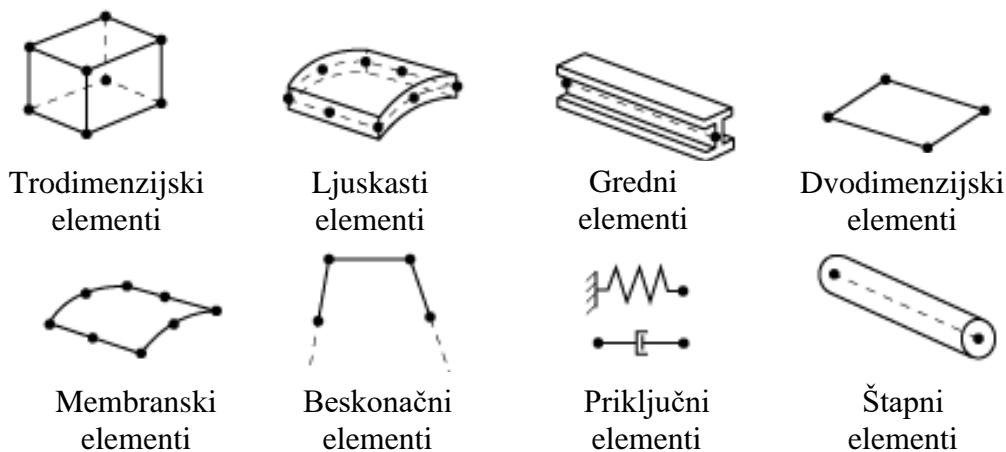
- skupina (familija),
- broj stupnjeva slobode,
- broj čvorova,
- formulacija,
- integracija.





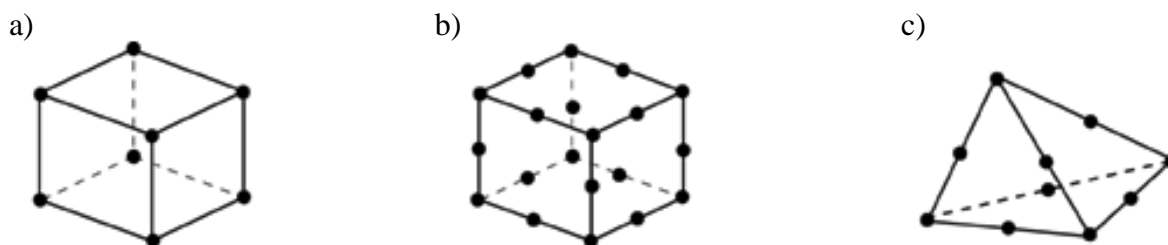
Slika 15. Grafički prikaz rada programskog paketa [17]

Svaki element u *Abaqus-u* ima vlastito ime koje sadrži oznake za svih pet obilježja prethodno navedenih. Na [Slika 16] prikazane su skupine elemenata koje se najčešće koriste u analizi naprežanja. Glavna razlika među tim skupinama elemenata je vrsta geometrije koju pojedina skupina elemenata predstavlja. [19]



Slika 16. Najčešće korištene skupine elemenata [19]

Stupnjevi slobode su temeljne varijable koje se računaju tijekom analize. U analizi naprezanja/pomaka stupnjevi slobode su translacije, a za ljuskaste, gredne i cijevne elemente računaju se i rotacije u svakom čvoru. Pomaci i stupnjevi slobode računaju se u čvorovima elementa. U svakoj drugoj točki elementa pomaci se dobivaju interpolacijom čvornih pomaka. Broj čvorova u elementu uglavnom određuje red interpolacijske funkcije. Elementi koji imaju čvorove samo u uglovima [Slika 17.a)] koriste linearnu interpolaciju u svakom smjeru stoga se nazivaju linearni elementi ili elementi prvog reda. Elementi sa čvorovima na sredini svakog brida [Slika 17.b)] koriste kvadratnu interpolaciju stoga se često nazivaju kvadratni elementi ili elementi drugog reda, a na [Slika 17.c)] prikazan je i tetraedarski element drugog reda. [19]



Slika 17. a) element prvog reda, b) element drugog reda c) tetraedarski element drugog reda [19]

### 3.5. Trodimenzijski konačni elementi

Trodimenzijski konačni elementi koje nudi programski paket *Abaqus/CAE* su heksaedarski elementi, element u obliku trostrane prizme i tetraedarski elementi. Puno su precizniji ako nisu distordirani, osobito heksaedarski. Tetraedarski su manje osjetljivi na distorziju. Koriste se za linearne analize ili složene nelinearne analize koje uključuju kontakt, plastičnost i velike deformacije. Stupnjevi slobode trodimenzijskih elemenata su po tri translacije u svakom čvoru. [19]

#### 3.5.1. Heksaedarski i tetraedarski konačni elementi

Heksaedarski elementi su preporučljivi trodimenzionalni konačni elementi. Razlog tomu je što brže konvergiraju točnom rješenju i nisu osjetljivi na orijentaciju u mreži. Tetraedarski elementi su geometrijski svestraniji elementi i koriste se u mnogim automatskim algoritmima umrežavanja. Koriste se kada je geometrija modela komplicirana i kada nije moguće dobiti dovoljno kvalitetnu mrežu pomoću heksaedarskih elemenata jer su manje

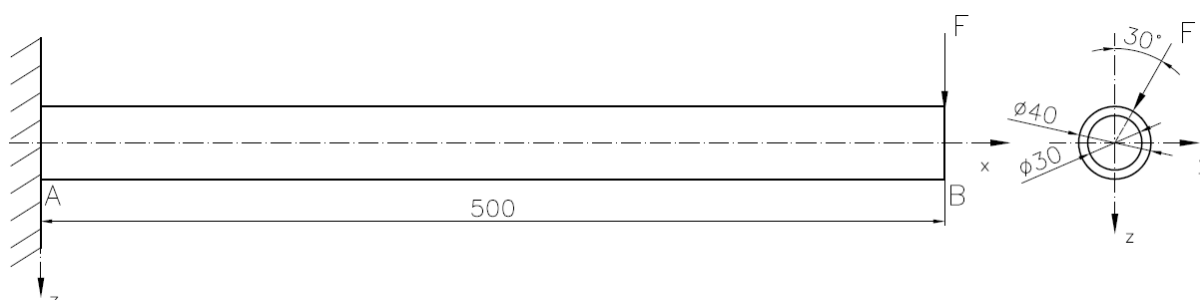
osjetljivi na distorziju. Međutim, dobra mreža heksaedarskih elemenata obično daje rješenja ekvivalentne točnosti tetraedarskim elementima u kraćem vremenu. Najčešće su tetraedarski elementi prvog reda pretjerano kruti i potrebne su fine mreže za dobivanje točnih rezultata. To se može izbjeći korištenjem tetraedarskih elemenata višeg reda. [19]

### 3.6. Verifikacija primjenjenih konačnih elemenata

U ovom poglavlju cilj je verificirati prikladnost korištenja trodimenzijskih konačnih elementa kojim će se rješavati zadani problem. Primjer je riješen uz pretpostavku da je materijal konstrukcije homogen i izotropan te da su pomaci i deformacije maleni, što je i osnovna pretpostavka kod analize zadanog problema.

#### 3.6.1. Analiza konzole cijevnog poprečnog presjeka

Za konzolu konstantnog poprečnog presjeka uklještenu i opterećenu prema [Slika 18] potrebno je odrediti maksimalno naprezanje i progib slobodnog kraja konzole.



Slika 18. Opterećena konzola

Sila  $F$  koja djeluje na slobodnom kraju konzole iznosi 1000 N, modul elastičnosti konzole iznosi  $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ , a Poissonov faktor  $\nu = 0,3$ . Materijal konzole je S235JR, čija granica razvlačenja prema [14] iznosi  $R_{p0,2} = 235 \text{ MPa}$ .

Najveći momenti savijanja djeluju na mjestu uklještenja, pa će se u tom presjeku pojaviti i najveće naprezanje. Momenti savijanja iznose:

$$M_y = F \cdot \cos \alpha \cdot l = 1000 \cdot \cos 30^\circ \cdot 500 = 433013 \text{ Nmm}, \quad (3.1)$$

$$M_z = F \cdot \sin \alpha \cdot l = 1000 \cdot \sin 30^\circ \cdot 500 = 250000 \text{ Nmm}, \quad (3.2)$$

$$M_s = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{433013^2 + 250000^2} = 500000 \text{ Nmm}. \quad (3.3)$$

Momenti tromosti prema izrazu iz [20] su:

$$I_y = I_z = \frac{\pi(D_v^4 - D_u^4)}{64} = \frac{\pi(40^4 - 30^4)}{64} = 85902,9 \text{ mm}^4. \quad (3.4)$$

Prema izrazu iz [20] momenti otpora iznose:

$$W_y = W_z = \frac{\pi(D_v^4 - D_u^4)}{32 \cdot D_v} = \frac{\pi(40^4 - 30^4)}{32 \cdot 40} = 4295,1 \text{ mm}^3. \quad (3.5)$$

Sada možemo izračunati maksimalno naprežanje na mjestu uklještenja. Prema izrazu iz [20] maksimalno naprežanje iznosi:

$$\sigma_{x,\max} = \frac{M_s}{W_y} = \frac{500000}{4295,1} = 116,4 \text{ MPa}. \quad (3.6)$$

Progib konzole opterećene na kraju silom  $F$  prema izrazu iz [20] iznosi:

$$w_B = \frac{Fl^3}{3EI}. \quad (3.7)$$

U tom slučaju osim pomaka točke B u smjeru osi  $z$ , pojavit će se i pomak u smjeru osi  $y$ .

