Umjeravanje uređaja za mjerenje kružnosti

Bednjanec, Filip

Master's thesis / Diplomski rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:701539

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-26**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I
BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Filip Bednjanec, univ. bacc. ing. mech.

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I
BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Razrada postupka umjeravanja uređaja za mjerenje kružnosti

Mentori:
prof. dr. sc. Biserka Runje, dipl. ing.

Student:
Filip Bednjanec, univ. bacc. ing. mech.
0035183498

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Posebne zahvale dugujem mentorici, prof. dr. sc. Biserki Runje na odabiru diplomskog rada te dr.sc. Vedranu Šimunoviću na vodstvu i savjetima pruženima tijekom rada.

Filip Bednjanec

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **FILIP BEDNJANEC** Mat. br.: 0035183498

Naslov rada na hrvatskom jeziku: UMJERAVANJE UREĐAJA ZA MJERENJE KRUŽNOSTI

Naslov rada na engleskom jeziku: CALIBRATION OF ROUNDNESS MEASURING INSTRUMENT

Opis zadatka:

U cilju procjene točnosti i preciznosti te osiguravanja sljedivosti rezultata mjerenja odstupanja od kružnosti u radu je potrebno:

1. Opisati metodu mjerenja odstupanja od kružnosti s vanjskom mjernom referencom.
2. Odrediti značajne utjecaje na rezultat mjerenja odstupanja od kružnosti metodom najmanjih kružnih kvadrata.
3. Izraditi postupak umjeravanja te provesti umjeravanje uređaja za mjerenje odstupanja od kružnosti Mahr MMQ3.
4. Procijeniti mjernu nesigurnosti rezultata mjerenja.

Mjerenja provesti u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina Fakulteta strojarstva i brodogradnje.

Zadatak zadan: 14. siječnja 2016.

Rok predaje rada: 17. ožujka 2016.

Predviđeni datum obrane: 23., 24. i 25. ožujka 2016.

Zadatak zadao: Prof. dr. sc. Biserka Runje

Predsjednik Povjerenstva: Prof. dr. sc. Franjo Cajner

SADRŽAJ

SADRŽAJ IV
POPIS SLIKA VI
POPIS TABLICA VIII
SAŽETAK IX
SUMMARY X
1. UVOD 1
2. OPIS METODE MJERENJA KRUŽNOSTI S VANJSKOM MJERNOM REFERENCOM 2
2.1 Kružnost 2
2.2 Metoda ispitivanja kružnosti s vanjskom mjernom referencom 2
3. ZNAČAJNI UTJECAJI NA REZULTATE MJERENJA KRUŽNOSTI METODOM NAJMANJIH KRUŽNIH KVADRATA 5
3.1 Metode za procjenu odstupanja od kružnosti 5
3.2 Metoda najmanjih kružnih kvadrata 5
4. PROCJENA NETOČNOSTI VRTNJE ROTACIJSKOG STOLA 11
4.1 Multi-step metoda 11
5. RAZRADA POSTUPKA UMJERAVANJA UREĐAJA ZA KRUŽNOST MAHR MMQ3 13
5.1 Umjeravanje 13
5.2 Uređaj za kružnost Mahr MMQ3 13
5.3 Linearna pogreška pupitaste ure 18
5.4 Razrada postupka umjeravanja uređaja za kružnost Mahr MMQ3 19
5.5 Radne podloge 36
6. PROCJENA MJERNE NESIGURNOSTI (GUM I/ILI MONTE CARLO METODA) REZULTATA MJERENJA KRUŽNOSTI UPOTREBOM MAHR MMQ3 MJERNOG UREĐAJA 39
6.1 Mjerna nesigurnost 39
6.2 GUM metoda 39
6.2.1 Određivanje standardne nesigurnosti A-vrste 41
6.2.2 Određivanje standardne nesigurnosti B-vrste 43
6.2.3 Određivanje sastavljene standardne nesigurnosti 45
6.2.4 Određivanje proširene nesigurnosti 46
6.3 Monte Carlo metoda 47
6.4 Procjena mjerne nesigurnosti rezultata mjerenja kružnosti upotrebom Mahr MMQ3 mjernog uređaja 48
6.4.1 Mjerna nesigurnost za mjerno područje ±3 µm 49
6.4.2 Mjerna nesigurnost za mjerno područje ±10 µm 54
6.4.3 Mjerna nesigurnost za mjerno područje ±30 µm 58

6.4.4 Mjerna nesigurnost za mjerno područje ±100 μm 61
7. ZAKLJUČAK 65
LITERATURA 66

POPIS SLIKA

Slika 1. Odstupanje od kružnosti 2
Slika 2. Tip okretnog stola 3
Slika 3. Tip rotirajućeg „pick-up“-a 4
Slika 4. Iscrtani profil kružnosti 6
Slika 5. Kružnica najmanjih kvadrata 10
Slika 6. Opis multi-step metode razdvajanja grešaka. 11
Slika 7. Shematski opis multi-step metode odvajanja grešaka. 11
Slika 8. Okretni stol 14
Slika 9. Induktivno ticalo i ruka ticala 14
Slika 10. Pojačalo signala (militron) 15
Slika 11. Polarni graf na ekranu računala 16
Slika 12. 2D prikaz uređaj za mjerenje kružnosti Mahr MMQ3 16
Slika 13. 3D prikaz uređaja za mjerenje kružnosti Mahr MMQ3 17
Slika 14. Mjerna polukugla 17
Slika 15. Linearna pogreška pupitaste ure 18
Slika 16. ULM uređaj za umjeravanje ticala 19
Slika 17. Zatezna sila kojom je pričvršćeno ticalo 20
Slika 18. Postavljanje pupitaste ure 20
Slika 19. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 1 za mjerno područje ±3 μm 22
Slika 20. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 2 za mjerno područje ±3 μm 22
Slika 21. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 3 za mjerno područje ±3 μm 23
Slika 22. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 1 za mjerno područje ±10 μm 24
Slika 23. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 2 za mjerno područje ±10 μm 24
Slika 24. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 3 za mjerno područje ±10 μm 25
Slika 25. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 1 za mjerno područje ±30 μm 26
Slika 26. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 2 za mjerno područje ±30 μm 26
Slika 27. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 3 za mjerno područje ±30 μm 27
Slika 28. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 1 za mjerno područje ±100 μm 28
Slika 29. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 2 za mjerno područje ±100 μm 28
Slika 30. Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 2 za mjerno područje ±100 μm 29
Slika 31. Dijagram odstupanja od referente vrijednosti za mjerno područje ±3 μm 30
Slika 32. Dijagram odstupanja od referente vrijednosti za mjerno područje ±10 μm 31
Slika 33. Dijagram odstupanja od referente vrijednosti za mjerno područje ±30 μm 32
Slika 34. Dijagram odstupanja od referente vrijednosti za mjerno područje ±100 μm 33
Slika 35. Osiguranje kuta ticala mjernim listićima 34
Slika 36. Prikaz mjerenja za deveti krug 35
Slika 37. Dijagram odstupanja od referente vrijednosti za mjerno područje ±3 μm 38

Slika 38. Zone sukladnosti i nesukladnosti 39
Slika 39. Skalarni odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine 40
Slika 40. Vektorski odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine 41
Slika 41. Normalna razdioba 44
Slika 42. Pravokutna razdioba 44
Slika 43. Trokutasta razdioba 45
Slika 44. Koeficijenti osjetljivosti 46
Slika 45. Monte Carlo simulacija mjernog sustava 48
Slika 46. Pomak ticala za 0,3 mm 50
Slika 47. Skica pomaka ticala za 0,3 mm 50
Slika 48. Pomak ticala za 5^o 51
Slika 49. Skica pomaka ticala za 5^o 51
Slika 50. Prikaz nasumično odabranih brojeva normalnom razdiobom za mjerno područje ±3 μm..... 54
Slika 51. Prikaz nasumično odabranih brojeva normalnom razdiobom za mjerno područje ±10 μm..... 57
Slika 52. Prikaz nasumično odabranih brojeva normalnom razdiobom za mjerno područje ±30 μm..... 60
Slika 53. Prikaz nasumično odabranih brojeva normalnom razdiobom za mjerno područje ±100 μm.... 64

POPIS TABLICA

Tablica 1. Utvrđivanje korekcije ticala za mjerno područje ±3 μm 21
Tablica 2. Utvrđivanje korekcije ticala za mjerno područje ±10 μm 23
Tablica 3. Utvrđivanje korekcije ticala za mjerno područje ±30 μm 25
Tablica 4. Utvrđivanje korekcije ticala za mjerno područje ±100 μm 27
Tablica 5. Umjeravanje ticala u mjernom području ±3 μm 29
Tablica 6. Umjeravanje ticala u mjernom području ±10 μm 30
Tablica 7. Umjeravanje ticala u mjernom području ±30 μm 31
Tablica 8. Umjeravanje ticala u mjernom području ±100 μm 32
Tablica 9. Rezultati obrade podataka za deveti krug metodom najmanjih kvadrata 35
Tablica 10. Umjeravanje okretnog stola LSC metodom 36
Tablica 11. Rezultati mjerenja odstupanja od kružnosti etalonske polukugle u μm 36
Tablica 12. Rezultati korekcije ticala 37
Tablica 13. Rezultati umjeravanja ticala 38
Tablica 14. Mjerna nesigurnost ticala za mjerno područje ±3 μm 52
Tablica 15. Rezultat obrade podataka za 1000 nasumično odabranih brojeva iz normalne razdiobe za mjerno područje ±3 μm metodom najmanjih kvadrata 54
Tablica 16. Mjerna nesigurnost ticala za mjerno područje ±10 μm 56
Tablica 17. Rezultat obrade podataka za 1000 nasumično odabranih brojeva iz normalne razdiobe za mjerno područje ±10 μm metodom najmanjih kvadrata 57
Tablica 18. Mjerna nesigurnost ticala za mjerno područje ±30 μm 59
Tablica 19. Rezultat obrade podataka za 1000 nasumično odabranih brojeva iz normalne razdiobe za mjerno područje ±30 μm metodom najmanjih kvadrata 61
Tablica 20. Mjerna nesigurnost ticala za mjerno područje ±100 μm 62
Tablica 21. Rezultat obrade podataka za 1000 nasumično odabranih brojeva iz normalne razdiobe za mjerno područje ±100 μm metodom najmanjih kvadrata 64

SAŽETAK

Ovaj rad se sastoji od teorijskog dijela i praktičnog dijela koji se provodi u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina (LFSB) fakulteta strojarstva i brodogradnje.

Teorijski dio u radu obrađuje mjerenje odstupanje od kružnosti, metodama koje se koriste kod mjerenja kružnosti, mjernoj nesigurnosti te o metodama koje se koriste za procijenu mjerne nesigurnosti.

Sva mjerenja provedena su na uređaju Mahr MMQ3, metodom ispitivanja kružnosti s vanjskom mjernom referencom s rotirajućim stolom. Koristila se numerička metoda najmanjih kružnih kvadrata (LSC) te je ona detaljno razrađena u radu kako bi se pobliže pojasnila čitatelju.

Metode koje se koriste za određivanje mjerne nesigurnosti su GUM metoda i Monte Carlo metoda. GUM metoda je metoda koja se najčešće koristi za određivanje mjerne nesigurnosti, te se kod nje prvo treba odrediti matematički model, zatim odabrati od kojih se sastavnica sastoji mjerenje te u konačnici odrediti mjernu nesigurnost. Monte Carlo metoda je statistička simulacija koja se vrši pomoću računala i koja koristi slučajne varijable u svom proračunu.

Praktični dio ovog rada sastoji se od umjeravanja uređaja za mjerenje kružnosti Mahr MMQ3. Umjeravanje uređaja za mjerenje kružnosti sastojalo se od umjeravanja pupitaste ure na ULM jednoosnom mjernom uređaju, te određivanja netočnosti rotacije okretnog stola pomoću mjerne polukugle RET 227-509.

Utvrđivanje korekcije ticala provelo se na ULM uređaju na način da se ticalo postavilo na uređaj tako da se pokuša izbjeći linearna pogreška ticala. Zatim su se provela 3 ponovljena mjerenja za sva mjerna područja (3 µm, 10 µm, 30 µm, 100 µm), te su se potrebne korekcije upisale u software. Nakon korekcije provedeno je umjeravanje ticala uz 3 ponovljena mjerenja za sva navedena mjerna područja.

Umjeravanje okretnog stola provedeno je na temelju iz 30 ponovljenih mjerenja koristeći metodu najmanjih kvadrata.

Za proces umjeravanja uređaja za mjerenje kružnosti proveden je račun procijene mjerne nesigurnosti. Izrađen je matematički model mjerenja te su određene i procijenjeni utjecaji dominantnih sastavnica mjerne nesigurnosti.

SUMMARY

This work consists of a theoretical part and a practical part conducted in the Laboratory for precise measurements of length (LFSB) of the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture.

The theoretical part of the work deals with the measurement of the deviation of roudness, the methods used in measuring roundness, the uncertainty of measurement and the methods used to evaluate the measurement uncertainty.

All measurements were carried out on the device Mahr MMQ3, the method of testing roundness with an external reference measurement with rotating table. A method used is the numerical method of least squares circular (LSC) and it is outlined in detail in the work in order to explain in detail to the reader.

The methods used for the determination of measurement uncertaintie are GUM method and Monte Carlo method. GUM method is a method that is commonly used for the determination of measurement uncertaintie and with it first need to determine a mathematical model, then choose which component comprises measuring and ultimately determine the measurement uncertainty. Monte Carlo method is a statistical simulation that is done by computer and that uses random variables in its calculation.

The practical part of this work consists of calibration devices for measuring roundness Mahr MMQ3. Meter Calibration-Round consisted of calibration of probe on ULM uniaxial device, and inaccuracy of determining the rotation of the rotary table by measuring hemispherical RET 227-509.

Determining probe correction is carried out on ULM device in a way that probe is placed on the device to try to avoid a linear error of probe. Then, the three repeated measurements is carried out for all measuring ranges (3 microns, 10 microns, 30 microns, 100 microns), and the necessary correction is entered into the software. After the correction was carried out, the calibration of probe is performed with 3 repeated measurements for all of these ranges.

Calibration of the rotating table was conducted on basis of 30 repeated measurements using the method of least squares.

For the process of calibration devices for measuring roundness the calculation for estimate measurement uncertainty is conducted. A mathematical model of measurements was made and there are defined and estimated impacts of the dominant component of the measurement uncertainty.

1. UVOD

U današnje doba napredne tehnologije u prvi plan izbija zahtjev za što višom kvalitetom. Premda nije moguće izraditi savršen strojni dio, postoji mogućnost precizno izmjeriti koliko izrađeni strojni dio odstupa od idealnog i procijeniti karakter tog odstupanja.

U radu su navedene i opisane metode za procjenu odstupanja od kružnosti u svrhu boljeg i lakšeg razumjevanja iste. Postoje razne metode za mjerenje kružnosti te samo pravilnim odabirom metode dobit ćemo pouzdane rezultate. U praksi, metoda najmanjih kružnih kvadrata je najčešća korištena metoda te se ona smatra kao temeljna numerička metoda proračuna odstupanja od kružnosti.

Umjeravanje je važan postupak kako bi se potvrdilo da su rezultati mjerenja na određenom uređaju na zahtjevanoj razini točnosti. To je skup postupaka kojima se u određenim uvjetima uspostavlja odnos između vrijednosti veličina koje pokazuje neko mjerilo ili mjerni sustav, ili vrijednosti koje prikazuje neka stvarna mjera ili neka referentna tvar, i odgovarajućih vrijednosti ostvarenih etalonima, koji su slijedivi do državnih ili međunarodnih etalona.

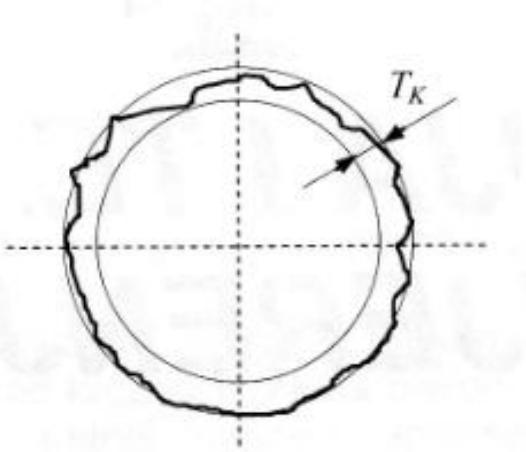
Uređaj za mjerenje kružnosti se sastoji od mjernog ticala i okretnog stola. Umjeravanje uređaja za mjerenje kružnosti od neizmjerne je važnosti za dobivanje pouzdanih rezultata, te iz tog razloga postupak umjeravanja je obrađen ovim radom.

2. OPIS METODE MJERENJA KRUŽNOSTI S VANJSKOM MJERNOM REFERENCOM

2.1 Kružnost

Kružnost se odnosi na stanje kružne linije ili površine kružnog dijela, kod kojeg su sve točke na liniji ili na obodu poprečnog presjeka dijela, jednako udaljene od središnje točke.

Odstupanje od kružnosti T_K je radijalna širina prstenaste površine između dvije komplanarne, međusobno koncentrične kružnice. Niti jedna točka profila ne smije izlaziti van prstenaste površine (slika 1.). [1, 2]



Slika 1. Odstupanje od kružnosti

2.2 Metoda ispitivanja kružnosti s vanjskom mjernom referencom

Metoda ispitivanja kružnosti s vanjskom mjernom referencom primjenjuje se na dva tipa uređaja za ispitivanje kružnosti (rotirajući stol i rotirajući „pick-up“).

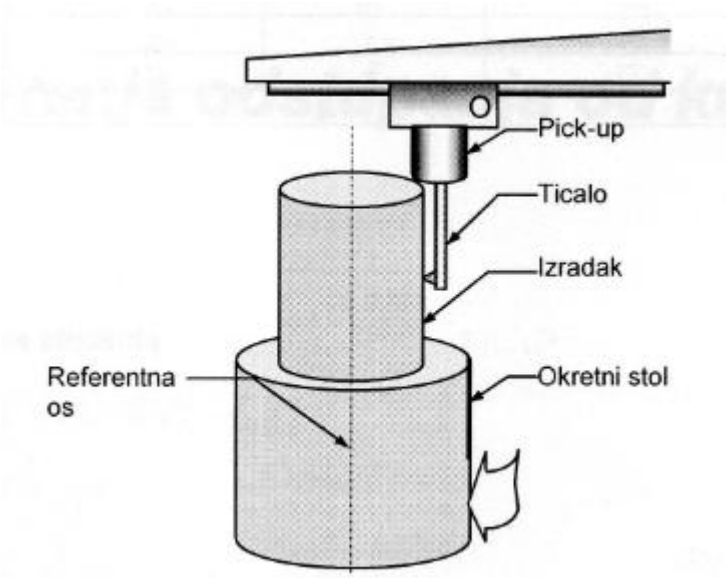
Pick-up je elektronički pretvarač koji pretvara mehaničke pomake ticala u proporcionalne električne signale. Obradom signala, moguće je prikazati stvarni izgled geometrijskog stanja ispitivane površine, usporediti ga sa idealnom kružnicom i na taj način dobiti točno odstupanje od kružnosti.

Izbor određenog tipa uređaja ovisi o ispitivanjima koja se namjeravaju provesti, te o veličini, težini i obliku izradaka koji se ispituju.

a) tip rotirajućeg stola

Uređaji za ispitivanje kružnosti ovog tipa rade na principu prikazanom na slici 2. Ispitivani uzorak postavlja se na rotirajući stol uređaja, te se zajedno s njim okreće. Pri tome se u fazi centriranja vrši poravnavanje osi uzorka sa osi stola. Mjerna referenca je os rotacije stola, čime se osigurava ponovljivost rezultata ispitivanja. Budući da je

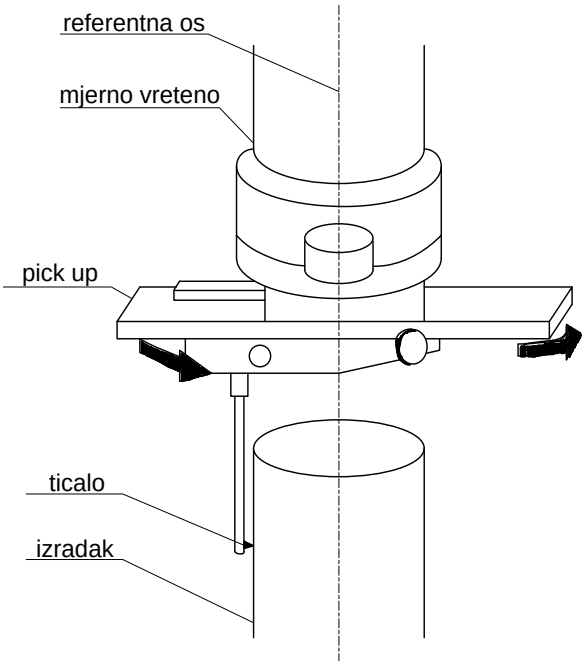
kod ovoga uređaja „pick-up“ neovisan o mjernoj referenci, uređaj se vrlo lako može prilagoditi za vršenje ispitivanja koja su povezana s kružnošću poput ispitivanja koncentričnosti, pravocrtnosti i sl.
Glavni nedostatak ovakvog uređaja je njegova ograničenost u smislu težine mjerenog uzorka. S obzirom da je za mjernu referencu uzeta os rotacije stola, od neizmjerne je važnosti ostvarena točnost vrtnje koja ovisi o kvalitetnom uležištenju. Ova točnost vrlo lako može biti narušena ako se na stol postavi pretežak uzorak.



Slika 2. Tip okretnog stola

b) tip rotirajućeg „pick-up-a“

Kod uređaja za ispitivanje kružnosti ovog tipa ispitivani uzorak miruje, dok „pick-up“ kruži oko njega. Budući da kod ovog uređaja, precizno mjerno vreteno, čija os predstavlja mjernu referencu, nosi samo lagan i konstantan teret „pick-up“-a, moguće je postići veću točnost ispitivanja. Mjerni stol, na koji se postavlja ispitivani uzorak, nije dio mjernog sistema pa može biti masivne i čvrste konstrukcije. Zbog toga mjerni kapacitet kod uređaja ovog tipa nije ograničen težinom izratka i moguće ga je upotrebljavati kod većih uzoraka koji ne mogu biti precizno mjereni uređajem sa okretnim stolom. [1, 2]



Slika 3. Tip rotirajućeg „pick-up“-a

3. ZNAČAJNI UTJECAJI NA REZULTATE MJERENJA KRUŽNOSTI METODOM NAJMANJIH KRUŽNIH KVADRATA

3.1 Metode za procjenu odstupanja od kružnosti

Da bi se mogao procijeniti iznos odstupanja od kružnosti na osnovu izmjerenih podataka potrebno je odrediti dvije koncentrične kružnice, tj. kružni vijenac unutar kojeg se nalazi cjelokupni profil.

Značajni utjecaji na rezultat mjerenja kružnosti su: broj mjernih točaka, distribucija točaka i odabrana prikladna metoda mjerenja. Norma ISO 6318: 1985 daje nam četiri metode za procjenu odstupanja od kružnosti.

