Analiza protoka helikopterskog rotora primjenom modela Mangler-Squire

Rožman, Filip

Master's thesis / Diplomski rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:091901

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-05-13**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ANALIZA PROTOKA HELIKOPTERSKOG ROTORA PRIMJENOM MODELA MANGLER-SQUIRE

Filip Rožman

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ANALIZA PROTOKA HELIKOPTERSKOG ROTORA PRIMJENOM MODELA MANGLER-SQUIRE

Mentor: Student:

Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak Filip Rožman

Zagreb, 2018.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru prof. Milanu Vrdoljaku na pomoći i vođenju tijekom izrade ovog završnog rada. Također, zahvaljujem se svojoj obitelji koja me podupirala tokom čitavog studija kao i svima koji su na bilo koji način pridonijeli mom uspjehu.

Filip Rožman

DIPLOMSKI ZADATAK

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

Student: **Filip Rožman** Mat. br.: 0035188099

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza protoka helikopterskog rotora primjenom modela Mangler-Squire**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Helicopter Rotor Inflow Analysis with Application of Mangler-Squire Model**

Opis zadatka:

Protok kroz rotor, odnosno vertikalna inducirana brzina kroz rotor, od izuzetnog je značaja za analizu aerodinamičkih značajki helikopterskog rotora. Kod horizontalnog leta, posebno pri manjim brzinama leta, utjecaj protoka je izraženiji zbog složenog polja brzina na rotoru. U tim uvjetima protok je ovisan o radijusu kraka kao i o azimutnom položaju kraka pri njegovoj rotaciji. Modelom protoka Mangler-Squire moguće opisati protok s nelinearnom ovisnošću o radijusu kraka rotora te ne-simetriju s obzirom na azimutni položaj kraka.
Za potrebe analize aerodinamičkih značajki helikopterskog rotora u danim uvjetima horizontalnog leta moguće je primijeniti model Mangler-Squire u model elementarnog kraka.

U okviru diplomskog rada potrebno je:

- opisati Mangler-Squire model protoka,
- napraviti programsku implementaciju Mangler-Squire modela protoka,
- implementirati model protoka Mangler-Squire u model elementarnog kraka helikoptera u horizontalnom letu.

Usporediti rezultate s dostupnim rezultatima, odnosno s rezultatima drugih modela protoka.
U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Rok predaje rada:	Predviđeni datumi obrane:
16. studenog 2017.	18. siječnja 2018.	24., 25. i 26. siječnja 2018.

Zadatak zadao: Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Ivica Smojver

Sadržaj

1. Uvod ... 1
1.1. Protok zraka kroz rotor i razmatrani modeli ... 1
1.2. Nomenklatura i definicija koeficijenata ... 2
1.3. Struktura rada ... 4
2. Opis modela Mangler-Squire ... 5
2.1. Vrste opterećenja prema metodi Mangler-Squire ... 7
2.1.1. Raspodjela opterećenja tipa 1 ... 8
2.1.2. Raspodjela opterećenja tipa 3 ... 10
3. Analiza protoka modelom Mangler-Squire ... 13
3.1. Analiza utjecaja duljine Fourierovog reda ... 13
3.2. Utjecaj težinskih faktora na raspodjelu koeficijenta inducirane brzine prema kombiniranom modelu Mangler-Squire ... 15
3.3. Usporedba tipa 1, tipa 3 i kombiniranog modela Mangler-Squire ... 16
3.4. Bramwellova korekcija ... 18
3.5. Usporedba različitih modela protoka ... 22
4. Teorija elementarnog kraka ... 31
4.1. Teorija elementarnog kraka u lebdenju i vertikalnom letu ... 31
4.2. Teorija elementarnog kraka u napredujućem letu ... 34
5. Implementacija modela protoka i analiza rezultata ... 37
5.1. Implementacija modela Mangler-Squire u teoriju elementarnog kraka ... 37
5.2. Rezultati teorije elementarnog kraka sa modelom protoka prema Mangleru i Squireu 38
5.2.1. Raspodjela inducirane brzine ... 40
5.2.2. Koeficijent potiska u napredujućem letu ... 47
5.2.3. Koeficijenti snage i okretnog momenta ... 48
6. Zaključak ... 50
Literatura ... 52

Popis slika

Slika 1.1 Pogledi na uzdužni i bočni presjek rotora 3
Slika 2.1 Vrste opterećenja prema Mangleru i Squireu 5
Slika 2.2 Opterećenje tipa 1 (uzdužni presjek) 9
Slika 2.3 Opterećenje tipa 1 (poprečni presjek) 9
Slika 2.4 3D prikaz koeficijenta inducirane brzine za tip opterećenja 1 (α_r = 0°) 10
Slika 2.5 Opterećenje tipa 3 (uzdužni presjek) 11
Slika 2.6 Opterećenje tipa 3 (poprečni presjek) 12
Slika 2.7 3D prikaz koeficijenta inducirane brzine za tip opterećenja 3 (α_r = 0°) 12
Slika 3.1 Utjecaj dužine Fourierovog reda na točnost rezultata 14
Slika 3.2 Utjecaj težinskih faktora na oblik funkcije (uzdužni presjek) 16
Slika 3.3 Utjecaj težinskih faktora na oblik funckije (poprečni presjek) 17
Slika 3.4 Usporedba tipa 1, tipa 3 i kombiniranog modela Mangler-Squire (uzdužni presjek) 17
Slika 3.5 Usporedba tipa 1, tipa 3 i kombiniranog modela Mangler-Squire (poprečni presjek) 18
Slika 3.6 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.15 (uzdužni presjek) 19
Slika 3.7 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.15 (poprečni presjek) 20
Slika 3.8 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.23 (uzdužni presjek) 20
Slika 3.9 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.23 (poprečni presjek) 21
Slika 3.10 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.30 (uzdužni presjek) 21
Slika 3.11 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.30 (poprečni presjek) 22
Slika 3.12 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.15 (uzdužni presjek) 25
Slika 3.13 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.15 (poprečni presjek) 26
Slika 3.14 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.23 (uzdužni presjek) 26
Slika 3.15 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.23 (poprečni presjek) 27
Slika 3.16 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.30 (uzdužni presjek) 27

Slika 3.17 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.30 (poprečni presjek) 28
Slika 3.18 3D prikaz koeficijenta inducirane brzine za μ = 0.15 28
Slika 3.19 3D prikaz koeficijenta inducirane brzine za μ = 0.23 29
Slika 3.20 3D prikaz koeficijenta inducirane brzine za μ = 0.30 29
Slika 4.1 Sile i kutevi helikopterskog kraka [2] 32
Slika 4.2 Usporedba brzina na rotoru u lebdenju (lijevo) i u napredujućem letu (desno)..... 35
Slika 5.1 Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za različite Machove brojeve za aeroprofil NACA 0012 40
Slika 5.2 Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za različite Machove brojeve za aeroprofil NACA 0012 41
Slika 5.3 Raspodjela inducirane brzine po uzdužnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.0978, α_r = -1.1°) 42
Slika 5.4 Raspodjela inducirane brzine po poprečnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.0978, α_r = -1.1°) 42
Slika 5.5 Raspodjela inducirane brzine po uzdužnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.1821, α_r = -2.7°) 43
Slika 5.6 Raspodjela inducirane brzine po poprečnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.1821, α_r = -2.7°) 43
Slika 5.7 Raspodjela inducirane brzine po uzdužnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.3074, α_r = -5.7°) 44
Slika 5.8 Raspodjela inducirane brzine po poprečnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.3074, α_r = -5.7°) 44
Slika 5.9 Raspodjela inducirane brzine po uzdužnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.3619, α_r = -7.4°) 45
Slika 5.10 Raspodjela inducirane brzine po poprečnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.3619, α_r = -7.4°) 45
Slika 5.11 Raspodjela inducirane brzine po uzdužnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.4019, α_r = -9.05°) 46
Slika 5.12 Raspodjela inducirane brzine po poprečnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.4019, α_r = -9.05°) 46
Slika 5.13 Usporedba rezultata analize sa mjerenjima u letu za koeficijent potiska..... 48
Slika 5.14 Usporedba rezultata analize sa mjerenjima u letu za koeficijent snage i okretnog momenta 49

Popis tablica

Tablica 3.1 Podaci o promatranom rotoru 22
Tablica 3.2 Prijedlozi koeficijenata Glauertove jednadžbe 24
Tablica 5.1 Razmatrani koeficijenti napredovanja i napadni kutevi diska 38
Tablica 5.2 Podaci o helikopteru Aerospatiale SA 330A Puma [13] 39
Tablica 5.3 Ulazni podaci prema rezultatima mjerenja u letu 41
Tablica 5.4 Odstupanja rezultata pojedinog modela u odnosu na mjerenja u letu za koeficijent potiska 47
Tablica 5.5 Odstupanja rezultata pojedinog modela u odnosu na mjerenja u letu za koeficijente snage i okretnog momenta 49

Popis oznaka

Oznaka	Jedinica	Opis
C_P	-	koeficijent snage
C_Q	-	koeficijent okretnog momenta
C_T	-	koeficijent potiska rotora
C_{Th}	-	koeficijent potiska rotora u lebdenju
c	m	duljina tetive aeroprofila
c_0	-	nulti koeficijent Fourierovog reda
$c_{o,I}$	-	nulti koeficijent Fourierovog reda za opterećenje tipa 1
$c_{o,III}$	-	nulti koeficijent Fourierovog reda za opterećenje tipa 3
$c_{n,I}$	-	*n*-ti koeficijent Fourierovog reda za opterećenje tipa 1
$c_{n,III}$	-	*n*-ti koeficijent Fourierovog reda za opterećenje tipa 3
c_1	-	prvi koeficijent Fourierovog reda
c_3	-	treći koeficijent Fourierovog reda
c_n	-	*n*-ti član Fourierovog reda
h	m	visina leta
i_m	°	postavni kut osovine rotora
k_x	-	longitudinalni koeficijent Dreesovog modela protoka
k_y	-	lateralni koeficijent Dreesovog modela protoka
m	-	oznaka za oblik opterećenja
N	-	broj lopatica rotora
n	-	broj članova Fourierovog reda
n_{min}	-	minimalni broj članova Fourierovog reda
P	W	snaga rotora
Q	Nm	okretni moment rotora
R	m	vršni radijus krakova
r	-	normirani radijus kraka
T	N	potisak rotora
T_h	N	potisak rotora u lebdenju
V_∞	m/s	brzina slobodne struje zraka
V_C	m/s	brzina penjanja rotora
v_i	m/s	inducirana brzina na rotoru

v_{tip}	m/s	brzina vrha lopatice
w_1	-	težinski faktor prvog oblika opterećenja
w_3	-	težinski faktor trećeg oblika opterećenja
x	m	longitudinalna koordinata rotora (u Kartezijevom sustavu)
y	m	lateralna koordinata rotora (u Kartezijevom sustavu)
α_r, α_s	°	napadni kut diska rotora
β_{1c}	°	uzdužni kut mahanja
β_{1s}	°	bočni kut mahanja
Δp	-	normirana promjena tlaka prema kombiniranom opterećenju
Δp_1	-	normirana promjena tlaka prvog oblika opterećenja
Δp_3	-	normirana promjena tlaka trećeg oblika opterećenja
Δp_m	-	normirana promjena tlaka prema *m*-tom obliku opterećenja
θ_0	°	kolektivni postavni kut
θ_{1c}	°	bočni ciklički postavni kut
θ_{1s}	°	uzdužni ciklički postavni kut
$\theta_{r=0}$	°	kut uvijanja lopatice u korijenu kraka
θ_{tw}	°	uvijanje lopatice
κ	-	koeficijent korekcije inducirane snage
λ	-	koeficijent ukupnog protoka zraka
λ_0	-	koeficijent protoka zraka prema uniformnoj raspodjeli
λ_I	-	koeficijent protoka zraka po opterećenju tipa 1
λ_{III}	-	koeficijent protoka zraka po opterećenju tipa 3
λ_C	-	koeficijent protoka zraka uzrokovanog brzinom penjanja
λ_i	-	koeficijent induciranog protoka zraka
λ_{in}	-	inicijalni koeficijent induciranog protoka zraka
μ	-	koeficijent napredovanja
μ_x	-	projekcija koeficijenta napredovanja paralelna sa diskom
μ_z	-	projekcija koeficijenta napredovanja okomita na disk
ν	-	koeficijent udaljenosti od vrha kraka
σ	-	koeficijent ispunjenosti rotora
χ	°	kut traga rotora
ψ	°	azimutni kut rotora
Ω	rad/s	broj okretaja rotora

Sažetak

Glavna tema ovog diplomskog zadatka je analiza modela protoka zraka kroz rotor koji su razvili K.W. Mangler i H. B. Squire 1950. godine. Pretpostavke na kojima počiva teorija modela vrijede samo pri određenim brzinama napredujućeg leta stoga se ovaj model ne može koristiti za analizu rotora u vertikalnom letu i lebdenju. Mangler i Squire pretpostavljaju dvije osnovne raspodjele opterećenja (tlaka) na disku rotora: tip 1 i tip 3. Opterećenje tipa 1 je eliptičnog oblika, a opterećenje tipa 3 opisuje raspodjelu tlaka koja teži k nuli na rubu i na sredini diska rotora. Budući da nijedno od osnovnih opterećenja nije realan slučaj protoka kroz helikopterski rotor, predložen je kombinirani model protoka kojeg sačinjavaju dva osnovna opterećenja u određenom omjeru. Analizom je pokazano da najbolje rezultate daje kombinirani model sa jednakim omjerom dvaju opterećenja. Budući da je model Mangler-Squire matematički zapisan pomoću Fourierovog reda, provedena je analiza utjecaja duljine (broja članova) Fourierovog reda na točnost rješenja. Analizom nije obuhvaćena cijela površina rotora pa nije bilo moguće sa najvećom sigurnošću odrediti minimalan broj članova Fourierovog reda za točno rješenje. Stoga je rezultat analize dodatno proširen zbog postojeće nesigurnosti. Analiza je pokazala da rješenje vrlo brzo konvergira ka konačnom rješenju. U literaturi se navodi prijedlog izmjene osnovne jednadžbe modela Mangler-Squire, no usporedba rješenja izmjenjenog i originalnog modela pokazala je nezamjetne razlike u dvama pristupima. Usporedba modela Mangler-Squire sa drugim modelima protoka i sa eksperimentalnim mjerenjima pokazala je da model Manglera i Squirea vrlo dobro opisuje protok na helikopterskom rotoru te da je kvalitetniji u odnosu na modele razmatrane u ovom radu. U ovom je radu provedena i implementacija modela Mangler-Squire u teoriju elementarnog kraka za analizu performansi helikoptera. Rezultati analize performansi uspoređivani su sa teorijom elementarnog kraka s implementiranim Dreesovim modelom protoka te sa mjerenjima u letu. Usporedba je pokazala da implementacija modela protoka po Mangleru i Squireu daje vrlo slične rezultate kao i implementacija Dreesovog modela.

Ključne riječi: *Mangler-Squire model protoka, analiza protoka, helikopterski rotor, teorija elementarnog kraka*

Summary

The main issue dealt with in this thesis is the analysis of an induced velocity model for helicopter rotors. The model was developed in 1950 by K. W. Mangler and H. B. Squire. The model rests on approximations which are only valid at certain advance ratios of the rotor. Those approximations render the model invalid for practical use outside the subscribed flight conditions (e.g. in hover and axial flight). Mangler and Squire define two basic types of rotor disc loading: type 1 and type 3. Type 1 is an elyptically shaped loading, while type 3 is a loading that vanishes at the rim of the disc and near the center. Since none of these loading is a valid representation of a real-case scenario, a combined loading is proposed. This type of loading consists of both previously stated types of loading in a prescribed ratio. An investigation into the best practical ratio has yielded an equal distribution of types 1 and 3. The Mangler-Squire model is mathematically described with a Fourier series which can constitute an infinite number of terms. Thus, an analysis into the minimum required number of Fourier series terms for an accurate result was conducted. The analysis yielded a relatively quick convergence of the end-result. Due to the inability to analyze the entire surface of the rotor disc, an uncertainty factor was incorporated into the end result of the Fourier series investigation. A suggested correction of the main equation of the Mangler-Squire model opened an investigation into the effect of this correction. The investigation yielded practically no difference between the two forms. A comparison of several induced velocity models was presented alongside experimental measurements. The comparison showed that the Mangler-Squire model was superior to other, simpler models that were considered in this thesis. Also, the Mangler-Squire induced velocity model was implemented into the blade element theory and was compared against the Drees model and in-flight measurements of the helicopter. This showed that the Mangler-Squire model yields very good rotor performance analysis results (as does the Drees model) when incorporated into the blade element theory.

Key words: *Mangler-Squire model, induced velocity analysis, helicopter rotor, blade element theory*

1. Uvod

1.1. Protok zraka kroz rotor i razmatrani modeli

U napredujućem letu, rotor mora (pored snage za uzgon) osiguravati snagu za nadvladavanje otpora trupa i samog rotora. U slučaju napredujućeg leta, disk rotora je gotovo paralelan sa smjerom strujanja zraka na rotor što za posljedicu ima pojavu periodične promjene lokalne brzine nastrujavanja na lopatice rotora. Takva periodična fluktuacija lokalne brzine dodatno otežava analizu performansi rotora helikoptera jer pogoduje značajnijem mahanju lopatica, povećava područja na rotoru gdje zrak suprotno opstrujava lopatice i pogoduje drugim nestabilnim aerodinamičkim pojavama, a takve je pojave teško modelirati.
Protok zraka kroz rotor, odnosno inducirana vertikalna brzina kroz rotor je od izuzetnog značaja za analizu aerodinamičkih karakteristika helikopterskih rotora. U horizontalnom letu, posebice kod manjih brzina, utjecaj protoka je izraženiji zbog složene slike strujanja na rotoru. Zbog toga je bitno odabrati što vjerodostojniji model protoka pri analizi karakteristika helikopterskih rotora. Zadatak ovog diplomskog rada je opis i implementacija modela protoka koji su 1950. godine razvili K. W. Mangler i H. B. Squire [1]. Tada nisu postojala dovoljno kvalitetna istraživanja koja bi validirala rezultate modela, no s napretkom tehnologije su kasnijih godina provedeni eksperimenti koji su potvrdili da model protoka Mangler-Squire daje zadovoljavajuće rezultate. Nelinearna ovisnost o radijusu kraka i nesimetrična slika strujanja zraka kroz rotor su dvije glavne karakteristike kojima se ovaj model protoka ističe od jednostavnijih modela kao što su jednoliki (uniformni) i Dreesov model protoka. Uniformni model protoka pretpostavlja jednaku vrijednost inducirane brzine po cijeloj površini diska: Taj je model najjednostavniji od svih razmatranih, ali je zbog toga prilično netočan i nepogodan za korištenje u analizi pa će se u ovom radu samo spomenuti kao usporedba s ostalim modelima protoka. Dreesov model protoka pretpostavlja linearnu raspodjelu inducirane brzine u uzdužnom i poprečnom smjeru i jednostavan je za primjenu. Postoje i drugi linearni modeli protoka [2], no većina njih je linearna samo po uzdužnoj osi. Stoga je od svih promatranih linearnih modela za usporedbu u ovom radu odabran Dreesov model.
Za usporedbu postoje i drugi modeli protoka koji daju vrlo dobre rezultate za rotore. Takvi modeli su mnogo složeniji za modeliranje pa će u ovom radu biti samo spomenuti. Jedan takav model protoka je metoda slobodnih vrtloga. Noviji modeli poput onoga Petersa i Hea [3] daju jednako dobre rezultate kao metoda slobodnih vrtloga, a pritom su manje zahtjevni za

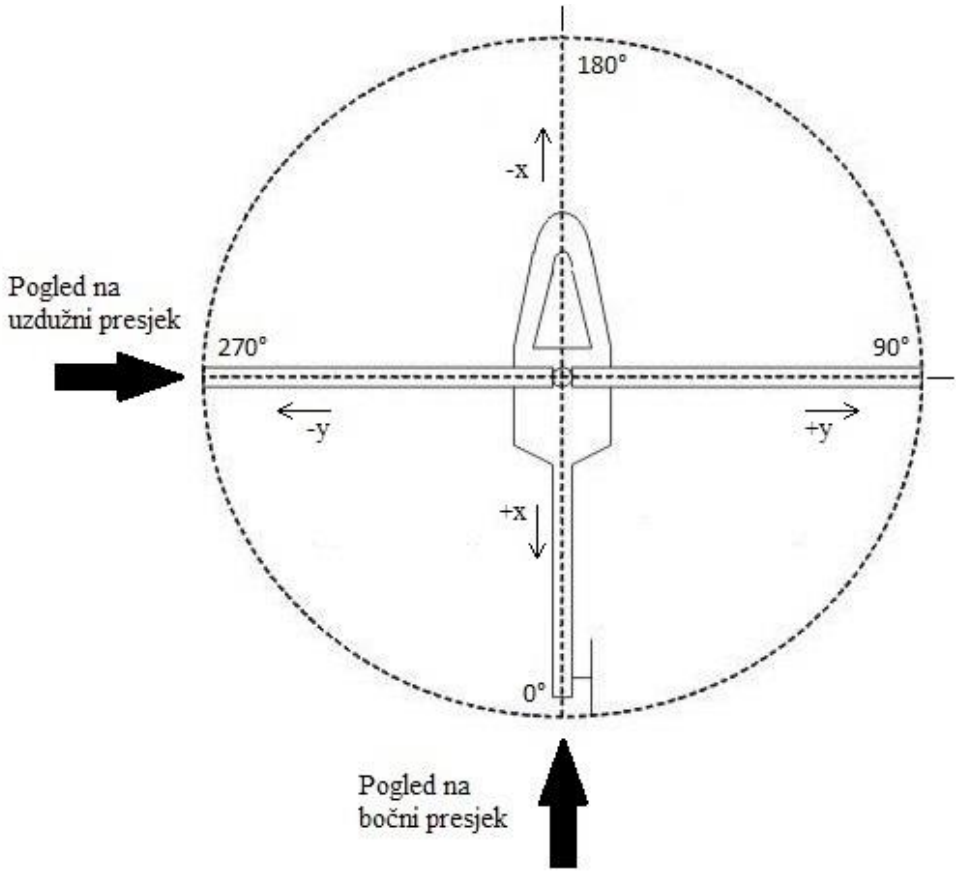
implementaciju u analizu. Model Petersa i Hea koristi beskonačan red funkcija oblika za određivanje raspodjele inducirane brzine po rotoru. Supstitucijom takvog reda u linearizirane Eulerove jednadžbe za nestlačivo strujanje rezultira skupom običnih diferencijalnih jednadžbi prvog reda koje se rješavaju metodom elementarnog kraka.

Model protoka Manglera i Squirea počiva na dvije glavne pretpostavke [1] koje vrijede samo u određenim uvjetima horizontalnog leta što znači da se model Manglera i Squirea ne može koristiti za analizu rotora u lebdenju i vertikalnom letu. Model Manglera i Squirea razmatra samo vertikalnu induciranu brzinu (komponentu inducirane brzine koja je okomita na disk rotora) pa je stoga u razvoju teorije zanemarena inducirana brzina paralelna sa diskom rotora.

1.2. Nomenklatura i definicija koeficijenata

Rezultati analize su u radu prikazani mahom grafički. Budući da je potrebno sve rezultate prikazati na način koji čitatelj može lako shvatiti, u ovom poglavlju će se definirati na koji su način prikazani podaci u grafovima. Također, bit će prikazane definicije određenih parametara performansi koje su bitne za potpuno shvaćanje problema.