Uvrštavanjem u (3.7.) ti pomaci iznose:

$$w_B = \frac{F_z l^3}{3EI_y} = \frac{Fl^3}{3EI_y} \cos \alpha = \frac{1000 \cdot 500^3}{3 \cdot 210000 \cdot 85902,9} \cos 30^\circ = 2,02 \text{ mm}, \quad (3.8)$$

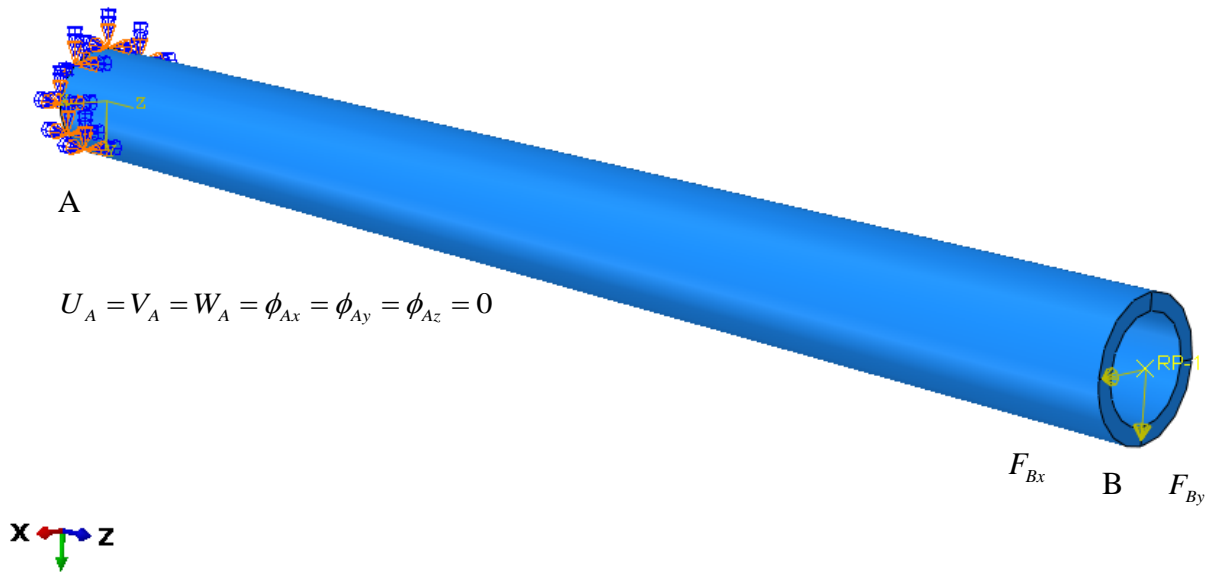
$$v_B = \frac{F_y l^3}{3EI_z} = \frac{Fl^3}{3EI_z} \sin \alpha = \frac{1000 \cdot 500^3}{3 \cdot 210000 \cdot 85902,9} \sin 30^\circ = 1,16 \text{ mm}. \quad (3.9)$$

Uvrštavanjem (3.8) i (3.9) ukupni progib točke B iznosi:

$$\delta_B = \sqrt{w_B^2 + v_B^2} = \sqrt{2,02^2 + 1,16^2} = 2,33 \text{ mm}. \quad (3.10)$$

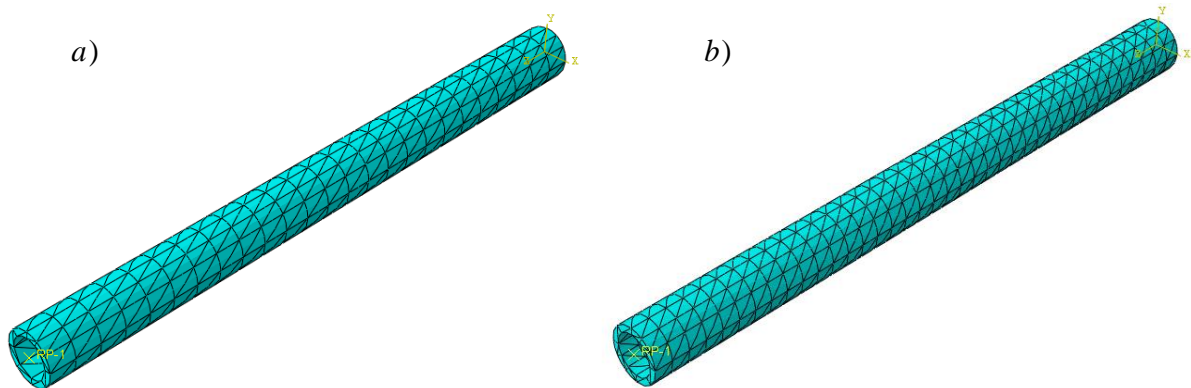
### 3.6.2. Rješenja dobivena programskim paketom Abaqus

Na [Slika 19] prikazan je model konzole s pripadajućim rubnim uvjetima i opterećenjima. U Točki A je uklještenje, a u točki B je zadano opterećenje.

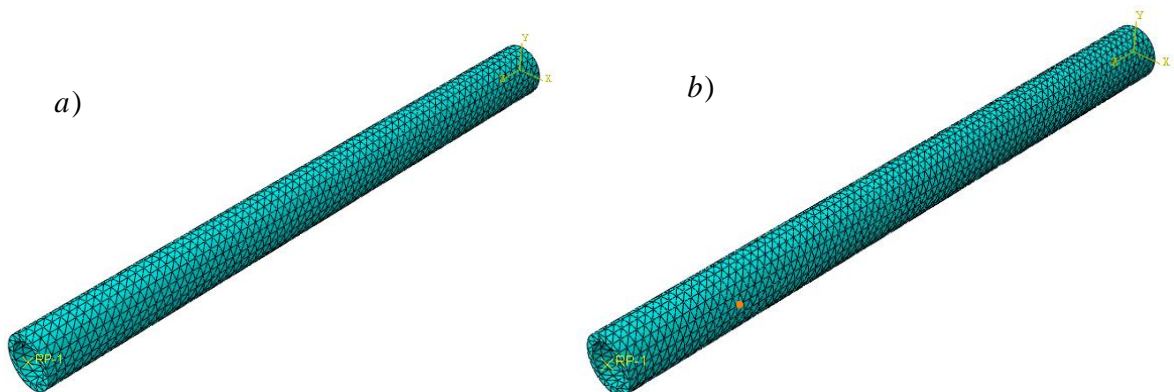


Slika 19. Rubni uvjeti i opterećenja konzole

Na [Slika 20] i [Slika 21] prikazana je diskretizacija modela s različitim brojem konačnih elemenata. Diskretizacija će se vršiti tetraedarskim konačnim elementima jer će i konačni zadatak biti diskretiziran tetraedarskim elementima zbog komplicirane geometrije.