Metode za procjenu odstupanja od kružnosti:

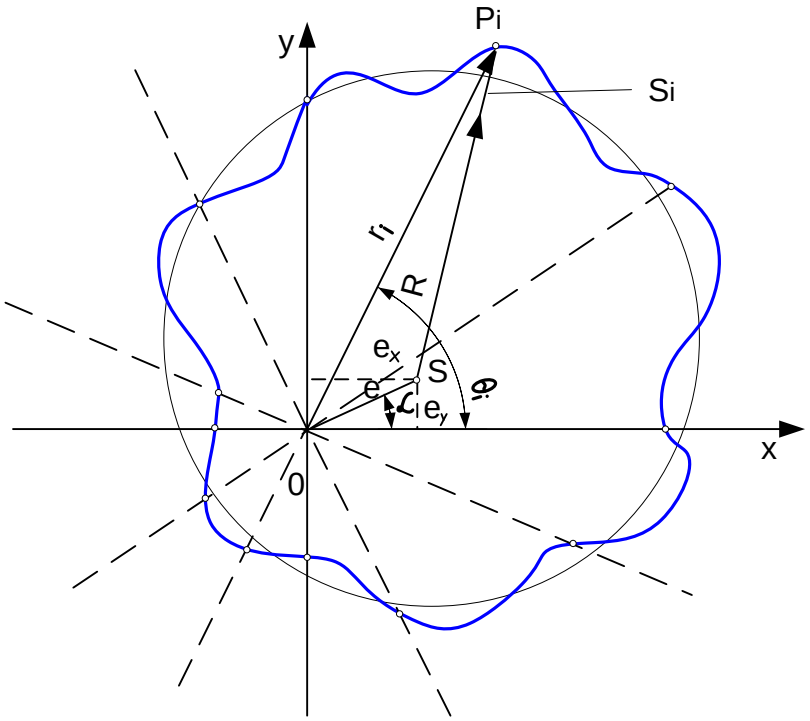
- Metoda najmanjih kružnih kvadrata
- Metoda najmanje opisane kružnice
- Metoda najveće upisane kružnice
- Metoda najmanje kružne zone [1, 2]

3.2 Metoda najmanjih kružnih kvadrata

Matematička definicija ove kružnice je: "Suma kvadrata dovoljnog broja jednako kutno razmaknutih radijalnih udaljenosti točaka profila od te kružnice, ima najmanju vrijednost". Ovo je temeljna numerička metoda proračuna odstupanja od kružnosti, pa će se ovdje dati detaljan izvod algoritma.

LSC nije prikladna za pokretne spojeve sa uskim tolerancijama.

Postupak određivanja koordinata središta navedene kružnice (Least Squares Circle - LSC), kao i njenog polumjera biti će proveden uz pomoć slike 4.



Slika 4. Iscrtani profil kružnosti

Svakoj od „n“ točaka profila (polarnog grafa) pridružen je odgovarajući radij-vektor „ri“ i pripadni kut „θi“. Kutni razmak između susjednih radij-vektora je jednak:

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{n}\,, odnosno \tag{3.1}$$

$$\theta_i = \frac{2\pi_i}{n}\ (i = 1,2,\dots,n) \tag{3.2}$$

Neka je središte kružnice najmanjih kvadrata u točci S, s koordinatama *ex* i *ey*, a njen polumjer R. Pri tome udaljenost ishodišta koordinatnog sustava *x, y* (0) od središta kružnice najmanjih kvadrata (*S*) iznosi „*e*“, a kut između spojnice tih dviju točaka i pozitivnog dijela osi *x* je α .

U tom slučaju je:

$$e^2 = e_x^2 + e_y^2 \tag{3.3}$$

$$tg\alpha = \frac{e_y}{e_x} \tag{3.4}$$

Iz trokuta OSP slijedi da je:

$$r_i = ecos(\theta_i - \alpha) + \sqrt{(R + S_i) - e^2 sin^2(\theta_i - \alpha)} \tag{3.5}$$

gdje je S_i udaljenost promatrane točke profila od kružnice najmanjih kvadrata. U slučaju da je graf dobro centriran može se uzeti da je $e<<R$, te je:

$$r_i = ecos(\theta_i - \alpha) + R + S_i \tag{3.6}$$

Po principu metode najmanjih kvadrata $\sum_i S_i^2$ slijedi:

$$\sum_i [r_i - R - ecos(\theta_i - \alpha)]^2 \tag{3.7}$$

$$\frac{\delta \sum S_i^2}{\delta R} = 0 \tag{3.8}$$

$$\frac{\delta \sum S_i^2}{\delta e} = 0 \tag{3.9}$$

$$\frac{\delta \sum S_i^2}{\delta \alpha} = 0 \tag{3.10}$$

$$\frac{\delta \sum S_i^2}{\delta R} = -2 \sum [r_i - R - ecos(\theta_i - \alpha)] = 0 \tag{3.11}$$

$$\sum r_i - nR - e \sum cos(\theta_i - \alpha) = 0 \tag{3.12}$$

$$\frac{\delta \sum S_i^2}{\delta e} = -2 \sum \cos(\theta_i - \alpha)\,[r_i - R - ecos(\theta_i - \alpha)] = 0, odnosno \tag{3.13}$$

$$\sum r_i \cos(\theta_i - \alpha) - R \sum \cos(\theta_i - \alpha) - e \sum \cos^2(\theta_i - \alpha) = 0 \tag{3.14}$$

$$\frac{\delta \sum S_i^2}{\delta \alpha} = -2 \sum \mathrm{esin}(\theta_i - \alpha)\,[r_i - R - ecos(\theta_i - \alpha)] = 0, odnosno \tag{3.15}$$

$$\sum r_i \sin(\theta_i - \alpha) - R \sum \sin(\theta_i - \alpha) - e \sum \cos(\theta_i - \alpha) sin(\theta_i - \alpha) = 0 \tag{3.16}$$

U ovom slučaju se može izraziti:

$$\frac{\sum f(\theta_i)}{n} \qquad kao \qquad \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta \tag{3.17}$$

dobiva se:

$$\sum \cos(\theta_i - \alpha) = 0 \tag{3.18}$$

$$\sum \cos^2(\theta_i - \alpha) = \frac{1}{2}n \tag{3.19}$$

$$\sum \cos(\theta_i - \alpha)\, sin(\theta_i - \alpha) = 0 \tag{3.20}$$

$$\sum \sin(\theta_i - \alpha) = 0 \tag{3.21}$$

Uz $x_i = r_i \cdot cos\theta_i$ i $y_i = r_i \cdot sin\theta_i$, te $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$ i $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum y_i$, može se također pisati:

$$\sum r_i\, cos(\theta_i - \alpha) = cos\alpha \sum y_i - sin\alpha \sum x_i = n\bar{y}cos\alpha - n\bar{x}sin\alpha \tag{3.22}$$

Ako se jednadžbe (3.12), (3.14) i (3.16) zamjene gornjim rezultatima, dobiva se:

$$iz\ jednadžbe\ (2.12): \qquad \sum r_i - nR = 0 \tag{3.23}$$

$$odnosno: \qquad R = \frac{1}{n}\sum r_i \tag{3.24}$$

$$iz\ jednadžbe\ (2.14): \qquad n\bar{x}cos\alpha + n\bar{y}sin\alpha - \frac{1}{2}en = 0 \tag{3.25}$$

$$odnosno: \qquad e = 2(\bar{x}cos\alpha + \bar{y}sin\alpha) \tag{3.26}$$

$$iz\ jednadžbe\ (2.16): \qquad n\bar{y}cos\alpha - n\bar{x}sin\alpha = 0 \tag{3.27}$$

$$odnosno: \qquad tg\alpha = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \tag{3.28}$$

S obzirom da je:

$$sin\alpha = \frac{\bar{y}}{\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}} \quad i \quad cos\alpha = \frac{\bar{x}}{\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}} \tag{3.29}$$

Iz jednadžbe (3.26) dobije se:

$$e = \frac{2(\bar{x}^2 - \bar{y}^2)}{\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}}\ , \quad odnosno \quad e_y = e_x tg\alpha = e_x \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \tag{3.30}$$

Iz tog razloga, primijenivši jednadžbu (3.26), može se pisati:

$$\sqrt{e_x^2 + \frac{e_x^2 \bar{y}^2}{\bar{x}^2}} = 2\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}\,, \quad odnosno \tag{3.31}$$

$$e_x \sqrt{\frac{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}{\bar{x}^2}} = 2\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}\,, \quad iz\ čega\ proizlazi\ da\ je: \tag{3.32}$$

$$e_x = 2\bar{x} \tag{3.33}$$

$$e_y = e_x \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = 2\bar{y} \tag{3.34}$$

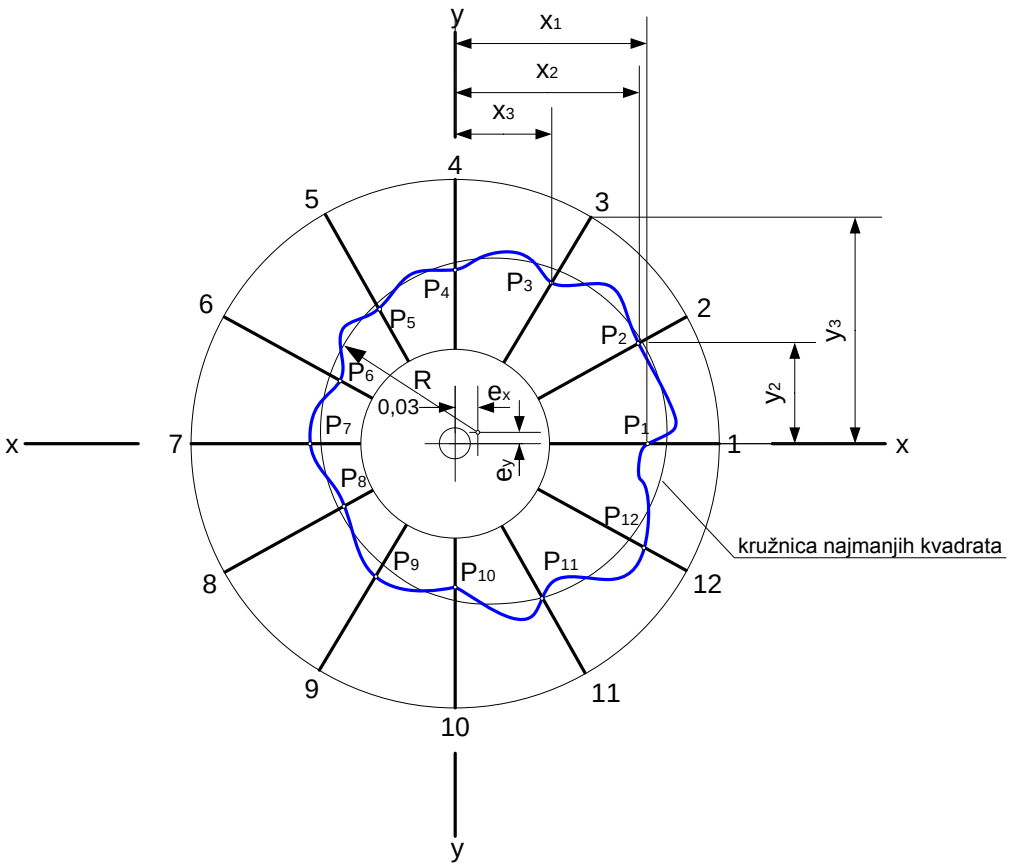
Dakle može se pisati da je:

$$e_x = \frac{2\sum x_i}{n} \tag{3.35}$$

$$e_y = \frac{2\sum y_i}{n} \tag{3.36}$$

$$R = \frac{\sum r_i}{n} \tag{3.37}$$

Čime su definirane koordinate središta i polumjer kružnice najmanjih kvadrata. Računajući navedene parametre preko izraza (3.35), (3.36) i (3.37) može se na snimljenom profilu dijela ucrtati kružnica najmanjih kvadrata (Slika 5.).



Slika 5. Kružnica najmanjih kvadrata

Ukoliko je kružnica najmanjih kvadrata iscrtana na polarnom grafu, onda se odstupanje od kružnosti određuje tako da se zbroje udaljenosti najvećeg brijega i dola od kružnice. Uobičajeno je tu veličinu označiti sa „P+V“ (Peak+Valley). Međutim, u praksi je potrebno samo poznavanje širine kružnog vijenca u kojem je sadržan graf kružnosti, te je zanimljivo ucrtati samo upisanu i opisanu kružnicu iz središta kružnice najmanjih kvadrata. Točnost određivanja koordinata središta kružnice najmanjih kvadrata, ovisi o broju uzetih točaka profila. Uzima se da je 96 ordinata dovoljno da bi se dovoljno pouzdano odredili parametri kružnice najmanjih kvadrata.

Izračunato središte kružnice najmanjih kvadrata predstavlja središnju os uzorka koji se mjeri, dok njegova udaljenost od centra polarnog grafa predstavlja ekscentar. Ako se središte polarnog grafa postavi u centar kružnice najmanjih kvadrata dobiva se gotovo savršeno centriran profil kružnosti. [1, 2]

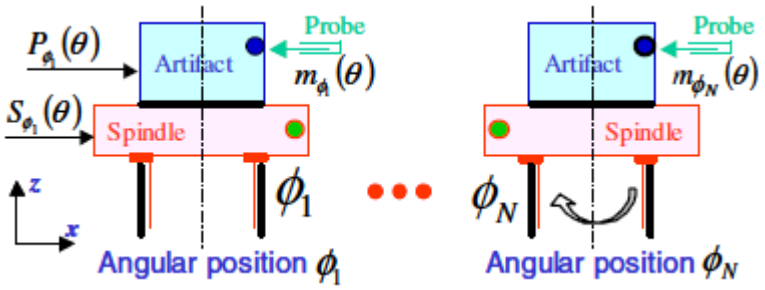
4. PROCJENA NETOČNOSTI VRTNJE ROTACIJSKOG STOLA

Određivanje netočnosti vrtnje rotacijskog stola moguće je izvršiti različitim metodama. U ovom radu koristila se metoda s mjernom polukuglom. Još jedna od metoda je i multi-step metoda koja nije korištena zbog svoje kompleksnosti ali je njen dan njen opis.

4.1 Multi-step metoda

S razvojem znanosti i tehnologije, tehnika mjerenja na nanometarskoj razini stekla je sve veći značaj u modernim tehnikama mjerenja. Za mjerenja kružnosti visoke preciznosti pogreške gibanje vretena mjernog instrumenta ne mogu se zanemariti. Za rješavanje ovog problema razvile su se nekoliko metoda separacije pogrešaka.

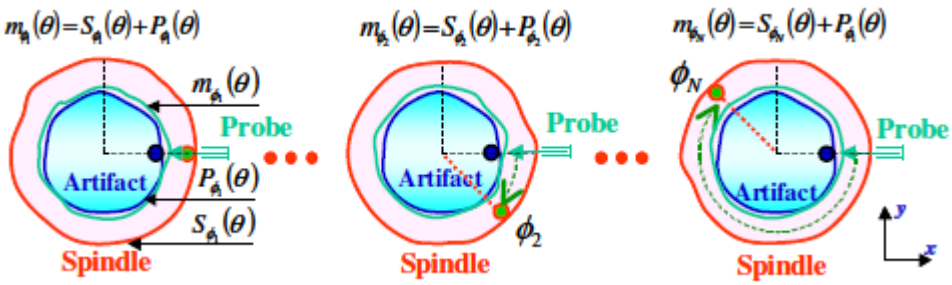
Jedna od metoda je i multi-step metoda separacije grešaka koja se najviše koristi kod mjerenja kružnosti, nedostatak ove metode je nemogućnost potpuno odvojiti pogrešku rotacije vretena od greške kružnosti izratka.



Slika 6. Opis multi-step metode razdvajanja grešaka. [3]

Primjena multi-step metode podrazumijeva izvođenje N mjerenja vretena s N kutnim koracima. Primjena ove metode omogućuje nam da odvojimo pogrešku uzorka od pogreške gibanja vretena.

Multi-step metoda je metoda odvajanja pogrešaka u kojoj se uzorak indeksira sa kutnim koracima bez pomicanja ili dodavanja dodatnih mjernih sonda. U ovoj metodi mjerna sonda miruje, a odabrani uzorak rotira jednako razmaknutim kutnih koracima. Slike 6. i 7. prikazuju dijagram multi-step metode u kojima se mjerenja rade za svaki kutni položaj i predmet je indeksiran N kutnom povećanju φk (k = 1,..., N, i $\varphi_1 = 0$) u odnosu na vratilo.



Slika 7. Shematski opis multi-step metode odvajanja grešaka. [3]

Jedna fiksna mjerna sonda mjeri oblik varijacije na istom kutu orijentacije za sva kutna povećanja uzorka. Dakle, svako mjerenje *mφi(θ)* sadrži samo sinkrone radijalne pogreške gibanja pomaknutog vretena *Sφ(θ)* i pogreške oblika uzorka *Pφ(θ)*. S ovom metodom možemo pretpostaviti da je odziv mjerne sonde savršen i ne sadrži šum ili linearnu pogrešku ili bilo koje druge vrste mana. Također pretpostavljamo da vreteno i sustav linearnog vođenja ne sadrži nikakve asinkrone pogreške gibanja. Na temelju slike 7. i na prethodnim pretpostavkama, svako od snimljenih mjerenja se može zapisati u obliku jednadžbi (4.1)-(4.3), koji odražavaju kombinirani doprinos sinkrone radijalne pogreške gibanja vretena i pogreške oblika uzorka. Za *N* zabilježene rezultate mjerenja, zbrajanje i rješavanje jednadžbi za pogreške radijalnog gibanja vretena daje jednadžbu (4.4). Pogreška oblika predmeta može biti izražena kao Fourier-ov red (jednadžba (4.5)).

$$m_{\phi 1}(\theta) = S_{\phi 1}(\theta) + P_{\phi 1}(\theta) \tag{4.1}$$

$$m_{\phi 2}(\theta) = S_{\phi 2}(\theta) + P_{\phi 1}(\theta) \tag{4.2}$$

$$m_{\phi \mathrm{N}}(\theta) = S_{\phi \mathrm{N}}(\theta) + P_{\phi 1}(\theta) = S_{\phi 1}(\theta + N\phi) + P_{\phi 1}(\theta) \tag{4.3}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{N} m_{\phi k}(\theta) &= \sum_{k=1}^{N} P_{\phi 1}(\theta) + \sum_{k=1}^{N} S_{\phi 1}(\theta + k\phi) \\ &= NP_{\phi 1}(\theta) + \sum_{k=0}^{N-1} S_{\phi 1}(\theta + k\phi) \end{aligned} \tag{4.4}$$

$$S_{\phi j}(\theta) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j^1 \cos(j\theta) + A_j^2 \sin(j\theta) \tag{4.5}$$

Izračunavanje prosječne vrijednosti rezultata mjerenja razdvaja pogreške gibanja vretena od pogreške oblika predmeta, osim na frekvencijama koje su na cjelobrojnoj harmonici broja koraka. Na primjer, ako se koristi 12 koraka u postupku, onda se greške vretena i predmeta pojavljuju na 12-om ciklusu po okretaju, 24 ciklus po okretaju, 36 ciklus po okretaju, itd. i tada greške nisu razdvojene. Dakle, treba biti oprezan pri tumačenju rezultata. Međutim, kada se koristi dovoljan broj koraka (20, na primjer), prva harmonijska iskrivljenja javljaju se kod relativno visoke frekvencije. [3, 4]

5. RAZRADA POSTUPKA UMJERAVANJA UREĐAJA ZA KRUŽNOST MAHR MMQ3

5.1 Umjeravanje

Umjeravanje je skup postupaka kojima se u određenim uvjetima uspostavlja odnos između vrijednosti veličina koje pokazuje neko mjerilo ili mjerni sustav, ili vrijednosti koje prikazuje neka stvarna mjera ili neka referentna tvar, i odgovarajućih vrijednosti ostvarenih etalonima, koji su slijedivi do državnih ili međunarodnih etalona.

Ovaj postupak je važan kako bi se potvrdilo da su rezultati mjerenja na određenom uređaju na zahtjevanoj razini točnosti. Odnosno, da se pokaže koliko ti uređaji griješe. Ta greška se onda može ispraviti, korigirati ili uvrstiti u račun mjerne nesigurnosti. Naime, ne postoji niti jedan uređaj na svijetu koji mjeri sa točnošću od 100 %. Svi uređaji griješe, što je i normalno. Samo je pitanje koliko griješe, koliko im je odstupanje, i koja je nesigurnost mjernog rezultata.

Svaki uređaj potrebno je redovito umjeravati i to sa sredstvima (etalonima i referentnim uređajima) koji su slijedivi do nacionalnih ili međunarodnih standarda. Sve vrijednosti se moraju i redovito dokumentirati. Redovitim korištenjem uređaja i sredstva za mjerenje, utjecajem vanjskih faktora (npr. temperature i vlage) i sličnim utjecajima, točnost uređaja i materijala za mjerenje opada, te se smanjuje pouzdanost mjernih rezultata. [1, 2]

5.2 Uređaj za kružnost Mahr MMQ3

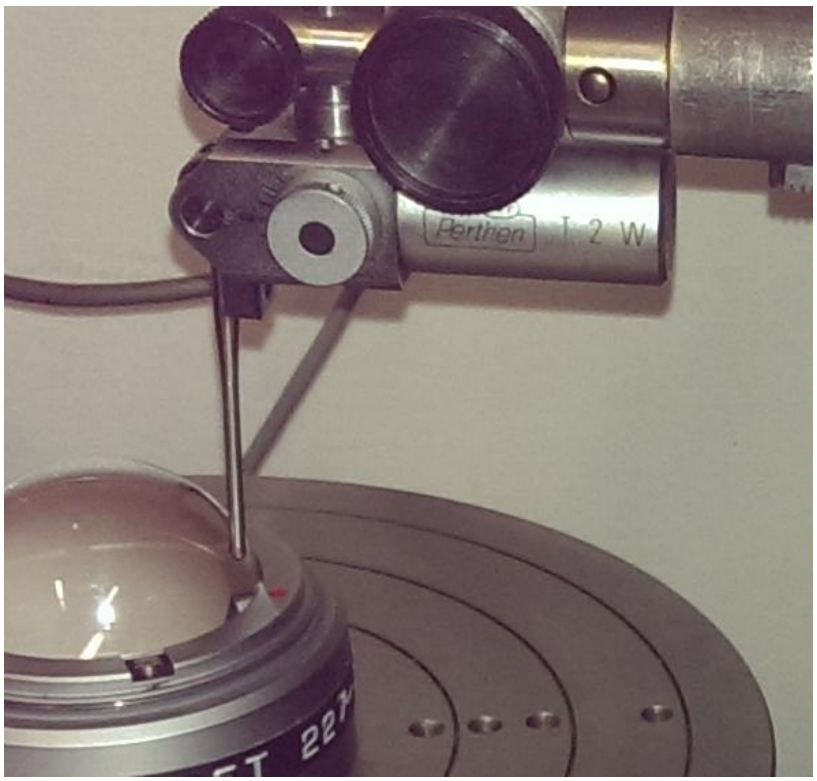
Da bi se povezao teorijski dio sa eksperimentalnim djelom, potrebni su određeni uređaji za izvođenje određenih mjerenja. Laboratorij za precizno mjerenje dužina FSB-a posjeduje "Mahr"-ov uređaj za ispitivanje kružnosti i cilindričnosti koji pripada skupini uređaja sa pokretnim stolom i koristi se metoda ispitivanja sa vanjskom mjernom referencom. MMQ3 jedan je od najraširenijih uređaja za mjerenje odstupanja od kružnosti u svijetu.