Većina rezultata analize ovog rada svodi se na prikaz koeficijenta protoka na čitavoj površini rotora. Uvriježen način prikaza rezultata u literaturi [2] je prikaz raspodjele po uzdužnoj i po poprečnoj osi pa je takav način usvojen i u ovom radu. Slika (1.1) prikazuje tlocrt helikopterskog rotora sa definiranim ravninama u kojima su prikazani svi rezultati. Rezultati na uzdužnom (longitudinalnom) presjeku rotora prikazani su na način da lijeva strana grafa (negativna vrijednost normiranog radijusa r) predstavlja poluravninu rotora koja odgovara azimutnom kutu $\psi = 180°$, a desna strana grafa (pozitivna vrijednost normiranog radijusa r) poluravninu $\psi = 0°$. Rezultati na bočnom (lateralnom) presjeku rotora prikazani su na način da lijeva strana grafa ($-1 < r < 0$) predstavlja poluravninu $\psi = 270°$, a desna strana ($0 < r < 1$) $\psi = 90°$. Takav način prikaza rezultata nije uobičajen za europsku literaturu, a preuzet je iz [2]. Smjer strujanja zraka kroz rotor definiran je predznakom koeficijenta inducirane brzine. Pozitivna vrijednost koeficijenta inducirane brzine označava strujanje zraka od rotora prema gore (engl. *upwash*), a negativna vrijednost koeficijenta inducirane brzine označava strujanje zraka od rotora prema dolje (engl. *downwash*) što je suprotno od definicije smjera strujanja koja je korištena u [2].



Slika 1.1 Pogledi na uzdužni i bočni presjek rotora

Kako bi se što bolje definiralo problematiku ovog rada i alate kojima je ona rješena, ispod su dane točne definicije pojedinih bitnih parametara performansi rotora [4]:

$$C_T = \frac{T}{\rho A(\Omega R)^2}$$

$$C_P = \frac{P}{\rho A(\Omega R)^3}$$

$$C_Q = \frac{Q}{\rho A(\Omega R)^2\, R}$$

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\Omega R}$$

$$\mu = \frac{V_\infty cos\alpha_r}{\Omega R}.$$

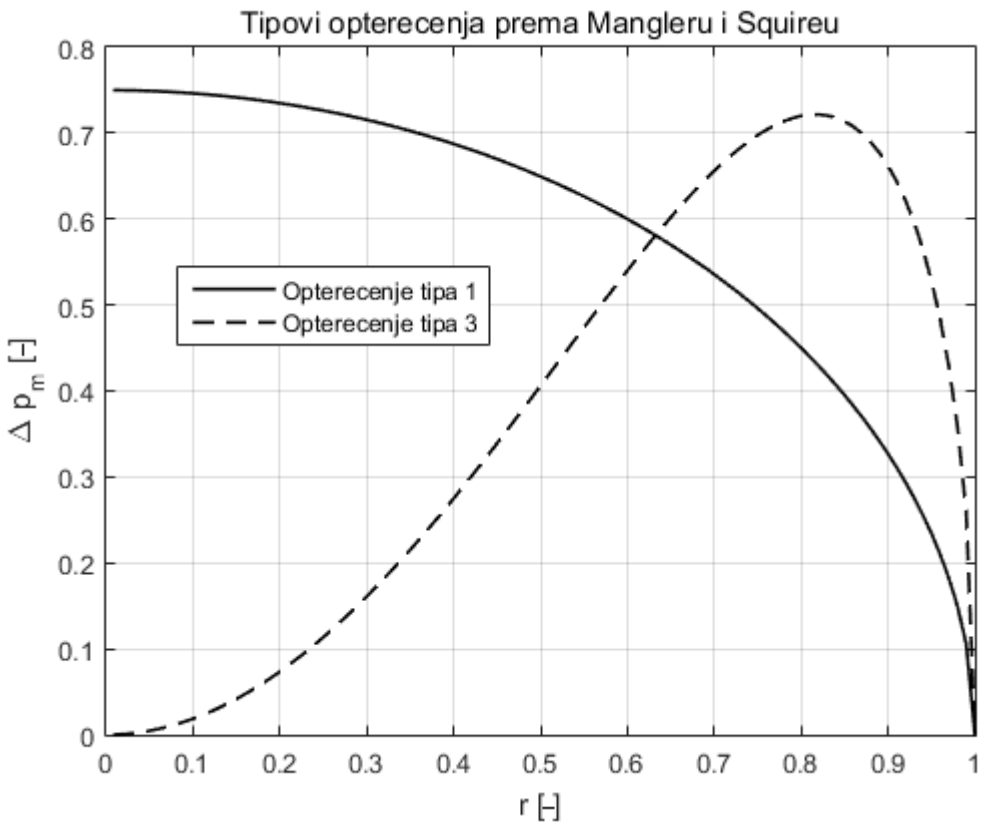
1.3. Struktura rada

Struktura ovog rada počinje objašnjenjem modela protoka po Mangleru i Squireu (poglavlje 2). U istom je poglavlju objašnjeno na kojim se pretpostavkama temelji model te koje su vrste opterećenja formirane modelom. U poglavlju 3 je model analiziran u smislu utjecaja duljine Fourierovog reda na točnost rezultata i utjecaja težinskih faktora na oblik rješenja modela. Spomenut je i prijedlog Bramwella [5] za korekciju modela Mangler-Squire te je prikazana usporedba originalnog i modificiranog modela. Na kraju poglavlja je dana usporedba modela Mangler-Squire sa drugim modelima protoka (uniformni i Dreesov) te sa eksperimentalnim mjerenjima. U poglavlju 4 je ukratko opisana teorija elementarnog kraka u vertikalnom i horizontalnom letu za lakše razumijevanje problema, a u poglavlju 5 je opisan način implementacije modela Mangler-Squire u teoriju elementarnog kraka i prikazani su rezultati analize u usporedbi sa modelom protoka po Dreesu te sa mjerenjima u letu za promatrani helikopter.

2. Opis modela Mangler-Squire

Jedna od metoda za procjenu polja inducirane brzine u napredujućem letu helikoptera jest metoda koju su 1950. razvili K. W. Mangler i H. B. Squire [1]. U suštini, metoda povezuje polje tlaka na disku rotora sa poljem inducirane brzine koristeći linearizirane Eulerove jednadžbe za nestlačivo strujanje. Detaljan opis metode može se naći u [5], [6]. Utjecaj vrtloga koji nastaju na vrhovima krakova u napredujućem letu dodatno narušava sliku strujanja ispred i iza rotora što otežava analizu polja inducirane brzine na rotoru. Metoda Manglera i Squirea pretpostavlja da se polje tlaka na disku rotora može izraziti kombinacijom 2 oblika opterećenja (slika (2.1)):

- Tip 1 – koji predstavlja opterećenje eliptičnog oblika i,
- Tip 3 – opterećenje diska koje teži prema nuli na vrhovima i na sredini rotora.



Slika 2.1 Vrste opterećenja prema Mangleru i Squireu

Polje tlaka (slika 2.1) prema Mangleru i Squireu opisano je jednadžbom

$$\Delta p_m \propto r^{m-1}\sqrt{1-r^2}, \qquad m = 1, 3, \tag{2.1}$$

gdje Δp_m označava normiranu promjenu tlaka, a r normiranu udaljenost od osi rotacije (normirana sa vršnim radijusom kraka R). m označava oblik opterećenja (tip 1 ili tip 3). Opterećenje tipa 2 kao takvo postoji samo u teoriji jer nije primjenjivo u praksi, međutim ono služi kao međukorak u izračunu opterećenja trećeg tipa. Opterećenje tipa 2 se nikad ne pojavljuje u realnim uvjetima leta pa stoga nije ni analizirano u ovom radu. Opterećenja tipa 1 i tipa 3 predstavljaju dva ekstremna oblika opterećenja koja se sama po sebi također gotovo nikad ne pojavljuju u realnim situacijama horizontalnog leta helikoptera. Stvarno opterećenje rotora će uvijek biti kombinacija opterećenja tipa 1 i tipa 3:

$$\Delta p = w_1 \Delta p_1 + w_3 \Delta p_3, \quad w_1 + w_3 = 1. \tag{2.2}$$

Udio pojedinog oblika u cjelokupnoj slici opterećenja diska u realnom vremenu ovisi ponajprije o uvijenosti lopatice rotora (θ_{tw}) i o uvjetima leta helikoptera. Izvor [2] preporuča korištenje jednake raspodjele koeficijenata ($w_1 = w_3 = 0.5$) u analizi protoka.
Polje inducirane brzine prema teoriji Manglera i Squirea [1] mijenja se po radijusu lopatice i po azimutnom kutu, a opisano je Fourierovim redom:

$$\lambda_i = \left(\frac{2C_T}{\mu}\right)\left[\frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\, c_n(r, \alpha_r)\, cos(n\psi)\right], \tag{2.3}$$

gdje λ_i predstavlja koeficijent inducirane brzine, C_T koeficijent potiska rotora, μ koeficijent napredovanja helikoptera, α napadni kut rotora, ψ azimutni kut rotora, a c_0 i c_n koeficijente jednadžbe. Budući da slobodna struja zraka pridonosi povećanju inducirane brzine na rotoru, jednadžbi (2.3) treba dodati vertikalnu komponentu brzine slobodne struje zraka u obliku $\mu \cdot sin(\alpha_r)$.

Koeficijent inducirane brzine opisan je jednadžbom

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\Omega R} = \frac{v_i}{v_{tip}}, \tag{2.4}$$

gdje su v_i inducirana brzina na rotoru, Ω broj okretaja rotora u jedinici vremena i R radijus rotora (v_{tip} je dakle brzina na vrhu lopatice).

Jedna od osnovnih pretpostavki Manglerove i Squireove metode određivanja polja inducirane brzine jest da je inducirana brzina mnogo manja od brzine nadolazeće slobodne struje zraka V_∞ ($v_i << V_\infty$) [1]. Iz tog razloga se ova teorija ne može koristiti u uvjetima lebdenja i sporog napredujućeg leta. Konkretno, teorija se ne bi smjela koristiti za iznose koeficijenta napredovanja μ manje od oko 0.1 [2].

Prema [7], polje inducirane brzine na napredujućoj strani rotora ($0° \leq \psi \leq 180°$) odgovara opterećenju tipa 1, dok opterećenje tipa 3 dobro opisuje polje na povratnoj strani rotora ($180° \leq \psi \leq 360°$). Pri većim napredujućim brzinama ($\mu > 0.5$) pojave suprotnog optjecanja profila i gubitka uzgona na povratnoj strani rotora imaju značajniji utjecaj [8] pa se slika strujanja oko rotora počinje mijenjati. Iz navedenog se zaključuje da metoda Manglera i Squirea daje najbolje rezultate u intervalu $0.1 \leq \mu \leq 0.5$.

2.1. Vrste opterećenja prema metodi Mangler-Squire

U jednadžbi (2.3) je vidljivo da se koeficijent inducirane brzine i koeficijenti u Fourierovom redu mijenjaju u ovisnosti o udaljenosti od osi rotacije i o azimutnom kutu. Kako bi se odredio koeficijent inducirane brzine po ovoj metodi, potrebno je poznavati koeficijent potiska rotora C_T što je u konačnici rezultat analize performansi rotora te je najčešće nepoznat u trenutku računanja polja inducirane brzine stoga je potrebno iterativno rješavati ovu jednadžbu pretpostavljajući neki početni koeficijent potiska (npr. koeficijent potiska u lebdenju C_{Th}). Koeficijenti u jednadžbi (2.3) različiti su za svaki oblik opterećenja, a svi ovise o napadnom kutu rotora i/ili o koeficijentu ν:

$$\nu = \sqrt{1 - r^2}. \tag{2.5}$$

Negativan predznak koeficijenta inducirane brzine označava induciranu brzinu jednakog smjera kao brzina slobodne struje zraka (samo zakrenuta za kut α_r). Takva definicija koeficijenta inducirane brzine se u engleskom govornom području naziva *downwash*, a

označava trag koji rotor ostavlja za sobom u napredujućem letu. Inducirana brzina u suprotnom smjeru (eng. *upwash*) je označena pozitivnim predznakom koeficijenta inducirane brzine.

2.1.1. Raspodjela opterećenja tipa 1

Za opterećenje tipa 1 vrijedi:

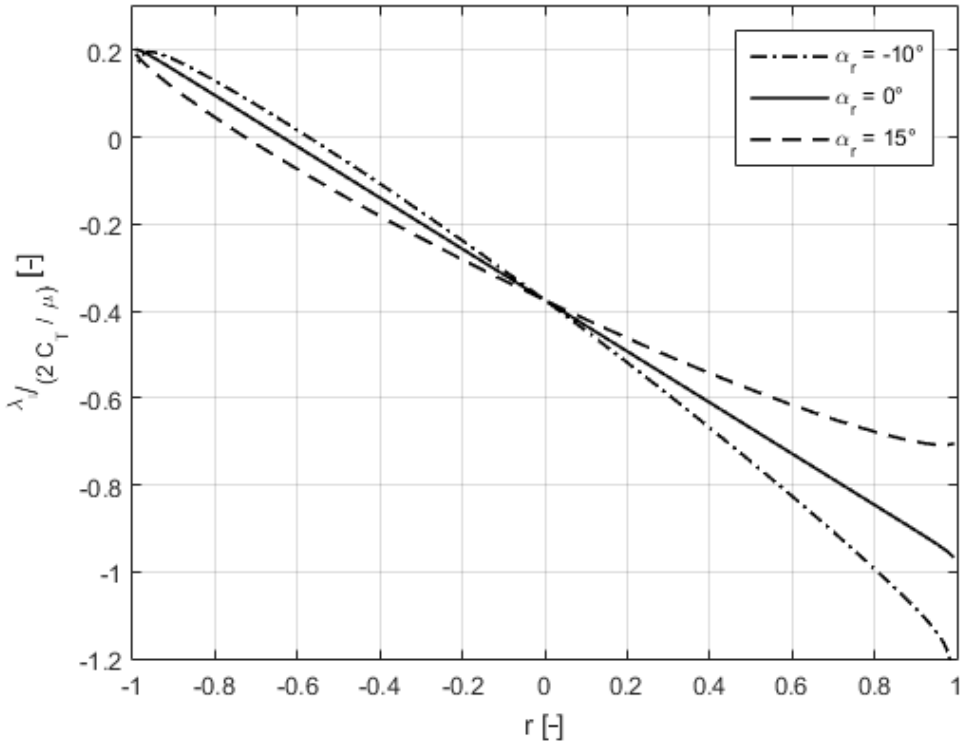
$$c_0 = \frac{3}{4}\,\nu, \tag{2.6}$$

$$c_1 = -\frac{3\pi}{16}\sqrt{1-\nu^2}\left(\frac{1-sin\alpha_r}{1+sin\alpha_r}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{2.7}$$

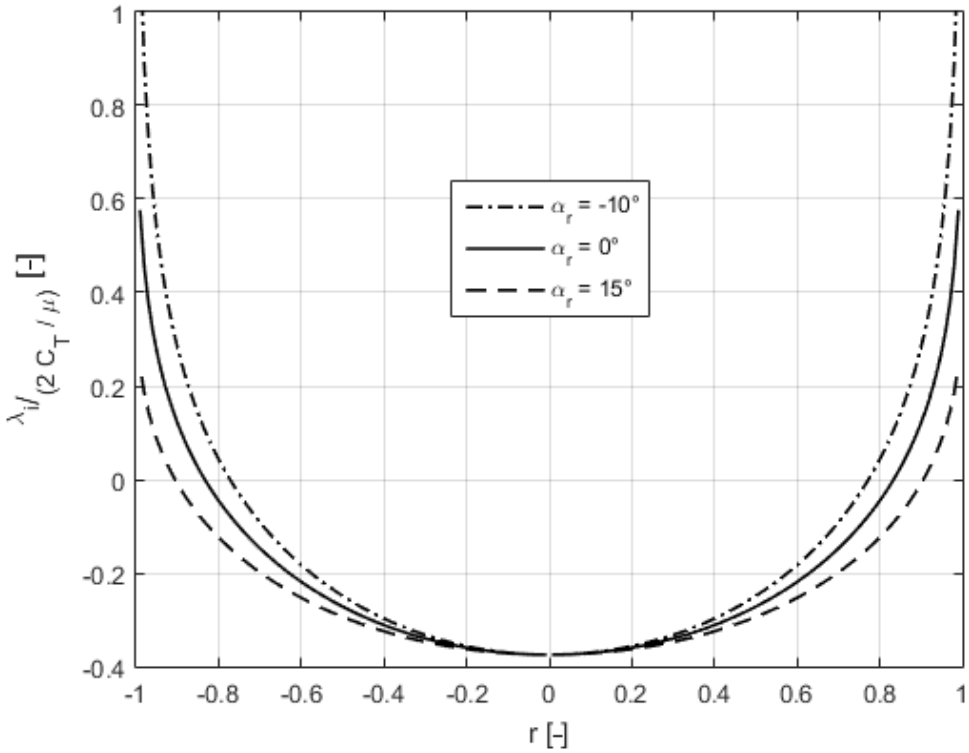
Za parne vrijednosti n-a veće ili jednake 2 ($n \geq 2$) vrijedi

$$c_n = (-1)^{\frac{n-2}{2}}\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{\nu+n}{n^2-1}\right)\left(\frac{1-\nu}{1+\nu}\right)^{\frac{n}{2}}\left(\frac{1-sin\alpha_r}{1+sin\alpha_r}\right)^{\frac{n}{2}}, \tag{2.8}$$

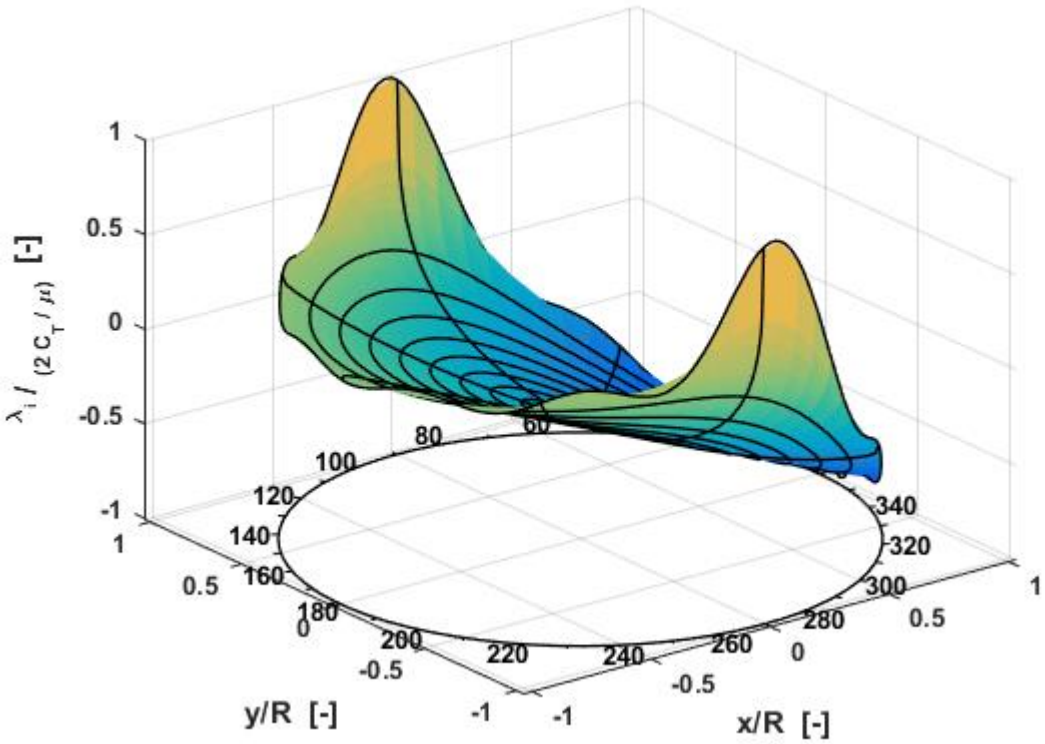
a za neparne vrijednosti n-a veće ili jednake 3 ($n \geq 3$) vrijedi $c_n = 0$. Za ovaj tip opterećenja, polje inducirane brzine je linearno kada je $\alpha_r = 0$ i slaba je funkcija napadnog kuta diska. Raspodjela koeficijenta inducirane brzine prema opterećenju tipa 1 bez dodatnog utjecaja napredujuće brzine prikazana je na slikama (2.2) (uzdužni presjek rotora) i (2.3) (poprečni presjek). Slika (2.4) je 3D prikaz raspodjele koeficijenta inducirane brzine po opterećenju tipa 1 za napadni kut diska $\alpha_r = 0°$.



Slika 2.2 Opterećenje tipa 1 (uzdužni presjek)



Slika 2.3 Opterećenje tipa 1 (poprečni presjek)



Slika 2.4 3D prikaz koeficijenta inducirane brzine za tip opterećenja 1 (α_r = 0°)

2.1.2. Raspodjela opterećenja tipa 3

Za opterećenje tipa 3 vrijedi:

$$c_0 = \frac{15}{8}\nu(1-\nu^2), \tag{2.9}$$

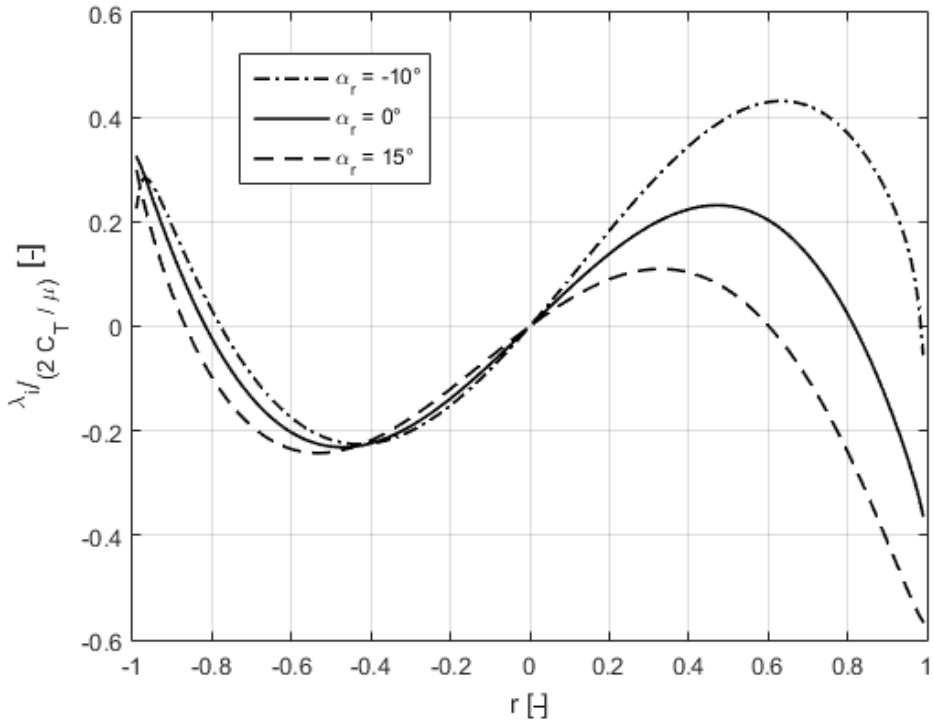
$$c_1 = -\frac{15\pi}{256}(5-9\nu^2)\sqrt{1-\nu^2}\left(\frac{1-sin\alpha_r}{1+sin\alpha_r}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{2.10}$$

$$c_3 = \frac{45\pi}{256}(1-\nu^2)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{1-sin\alpha_r}{1+sin\alpha_r}\right)^{\frac{3}{2}}. \tag{2.11}$$

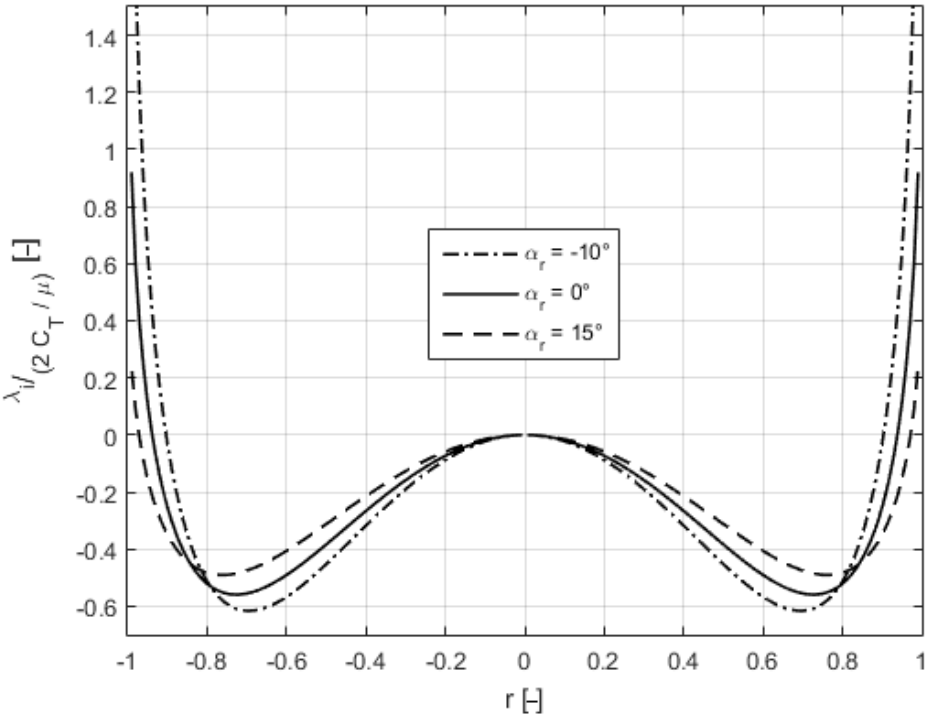
Za parne vrijednosti n-a veće ili jednake 2 ($n \geq 2$) vrijedi jednadžba (2.12), a za neparne vrijednosti n-a veće ili jednake 5 ($n \geq 5$) vrijedi $c_n = 0$. Raspodjela koeficijenta inducirane brzine prema opterećenju tipa 3 bez dodatnog utjecaja napredujuće brzine prikazana je na

slikama (2.5) (uzdužni presjek) i (2.6) (poprečni presjek). Na slici (2.7) trodimenzionalno je prikazana raspodjela koeficijenta inducirane brzine po tipu opterećenja 3 (za α_r = 0°).