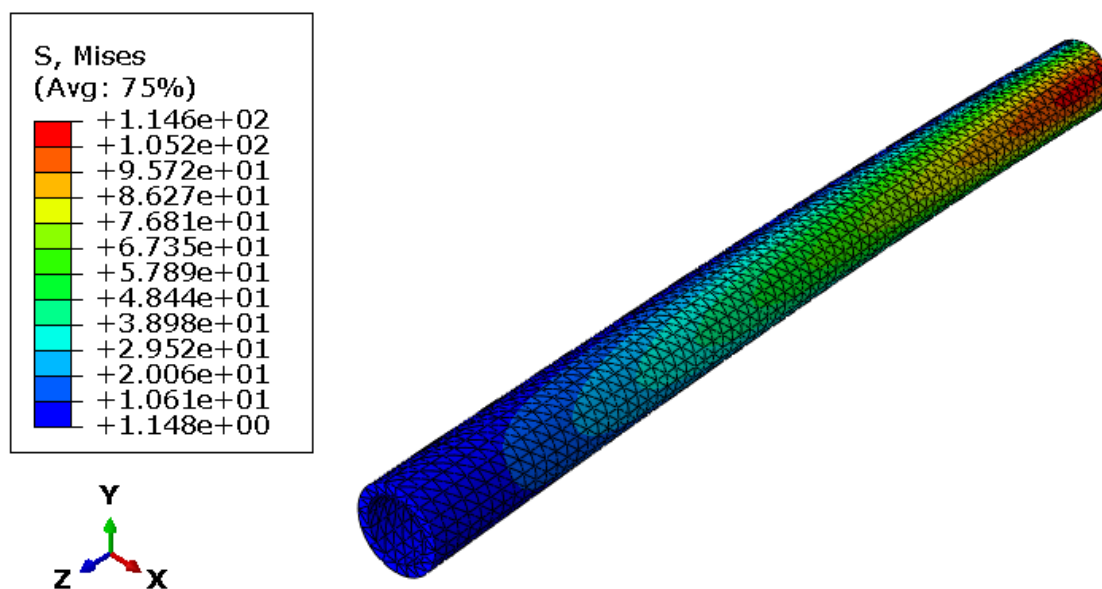


Slika 20. Diskretizacija s a) 1471 i b) 2392 elemenata



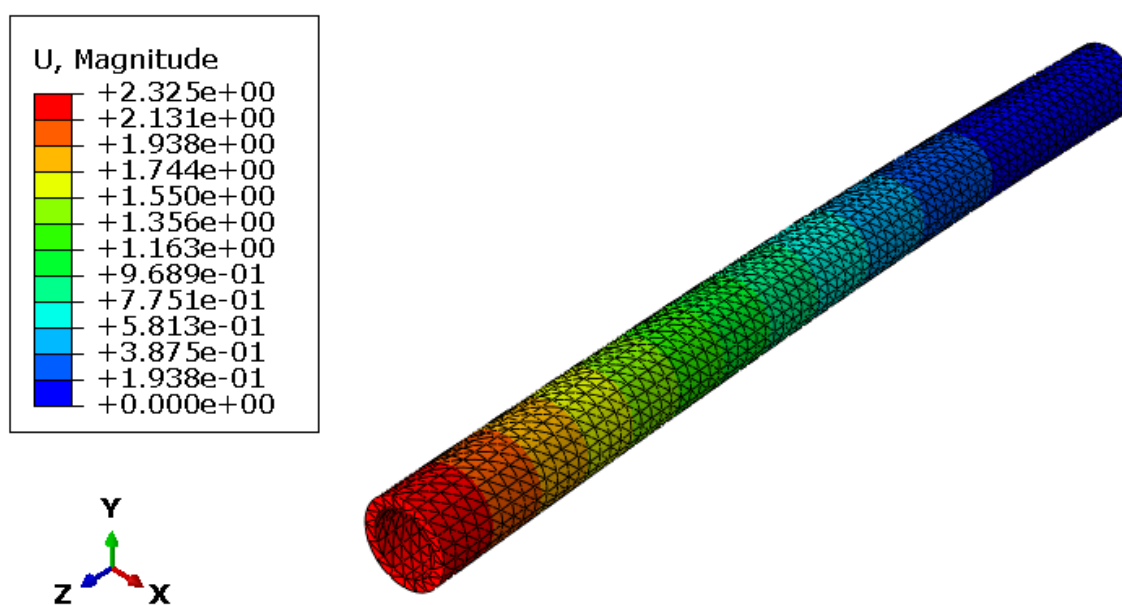
Slika 21. Diskretizacija s a) 7152 i b) 10140 elemenata

Prikaz deformiranog oblika modela i raspodjele naprezanja prema *Von Mises-u* u MPa nalazi se na [Slika 22].



Slika 22. Iznos i raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema *Von Mises-u* na konzoli u MPa

Iznos i raspodjela pomaka po modelu u mm prikazana je na [Slika 23].



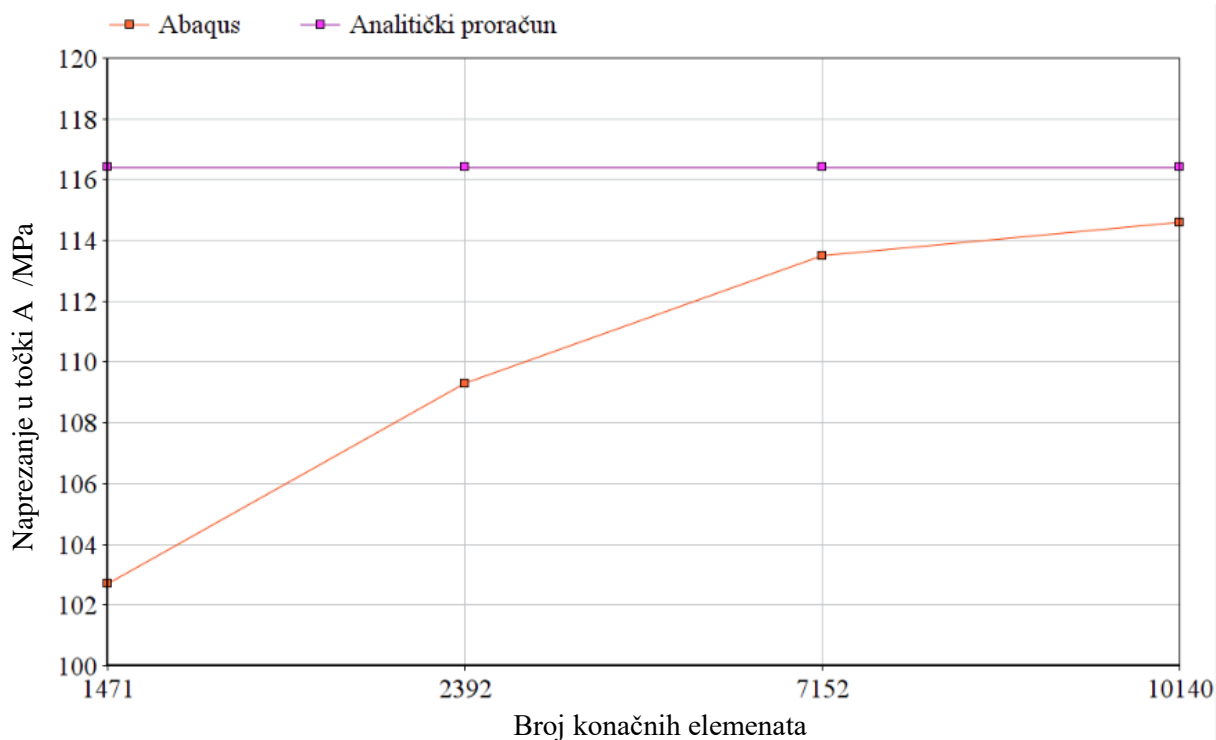
Slika 23. Iznos i raspodjela pomaka na konzoli u mm

U [Tablica 3] prikazana je usporedba rezultata dobivenih analitičkim i numeričkim proračunom. Pomak u smjeru osi  $x$  je zanemarivo malen u odnosu na pomake u smjeru preostale dvije koordinatne osi stoga nije istaknut u tablici.

**Tablica 3. Usporedba rezultata dobivenih analitičkim i numeričkim proračunom**

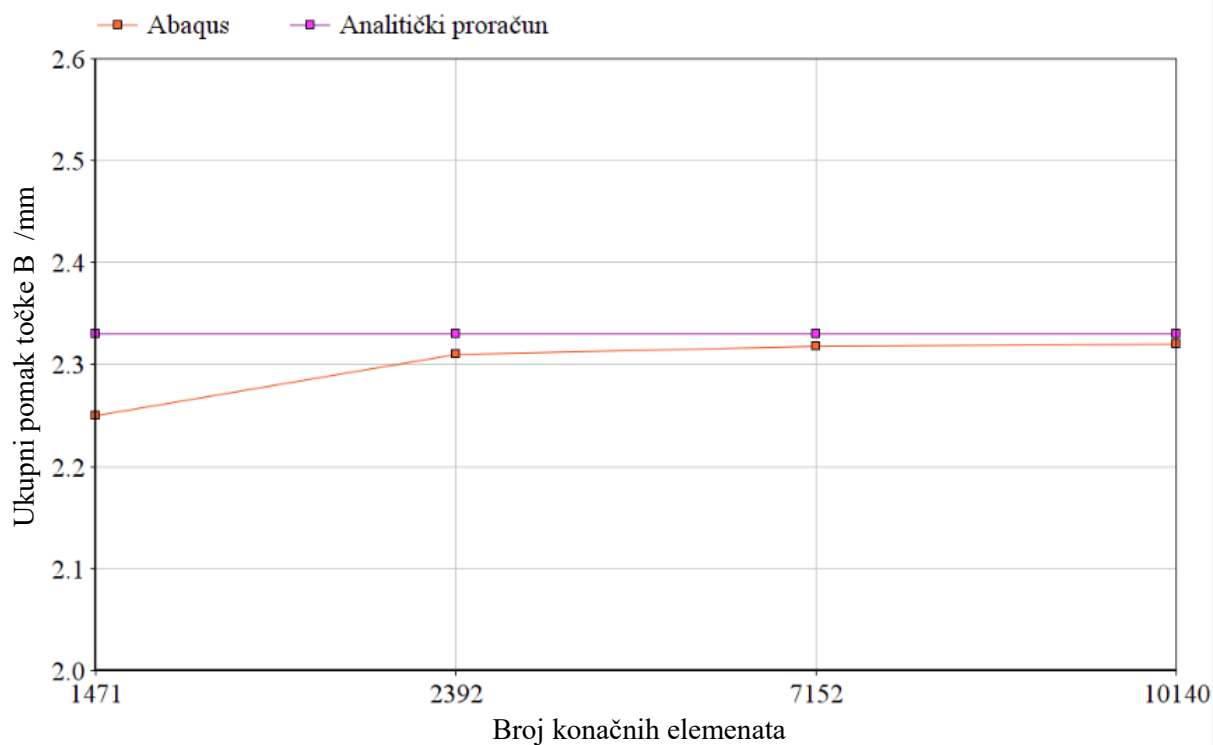
	Analitički proračun	Numerički proračun u <i>Abaqus-u</i>	Relativna greška
Naprezanje u točki A	116,4 MPa	114,6 MPa	1,55 %
Ukupni pomak točke B	2,33 mm	2,32 mm	0,43 %
Pomak točke B u $y$ smjeru	1,16 mm	1,15 mm	0,86 %
Pomak točke B u $z$ smjeru	2,02 mm	2,01 mm	0,49 %