Dijelovi Mahr MMQ3 uređaja:

- okretni stol

Slika 8. Okretni stol

- induktivno ticalo (analogni „pick – up“)

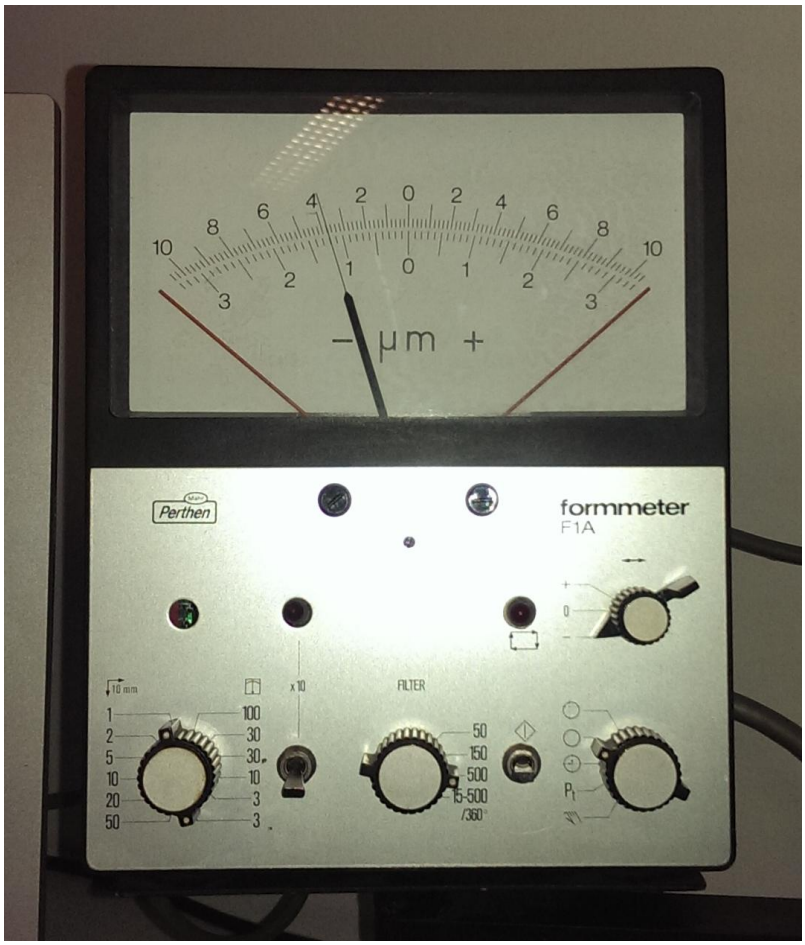


Slika 9. Induktivno ticalo i ruka ticala

- stup sa vodilicom

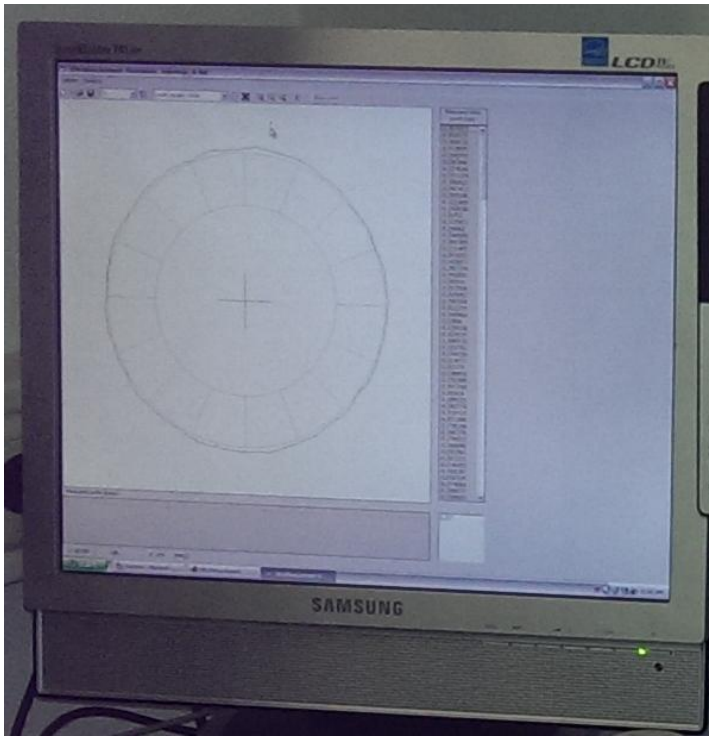
- ruka ticala

- pojačalo signala (militron)

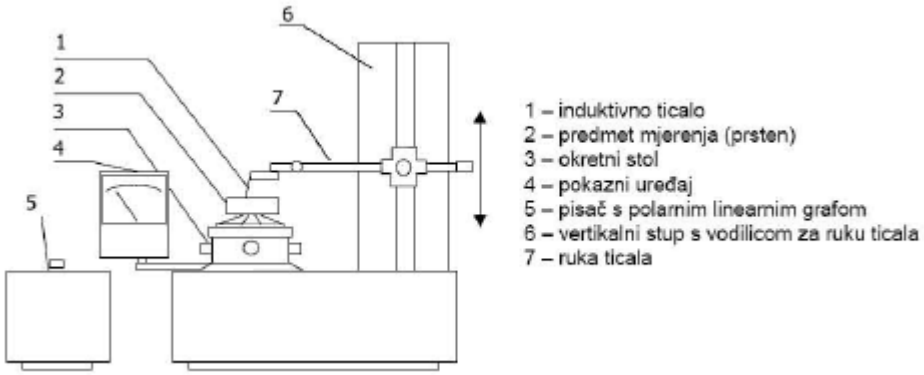


Slika 10. Pojačalo signala (militron)

- računalo sa software-om za pisanje polarnog i linearnog grafa



Slika 11. Polarni graf na ekranu računala



Slika 12. 2D prikaz uređaj za mjerenje kružnosti Mahr MMQ3

Slika 13. 3D prikaz uređaja za mjerenje kružnosti Mahr MMQ3

Mjerenja smo vršili na mjernoj polukugli – RET 227-509

Slika 14. Mjerna polukugla

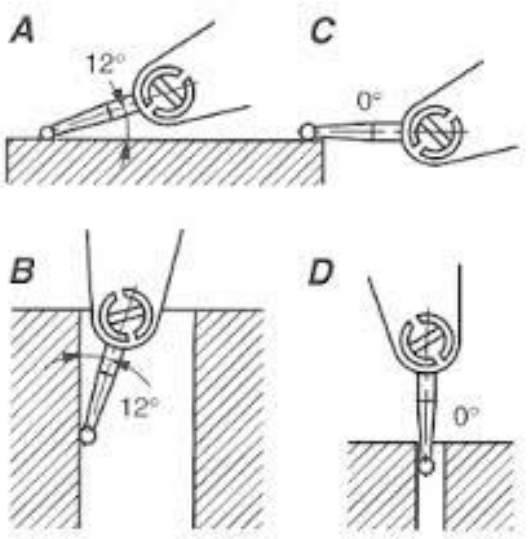
Induktivno ticalo pretvara informaciju o mehaničkom pomaku u električni signal. Pomaci ticala, se u formi promjene registriraju na elektronskom uređaju za pojačanje signala (militron-u). U militronu se signal obrađuje, te se dobiveno odstupanje od kružnosti prikazuje na ugrađenoj mjernoj skali. Signal se, zatim prenosi na pisač, gdje se po potrebi ispisuje polarni ili linearni graf. Kao mjerna referenca koristi se os rotacije okretnog stola i uvjet kvalitetnog mjerenja je poklapanje aksijalne osi ispitnog uzorka sa osi rotacije stola. Okretni stol ovog uređaja posjeduje dva precizna vijka za centriranje uzorka u *x-y* ravnini, te još dva

za podešavanje nagiba (rotacija oko *x* i *y* osi). Postupak centriranja se izvodi ručnim zakretanjem stola, prema podacima očitanih sa mjerne skale „militrona“. Ruka ticala je također opremljena preciznim vijkom, kojim se ticalo dovodi u kontakt sa uzorkom. Vertikalni pomak ruke, ostvaren je vretenom pogonjenim električnim putem. Uređaj MMQ3 omogućava mjerenje odstupanja od kružnost u rasponu od ±1 mm do ±3 μm .Ovisno o veličini odstupanja moguće je odabrati mjerna područja od ±3 μm, ±30 μm, ±100 μm, ±300 μm i ±1000 μm.

5.3 Linearna pogreška pupitaste ure

Linearna pogreška pupitaste ure se još naziva i kosinusova pogreška. S obzirom da ticalo mjeri kutni pomak od presudne važnosti je da ticalo uvijek bude u istom položaju prilikom mjerenja. Ukoliko se ticalo ne nalazi u istom položaju prilikom mjerenja dobiveni rezultati neće biti pouzdani.

Kosinusova pogreška je određena kutom pod kojim je ticalo postavljeno u odnosu na predmet koji se mjeri. Vrlo mali kut ili da kuta nema znači da nema ni pogreške. Veliki kut znači i veliku kosinusovu pogrešku.



Slika 15. Linearna pogreška pupitaste ure

Primjerice, ako se želi izmjeriti pomak od 1 μm, a kut ticala je krivo postavljen te iznosi 60^o, rezultat neće biti pouzdan. Vrši se množenje udaljenosti koju očitavamo te kosinus kuta i dobije se stvarni pomak.

$$cos(60) * 1 = 0{,}5\ \mu\text{m} \tag{5.1}$$

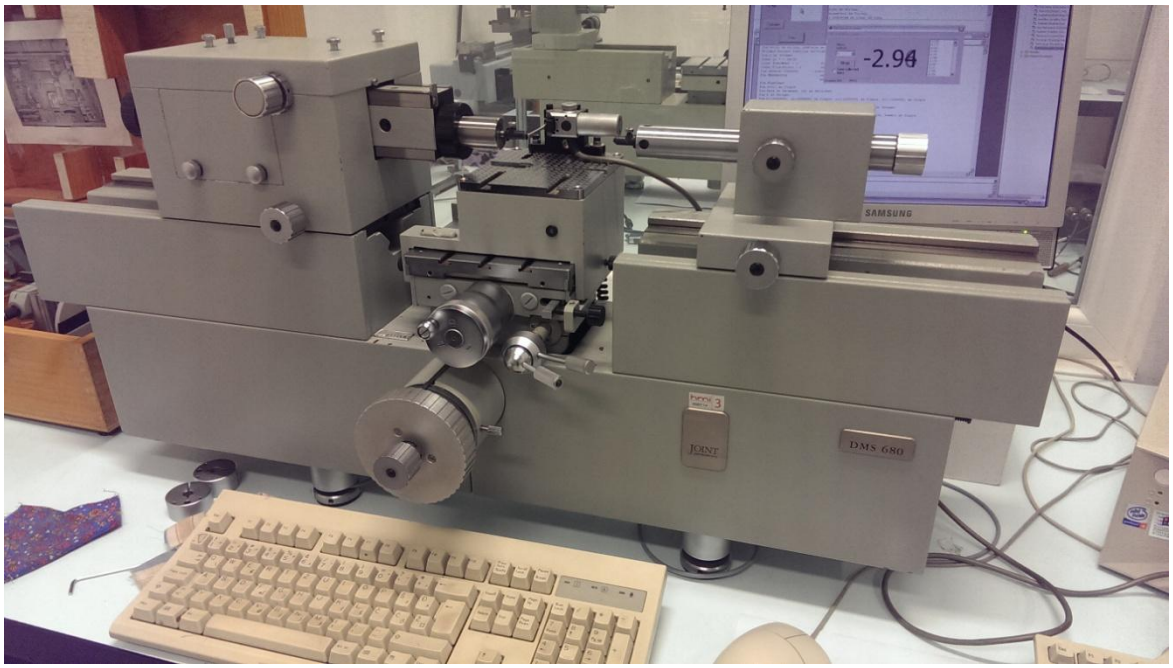
Iz jednadžbe (5.1) je vidljivo kako za kut od 60^o, kada indikator pokazuje pomak od 1 μm, pravi pomak iznosi 0,5 μm. [5, 6]

5.4 Razrada postupka umjeravanja uređaja za kružnost Mahr MMQ3

Kako bi se umjerio uređaj za mjerenje kružnosti Mahr MMQ3 potrebno je eliminirati one učinke koji negativno djeluju i time umanjuju točnost mjerenja. Ti učinci su temperatura, pogreške vrtnje okretnog stola te linearne pogreške pupitaste ure.

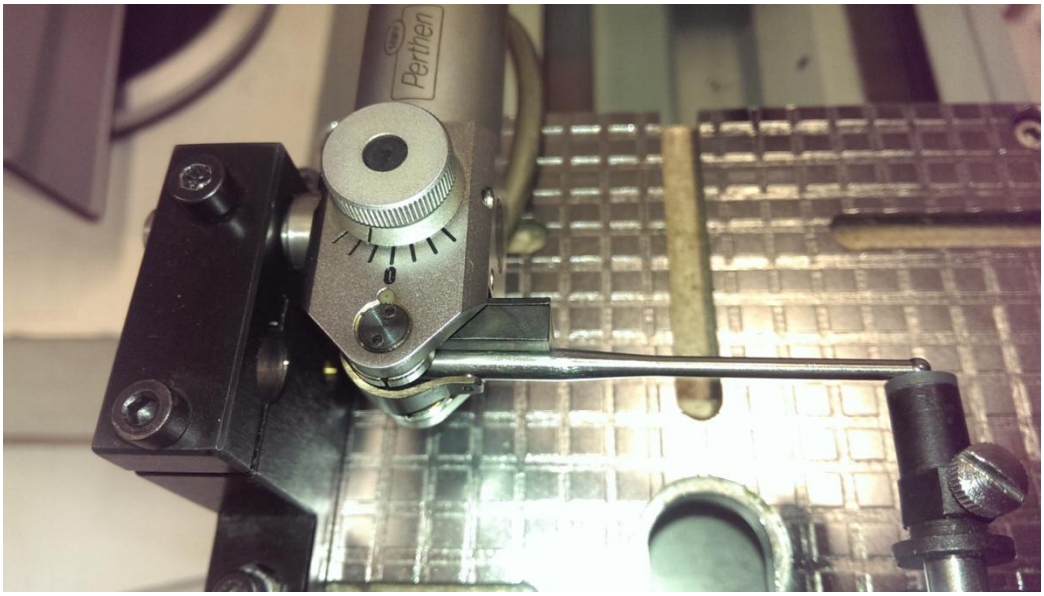
Kod ovakvih mjerenja temperatura ima minimalan učinak ili ga uopće nema s obzirom da jedno mjerenje traje nekoliko sekundi te se predmet ne stigne niti zagrijati niti ohladiti, a prostorija u kojoj se izvršavaju mjerenja je klimatizirana čime se omogućuje mjerenje u kontroliranim uvjetima. Minimalan učinak temperature se može javiti i zbog trenja između predmeta i ticala koji nastaje rotacijom predmeta, no ti učinci su zanemareni zbog njihovog minimalnog djelovanja na rezultate mjerenja.

Linearna pogreška ticala uklanja se na način da se prvo treba odrediti njen iznos te zatim izvršiti korekcija pretvorbe naponske veličine u pomak. Umjeravanje ticala vrši se na ULM (universal length machine) univerzalni mjerni uređaju koji omogućuje male referentne pomake i njime je osigurana sljedivost. (slika 16.).



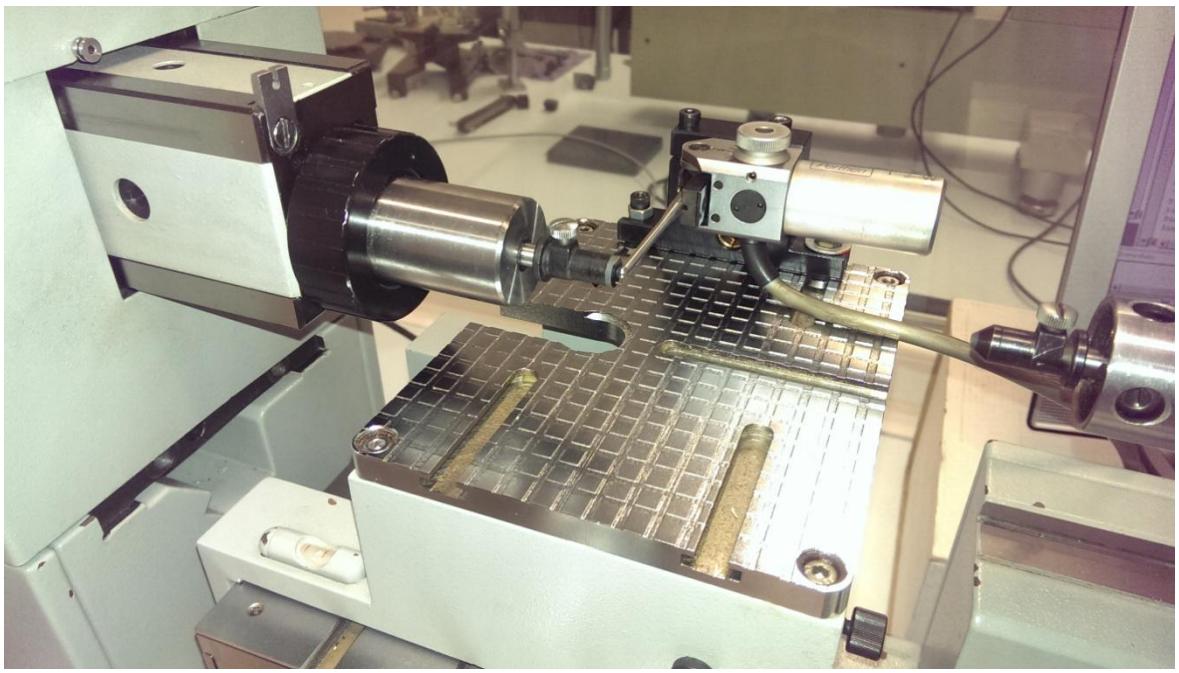
Slika 16. ULM uređaj za umjeravanje ticala

Prvo se pupitasta ura skine sa uređaja za mjerenje kružnosti Mahr MMQ3 te se pričvrsti na ULM uređaj. Pri umjeravanju od izuzetne je važnosti osigurati da ticalo bude u istom položaju kod umjeravanja kao i na uređaju za mjerenje kružnosti. Iz tog razloga je prije početka umjeravanja potrebno osigurati taj položaj, a to se radi u dva koraka. Prvo se osigura da ticalo bude zategnuto istom silom, na 1,5, kao što je prikazano na slici 17.



Slika 17. Zatezna sila kojom je pričvršćeno ticalo

S obzirom da se ticalo može pomicati potrebo je osigurati da se ono nalazi pod istim kutom kod umjeravanja i kod samog mjerenja. Tu slijedi korak 2. Kako bi se osiguralo da ticalo bude pod istim kutom pri umjeravanju i na samom uređaju za mjerenje kružnosti koriste se mjerni listići. Odabire se mjerni listić 60 jer on omogućuje da ticalo bude što bliže pravom kutu. Na ULM uređaj se stavi ravna kapica većeg promjera radi lakšeg i točnijeg mjerenja. Položaj pupitaste ure se postavi u središte ravne kapice (slika 18.).



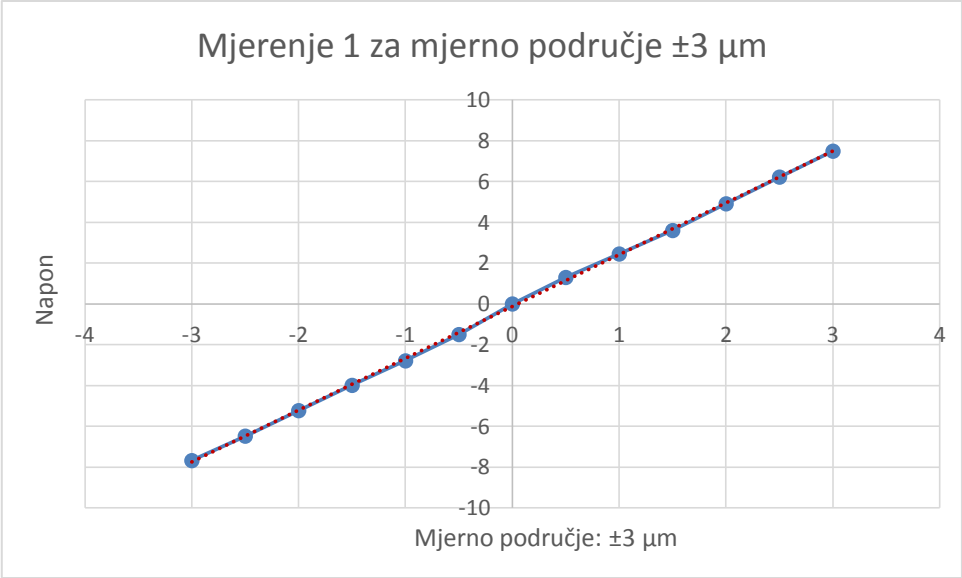
Slika 18. Postavljanje pupitaste ure

Prije samog umjeravanja ticala potrebno je utvrditi korekcije ticala. Mjerenja se rade za mjerna područja 3, 10, 30 i 100 μm. Ta područja se podijele na jednak broj dijelova. Ovdje se

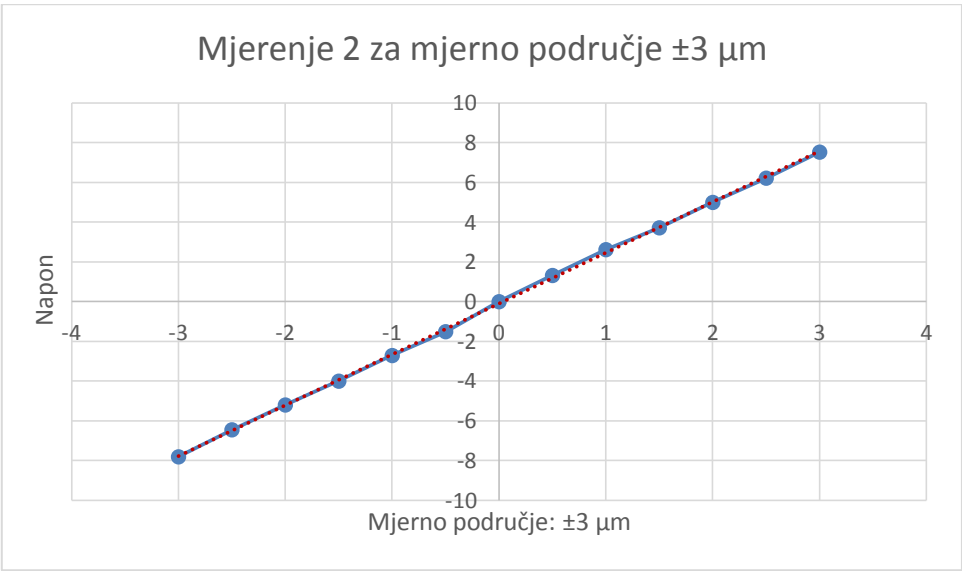
vrše po 3 mjerenja za svako područje te se utvrđuje koeficijent nagiba linearnog pravca regresije, odnosno faktor korekcije koji pretvara naponsku jedinicu u duljinsku jedinicu, a mjerna jedinica je $\frac{\mu m}{V}$. Mjerenja započinju sa mjernim područjem ±3 μm kojeg se podijeli na 6 jednakih dijelova u pozitivnom (0,5, 1, 1,5, 2, 2,5, 3 μm) i 6 jednakih dijelova u negativnom smjeru (-0,5, -1, -1,5, -2, -2,5, -3 μm). Na pojačalu signala (militronu) se namjesti mjerno područje od ±3 μm, a zatim se pokrene software, koji za određeni iznos napona daje vrijednost u μm, u kojem se također podesi isto mjerno područje. Na ULM uređaju se polako pomiče ticalo sve dok se u software-u ne dobije 0 V a time i 0 μm. Zatim se potrebno 6 puta pomaknuti u pozitivnom smjeru (za zadane pomake) i nakon toga 6 puta u negativnom smjeru (također za zadane pomake). Za svaki se pomak dobije određeni napon koji se zabilježi, a rezultati tih pomaka su dani u tablici 1. Mjerenje se ponavlja 3 puta kako bi rezultati bili izračunati kao aritmetička sredina mjerenja. Za svako mjerenje se, u excel tablici pomoću funkcije slope, izračuna koeficijent nagiba linearnog pravca regresije. Izračuna se srednja vrijednost od ta tri koeficijenta i taj rezultat se unese u software kako bi se izvršila korekcija ticala. [7]