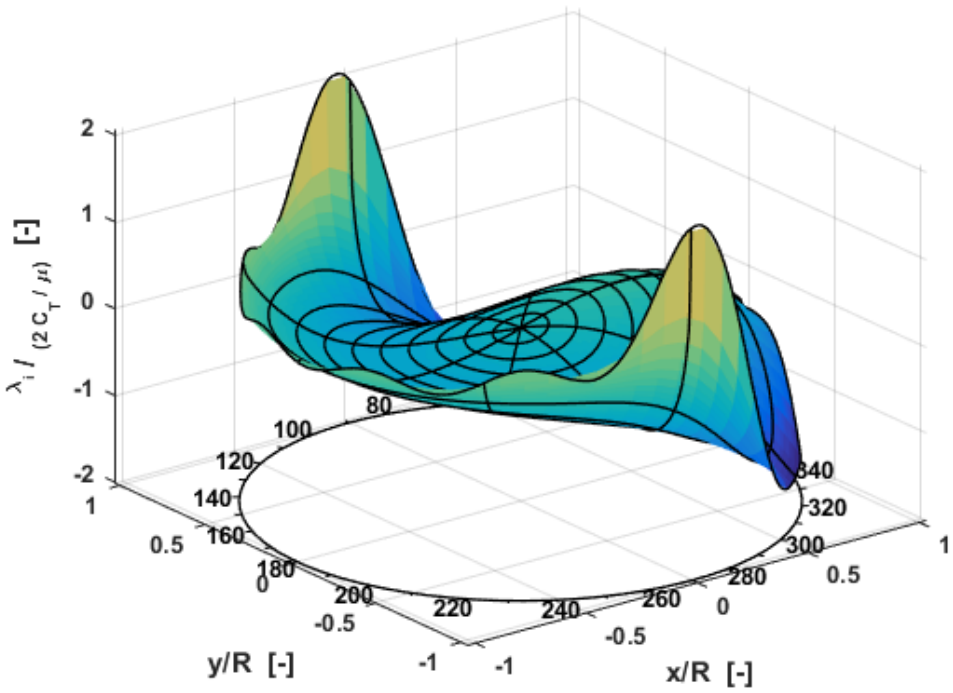
$$c_n = (-1)^{\frac{n-2}{2}} \left(\frac{15}{8}\right) \left[\left(\frac{\nu + n}{n^2 - 1}\right) \left(\frac{9\nu^2 + n^2 - 6}{n^2 - 9}\right) + \left(\frac{3\nu}{n^2 - 9}\right) \right] \left(\frac{1 - \nu}{1 + \nu}\right)^{\frac{n}{2}} \left(\frac{1 - sin\alpha_r}{1 + sin\alpha_r}\right)^{\frac{n}{2}} \tag{2.12}$$



Slika 2.5 Opterećenje tipa 3 (uzdužni presjek)



Slika 2.6 Opterećenje tipa 3 (poprečni presjek)



Slika 2.7 3D prikaz koeficijenta inducirane brzine za tip opterećenja 3 (α_r = 0°)

3. Analiza protoka modelom Mangler-Squire

U ovom će se poglavlju dati analiza modela protoka po Mangleru i Squireu. Pored detaljne analize samog modela, on će se usporediti sa drugim modelima protoka koji će također biti ukratko opisani. Svi opisani modeli biti će uspoređeni sa eksperimentalnim mjerenjima [9]. Svrha usporedbi koje će se u ovom poglavlju prikazati jest da se pokuša ocijeniti model Manglera i Squirea u odnosu na ostale modele protoka. Također, uspoređujući ga sa eksperimentalnim mjerenjima, moći će se ocijeniti je li model realan i, samim time, dovoljno dobar za primjenu u praksi.

3.1. Analiza utjecaja duljine Fourierovog reda

Kao što je vidljivo iz jednadžbe (2.3), koeficijent inducirane brzine može se odrediti pomoću Fourierovog reda. Fourierov red teoretski može imati beskonačno mnogo članova, no realno mora postojati minimalni broj članova n_{min} koji će dati dovoljno točno rješenje. Koeficijent inducirane brzine ovisi o radijusu i azimutnom kutu (tj., algoritam se izvršava po instancama radijusa i azimutnog kuta) pa odabir prevelikog broja članova Fourierovog reda može bespotrebno usporiti proračun. Stoga će se u ovom poglavlju optimirati algoritam analizirajući koji je minimalan broj članova Fourierovog reda koji će rezultirati dovoljno točnim rješenjem. Prema [1], rezultat vrlo brzo konvergira s povećanjem broja članova n, a razlog tome je faktor

$$\left(\frac{1-\nu}{1+\nu}\right)^{\frac{n}{2}}\left(\frac{1-sin\alpha_{\mathrm{r}}}{1+sin\alpha_{\mathrm{r}}}\right)^{\frac{n}{2}},$$

u jednadžbama (2.8) i (2.12). Također, Mangler i Squire navode kako konvergencija Fourierovog reda u blizini ruba diska nije zadovoljavajuća. Jedno od mogućih rješenja je korištenje Manglerovih tablica korekcija, no budući da samo zadnji član Fourierovog reda narušava konvergenciju, taj se problem može riješiti zanemarivanjem zadnjeg člana reda pa će se takav pristup koristiti u ovom radu.

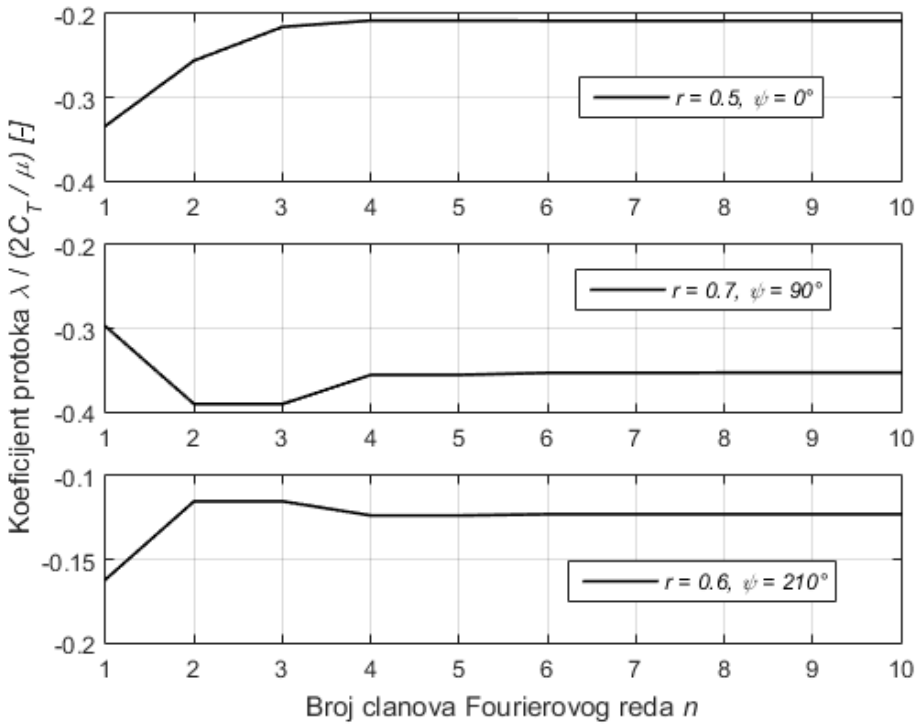
Za početak analize utjecaja duljine Fourierovog reda potrebno je odabrati izlaznu veličinu čija će se promjena prikazati grafički u ovisnosti o broju članova Fourierovog reda kako bi se pratila konvergencija rezultata s povećanjem broja članova reda. Odabrana veličina je

koeficijent inducirane brzine na radijusu r = 0.5 i azimutu ψ = 0°. Kao dodatna provjera, pratit će se i konvergencije koeficijenta inducirane brzine na radijusu r = 0.7 i azimutu ψ = 90° te na radijusu r = 0.6 i azimutu ψ = 210°. Jednako tako se mogu odabrati bilo koje veličine, a zaključak analize mora biti jednak za sve primjere.

Kako bi promatrali konvergenciju samog Fourierovog reda, proračun koeficijenta inducirane brzine računa se prema jednadžbi (2.3) s time da je konačan rezultat podijeljen sa faktorom ($2 \cdot C_T / \mu$) što je naznačeno na ordinatama slike (3.1). Za potrebe ove analize je uzet rotor iz [2] sa napadnim kutem diska α_r = -3° (C_T = 0.008, μ = 0.15).

Na slici (3.1) je vidljivo da rješenje konvergira prilično brzo. Za prvi (r = 0.5, ψ = 0°) i treći primjer (r = 0.6, ψ = 210°) rješenje dolazi do svoje konačne vrijednosti već sa 4 člana Fourierovog reda dok je za drugi primjer (r = 0.7, ψ = 90°) potrebno 6 članova da bi rješenje konvergiralo u potpunosti iako je odstupanje rezultata već nakon 4 člana zanemarivo.

Zaključak ove analize je u skladu sa [1] gdje je rečeno da red vrlo brzo konvergira. Uzimajući u obzir i mogućnost postojanja sporijih konvergencija, uzet je minimalni broj članova Fourierovog reda n_{min} = 10. Odabir deset članova Fourierovog reda neće dodatno usporiti analizu, a ostavlja mjesta za eventualnu pojavu sporije konvergencije pritom ne narušavajući točnost rezultata.



Slika 3.1 Utjecaj dužine Fourierovog reda na točnost rezultata

3.2. Utjecaj težinskih faktora na raspodjelu koeficijenta inducirane brzine prema kombiniranom modelu Mangler-Squire

Prema [1], postoje 2 osnovne vrste opterećenja na helikopterskom rotoru u horizontalnom letu – tip 1 i tip 3 (poglavlje 2.1). Nijedno od navedenih opterećenja se nikad ne pojavljuje u realnim uvjetima bez prisustva drugog. Te dvije vrste opterećenja mogu se smatrati ekstremnim slučajevima protoka koji se gotovo nikad ne javljaju u praksi. Stoga su Mangler i Squire predložili korištenje kombiniranog modela. Kombinirani model protoka ovisi o udjelu pojedinog tipa opterećenja u cjelokupnoj slici strujanja. Taj se udio regulira odabirom težinskih faktora w_1 i w_3, a u ovom poglavlju će se prikazati kakav je njihov utjecaj na izgled kombinirane raspodjele koeficijenta inducirane brzine.

Kombinirani model Manglera i Squirea formira se linearnom kombinacijom dvaju osnovnih opterećenja. Takav će model imati karakteristike i jednog i drugog tipa opterećenja, a sa svrhom što kvalitetnijeg opisivanja protoka kroz rotor helikoptera. Koeficijenti inducirane brzine za tipove opterećenja 1 i 3 računaju se prema sljedećim jednadžbama:

$$\lambda_I = \left(\frac{2C_T}{\mu}\right)\left[\frac{c_{0,I}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\, c_{n,I}(r,\alpha_r)\, cos(n\psi)\right], \tag{3.1}$$

$$\lambda_{III} = \left(\frac{2C_T}{\mu}\right)\left[\frac{c_{0,III}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\, c_{n,III}(r,\alpha_r)\, cos(n\psi)\right], \tag{3.2}$$

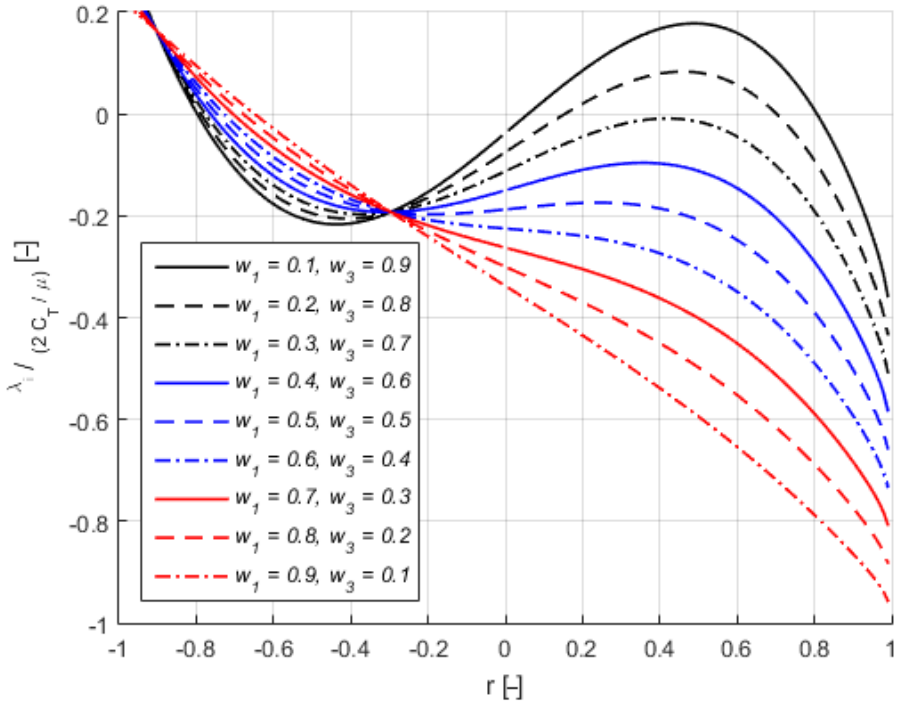
gdje su λ_I i λ_{III} koeficijenti inducirane brzine prema opterećenju tipa 1, odnosno tipa 3, a $c_{o,I}$, $c_{o,III}$, $c_{n,I}$ i $c_{n,III}$ koeficijenti Fourierovog reda za odgovarajuće opterećenje. Kombinirani model protoka dobije se množenjem težinskih faktora w_1 i w_3 sa pripadajućim koeficijentom inducirane brzine:

$$\lambda_i = w_1\, \lambda_I + w_3\, \lambda_{III}, \quad w_1 + w_3 = 1. \tag{3.3}$$

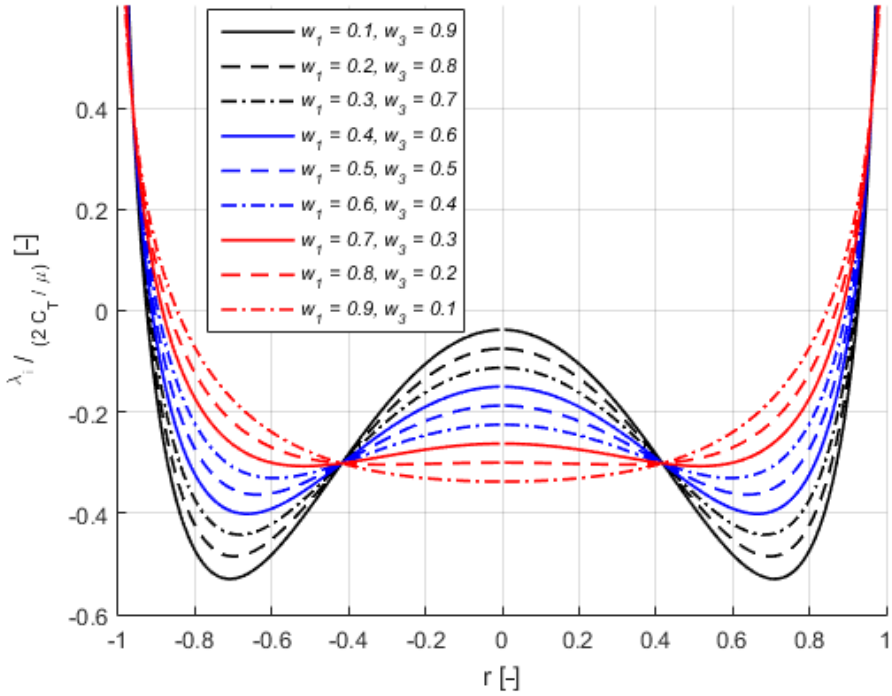
Prema [2], [1], najbolje rezultate daje jednaka raspodjela težinskih faktora $w_1 = w_3 = 0.5$. U ovom radu se koristi upravo takva raspodjela težinskih faktora osim ako je drugačije naglašeno. Na slikama (3.2) (uzdužni presjek) i (3.3) (poprečni presjek) grafički je prikazana ovisnost raspodjele koeficijenta inducirane brzine o težinskim faktorima w_1 i w_3. Težinski faktori zapravo predstavljaju udio pojedinog tipa opterećenja u cjelokupnoj slici raspodjele inducirane brzine kombiniranog modela. U tom smislu, raspodjela faktora $w_1 = 0.9$ i $w_3 = 0.1$ rezultirala bi kombiniranim modelom koji gotovo u potpunosti nalikuje na raspodjelu inducirane brzine po tipu 1, a nimalo na raspodjelu po tipu 3 (i obrnuto).

3.3. Usporedba tipa 1, tipa 3 i kombiniranog modela Mangler-Squire

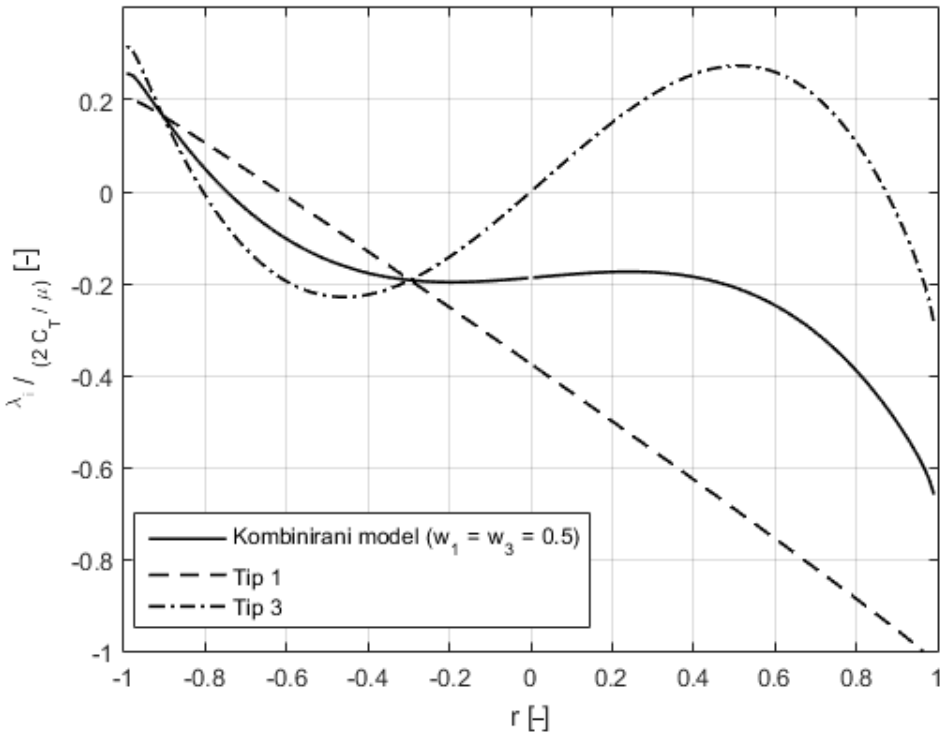
Slike (3.4) (uzdužni presjek) i (3.5) (poprečni presjek) prikazuju usporedbu tipa 1, tipa 3 i kombiniranog modela Mangler-Squire sa jednakim težinskim faktorima. Takav izbor težinskih faktora zapravo je aritmetička sredina tipa 1 i tipa 3 što je jasno vidljivo na slikama. Krivulja kombiniranog modela uvijek je točno na sredini između krivulja tipa 1 i tipa 3. Odabirom drugačijih faktora, krivulja kombiniranog modela približavala bi se više ili manje jednoj od preostalih dviju krivulja, ovisno o odnosu $w_1 : w_3$.