Na [Slika 24] grafički je prikazana konvergencija ekvivalentnog naprezanja prema *Von Mises-u* u točki A.



**Slika 24. Konvergencija ekvivalentnog naprezanja**

Na [Slika 25] grafički je prikazana konvergencija ukupnog pomaka točke B.



**Slika 25. Konvergencija pomaka točke B**

Usporedbom rezultata vidimo da se analitički i numerički proračun neznatno razlikuju. Relativna greška ekvivalentnog naprezanja u točki A je 1,55% te je inženjerski prihvatljiva. Dok se rezultati pomaka točke B u potpunosti poklapaju. Na grafovima konvergencije pomaka vidimo da povećanjem broja konačnih elemenata numeričko rješenje ekvivalentnog naprezanja u točki A i ukupnog pomaka točke B konvergira analitičkom rješenju.

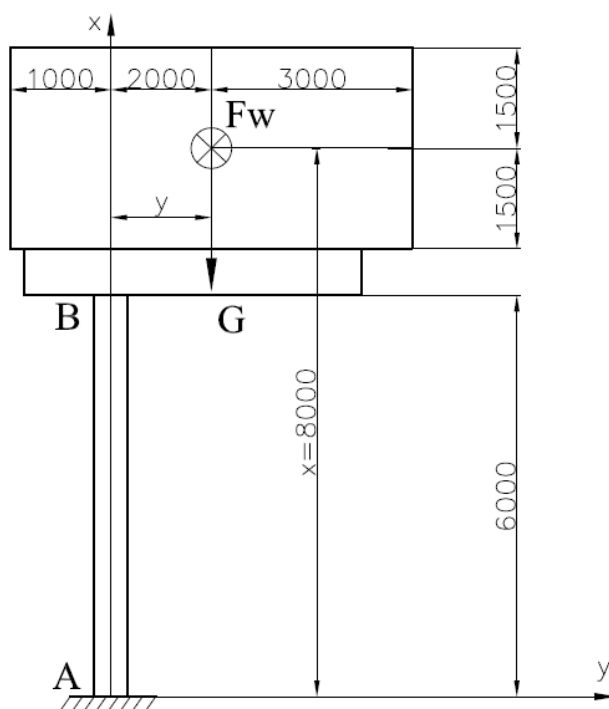


#### 4. ANALITIČKI PRORAČUN KONSTRUKCIJE REKLAMNOG PANOVA

Analiza će se provesti uz određena pojednostavljena radi olakšanja proračuna, no bez značajnijeg utjecaja na rezultat. Kao opterećenja uzimat će se djelovanje vjetra i težina gornjeg dijela reklamnog panoa. U analizu će se uzeti u obzir i da se dvije osobe koje obavljaju radove nalaze na reklamnom panou. Težina dviju osoba će djelovati također u težištu gornjeg dijela reklamnog panoa jer je njihov utjecaj na krak momenta zanemariv u odnosu na krak momenta koji radi težina plakata. Radi pojednostavljenja, djelovanje vjetra na sami nosivi stup i lim za prekrivanje torzijske cijevi te težina nosivog stupa neće se uzimati u obzir zbog malog utjecaja na rezultat. Proračun će se provesti prvo analitički, a zatim i numerički u programskom paketu *Abaqus* [18]. Nosivi stup opterećen je prema [Slika 26] na savijanje u dvije osi, uvijanje i tlak.

##### 4.1. Djelovanje vjetra na plakat

U ovom poglavlju računamo opterećenje konstrukcije reklamnog panoa uslijed vjetra. Kao što je već navedeno, radi pojednostavljenja proračuna djelovanje vjetra će se odnositi samo na ploču, djelovanje na nosivi stup i na lim za prekrivanje torzijske cijevi će biti zanemareni zbog malog utjecaja na rezultat.



Slika 26. Opterećenja reklamnog panoa

Globalna sila vjetra  $F_w$  na plakat određuje se prema dijelu 5.3 iz EN 1991-1-4:2005 [21]:

$$F_w = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{\text{ref}}, \quad (4.1)$$

gdje je:

$q_p(z_e)$  - vršni koeficijent tlaka brzine vjetra na referentnoj visini  $z_e$  definiran u dijelu 4.5 iz [21],

$c_s c_d$  - faktor konstrukcije (faktor veličine i dinamički faktor) čija se vrijednost određuje prema dijelu 6 iz [21],

$c_f$  - koeficijent sile čija se vrijednost određuje prema dijelu 7.7 iz [21],

$A_{\text{ref}}$  -poredbena površina za  $c_f$  (općenito projicirana ploha pročelja izložena vjetru bez uzimanja u obzir površinu nosača plakata) prema [21].

Vršni koeficijent tlaka brzine vjetra  $q_p$  se računa prema dijelu 4.5 iz [21]:

$$q_p = c_e(z) \cdot q_b, \quad (4.2)$$

gdje je:

$c_e$  - faktor izloženosti čija se vrijednost određuje prema dijelu 4.5 iz [21],

$q_b$  - osnovni tlak zbog brzine vjetra.

Osnovni tlak zbog brzine vjetra:

$$q_b = \frac{\rho v_{\text{ref}}^2}{2}, \quad (4.3)$$

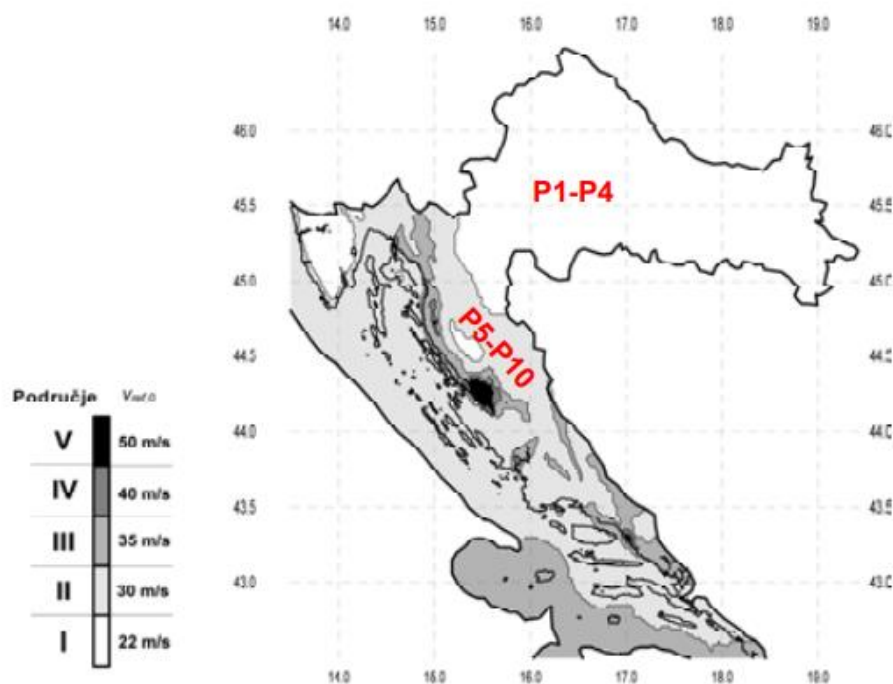
gdje je:

$\rho = 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  - gustoća zraka koja ovisi o nadmorskoj visini, temperaturi i tlaku zraka koji se očekuje u određenom vjetrovnom području za oluje,

$v_{\text{ref}}$  - referentna brzina vjetra definirana je na [Slika 27].