Tablica 1. Utvrđivanje korekcije ticala za mjerno područje ±3 μm

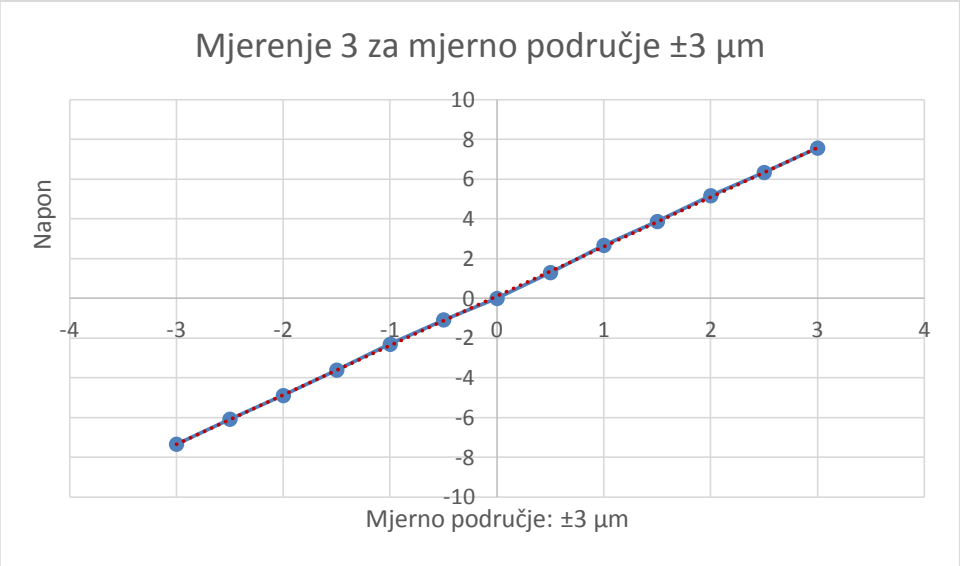
Referentna vrijednost, μm	Mjerenje 1	Mjerenje 2	Mjerenje 3
	Napon, V	Napon, V	Napon, V
-3	-7,68	-7,81	-7,34
-2,5	-6,48	-6,45	-6,08
-2	-5,23	-5,2	-4,89
-1,5	-3,99	-4	-3,61
-1	-2,79	-2,71	-2,31
-0,5	-1,5	-1,51	-1,08
0	0	0	0
0,5	1,3	1,32	1,3
1	2,45	2,62	2,67
1,5	3,6	3,72	3,87
2	4,91	5	5,17
2,5	6,22	6,22	6,34
3	7,49	7,53	7,57
Koeficijent smjera pravca	2,5399	2,5587	2,4899
Aritmetička sredina koeficijenta	2,5295		



Slika 19. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 1 za mjerno područje* ±3 µm**



Slika 20. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 2 za mjerno područje* ±3 µm**



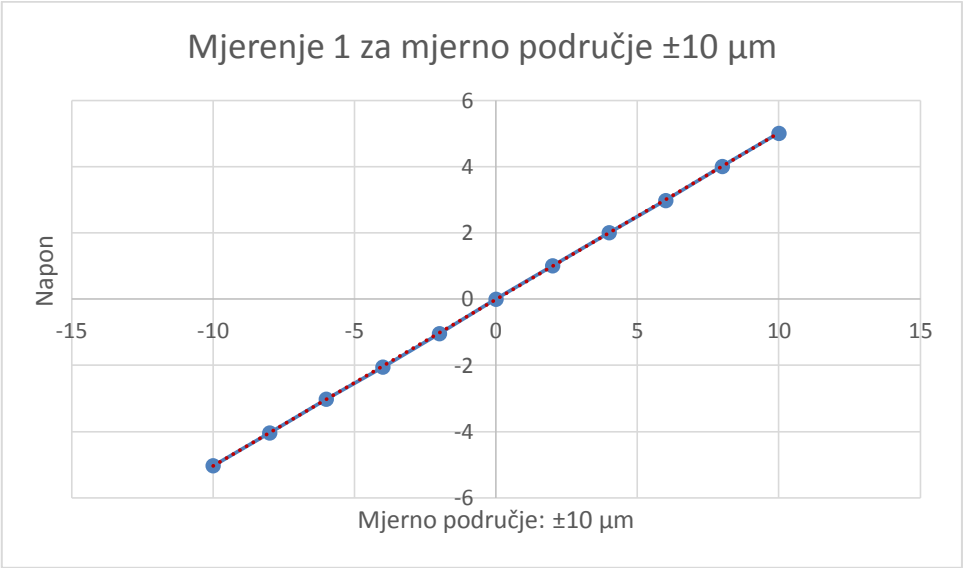
Slika 21. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 3 za mjerno područje ±3 µm***

Gore navedeni postupak se ponovi za ostala gore navedena mjerna područja, a rezultati tih mjerenja su dani u tablicama ispod.

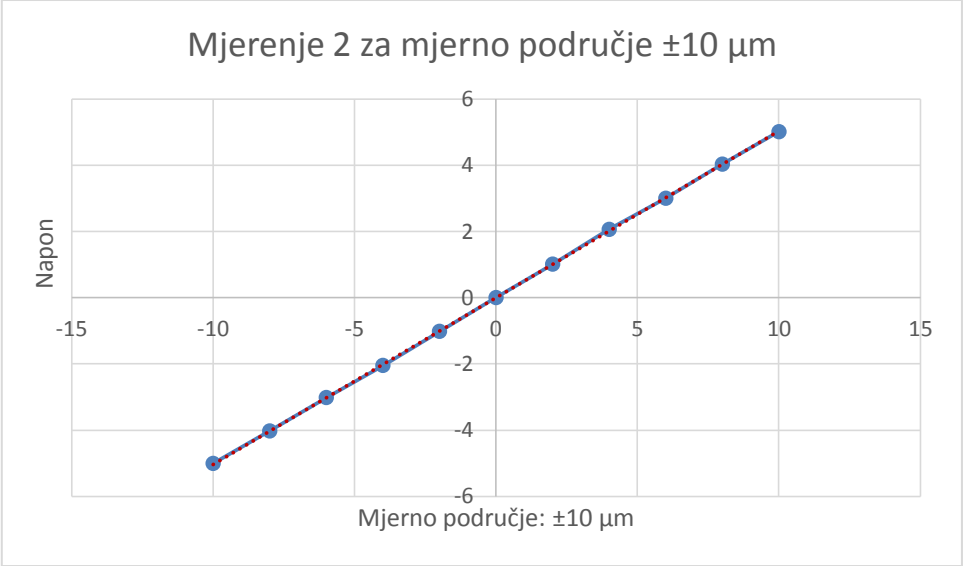
Mjerno područje ±10 µm: [7]

Tablica 2. ***Utvrđivanje korekcije ticala za mjerno područje ±10 µm***

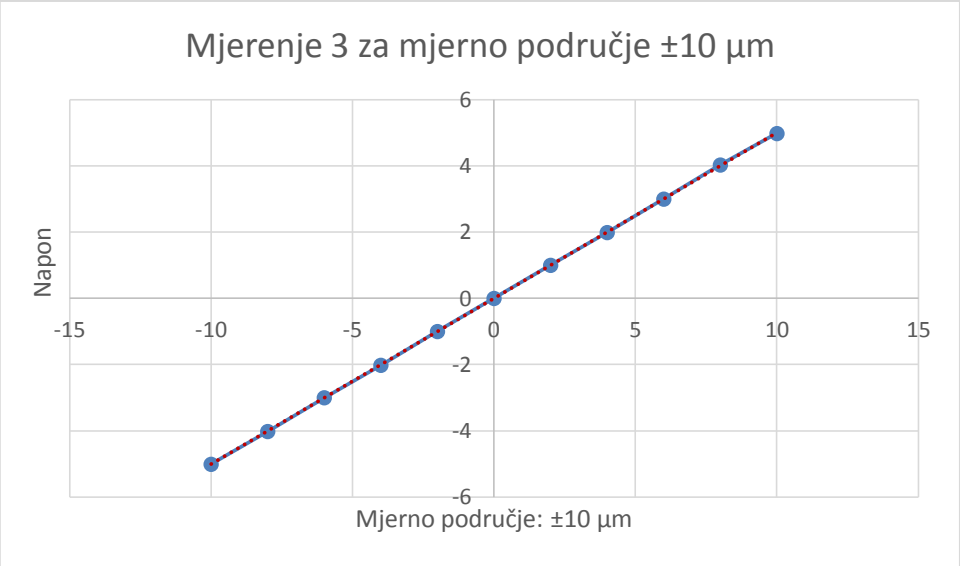
Referentna vrijednost, µm	Mjerenje 1	Mjerenje 2	Mjerenje 3
	Napon, V	Napon, V	Napon, V
-10	-5,03	-5,01	-5,01
-8	-4,04	-4,03	-4,02
-6	-3,02	-3,02	-3
-4	-2,05	-2,05	-2,02
-2	-1,04	-1,02	-1
0	0	0	0
2	1,01	1,01	1
4	2,01	2,06	1,99
6	2,98	3	3
8	4,01	4,03	4,03
10	5,01	5,01	4,98
Koeficijent smjera pravca	0,5026	0,5029	0,5008
Aritmetička sredina koeficijenta	0,5021		



Slika 22. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 1 za mjerno područje ±10 µm***



Slika 23. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 2 za mjerno područje ±10 µm***

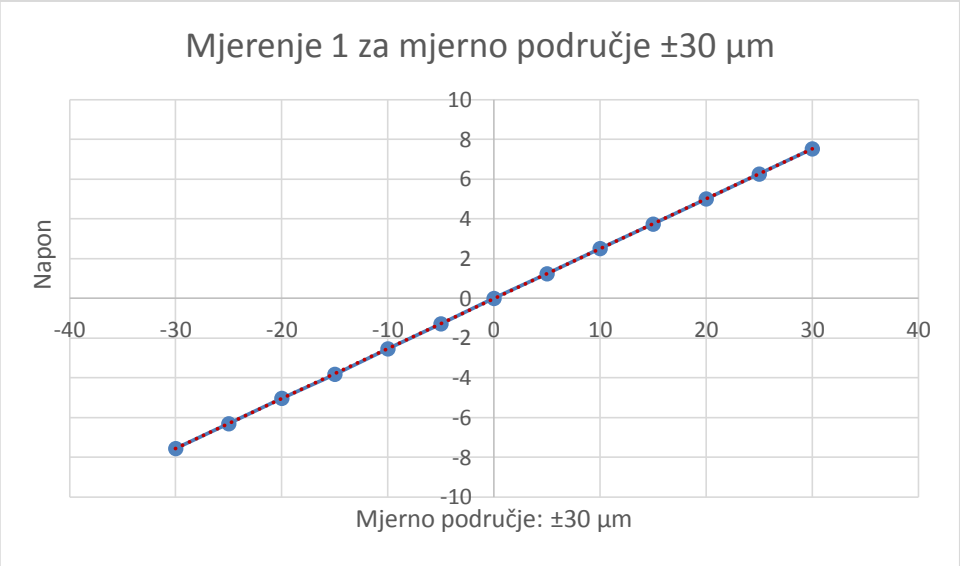


Slika 24. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 3 za mjerno područje ±10 µm***

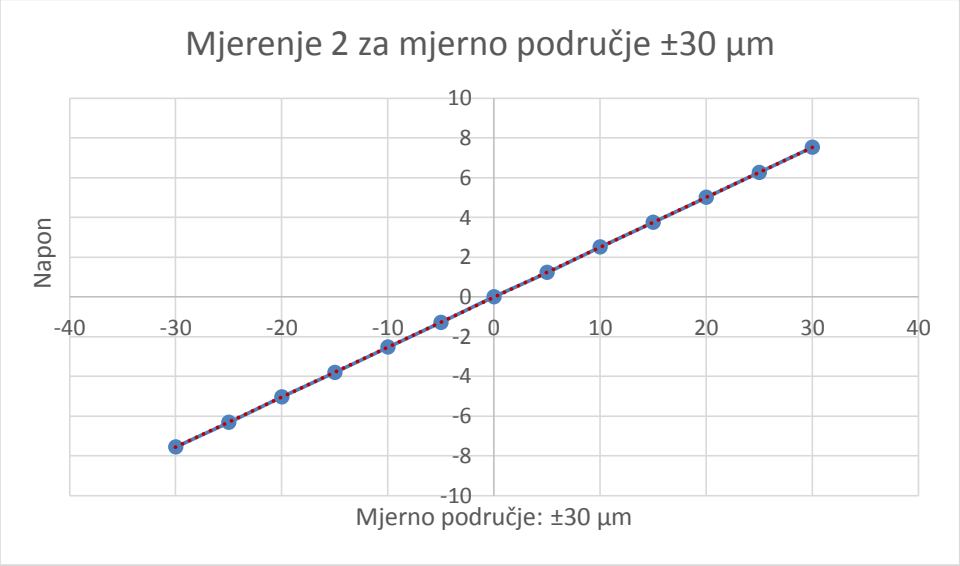
Mjerno područje ±30 µm: [7]

Tablica 3. ***Utvrđivanje korekcije ticala za mjerno područje ±30 µm***

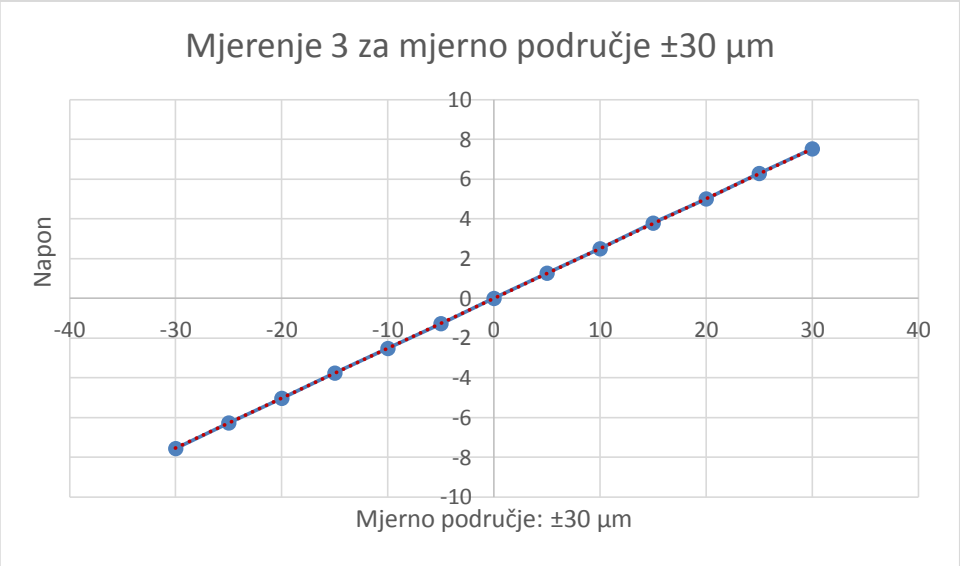
Referentna vrijednost, µm	Mjerenje 1	Mjerenje 2	Mjerenje 3
	Napon, V	Napon, V	Napon, V
-30	-7,56	-7,56	-7,56
-25	-6,31	-6,32	-6,27
-20	-5,03	-5,04	-5,03
-15	-3,82	-3,81	-3,76
-10	-2,54	-2,53	-2,52
-5	-1,28	-1,29	-1,27
0	0	0	0
5	1,24	1,23	1,27
10	2,51	2,51	2,5
15	3,74	3,75	3,79
20	5,01	5,01	5,01
25	6,26	6,26	6,29
30	7,53	7,53	7,53
Koeficijent smjera pravca	0,2515	0,2516	0,2514
Aritmetička sredina koeficijenta	0,2515		



Slika 25. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 1 za mjerno područje ±30 µm***



Slika 26. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 2 za mjerno područje ±30 µm***

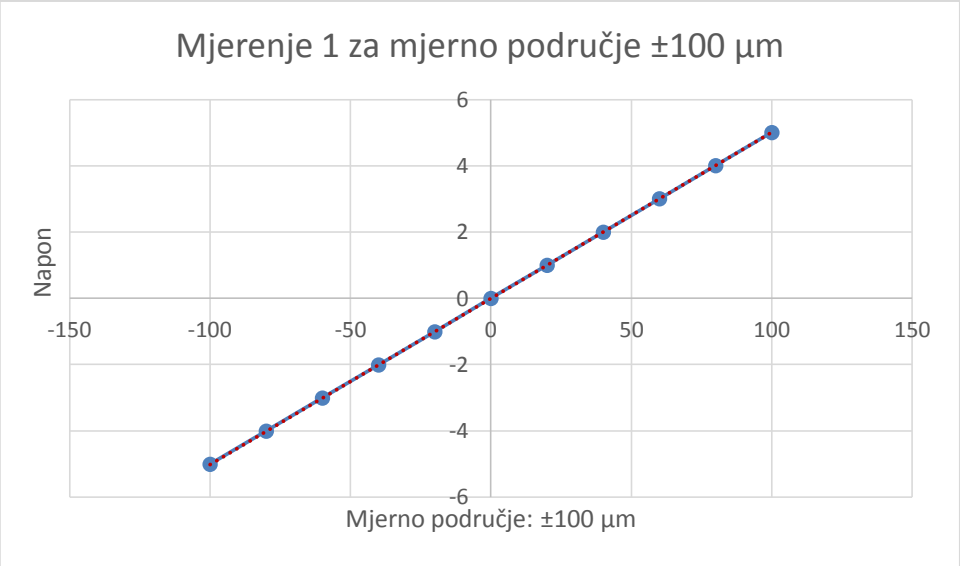


Slika 27. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 3 za mjerno područje ±30 µm***

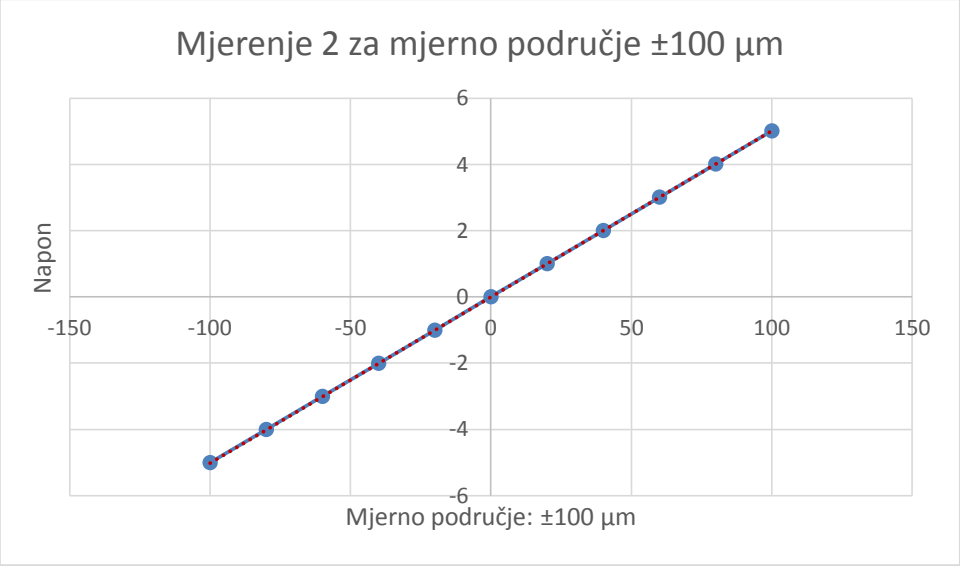
Mjerno područje ±100 µm: [7]

Tablica 4. ***Utvrđivanje korekcije ticala za mjerno područje ±100 µm***

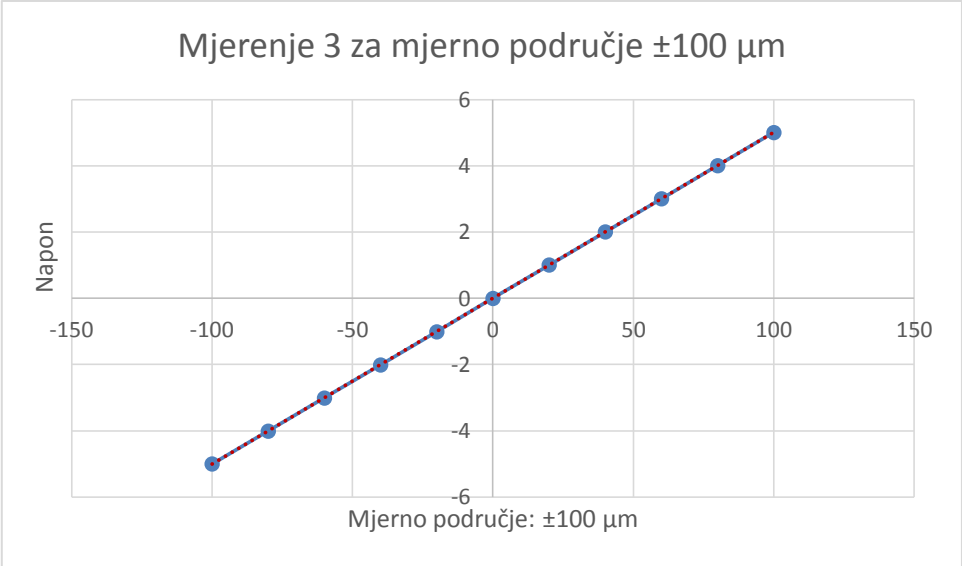
Referentna vrijednost, µm	Mjerenje 1	Mjerenje 2	Mjerenje 3
	Napon, V	Napon, V	Napon, V
-100	-5,01	-5,01	-5
-80	-4,01	-4,01	-4,01
-60	-3,01	-3,01	-3,01
-40	-2,01	-2,01	-2,01
-20	-1,01	-1,01	-1,01
0	0	0	0
20	1	1	1,01
40	2	2	2,01
60	3,01	3,01	3,01
80	4,01	4,01	4,01
100	5,01	5,01	5,01
Koeficijent smjera pravca	0,0501	0,0501	0,0501
Aritmetička sredina koeficijenta	0,0501		



Slika 28. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 1 za mjerno područje ±100 µm***



Slika 29. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 2 za mjerno područje ±100 µm***



Slika 30. ***Dijagram iznosa napona za nazivnu vrijednost i linearni pravac regresije za mjerenje 2 za mjerno područje ±100 µm***

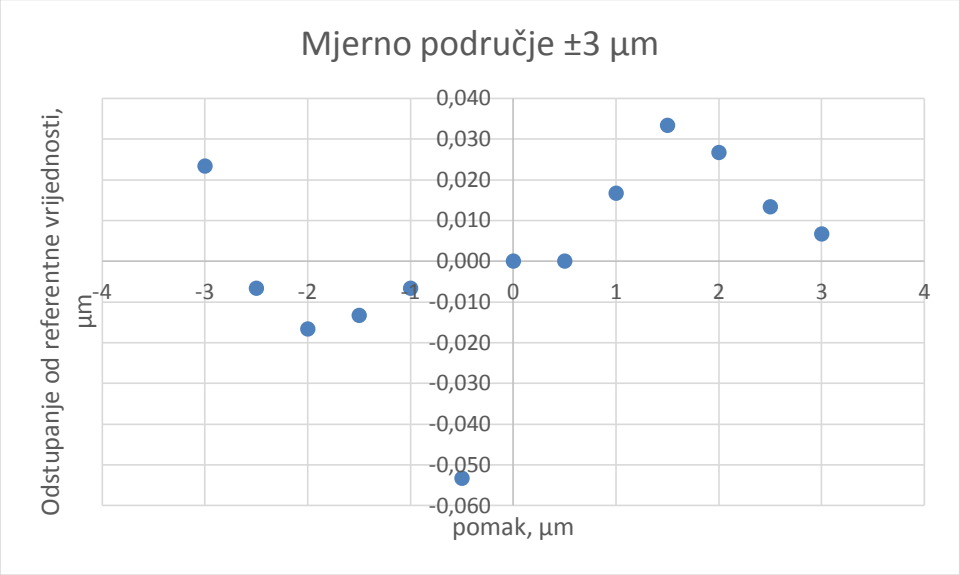
Nakon što su se prošla sva četiri mjerna područja i izračunale aritmetičke sredine koeficijenta smjera pravca, te koeficijente je potrebno unijeti u software i time je završena korekcija ticala.