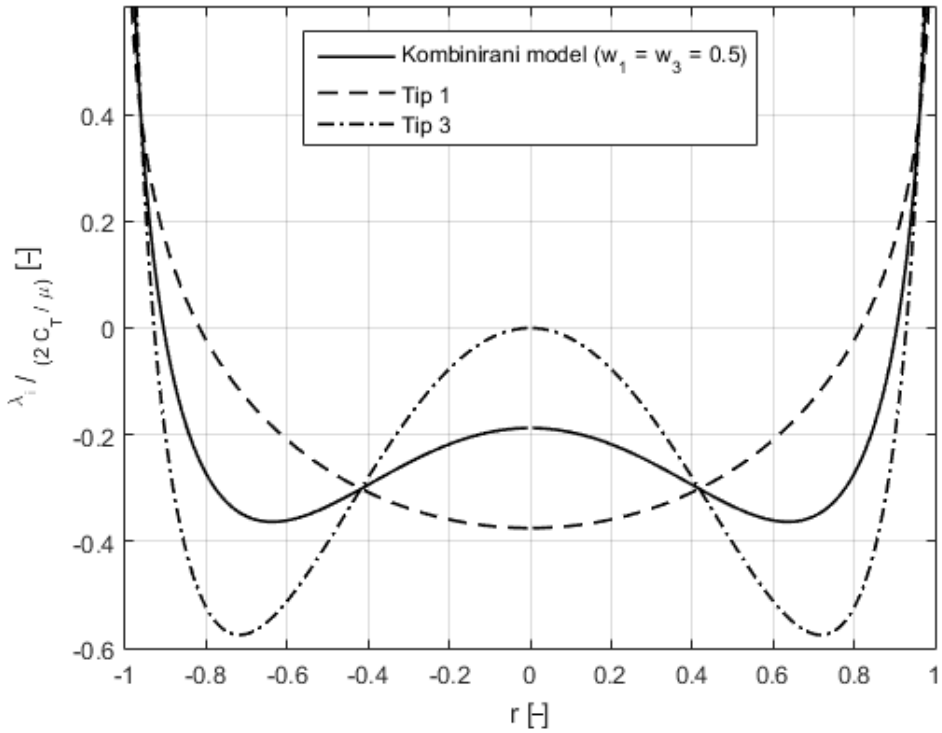
Slika 3.2 Utjecaj težinskih faktora na oblik funkcije (uzdužni presjek)



Slika 3.3 Utjecaj težinskih faktora na oblik funckije (poprečni presjek)



Slika 3.4 Usporedba tipa 1, tipa 3 i kombiniranog modela Mangler-Squire (uzdužni presjek)



Slika 3.5 Usporedba tipa 1, tipa 3 i kombiniranog modela Mangler-Squire (poprečni presjek)

3.4. Bramwellova korekcija

U svom radu [5], Bramwell analizira model protoka po Mangleru i Squireu te daje prijedlog izmjene. Naime, Bramwell navodi kako model Manglera i Squirea može biti bolji ako se u njega ukomponira Glauertova aproksimacija za velike brzine. To je učinjeno zamjenom člana $2\ C_T\ /\ \mu$ u jednadžbi (2.3) sa faktorom $4\ \lambda_0$ gdje je λ_0 koeficijent inducirane brzine prema kombiniranoj teoriji diska i teorije elementarnog kraka (jednadžba (3.4)). Usporedba modela dana je slikama (3.6)-(3.11). Dva modela su uspoređivana koristeći podatke iz eksperimenta [9]: C_T = 0.0063, α_r = -3°. Uzeta su 3 primjera koeficijenta napredovanja: μ = 0.15, 0.23, 0.30. Vidljivo je da Bramwellova izmjena daje rezultate koji gotovo da i ne odstupaju od rezultata originalnog rada Manglera i Squirea. I na uzdužnom i na poprečnom presjeku Bramwellova izmjena daje zadovoljavajuće rezultate, kao i originalna teorija Manglera i Squirea.

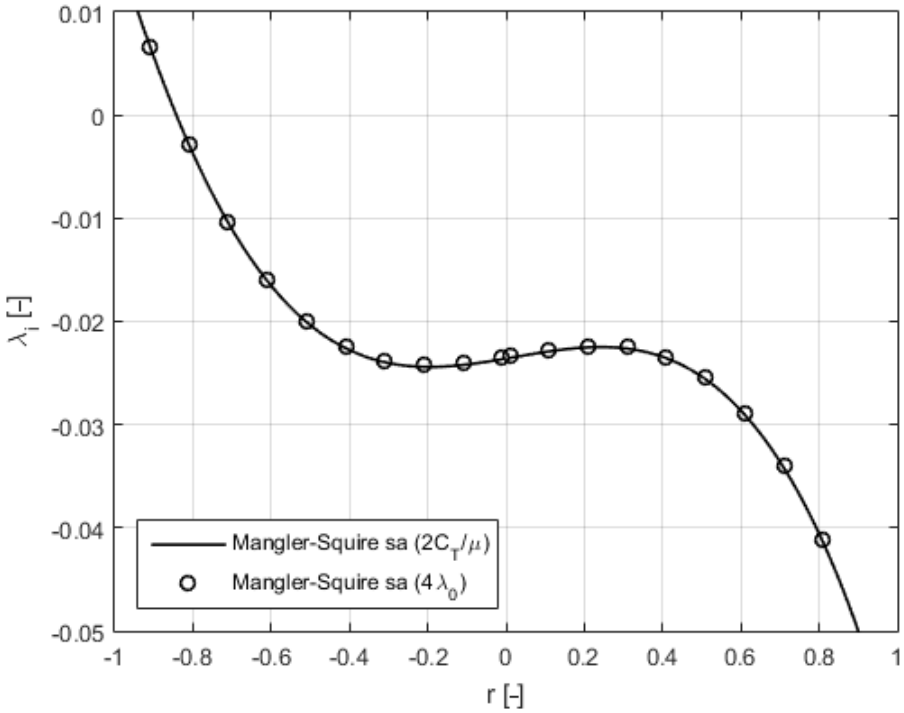
Na slikama je vidljivo da Bramwellov prijedlog daje gotovo identične rezultate kao i originalni rad Manglera i Squirea, a razlog tome može se potražiti u sljedećoj jednadžbi:

$$4\lambda_0 = 4\frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda_{in}^2}} = 2\frac{C_T}{\sqrt{\mu^2 + \lambda_{in}^2}}.$$

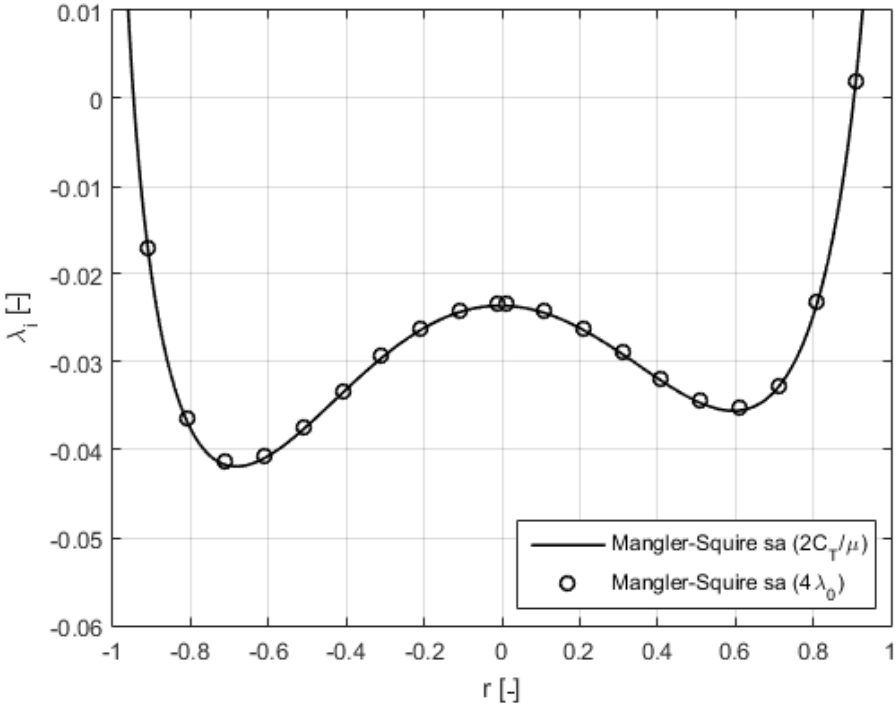
Ukoliko se zanemari inicijalna pretpostavka koeficijenta inducirane brzine (λ_{in}), odnosno ukoliko se pretpostavi da $\lambda_{in} \approx 0$, gornja jednadžba poprima oblik

$$2\frac{C_T}{\sqrt{\mu^2 + \lambda_{in}^2}} = 2\frac{C_T}{\sqrt{\mu^2 + 0^2}} = 2\frac{C_T}{\mu},$$

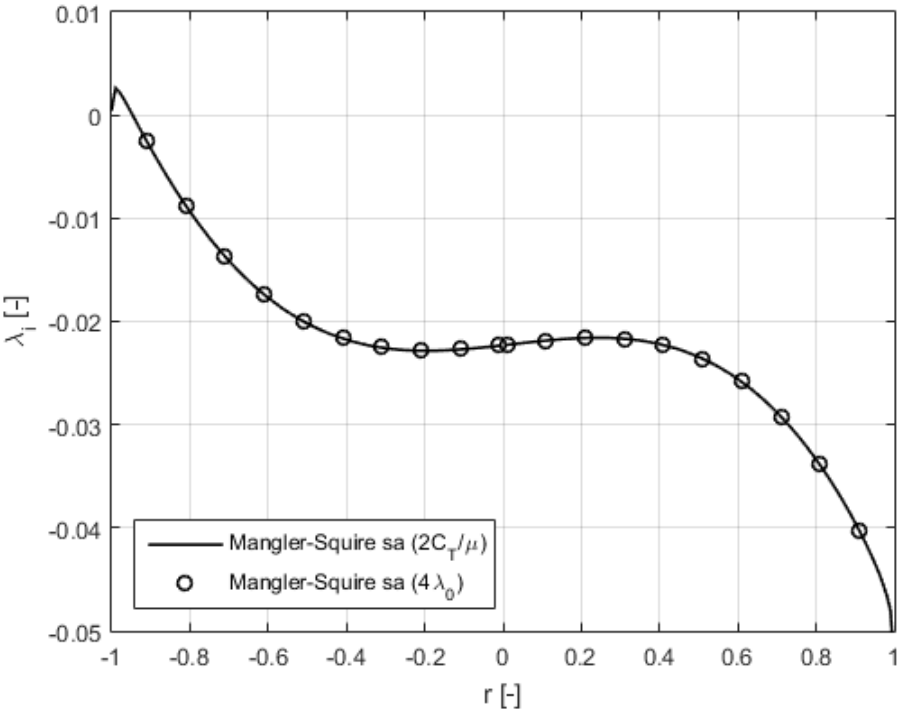
što je jednako faktoru u originalnom obliku jednadžbe koju su postavili Mangler i Squire.



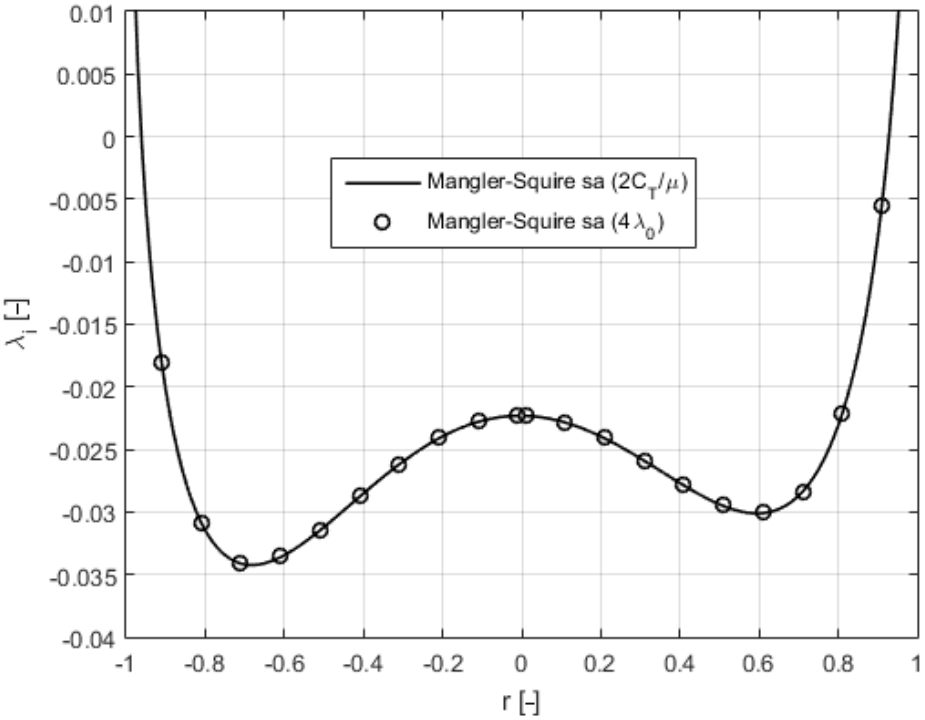
Slika 3.6 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.15 (uzdužni presjek)



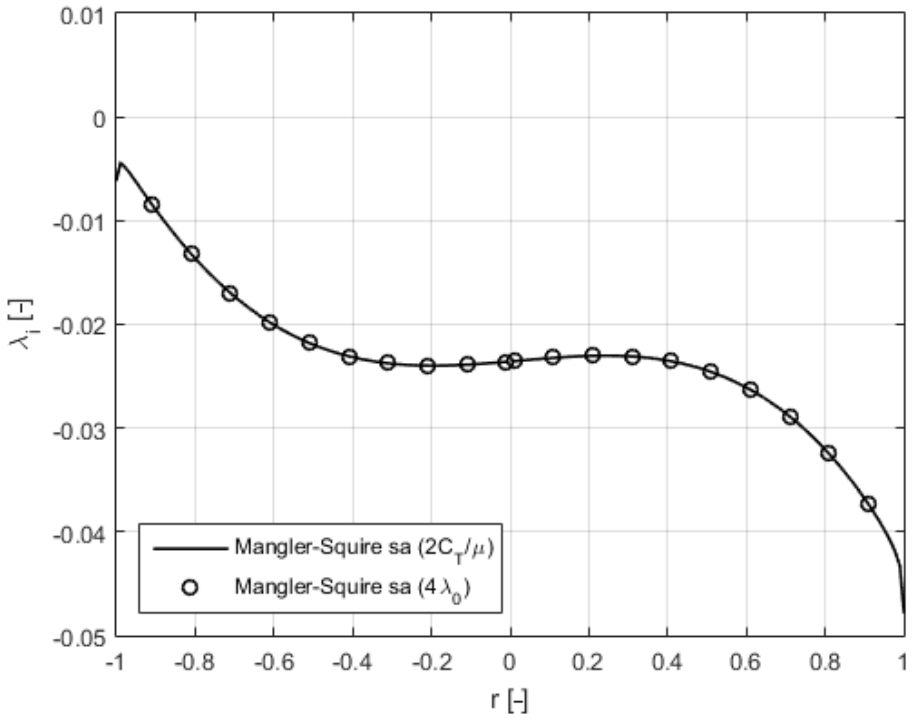
Slika 3.7 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.15 (poprečni presjek)



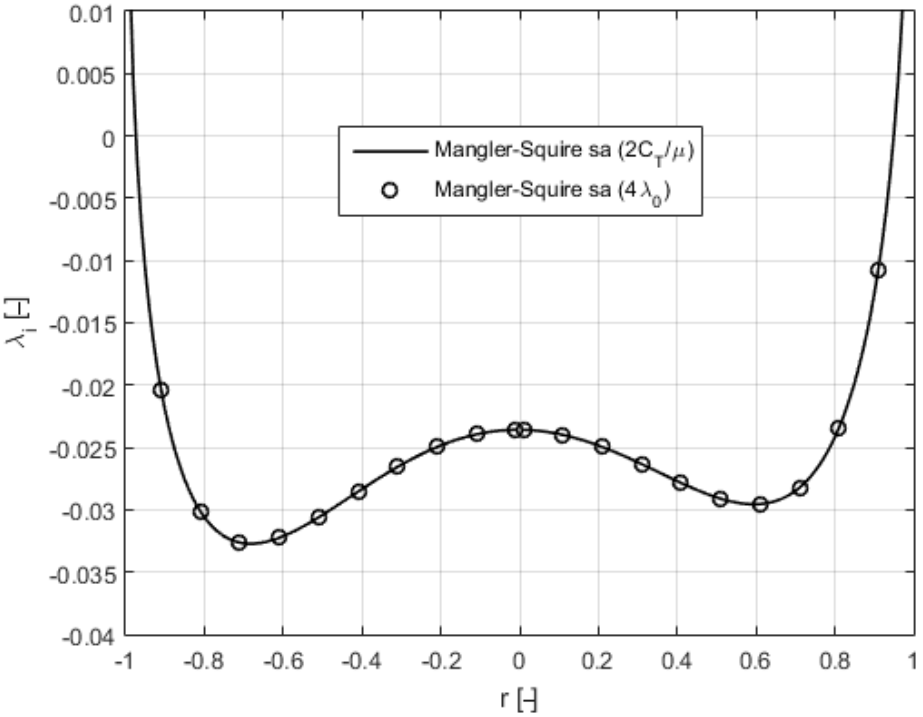
Slika 3.8 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.23 (uzdužni presjek)



Slika 3.9 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.23 (poprečni presjek)



Slika 3.10 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.30 (uzdužni presjek)



Slika 3.11 Usporedba Bramwellove korekcije i klasičnog modela Mangler-Squire za μ=0.30 (poprečni presjek)

3.5. Usporedba različitih modela protoka

Na dijagramima (3.12)-(3.17) su prikazani rezultati više različitih modela (model jednolikog protoka, Dreesov model te model Manglera i Squirea) za izračun koeficijenta inducirane brzine te su uspoređeni sa eksperimentalnim podacima [9]. Pri usporedbi podataka valja uvažiti činjenicu da nijedan model protoka ne uzima u obzir utjecaje glavčine rotora i trupa helikoptera na polje inducirane brzine. S druge strane, eksperiment je proveden na cjelokupnom modelu helikoptera (rotor i trup) pa usporedbe eksperimentalnih podataka sa rezultatima modela treba razmatrati s tim na umu.

Rotor koji je korišten u eksperimentu [9] postavljen je tako da su ravnina vrhova diska i vratilo pod pravim kutem. Ostale osnovne karakteristike rotora iz [9] dane su u tablici (3.1).

Tablica 3.1 Podaci o promatranom rotoru

Broj krakova, N	4
Aeroprofil lopatica	NACA 0012
Uvijanje lopatica, θ_{tw}	-8°
Duljina krakova, R	86.055 cm

Duljina tetive, c	7.112 cm
Koeficijent ispunjenosti rotora, σ	0.0977
Napadni kut diska rotora, α_r	-3°

Uniformna raspodjela je najjednostavniji model protoka i nije dovoljno dobar model za ozbiljnu analizu performansi rotora, a na slikama je prikazan samo kao primjer za usporedbu. Uniformna raspodjela inducirane brzine znači da po čitavom rotoru inducirana brzina ima jednaku vrijednost. Ta vrijednost dana je jednadžbom iz [2]:

$$\lambda_0 = \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda_{in}^2}}, \tag{3.4}$$

koja se mora rješavati iterativno pretpostavljajući početnu vrijednost koeficijenta inducirane brzine λ_{in}:

$$\lambda_{in} = \sqrt{\frac{C_{Th}}{2}}. \tag{3.5}$$

C_{Th} označava koeficijent potiska u lebdenju. Dreesov linearni model temelji se na Glauertovoj jednadžbi:

$$\lambda_i = \lambda_0\left(1 + k_x\frac{x}{R} + k_y\frac{y}{R}\right) = \lambda_0\left(1 + k_x\, r\, cos\psi + k_y\, r\, sin\psi\right), \tag{3.6}$$

gdje su k_x i k_y koeficijenti longitudinalne i lateralne raspodjele zraka prema Dreesu. x i y su koordinate Kartezijevog koordinatnog sustava rotora, a r je normirani radijus. Drees predlaže sljedeće vrijednosti koeficijenata:

$$k_x = \frac{4}{3}\left(\frac{1 - cos\chi - 1.8\mu^2}{sin\chi}\right), \tag{3.7}$$

$$k_y = -2\,\mu, \tag{3.8}$$

$$\chi = tan^{-1}\left(\frac{\mu_x}{\mu_z + \lambda_i}\right), \tag{3.9}$$

gdje je χ kut traga rotora. μ_x i μ_z su paralelna i okomita projekcija koeficijenta napredovanja na disk rotora. Postoje i drugi linearni modeli protoka koji se temelje na Glauertovoj jednadžbi, a njihovi koeficijenti su dani u tablici (3.2) [2]:

Tablica 3.2 Prijedlozi koeficijenata Glauertove jednadžbe

Autor	k_x	k_y
Coleman et al. (1945.)	$\tan(\chi/2)$	0
Drees (1949.)	$(4/3)(1 - \cos(\chi) - 1.8\mu) / \sin(\chi)$	-2μ
Payne (1959.)	$(4/3)[\mu / \lambda\ (1.2 + \mu / \lambda)]$	0
White i Blake (1979.)	$\sqrt{2}\sin(\chi)$	0
Pitt i Peters (1981.)	$(15\pi/23)\tan(\chi/2)$	0
Howlett (1981.)	$\sin^2(\chi)$	0

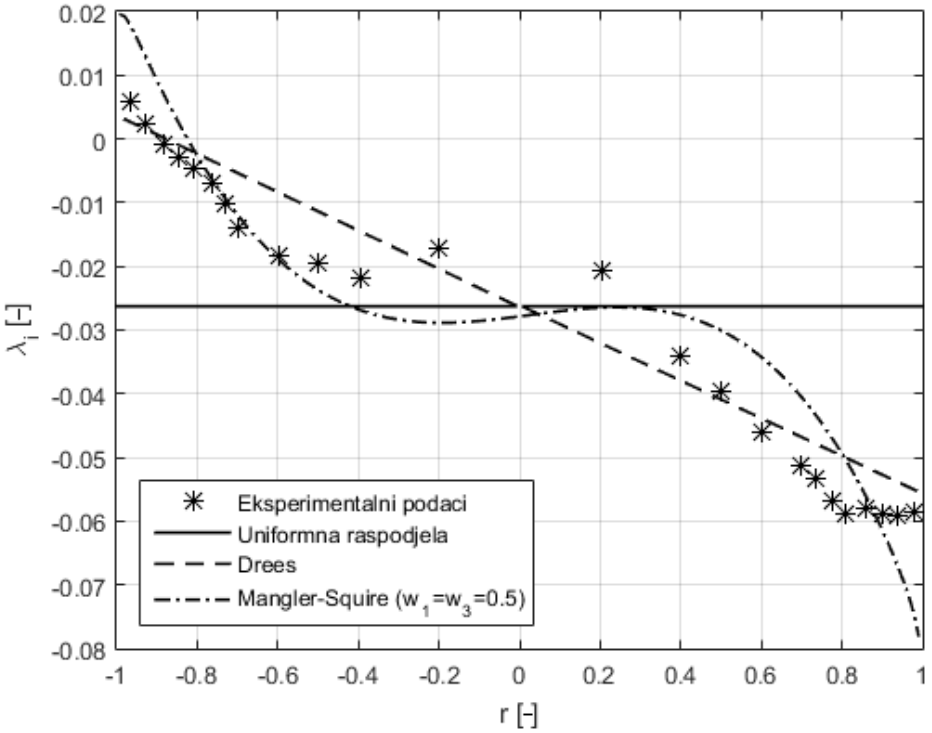
Od ponuđenih, jedino Dreesov model ima koeficijent za lateralnu raspodjelu inducirane brzine, a relativno dobro opisuje protok i na uzdužnom presjeku rotora. Najveća odudaranja Dreesovog modela od eksperimentalnih mjerenja nalaze se na napadnom i izlaznom rubu diska te oko glavčine rotora.

Razmatrana je usporedba koeficijenta inducirane brzine po uzdužnom i poprečnom presjeku rotora za 3 koeficijenta napredovanja (μ = 0.15, 0.23 i 0.30). Uspoređivani su rezultati 3 modela protoka (uniformni, Dreesov i Mangler-Squire) sa eksperimentalnim podacima. Kombinirani model Mangler-Squire daje vrlo dobru procjenu uzdužnog protoka. Vidljivo je da na uzdužnom presjeku relativno dobro prati eksperimentalna mjerenja. Slično kao i kod Dreesovog modela, najveća odudaranja od eksperimentalnih podataka nalaze se oko glavčine rotora, no valja imati na umu činjenicu da nijedan od navedenih modela protoka ne uzima u obzir utjecaj glavčine na sliku strujanja, dok je eksperiment [9] proveden na modelu helikoptera sa potpuno artikuliranim rotorom.