Uvrštavanjem u izraz (4.3) dobijemo:

$$q_b = \frac{\rho \cdot v_{\text{ref}}^2}{2} = \frac{1,25 \cdot 22^2}{2} = 302,5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}. \quad (4.4)$$



Slika 27. Prijedlog zemljovida raspodjele osnovne poredbene brzine vjetra [22]

Za kategoriju terena 0 prema [21]:

$$c_e(z) = 1,2 \quad (4.5)$$

Uvrštavanjem izraza (4.4) i (4.5) u izraz (4.2) dobijemo:

$$q_p = c_e(z) \cdot q_b = 1,2 \cdot 302,5 = 363 \text{ N/m}^2 \quad (4.6)$$

Faktor konstrukcije iznosi:

$$c_s c_d = 1 \quad \text{- za objekte visine do 15 m.} \quad (4.7)$$

Koeficijent sile iznosi:

$$c_f = c_{f,0} \cdot \psi_\lambda, \quad (4.8)$$

$$c_{f,0} = 2 \quad \text{- prema dijelu 7.7 iz [21],} \quad (4.9)$$

$$\psi_\lambda = 0.65 \text{ za } \lambda = 2 \cdot \frac{l}{b} = 2 \cdot \frac{5}{3} = 3,33 \text{ i } \rho = \frac{A}{A_c} = 1 \text{ - prema dijelu 7.13 iz [21].} \quad (4.10)$$

Uvrštavanjem izraza (4.9) i (4.10) u izraz (4.8) dobijemo:

$$c_f = c_{f,0} \cdot \psi_\lambda = 2 \cdot 0.65 = 1,3 . \quad (4.11)$$

Površina plakata iznosi:

$$A_{\text{plakata}} = A_{\text{ref}} = 3 \cdot 6 = 18 \text{ m} . \quad (4.12)$$

Uvrštavanjem izraza (4.6), (4.7), (4.11) i (4.12) u izraz (4.1) globalna sila vjetra na plakat iznosi:

$$F_w = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{\text{ref}} = 1 \cdot 1,3 \cdot 363 \cdot 18 = 8495 \text{ N} . \quad (4.13)$$

## 4.2. Proračun čvrstoće

Najveći momenti savijanja djeluju u točki A prema [Slika 26], tj. na mjestu uklještenja nosivog stupa, pa će se u tom presjeku pojaviti i najveće naprezanje. Analitički ćemo proračunati čvrstoću nosivog stupa za pojednostavljeni slučaj opterećenja konstrukcije prema [Slika 26]. Težina gornjeg dijela panoa je izračunata pomoću programskog paketa *SolidWorks* [11] i uvećana za težinu dvije osobe koje će obavljati radove na panou.

Sila vjetra koja djeluje na plakat iznosi  $F_w = 8495 \text{ N}$ , izračunata težina plakata iznosi  $G = 32373 \text{ N}$ , koeficijent sigurnosti jest  $S = 1,5$ . Materijal od kojeg je izrađen nosivi stup je čelik S235JR, a njegova granica razvlačenja prema [14] iznosi  $R_{p0,2} = 235 \text{ MPa}$ .

Dopušteno naprezanje prema izrazu iz [20] iznosi:

$$\sigma_{\text{dop}} = \frac{R_{p0,2}}{S} = \frac{235}{1,5} = 156,67 \text{ MPa} . \quad (4.14)$$

Momenti savijanja iznose:

$$M_y = F_w \cdot x = 8495 \cdot 8000 = 67960000 \text{ Nmm} , \quad (4.15)$$

$$M_z = G \cdot y = 32373 \cdot 2000 = 64746000 \text{ Nmm} . \quad (4.16)$$

Uvrštavanjem izraza (4.15) i (4.16) dobijemo ukupni moment savijanja:

$$M_s = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{67960000^2 + 64746000^2} = 93864829 \text{ Nmm} . \quad (4.17)$$

Moment uvijanja iznosi:

$$T = F_w \cdot y = 8495 \cdot 2000 = 16990000 \text{ Nmm} . \quad (4.18)$$

Prema izrazu iz [20] momenti otpora iznose:

$$W_y = W_z = \frac{\pi(D_v^4 - D_u^4)}{32 \cdot D_v} = \frac{\pi(508^4 - 483^4)}{32 \cdot 508} = 2352574,9 \text{ mm}^4, \quad (4.19)$$

$$W_p = 2 \cdot W_y = 2 \cdot 2352574,9 = 4705149,8 \text{ mm}^3. \quad (4.20)$$

Poprečni presjek stupa prema izrazu iz [20] jest:

$$A = \frac{(D_v^2 - D_u^2)\pi}{4} = \frac{(508^2 - 483^2)\pi}{4} = 19458,2 \text{ mm}^2. \quad (4.21)$$

Prema izrazu iz [20] normalno naprezanje iznosi:

$$|\sigma_x| = \frac{G}{A} + \frac{M_s}{W_y} = \frac{32373}{19458,2} + \frac{93864829}{2352574,9} = 41,56 \text{ MPa}. \quad (4.22)$$

Posmično naprezanje prema izrazu iz [20] iznosi:

$$\tau = \frac{M_t}{W_p} = \frac{16990000}{4705149,8} = 3,61 \text{ MPa}. \quad (4.23)$$

Ekvivalentno naprezanje prema teoriji najveće distorzijske energije prema [20] iznosi:

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} = \sqrt{41,56^2 + 3 \cdot 3,61^2} = 42,03 \text{ MPa}. \quad (4.24)$$

$\sigma_{ekv} < \sigma_{dop}$  Ekvivalentno naprezanje je manje od maksimalno dopuštenog naprezanja stoga stup zadovoljava uvjet čvrstoće.

Momenti tromosti prema izrazu iz [20] iznose:

$$I_y = I_z = \frac{\pi(D_v^4 - D_u^4)}{64} = \frac{\pi(40^4 - 30^4)}{64} = 85902,9 \text{ mm}^4. \quad (4.25)$$

Pomaci točke B prema izrazu iz [20] iznose:

$$w_B = \frac{M_y L^2}{2EI_y} = \frac{63712500 \cdot 6000^2}{2 \cdot 210000 \cdot 597554022} = 9,75 \text{ mm}, \quad (4.26)$$

$$v_B = \frac{M_z L^2}{2EI_z} = \frac{64746000 \cdot 6000^2}{2 \cdot 210000 \cdot 597554022} = 9,29 \text{ mm}. \quad (4.27)$$

Uvrštavanjem izraza (4.26) i (4.27) ukupni pomak točke B iznosi:

$$\delta_B = \sqrt{v_B^2 + w_B^2} = \sqrt{9,75^2 + 9,29^2} = 13,47 \text{ mm.} \quad (4.28)$$

### 4.3. Proračun na izvijanje

Nosivi stup osim što je opterećen na tlak težinom gornjeg dijela reklamnog panoa također je opterećen i na izvijanje. Stoga se mora provesti i proračun na izvijanje.

Materijal nosivog stupa je konstrukcijski čelik S235JR, čija je granica razvlačenja prema [14]  $R_{p0,2} = 235 \text{ MPa}$ , a modul elastičnosti  $E = 210 \text{ GPa}$ . Površina presjeka stupa iznosi  $A = 19458,2 \text{ mm}^2$ , a visina nosivog stupa jest  $h = 6000 \text{ mm}$ . Statički faktor sigurnosti iznosi  $S = 3$ .

Da bismo odredili hoćemo li proračun vršiti po Euleru ili Tetmajeru, potrebno je prema izrazu iz [19] odrediti  $\lambda_p$ :

$$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}, \quad (4.29)$$

$$\sigma_p = 0,8 \cdot R_{p0,2} = 0,8 \cdot 235 = 188 \text{ MPa.} \quad (4.30)$$

Uvrštavanjem izraza (4.30) u izraz (4.29) dobijemo:

$$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{188}} = 105. \quad (4.31)$$

Minimalni moment tromosti prema izrazu iz [20] iznosi:

$$I_{\min} = I_y = I_z = \frac{\pi}{64} (D_v^4 - D_u^4) = \frac{\pi}{64} (508^4 - 483^4) = 597554022 \text{ mm}^4. \quad (4.32)$$

Uvrštavanjem izraza (4.32) prema izrazu iz [20] minimalni polumjer inercije iznosi:

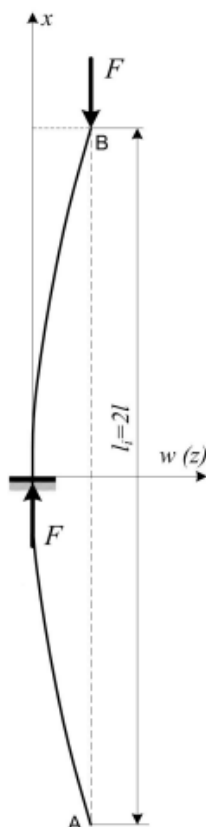
$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{59755,4}{194,58}} = 17,52 \text{ cm.} \quad (4.33)$$

Duljina izvijanja za zadan način učvršćenja stupa prema [Slika 28] jest:

$$l_0 = 2h = 2 \cdot 6 = 12 \text{ m.} \quad (4.34)$$

pa je prema izrazu iz [20] vitkosti stupa:

$$\lambda = \frac{l_0}{i_{\min}} = \frac{1200}{17,52} = 68,5. \quad (4.35)$$



Slika 28. Duljina izvijanja za zadan način učvršćenja stupa [20]