Nakon utvrđivanja korekcije ticala može se započeti s umjeravanjem ticala. Umjeravanje ticala se vrši za ista mjerna područja kao i kod korekcije ticala. Ovdje se također rade 3 ponovljena mjerenja za svako mjerno područje. Nakon što se jedno mjerno područje prođe 3 puta, izračuna se srednja vrijednost tih mjerenja te se izračuna koliko je odstupanje ticala. Moguće je uočiti kako su sada mjerenja bliža referentnim vrijednostima, odnosno da očitanje od 1 µm uistinu predstavlja pomak 1 µm. Rezultati umjeravanja prikazani su u tablicama 5., 6., 7. i 8. te su dani dijagrami odstupanja od nazivne vrijednosti. Odstupanja su određena na osnovu tri ponovljena mjerenja.

Tablica 5. ***Umjeravanje ticala u mjernom području ±3 µm***

Referentna vrijednost, µm	Mjerenje 1, µm	Mjerenje 2, µm	Mjerenje 3, µm	Aritmetička sredina mjerenja, µm	Odstupanje, µm
-3	-2,97	-2,99	-2,97	-2,977	0,023
-2,5	-2,5	-2,53	-2,49	-2,507	-0,007
-2	-2,02	-2,02	-2,01	-2,017	-0,017
-1,5	-1,53	-1,51	-1,5	-1,513	-0,013
-1	-1	-1,01	-1,01	-1,007	-0,007
-0,5	-0,53	-0,6	-0,53	-0,553	-0,053
0	0	0	0	0,000	0,000
0,5	0,49	0,5	0,51	0,500	0,000
1	1	1	1,05	1,017	0,017
1,5	1,54	1,5	1,56	1,533	0,033

2	2,05	1,98	2,05	2,027	0,027
2,5	2,55	2,47	2,52	2,513	0,013
3	3,03	2,97	3,02	3,007	0,007
Šum prilikom mjerenja:					±0,02

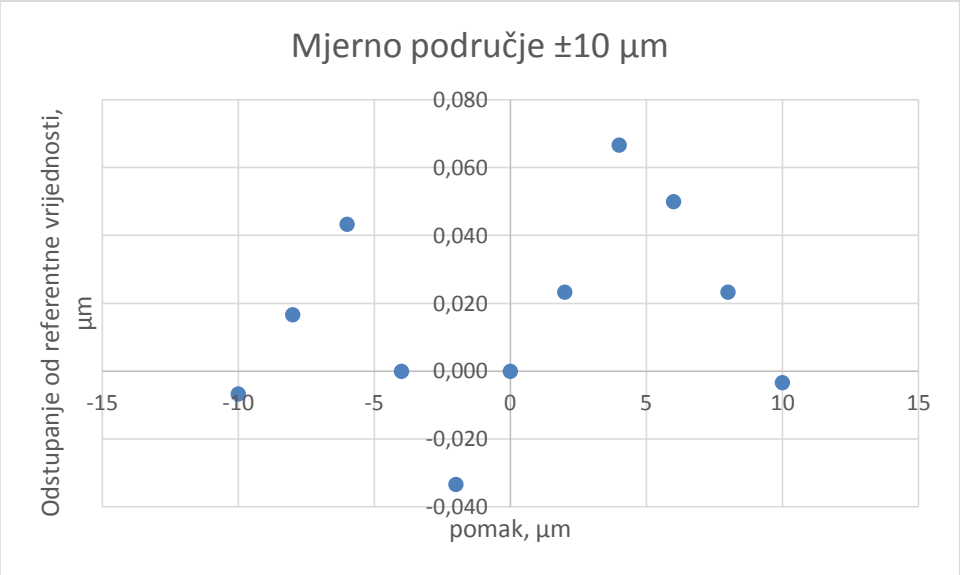


Slika 31. ***Dijagram odstupanja od referente vrijednosti za mjerno područje ±3 µm***

Iz slike 31. se vidi kako odstupanja nemaju obrazac ponavljanja, odnosno kroz te točke nije moguće provući pravac, te se kao takva prihvaćaju i nije ih potrebno korigirati. [7]

Tablica 6. ***Umjeravanje ticala u mjernom području ±10 µm***

Referentna vrijednost, µm	Mjerenje 1, µm	Mjerenje 2, µm	Mjerenje 3, µm	Aritmetička sredina mjerenja, µm	Odstupanje, µm
-10	-10,05	-9,97	-10	-10,007	-0,007
-8	-8	-7,95	-8	-7,983	0,017
-6	-5,98	-5,92	-5,97	-5,957	0,043
-4	-4	-4	-4	-4,000	0,000
-2	-2,06	-2,01	-2,03	-2,033	-0,033
0	0	0	0	0,000	0,000
2	2,02	2,05	2	2,023	0,023
4	4,05	4,1	4,05	4,067	0,067
6	6,05	6,05	6,05	6,050	0,050
8	8	8,05	8,02	8,023	0,023
10	9,97	10,02	10	9,997	-0,003
Šum prilikom mjerenja:					±0,04

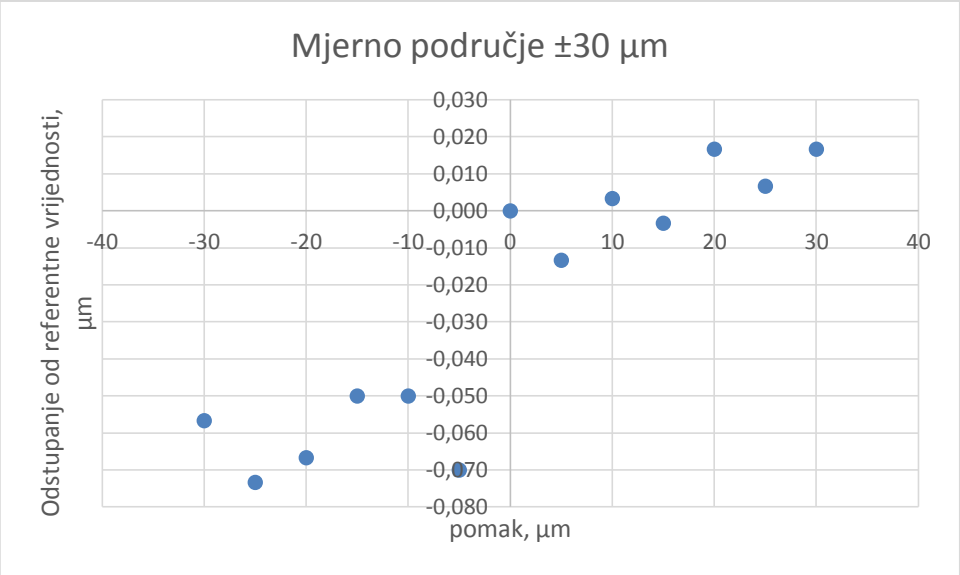


Slika 32. ***Dijagram odstupanja od referente vrijednosti za mjerno područje ±10 µm***

Rezultati na slici 32. imaju oblik sinusoide no kroz njih se ne bi mogao provući pravac te su rezultati prihvaćeni i korekcije nisu potrebne. [7]

Tablica 7. ***Umjeravanje ticala u mjernom području ±30 µm***

Referentna vrijednost, µm	Mjerenje 1, µm	Mjerenje 2, µm	Mjerenje 3, µm	Srednja vrijednost mjerenja, µm	Odstupanje, µm
-30	-30,1	-30,02	-30,05	-30,057	-0,057
-25	-25,12	-25,05	-25,05	-25,073	-0,073
-20	-20,1	-20,05	-20,05	-20,067	-0,067
-15	-15,1	-15	-15,05	-15,050	-0,050
-10	-10,1	-10	-10,05	-10,050	-0,050
-5	-5,1	-5,05	-5,06	-5,070	-0,070
0	0	0	0	0,000	0,000
5	4,98	4,98	5	4,987	-0,013
10	9,99	10	10,02	10,003	0,003
15	14,99	15	15	14,997	-0,003
20	20	20	20,05	20,017	0,017
25	25	25,02	25	25,007	0,007
30	30	30,05	30	30,017	0,017
Šum prilikom mjerenja:					±0,06

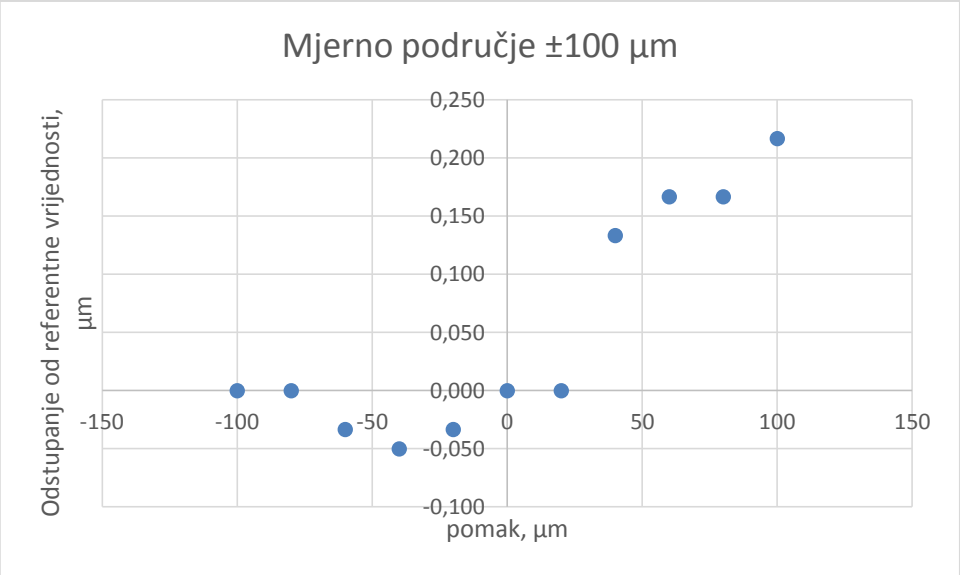


Slika 33. ***Dijagram odstupanja od referente vrijednosti za mjerno područje ±30 µm***

Točke odstupanja na slici 33. imaju obrazac ponavljanja, odnosno kroz njih bi se mogao provući pravac te kod ovih rezultata postoji mogućnost korekcije. No s obzirom da su ta odstupanja mala, kao takva su prihvatljiva te ovdje nije napravljena korekcija. [7]

Tablica 8. ***Umjeravanje ticala u mjernom području ±100 µm***

Referentna vrijednost, µm	Mjerenje 1, µm	Mjerenje 2, µm	Mjerenje 3, µm	Srednja vrijednost mjerenja, µm	Odstupanje, µm
-100	-100	-100	-100	-100,000	0,000
-80	-80	-80	-80	-80,000	0,000
-60	-60,05	-60	-60,05	-60,033	-0,033
-40	-40,1	-40	-40,05	-40,050	-0,050
-20	-20,1	-20	-20	-20,033	-0,033
0	0	0	0	0,000	0,000
20	20	20	20	20,000	0,000
40	40,15	40,15	40,1	40,133	0,133
60	60,2	60,2	60,1	60,167	0,167
80	80,2	80,2	80,1	80,167	0,167
100	100,2	100,25	100,2	100,217	0,217
Šum prilikom mjerenja:					±0,1



Slika 34. ***Dijagram odstupanja od referente vrijednosti za mjerno područje ±100 µm***

Odstupanja na slici 34. u pozitivnom smjeru osi apscisa imaju određeni obrazac no u negativnom smjeru nemaju te kroz njih nije moguće provući pravac te rezultate nije potrebno korigirati nego su oni prihvaćeni. [7]

Nakon što je završeno umjeravanje ticala, vrijeme je za umjeravanje okretnog stola. Prvo je potrebno ticalo sa ULM uređaja vratiti na uređaj za mjerenje kružnosti Mahr MMQ3. Sa mjernim listićima se ponovo osigura da se ticalo nalazi pod istim kutom kao i kod umjeravanja.

Slika 35. Osiguranje kuta ticala mjernim listićima

Na rotacijski stol se postavi mjerna polukugla. Potrebno je centrirati mjernu polukuglu kako bi se dobili pouzdani rezultati. Prolaze se mjerna područja 1000, 100, 30, 10 i 3 μm i to navedenim redoslijedom. Ticalo se dovede u doticaj sa polukuglom te se okretni stol postavi u početni položaj te se očita vrijednost na militronu. Nakon toga se stol zarotira za 180^o i ponovo očita vrijednost na militronu te se pomicanjem po translacijskim osima vrši centriranje. Okretni stol se zarotira za 90^o, očita se vrijednost, izvrši rotacija okretnog stola za 180^o, očita vrijednost te se ponovo vrši translacijski pomak.

Postupak se ponovi za sva mjerna područja te nakon toga je polukugla ispravno pozicionirana na mjernom uređaju. Nakon „centriranja“ po svim mjernim područjima iterativno, okretni stol se vrti jedan krug kako bi se dobilo odstupanje. Mjerenje se ponavlja 30 puta, odnosno napravi se 30 krugova.

S obzirom da mjerna kugla ima odstupanje od kružnosti od 0,026 μm, smatra se da je ispod razine netočnosti rotacije okretnog stola, te je pogodan etalon za ispitivanje te pogreške.

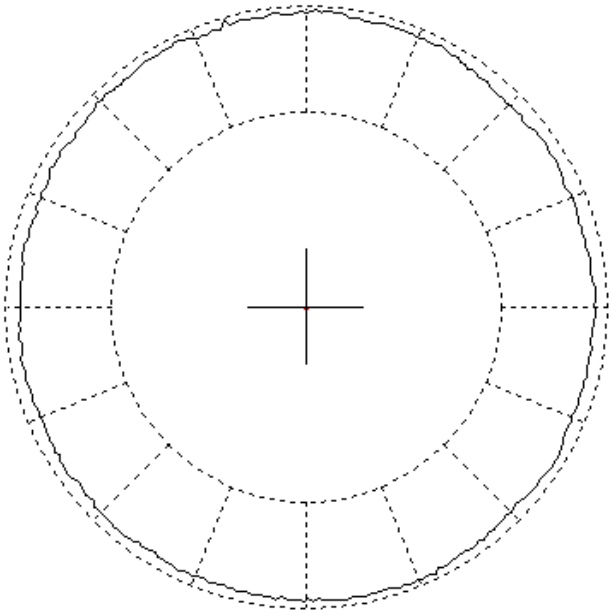
Rezultati mjerenja:

Vizualno je prikazano jedno mjerenje, dok su ostala mjerenja prikazana u tablici 10. zajedno

sa aritmetičkom sredinom i standardnom devijacijom svih 30 mjerenja, te je dato standardno odstupanje. [7]

Izvješće mjerenja kružnosti

ID mjerenja: mjerenje_9
Datum: 2/3/2016
Mjereno na: MMQ3
Mjeritelj: Filip
Skup podataka: 381 točka



Slika 36. Prikaz mjerenja za deveti krug

Tablica 9. Rezultati obrade podataka za deveti krug metodom najmanjih kvadrata

Rezultati mjerenja:

Metoda	LSC	MIC	MCC	MZC
ex	0,27	0,01	0,03	0
ey	-0,14	-0,02	0,03	0
Rezultat, µm	**0,218**	**0,226**	**0,225**	**0,218**

Tablica 10. Umjeravanje okretnog stola LSC metodom

Mjerenje br.	LSC metoda	Mjerenje br.	LSC metoda	Mjerenje br.	LSC metoda
1	0,204	11	0,256	21	0,256
2	0,173	12	0,245	22	0,208
3	0,179	13	0,221	23	0,226
4	0,259	14	0,198	24	0,199
5	0,204	15	0,228	25	0,222
6	0,237	16	0,217	26	0,261
7	0,195	17	0,236	27	0,256
8	0,217	18	0,261	28	0,219
9	0,218	19	0,219	29	0,267
10	0,291	20	0,244	30	0,239
Aritmetička sredina LSC: 0,2285			Standardno odstupanje *s* (LSC): 0,0277		

5.5 Radne podloge

Primjer ispunjene radne podloge za mjerno područje ±3 µm:

Datum: 02.03.2016

PODACI O MJERILU:

Naziv: *Uređaj za mjerenje kružnosti*	**Nazivna duljina:** ±100 µm	**Proizvođač:** *Mahr*
Oznaka: *MU 37-349*	**Serijski broj:** *MMQ3*	**Korisnik:** *LFSB*

REZULTATI MJERENJA:

Odstupanje od kružnosti etalonske polukugle
Proširena nesigurnost rezultata mjerenja: U = 0,0101 µm

***Tablica 11. Rezultati mjerenja odstupanja od kružnosti etalonske polukugle u* µm**

Mjerenje br.	LSC metoda	Mjerenje br.	LSC metoda	Mjerenje br.	LSC metoda
1.	0,204	11.	0,256	21.	0,256

2.	0,173	12.	0,245	22.	0,208
3.	0,179	13.	0,221	23.	0,226
4.	0,259	14.	0,198	24.	0,199
5.	0,204	15.	0,228	25.	0,222
6.	0,237	16.	0,217	26.	0,261
7.	0,195	17.	0,236	27.	0,256
8.	0,217	18.	0,261	28.	0,219
9.	0,218	19.	0,219	29.	0,267
10.	0,291	20.	0,244	30.	0,239
Aritmetička sredina LSC: 0,2285			Standardno odstupanje *s* (LSC): 0,0277		

Utvrđivanje korekcije ticala:

Mjerno područje: ±3 μm

Tablica 12. Rezultati korekcije ticala

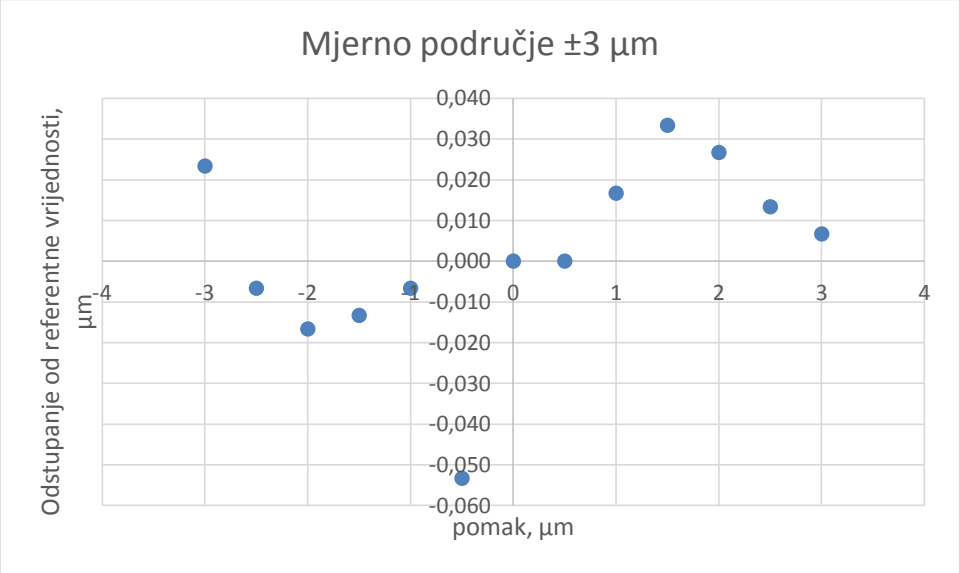
Referentna vrijednost, μm	Mjerenje 1	Mjerenje 2	Mjerenje 3
	Napon, V	Napon, V	Napon, V
-3	-7,68	-7,81	-7,34
-2,5	-6,48	-6,45	-6,08
-2	-5,23	-5,2	-4,89
-1,5	-3,99	-4	-3,61
-1	-2,79	-2,71	-2,31
-0,5	-1,5	-1,51	-1,08
0	0	0	0
0,5	1,3	1,32	1,3
1	2,45	2,62	2,67
1,5	3,6	3,72	3,87
2	4,91	5	5,17
2,5	6,22	6,22	6,34
3	7,49	7,53	7,57
Koeficijent smjera pravca	2,5399	2,5587	2,4899

Aritmetička sredina koeficijenta	2,5295

Umjeravanje ticala:
Mjerno područje: ±3 µm
Proširena nesigurnost rezultata mjerenja: U = 0,1009 µm

Tablica 13. Rezultati umjeravanja ticala

Referentna vrijednost, µm	Mjerenje 1, µm	Mjerenje 2, µm	Mjerenje 3, µm	Srednja vrijednost mjerenja, µm	Odstupanje, µm
-3	-2,97	-2,99	-2,97	-2,977	0,023
-2,5	-2,5	-2,53	-2,49	-2,507	-0,007
-2	-2,02	-2,02	-2,01	-2,017	-0,017
-1,5	-1,53	-1,51	-1,5	-1,513	-0,013
-1	-1	-1,01	-1,01	-1,007	-0,007
-0,5	-0,53	-0,6	-0,53	-0,553	-0,053
0	0	0	0	0,000	0,000
0,5	0,49	0,5	0,51	0,500	0,000
1	1	1	1,05	1,017	0,017
1,5	1,54	1,5	1,56	1,533	0,033
2	2,05	1,98	2,05	2,027	0,027
2,5	2,55	2,47	2,52	2,513	0,013
3	3,03	2,97	3,02	3,007	0,007



Slika 37. Dijagram odstupanja od referente vrijednosti za mjerno područje ±3 µm

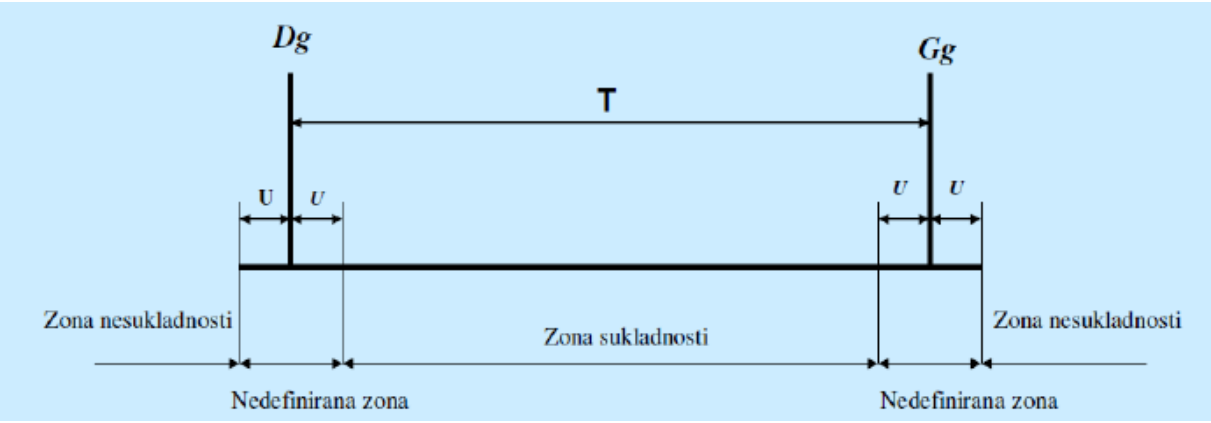
6. PROCJENA MJERNE NESIGURNOSTI (GUM I/ILI MONTE CARLO METODA) REZULTATA MJERENJA KRUŽNOSTI UPOTREBOM MAHR MMQ3 MJERNOG UREĐAJA

6.1 Mjerna nesigurnost

Mjerna nesigurnost je parametar koji opisuje rasipanje vrijednosti koje se pripisuju mjerenoj veličini uz određenu vjerojatnost, a pridružen je rezultatu mjerenja.