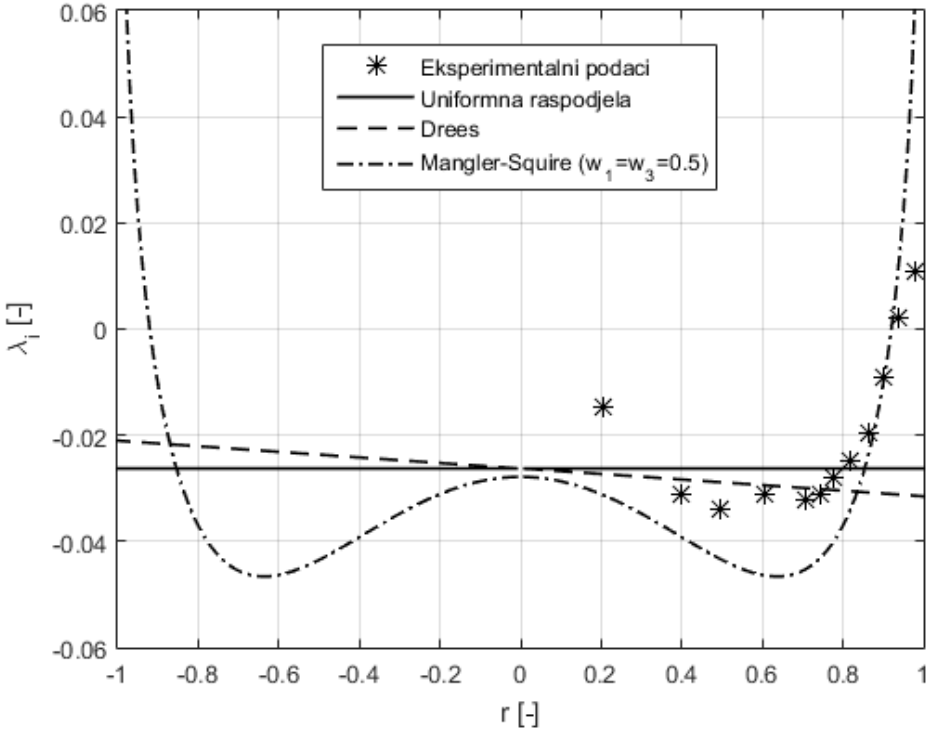
Na slikama (3.12)-(3.17) je dana grafička usporedba različitih modela protoka. Slike (3.12), (3.14) i (3.16) prikazuju protok po uzdužnom presjeku rotora, a slike (3.13), (3.15) i (3.17) po poprečnom presjeku. Kako bi usporedba bila valjana, modeli su primjenjeni na rotor iz [2]: C_T = 0.008, α_r = -3°. Eksperimentalni podaci za μ = 0.15 su prikazani samo za desnu zato što mjerenja za ψ = 270° nisu izvršena u tom eksperimentu. Vidljivo je da model Manglera i Squirea daje relativno dobre rezultate u poprečnom presjeku u blizini glavčine rotora, no ponovno se ne smije zanemariti utjecaj glavčine rotora na sliku strujanja. Dreesov model i

uniformna raspodjela relativno dobro opisuju protok na srednjem dijelu lopatice, no uz glavčinu rotora i na vrhu kraka se, kao i kod uzdužnog presjeka, javljaju znatnije razlike u odnosu na eksperimentalna mjerenja. Rezultati kombiniranog model Manglera i Squirea se podudaraju sa eksperimentalnim mjerenjima na vrhu kraka, ali po ostatku kraka prate mjerenja sa određenom greškom. Uočljivo je da je ponašanje te krivulje slično ponašanju podataka iz eksperimentalnog mjerenja pa se može zaključiti da bi uz određene preinake u jednadžbama (2.3) i (3.3) rezultati kombinirane Mangler-Squire metode mogli biti zadovoljavajući po cijeloj duljini kraka.

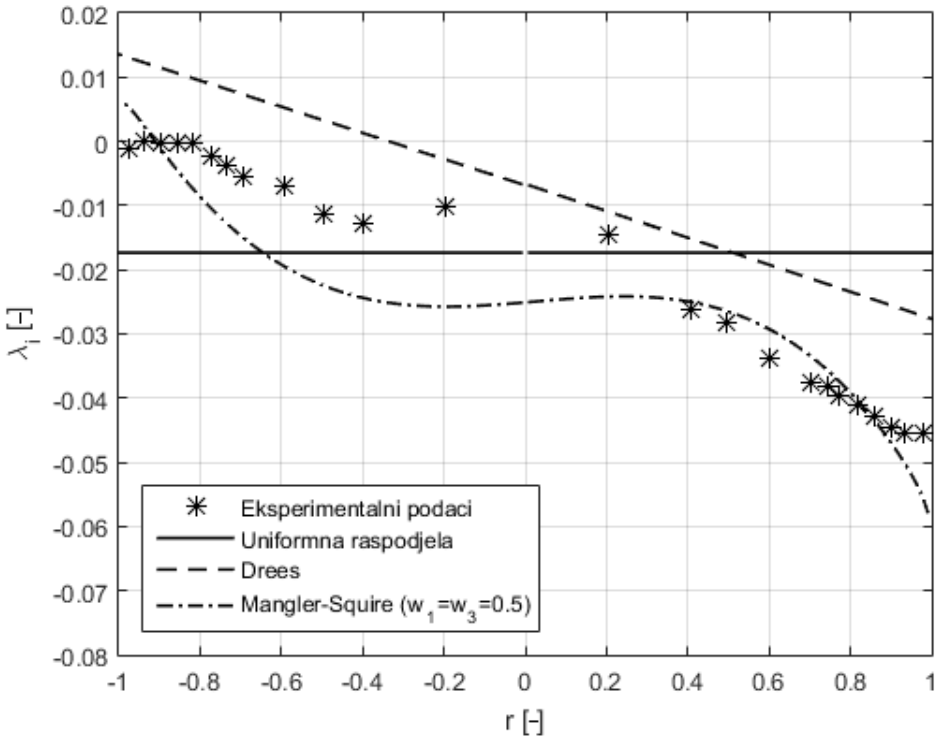
Na slikama (3.18)-(3.20) su prikazane raspodjele koeficijenta inducirane brzine po teoriji Manglera i Squirea za sva 3 slučaja koeficijenta napredovanja u 3 dimenzije.



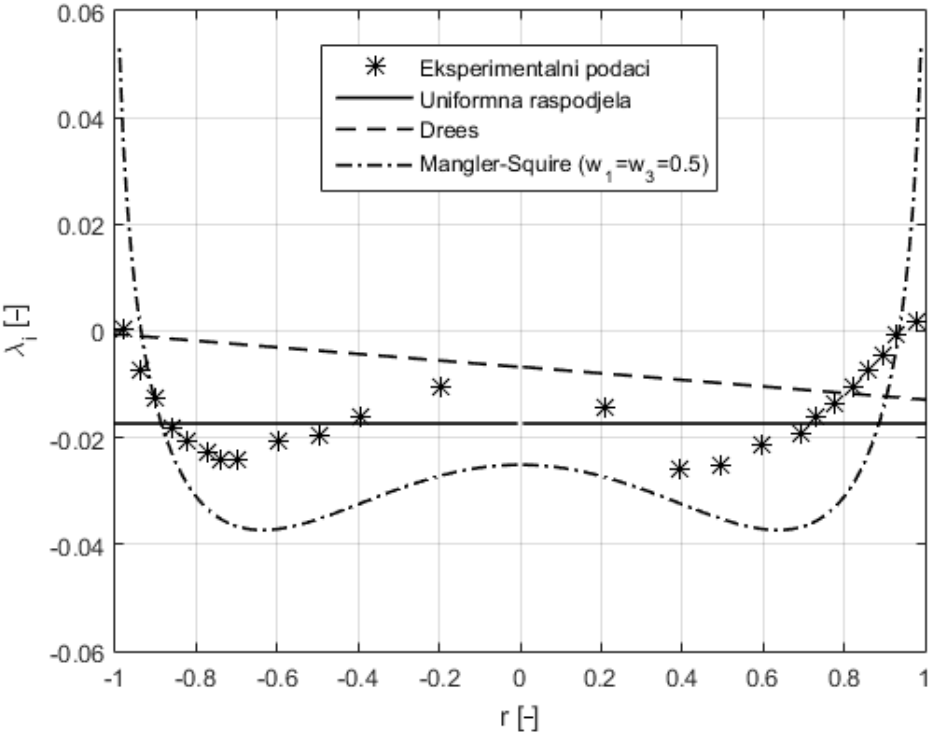
Slika 3.12 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.15 (uzdužni presjek)



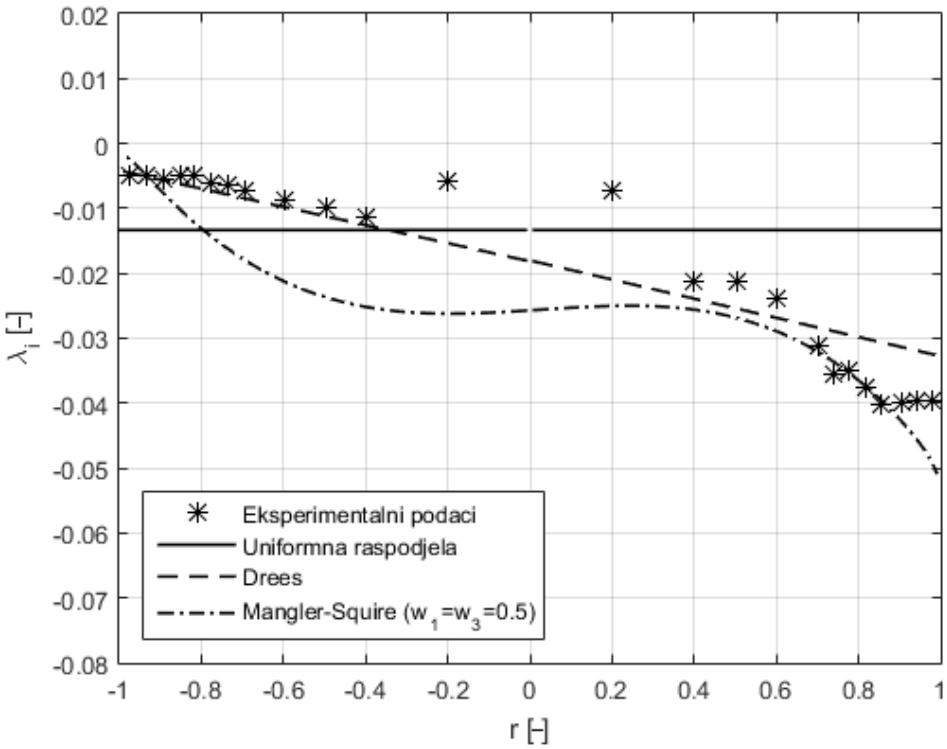
Slika 3.13 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.15 (poprečni presjek)



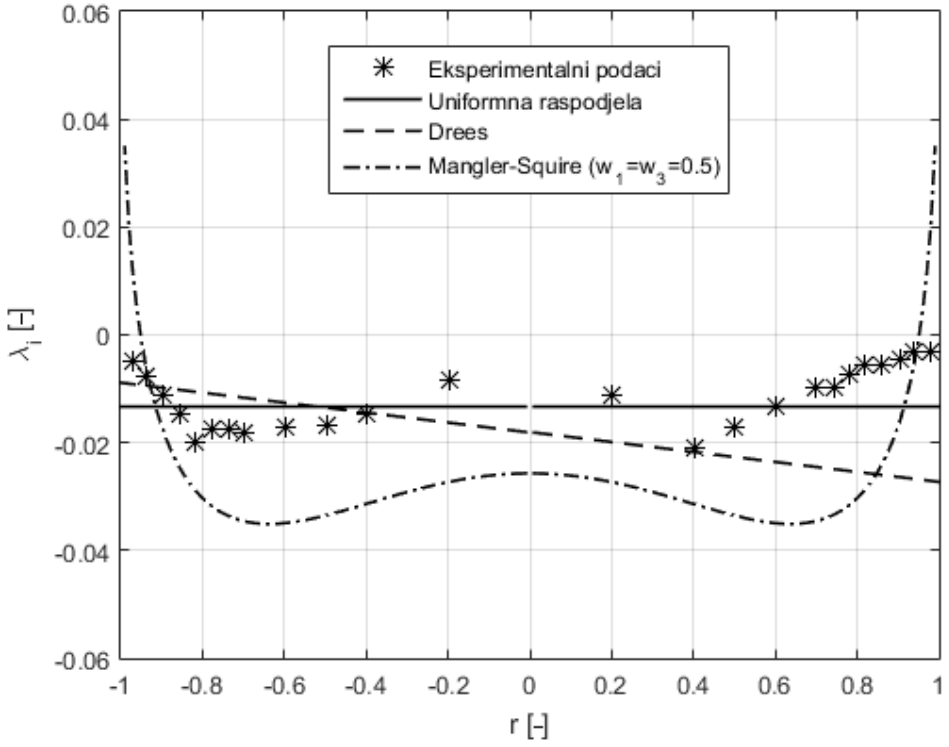
Slika 3.14 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.23 (uzdužni presjek)



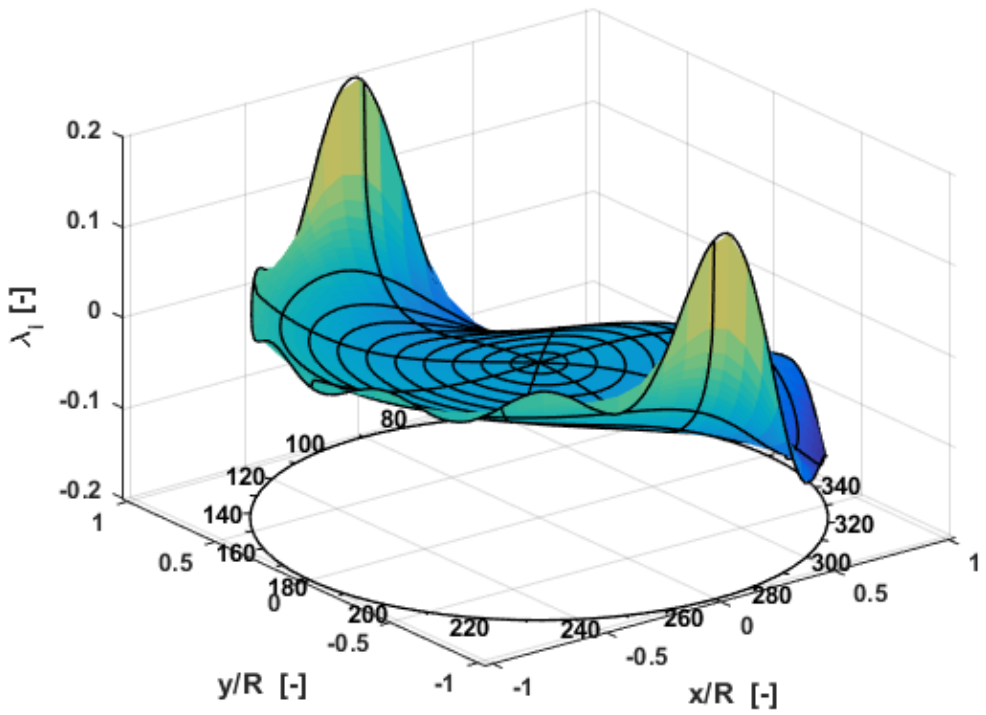
Slika 3.15 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.23 (poprečni presjek)



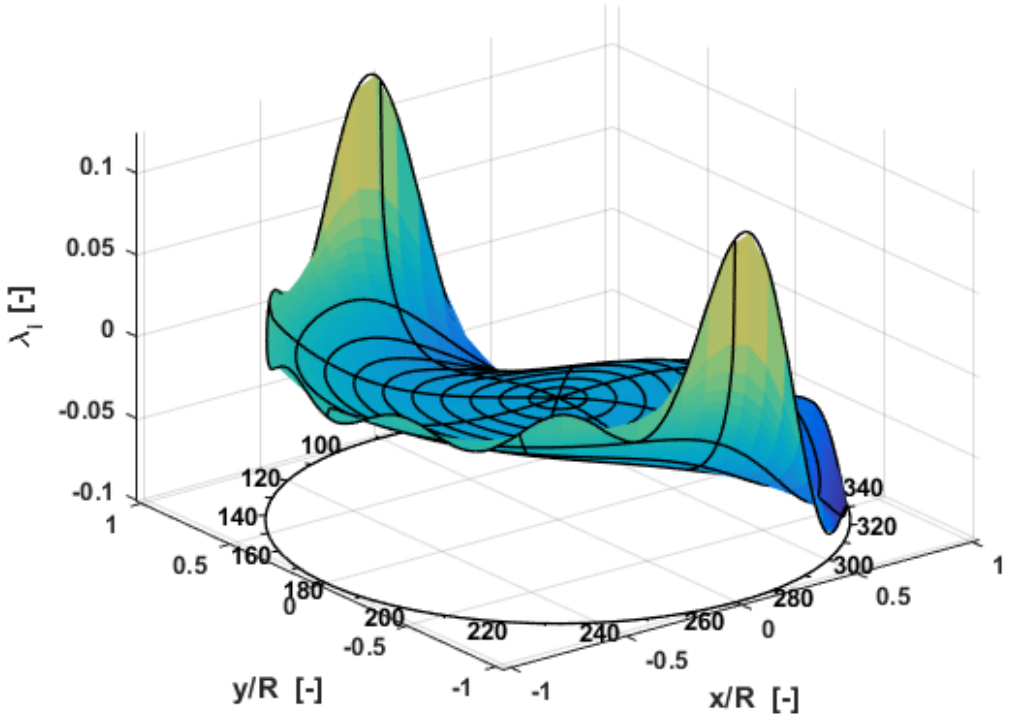
Slika 3.16 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.30 (uzdužni presjek)



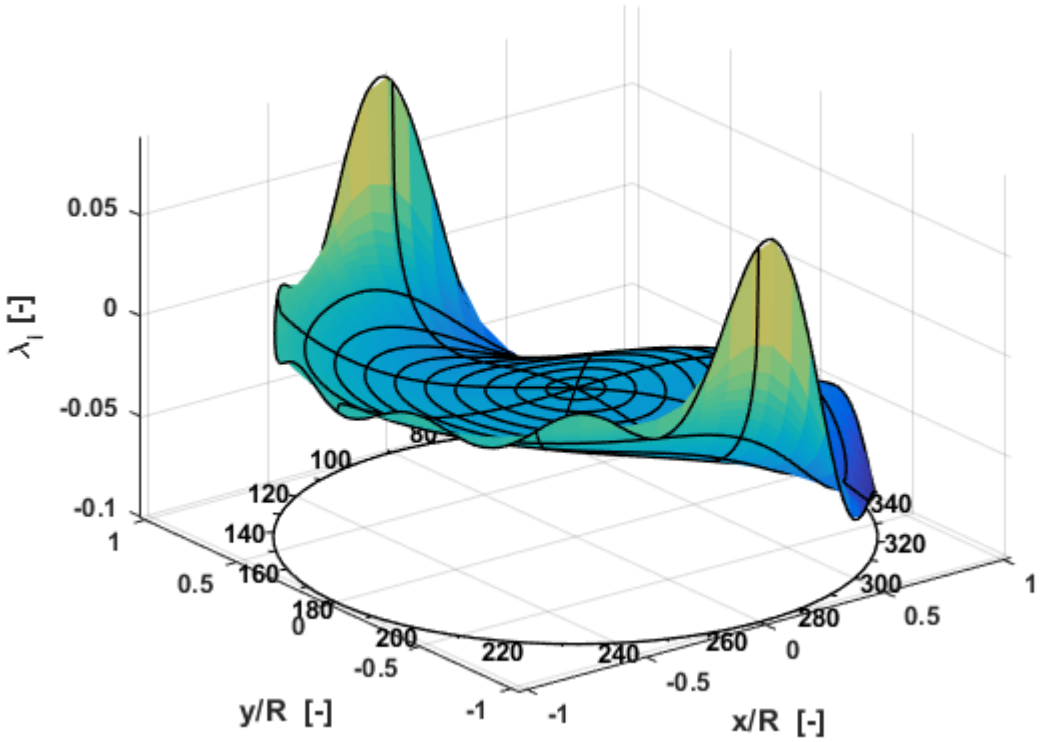
Slika 3.17 Usporedba različitih modela protoka za μ=0.30 (poprečni presjek)



Slika 3.18 3D prikaz koeficijenta inducirane brzine za μ = 0.15



Slika 3.19 3D prikaz koeficijenta inducirane brzine za μ = 0.23



Slika 3.20 3D prikaz koeficijenta inducirane brzine za μ = 0.30

4. Teorija elementarnog kraka

Teorija elementarnog kraka (eng. *Blade Element Theory*) je metoda analiziranja performansi rotora i detaljno je opisana u [12]. Osnovna ideja teorije elementarnog kraka je podjela svih krakova rotora na manje segmente. Koristeći poznate podatke o rotoru (brzina vrtnje rotora te geometrija lopatica), računaju se aerodinamičke karakteristike svakog segmenta te se na kraju sumiraju kako bi se dobile aerodinamičke karakteristike cijelog rotora. Analiza performansi rotora u lebdenju (i vertikalnom penjanju, odnosno spuštanju) se djelomično razlikuje od analize u napredujućem letu, ali osnovni principi su isti.

Sve aerodinamičke karakteristike se računaju za točku na sredini segmenta. Dakle, y predstavlja udaljenost od osi rotacije do sredine svakog segmenta.

4.1. Teorija elementarnog kraka u lebdenju i vertikalnom letu

Brzina zraka kroz rotor u lebdenju i vertikalnom letu na udaljenosti y od osi rotacije ima 3 komponente brzine (slika (4.1)):

- okomitu na disk rotora $U_P = V_C + v_i$ zbog brzine penjanja V_C i inducirane brzine v_i te,
- paralelnu sa diskom rotora u smjeru vrtnje $U_T = \Omega\, y$ zbog brzine rotacije krakova,
- paralelnu sa diskom rotora od korijena prema vrhu U_R.