Kako je  $\lambda < \lambda_p$ , prema [20] kritično naprezanje izračunat ćemo pomoću Tetmajerova izraza:

$$\sigma_{kr} = \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_p) \frac{\lambda}{\lambda_p}, \quad (4.36)$$

$$\sigma_{kr} = 310 - (310 - 188) \cdot \frac{68,5}{105} = 230,4 \text{ MPa.} \quad (4.37)$$

Kritična sila izvijanja prema [20] u tom slučaju iznosi:

$$F_{kr} = \sigma_{kr} \cdot A = 230,4 \cdot 19458,2 = 4483,2 \text{ kN.} \quad (4.38)$$

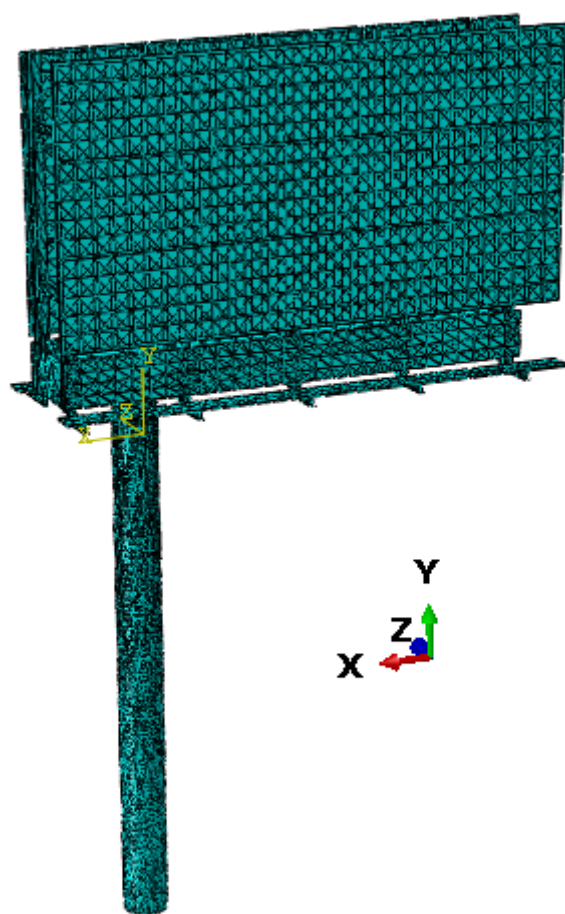
Stoga uvrštavanjem izraza (4.38) prema izrazu iz [20] dopuštena sila iznosi:

$$F_{\text{dop}} = \frac{F_{\text{kr}}}{S} = \frac{4483,2}{3} = 1494,4 \text{ kN.} \quad (4.39)$$

$F_{\text{dop}} > G = 32,37 \text{ kN}$  Sila koja djeluje na stup znatno je manja od maksimalno dopuštene sile stoga je stup siguran na izvijanje.

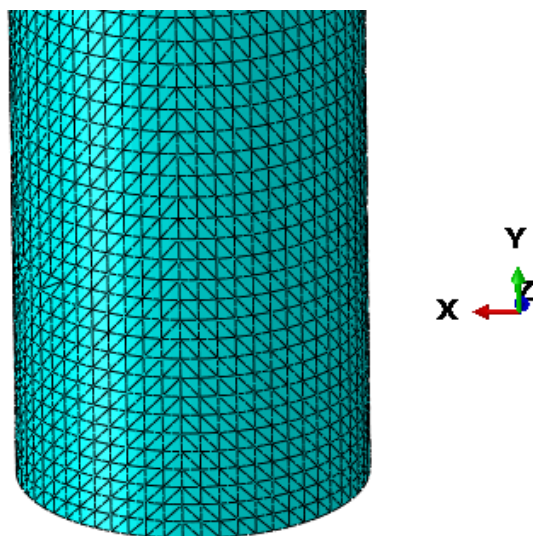






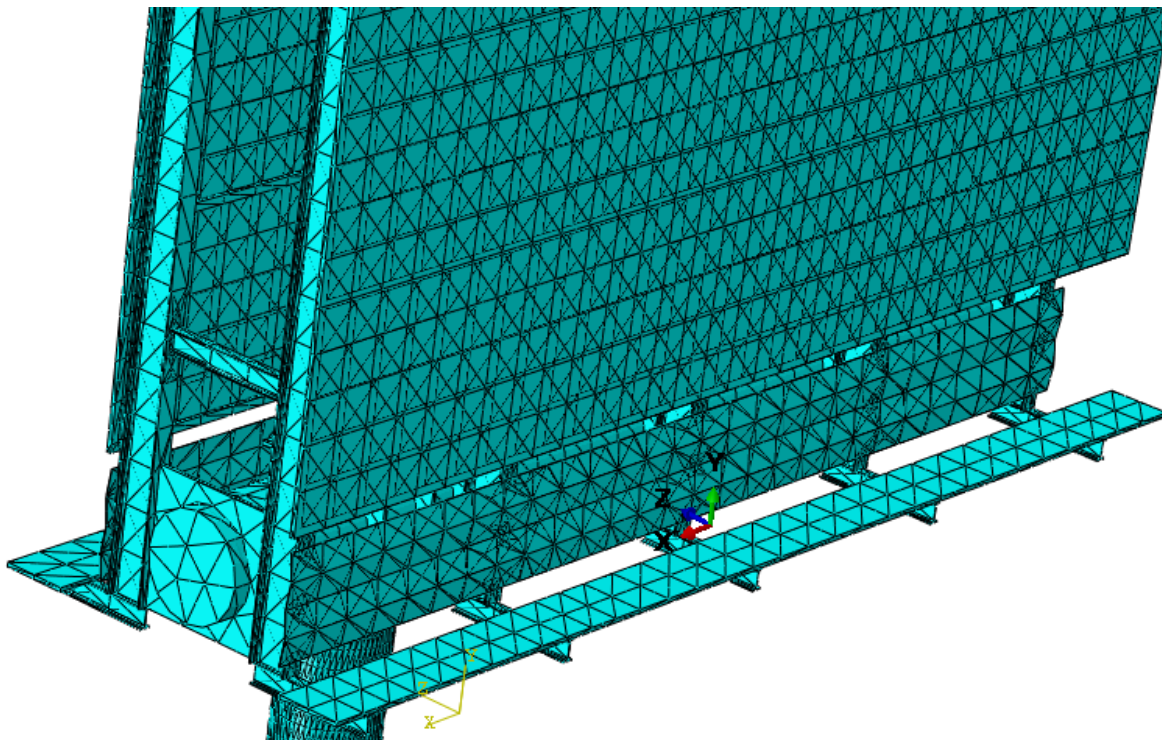
Slika 30. Diskretizacija modela s 76086 konačnih elemenata

Na [Slika 31] prikazan je detalj podnožja nosivog stupa gdje se nalazi uklještenje. Na tom mjestu je mreža sitnija i finija jer je to najkritičnije mjesto nosivog stupa.

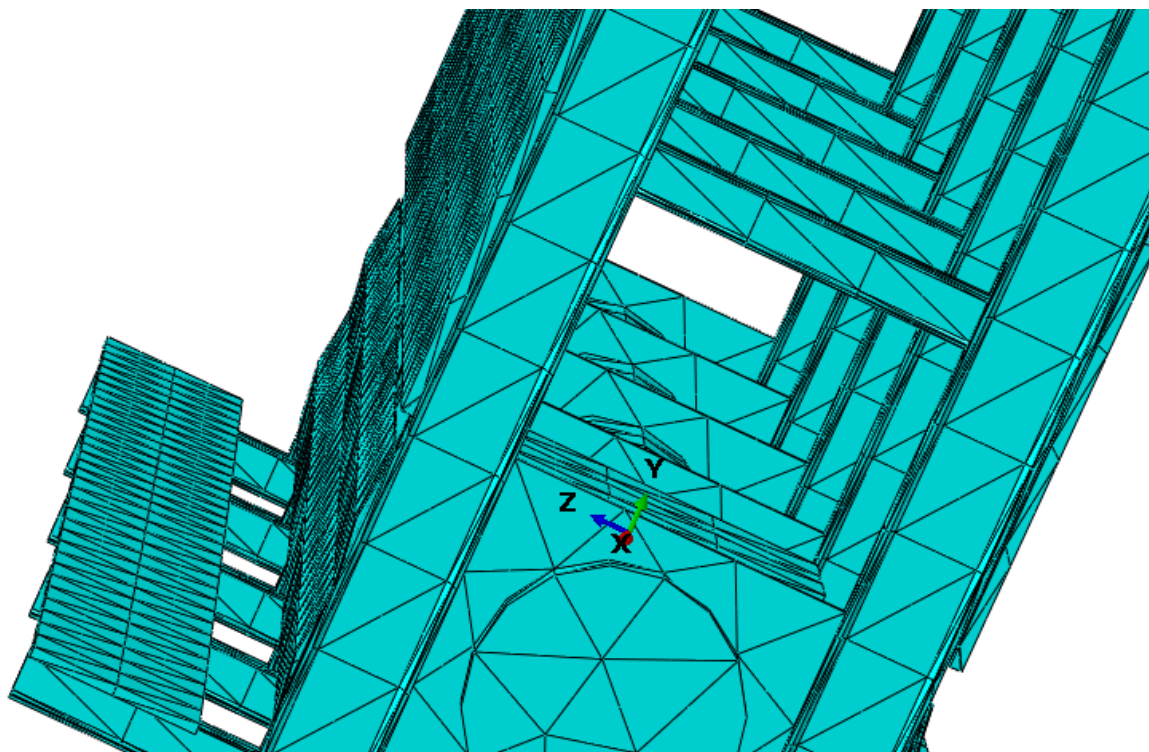


Slika 31. Detalj mjesta uklještenja nosivog stupa

Na [Slika 32] i [Slika 33] prikazane su mreže konačnih elemenata po modelu. Cilj je analiza nosivog stoga stoga mreža na ovim područjima ne mora biti gusta i strogo pravilna.