Mjerna nesigurnost se procjenjuje radi nedvosmislenog iskazivanja i usporedbe mjernih rezultata dobivenih u različitim umjernim i ispitnim laboratorijima ali i radi usporedbe mjernih rezultata sa specifikacijama proizvođača ili zadanom tolerancijom. Mjerenja nisu savršena kako zbog djelovanja slučajnih utjecaja (trenutna promjena temperature, tlaka i vlage ili neiskustvo mjeritelja, nesavršenost uređaja i osjetila) tako i zbog ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja (promjena karakteristike instrumenta između dva umjeravanja, utjecaj mjeritelja pri očitanju analogne skale, nesigurnost vrijednosti referentnog etalona i slično). Mjerna nesigurnost je upravo posljedica djelovanja slučajnih utjecaja i ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja.

Na slici 38. prikazane su zona sukladnosti, zone nesukladnosti i nedefinirane zone. Kada mjerni rezultat pada u zonu sukladnosti može se prihvatiti jer će taj rezultat biti unutar granica tolerancije i ako se uzme u obzir i njegova mjerna nesigurnost. Zona nesukladnosti pokazuje da je rezultat koji pada u nju svakako izvan granica tolerancije bez obzira na mjernu nesigurnost. Problem se javlja u nedefiniranim zonama gdje prava vrijednost izmjere može ležati i unutar granica tolerancije ali i izvan. Prema gore navedenom za prihvatljive mjere se uzimaju one koje padaju u zonu sukladnosti. [1, 2]



Slika 38. Zone sukladnosti i nesukladnosti

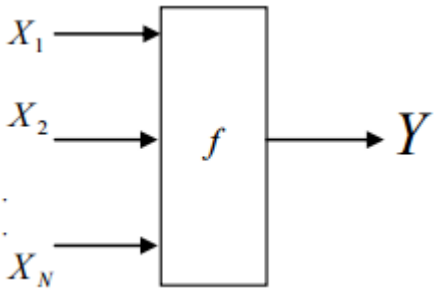
6.2 GUM metoda

Procjena mjerne nesigurnosti se vrši uglavnom preko GUM metode. Prvi korak pri procjeni mjerne nesigurnosti GUM metodom je određivanje matematičkog modela. U većini slučajeva

mjerena veličina *Y* ne mjeri se izravno nego se određuje iz N drugih veličina (X_1, X_2, ... X_N) na temelju funkcijskog odnosa koji predstavlja osnovni matematički model za potpuno određenje mjerene veličine.

$$Y = f(X_1, X_2, \dots X_N) \tag{6.1}$$

Svaki X_i se promatra kao slučajna varijabla, a njena procjena je x_i. *Y* je, također, slučajna izlazna varijabla, a njena procjena se označava sa *y*.



Slika 39. Skalarni odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine

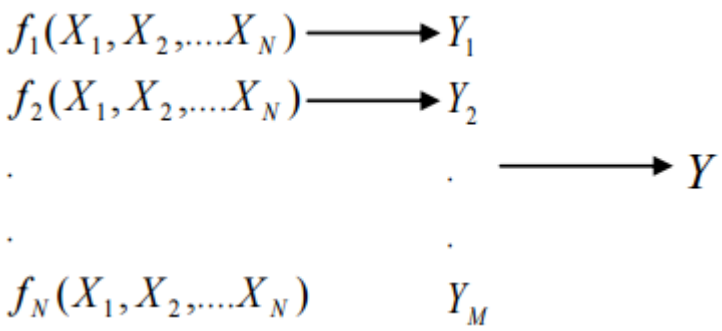
Izlazna veličina *Y* ovisi o ulaznim veličinama X_1, X_2,..., X_N koje se mogu promatrati kao mjerene veličine i mogu ovisiti o drugim veličinama, uključujući ispravke i faktore ispravka zbog sustavnih djelovanja, dovodeći tako do složenog funkcijskog odnosa f koji se ne mora uvijek eksplicitno napisati. Funkcija *f* može biti određena i eksperimentalno.

Skup ulaznih veličina X_1, X_2,..., X_N se može svrstati u razrede:

- veličina čije se vrijednosti i nesigurnosti izravno određuju u stvarnome mjerenju. Te vrijednosti i nesigurnosti se mogu dobiti iz nekog pojedinačnog opažanja, opetovanih opažanja ili prosudbe koja se temelji na iskustvu, a može uključivati određivanje ispravaka očitavanja instrumenta i ispravaka zbog utjecajnih veličina poput temperature okoliša, vlažnosti i tlaka.
- veličina čije vrijednosti i nesigurnosti se uvode u mjerenje iz vanjskih izvora poput veličine pridružene mjernim etalonima, potvrđenim referentnim tvarima i referentnim podacima dobivenim iz priručnika.

Procjena mjerene veličine *Y*, koja se označuje s *y*, dobiva se iz jednadžbe (6.1) uporabom procjena ulaznih veličina x_1,x_2,...,x_N za vrijednosti tih N veličina X_1, X_2,..., X_N. Iz toga proizlazi procjena izlazne veličine *y* tog mjernog rezultata daje se prikazuje izrazom (6.2)

$$y = f(x_1, x_2, \dots x_N) \tag{6.2}$$



Slika 40. Vektorski odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine

U nekim slučajevima ta procjena *y* se može dobiti iz izraza:

$$y = \bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \bar{Y}_k = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(X_{1,k}, X_{2,k}, \ldots, X_{N,k},) \qquad (6.3)$$

Kao procjena *y* se uzima aritmetička sredina ili prosjek n neovisnih određivanja Y_k veličine *Y*, od kojih svako ima istu nesigurnost i svako se temelji na potpunom skupu opaženih vrijednosti N neovisnih veličina X_i dobivenih u isto vrijeme. Ovom načinu usrednjavanja prednost se može dati kada je f nelinearna funkcija ulaznih veličina $X_1, X_2, \ldots, X_N$ pred usrednjavanjem $y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \ldots, \bar{X}_N)$, gdje je $\bar{X}_i = \frac{\sum_{k=1}^{n} X_{i,k}}{n}$ aritmetička sredina pojedinačnih opažanja $X_{i,k}$, no ta dva su pristupa istovjetna ako je *f* linearna funkcija veličina X_i.

Sastavljena standardna nesigurnost $u_c(y)$ je procijenjeno standardno odstupanje pridruženo procjeni izlazne veličine ili mjernog rezultata *y* te se određuje iz procijenjenog standardnog odstupanja pridruženog procjeni ulazne veličine x_i, koje se naziva standardnom nesigurnošću i označuje s $u(x_i)$. Svaka procjena ulazne veličine x_i i njezina pridružena standardna nesigurnost $u(x_i)$ dobivaju se iz razdiobe mogućih vrijednosti ulazne veličine X_i. Ta razdioba vjerojatnosti se može temeljiti na frekvenciji, odnosno na nizu opažanja $X_{i,k}$ veličine X_i.

U GUM-u postoji jasna podjela između sastavnica nesigurnosti tipa A i tipa B s obzirom na različite načine njihova proračunavanja. Proračuni sastavnica A-vrste standardne nesigurnosti se nalaze iz funkcije gustoće vjerojatnosti izvedeni iz promatrane distribucije učestalosti ponavljanja, dok se proračuni B-vrste nalaze iz pretpostavljenih funkcija gustoće vjerojatnosti baziranih na stupnju vjerovanja da će se slučaj dogoditi. Mora se shvatiti da su u oba slučaja te razdiobe modeli koji služe za prikaz stanja našeg znanja. [1, 2]

6.2.1 Određivanje standardne nesigurnosti A-vrste

Određivanje standardne nesigurnosti A-vrste se dobiva iz niza ponovljenih mjerenja uz primjenu normalne i studentove razdiobe. Zasniva se na bilo kojoj vrijedećoj statističkoj metodi (računanje standardnog odstupanja srednje vrijednosti mjernog niza, primjena metode najmanjih kvadrata odstupanja, ANOVA).

U većini slučajeva najbolja je raspoloživa procjena očekivanja ili očekivane vrijednosti μ_q veličine q koja se mijenja na slučajan način i za koju je u istim mjernim uvjetima dobiveno n neovisnih opažanja q_k aritmetička sredina ili prosjek q tih n opažanja.

$$\bar{q} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} q_k \tag{6.4}$$

Da bi se odredio mjerni rezultat y u jednadžbi za ulaznu se veličinu X_i procijenjenu iz n neovisnih opetovanih opažanja $X_{i,k}$ kao procjena x_i ulazne veličine upotrebljava aritmetička sredina X_i dobivena iz jednadžbe (6.4), odnosno $x_i=X_i$.

Pojedinačna opažaja q_k razlikuju se po vrijednosti zbog slučajnih promjena utjecajnih veličina ili slučajnih djelovanja. Eksperimentalna varijanca tih opažanja, koja daje procjenu varijance σ^2 razdiobe vjerojatnosti veličine q, je data izrazom (6.5):

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(q_k - \bar{q})^2 \tag{6.5}$$

Ta procjena varijance i njezin pozitivni drugi korijen $s(q_k)$, koji se naziva eksperimentalnim standardnim odstupanjem, opisuju promjenljivost opaženih vrijednosti q_k, odnosno njihovo rasipanje oko njihove srednje vrijednosti q_k.

Najbolja procjena varijance srednje vrijednosti $\sigma^2\,(\bar{q})$ je dana izrazom:

$$u^2(x_i) = s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} \tag{6.6}$$

Eksperimentalna varijanca srednje vrijednosti $s^2\,(\bar{q})$ i eksperimentalno standardno odstupanje srednje vrijednosti $s(\bar{q})$ koje je jednako pozitivnom drugom korijenu iz $s^2\,(\bar{q})$, količinski određuju mjeru koliko dobro $\bar{q}$ procjenjuje očekivanje μ_q veličine q, a oboje se može upotrebljavati kao mjera nesigurnosti srednje vrijednosti $\bar{q}$.

Na taj način je za ulaznu veličinu X_i određenu iz n neovisnih opetovanih opažanja $X_{i,k}$ standardna nesigurnost $\mu(x_i)$ njezine procjene $x_i=X_i$ uz $s^2(\bar{X}_i)$ izračunano u skladu s jednadžbom (6.6) jednaka $u(x_i)=s(\bar{X}_i)$. Radi pogodnosti $u^2(x_i)=s^2(\bar{X}_i)$ i $u(x_i)=s(\bar{X}_i)$ katkad se redom nazivaju varijancom A-vrste i standardnom nesigurnošću A-vrste.

Za dobro opisano mjerenje pod statističkim nadzorom može biti raspoloživa sastavljena ili skupna procjena varijance s_p^2 (ili združeno eksperimentalno standardno odstupanje s_p) koja opisuje mjerenje. U tim slučajevima, kada se vrijednost mjerene veličine q određuje iz n neovisnih opažanja, eksperimentalna varijanca aritmetičke sredine $\bar{q}$ tih opažanja procjenjuje se bolje pomoću s_p^2/n nego s pomoću $s^2(\bar{q})/n$, a standardna nesigurnost jednaka je $u = s_p/\sqrt{n}$. [1, 2]

6.2.2 Određivanje standardne nesigurnosti B-vrste

Procjena se temelji na znanstvenoj prosudbi svih raspoloživih podataka o X_i. Takav skup podataka može uključivati:

- Iskustvo ili poznavanje ponašanja i svojstava instrumenata
- Prethodni mjerni podaci
- Proizvođačevi tehnički podaci
- Podaci s umjernica i ovjernica
- Podaci iz priručnika.

Procjena se zasniva na apriornim razdiobama vjerojatnosti.

Apriorne razdiobe vjerojatnosti:

- Normalna ili Gaussova
- Pravokutna ili jednolika
- Trokutasta.

Normalna razdioba

Ako se procjena x_i ulazne veličine X_i temelji na nizu ponovljenih mjerenja n, standardna nesigurnost x dobiva se iz Studentove razdiobe (Slika 41.) uz faktor Studentove razdiobe $t_p(\nu)$ koji ovisi o broju stupnjeva slobode ν i traženoj vjerojatnosti P . Svođenje procijenjenog standardnog odstupanja na razinu standardne nesigurnosti izvodi se dijeljenjem s t_p - faktorom Studentove razdiobe.

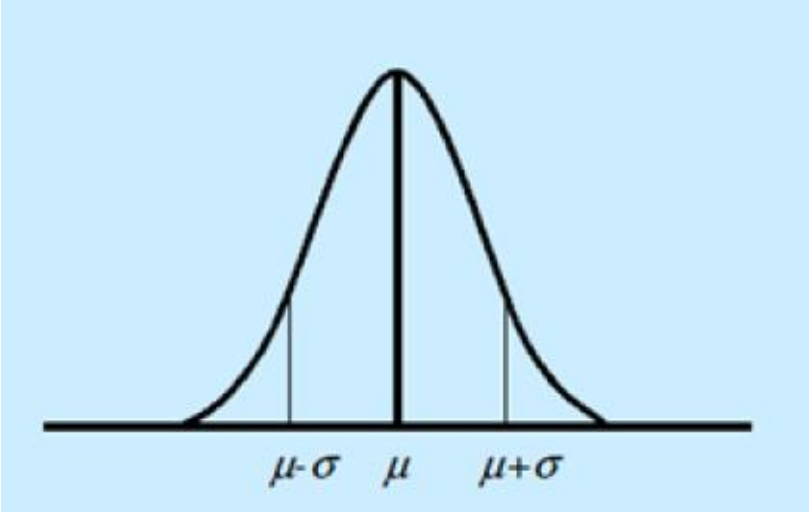
U slučaju kad $\nu \to \infty$ t – razdioba se približava normalnoj razdiobi, a $t_p(\nu) \approx \sqrt{\left(1+\frac{2}{\nu}\right)k}$, gdje je k faktor pokrivanja za normalnu raspodjelu uz vjerojatnost P.

Ako je $u_c^2(y)$ zbroj dviju ili više procijenjenih sastavnica varijance $u_i^2(y) = c_i^2 u^2(x_i)$, primjenom centralnog graničnog teorema, razdioba te varijable također se približno može opisati t – razdiobom sa stvarnim brojem stupnjeva slobode ν_{eff} dobivenim iz Welch–Satterthwaiteove formule prema izrazu:

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} \tag{6.7}$$

gdje je

$$u_i(y) \equiv |c_i| u(x_i) \tag{6.8}$$

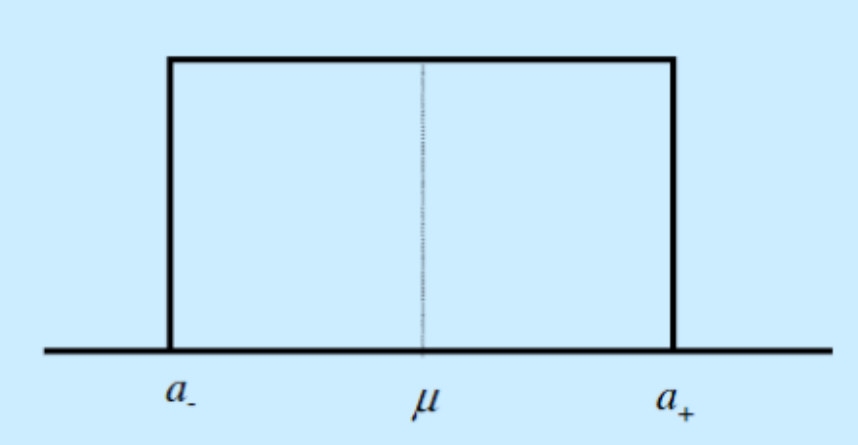


Slika 41. Normalna razdioba

Pravokutna razdioba

Kada se procjena ulazne veličine temelji na procjeni granica intervala pojavljivanja (od –a do +a), uz jednaku vjerojatnost pojavljivanja unutar cijelog procijenjenog intervala, odnosno vjerojatnost da ulazna veličina leži izvan tog intervala jednaka je nuli, tada se standardna nesigurnost dobiva iz pravokutne razdiobe (Slika 42.) mogućih vjerojatnosti. Svođenje procijenjenog standardnog odstupanja na razinu standardne nesigurnosti izvodi se dijeljenjem s $\sqrt{3}$.

$$u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{3}} \tag{6.9}$$

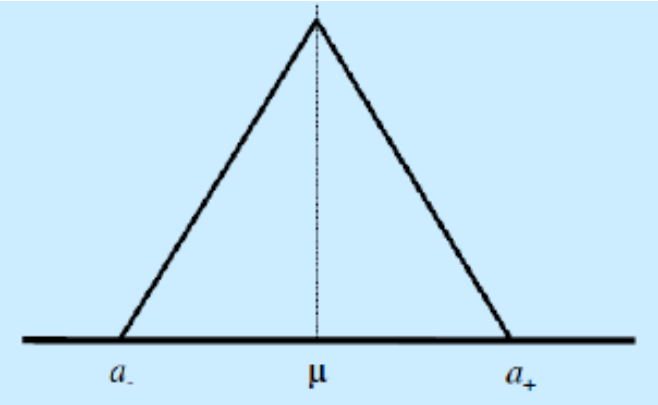


Slika 42. Pravokutna razdioba

Trokutasta razdioba

Simetrična trokutasta razdioba (Slika 43) koristi se u slučaju kada se pretpostavlja procjena ulazne veličine određene vrijednosti, a vjerojatnost pojavljivanja u granicama od –a do +a u okolici pretpostavljene vrijednosti je nepoznata. Svođenje na standardnu nesigurnost izvodi se dijeljenjem s $\sqrt{6}$. [1, 2]

$$u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{6}} \tag{6.10}$$



Slika 43. Trokutasta razdioba

6.2.3 Određivanje sastavljene standardne nesigurnosti

Sastavljena standardna nesigurnost $u_c(y)$, određuje se odgovarajućim sastavljanjem standardnih nesigurnosti procjena ulaznih veličina $x_1, x_2,..., x_N$.

Nekorelirane ulazne veličine

U slučaju kada su sve ulazne veličine neovisne (nekorelirane) standardna nesigurnost $u_c(y)$ je jednaka pozitivnom drugom korijenu sastavljene varijance $u_c^2(y)$ prema izrazu:

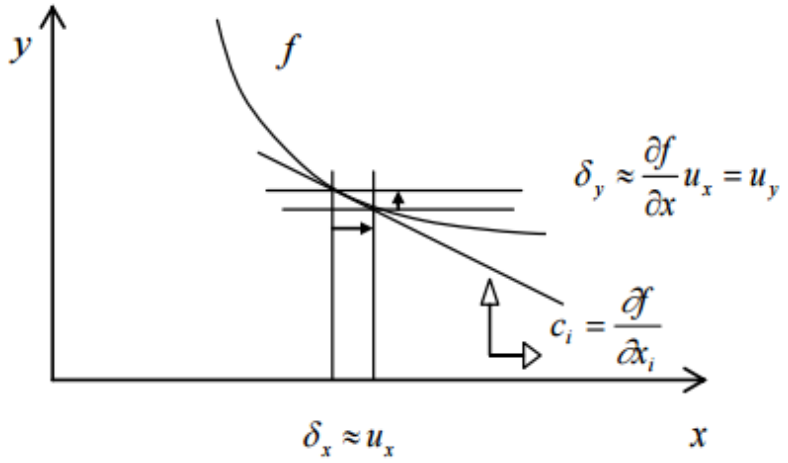
$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 u^2(x_i) \tag{6.11}$$

U slučaju kada je nelinearnost funkcije *f* značajna, u izraz za sastavljenu varijancu moraju se uključiti i članovi višeg reda njezina razvoja u Taylor-ov red prema izrazu:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{1}{2} c_{ij}^2 + c_i c_{ijj} \right) u^2(x_i) u^2(x_j) \tag{6.12}$$

gdje su: $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$, $c_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$, $c_{ijj} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j^2}$ koeficijenti osjetljivosti.

Koeficijenti osjetljivosti su derivacije koje opisuju kako se procjena vrijednosti izlazne veličine *y* mijenja s promjenama vrijednosti procjena ulaznih veličina x_1, x_2,..., x_N (Slika 44).



Slika 44. Koeficijenti osjetljivosti

Korelirane ulazne veličine

Kad su ulazne veličine korelirane izraz za sastavljenu varijancu $u_c^2(y)$ glasi:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \qquad (6.13)$$

gdje su x_i i x_j procjene veličina X_i i X_j, a $u(x_i, x_j)$ je procijenjena kovarijanca pridružena procjenama x_i i x_j.