Radijalna brzina U_R se u ovom radu ne razmatra jer nema doprinosa u analizi protoka zraka kroz rotor. Ukupna brzina protoka na udaljenosti y iznosi

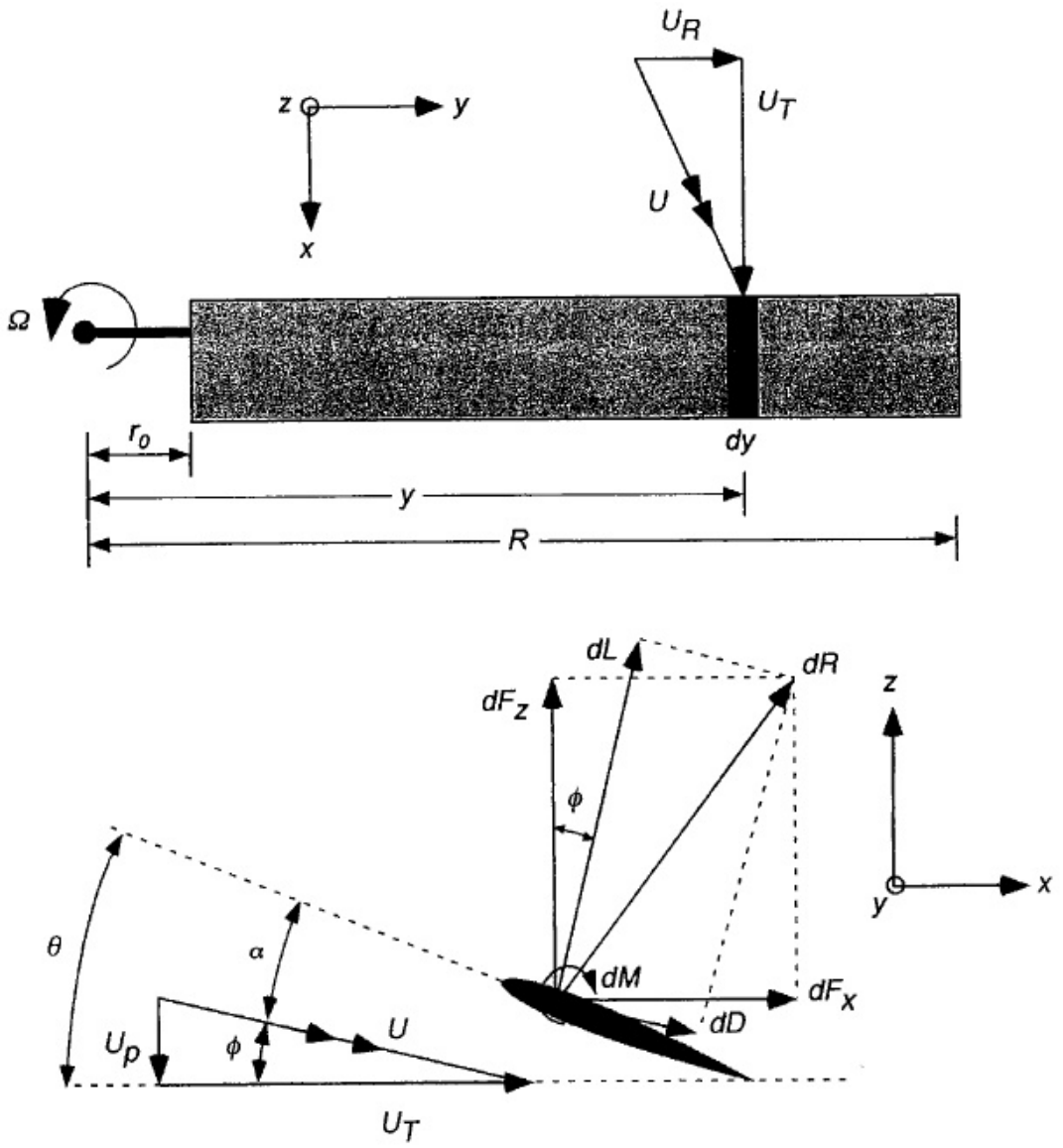
$$U = \sqrt{U_T^2 + U_P^2}\,. \tag{4.1}$$

Inducirani napadni kut Φ iznosi

$$\Phi = tan^{-1}\left(\frac{U_P}{U_T}\right) \approx \frac{U_P}{U_T} \quad \text{(za male kuteve).} \tag{4.2}$$

Budući da je θ postavni kut na zadanom segmentu, ukupni napadni kut iznosi

$$\alpha = \theta - \Phi = \theta - \frac{U_P}{U_T}. \tag{4.3}$$



Slika 4.1 Sile i kutevi helikopterskog kraka [2]

Rezultantni inkrementalni uzgon i otpor segmenta jednaki su

$$dL = \frac{1}{2}\rho\, U^2 c C_l dy, \tag{4.4}$$

$$dD = \frac{1}{2}\rho\, U^2 c C_d dy, \tag{4.5}$$

gdje su C_l i C_d koeficijenti uzgona i otpora promatranog segmenta za zadani aeroprofil, a c je duljina tetive aeroprofila na udaljenosti y od osi rotacije. Sila uzgona je okomita na smjer nastrujavanja zraka na lopatice, a sila otpora je paralelna s njim. Performanse rotora moraju se računati u koordinatnom sustavu letjelice koji možemo definirati diskom rotora. Stoga sve sile treba svesti na taj koordinatni sustav (slika (4.1)):

$$dF_z = dL\, cos\Phi - dD\, sin\Phi, \tag{4.6}$$

$$dF_x = dL\, sin\Phi + dD\, cos\Phi. \tag{4.7}$$

Ako N_b predstavlja broj lopatica rotora, inkrementalni doprinosi potisku, okretnom momentu i snazi rotora jednaki su

$$dT = N_b dF_z, \qquad dQ = N_b dF_x y, \qquad dP = N_b dF_x \Omega y. \tag{4.8}$$

Uvrštavajući jednadžbe (4.6) i (4.7) u jednadžbu (4.8) dobije se

$$\begin{aligned} dT &= N_b(dL\, cos\Phi - dD\, sin\Phi), \\ dQ &= N_b(dL\, sin\Phi + dD\, cos\Phi)y, \\ dP &= N_b(dL\, sin\Phi + dD\, cos\Phi)\Omega y. \end{aligned} \tag{4.9}$$

Jednadžbe (4.9) mogu se pojednostaviti uvodeći sljedeće pretpostavke:

1. komponenta brzine okomita na disk rotora (U_P) je mnogo manja od komponente brzine paralelne sa diskom (U_T) pa vrijedi $U = \sqrt{(U_P^2 + U_T^2)} \approx U_T$; navedena pretpostavka je valjana po čitavom rotoru osim uz korijen lopatice, ali tamo su aerodinamičke sile ionako zanemarive,

2. inducirani napadni kut je relativno male vrijednosti pa vrijedi: $\Phi = U_P/U_T$, $sin\ \Phi = \Phi$, $cos\ \Phi = 1$,

3. otpor D je barem jedan red veličine manji od uzgona pa je član $dD\ sin\ \Phi$ (odnosno $dD\ \Phi$) zanemariv.

Uvevši navedene pretpostavke, jednadžbe (4.8) mogu se preoblikovati u

$$\begin{aligned} dT &= N_b dL, \\ dQ &= N_b(\Phi dL + dD)y, \\ dP &= N_b(\Phi dL + dD)\Omega y. \end{aligned} \tag{4.10}$$

Koeficijent inducirane brzine definiran je jednadžbom

$$\lambda = \frac{V_C + v_i}{\Omega R} = \frac{V_C + v_i}{\Omega y}\left(\frac{\Omega y}{\Omega R}\right) = \frac{U_P}{U_T}\left(\frac{y}{R}\right) = \Phi r. \tag{4.11}$$

Koeficijent ispunjenosti rotora:

$$\sigma = \frac{A_b}{A} = \frac{N_b c R}{\pi R^2} = \frac{N_b c}{\pi R}, \tag{4.12}$$

gdje je A_b površina lopatica rotora, a A površina diska. Sada se inkrementalni doprinos koeficijentu potiska može zapisati na sljedeći način:

$$\begin{aligned} dC_T &= \frac{dT}{\rho A(\Omega R)^2} = \frac{N_b dL}{\rho A(\Omega R)^2} = \frac{N_b\left(\frac{1}{2}\rho U_T^2 c C_l dy\right)}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2} = \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{N_b c}{\pi R}\right) C_l \left(\frac{y}{R}\right)^2 d\left(\frac{y}{R}\right) = \frac{1}{2}\sigma C_l r^2 dr. \end{aligned} \tag{4.13}$$

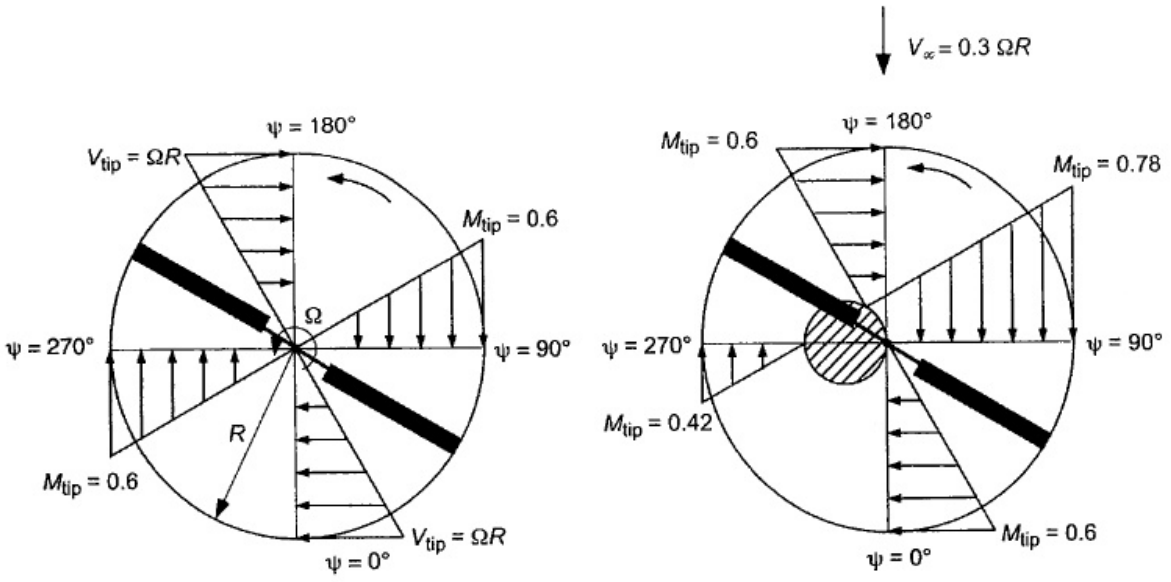
Inkrementalni doprinos okretnom momentu i snazi jednak je

$$dC_Q \equiv dC_P = \frac{dQ}{\rho A(\Omega R)^2\, R} = \frac{N_b(\Phi dL + dD)y}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2\, R} = \frac{1}{2}\sigma(\Phi C_l + C_d)r^3 dr. \tag{4.14}$$

Jednadžbe (4.13) i (4.14) su dvije osnovne jednadžbe teorije elementarnog kraka. One predstavljaju doprinose jednog segmeta kraka ukupnom potisku, okretnom momentu i snazi. Njihovom sumacijom po kraku, od korijenskog do vršnog radijusa, dobivaju se ukupni potisak, okretni moment i snaga promatranog rotora.

4.2. Teorija elementarnog kraka u napredujućem letu

Strujanje zraka kroz i oko rotora u napredujućem letu se razlikuje od strujanja zraka kroz rotor u lebdenju i vertikalnom letu. Sliku strujanja zraka kroz rotor u napredujućem letu dodatno je narušena strujom zraka koja nailazi na rotor brzinom napredovanja rotora, odnosno helikoptera, slika (4.2). Takvu sliku strujanja je vrlo teško modelirati zato što se u njoj javljaju razne komplikacije u strujanju kao što su djelomični gubitak uzgona, mahanje lopatica i područje suprotnog strujanja zraka (označeno šrafiranim krugom na slici (4.2) desno).



Slika 4.2 Usporedba brzina na rotoru u lebdenju (lijevo) i u napredujućem letu (desno)

Sve pretpostavke uvedene u teoriji elementarnog kraka za slučaj vertikalnog leta vrijede i ovdje, kao i jednadžbe (4.1)-(4.5) s time da se inkrementalni koeficijent uzgona u napredujućem letu zapisuje na sljedeći način:

$$dL = \frac{1}{2}\rho\, U^2 c C_l dy = \frac{1}{2}\rho {U_T}^2 c C_{l\alpha}(\theta - \Phi) dy = \frac{1}{2}\rho {U_T}^2 c C_{l\alpha}\left(\theta - \frac{U_P}{U_T}\right) dy$$
$$= \frac{1}{2}\rho c C_{l\alpha}(\theta U_T^2 - U_P U_T) dy\,. \tag{4.15}$$

Slijedom takvog zapisa, inkrementalne sile okomito na disk i paralelno sa diskom jednake su:

$$dF_z = dL\, cos\Phi - dD\, sin\Phi \approx dL = \frac{1}{2}\rho c C_{l\alpha}(\theta U_T^2 - U_P U_T) dy\,, \tag{4.16}$$

$$dF_x = dL\, sin\Phi + dD\, cos\Phi \approx \Phi dL + dD$$
$$= \frac{1}{2}\rho c C_{l\alpha}\left(\theta U_P U_T - U_P^2 + \frac{C_d}{C_{l\alpha}} U_T^2\right) dy. \tag{4.17}$$

Glavna razlika između teorije elementarnog kraka u napredujućem letu i u vertikalnom letu je u definiciji brzina. Komponenta brzine u ravnini diska (U_T) slična je kao u slučaju lebdenja sa dodatkom člana zbog dodatne brzine niz strujanje. Komponenta brzine okomita na disk (U_P) sastoji se od tri člana. Prvi član potječe od inducirane brzine, kao i u slučaju lebdenja. Druga dva člana su rezultat mahanja lopatica. Prvi od ta dva člana javlja se zbog brzine mahanja oko zgloba mahanja, a drugi član se javlja zbog pomaka kraka uslijed mahanja. Radijalna brzina (U_R) se ne razmatra u ovom radu jer nema nikakvog utjecaja na sliku strujanja. Dakle, dvije razmatrane komponente brzine su:

$$U_T(y, \Psi) = \Omega y + V_\infty sin\Psi = \Omega y + \mu\Omega R\, sin\, \Psi, \tag{4.18}$$

$$U_P(y, \Psi) = (\lambda_C + \lambda_i)\Omega R + y\dot{\beta}(\Psi) + \mu\Omega\beta(\Psi) cos\Psi. \tag{4.19}$$

5. Implementacija modela protoka i analiza rezultata

U ovom će se poglavlju objasniti način na koji je izvršena implementacija modela protoka Mangler-Squire u teoriju elementarnog kraka. Također, prikazat će se rezultati implementacije u usporedbi s modelom protoka po Dreesu i sa eksperimentalnim mjerenjima.

5.1. Implementacija modela Mangler-Squire u teoriju elementarnog kraka

Implementacija modela protoka po Mangleru i Squireu u teoriju elementarnog kraka izvršena je u programskom paketu *Matlab*. Konstruirana je *Matlab* funkcija kojoj su ulazni podaci: koeficijent potiska rotora C_T, koeficijent napredovanja μ i napadni kut diska α_r, a kao izlaz daje raspodjelu koeficijenta inducirane brzine prema teoriji Mangler-Squire λ_i po rotoru. Postojeća *Matlab* skripta izrađena prema [13] analizira performanse rotora prema teoriji elementarnog kraka sa Dreesovim modelom protoka. Za potrebe ovog rada, ta je *Matlab* skripta modificirana tako da je zamijenjen Dreesov model protoka Mangler-Squire modelom. *Matlab* funkcija za Mangler-Squire model je prilagođena implementaciji u skriptu na način da su ulazni podaci u funkciju reducirani na osnovne (C_T, μ i α_r), a izlazni podaci su jednaki kao i u slučaju funkcije po Dreesovom modelu.

Najveći problem implementacije modela Manglera i Squirea u teoriju elementarnog kraka bio je u adaptaciji ulaznih podataka. Naime, jedan od ciljeva analize teorijom elementarnog kraka jest koeficijent potiska u napredujućem letu, a model Manglera i Squirea to zahtjeva kao ulazni podatak i on je nepoznat na početku analize. Ono što često jest poznato je koeficijent potiska u lebdenju C_{Th}. Stoga je praksa na početku analize koristiti koeficijent potiska u lebdenju. U kasnijim fazama analize se može vratiti na izračun koeficijenta protoka pomoću točnijih podataka o koeficijentu potiska u napredujućem letu pa se cijeli izračun ponoviti sa manjom greškom. Na taj se način može stvoriti petlja koja će računati performanse rotora do onog trenutka kad odstupanje postane dovoljno malo da se zanemari.

Iskustveno je dokazano da je proračun snage i okretnog momenta ovom teorijom poddimenzioniran te je potrebno uvesti korekciju. Ta je korekcija u ovom slučaju uvedena u obliku koeficijenta uz induciranu snagu κ, a koji je prema [2] za horizontalni let jednak $\kappa = 1.2$.

Matlab funkcija koja je konstruirana za potrebe ovog rada nalazi se u prilogu [A].

5.2. Rezultati teorije elementarnog kraka sa modelom protoka prema Mangleru i Squireu

Predmet ove analize je helikopter Aerospatiale SA 330A Puma čiji su podaci dani u tablici (5.2). Isti je helikopter korišten u radovima [13,14]. Na promatranom helikopteru su izvršena mjerenja u letu, a ishod tih mjerenja zapisan je u [15]. U ovom će poglavlju biti uspoređena mjerenja iz [15] sa rezultatima teorije elementarnog kraka sa Dreesovim modelom i sa modelom Mangler-Squire. Na taj će se način lakše vidjeti daje li model Mangler-Squire bolje rezultate od Dreesovog modela. Također, moći će se vidjeti daje li modela Manglera i Squirea zadovoljavajuće rezultate u odnosu na mjerenja u letu. Sva mjerenja i proračuni izvršeni su pri sljedećim uvjetima leta:

- nominalni potisak u lebdenju T_h = 52 kN (C_{Th} = 0.0065),
- postavni kut osovine rotora (nagnut prema naprijed) i_m = -5°,
- brzina vrtnje rotora Ω = 113.1 rad/s,
- kut uvijanja lopatica θ_{tw} = -8°,
- kut uvijanja u korijenu kraka $\theta_{r=0}$ = 1.87°.

Ostali podaci o uvjetima leta dani su u [15]. Mjerenja su izvršena pri 5 različitih napredujućih brzina i napadnih kuteva diska (tablica (5.1)).

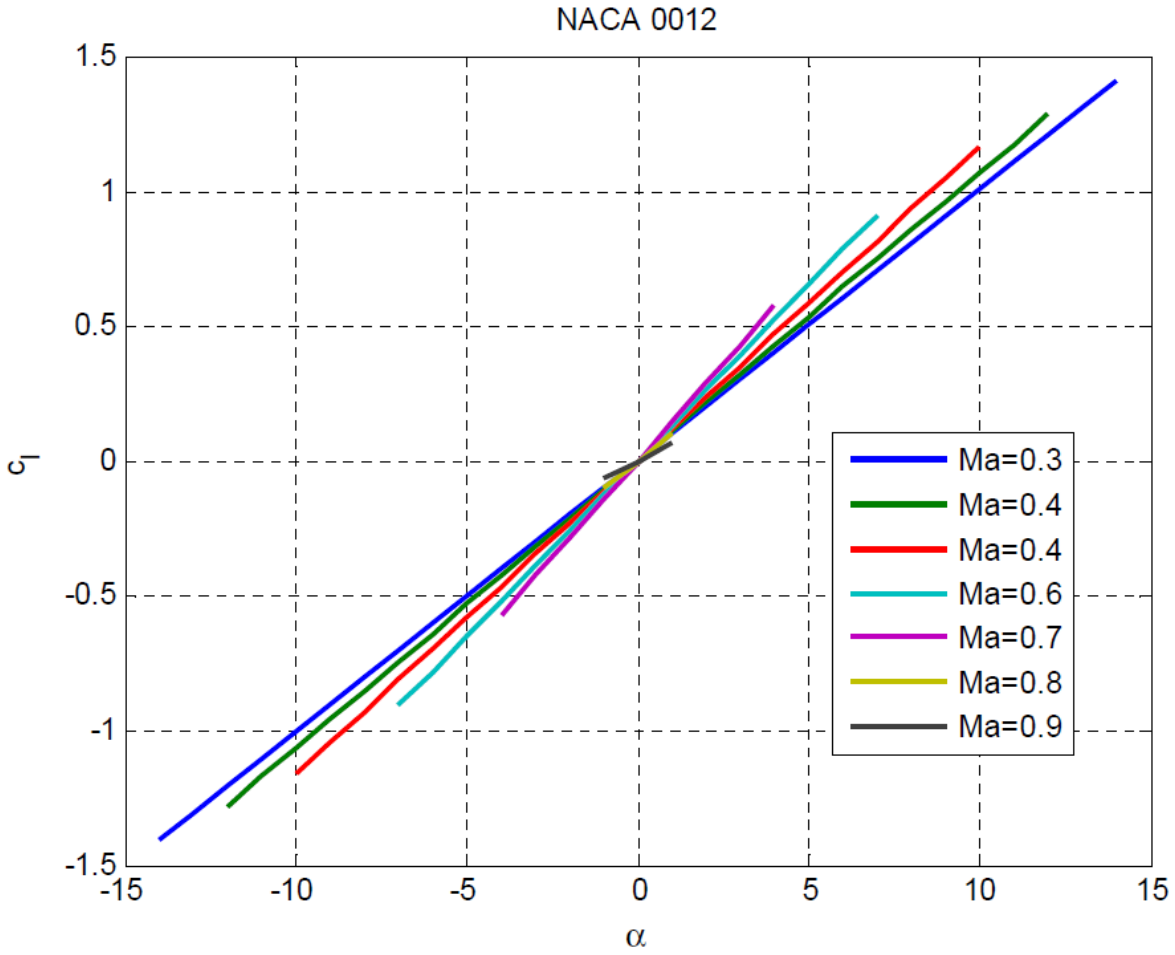
Tablica 5.1 Razmatrani koeficijenti napredovanja i napadni kutevi diska

Koeficijent napredovanja μ	Napadni kut diska α_r [°]
0.0978	-1.1
0.1821	-2.7
0.3074	-5.7
0.3619	-7.4
0.4019	-9.05

Na slici (5.1) i (5.2) prikazane su ovisnosti koeficijenata uzgona i otpora o napadnom kutu za različite Machove brojeve za aeroprofil NACA 0012 koji je korišten u mjerenjima na helikopteru [13].