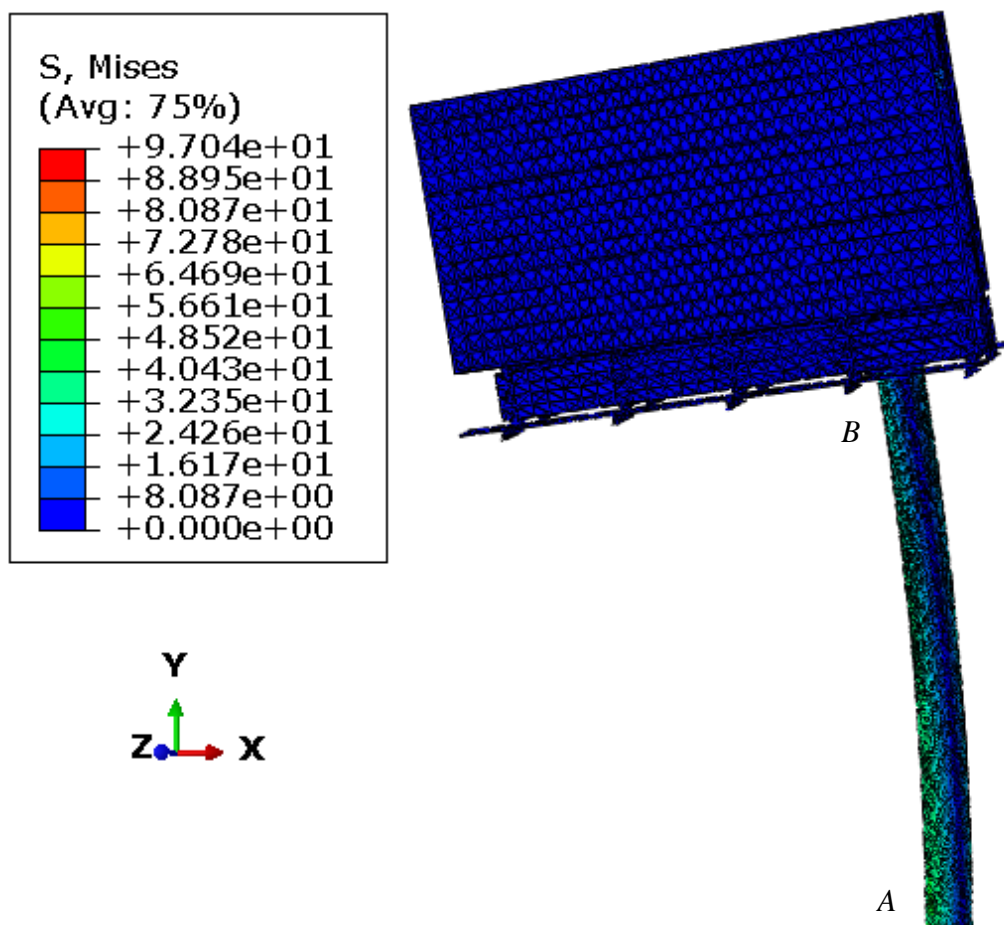


Slika 32. Mreža konačnih elemenata po reklamnoj ploči



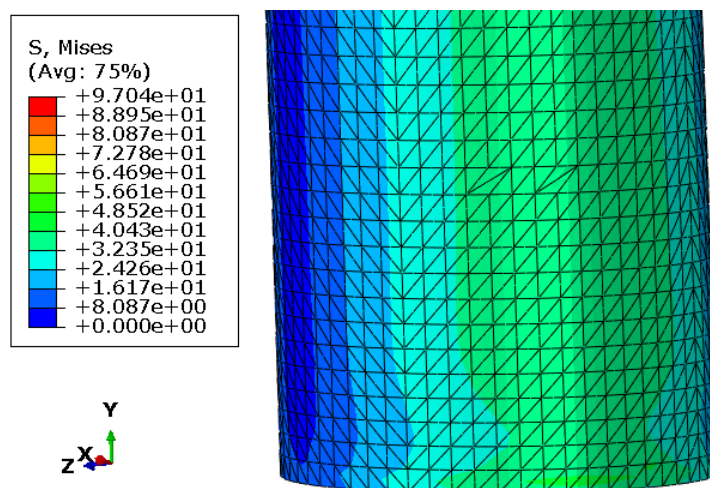
Slika 33. Mreža konačnih elemenata po nosivoj konstrukciji

Na [Slika 34] prikazan je deformirani oblik i raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema *Von Mises-u* u MPa po modelu.



Slika 34. Deformirani oblik i raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema *Von Mises-u* u MPa

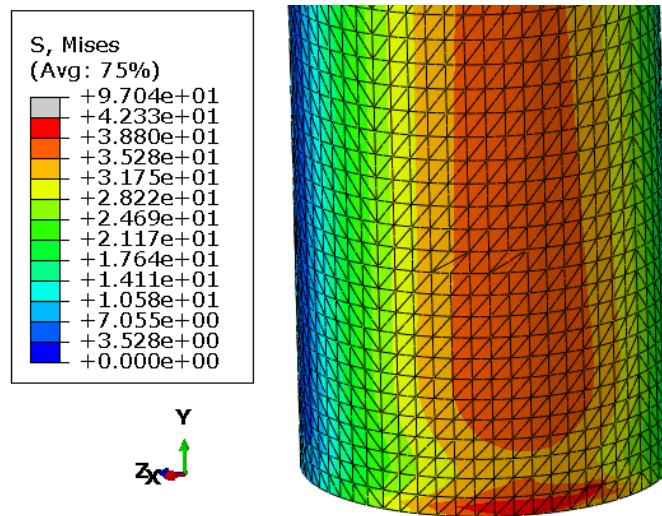
Na [Slika 35] prikazana je raspodjela naprezanja prema *Von Mises-u* u MPa na mjestu uklještenja nosivog stupa.



Slika 35. Iznos i raspodjela naprezanja u MPa na mjestu uklještenja nosivog stupa