S pomoću korelacijskih koeficijenata $r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i,x_j)}{u(x_i)u(x_j)}$ i koeficijenta osjetljivosti $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$ izraz sastavljena varijanca postaje:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i{}^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) \qquad (6.14)$$

Korelacije između ulaznih veličina ne mogu se zanemariti ako postoje i ako su značajne, međutim same korelacije mogu se izbjeći ako se zajednički utjecaji uvode kao dodatne neovisne veličine s neovisnim standardnim nesigurnostima. [1, 2]

6.2.4 Određivanje proširene nesigurnosti

Proširena nesigurnost je veličina koja određuje interval oko mjernog rezultata za koji se može očekivati da obuhvaća veliki dio razdiobe vrijednosti koje bi se razumno mogle pripisati

mjerenoj veličini. Proširena nesigurnost dobiva se množenjem sastavljene standardne nesigurnosti $u_c(y)$ s faktorom pokrivanja k, a označuje se sa U.

$$U = k \cdot u_c(y) \tag{6.15}$$

Vrijednost faktora pokrivanja k odabire se na temelju zahtijevane razine povjerenja za interval $y - U$ do $y + U$. Općenito k će biti u području između 2 i 3. Međutim, za posebne primjene k može biti i izvan tog područja. Izbor prave vrijednosti za k može olakšati bogato iskustvo i potpuno znanje primjena koje će se postavljati na mjerni rezultat. Može se pretpostaviti da uzimanje k=2 daje interval koji ima razinu povjerenja od približno 95%, a uzimanje k=3 daje interval koji ima razinu povjerenja od približno 99%. [1, 2]

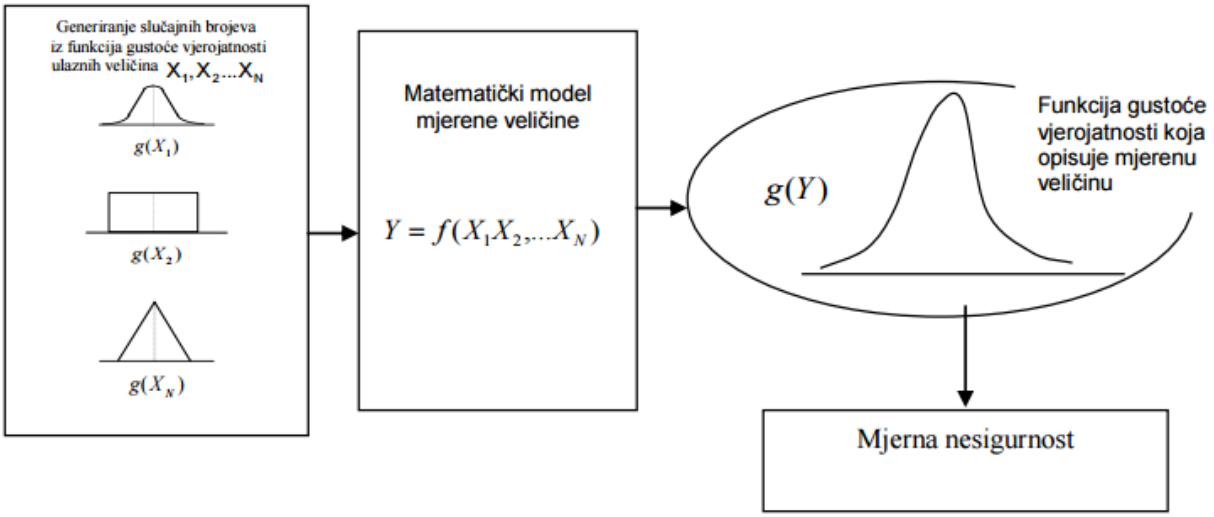
6.3 Monte Carlo metoda

Metoda Monte Carlo simulacija (MCS) je simulacija povezana sa slučajnim događajima. Termin Monte Carlo simulacije upotrijebit će se za simulacije kod kojih se u rješavanju problema koristi stvaranje uzoraka iz razdioba slučajnih varijabli. MCS metoda u postupku procjenjivanja mjerne nesigurnosti rezultata mjerenja temelji se na generiranju slučajnih brojeva iz funkcija gustoće vjerojatnosti za svaku ulaznu veličinu X_i i stvaranju odgovarajuće vrijednosti izlazne veličine Y, te kombinirajući različite razdiobe kojima su definirane ulazne veličine. Takav postupak se ponavlja M puta te se tako tvori eksperimentalna funkcija gustoće vjerojatnosti izlazne veličine koja se temelji na M Y vrijednosti. Iz eksperimentalne funkcije gustoće vjerojatnosti slijedi procjena izlazne veličine y, procijenjeno standardno odstupanje i procjena intervala $(y_{(\frac{1-P}{2}*M)}, y_{(\frac{1+P}{2}*M)})$ za zadanu vjerojatnost P.

Karakteristike MCS metode u postupku procjenjivanja mjerne nesigurnosti rezultata mjerenja su:

- Moguća kombinacija različitih funkcija gustoća vjerojatnosti kojima su definirane ulazne veličine,
- U proračun su uključeni viši redovi razvoja funkcije u Taylor-ov red,
- Simuliraju se nepoznate sustavne pogreške.

Primjena Monte Carlo simulacije na mjerni sustav prikazana je slikom 45.



Slika 45. Monte Carlo simulacija mjernog sustava

Zbog djelovanja slučajnih utjecaja (trenutna promjena tlaka, temperature i vlage ili neiskustvo mjeritelja, nesavršenost uređaja i osjetila) te zbog ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja (promjena karakteristike instrumenta između dva umjeravanja, utjecaj mjeritelja pri očitanju analogne skale, nesigurnost vrijednosti referentnog etalona...) mjerenja nisu savršena. Iz toga se može zaključiti da je mjerna nesigurnost upravo posljedica djelovanja slučajnih utjecaja i ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja. Mjerna nesigurnost procjenjuje se iz razloga što mjerenja nisu savršena, zbog nedvosmislenog iskazivanja i usporedbe mjernih rezultata dobivenih u različitim umjernim i ispitnim laboratorijima, te radi usporedbe rezultata sa specifikacijama proizvođača ili zadanom tolerancijom. [1, 2]

6.4 Procjena mjerne nesigurnosti rezultata mjerenja kružnosti upotrebom Mahr MMQ3 mjernog uređaja

Nakon umjeravanja potrebno je odrediti mjernu nesigurnost radi nedvosmislenog iskazivanja i usporedbe mjernih rezultata dobivenih u različitim umjernim i ispitnim laboratorijima. Mjerna nesigurnost sustava se sastoji od više sastavnica, to su utjecaj umjeravanja ticala, utjecaj umjeravanja okretnog stola, utjecaj mjerne polukugle te utjecaj temperature.

Utjecaj temperature je zanemarena jer gotovo nema utjecaja s obzirom da se mjerenja provode u kontroliranim uvjetima te su kratka.

Utjecaj umjeravanja ticala se sadrži od nekoliko utjecaja koji u određenoj mjeri utječu na rezultat mjerenja. Tako će rezultat ovisiti o točnosti ULM uređaja, o linearnoj pogrešci ticala kod postavljanja na ULM uređaj (pretpostavka je da se nagib ticala može pogriješiti za do 5^o), o linearnoj pogrešci ticala prilikom odabira mjernih listića (pretpostavka je da se položaj ticala može pogriješiti do 0,3 mm), te o pojavi šuma odnosno rezolucije prilikom umjeravanja.

Matematički model utjecaja umjeravanja ticala:

$$L_{TICALA} = L_{ULM} + L_{LINEARNA\ POGREŠKA\ TICALA\ I} + L_{LINEARNA\ POGREŠKA\ TICALA\ II} + L_{ŠUM} \tag{6.16}$$

Raspisivanjem veličina iz jednadžbe (6.16) dobije se jednadžba (6.17):

$$u_c^2(L_{TICALA}) = c_{L_{ULM}}^2 u^2(L_{ULM}) + c_{L_I}^2 u^2(L_I) + c_{L_{II}}^2 u^2(L_{II}) + c_{L_{ŠUM}}^2 u^2(L_{ŠUM}) \tag{6.17}$$

Gdje su:

$$c_{L_{ULM}} = \frac{\partial L_{TICALA}}{\partial L_{ULM}} = 1 \tag{6.18}$$

$$c_{L_I} = \frac{\partial L_{TICALA}}{\partial L_I} = 1 \tag{6.19}$$

$$c_{L_{II}} = \frac{\partial L_{TICALA}}{\partial L_{II}} = 1 \tag{6.20}$$

$$c_{L_{ŠUM}} = \frac{\partial L_{TICALA}}{\partial L_{ŠUM}} = 1 \tag{6.21}$$

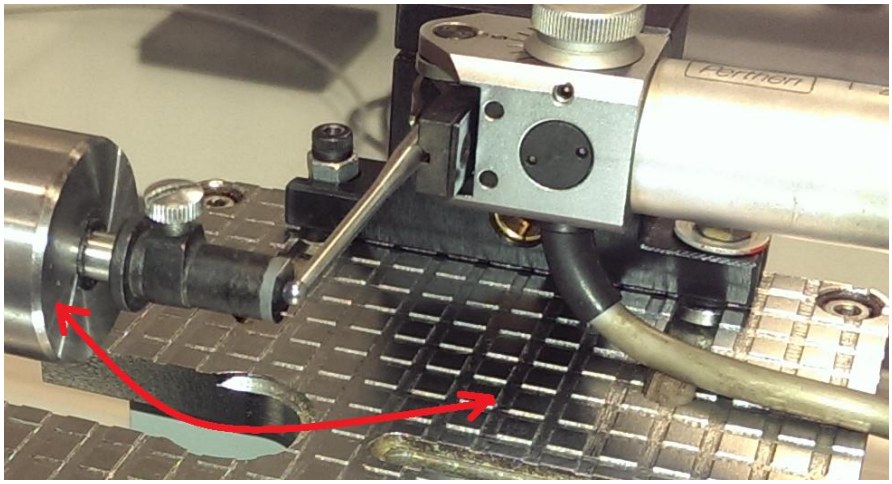
6.4.1 Mjerna nesigurnost za mjerno područje ±3 µm

Nesigurnost rezultata mjerenja ULM uređaja je utvrđena certifikatom o umjeravanju br. 0507/14 koristeći normalnu razdiobu te iznosi $U = (0{,}2+3{,}8L)$ µm, L u m, $k = 2$. U tu nesigurnost se za veličinu L uvrsti mjerno područje ±3 µm te se dobije slijedeća jednadžba:

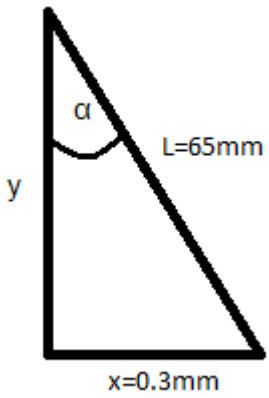
$$u(L_{ULM}) = \frac{U}{k} = \frac{0{,}2 + 3{,}8 \cdot 0{,}000003}{2} \approx 0{,}1\ \mu\text{m} \tag{6.22}$$

Mjerna nesigurnost preostala tri utjecaja se dobiju pravokutnom razdiobom.

Linearna pogreška pupitaste ure I dobije se računanjem kuta koji se dobije pretpostavljenim pomakom ticala za 0,3 mm i duljine ticala koje iznosi 65 mm.



Slika 46. ***Pomak ticala za 0,3* mm**



Slika 47. ***Skica pomaka ticala za 0,3* mm**

$$y = \sqrt{L^2 - x^2} = \sqrt{65^2 - 0{,}3^2} = 64{,}99930769 \text{ mm} \tag{6.23}$$

$$\cos\alpha = \frac{y}{L} = \frac{64{,}99930769}{65} = 0{,}999989349 \quad \rightarrow \quad \alpha = 0{,}26443007° \tag{6.24}$$

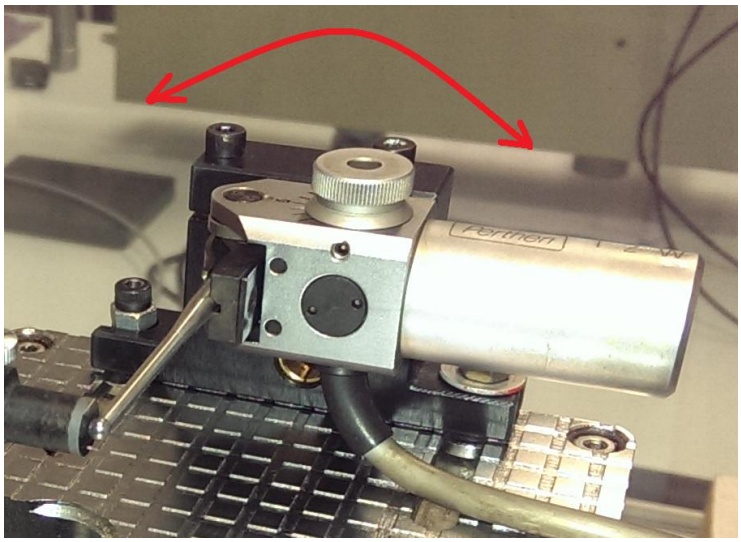
$$za\ mjerno\ područje\ \pm 3\ \mu m \rightarrow cos\alpha \cdot 3 = 2{,}99996805\ \mu m \tag{6.25}$$

$$pogreška\ ticala = 3 - 2{,}99996805 = 0{,}00003195\ \mu m \tag{6.26}$$

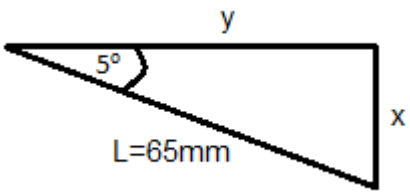
Iz čega slijedi da je mjerna nesigurnost:

$$u(L_I) = \frac{pogreška\ ticala}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}00003195}{\sqrt{3}} = 0{,}000018446\ \mu m \tag{6.27}$$

Linearna pogreška pupitaste ure II dobije se iz pretpostavke da je pomak ticala 5^o.



Slika 48. Pomak ticala za 5^o



Slika 49. Skica pomaka ticala za 5^o

$$za\ mjerno\ područje\ \pm 3\ \mu m \rightarrow\ cos5 \cdot 3 = 2{,}988584094\ \mu m \tag{6.28}$$

$$pogreška\ ticala = 3 - 2{,}988584094 = 0{,}011415906\ \mu m \tag{6.29}$$

Iz čega slijedi da je mjerna nesigurnost:

$$u(L_{II}) = \frac{pogreška\ ticala}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}011415906}{\sqrt{3}} = 0{,}006590976\ \mu m \tag{6.30}$$

Mjerna nesigurnost šuma računa se iz šuma nastalog pri umjeravanju ticala, a za mjerno područje ±3 µm on iznosi ±0,02 µm:

$$u(L_{\check{S}UM}) = \frac{0{,}02}{\sqrt{3}} = 0{,}011547\ \mu m \tag{6.31}$$

Nakon izračunatih sastavnica mjerne nesigurnosti ticala, može se izračunati i ukupna mjerna nesigurnost ticala uvrštavanjem jednadžbi (6.18)-(6.31) u jednadžbu (6.17):

$$\begin{aligned} u_c^2(L_{TICALA}) &= 1^2 \cdot 0{,}1^2 + 1^2 \cdot 0{,}000018446^2 + 1^2 \\ &\quad \cdot 0{,}006590976^2 + 1^2 \cdot 0{,}011547^2 \\ &= 0{,}01017677451 \text{ µm} \rightarrow \ u(L_{TICALA}) \\ &\approx 0{,}1009 \text{ µm} \end{aligned} \tag{6.32}$$

Tablica 14. Mjerna nesigurnost ticala za mjerno područje ±3 µm

Izvor nesigurnosti *xi*	**Distrib.**	***u(xi)*, µm**	***ci* = ∂*R* / ∂*xi***	***ui (R)*, µm**
ULM uređaj	N	0,1	1	0,1
Linearna pogreška pupitaste ure I	P	0,000018446	1	0,000018446
Linearna pogreška pupitaste ure II	P	0,006590976	1	0,006590976
Šum	P	0,011547	1	0,011547
Ukupna mjerna nesigurnost ticala				0,1009

Utjecaj umjeravanja okretnog stola se sastoji od 30 ponovljenih mjerenja dobivenih metodom najmanjih kvadrata koja su dana u tablici 11. u poglavlju 5.5, a računa se po normalnoj razdiobi. Izračuna se standardna devijacija iz 30 ponovljenih mjerenja te se podijeli sa korijenom iz 30.

$$u(L_{STOL}) = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}027658945}{\sqrt{30}} = 0{,}00505 \text{ µm} \tag{6.33}$$

Nakon što su izračunate sve komponente koje utječu na mjernu nesigurnost Mahr MMQ3 uređaja za mjerenje kružnosti može se izračunati i mjerna nesigurnost samog uređaja na način da se zbroje svi utjecaji, a to su mjerna nesigurnost ticala, mjerna nesigurnost stola te mjerna nesigurnost mjerne polukugle. Mjerna nesigurnost mjerne polukugle je uzete iz certifikata o umjeravanju br. 11-0402-01 te iznosi *U* = 7 nm. [7]

$$R_{KRUŽNOST} = R_{TICALA} + R_{STOL} + R_{POLUKUGLA} \tag{6.34}$$

$$\begin{aligned} u^2(L_{KRUŽNOST}) &= u^2(L_{TICALA}) + u^2(L_{STOL}) + u^2(L_{POLUKUGLA}) \\ &= 0{,}1009^2 + 0{,}00505^2 + 0{,}0035^2 \\ &= 0{,}0102185625\ \mu\text{m} \rightarrow \ u(L_{KRUŽNOST}) \\ &\approx 0{,}1011\ \mu\text{m} \end{aligned} \tag{6.35}$$

Iz čega slijedi da je proširena mjerna nesigurnost:

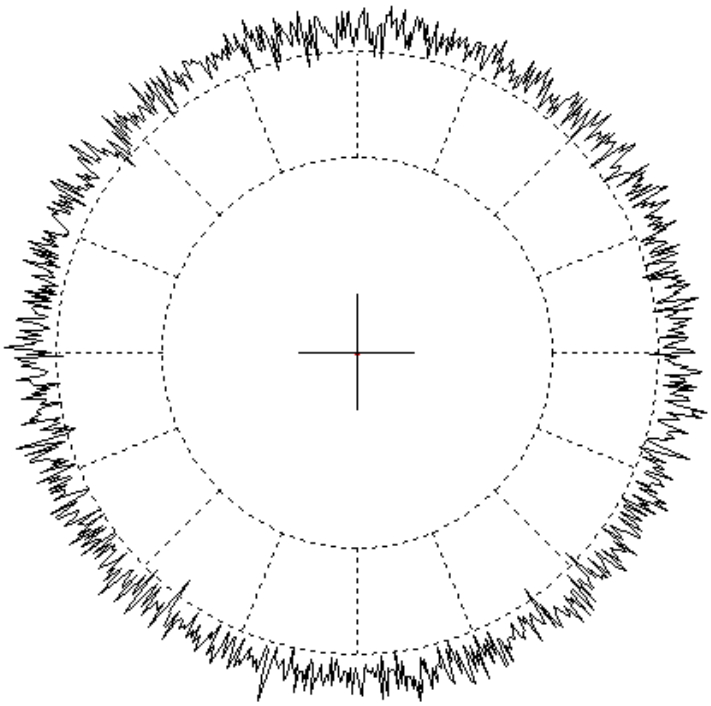
$$\begin{aligned} U = k \cdot u_c(L_{KRUŽNOST}) = 2 \cdot 0{,}1011 = 0{,}2022\ \mu\text{m} \rightarrow \ za\ k \\ = 2, P = 95\% \end{aligned} \tag{6.36}$$

S obzirom da se u jednadžbi (6.35) L_{STOLA} i $L_{POLUKUGLE}$ odnosi na kružnost a L_{TICALA} na pomak potrebno je provesti Monte Carlo metodu kako bi se utvrdilo da li se mjerne nesigurnosti razlikuju ili se može proračunati iz jednadžbe (3.35). Postupak se provodi tako da se na temelju proračunate mjerne nesigurnosti za ticalo, u_{TICALO}, u softverskom paketu Minitab 16 generira 1000 nasumičnih rezultata po normalnoj razdiobi, te se oni unesu u software za mjerenje kružnosti i pomoću metode najmanjih kvadrata se dobije raspon tih odstupanja. Zatim se taj raspon podijeli sa 2 kako bi se dobila srednja vrijednost te se pomoću pravokutne razdiobe izračuna mjerna nesigurnost ticala.

Rezultati dobiveni korištenjem Monte Carlo metode: [7, 8]

Izvješće mjerenja kružnosti

ID mjerenja: 3
Datum: 3/2/2016
Mjereno na: MMQ3
Mjeritelj: Filip
Skup podataka: 1000 točaka



Slika 50. Prikaz nasumično odabranih brojeva normalnom razdiobom za mjerno područje ±3 µm

Tablica 15. Rezultat obrade podataka za 1000 nasumično odabranih brojeva iz normalne razdiobe za mjerno područje ±3 µm metodom najmanjih kvadrata

Rezultat mjerenja:

Metoda	LSC	MIC	MCC	MZC
ex	-0,01	0,09	-0,04	0
ey	0,01	0,04	-0,09	0
Rezultat, µm	**0,643**	**0,632**	**0,641**	**0,643**

Prema gornjem opisu slijedi mjerna nesigurnost za ticalo:

$$u(L_{TICALO}) = \frac{0{,}643}{2\sqrt{3}} = 0{,}186\ \mu\text{m} \tag{6.37}$$

Kako su mjerne nesigurnosti u jednadžbi (6.32) i (6.37) vrlo slične, mjerna nesigurnost kružnosti cijelog sustava za mjerno područje ±3 µm može se računati kako je to danu u jednadžbi (6.35).

6.4.2 Mjerna nesigurnost za mjerno područje ±10 µm

Za mjerno područje ±10 µm mjerna nesigurnost okretnog stola i mjerne polukugle ostaje ista dok se mjerna nesigurnost ticala mijenje. Nesigurnost rezultata mjerenja ULM uređaja je utvrđena certifikatom o umjeravanju br. 0507/14 koristeći normalnu razdiobu te iznosi *U* =

(0,2+3,8*L*) µm, *L* u m, *k* = 2. U tu nesigurnost se za veličinu *L* uvrsti mjerno područje ±10 µm te se dobije slijedeća jednadžba:

$$u(L_{ULM}) = \frac{U}{k} = \frac{0{,}2 + 3{,}8 \cdot 0{,}00001}{2} \approx 0{,}1\ \mu\text{m} \tag{6.38}$$

Mjerna nesigurnost preostala tri utjecaja se dobiju pravokutnom razdiobom.