Tablica 5.2 Podaci o helikopteru Aerospatiale SA 330A Puma [13]

m	masa helikoptera	5805	kg
I_x	moment inercije oko x-osi	9638	kgm^2
I_y	moment inercije oko y-osi	33240	kgm^2
I_z	moment inercije oko z-osi	25889	kgm^2
x_{cg}	udaljenost težišta po x-osi od referentnog ko.os	0.554	m
y_{cg}	udaljenost težišta po y-osi od referentnog ko.os	0	m
z_{cg}	udaljenost težišta po z-osi od referentnog ko.os	1.64	m
	GLAVNI ROTOR		
N	broj krakova glavnog rotora	4	-
R	radijus glavnog rotora	7.5	m
r_0	korjenski odrez kraka	1.75	m
c	tetiva kraka glavnog rotora	0.54	m
A	površina diska	176.7	m^2
σ	koeficijent ispunjenosti	0.0917	-
x_{hp}	udaljenost ravnine diska po x-osi od referentnog ko.os	0.546	m
y_{hp}	udaljenost ravnine diska po y-osi od referentnog ko.os	0	m
z_{hp}	udaljenost ravnine diska po z-osi od referentnog ko.os	3.37	m
i_m	kut nagiba osi vratila (pozitivan prema repu)	-5	°
m_{blade}	masa kraka glavnog rotora	68	kg
I_{blade}	moment inercije kraka glavnog rotora	1280	kgm^2
Ω	brzina vrtnje	113.2	rad/s
K_β	konstanta ekvivalentne opruge	33032	Nm/rad
e	udaljenost zgloba mahanja od osi rotacije	3.8	%R
θ_1	kut linearnog uvijanja kraka	-8	°
δ_3	kut sprege mahanja i uvijanja	-45	°
	REPNI ROTOR		
N_{tr}	broj krakova repnog rotora	5	-
R_{tr}	radijus repnog rotora	1.56	m
c_{tr}	tetiva kraka repnog rotora	0.18	m
Ω_{tr}	brzina vrtnje		
x_{tr}	udaljenost osi vratila po x-osi od referentnog ko.os	-8.928	m
y_{tr}	udaljenost osi vratila po y-osi od referentnog ko.os	0.63	m
z_{tr}	udaljenost osi vratila po z-osi od referentnog ko.os	2.869	m
	FUSELAGE		
F_{0x}	ekvivalentna površina tijela za izračun otpora	1.8	m^2
F_{0y}	ekvivalentna površina s boka	7.9	m^2
F_{0z}	ekvivalentna površina odozgora	5	m^2
	HORIZONTALNI STABILIZATOR		
S_h	površina horizontalnog stabilizatora	1.335	m^2
α_{0h}	postavni napadni kut	-1.5	°
c_{lah}	koeficijent uzgona	4	-
x_{hs}	udaljenost stabilizatora po x-osi od referentnog ko.os	-8.92	m
y_{hs}	udaljenost stabilizatora po y-osi od referentnog ko.os	-1.048	m
z_{hs}	udaljenost stabilizatora po z-osi od referentnog ko.os	2.46	m
	VERTIKALNI REP		
S_v	površina horizontalnog stabilizatora	1.395	m^2
α_{0v}	postavni napadni kut	-1	°
c_{lav}	koeficijent uzgona	4	-
x_{vf}	udaljenost repa po x-osi od referentnog ko.os	-8.563	m
y_{vf}	udaljenost repa po y-osi od referentnog ko.os	0	m

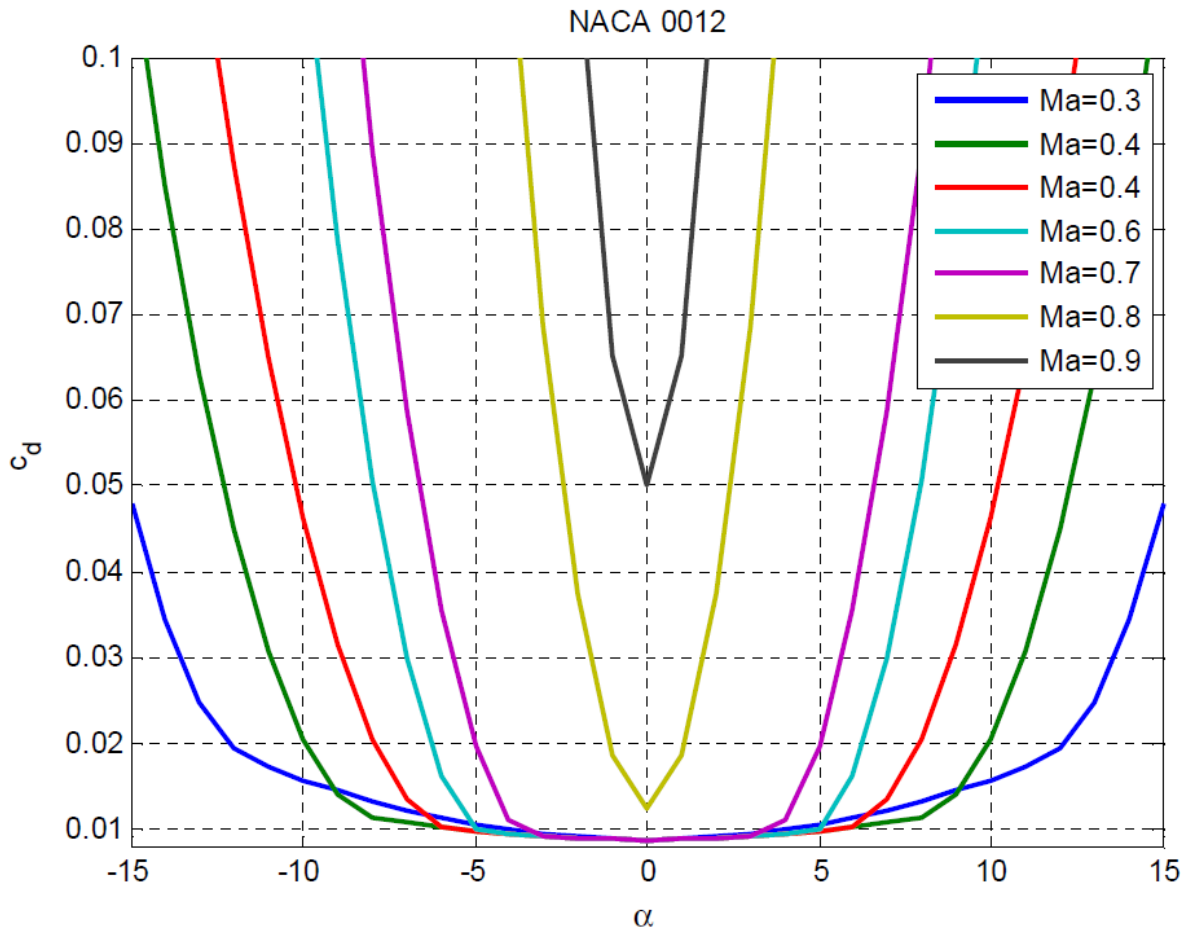


Slika 5.1 Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za različite Machove brojeve za aeroprofil NACA 0012

5.2.1. Raspodjela inducirane brzine

U analizi i usporedbi rezultata korištene su dva modela protoka zraka: Dreesov i Mangler-Squire. Na slikama (5.2)-(5.9) su prikazane raspodjele koeficijenta inducirane brzine za svih 5 koeficijenata napredovanja za promatrani helikopter ($C_T = C_{Th} = 0.0065$) [15].

Na grafovima je vidljivo da je Dreesov model linearan te je samim time jednostavniji za implementaciju u teoriju elementarnog kraka. Model Manglera i Squirea je složeniji u geometriji, ali bolje opisuje eksperimentalna mjerenja što je pokazano na primjeru rotora iz [9].

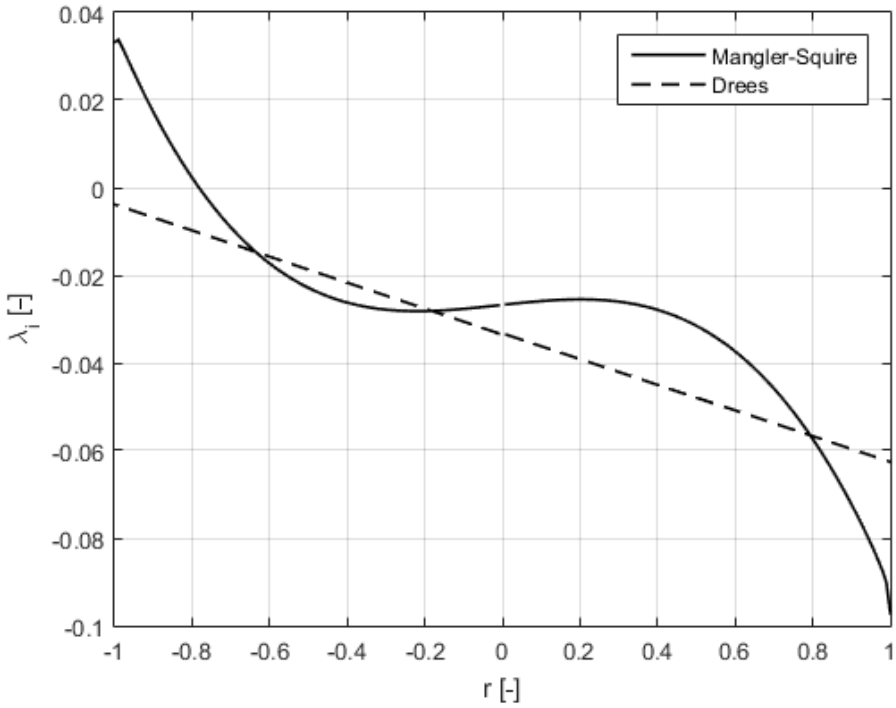


Slika 5.2 Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za različite Machove brojeve za aeroprofil NACA 0012

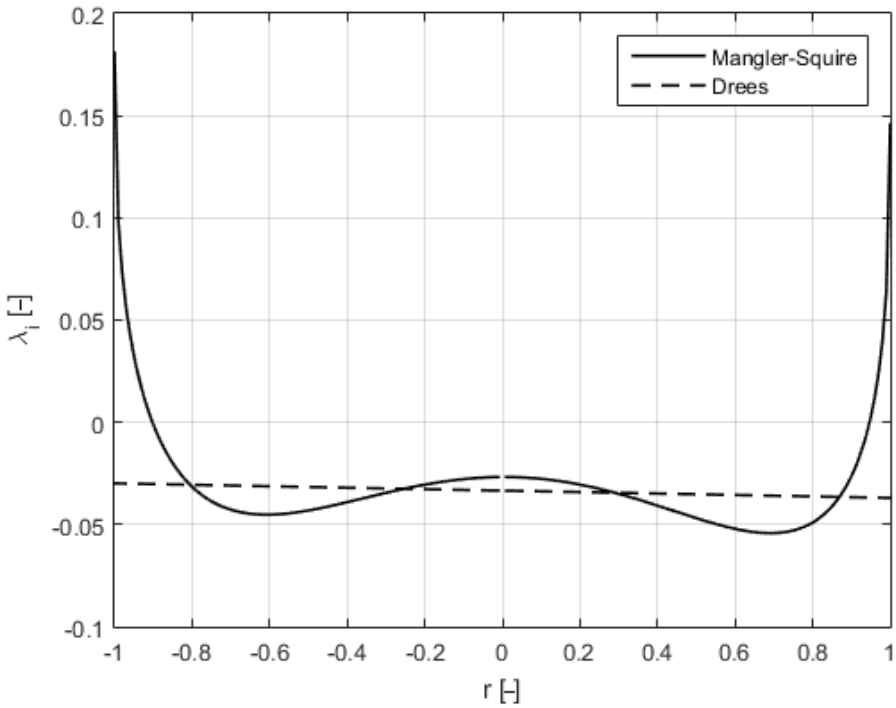
U tablici (5.3) prikazane su ulazne (upravljačke) vrijednosti kuteva za ravnotežni let helikoptera.

Tablica 5.3 Ulazni podaci prema rezultatima mjerenja u letu

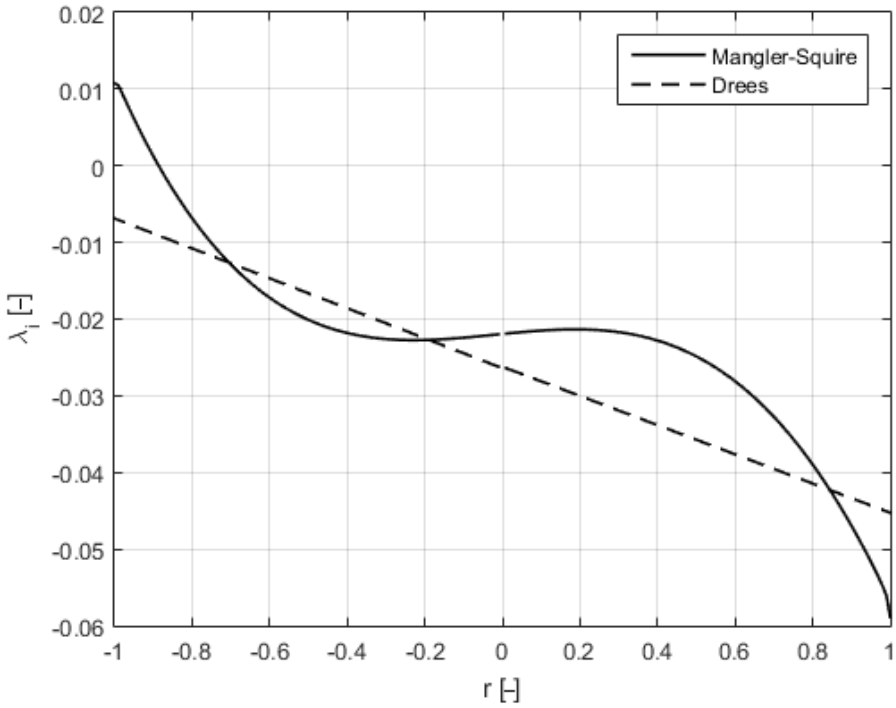
μ	α_s [deg]	β_{1c} [deg]	β_{1s} [deg]	θ_0 [deg]	θ_{1c} [deg]	θ_{1s} [deg]
0.0978	-1.1	-0.223	-0.319	10.35	2.6	-1.21
0.1821	-2.7	-0.732	-0.293	10.56	2.04	-2.14
0.3074	-5.7	0.04	-0.082	13.09	2.03	-5.87
0.3619	-7.4	0.116	0.078	15.61	2.57	-8.15
0.4019	-9.05	0.437	0.222	17.77	3.19	-10.58



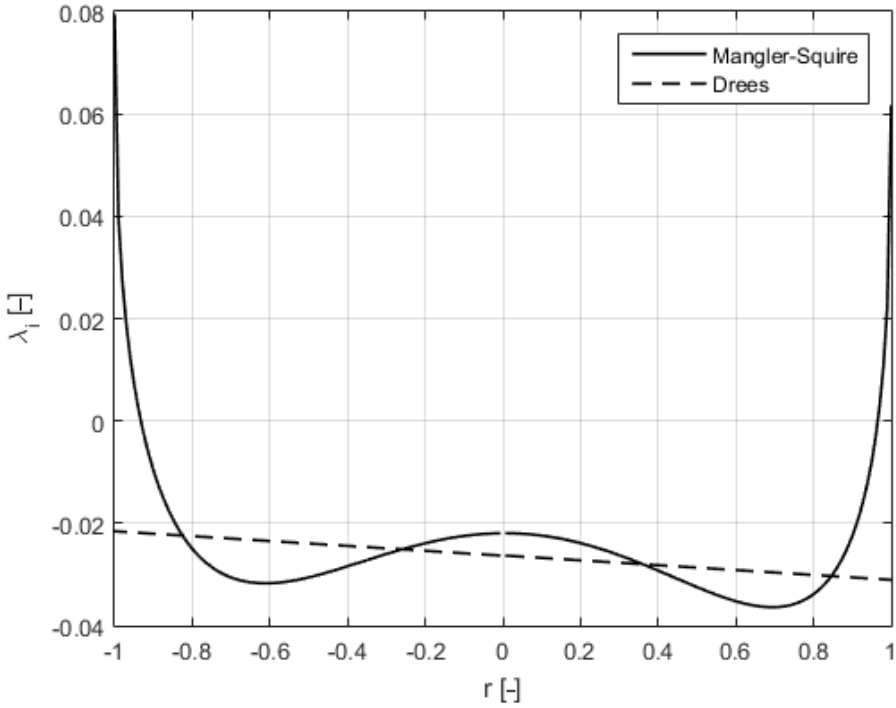
Slika 5.3 Raspodjela inducirane brzine po uzdužnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.0978, α_r = -1.1°)



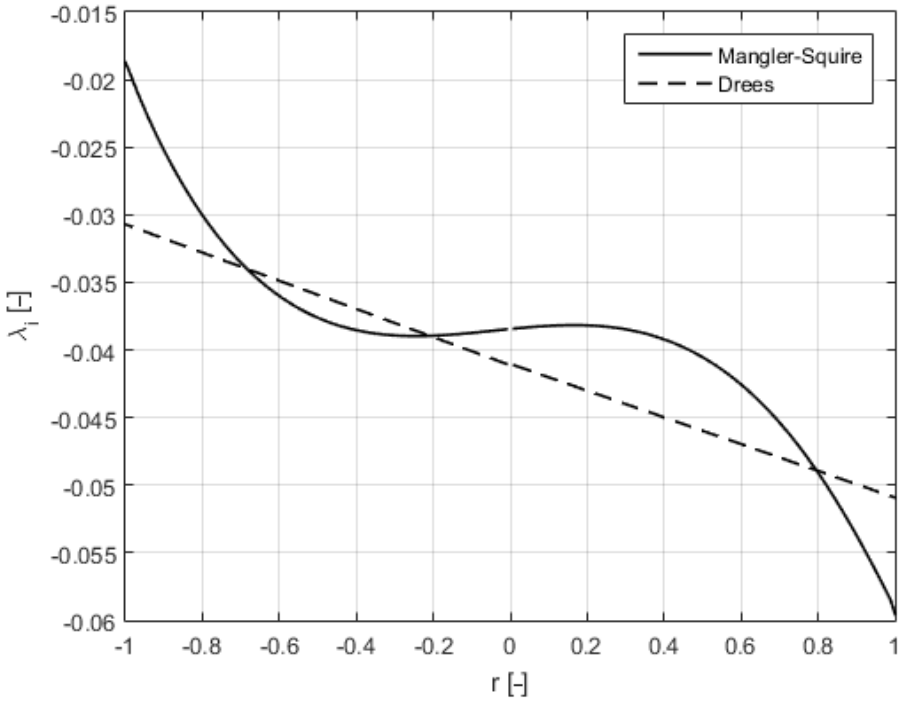
Slika 5.4 Raspodjela inducirane brzine po poprečnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.0978, α_r = -1.1°)



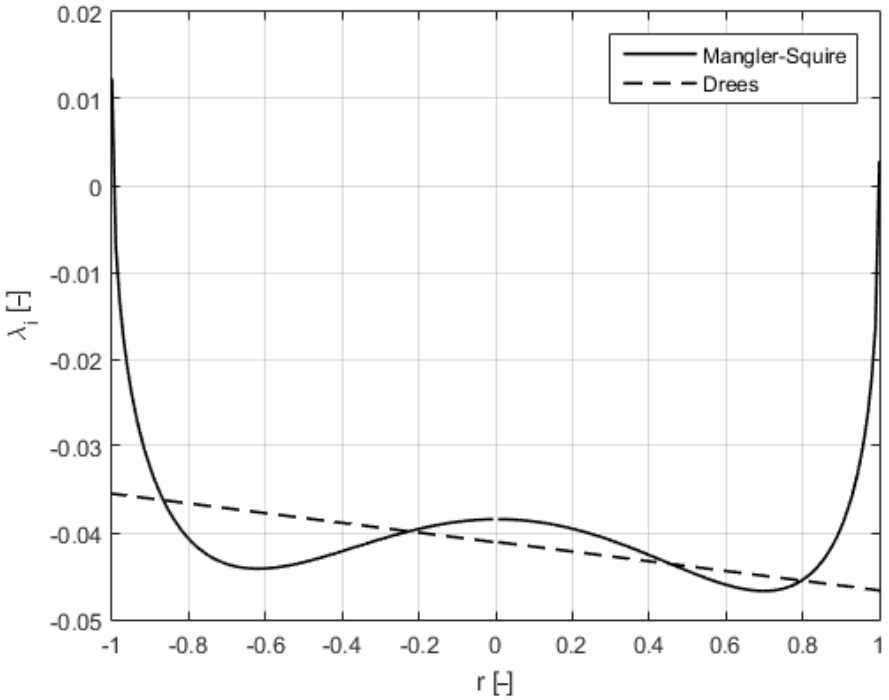
Slika 5.5 Raspodjela inducirane brzine po uzdužnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.1821, α_r = -2.7°)



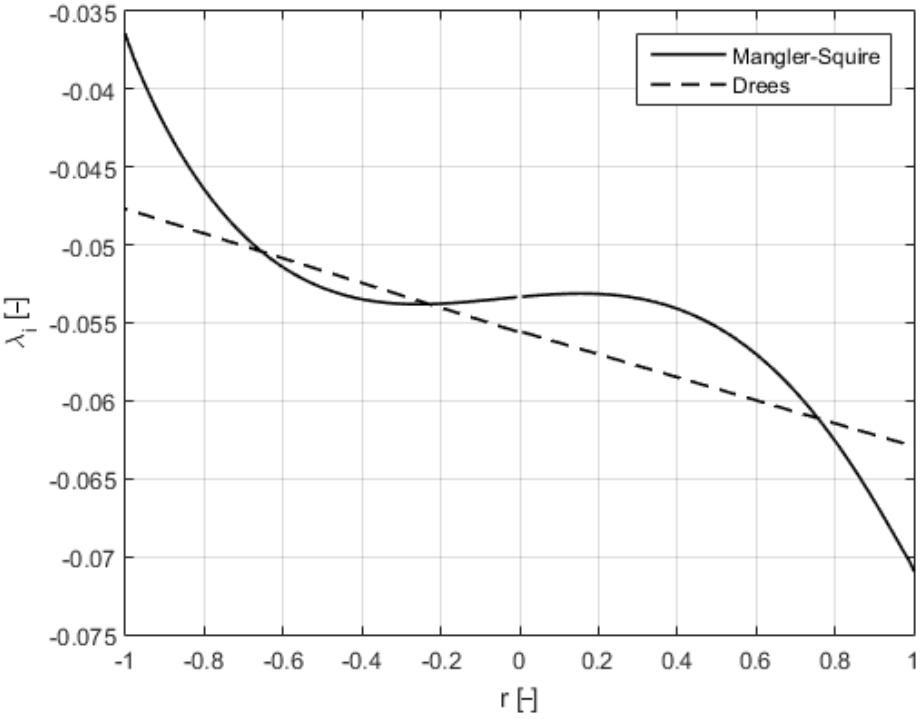
Slika 5.6 Raspodjela inducirane brzine po poprečnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.1821, α_r = -2.7°)



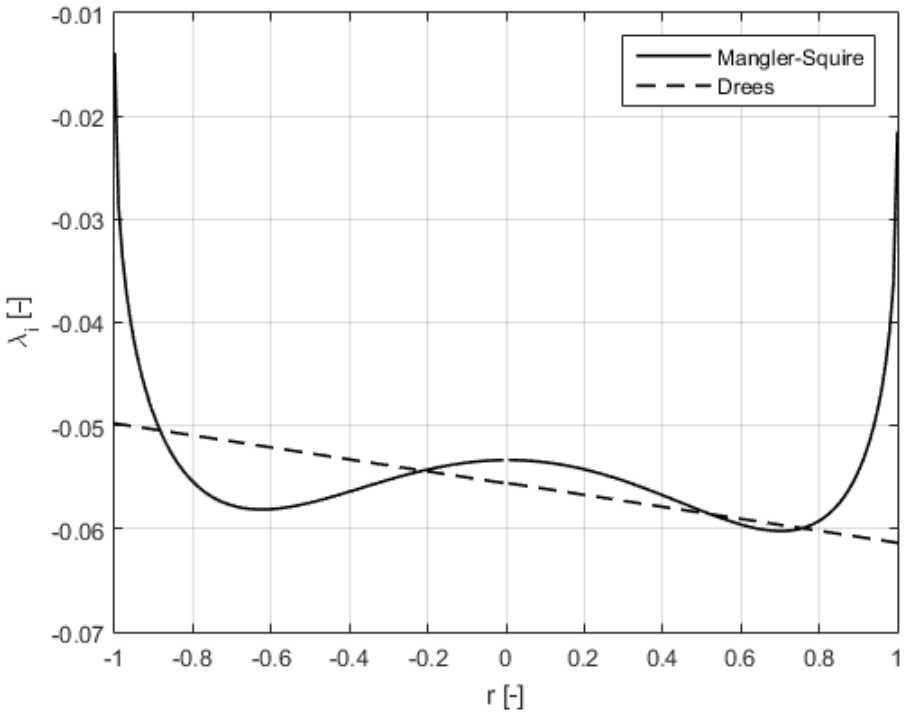
Slika 5.7 Raspodjela inducirane brzine po uzdužnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.3074, α_r = -5.7°)



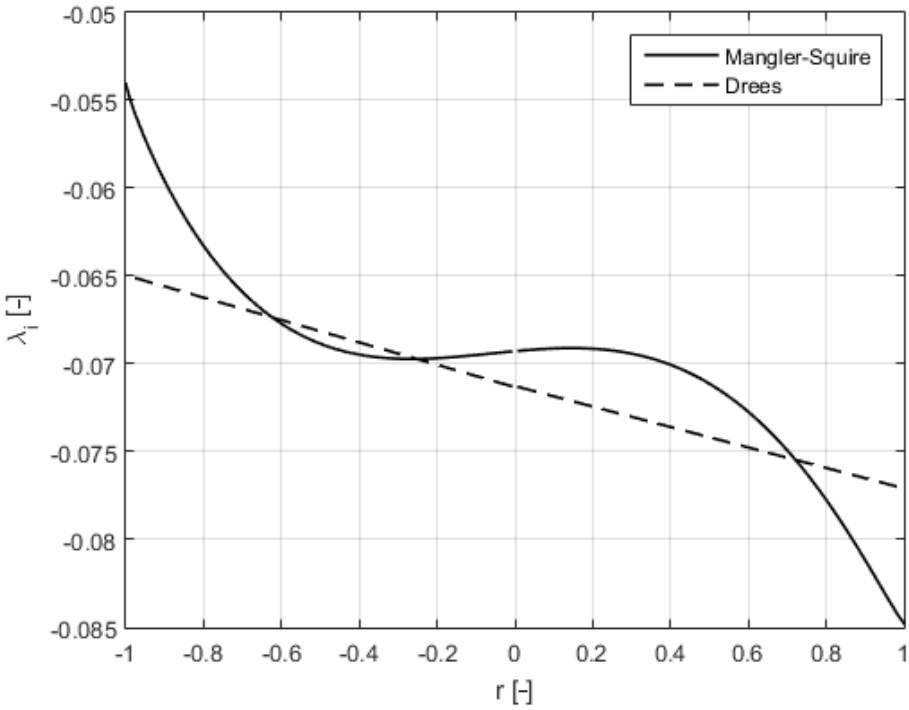
Slika 5.8 Raspodjela inducirane brzine po poprečnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.3074, α_r = -5.7°)