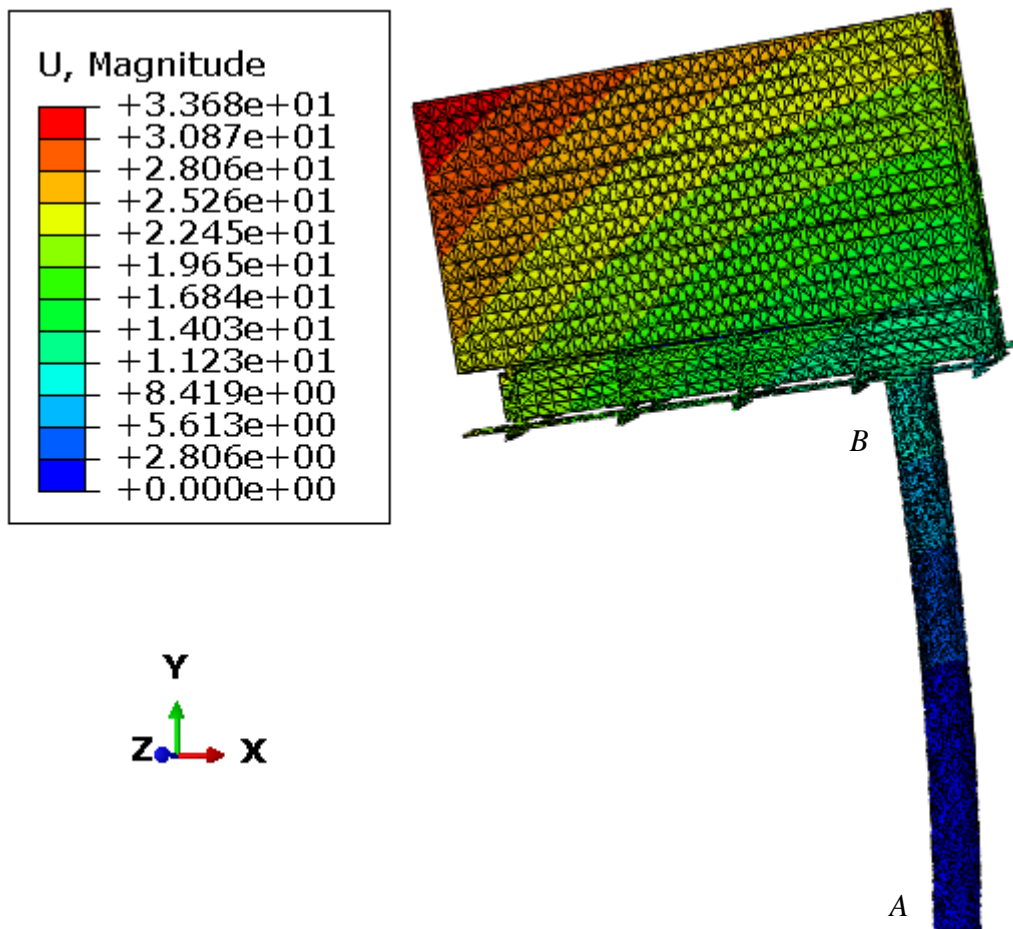


Na [Slika 36] prikazana je raspodjela ekvivalentnog napreznja prema *Von Mises-u* u MPa sa skalom do 42,33 MPa što je maksimalni iznos napreznja na mjestu uklještenja stupa.



Slika 36. Raspodjela napreznja u MPa na mjestu uklještenja s ograničenjem na 42,33 MPa

Na [Slika 37] prikazan je iznos i raspodjela pomaka po modelu u mm.



Slika 37. Iznos i raspodjela pomaka po modelu u mm

U [Tablica 4] prikazana je usporedba naprezanja i pomaka dobivenih analitičkim proračunom i numeričkim proračunom u programskom paketu. Koordinatne osi će se uzimati iz analitičkog proračuna, gdje je os  $x$  duž osi nosivog stupa. Pomak u smjeru osi  $x$  je zanemarivo malen u usporedbi s pomacima u smjeru ostalih dviju koordinatnih osi stoga nije istaknut u tablici.

**Tablica 4. Usporedba analitičkog i numeričkog proračuna**

	Analitički proračun	Numerički proračun u <i>Abaqus-u</i>	Relativna greška
Naprezanje u točki A	42,03 MPa	42,33 MPa	0,7 %
Ukupni pomak točke B	13,47 mm	12,28 mm	8,8 %
Pomak točke B u $y$ smjeru	9,75 mm	9,15 mm	6,2 %
Pomak točke B u $z$ smjeru	9,26 mm	8,17 mm	11,8 %

Numerički proračun daje skoro identične rezultate ekvivalentnog naprezanja prema *Von Mises-u* kao i analitički proračun, greška od 0,7% je inženjerski prihvatljiva. Međutim, treba uzeti u obzir da je u numeričkom proračunu gornji dio reklamnog panoa deformabilan te je preuzeo nešto opterećenja, dok je u analitičkom proračunu taj dio uzet kao kruto tijelo, samo za prijenos opterećenja. Pomak točke B ima nešto veću relativnu grešku, a razlog tomu je nedovoljno gusta mreža konačnih elemenata na tom mjestu te činjenica da je gornji dio reklamnog panoa u numeričkom proračunu deformabilan.

## 6. ZAKLJUČAK

U radu je izvršena analitička i numerička analiza nosivog stupa reklamnog panoa. Ponajprije je reklamni pano modeliran pomoću programskog paketa *SolidWorks*. Dimenzije i tip konstrukcije reklamnog panoa su proizvoljno odabrani. Modeliran je prvo nosivi stup, a zatim nosiva konstrukcija koja nosi reklamne površine. Nosivi stup je cijevnog poprečnog presjeka, a nosiva konstrukcija se sastoji od torzijske cijevi i standardnih IPE profila. Prije analize čvrstoće nosivog stupa provedena je verifikacija primijenjenih konačnih elemenata na jednostavnom problemu te je ispitana konvergencija dobivenih rezultata za različite brojeve konačnih elemenata. Nakon verifikacije proveden je analitički proračun nosivog stupa reklamnog panoa. Nosivi stup je opterećen silom vjetra i težinom gornjeg dijela reklamnog panoa. Zbog jednostavnosti proračuna, djelovanje vjetra na sami nosivi stup i lim za prekrivanje torzijske cijevi te težina nosivog stupa nisu uzeti u obzir, no to ne čini značajnu razliku u rezultatima. Izračunata je sila vjetra koja djeluje na reklamni pano koristeći normu EN 1991-1-4:2005 te je zatim izvršen proračun čvrstoće nosivog stupa i proračun na izvijanje. Potom je uslijedila numerička analiza prilikom koje se koristio programski paket *Abaqus/CAE* koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Pri numeričkoj analizi korišteni su trodimenzijski tetraedarski konačni elementi zbog komplicirane geometrije modela. Usporedbom dobivenih rezultata uočena je relativna greška koja je inženjerski prihvatljiva te je donesen zaključak da je analiza ispravna. Na temelju analize može se zaključiti da je konstrukcija predimenzionirana. Najveće naprezanje na nosivom stupu koje se pojavljuje na mjestu uklještenja iznosi 42,33 MPa, što je 3,7 puta manje od maksimalno dopuštenog naprezanja. Razlog predimenzioniranosti je proizvoljni odabir dimenzija poprečnog presjeka nosivog stupa. Kao eventualna rekonstrukcija prijedlog je odabir cijevi manjeg poprečnog presjeka za nosivi stup. Međutim, treba paziti da se zadrži dovoljna sigurnost s obzirom da je reklamni pano velikih gabarita i nalazi se uz jako prometne dijelove te u slučaju otkazivanja konstrukcije može doći do ugrožavanja ljudskih života.

**LITERATURA**

- [1] <https://sh.wikipedia.org/wiki/Reklama>
- [2] [http://www.radin-grafika.hr/hrvatski/detalji-proizvoda\\_11/a-stalak-obostrani\\_215/](http://www.radin-grafika.hr/hrvatski/detalji-proizvoda_11/a-stalak-obostrani_215/)
- [3] <https://en.wikipedia.org/wiki/Billboard>
- [4] <https://www.obuniversity.com/articles/the-anatomy-of-a-billboard-sign>
- [5] <http://www.banbillboardblight.org/wp-content/uploads/2008/12/1a-outdoor-2.jpg>
- [6] <https://www.shutterstock.com/image-photo/steel-structure-billboard-165267272>
- [7] [https://i.dailymail.co.uk/i/pix/2014/03/11/article-2578190-1C2FB4A900000578-843\\_964x620.jpg](https://i.dailymail.co.uk/i/pix/2014/03/11/article-2578190-1C2FB4A900000578-843_964x620.jpg)
- [8] [http://www.grayflannelsuit.net/blog/wp-content/uploads/2013/01/fresca-tastes-great-in-cans\\_billboard-ad.jpg](http://www.grayflannelsuit.net/blog/wp-content/uploads/2013/01/fresca-tastes-great-in-cans_billboard-ad.jpg)
- [9] [https://files.nc.gov/ncdor/documents/manuals/billboard\\_valuation\\_15.pdf](https://files.nc.gov/ncdor/documents/manuals/billboard_valuation_15.pdf)
- [10] <http://www.allsteelinc.com/sign-configurations.html>
- [11] Dassault Systemes Solidworks 2015 x64 Edition; <https://www.solidworks.com>
- [12] <https://www.sikla.com/fast/600/Installation%20Guideline%20Pipes.pdf>
- [13] Strojopromet: Crna metalurgija; <http://www.strojopromet.com/katalozi-po-kategorijama/>
- [14] <https://steelnavigator.ovako.com/steel-grades/s235/pdf?variantIDs=701>
- [15] <http://treasure-bh.com/tehnika/ipe.html>
- [16] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Numerička\\_analiza](https://hr.wikipedia.org/wiki/Numerička_analiza)
- [17] Sorić, J.; Metoda konačnih elemenata, Tehnička knjiga Zagreb, 2004.
- [18] Dassault Systemes Simulia, ABAQUS 6.13;  
<https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/>
- [19] <http://abaqus.software.polimi.it/v6.14/books/usb/default.htm?startat=pt06ch28s01alm01.html>
- [20] Alfirević, I.: Nauka o čvrstoći I, Tehnička knjiga Zagreb, 1995.
- [21] Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-4: General actions - Wind actions;  
<http://www.phd.eng.br/wp-content/uploads/2015/12/en.1991.1.4.2005.pdf>
- [22] Bernardini Peroš, Ivica Boko, Tihomir Šimunović, David Kuzmanić:  
Podloge za nove hrvatske norme za opterećenje vjetrom, 2007.



## **PRILOZI**

I. CD-R disc