Linearna pogreška pupitaste ure I dobije se računanjem kuta koji se dobije pretpostavljenim pomakom ticala za 0,3 mm i duljine ticala koje iznosi 65 mm.

$$\begin{gathered} za\ mjerno\ područje\ \pm 10\ \mu\text{m} \rightarrow cos\alpha \cdot 10 \\ = 9{,}999893501\ \mu\text{m} \end{gathered} \tag{6.39}$$

$$pogreška\ ticala = 10 - 9{,}999893501 = 0{,}000106499\ \mu\text{m} \tag{6.40}$$

Iz čega slijedi da je mjerna nesigurnost:

$$\begin{gathered} u(L_I) = \frac{pogreška\ ticala}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}000106499}{\sqrt{3}} \\ = 0{,}000061487\ \mu\text{m} \end{gathered} \tag{6.41}$$

Linearna pogreška pupitaste ure II dobije se iz pretpostavke da je pomak ticala 5^o.

$$\begin{gathered} za\ mjerno\ područje\ \pm 10\ \mu\text{m} \rightarrow\ cos5 \cdot 10 \\ = 9{,}961946981\ \mu\text{m} \end{gathered} \tag{6.42}$$

$$pogreška\ ticala = 10 - 9{,}961946981 = 0{,}038053019\ \mu\text{m} \tag{6.43}$$

Iz čega slijedi da je mjerna nesigurnost:

$$\begin{gathered} u(L_{II}) = \frac{pogreška\ ticala}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}038053019}{\sqrt{3}} \\ = 0{,}021969921\ \mu\text{m} \end{gathered} \tag{6.44}$$

Mjerna nesigurnost šuma računa se iz šuma nastalog pri umjeravanju ticala, a za mjerno područje ±10 µm on iznosi ±0,04 µm:

$$u(L_{\check{S}UM}) = \frac{0{,}04}{\sqrt{3}} = 0{,}023094011\ \mu\text{m} \tag{6.45}$$

Nakon izračunatih sastavnica mjerne nesigurnosti ticala, može se izračunati i ukupna mjerna nesigurnost ticala:

$$u_c^2(L_{TICALA}) = 1^2 \cdot 0{,}1^2 + 1^2 \cdot 0{,}000061487^2 + 1^2 \cdot 0{,}021969921^2 + 1^2 \cdot 0{,}023094011^2 = 0{,}01101601455\ \mu m \rightarrow \ u(L_{TICALA}) \approx 0{,}105\ \mu m \quad (6.46)$$

Tablica 16. Mjerna nesigurnost ticala za mjerno područje ±10 µm

Izvor nesigurnosti *xi*	**Distrib.**	***u(xi)*, µm**	***ci* = ∂R / ∂xi**	***ui (R)*, µm**
ULM uređaj	N	0,1	1	0,1
Linearna pogreška pupitaste ure I	P	0,000061487	1	0,000061487
Linearna pogreška pupitaste ure II	P	0,021969921	1	0,021969921
Šum	P	0,023094011	1	0,023094011
Ukupna mjerna nesigurnost ticala				0,105

Nakon što se izračunala mjerna nesigurnost ticala može se izračunati mjerna nesigurnost za mjerno područje ±10 µm tako što se zbroji mjerna nesigurnost ticala sa mjernim nesigurnostima okretnog stola i mjerne polukugle koje su iste kao i kod mjernog područja ±3 µm. [7]

$$R_{KRUŽNOST} = R_{TICALA} + R_{STOL} + R_{POLUKUGLA} \quad (6.47)$$

$$u^2(L_{KRUŽNOST}) = u^2(L_{TICALA}) + u^2(L_{STOL}) + u^2(L_{POLUKUGLA}) = 0{,}105^2 + 0{,}00505^2 + 0{,}0035^2 = 0{,}0110627525\ \mu m \rightarrow \ u(L_{KRUŽNOST}) \approx 0{,}1052\ \mu m \quad (6.48)$$

Iz čega slijedi da je proširena mjerna nesigurnost:

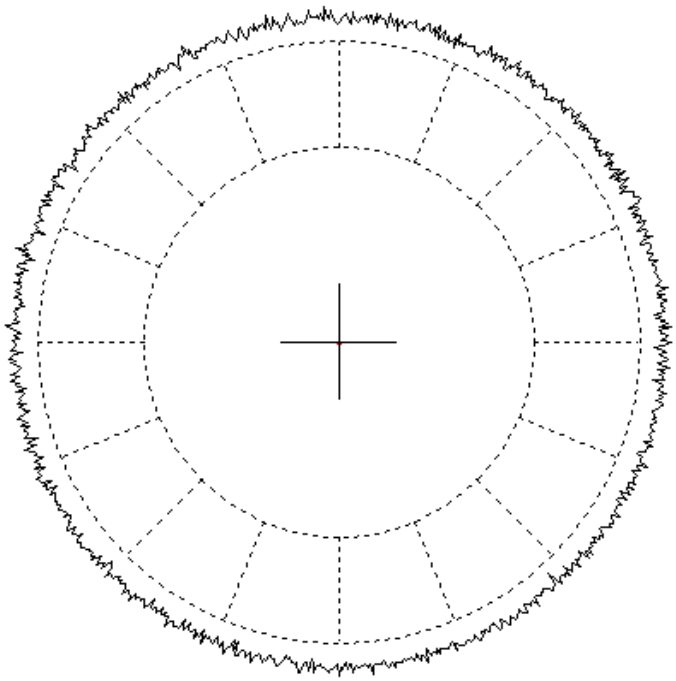
$$U = k \cdot u_c(L_{KRUŽNOST}) = 2 \cdot 0.1052 = 0.2104\ \mu m \rightarrow \ za\ k = 2, P = 95\% \quad (6.49)$$

Isto kao i za mjerno područje ±3 µm i ovdje je potrebno izračunati koliko se mjerna nesigurnost razlikuje kako bi se utvrdilo s kojom mjernom nesigurnosti se može računati.

Rezultati dobiveni Monte Carlo metodom: [7, 8]

Izvješće mjerenja kružnosti

ID mjerenja: 10
Datum: 3/2/2016
Mjereno na: MMQ3
Mjeritelj: Filip
Skup podataka: 1000 točaka



Slika 51. Prikaz nasumično odabranih brojeva normalnom razdiobom za mjerno područje ±10 µm

Tablica 17. Rezultat obrade podataka za 1000 nasumično odabranih brojeva iz normalne razdiobe za mjerno područje ±10 µm metodom najmanjih kvadrata

Rezultati mjerenja:

Metoda	LSC	MIC	MCC	MZC
ex	0,02	0,1	-0,1	0
ey	0,01	0,14	0,05	0
Result, µm	**0,659**	**0,674**	**0,649**	**0,659**

Prema gornjem opisu slijedi mjerna nesigurnost za ticalo:

$$u(L_{TICALO}) = \frac{0{,}659}{2\sqrt{3}} = 0{,}1903\ \mu\text{m} \tag{6.50}$$

Kako su mjerne nesigurnosti u jednadžbi (6.46) i (6.50) vrlo slične, mjerna nesigurnost kružnosti cijelog sustava za mjerno područje ±10 μm može se računati kako je to danu u jednadžbi (6.48).

6.4.3 Mjerna nesigurnost za mjerno područje ±30 μm

Za mjerno područje ±30 μm mjerna nesigurnost okretnog stola i mjerne polukugle ostaje ista dok se mjerna nesigurnost ticala mijenje. Nesigurnost rezultata mjerenja ULM uređaja je utvrđena certifikatom o umjeravanju br. 0507/14 koristeći normalnu razdiobu te iznosi U = (0.2+3.8L) μm, L u m, k = 2. U tu nesigurnost se za veličinu L uvrsti mjerno područje ±30 μm te se dobije slijedeća jednadžba:

$$u(L_{ULM}) = \frac{U}{k} = \frac{0{,}2 + 3{,}8 \cdot 0{,}00003}{2} \approx 0{,}1\ \mu\text{m} \tag{6.51}$$

Mjerna nesigurnost preostala tri utjecaja se dobiju pravokutnom razdiobom.

Linearna pogreška pupitaste ure I dobije se računanjem kuta koji se dobije pretpostavljenim pomakom ticala za 0,3 mm i duljine ticala koje iznosi 65 mm.

$$\begin{gathered} za\ mjerno\ područje\ \pm 30\ \mu\text{m} \rightarrow cos\alpha \cdot 30 \\ = 29{,}9996805\ \mu\text{m} \end{gathered} \tag{6.52}$$

$$pogreška\ ticala = 30 - 29{,}9996805 = 0{,}000319497\ \mu\text{m} \tag{6.53}$$

Iz čega slijedi da je mjerna nesigurnost:

$$\begin{gathered} u(L_I) = \frac{pogreška\ ticala}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}000319497}{\sqrt{3}} \\ = 0{,}000184462\ \mu\text{m} \end{gathered} \tag{6.54}$$

Linearna pogreška pupitaste ure II dobije se iz pretpostavke da je pomak ticala 5^o.

$$\begin{gathered} za\ mjerno\ područje\ \pm 30\ \mu\text{m} \rightarrow\ cos5 \cdot 30 \\ = 29{,}88584094\ \mu\text{m} \end{gathered} \tag{6.55}$$

$$pogreška\ ticala = 30 - 29{,}88584094 = 0{,}114159057\ \mu\text{m} \tag{6.56}$$

Iz čega slijedi da je mjerna nesigurnost:

$$\begin{gathered} u(L_{II}) = \frac{pogreška\ ticala}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}114159057}{\sqrt{3}} \\ = 0{,}065909762\ \mu\text{m} \end{gathered} \tag{6.57}$$

Mjerna nesigurnost šuma računa se iz šuma nastalog pri umjeravanju ticala, a za mjerno područje ±30 µm on iznosi ±0,06 µm:

$$u(L_{ŠUM}) = \frac{0{,}06}{\sqrt{3}} = 0{,}034641016 \text{ µm} \tag{6.58}$$

Nakon izračunatih sastavnica mjerne nesigurnosti ticala, može se izračunati i ukupna mjerna nesigurnost ticala:

$$\begin{aligned} u_c^2(L_{TICALA}) &= 1^2 \cdot 0{,}1^2 + 1^2 \cdot 0{,}000184462^2 + 1^2 \\ &\cdot 0{,}065909762^2 + 1^2 \cdot 0{,}034641016^2 \\ &= 0{,}01554413074 \text{ µm} \rightarrow \ u(L_{TICALA}) \\ &\approx 0{,}1247 \text{ µm} \end{aligned} \tag{6.59}$$

***Tablica 18. Mjerna nesigurnost ticala za mjerno područje ±30* µm**

Izvor nesigurnosti *xi*	**Distrib.**	***u(xi)*, µm**	***ci* = ∂*R* / ∂*xi***	***ui (R)*, µm**
ULM uređaj	N	0,1	1	0,1
Linearna pogreška pupitaste ure I	P	0,000184462	1	0,000184462
Linearna pogreška pupitaste ure II	P	0,065909762	1	0,065909762
Šum	P	0,034641016	1	0,034641016
Ukupna mjerna nesigurnost ticala				0,1247

Nakon što se izračunala mjerna nesigurnost ticala može se izračunati mjerna nesigurnost za mjerno područje ±30 µm tako što se zbroji mjerna nesigurnost ticala sa mjernim nesigurnostima okretnog stola i mjerne polukugle koje su iste kao i kod mjernog područja ±3 µm. [7]

$$R_{KRUŽNOST} = R_{TICALA} + R_{STOL} + R_{POLUKUGLA} \tag{6.60}$$

$$\begin{aligned} u^2(L_{KRUŽNOST}) &= u^2(L_{TICALA}) + u^2(L_{STOL}) + u^2(L_{POLUKUGLA}) \\ &= 0.1247^2 + 0.00505^2 + 0.0035^2 \\ &= 0.015587843\ \mu m \rightarrow \ u(L_{KRUŽNOST}) \\ &\approx 0.1249\ \mu m \end{aligned} \tag{6.61}$$

Iz čega slijedi da je proširena mjerna nesigurnost:

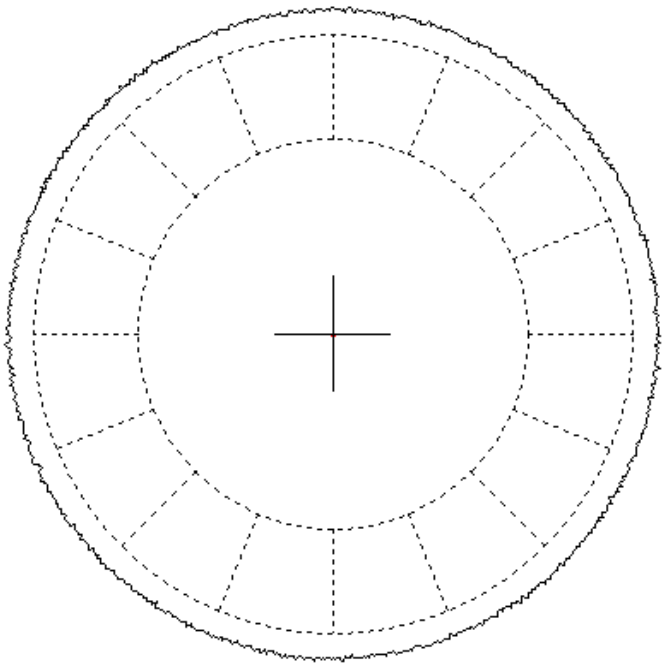
$$\begin{aligned} U = k \cdot u_c(L_{KRUŽNOST}) = 2 \cdot 0.1249 = 0.2498\ \mu m \rightarrow \ za\ k \\ = 2, P = 95\% \end{aligned} \tag{6.62}$$

Isto kao i za mjerno područje ±3 μm i ovdje je potrebno izračunati koliko se mjerna nesigurnost razlikuje kako bi se utvrdilo s kojom mjernom nesigurnosti se može računati.

Rezultati dobiveni Monte Carlo metodom: [7, 8]

Izvješće mjerenja kružnosti

ID mjerenja: 10
Datum: 3/2/2016
Mjereno na: MMQ3
Mjeritelj: Filip
Skup podataka: 1000 točaka



Slika 52. Prikaz nasumično odabranih brojeva normalnom razdiobom za mjerno područje ±30 μm

Tablica 19. Rezultat obrade podataka za 1000 nasumično odabranih brojeva iz normalne razdiobe za mjerno područje ±30 µm metodom najmanjih kvadrata

Rezultati mjerenja:

Metoda	LSC	MIC	MCC	MZC
ex	-0,01	0,01	0,05	0
ey	0	0,12	0,06	0
Rezultat, µm	**0,679**	**0,678**	**0,673**	**0,679**

Prema gornjem opisu slijedi mjerna nesigurnost za ticalo:

$$u(L_{TICALO}) = \frac{1{,}679}{2\sqrt{3}} = 0{,}1959 \text{ µm} \tag{6.63}$$

Kako su mjerne nesigurnosti u jednadžbi (6.59) i (6.63) vrlo slične, mjerna nesigurnost kružnosti cijelog sustava za mjerno područje ±30 µm može se računati kako je to danu u jednadžbi (6.61).

6.4.4 Mjerna nesigurnost za mjerno područje ±100 µm

Za mjerno područje ±100 µm mjerna nesigurnost okretnog stola i mjerne polukugle ostaje ista dok se mjerna nesigurnost ticala mijenje. Nesigurnost rezultata mjerenja ULM uređaja je utvrđena certifikatom o umjeravanju br. 0507/14 koristeći normalnu razdiobu te iznosi U = (0.2+3.8L) µm, L u m, k = 2. U tu nesigurnost se za veličinu L uvrsti mjerno područje ±100 µm te se dobije slijedeća jednadžba:

$$u(L_{ULM}) = \frac{U}{k} = \frac{0{,}1 + 3{,}8 \cdot 0.0001}{2} \approx 0{,}1001 \text{ µm} \tag{6.64}$$

Mjerna nesigurnost preostala tri utjecaja se dobiju pravokutnom razdiobom.

Linearna pogreška pupitaste ure I dobije se računanjem kuta koji se dobije pretpostavljenim pomakom ticala za 0,3 mm i duljine ticala koje iznosi 65 mm.

$$\begin{gathered} za\ mjerno\ područje\ \pm 100 \text{ µm} \rightarrow cos\alpha \cdot 100 \\ = 99{,}99893501 \text{ µm} \end{gathered} \tag{6.65}$$

$$pogreška\ ticala = 100 - 99{,}99893501 = 0{,}00106499 \text{ µm} \tag{6.66}$$

Iz čega slijedi da je mjerna nesigurnost:

$$u(L_I) = \frac{pogreška\ ticala}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}00106499}{\sqrt{3}} = 0{,}000614872 \text{ µm} \tag{6.67}$$

Linearna pogreška pupitaste ure II dobije se iz pretpostavke da je pomak ticala 5°.

$$za\ mjerno\ područje\ \pm 100\ \mu m \rightarrow\ cos5 \cdot 100 = 99{,}61946981\ \mu m \tag{6.68}$$

$$pogreška\ ticala = 100 - 99{,}61946981 = 0{,}380530191\ \mu m \tag{6.69}$$

Iz čega slijedi da je mjerna nesigurnost:

$$u(L_{II}) = \frac{pogreška\ ticala}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}380530191}{\sqrt{3}} = 0{,}219699208\ \mu m \tag{6.70}$$

Mjerna nesigurnost šuma računa se iz šuma nastalog pri umjeravanju ticala, a za mjerno područje ±100 µm on iznosi ±0,1 µm:

$$u(L_{ŠUM}) = \frac{0{,}1}{\sqrt{3}} = 0{,}057735027\ \mu m \tag{6.71}$$

Nakon izračunatih sastavnica mjerne nesigurnosti ticala, može se izračunati i ukupna mjerna nesigurnost ticala:

$$u_c^2(L_{TICALA}) = 1^2 \cdot 0{,}1001^2 + 1^2 \cdot 0{,}000614872^2 + 1^2 \cdot 0{,}219699208^2 + 1^2 \cdot 0{,}057735027^2 = 0{,}061621463\ \mu m \rightarrow\ u(L_{TICALA}) \approx 0.2482\ \mu m \tag{6.72}$$

Tablica 20. Mjerna nesigurnost ticala za mjerno područje ±100 µm

Izvor nesigurnosti *xi*	**Distrib.**	***u(xi)*, µm**	***ci* = ∂*R* / ∂*xi***	***ui (R)*, µm**
ULM uređaj	N	0,1001	1	0,1001
Linearna pogreška pupitaste ure I	P	0,000614872	1	0,000614872
Linearna pogreška pupitaste ure II	P	0,219699208	1	0,219699208
Šum	P	0,057735027	1	0,057735027
Ukupna mjerna nesigurnost ticala				0,2482

Nakon što se izračunala mjerna nesigurnost ticala može se izračunati mjerna nesigurnost za mjerno područje ±100 µm tako što se zbroji mjerna nesigurnost ticala sa mjernim nesigurnostima okretnog stola i mjerne polukugle koje su iste kao i kod mjernog područja ±3 µm. [7]

$$R_{KRUŽNOST} = R_{TICALA} + R_{STOL} + R_{POLUKUGLA} \tag{6.73}$$

$$\begin{aligned} u^2(L_{KRUŽNOST}) &= u^2(L_{TICALA}) + u^2(L_{STOL}) + u^2(L_{POLUKUGLA}) \\ &= 0{,}2482^2 + 0{,}00505^2 + 0{,}0035^2 \\ &= 0{,}061640993\ \mu\text{m} \rightarrow \ u(L_{KRUŽNOST}) \\ &\approx 0.2483\ \mu\text{m} \end{aligned} \tag{6.74}$$

čega slijedi da je proširena mjerna nesigurnost:

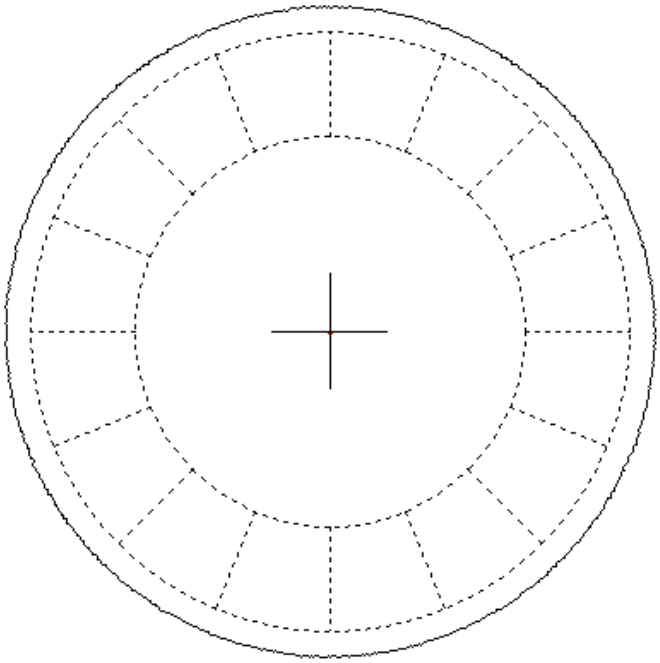
$$\begin{aligned} U = k \cdot u_c(L_{KRUŽNOST}) = 2 \cdot 0{,}2483 = 0{,}4966\ \mu\text{m} \rightarrow \ za\ k \\ = 2, P = 95\% \end{aligned} \tag{6.75}$$

Isto kao i za mjerno područje ±3 µm i ovdje je potrebno izračunati koliko se mjerna nesigurnost razlikuje kako bi se utvrdilo s kojom mjernom nesigurnosti se može računati.

Rezultati dobiveni Monte Carlo metodom: [7, 8]

Roundness measurement report

ID mjerenja: 100
Datum: 3/2/2016
Mjereno na: MMQ3
Mjeritelj: Filip
Skup podataka: 1000 točaka



Slika 53. Prikaz nasumično odabranih brojeva normalnom razdiobom za mjerno područje ±100 µm

Tablica 21. Rezultat obrade podataka za 1000 nasumično odabranih brojeva iz normalne razdiobe za mjerno područje ±100 µm metodom najmanjih kvadrata

Rezultati mjerenja:

Metoda	LSC	MIC	MCC	MZC
ex	0,03	-0,07	-0,08	0
ey	0,06	-0,01	-0,01	0
Rezultat, µm	**0,873**	**0,826**	**0,826**	**0,873**

Prema gornjem opisu slijedi mjerna nesigurnost za ticalo:

$$u(L_{TICALO}) = \frac{0{,}873}{2\sqrt{3}} = 0{,}2519\ \mu\text{m} \tag{6.76}$$

Kako su mjerne nesigurnosti u jednadžbi (6.72) i (6.76) vrlo slične, mjerna nesigurnost kružnosti cijelog sustava za mjerno područje ±100 µm može se računati kako je to danu u jednadžbi (6.74).

7. ZAKLJUČAK

Kako bi rezultati mjerenja bili pouzdani potrebno je umjeriti uređaj za mjerenje kružnosti. Umjeravanje se sastoji od korekcije ticala, umjeravanja ticala te umjeravanja okretnog stola.

S obzirom da niti jedan uređaj u industriji nije idealan, prilikom svakog mjerenja se javljaju određena rasipanja vrijednosti mjerene veličine, te je iz tog razloga uvedena mjerna nesigurnost. Mjerna nesigurnost se procjenjuje radi nedvosmislenog iskazivanja i usporedbe mjernih rezultata dobivenih u različitim umjernim i ispitnim laboratorijima.

Mjerna nesigurnost rezultata mjerenja dobivenih uređajem za mjerenje kružnosti Mahr MMQ3 se sastoji od mjernih nesigurnosti ticala, okretnog stola te mjerne polukugle. Procjena se vrši GUM metodom.

Ostvarena proširena nesigurnost za mjerno područje ±3 μm iznosi U = 0,2022 μm, za mjerno područje ±10 μm iznosi U = 0,2104 μm, za mjerno područje ±30 μm iznosi U = 0,2498 μm, te za mjerno područje ±100 μm iznosi U = 0,4966 μm. Najznačajniji utjecaj na mjernu nesigurnost ima ticalo kod svih mjernih područja. Na mjernu nesigurnost ticala kod mjernog područja ±3 μm i ±10 μm najveći utjecaj ima mjerna nesigurnost ULM uređaja. Kod mjernog područja ±30 μm najveći utjecaj također ima mjerna nesigurnost ULM uređaja a sve veći utjecaj ima linearna pogreška pupitaste ure II. Dok kod mjernog područja ±100 μm najveći utjecaj ima mjerna nesigurnost koja se javlja zbog linearne pogreške pupitaste ure II.

Važna stavka cjelokupnog mjerenja i umjeravanja su i radne podloge koje uvelike olakšavaju preglednost dobivenih rezultata i omogućuju lakšu i bržu analizu cjelokupnog procesa mjerenja i umjeravanja.

LITERATURA

[1] https://bib.irb.hr/datoteka/764412.Predavanja_TTM.pdf

[2] Bednjanec, F.: Projekt IIM, Zagreb, 2015

[3] https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01084382/document

[4] https://books.google.hr/books?id=cweAnWIMIX8C&pg=PA89&lpg=PA89&dq=multi+step+error+separation&source=bl&ots=Sc414fz-IX&sig=rkhwB7CK8oBVh4imGhSq1ZmLd8M&hl=en&sa=X&ved=0ahUKEwjrqsqPtLbKAhXF_SwKHTxkAcYQ6AEIRDAI#v=onepage&q=multi%20step%20error%20separation&f=false

[5] http://blog.cnccookbook.com/2012/06/19/cosine-error-indicator-measurements/

[6] http://www.gagesite.com/documents/Metrology%20Toolbox/Basics%20of%20Measurement.PDF

[7] Podaci dobiveni u laboratoriju za precizna mjerenja dužina LFSB

[8] Minitab 16, softverski paket