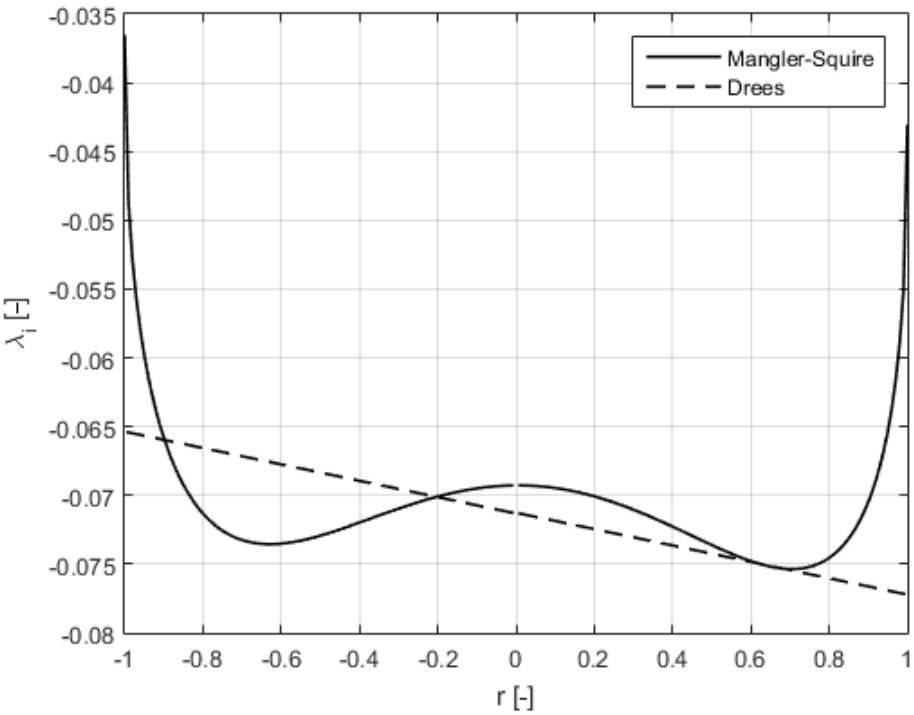
Slika 5.9 Raspodjela inducirane brzine po uzdužnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.3619, α_r = -7.4°)



Slika 5.10 Raspodjela inducirane brzine po poprečnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.3619, α_r = -7.4°)



Slika 5.11 Raspodjela inducirane brzine po uzdužnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.4019, α_r = -9.05°)



Slika 5.12 Raspodjela inducirane brzine po poprečnom presjeku za promatrani helikopter (μ = 0.4019, α_r = -9.05°)

5.2.2. Koeficijent potiska u napredujućem letu

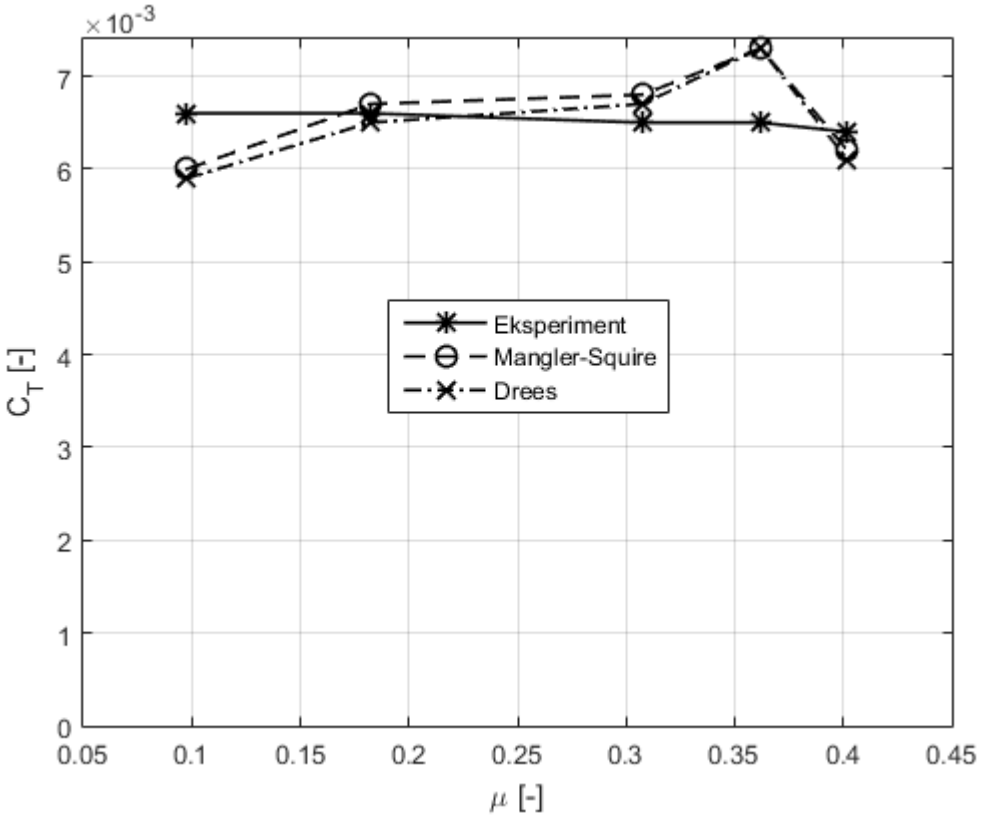
Prvi i glavni razmatrani rezultat analize po teoriji elementarnog kraka je koeficijent potiska u napredujućem letu. Na slici (5.10) prikazani su rezultati analiza sa Dreesovim i sa Mangler-Squire modelom. Uz njih su prikazani i podaci mjerenja u letu. Vidljivo je na slici da teorija elementarnog kraka sa implementiranim modelom Mangler-Squire daje relativno bolje rezultate od Dreesovog modela. Prosječno odstupanje rezultata modela Mangler-Squire od podataka dobivenih mjerenjem u 5 razmatranih slučajeva koeficijenta napredovanja iznosi 6.13 % dok je prosječno odstupanje Dreesovog modela 6.44 % (tablica (5.4)).

Na dijagramu je vidljivo kako oba slučaja teorije elementarnog kraka (sa implementiranim modelom Mangler-Squire i sa implementiranim Dreesovim modelom) daju rezultate koji vrlo dobro prate mjerenja u letu, tj. uočljivo je gotovo konstantno (ne rastuće) odstupanje. Najveće odstupanje dobivenih rezultata od mjerenja za oba modela pojavilo se kod koeficijenta napredovanja μ = 0.3619 i iznosi 12.3% ukupne vrijednosti podatka mjerenja u letu za taj koeficijent napredovanja.

Zaključak ovog poglavlja jest da Mangler-Squire model protoka daje vrlo dobre rezultate za koeficijent potiska rotora, kao i Dreesov model. Iako je Dreesov model jednostavniji, model Manglera i Squirea daje znatno bolju sliku strujanja zraka kroz rotor pa se zaključuje da je Mangler-Squire bolji odabir za analizu performansi rotora od Dreesovog modela.

Tablica 5.4 Odstupanja rezultata pojedinog modela u odnosu na mjerenja u letu za koeficijent potiska

Koeficijent napredovanja μ	Drees ($\cdot 10^{-3}$)		Mangler-Squire ($\cdot 10^{-3}$)	
0.0978	0.7	(10.6 %)	0.6	(9.1 %)
0.1821	0.1	(1.5 %)	0.1	(1.5 %)
0.3074	0.2	(3.1 %)	0.3	(4.6 %)
0.3619	0.8	(12.3 %)	0.8	(12.3 %)
0.4019	0.3	(4.7 %)	0.2	(3.1 %)



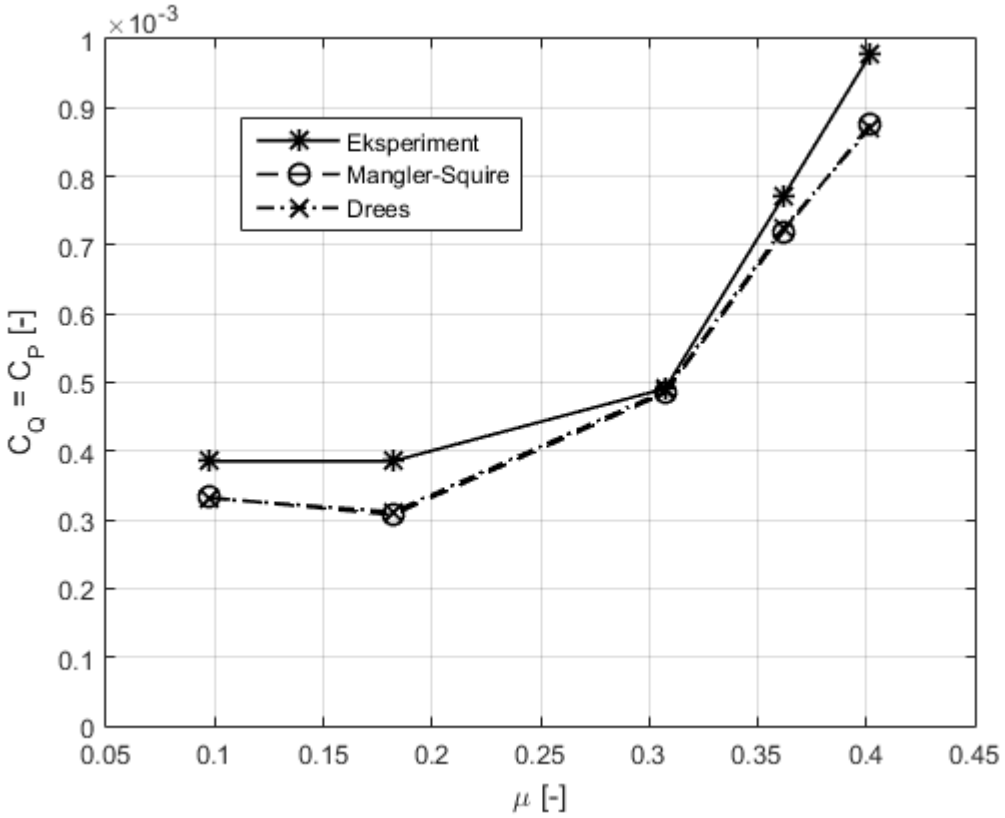
Slika 5.13 Usporedba rezultata analize sa mjerenjima u letu za koeficijent potiska

5.2.3. Koeficijenti snage i okretnog momenta

Koeficijent snage je u analizi performansi rotora istovjetan koeficijentu okretnog momenta rotora pa se stoga razmatraju kao jedna te ista karakteristika. Na slici (5.11) je prikazana usporedba eksperimentalnih mjerenja sa rezultatima dobivenim od pojedine metode. Usporedba pokazuje da je model Mangler-Squire i Dreesov model daju gotovo identične rezultate analize nakon implementacije u teoriju elementarnog kraka. Kao i u slučaju koeficijenta potiska, vidljivo je da oba modela daju rezultate koji vrlo dobro prate kretanje krivulje mjerenja u letu za zadani helikopter. Prosječno odstupanje rezultata modela Mangler-Squire od mjerenja iznosi 10.5 %, a za Dreesov model ono iznosi 10.2 % (tablica (5.5)). Zaključak ovog poglavlja jest da oba modela daju vrlo dobre rezultate za koeficijent potiska i okretnog momenta nakon implementacije u teoriju elementarnog kraka s time da model Mangler-Squire znatno bolje opisuje strujanje zraka kroz rotor.

Tablica 5.5 Odstupanja rezultata pojedinog modela u odnosu na mjerenja u letu za koeficijente snage i okretnog momenta

Koeficijent napredovanja μ	Drees ($\cdot 10^{-3}$)		Mangler-Squire ($\cdot 10^{-3}$)	
0.0978	0.0543	(14 %)	0.0529	(13.7 %)
0.1821	0.0738	(19 %)	0.0785	(20 %)
0.3074	0.0032	(0.7 %)	0.0068	(1.4 %)
0.3619	0.0463	(6 %)	0.0516	(6.7 %)
0.4019	0.1073	(11 %)	0.101	(10 %)



Slika 5.14 Usporedba rezultata analize sa mjerenjima u letu za koeficijent snage i okretnog momenta

6. Zaključak

U radu je analiziran model protoka zraka po Mangleru i Squireu. Takav model protoka zraka moguće je koristiti samo u horizontalnom letu helikoptera i to pri brzinama većim od 10% brzine vrha kraka rotora. S druge strane, model Mangler-Squire ne daje dobre rezultate ni pri brzinama nastrujavanja većim od 50% brzine na vrhu kraka rotora. Razlog tome je što van tih ograničenja ne vrijede pretpostavke na kojima se temelji model. Stoga je u radu analiziran samo horizontalni let helikoptera pri koeficijentima napredovanja $0.1 < \mu < 0.5$.

Model je izveden u programskom paketu *Matlab* radi lakšeg i bržeg proračuna te zbog jednostavnije implementacije u postojeći programsku skriptu za teoriju elementarnog kraka. Funkcija koja je konstruirana za potrebe ovog rada nalazi se u prilogu [A]. Funkcija daje raspodjelu koeficijenta inducirane brzine po radijusu i po azimutnom kutu za zadane ulazne podatke (koeficijent potiska, koeficijent napredovanja i napadni kut diska).

Pokazano je da model Mangler-Squire prilično dobro prati eksperimentalne rezultate dobivene u [9] te da je za taj konkretan slučaj model Manglera i Squirea bolji u opisivanju protoka zraka kroz rotor od drugih, jednostavnijih modela (uniformna raspodjela i Dreesov model). Model Mangler-Squire daje nelinearnu i nesimetričnu sliku strujanja zraka kroz rotor za razliku od Dreesovog modela koji je linearan i simetričan, ali i jednostavniji za implementaciju.

Model Mangler-Squire pretpostavlja dvije osnovne vrste opterećenja rotora: tip 1 i tip 3. Nijedno od ta dva opterećenja zasebno nije dobra pretpostavka za realno opisivanje strujanja kroz rotor. Stoga su Mangler i Squire predložili kombinirani model koji se sastoji od tipa 1 i tipa 3. Svako od tih opterećenja predstavljeno je određenim udjelom u kombiniranom modelu. Analiza je pokazala da najbolje rezultate daje jednaka raspodjela opterećenja (50% tipa 1 i 50% tipa 3). Takav kombinirani model je korišten i u ovom radu.

Model protoka po Mangleru i Squireu matematički je zapisan pomoću Fourierovog reda. Fourierov red može težiti u beskonačnost, tj. može imati beskonačno mnogo članova. Stoga je provedena analiza o utjecaju duljine Fourierovog reda na točnost rješenja modela. Promatrane su 3 točke na rotoru te je praćena konvergencija koeficijenta protoka s povećanjem broja članova Fourierovog reda u tim trima točkama. Pokazano je da rezultat modela u trima promatranim točkama konvergira do svog konačnog rješenja sa maksimalno 8 članova Fourierovog reda. Zbog mogućnosti postojanja točaka na rotoru koje eventualno sporije konvergiraju ka svom konačno rješenju, uzet je 10 kao minimalan potreban broj članova

Fourierovog reda. Na taj se način donekle osigurava točnost rješenja na dijelu rotora koji nije obuhvaćen ovom analizom. U svim analizama u ovom radu je korišteno 10 članova Fourierovog reda.

Bramwell [5] je predložio modifikaciju modela Mangler-Squire. Modifikacija se sastoji od zamjene faktora ($2\ C_T\ /\ \mu$) faktorom ($4\ \lambda_0$) gdje λ_0 predstavlja srednju vrijednost koeficijenta inducirane brzine po kombiniranoj teoriji diska i teorije elementarnog kraka (BEMT). Usporedba rezultata originalnog oblika modela i modificiranog, Bramwellovog oblika pokazala je da Bramwellov prijedog daje gotovo identične rezultate kao originalni oblik modela Manglera i Squirea.

Model Mangler-Squire je implementiran u teoriju elementarnog kraka te uspoređen sa mjerenjima u letu i sa rezultatima teorije elementarnog kraka sa protokom prema Dreesovom modelu. U tu je svrhu korištena postojeća *Matlab* skripta za analizu performansi rotora teorijom elementarnog kraka [13]. U njoj je Dreesov model protoka zamijenjen modelom Mangler-Squire. Analize su provedene na helikopteru čije su performanse praćene u letu. Unatoč činjenici da model Mangler-Squire bolje opisuje strujanje zraka kroz rotor, analize su pokazale da daje gotovo jednake rezultate kao i Dreesov model nakon implementacije u teoriju elementarnog kraka. Uspoređivani su rezultati za koeficijent potiska i koeficijent snage (i okretnog momenta) rotora. Pokazano je da model Mangler-Squire daje zadovoljavajuće rezultate te da je za analizu performansi rotora jednako dobar kao Dreesov model protoka. Osim što je odstupanje rezultata teorije Mangler-Squire relativno manje od odstupanja rezultata Dreesovog modela, usporedba rezultata za protok zraka kroz rotor pokazala je da model Mangler-Squire daje daleko bolju sliku strujanja od Dreesovog modela.

Zaključuje se da je model protoka po Mangleru i Squire bolji za analizu performansi rotora helikoptera. Pokazano je da, osim što bolje opisuje strujanje zraka kroz rotor, daje i relativno bolje rezultate analize performansi nakon implementacije u teoriju elementarnog kraka.

Literatura

[1] Mangler, K. W., Squire, H. B.: *The Induced Velocity Field of a Rotor*, Aeronautical Research Council Reports & Memoranda 2642, London, 1950.

[2] Leishman, J. G.: *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge University press, 2006.

[3] Peters, D. A., Boyd, D. D., He, C. J.: *Finite-State Induced-Flow Model for Rotors in Hover and Forward Flight*, 43rd Annual Forum of the American Helicopter Soc., St. Louis, 1987.

[4] Vrdoljak, M.: *Osnove aerodinamike i mehanike leta – Odabrana predavanja koelgija Helikopteri I*, Zavod za zrakoplovstvo, FSB, Zagreb, 2007.

[5] Bramwell, A. R. S.: *Helicopter Dynamics*, Edward Arnold, London, 1976.

[6] Stepniewski, W. Z., Keys, C. N.: *Rotary-Wing Aerodynmics*, Dover, New York, 1984.

[7] Fail, R. A., Eyre, R. C.: *Downwash Measurements Behind a 12-ft Diameter Helicopter Rotor in the 24-ft Wind Tunnel*, ARC R & M 2810, 1954.

[8] Ormiston, R. A.: *Induced Power of the Helicopter Rotor*, 60th Annual Forum of the American Helicopter Soc., Baltimore, 2004.

[9] Elliott, J. W., Althoff, S. L., Sailey, R. H.: *Inflow Measurements Made with a Laser Velocimeter on a Helicopter Model in Forward Flight Volume 1: Rectangular Planform with an Advance Ratio of 0.15*, NASA TM 100545, 1988.

[10] Elliott, J. W., Althoff, S. L., Sailey, R. H.: *Inflow Measurements Made with a Laser Velocimeter on a Helicopter Model in Forward Flight Volume 2: Rectangular Planform with an Advance Ratio of 0.23*, NASA TM 100546, 1988.

[11] Elliott, J. W., Althoff, S. L., Sailey, R. H.: *Inflow Measurements Made with a Laser Velocimeter on a Helicopter Model in Forward Flight Volume 3: Rectangular Planform with an Advance Ratio of 0.30*, NASA TM 100547, 1988.

[12] Prouty, R. W.: *Helicopter Performance, Stability, and Control*, Prindle, Weber & Schmidt, PWS Engineering, Boston, 1986.

[13] Župan, J.: *Primjena BET za rotor helikoptera u vertikalnom i horizontalnom letu*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2009.

[14] Župan, J., Vrdoljak, M.: *About the Estimation of the Required Power for a Helicopter in Forward Flight*, Zavod za zrakoplovstvo, FSB, Sveučilište u Zagrebu, 2009.

[15] Bousman, W. G., Young, C., Gilbert, N. E., Miller, J. V.: *A Comparison of Lifting-Line and CFD Methods with Flight Test Data from a Research Puma Helicopter*, USAATCOM Technical Report 96-A-008, Washington, 1996.

Prilog A

```
function [lambda]=mangler_squire(CT,mi,alfa_r);
%napadni kut diska [rad]
alfa_r=abs(alfa_r);
%azimutni kut [rad]
psi=[0:5:355].*(pi/180);
%broj segmenata kraka []
m=100;
%zeljeni broj clanova Fourierovog reda []
n=10;
%koeficijenti linearne kombinacije tipova opterecenja []
c1=0.5;
c3=0.5;

lambda_0=sqrt(CT/2);
for li=1:100;
    lambda_i=CT/(2*sqrt(mi^2+lambda_0^2));
    epps=lambda_i-lambda_0;
    lambda_0=lambda_i;
    if (abs(epps))<=0.0005
        break
    end
end

for p=1:length(psi);
    for i=1:m;
        r(i)=i/m;
        ni(i)=sqrt(1-r(i)^2);
        %koeficijenti za opterecenje tipa 1
        c0_I(i)=3*ni(i)/4;
        c_I(i,1)=-3*pi/16*sqrt(1-ni(i)^2)*((1-
sin(alfa_r))/(1+sin(alfa_r)))^(1/2);
        for j=2:n;
            if mod(j,2)==0;
                c_I(i,j)=(-1)^((j-2)/2)*(3/4)*((ni(i)+j)/(j^2-1))*((1-
ni(i))/(1+ni(i)))^(j/2)*((1-sin(alfa_r))/(1+sin(alfa_r)))^(j/2);
            else
                c_I(i,j)=0;
            end
        end
        %koeficijenti za opterecenje tipa 3
        c0_III(i)=15*ni(i)*(1-ni(i)^2)/8;
        c_III(i,1)=-15*pi/256*(5-9*ni(i)^2)*sqrt(1-ni(i)^2)*((1-
sin(alfa_r))/(1+sin(alfa_r)))^(0.5);
        c_III(i,2)=15/8*(((ni(i)+2)/3)*((9*ni(i)^2-2)/(-5))+(3*ni(i)/(-
5)))*((1-ni(i))/(1+ni(i)))*((1-sin(alfa_r))/(1+sin(alfa_r)));
        c_III(i,3)=45*pi/256*(1-ni(i)^2)^(1.5)*((1-
sin(alfa_r))/(1+sin(alfa_r)))^(1.5);
        for j=4:n;
            if mod(j,2)==0;
                c_III(i,j)=(-1)^((j-2)/2)*(15/8)*(((ni(i)+j)/(j^2-
1))*((9*ni(i)^2+j^2-6)/(j^2-9))+((3*ni(i))/(j^2-9)))*((1-
ni(i))/(1+ni(i)))^(j/2)*((1-sin(alfa_r))/(1+sin(alfa_r)))^(j/2);
            else
                c_III(i,j)=0;
            end
        end
```

```
        for k=1:n;
            suma_I(k)=(-1)^(k)*c_I(i,k)*cos(k*psi(p));
            suma_III(k)=(-1)^(k)*c_III(i,k)*cos(k*psi(p));
        end

lambda(p,i)=mi*sin(alfa_r)+(2*CT/mi)*(c1*(c0_I(i)/2+sum(suma_I))+c3*(c0_III
(i)/2+sum(suma_III)));
    end
end
```